

## Экспериментальное исследование диэлектрических свойств сухого снега с крупными частицами на частоте 37,5 ГГц

В. А. Голунов

*Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН,  
Фрязинский филиал, Фрязино, 141190, Московская обл., Россия  
E-mail: golsnow@mail.ru*

В настоящей работе методом призмы на частоте 37,5 ГГц выполнено экспериментальное исследование зависимости показателя преломления сухого снега от объёмной плотности на интервале её значений 0,16–0,535 и размеров частиц до 10 мм. Исследованные образцы снега имели как самосформировавшуюся, так и разрушенную структуру. Кроме того, использованы различные комбинации смеси из кусков мелкозернистой снежной корки и крупных осколков сосулек. Сравнительный анализ полученных в работе экспериментальных данных с известными данными показал, что зависимость действительной части комплексной диэлектрической проницаемости сухого снега от объёмной плотности описывается формулой Полдера – ван Сантена независимо от структуры снега при размерах частиц, по крайней мере соизмеримых с длиной волны.

**Ключевые слова:** сухой снег, показатель преломления, объёмная плотность, соизмеримые с длиной волны частицы льда, эксперимент, метод призмы

Одобрена к печати: 07.10.2022

DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-5-19-27

### Введение

Определение диэлектрических свойств снега необходимо для решения задач дистанционного зондирования снежного покрова. В связи с этим диэлектрические свойства снега исследовались в полевых и лабораторных условиях в широком диапазоне волн, но особенно при длинах волн, много больших размеров снежных кристаллов (Аплеталин и др., 1983; Ambach, Denoth, 1972; Colbeck, 1982; Cumming, 1952; Denoth, 1982; Evans, 1965; Hallikainen et al., 1986; Matzler, 1996; Sihvola et al., 1985; Sugiyama et al., 2010; Tiuri et al., 1984).

Сухой снег представляет собой смесь воздуха и ледяных частиц неправильной формы. Диэлектрические свойства пресноводного льда в миллиметровом диапазоне волн достаточно хорошо изучены (Голунов и др., 1990; Matzler, Wegmulle, 1987). Одной из их основных особенностей является независимость показателя преломления льда во всём микроволновом диапазоне.

Достаточно строгое теоретическое описание диэлектрической проницаемости снега развито в рамках теории эффективной среды в приближении частиц, малых в сравнении с длиной волны (см., например, работы (Оделевский, 1951; Рыжов и др., 1965; Polder, van Santen, 1946; Sihvola, 1999; Sihvola, Kong, 1988; Sihvola et al., 1985; Stogryn, 1984; Tsang, Kong, 1981; Tsang et al., 1982, 1985; Zhuck et al., 2004)). Основным параметром, определяющим диэлектрические свойства сухого снега, как установлено экспериментально, — это объёмная плотность частиц льда, при этом в длинноволновом диапазоне размер частиц является несущественным параметром (Cumming, 1952; Evans, 1965). Однако неправильная форма частиц льда в снеге не позволяет в длинноволновом диапазоне прямо описать их эллипсоидами, в связи с чем в качестве подгоночного параметра при описании комплексной диэлектрической проницаемости (КДП) используется фактор деполяризации (Colbeck, 1982).

Для измерения показателя преломления снега применялись различные методы, учитывающие как особенности исследуемой среды, так и технические возможности используемого диапазона волн. Так, в длинноволновом диапазоне применялись в основном методы, реализуемые с помощью волноводных и резонаторных систем (Ambach, Denoth, 1972; Cumming,

1952; Denoth, 1982; Tiuri et al., 1984), а в диапазоне миллиметровых волн — с помощью активных открытых систем (Аплеталин и др., 1983; Оделевский, 1951; Tiuri et al., 1984).

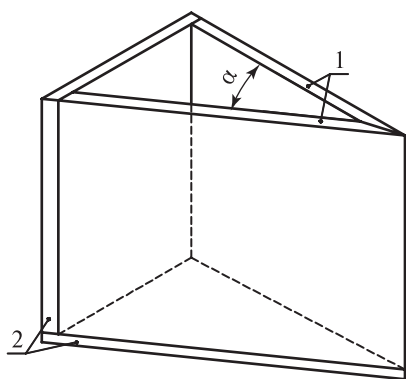
Размеры частиц льда в снеге могут изменяться от 0,1 до 10 мм (Кузьмин, 1957). Из этого следует, что в миллиметровом диапазоне волн размеры частиц могут быть соизмеримы с длиной волны или быть даже больше. При увеличении размера частиц возникает многократное рассеяние между отдельными частицами, что оказывает влияние на диэлектрические свойства среды. Строгий учёт эффекта рассеяния, осуществляемый в рамках теории сильных флуктуаций (Рыжов и др., 1965; Zhuck et al., 2004), квазикристаллического приближения (*англ.* quasi-crystalline approximation — QCA) и квазикристаллического приближения с когерентным потенциалом (*англ.* QCA with coherent potential — QCA-CP) (Tsang et al., 1985), незначительно увеличивает допустимое отношение размера частиц к длине волны. Большое практическое значение всех теоретических формул заключается в том, что они позволяют в рамках их применимости рассчитывать как действительную, так и мнимую части комплексной диэлектрической проницаемости смесей. В таких случайных плотных средах, как сухой снежный покров с соизмеримыми с длиной волны частицами льда, возникает крайне сильное объёмное рассеяние, затрудняющее пока строгий расчёт как интенсивности рассеяния, так и тепловых потерь.

Цель работы — экспериментально исследовать зависимости показателя преломления сухого снега от его объёмной плотности при малых и крупных частицах льда на длине волны 8 мм.

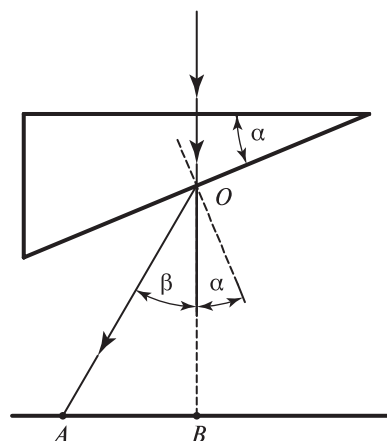
Измерения показателя преломления снега выполнены в лабораторных условиях методом, являющимся, по сути, известным в оптике методом призмы.

### Аппаратура и методика измерения

Использование преломляющих свойств призмы для измерения показателя преломления веществ предполагает, чтобы эти вещества имели призматическую форму. Если при исследовании твёрдых веществ такая форма изготавливается за счёт их соответствующей обработки, то при исследовании жидкостей и сыпучих веществ необходима предварительная заготовка призматической ёмкости. В предложенном исследовании для придания таким образцам необходимой призматической формы были изготовлены прямоугольные полые призмы с входными и выходными для излучения гранями, изготовленными из листового пенопласта марки «Пеноплэкс» толщиной 20 мм, который обеспечивал как необходимую жёсткость призмы, так и практически абсолютную прозрачность для мм-волн. Основание призмы изготовлено из дерева в форме прямоугольного треугольника. Чертёж призматической кюветы показан на *рис. 1*.



*Рис. 1.* Конструкция прямоугольной призмы:  
1 — пенопласт; 2 — дерево



*Рис. 2.* Ход лучей в призме

Такие призмы уже успешно использовались в режиме теплового излучения для измерения показателя преломления жидкого азота и ряда сыпучих веществ (Голунов и др., 2021).

На *рис. 2* (см. с. 20) изображён ход лучей в прямоугольной призме, наполненной веществом с показателем преломления  $n$ , при нормальном падении плоской волны сверху. Угол падения на нижнюю грань  $\alpha$  и угол преломления  $\alpha + \beta$  связаны соотношением Снеллиуса:

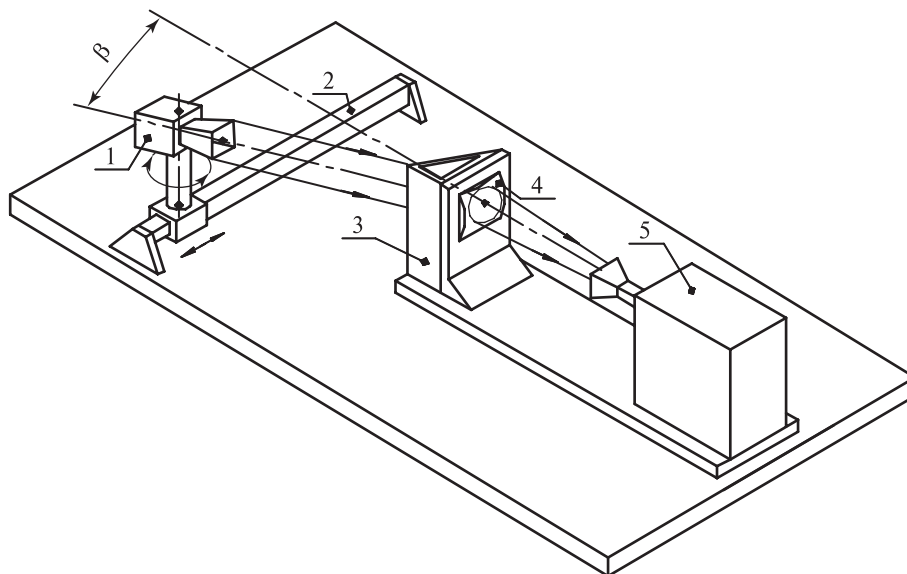
$$n \cdot \sin \alpha = \sin(\alpha + \beta). \quad (1)$$

На расстоянии  $OB = L$  от преломляющей грани луч смещается в поперечном направлении на расстояние  $AB = x$ . Если  $L$  и  $x$  известны, то показатель преломления в соответствии с формулой (1) определяется следующим образом:

$$n = \frac{\sin(\beta + \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\sin[\arctg(x/L) + \alpha]}{\sin \alpha}. \quad (2)$$

Соотношение (2) является, по сути, классическим алгоритмом измерения показателя преломления веществ.

Схема измерений показана на *рис. 3*. Приёмная система представляла собой диодную головку, подключённую к рупорно-линзовой антенне при диаметре апертуры 200 мм и фокусном расстоянии линзы 400 мм. Источником излучения был генератор на диоде Ганна, подключённый к рупорной антенне с апертурой 80×70 мм. Частота излучения — 37,5 ГГц. Энергетический потенциал прямо-передающей системы составлял не менее 40 дБ.



*Рис. 3.* Схема измерения показателя преломления: 1 — генератор; 2 — сканер; 3 — призма; 4 — линза; 5 — приёмник

Излучающая система перемещалась перпендикулярно к оптической оси антенны на расстоянии 2,3 м от призмы, установленной почти вплотную к линзе. Размеры грани призмы, примыкающей к линзе, составляли 250×200 мм. В зависимости от структуры снега использовались две призматические кюветы, отличающиеся только значениями угла  $\alpha$  (10 и 25°), показанного на *рис. 1*.

Преломлённый луч обнаруживался в процессе указанного выше перемещения излучающей системы и углового совмещения электрической оси её рупорной антенны с направлением преломлённого луча. Смещение  $AB$ , показанное на *рис. 2*, фиксировалось при достижении максимального выходного сигнала приёмной системы.

Измерения показателя преломления снега проведены в охлаждённом помещении.

## Экспериментальные результаты

В процессе исследования использовались образцы снега, изъятые из различных слоёв уличного мартовского снежного покрова. Самосформировавшаяся структура снежного покрова была достаточно однородной и состояла преимущественно из слипшегося мелкозернистого снега. В связи с этим исследовался в основном мелкозернистый снег в виде корки, кусков корки (конгломератов) и размельчённой до зёрен корки. Крупные частицы льда представляли собой просеянные через сетку осколки сосулек. Обильное выпадение свежесвыпавшего снега на заключительном этапе исследований позволило дополнительно выполнить измерения его показателя преломления при минимальных нарушениях структуры. Параметры исследованных снежных структур приведены в *таблице*.

Параметры исследованных снежных структур

№ измерения	Вид снега или смеси	Размеры, мм	Объёмная плотность	Примечание	Символы на <i>рис. 4</i>		
1	Односуточный свежесвыпавший снег с ненарушенной структурой, снежинки	<0,4	0,16	—	*		
2			0,17				
3			0,19				
4	Многосуточный слипшийся снег, частицы	<<1	0,31	—	△		
5			0,35				
6	Уплотнённый многосуточный снег, частицы		0,44				
7	Сплошная мелкозернистая корка, частицы	1	0,3	Снежные кристаллы из трёх частиц диаметром 1 мм	○		
8	Куски мелкозернистой корки	до 10	0,4	Насыпные куски			
9							
10						15–50	0,28
11						до 5	0,32
12						до 10	0,3
13	Конгломераты слипшегося снега	10	0,34	Насыпные конгломераты из частиц диаметром 1 мм			
14			10–20			0,358	
15	Снег насыпной, частицы	1	0,42	—			
16	Частицы льда	5	0,53	Куски сосулек			
17			5–10			0,535	
18	Смесь в равных пропорциях 5-миллиметровых конгломератов слипшегося снега и частиц льда 5 мм	5	0,458	—	□		

Результаты измерений показателя преломления исследованных образцов снега отображены на *рис. 4* (см. с. "Рис. 4. Зависимость показателя преломления снега от его объёмной плотности: символы — полученные экспериментальные данные; пунктир — линейная аппроксимация (3)" на странице 23). Кроме того, на этом рисунке приведён график аппроксимационной линейной функции:

$$n = 1 + 0,74\rho_V, \quad (3)$$

где  $\rho_V$  — объёмная плотность снега. Среднеквадратичное отклонение экспериментальных значений от аппроксимационных составляет 0,09. Из *рис. 4* следует, что показатель преломления практически не зависит от размеров частиц льда и их упаковки, включая смеси соизмеримых с длиной волны частиц льда с мелкозернистым снегом.

Рис. 4. Зависимость показателя преломления снега от его объёмной плотности: символы — полученные экспериментальные данные; пунктир — линейная аппроксимация (3)

### Обсуждение

Основная проблема при интерпретации опубликованных к настоящему времени экспериментальных данных связана с широким разбросом измеренных значений показателя преломления снега, особенно в низкочастотном диапазоне. Вследствие этого в литературе циркулирует множество различных эмпирических зависимостей показателя преломления (или действительной части КДП) от объёмной плотности снега (Sihvola, 1999).

Теоретические формулы, как отмечалось выше, справедливы только в длинноволновом приближении, когда длина волны  $\lambda$  много больше размеров  $d$  частиц льда. В этом случае снег рассматривается как однородный диэлектрический слой с эффективной диэлектрической проницаемостью, которая не зависит от размеров частиц, но определяется их формой и плотностью (Colbeck, 1982). Наиболее широкие границы справедливости имеет теория сильных флуктуаций, однако, например, на частоте 37,5 ГГц её применимость в случае снега ограничена частицами с размерами до 1 мм, что соответствует мелкозернистому снегу (Голунов, 2015).

Первые измерения КДП снега, относящиеся к микроволновому диапазону, выполнены на частоте 9,375 ГГц (Cumming, 1952). Позднее эти данные были подтверждены результатами высокоточных измерений на частоте 1 ГГц (Matzler, 1996). В результате анализа применимости различных теоретических формул к описанию экспериментальных значений  $\epsilon'(\rho_V)$  показано (Matzler, 1996), что экспериментальная зависимость  $\epsilon'(\rho_V)$  снега наилучшим образом описывается формулой Полдера – ван Сантена, которая для смеси сферических частиц и воздуха в приближении пренебрежимо малого поглощения записывается в виде:

$$\frac{\epsilon' - 1}{3\epsilon'} = \rho_V \frac{\epsilon'_l - 1}{\epsilon'_l + 2\epsilon'}, \quad (4)$$

где  $\epsilon'_l$  — действительная часть КДП льда. Другие известные экспериментальные зависимости  $\epsilon'(\rho_V)$  в микроволновом диапазоне аппроксимированы авторами на интервале  $\rho_V < 0,5$  следующими эмпирическими соотношениями:

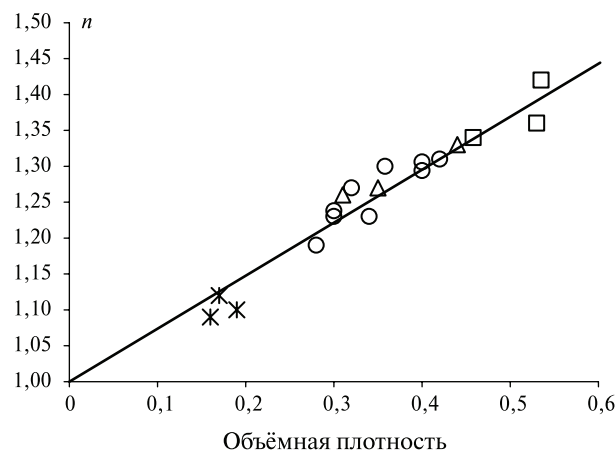
$$\epsilon' = 1 + 1,7\rho_V + 0,7\rho_V^2 \quad (\text{Tiuri et al., 1984}), \quad (5)$$

$$\epsilon' = 1 + 1,91\rho_V \quad (\text{Hallikainen et al., 1986}). \quad (6)$$

На рис. 5 показаны экспериментальные данные — как полученные в настоящей работе, так и приведённые в публикации (Cumming, 1952), а также графики зависимостей  $\epsilon'(\rho_V)$ , рассчитанные по формулам (4)–(6) и по формуле (7), следующей из соотношения (3):

$$\epsilon' = (1 + 0,74\rho_V)^2. \quad (7)$$

Анализ графиков и экспериментальных данных на рис. 5 (см. с. 24) показывает, что формула Полдера – ван Сантена (4) действительно наилучшим образом описывает экспериментальную зависимость  $\epsilon'(\rho_V)$  сухого снега, но благодаря экспериментальным данным, полученным в настоящей работе, можно утверждать, что её применимость не ограничивается малыми в сравнении с длиной волны размерами частиц.



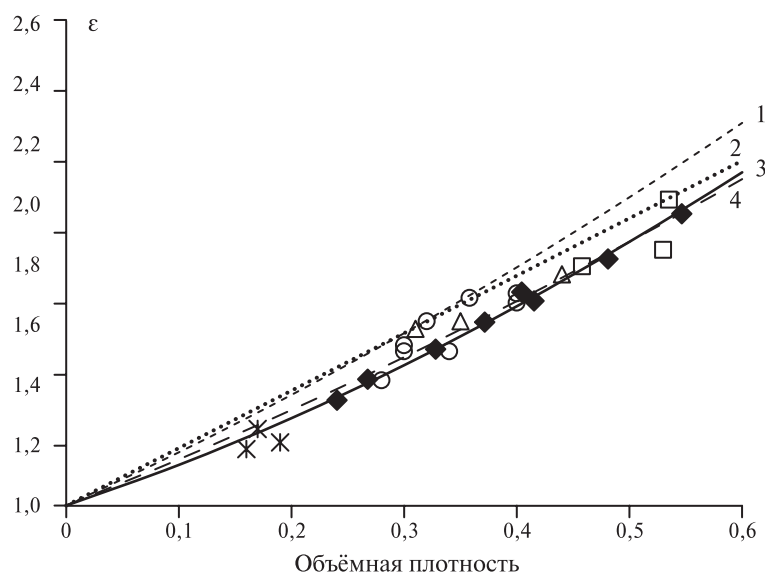


Рис. 5. Зависимости действительной части комплексной диэлектрической проницаемости от объёмной плотности снега: 1 — модель (5); 2 — модель (6); 3 — модель (4); 4 — модель (7); символы — экспериментальные данные, включая данные работы (Cumming, 1952), показанные символами в виде сплошных ромбов

## Заключение

В настоящей работе методом призмы на частоте 37,5 ГГц выполнено экспериментальное исследование зависимости показателя преломления сухого снега от объёмной плотности на интервале её значений 0,16–0,535 и размеров частиц до 10 мм. Исследованные образцы снега имели как самосформировавшуюся, так и разрушенную структуру. Кроме того, использованы различные комбинации смеси из кусков мелкозернистой снежной корки и крупных осколков сосулек. Сравнительный анализ полученных в работе экспериментальных данных с известными данными показал, что зависимость действительной части КДП сухого снега от объёмной плотности описывается формулой Полдера – ван Сантена независимо от структуры снега при размерах частиц, соизмеримых с длиной волны.

Работа выполнена по госзаданию Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

## Литература

1. Аплеталин В. Н., Голунов В. А., Чигряй Е. Е. Диэлектрические свойства льда и снега в ММ диапазоне волн // Тр. 1-й Всесоюзной школы-симп. по распространению миллиметровых и субмиллиметровых волн в атмосфере. М., 1983. С. 156–160.
2. Голунов В.А. Когерентное ослабление электромагнитных волн в слабо поглощающих плотных случайных дискретных (снегоподобных) средах // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 1. С. 31–37. DOI: 10.7868/S0033849415010052.
3. Голунов В.А., Коротков В.А., Сухонин Е.В. Эффекты рассеяния при излучении миллиметровых волн атмосферой и снежным покровом // Итоги науки и техники. Сер. «Радиотехника». М.: ВИНТИ, 1990. Т. 41. С. 68–136.
4. Голунов В.А., Гордеев К.В., Рыков К.Н. Пассивные измерения показателя преломления жидкого азота и сыпучих веществ методом призмы в миллиметровом диапазоне волн // Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии. 2021. Т. 13. № 4. С. 435–442. DOI: 10.17725/gensit.2021.13.435.
5. Кузьмин П. П. Физические свойства снежного покрова. Л.: Гидрометеиздат, 1957. 178 с.
6. Оделевский В. И. Расчет обобщенной проводимости гетерогенных систем // Журн. техн. физики. 1951. Т. 21. Вып. 6. С. 678–685.



7. Рыжов Ю. А., Тамойкин В. В., Татарский В. И. О пространственной дисперсии неоднородных сред // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1965. Т. 48. № 2. С. 656–665.
8. Ambach W., Denoth A. Studies on the dielectric properties of snow // Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie. 1972. Vol. 8. P. 113–123.
9. Colbeck S. C. The geometry and permittivity of snow at high frequencies // J. Applied Physics. 1982. V. 53. Iss. 6. P. 4495–4500.
10. Cumming W. The dielectric properties of ice and snow at 3.2 cm // J. Applied Physics. 1952. V. 23. P. 768–773.
11. Denoth A. Effect of grain geometry on electrical properties of snow at frequencies up to 100 MHz // J. Applied Physics. 1982. V. 53. P. 7496–7501.
12. Evans S. Dielectric properties of ice and snow: A review // J. Glaciology. 1965. No. 5. P. 773–792.
13. Hallikainen M., Ulaby F., Abdelrazik M. Dielectric properties of snow in 3 to 37 GHz range // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1986. V. AP-34. No. 11. P. 1329–1340.
14. Matzler C. Microwave permittivity of dry snow // IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing. 1996. V. 34. No. 2. P. 573–581.
15. Matzler C., Wegmuller U. Dielectric properties of fresh-water ice at microwave frequencies // J. Physics D: Applied Physics. 1987. V. 20. P. 1623–1630.
16. Polder D., van Santen J. H. The effective permeability of mixtures of solids // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1946. V. 12. No. 5. P. 257–271.
17. Sihvola A. Electromagnetic Mixing Formulas and Applications. IEE Electromagnetic Waves Ser. L., 1999. V. 47. 284 p.
18. Sihvola A., Kong J. A. Effective permittivity of dielectric mixtures // IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing. 1988. V. 26. No. 4. P. 420–429.
19. Sihvola A., Nyfors E., Tiuri M. Mixing formulae and experimental results for the dielectric constant of snow // J. Glaciology. 1985. V. 31. No. 108. P. 163–170.
20. Stogryn A. The bilocal approximation for the effective dielectric constant of an isotropic random medium // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1984. V. AP-32. No. 5. P. 517–520.
21. Sugiyama S., Enomoto H., Fujita S., Fukui K., Nakazawa F., Holmilund P. Dielectric permittivity of snow measured along the route traversed in the Japanese–Swedish Antarctic Expedition 2007/08 // Annals of Glaciology. 2010. V. 51. No. 55. P. 9–15.
22. Tiuri M. T., Sihvola A. H., Nyfors E. G., Hallikainen M. T. The complex dielectric constant of snow at microwave frequencies // IEEE J. Oceanic Engineering. 1984. V. 9. No. 5. P. 377–382.
23. Tsang L., Kong J. A. Scattering of electromagnetic waves for random media with strong permittivity fluctuations // Radio Science. 1981. V. 16. No. 3. P. 303–320.
24. Tsang L., Kong J. A., Newton R. W. Application of strong fluctuation random medium theory to scattering of electromagnetic waves from a half-space of dielectric mixture // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1982. V. AP-30. No. 2. P. 292–302.
25. Tsang L., Kong J. A., Shin R. Theory of Microwave Remote Sensing. N. Y.: Wiley-Interscience, 1985. 632 p.
26. Zhuck N. P., Schuemann K., Shulga S. N. Effective permittivity of a statistically inhomogeneous medium with strong permittivity fluctuations // J. Electromagnetic Waves and Applications. 2004. V. 18. No. 3. P. 357–359.

## Experimental study of the dielectric properties of dry snow with large particles at a frequency of 37.5 GHz

V. A. Golunov

*Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics RAS, Fryazino Branch  
Fryazino 141190, Moscow Region, Russia  
E-mail: golsnow@mail.ru*

In this work, using the prism method at a frequency of 37.5 GHz, an experimental study was made of the dependence of the refractive index of dry snow on bulk density in the range of its values 0.16–0.535 and particle sizes up to 10 mm. The studied snow samples had both self-formed and destroyed structures. In addition, various combinations of a mixture of pieces of fine-grained snow crust and large

fragments of icicles were used. A comparative analysis of the experimental data obtained in this work with the known data showed that the dependence of the real part of the complex permittivity of dry snow on the bulk density is described by the Polder – van Santen formula, regardless of the snow structure, with particle sizes at least comparable with the wavelength.

**Keywords:** dry snow, refractive index, bulk density, wavelength-comparable ice particles, experiment, prism method

Accepted: 07.10.2022

DOI: 10.21046/2070-7401-2022-19-5-19-27

## References

1. Apletalin V. N., Golunov V. A., Chigryai E. E., Dielectric properties of ice and snow in the millimeter wave range, *Trudy 1-i Vsesoyuznoi shkoly-simpoziuma po raspredeleniyu millimetrovykh i submillimetrovykh voln v atmosfere* (Proc. 1<sup>st</sup> All-Union School-Symp. Propagation of Millimeter and Submillimeter Waves in the Atmosphere), Moscow, 1983, pp. 156–160 (in Russian).
2. Golunov V. A., Coherent attenuation of electromagnetic waves by weakly absorbing dense random discrete (snow-like) media, *J. Communications Technology and Electronics*, 2015, Vol. 60, No. 1, pp. 29–34. DOI: 10.1134/S1064226915010052.
3. Golunov V. A., Korotkov V. A., Sukhonin E. V., Scattering effects upon millimeter waves emission from atmosphere and snow cover, *Itogi nauki i tekhniki. Ser. "Radiotekhnika"*, Moscow: VINITI, 1990, Vol. 41, pp. 68–136 (in Russian).
4. Golunov V. A., Gordeev K. V., Rykov K. N., Passive measurements of the refractive index of liquid nitrogen and free-flowing substances by the prism method in the millimeter wavelength range, *Radioelektronika. Nanosistemy. Informatsionnye tekhnologii*, 2021, Vol. 13, No. 4, pp. 435–442 (in Russian), DOI: 10.17725/rensit.2021.13.435.
5. Kuzmin P. P., *Fizicheskie svoystva snezhnogo pokrova* (Physical properties of snow cover), Leningrad: Gidrometeoizdat, 1957, 178 p.
6. Odelevskii V. I., Calculation of the generalized conductivity of heterogeneous systems, *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*, 1951, Vol. 21, No. 6, pp. 678–685 (in Russian).
7. Ryzhov Yu., Tamoikin V., Tatarskii V., Spatial dispersion of inhomogeneous media, *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki*, 1965, Vol. 21, pp. 433–438 (in Russian).
8. Ambach W., Denoth A., Studies on the dielectric properties of snow, *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, 1972, Vol. 8, pp. 113–123.
9. Colbeck S. C., The geometry and permittivity of snow at high frequencies, *J. Applied Physics*, 1982, Vol. 53, No. 6, pp. 4495–4500.
10. Cumming W., The dielectric properties of ice and snow at 3.2 cm, *J. Applied Physics*, 1952, Vol. 23, pp. 768–773.
11. Denoth A., Effect of grain geometry on electrical properties of snow at frequencies up to 100 MHz, *J. Applied Physics*, 1982, Vol. 53, pp. 7496–7501.
12. Evans S., Dielectric properties of ice and snow: A review, *J. Glaciology*, 1965, No. 5, pp. 773–792.
13. Hallikainen M., Ulaby F., Abdelrazik M., Dielectric properties of snow in 3 to 37 GHz range, *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 1986, Vol. AP-34, No. 11, pp. 1329–1340.
14. Matzler C., Microwave permittivity of dry snow, *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 1996, Vol. 34, No. 2, pp. 573–581.
15. Matzler C., Wegmuller U., Dielectric properties of fresh-water ice at microwave frequencies, *J. Physics D: Applied Physics*, 1987, Vol. 20, pp. 1623–1630.
16. Polder D., van Santen J. H., The effective permeability of mixtures of solids, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1946, Vol. 12, No. 5, pp. 257–271.
17. Sihvola A., *Electromagnetic Mixing Formulas and Applications*, IEE Electromagnetic Waves Ser., London, 1999, Vol. 47, 284 p.
18. Sihvola A., Kong J. A., Effective permittivity of dielectric mixtures, *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 1988, Vol. 26, No. 4, pp. 420–429.
19. Sihvola A., Nyfors E., Tiuri M., Mixing formulae and experimental results for the dielectric constant of snow, *J. Glaciology*, 1985, Vol. 31, No. 108, pp. 163–170.
20. Stogryn A., The bilocal approximation for the effective dielectric constant of an isotropic random medium, *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 1984, Vol. AP-32, No. 5, pp. 517–520.



21. Sugiyama S., Enomoto H., Fujita S., Fukui K., Nakazawa F., Holmilund P., Dielectric permittivity of snow measured along the route traversed in the Japanese–Swedish Antarctic Expedition 2007/08, *Annals of Glaciology*, 2010, Vol. 51, No. 55, pp. 9–15.
22. Tiuri M. T., Sihvola A. H., Nyfors E. G., Hallikainen M. T., The complex dielectric constant of snow at microwave frequencies, *IEEE J. Oceanic Engineering*, 1984, Vol. 9, No. 5, pp. 377–382.
23. Tsang L., Kong J. A., Scattering of electromagnetic waves for random media with strong permittivity fluctuations, *Radio Science*, 1981, Vol. 16, No. 3, pp. 303–320.
24. Tsang L., Kong J. A., Newton R. W., Application of strong fluctuation random medium theory to scattering of electromagnetic waves from a half-space of dielectric mixture, *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 1982, Vol. AP-30, No. 2, pp. 292–302.
25. Tsang L., Kong J. A., Shin R., *Theory of Microwave Remote Sensing*, New York: Wiley-Interscience, 1985, 632 p.
26. Zhuck N. P., Schuemann K., Shulga S. N., Effective permittivity of a statistically inhomogeneous medium with strong permittivity fluctuations, *J. Electromagnetic Waves and Applications*, 2004, Vol. 18, No. 3, pp. 357–359.