**Экспериментальное исследование диэлектрических свойств сухого снега с крупными частицами на частоте 37.5 ГГц**

**В.А. Голунов**

*Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН,*

*Фрязинский филиал, Фрязино 141190, Московская обл., Российская Федерация*

*E-mail:* [*golsnow@mail.ru*](mailto:golsnow@mail.ru)

В данной работе методом призмы на частоте 37.5 ГГц выполнено экспериментальное исследование зависимости показателя преломления сухого снега от объемной плотности на интервале ее значений 0.16…0.535 и размеров частиц до 10 мм. Исследованные образцы снега имели как самосформировавшуюся, так и разрушенную структуру. Кроме того, использованы различные комбинации смеси из кусков мелкозернистой снежной корки и крупных осколков сосулек. Сравнительный анализ полученных в данной работе экспериментальных данных с известными данными показал, что зависимость действительной части комплексной диэлектрической проницаемости сухого снега от объемной плотности описывается формулой Полдер-ван Сантена независимо от структуры снега при размерах частиц, по крайней мере, соизмеримых с длиной волны.

**Ключевые слова:** сухой снег, показатель преломления, объемная плотность, соизмеримые с длиной волны частицы льда, эксперимент, метод призмы.

**Введение**

Определение диэлектрических свойств снега необходимо для решения задач дистанционного зондирования снежного покрова. В связи с этим диэлектрические свойства снега исследовались в полевых и лабораторных условиях в широком диапазоне волн, но, особенно, при длинах волн, много больших размеров снежных кристаллов (Cumming, 1952; Evans, 1965; Ambach, Denoth, 1972; Colbeck, 1982; Denoth, 1982; Аплеталин, Голунов, Чигряй, 1983; Tiuri et al, 1984; Sihvola, Nyfors, Tiuri, 1985; Hallikainen, Ulaby, Abdelrazik. 1986; Matzler, 1996; Sugiyama et al, 2010).

Сухой снег представляет собой смесь воздуха и ледяных частиц неправильной формы. Диэлектрические свойства пресноводного льда в миллиметровом диапазоне волн достаточно хорошо изучены (Matzler, Wegmulle, 1987; Голунов, Коротков, Сухонин, 1990). Одной из их основных особенностей является независимость показателя преломления льда во всем микроволновом диапазоне.

Достаточно строгое теоретическое описание диэлектрической проницаемости снега развито в рамках теории эффективной среды в приближении частиц, малых в сравнении с длиной волны (см., например, (Polder, van Santen, 1946; Оделевский, 1951; Рыжов, Тамойкин, Татарский, 1965; Tsang, Kong, Newton, 1982; Stogryn,1984; Sihvola, Nyfors, Tiuri, 1985; Tsang, Kong, Shin, 1985; Tsang, Kong, 1985; Sihvola, Kong, 1988; Sihvola, 1999, Zhuck, Schuemann, Shulga, 2004)). Основным параметром, определяющим диэлектрические свойства сухого снега, как установлено экспериментально, является объемная плотность частиц льда, при этом в длинноволновом диапазоне размер частиц является несущественным параметром (Cumming, 1952; Evans, 1965). Однако, неправильная форма частиц льда в снеге не позволяет в длинноволновом диапазоне прямо описать их эллипсоидами; в связи с чем в качестве подгоночного параметра при описании комплексной диэлектрической проницаемости (КДП) используется фактор деполяризации (Colbeck, 1982).

Для измерения показателя преломления снега использовались различные методы, учитывающие как особенности исследуемой среды, так и технические возможности используемого диапазона волн. Так, в длинноволновом диапазоне применялись, в основном, методы, реализуемые с помощью волноводных и резонаторных систем (Cumming, 1952; Ambach, Denoth, 1972; Denoth, 1982; Tiuri et al, 1984), а в диапазоне миллиметровых волн - с помощью активных открытых систем ([6, Аплеталин, Голунов, Чигряй, 1983; Tiuri et al, 1984).

Размеры частиц льда в снеге могут изменяться от 0.1мм до 10мм (Кузьмин, 1957). Из этого следует, что в миллиметровом диапазоне волн размеры частиц могут быть соизмеримы или даже больше длины волны. При увеличении размера частиц возникает многократное рассеяние между отдельными частицами, что оказывает влияние на диэлектрические свойства среды. Строгий учет эффекта рассеяния, осуществляемый в рамках теории сильных флуктуаций (Рыжов, Тамойкин, Татарский, 1965; Zhuck, Schuemann, Shulga, 2004), квазикристаллического приближения (QCA) и квазикристаллического приближения с когерентным потенциалом (QCA-CP) (Tsang, Kong, Shin, 1985), незначительно увеличивает допустимое отношение размера частиц к длине волны. Большое практическое значение всех теоретических формул заключается в том, что они позволяют в рамках их применимости рассчитывать как действительную, так мнимую части комплексной диэлектрической проницаемости смесей. В таких случайных плотных средах, как сухой снежный покров с соизмеримыми с длиной волны частицами льда, возникает крайне сильное объемное рассеяние, затрудняющее пока строго рассчитывать как интенсивность рассеяния, так и тепловые потери.

Цель работы – экспериментально исследовать зависимости показателя преломления сухого снега от его объемной плотности при малых и крупных частицах льда на длине волны 8 мм.

Измерения показателя преломления снега выполнены в лабораторных условиях методом, являющимся, по сути, известным в оптике методом призмы.

**Аппаратура и методика измерения**

Использование преломляющих свойств призмы для измерения показателя преломления веществ предполагает, чтобы эти вещества имели призматическую форму. Если при исследовании твердых веществ такая форма изготавливается за счет их соответствующей обработки, то при исследовании жидкостей и сыпучих веществ необходима предварительная заготовка призматической емкости. В предложенном исследовании для придания таким образцам необходимой призматической формы были изготовлены прямоугольные полые призмы с входными и выходными для излучения гранями, изготовленными из листового пенопласта марки «Пеноплэкс» толщиной 20 мм, который обеспечивал как необходимую жесткость призмы, так и практически абсолютную прозрачность для ММ волн. Основание призмы изготовлено из дерева в форме прямоугольного треугольника. Чертеж призматической кюветы показан на *рис. 1*.



*Рис. 1. Конструкция прямоугольной призмы: 1- пенопласт, 2 – дерево*

Такие призмы уже успешно использовались в режиме теплового излучения для измерения показателя преломления жидкого азота и ряда сыпучих веществ (Голунов, Гордеев, Рыков, 2021)

На *рис. 2* показан ход лучей в прямоугольной призме, наполненной веществом с



*Рис. 2. Ход лучей в призме*

показателем преломления *n*, при нормальном падении плоской волны сверху. Угол падения на нижнюю грань α и угол преломления α+β связаны соотношением Снеллиуса

 (1)

На расстоянии *OB=L* от преломляющей грани луч смещается в поперечном направлении на расстояние *AB=x*. Если *L* и *x* известны, то показатель преломления в соответствии с (1) определяется следующим образом:

 (2)

Соотношение (2) является, по сути, классическим алгоритмом измерения показателя преломления веществ.

Схема измерений показана на *рис. 3*.Приемная система представляла собой диодную



*Рис.3. Схема измерения показателя преломления: 1- генератор, 2 – сканер, 3 – призма, 4- линза, 5 – приемник*

головку, подключенную к рупорно-линзовой антенне при диаметре апертуры 200 мм и фокусном расстоянии линзы 400 мм. Источником излучения являлся генератор на диоде Ганна, подключенный к рупорной антенне с апертурой 80х70 мм. Частота излучения 37.5 ГГц. Энергетический потенциал приемо-передающей системы составлял не менее 40 дБ.

Излучающая система перемещалась перпендикулярно к оптической оси антенны на расстоянии 2.3 м от призмы, установленной почти вплотную к линзе. Размеры грани призмы, примыкающей к линзе, составляли 250х200 мм. В зависимости от структуры снега использовались две призматические кюветы, отличающиеся только значениями угла α (100 и 250), показанного на *рис. 1*.

Преломленный луч обнаруживался в процессе указанного выше перемещения излучающей системы и углового совмещения электрической оси ее рупорной антенны с направлением преломленного луча. Смещение *АВ*, показанное на *рис. 2*, фиксировалось при достижении максимального выходного сигнала приемной системы.

Измерения показателя преломления снега проведены в охлажденном помещении.

**Экспериментальные результаты**

В процессе исследования использовались образцы снега, изъятые из различных слоев уличного мартовского снежного покрова. Самосфомировавшаяся структура снежного покрова была достаточно однородной и состояла, преимущественно, из слипшегося мелкозернистого снега. В связи с этим исследовался, в основном, мелкозернистый снег в виде корки, кусков корки (конгломератов) и размельченной до зерен корки. Крупные частицы льда представляли собой просеянные через сетку осколки сосулек. Обильное выпадение свежевыпавшего снега на заключительном этапе исследований позволило дополнительно выполнить измерения его показателя преломления при минимальных нарушениях структуры. Параметры исследованных снежных структур приведены в таблице.

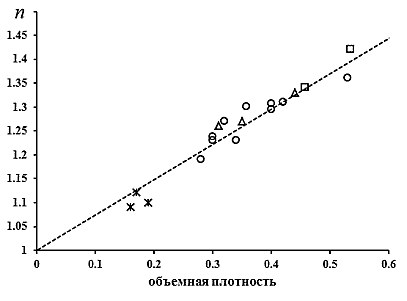
*Таблица*. Параметры исследованных снежных структур

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ***Вид снега или смеси*** | ***Размеры, мм*** | ***Объемная плотность*** | ***Примечание*** | ***Символы***  ***на рис. 4*** |
| 1 | односуточный свежевыпавший снег с ненарушенной структурой, снежинки | <0.4 мм | 0.16 |  | ж |
| 2 | односуточный свежевыпавший снег с ненарушенной структурой, снежинки | <0.4 мм | 0.17 |  | ж |
| 3 | односуточный свежевыпавший снег с ненарушенной структурой, снежинки | <0.4 мм | 0.19 |  | ж |
| 4 | многосуточный слипшийся снег, частицы | <<1мм | 0.31 |  | ∆ |
| 5 | многосуточный слипшийся снег, частицы | <<1мм | 0.35 |  | ∆ |
| 6 | уплотненный многосуточный снег, частицы | <<1мм | 0.44 |  | ∆ |
| 7 | сплошная мелкозернистая корка, частицы | 1мм | 0.3 | снежные кристаллы из 3-х частиц 1мм | о |
| 8 | куски мелкозернистой корки | до 10мм | 0.4 | насыпные куски | о |
| 9 | куски мелкозернистой корки | до 10мм | 0.4 | насыпные куски | о |
| 10 | куски мелкозернистой корки | 15…50мм | 0.28 | насыпные куски | о |
| 11 | куски мелкозернистой корки | до 5мм | 0.32 | насыпные куски | о |
| 12 | куски мелкозернистой корки | до 10мм | 0.3 | насыпные куски | о |
| 13 | конгломераты слипшегося снега | 10мм | 0.34 | насыпные конгломераты из частиц диаметром 1мм | о |
| 14 | конгломераты слипшегося снега | 10…20мм | 0.358 | насыпные конгломераты из частиц диаметром 1мм | о |
| 15 | снег насыпной, частицы | 1мм | 0.42 |  | о |
| 16 | частицы льда | 5мм | 0.53 | куски сосулек | о |
| 17 | частицы льда | 5…10мм | 0.535 | куски сосулек | **□** |
| 18 | смесь в равных пропорциях 5-ти миллиметровых конгломератов слипшегося снега и частиц льда 5мм | 5мм | 0.458 |  | **□** |

Результаты измерений показателя преломления исследованных образцов снега показаны на *рис. 4*. Кроме того, на этом рисунке приведен график аппроксимационной линейной функции

 (3)

где ρ*V* – объемная плотность снега. Среднеквадратичное отклонение экспериментальных значений от аппроксимационных составляет 0.09. Из *рис. 4* следует, что показатель преломления практически не зависит от размеров частиц льда и их упаковки, включая смеси соизмеримых с длиной волны частиц льда с мелкозернистым снегом.



*Рис. 4. Зависимости показателя преломления снега от его объемной плотности: символы – полученные экспериментальные данные, пунктир – линейная аппроксимация (3)*

**Обсуждение**

Основная проблема при интерпретации опубликованных к настоящему времени экспериментальных данных связана с широким разбросом измеренных значений показателя преломления снега, особенно, в низкочастотном диапазоне. Вследствие этого в литературе циркулирует множество различных эмпирических зависимостей показателя преломления (или действительной части КДП) от объемной плотности снега (Sihvola, 1999).

Теоретические формулы, как отмечалось выше, справедливы только в длинноволновом приближении, когда длина волны λ много больше размеров *d* частиц льда. В этом случае снег рассматривается как однородный диэлектрический слой с эффективной диэлектрической проницаемостью, которая не зависит от размеров частиц, но определяется их формой и плотностью частиц (Colbeck, 1982). Наиболее широкие границы справедливости имеет теория сильных флуктуаций, однако, например, на частоте 37.5 ГГц ее применимость в случае снега ограничена частицами с размерами до 1 мм, что соответствует мелкозернистому снегу (Голунов, 2015).

Первые измерения КДП снега, относящиеся к микроволновому диапазону, выполнены на частоте 9.375 ГГц (Cumming, 1952). Позднее эти данные были подтверждены результатами высокоточных измерений на частоте 1 ГГц (Matzler, 1996). В результате анализа применимости различных теоретических формул к описанию экспериментальных значений εʹ(ρ*V*) показано (Matzler, 1996), что экспериментальная зависимость εʹ(ρ*V*) снега наилучшим образом описывается формулой Полдер-ван Сантена, которая для смеси сферических частиц и воздуха в приближении пренебрежимо малого поглощения записывается в виде:

, (4)

где εʹл – действительная часть КДП льда. Другие известные экспериментальные зависимости εʹ(ρ*V*) в микроволновом диапазоне аппроксимированы авторами на интервале ρ*V***<**0.5 следующими эмпирическими соотношениями:

 (5)

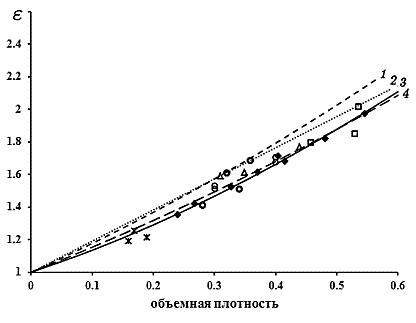
- (Tiuri et al, 1984),

 (6)

- (Hallikainen, Ulaby, Abdelrazik. 1986).

На *рис. 5* показаны экспериментальные данные, полученные как в данной работе, так и приведенные в (Cumming, 1952), а также графики зависимостей εʹ(ρ*V*), рассчитанные по формулам (4)-(6) и по формуле (7), следующей из (3):

 (7)



*Рис. 5. Зависимости действительной части комплексной диэлектрической проницаемости от объемной плотности снега: 1 – модель (5), 2 – модель (6), 3 – модель (4), 4 – модель (7), символы – экспериментальные данные, включая данные (Cumming, 1952), показанные символами в виде сплошных ромбов*

Анализ графиков и экспериментальных данных на *рис. 5* показывает, что формула Полдер-ван Сантена (4) действительно наилучшим образом описывает экспериментальную зависимость εʹ(ρ*V*) сухого снега, но, благодаря экспериментальным данным, полученным в данной работе, можно утверждать, что ее применимость не ограничивается малыми в сравнении с длиной волны размерами частиц.

**Заключение**

В данной работе методом призмы на частоте 37.5 ГГц выполнено экспериментальное исследование зависимости показателя преломления сухого снега от объемной плотности на интервале ее значений 0.16…0.535 и размеров частиц до 10 мм. Исследованные образцы снега имели как самосформировавшуюся, так и разрушенную структуру. Кроме того, использованы различные комбинации смеси из кусков мелкозернистой снежной корки и крупных осколков сосулек. Сравнительный анализ полученных в данной работе экспериментальных данных с известными данными показал, что зависимость действительной части КДП сухого снега от объемной плотности описывается формулой Полдер-ван Сантена независимо от структуры снега при размерах частиц, соизмеримых с длиной волны.

Работа выполнена по госзаданию Института радиотехники и электроники имени В.А.Котельникова РАН.

**Литература**

1. *Аплеталин В.Н., Голунов В.А., Чигряй Е.Е.* Диэлектрические свойства льда и снега в ММ диапазоне волн // Труды I Всес. шк.-симп. по распр. ММ и СБММ волн в атмосфере. М. 1983. С.156-160.
2. *Голунов В.А.* Когерентное ослабление электромагнитных волн в слабо поглощающих плотных случайных дискретных (снегоподобных) средах // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 1. С. 31-37.
3. *Голунов В.А., Коротков В.А., Сухонин Е.В.* Эффекты рассеяния при излучении миллиметровых волн атмосферой и снежным покровом // Итоги науки и техники. Сер. Радиотехника. Т. 41. М.: ВИНИТИ, 1990. С. 68-136
4. *Голунов В. А., Гордеев К. В., Рыков К. Н.* Пассивные измерения показателя преломления жидкого азота и сыпучих веществ методом призмы в миллиметровом диапазоне волн // РЭНСИТ. 2021. Т. 13. № 4. P. 435-442.
5. *Кузьмин П.П.* Физические свойства снежного покрова. Л.: Гидрометеоиздат. 1957. 178 с.
6. *Оделевский В.И.* Расчет обобщенной проводимости гетерогенных систем // ЖТФ. 1951. Т.21. Вып. 6. С. 678-685.
7. *Рыжов Ю.А., Тамойкин В.В., Татарский В.И.* О пространственной дисперсии неоднородных сред // ЖЭТФ. 1965. Т. 48. № 2. С. 656-665.
8. *Ambach W., Denoth A.* Studies on the dielectric properties of snow. // Zeitschrift fiir Gletscherkunde und Glazialgeologie. 1972. Vol. 8. P. 113-123.
9. *Colbeck S.C.* The geometry and permittivity of snow at high frequencies. // J. Appl. Phys. 1982. Vol. 53. Issue 6. P. 4495-4500.
10. *Cumming W.* The dielectric properties of ice and snow at 3.2 cm // J. Appl. Phys. 1952. Vol. 23. P. 768-773.
11. *Denoth A.* Effect of grain geometry on electrical properties of snow at frequencies up to 100 MHz // J. Appl. Phys. 1982. Vol. 53. P. 7496-7501.
12. *Evans S.* Dielectric properties of ice and snow. A review // J. Glaciol. 1965. No. 5. P. 773-792.
13. *Hallikainen M., Ulaby F., Abdelrazik M.* Dielectric properties of snow in 3 to 37 GHz range // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 1986. Vol. AP-34. No. 11. P. 1329–1340.
14. *Matzler C.* Microwave permittivity of dry snow // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 1996. Vol. 34. No. 2. P. 573-581.
15. *Matzler C., Wegmuller U.* Dielectric properties of fresh-water ice at microwave frequencies // J. Phys. D: Appl. Phys. 1987. Vol. 20. P. 1623-1630.
16. *Polder D., van Santen J.H.* The effective permeability of mixtures of solids // Physica.1946. Vol. 12. No. 5. P. 257-271.
17. Sihvola A. Electromagnetic Mixing Formulas and Applications. London: IET. Electromagnetic Waves Series, 1999. Vol. 47. 284 p.
18. *Sihvola A., Nyfors E., Tiuri M.* Mixing formulae and experimental results for the dielectric constant of snow // J. Glaciology. 1985. Vol. 31. No. 108. P. 163-170.
19. *Sihvola A., Kong J. A.* Effective permittivity of dielectric mixtures // IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing. 1988. Vol. 26. No. 4. P. 420-429.
20. *Stogryn A.* The bilocal approximation for the effective dielectric constant of an isotropic random medium // IEEE Trans. 1984. Vol. AP-32. No. 5. P. 517–520.
21. *Sugiyama S., Enomoto H., Fujita S., Fukui K., Nakazawa F., Holmilund P.* Dielectric permittivity of snow measured along the route traversed in the Japanese–Swedish Antarctic Expedition 2007/08 // Annals of Glaciology. 2010. Vol. 51. No. 55. P. 9-15.
22. *Tiuri M.T., Sihvola A.H., Nyfors E.G., Hallikainen M.T.* The complex dielectric constant of snow at microwave frequencies // IEEE J. Ocean. Eng. 1984. Vol. 9. No.5. P. 377–382.
23. Tsang L., Kong J. A., Scattering of electromagnetic waves for random media with strong permittivity fluctuations // Radio Sci. 1981.Vol. 16. No. 3. P. 303–320,
24. *Tsang L., Kong J. A., Newton R. W.* Application of strong fluctuation random medium theory to scattering of electromagnetic waves from a half-space of dielectric mixture // IEEE Trans. 1982. Vol. AP-30. No. 2. P. 292–302.
25. *Tsang L., Kong J.A., Shin R.* Theory of Microwave Remote Sensing. New York: Wiley-Interscience, 1985. 632 p.
26. *Zhuck N.P., Schuemann K., Shulga S.N.* Effective permittivity of a statistically inhomogeneous medium with strong permittivity fluctuations // J. Electromagnetic Waves and Applications. 2004. Vol. 18. No. 3. P. 357-359.

**Experimental study of the dielectric properties of dry snow with large particles at the frequency of 37.5 GHz**

**V.A. Golunov**

*Fryazino Branch, Kotel’nikov Institute of Radio Engineering and Electronics, RAS,*

*Fryazino, Moscow oblast, 141190, Russia*

*E-mail:* [*golsnow@mail.ru*](mailto:golsnow@mail.ru)

In this work, using the prism method at a frequency of 37.5 GHz, an experimental study was made of the dependence of the refractive index of dry snow on bulk density in the range of its values 0.16…0.535 and particle sizes up to 10 mm. The studied snow samples had both self-formed and destroyed structures. In addition, various combinations of a mixture of pieces of fine-grained snow crust and large fragments of icicles were used. A comparative analysis of the experimental data obtained in this work with the known data showed that the dependence of the real part of the complex permittivity of dry snow on the bulk density is described by the Polder-van Santen formula, regardless of the snow structure, with particle sizes at least comparable with the wavelength.

**Key words**: dry snow, refractive index, bulk density, wavelength-comparable ice particles, experiment, prism method.

**References**

1. Apletalin V.N., Golunov V.A., Chigryai E.E., Dielektricheskie svoistva l'da i snega v MM diapazone voln (Dielectric properties of ice and snow in the millimeter wave range), *Trudy I Vses. shk.-simp. po raspr. MM i SBMM voln v atmosphere* (Proceedings of the I All-Union School-Symposium on the Propagation of MM and SBMM Waves in the Atmosphere), M., 1983, pp.156-160.
2. Golunov V.A., Coherent attenuation of electromagnetic waves by weakly absorbing dense random discrete (snow-like) media, *J. Communications Technology @ Electronics,* 2015, Vol. 60, No.1, pp. 29-34.
3. Golunov V.A., Korotkov V.A., Sukhonin E.V.,Effekty rasseyaniya pri izluchenii millimetrovykh voln atmosferoi i snezhnym pokrovom (Scattering effects upon millimeter waves emission from atmosphere and snow cover), *Itogi nauki i tekhniki. Ser. Radiotekhnika,* 1990, Vol. 41, M., VINITI, pp. 68-136.
4. Golunov V.A., Gordeev K.V., Rykov K.N.,Passive measurements of the refractive index of liquid nitrogen and free-flowing substances by the prism method in the millimeter wavelength range, *RENSIT,* 2021, Vol. 13, No. 4, pp. 435-442.
5. Kuz'min P.P.*,* Fizicheskie svoistva snezhnogo pokrova (Physical properties of snow cover), *L.: Gidrometeoizdat*, 1957, 178 p.
6. Odelevskii V.I.Raschet obobshchennoi provodimosti geterogennykh system (Calculation of the generalized conductivity of heterogeneous systems), *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*, 1951, Vol. 21, No. 6, pp. 678-685.
7. Ryzhov Y., Tamoikin V., Tatarskii V.,Spatial dispersion of inhomogeneous media, *Soviet Phys. JETP,* 1965, Vol. 21, pp. 433-438.
8. Ambach W., Denoth A., Studies on the dielectric properties of snow, *Zeitschrift fiir Gletscherkunde und Glazialgeologie,* 1972, Vol. 8, pp. 113-123.
9. Colbeck S.C., The geometry and permittivity of snow at high frequencies, *J. Appl. Phys.,* 1982, Vol. 53, No. 6, pp. 4495-4500.
10. Cumming W.*,* The dielectric properties of ice and snow at 3.2 cm, *J. Appl. Phys.,* 1952, Vol. 23, pp. 768-773.
11. Denoth A., Effect of grain geometry on electrical properties of snow at frequencies up to 100 MHz, *J. Appl. Phys.,* 1982, Vol. 53, pp. 7496-7501.
12. Evans S., Dielectric properties of ice and snow. A review, *J. Glaciol*., 1965, No. 5, pp. 773-792.
13. Hallikainen, M., Ulaby F., Abdelrazik M., Dielectric properties of snow in 3 to 37 GHz range, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation,* 1986, Vol. AP-34, No. 11, pp. 1329–1340.
14. Matzler C., Microwave permittivity of dry snow, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens*., 1996, Vol. 34, No. 2, pp. 573-581.
15. Matzler C., Wegmuller U., Dielectric properties of fresh-water ice at microwave frequencies, *J. Phys. D: Appl. Phys.,* 1987, Vol. 20, pp. 1623-1630.
16. Polder D., van Santen J.H., The effective permeability of mixtures of solids, *Physica,*1946, Vol. 12, No. 5, pp. 257-271.
17. Sihvola A. Electromagnetic Mixing Formulas and Applications. London: IET. Electromagnetic Waves Series, 1999. Vol. 47. 284 p.
18. Sihvola A., Nyfors E., Tiuri M., Mixing formulae and experimental results for the dielectric constant of snow, *J. Glaciology,* 1985, Vol. 31, No. 108, pp. 163-170.
19. Sihvola A., Kong J.A., Effective permittivity of dielectric mixtures, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing,* 1988, Vol. 26, No. 4, pp. 420-429.
20. Stogryn A., The bilocal approximation for the effective dielectric constant of an isotropic random medium, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation,* 1984, Vol. AP-32, No. 5, pp. 517–520.
21. Sugiyama S., Enomoto H., Fujita S., Fukui K., Nakazawa F., Holmilund P., Dielectric permittivity of snow measured along the route traversed in the Japanese–Swedish Antarctic Expedition 2007/08, *Annals of Glaciology,* 2010, Vol. 51, No. 55, pp. 9-15.
22. Tiuri M.T., Sihvola A.H., Nyfors E.G., Hallikainen M.T., The complex dielectric constant of snow at microwave frequencies, *IEEE J. Ocean. Eng.,* 1984, Vol. 9, No.5, pp. 377–382.
23. Tsang L., Kong J. A., Scattering of electromagnetic waves for random media with strong permittivity fluctuations, *Radio Sci.,* 1981, Vol. 16, No. 3, pp. 303–320,
24. Tsang, L., Kong J. A., Newton R. W., Application of strong fluctuation random medium theory to scattering of electromagnetic waves from a half-space of dielectric mixture, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation,* 1982, Vol. AP-30, No. 2, pp. 292–302.
25. Tsang L., Kong J.A., Shin R., Theory of Microwave Remote Sensing, New *York: Wiley-Interscience,* 1985. 632 p.
26. Zhuck N.P., Schuemann K., Shulga S.N., Effective permittivity of a statistically inhomogeneous medium with strong permittivity fluctuations, *J. Electromagnetic Waves and Applications,* 2004, Vol. 18, No. 3, pp. 357-359.