

## МОДУЛЯЦИЯ СВЕТА

# Дифференцирование и интегрирование изображения в разных каналах с использованием одного акустооптического фильтра

В.М.Котов, С.В.Аверин, А.А.Зенкина, А.С.Белоусова, М.В.Карачевцева, А.Н.Булюк

*Теоретически и экспериментально исследована двумерная фурье-обработка изображения с использованием двух каналов, когда по одному каналу выполняется операция дифференцирования изображения, а по другому – операция интегрирования. Обе операции осуществляются одним акустооптическим (АО) фильтром пространственных частот, работающим в режиме АО дифракции в два симметричных брэгговских порядка. Проанализированы передаточные функции каналов, продемонстрированы операции дифференцирования и интегрирования. Результаты подтверждены экспериментально посредством оптической фурье-обработки изображения, сформированного излучением на длине волны света 0.63 мкм. В качестве фильтра пространственных частот использована АО ячейка из  $\text{TeO}_2$ , работающая на частоте звука 44 МГц.*

**Ключевые слова:** брэгговская дифракция в два симметричных порядка, одноосный гиротропный кристалл, дифференцирование и интегрирование изображения.

## 1. Введение

Для обработки оптических изображений широко используется фурье-метод [1, 2], основанный на фурье-преобразовании изображения, пропускании полученного фурье-образа через пространственный фильтр и обратного фурье-преобразования для получения выходного изображения. Привлекательность метода заключается в простоте его реализации на практике: фурье-преобразование осуществляется посредством «обычных» линз. Метод позволяет, в частности, выполнять такие операции над изображениями, как дифференцирование и интегрирование. В первом случае выделяется контур изображения, во втором – осуществляется его «сглаживание», что позволяет избавиться от ярких пятен, шумов, зернистости, различных неоднородностей изображения и т. п., в ряде случаев мешающих его идентификации [2, 3]. В качестве фильтров пространственных частот, являющихся одним из основных элементов фурье-обработки, находят применение акустооптические (АО) ячейки [4]. Ячейки позволяют выполнять как одномерную [5–7], так и двумерную [7–16] обработку изображений. Двумерная обработка предпочтительнее, однако она может быть реализована не во всех случаях АО взаимодействия. В частности, «обычный» брэгговский режим, при котором происходит дифракция только в один порядок, допускает обработку двумерного изображения лишь в двух геометриях АО взаимодействия – тангенциальной и коллинеарной [7–11]. В работе [7] исследованы операции двумерного дифференцирования и интегрирования изображения с помощью АО фильтра, основанного на тангенциальной геометрии. В результате

исследований был сделан вывод о том, что для двумерной обработки изображений передаточные функции фильтра должны быть осесимметричными. Для дифференцирования изображения вид функции должен иметь колоколообразное распределение, для интегрирования – распределение в виде тора. Дифракция с использованием нескольких дифракционных порядков принципиально отличается от дифракции в один порядок: здесь распределение передаточных функций не является осесимметричным. Оно, как правило, имеет вид изогнутых линий, линий с обрывами и т. п., причем областей, пригодных для двумерной обработки, может быть несколько (см., напр., [12–16]). Это открывает существенно больше возможностей для задач двумерной обработки в сравнении с «обычной» брэгговской дифракцией.

Если в предыдущих работах основной целью был поиск распределений передаточных функций, обеспечивающих дифференцирование изображения, то в настоящей работе упор сделан на поиске условий его интегрирования. Более того, описывается вариант двухканальной обработки изображения, когда по одному каналу выполняется операция дифференцирования, а по другому – интегрирования.

## 2. Теория

Будем рассматривать дифракцию в два брэгговских порядка, а именно в плюс первый и минус первый [17, 18]. На рис.1 приведена оптическая схема такой дифракции. Поле падающего излучения  $E_{\text{inc}}(\alpha)$ , представляющее собой набор плоских волн, каждая из которых распространяется под «своим» углом  $\alpha$ , направляется в АО ячейку АОЯ. На преобразователь  $\Pi$ , приваренный к АО ячейке, подается электрический сигнал частотой  $f$ . На выходе ячейки формируются три дифрагировавших пучка – нулевой, плюс первый и минус первый, поля которых обозначены  $E_0$ ,  $E_{+1}$  и  $E_{-1}$  соответственно. Понятно, что для реализации такого режима дифракции необходимо выбирать специальные срезы кристаллов и специальную геометрию АО взаимодействия. В настоящей работе подраз-

В.М.Котов, С.В.Аверин, А.А.Зенкина, А.С.Белоусова, М.В.Карачевцева, А.Н.Булюк. Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, Россия, Московская обл., 141190 Фрязино, пл. Акад. Введенского, 1; e-mail: vmk277@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 17 января 2023 г., после доработки – 14 июня 2023 г.

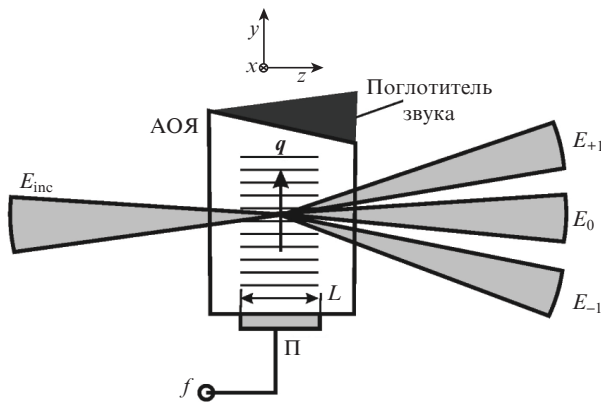


Рис.1. Оптическая схема дифракции в два брэгговских порядка.

умеается, что дифракция происходит в одноосном гиротропном кристалле  $\text{TeO}_2$ , широко используемом на практике. Дифракция в два симметричных порядка в  $\text{TeO}_2$  происходит в случае, когда оптическое излучение распространяется вблизи оптической оси кристалла и дифрагирует на «медленной» звуковой волне, распространяющейся ортогонально оптической оси [17, 18]. На рис.1 оптическая ось кристалла ориентирована вдоль направления  $z$ , акустическая волна с волновым вектором  $q$  распространяется вдоль направления  $y$ . Длина АО взаимодействия равна  $L$ . На противоположной от преобразователя П грани АО ячейки расположен поглотитель звука, обеспечивающий распространение бегущей акустической волны. Отметим, что в некоторых работах режим в два симметричных брэгговских порядка уже использовался для обработки изображений (см., напр., [15, 16]), однако в этих работах рассматривалась только операция дифференцирования.

Будем рассматривать задачу в приближении трехволнового АО взаимодействия в однородном акустическом поле, создаваемом бегущей акустической волной. Передаточные функции дифракционных порядков определим исходя из следующей связи между волнами, участвующими в дифракции [7, 16]:

$$E_0(\alpha) = E_{\text{inc}}(\alpha)H_0(\alpha),$$

$$E_{+1}(\alpha + K/k) = E_{\text{inc}}(\alpha)H_{+1}(\alpha), \quad (1)$$

$$E_{-1}(\alpha - K/k) = E_{\text{inc}}(\alpha)H_{-1}(\alpha).$$

Здесь  $E_0$ ,  $E_{+1}$  и  $E_{-1}$  – амплитуды полей нулевого, плюс первого и минус первого дифракционных порядков;  $E_{\text{inc}}$  – амплитуда поля падающего излучения;  $H_0$ ,  $H_{+1}$  и  $H_{-1}$  – передаточные функции нулевого, плюс первого и минус первого дифракционных порядков;  $K$  и  $k$  – величины волновых векторов звуковой и световых волн соответственно. Отношение  $K/k$  равно двойному углу Брэгга [7]. Наличие этого угла отражает факт отклонения дифрагировавших плоских волн от падающей волны в результате брэгговской дифракции.

Амплитуды волн  $E_0$ ,  $E_{+1}$  и  $E_{-1}$  связаны между собой следующей системой дифференциальных уравнений, получаемых с учетом гиротропии и анизотропии среды [17, 19]:

$$\begin{aligned} \frac{dE_0}{dz} &= -\frac{A_1}{2}E_{+1}\exp(-i\eta_1 z) - \frac{A_1}{2}E_{-1}\exp(-i\eta_2 z), \\ \frac{dE_{+1}}{dz} &= \frac{A_1}{2}E_0\exp(i\eta_1 z), \\ \frac{dE_{-1}}{dz} &= \frac{A_2}{2}E_0\exp(i\eta_2 z). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $A_1 = \varepsilon\rho_{0,(+1)}$ ;  $A_2 = \varepsilon\rho_{0,(-1)}$ ;

$$\varepsilon = \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{M_2 P_{\text{ac}}}{LR}}$$

– параметр, определяющий влияние акустической мощности на процесс брэгговского рассеяния;  $\lambda$  – длина волны света;  $M_2$  – АО качество материала;  $R$  – высота акустического столба;  $P_{\text{ac}}$  – акустическая мощность;  $z$  – координата, вдоль которой развивается АО взаимодействие;  $\eta_1 = k_z - k_{z(+1)}$ ,  $\eta_2 = k_z - k_{z(-1)}$  – расстройки фазового синхронизма плюс первого и минус первого порядков соответственно;  $k_z$ ,  $k_{z(+1)}$ ,  $k_{z(-1)}$  – проекции волновых векторов нулевого  $k_0$ , плюс первого  $k_{+1}$  и минус первого  $k_{-1}$  порядков на направление оптической оси. Входящие в выражения для  $A_1$  и  $A_2$  коэффициенты

$$\begin{aligned} \rho_{0,(+1)} &= \rho_{(+1),0} = \frac{1 + \rho_0 \rho_{(+1)}}{\sqrt{1 + \rho_0^2} \sqrt{1 + \rho_{(+1)}^2}}, \\ \rho_{0,(-1)} &= \rho_{(-1),0} = \frac{1 + \rho_0 \rho_{(-1)}}{\sqrt{1 + \rho_0^2} \sqrt{1 + \rho_{(-1)}^2}} \end{aligned} \quad (3)$$

учитывают эллиптичность оптических волн. Учет эллиптичности особенно важен при использовании  $\text{TeO}_2$  в качестве АО материала, поскольку этот кристалл является гиротропным. Эллиптичности волн  $\rho_{0,(+1)}$ ,  $\rho_{0,(-1)}$  определялись согласно выражению [20]:

$$\begin{aligned} \rho &= (2G_{33})^{-1} (\sqrt{R_{\text{ell}}^2 + 4G_{33}^2} - R_{\text{ell}}), \\ R_{\text{ell}} &= \sin^2 \varphi (n_o^{-2} - n_e^{-2}). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\varphi$  – угол между волновым вектором света и оптической осью;  $G_{33}$  – компонента псевдотензора гирации;  $n_o$  и  $n_e$  – главные показатели преломления кристалла. Понятно, что для разных волн угол  $\varphi$  разный.

Решение системы (2) приведено в работе [15]. Там же получены зависимости  $E_0$ ,  $E_{+1}$  и  $E_{-1}$  от мощности звука и расстроек фазового синхронизма  $\eta_1$  и  $\eta_2$ . Величины  $\eta_1$  и  $\eta_2$  зависят от модели поверхностей волновых векторов. Нами за основу была взята модель [15, 19], где распространение оптических волн описывается в ортогональной системе координат  $(x, y, z)$ , в которой направление  $z$  совпадает с оптической осью одноосного кристалла, а акустическая волна распространяется вдоль направления  $y$ . В рамках модели волновой вектор  $k_i$  оптической волны представлен в виде проекций  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_z$  на направления  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Проекция связана следующим соотношением:

$$\begin{aligned} K_z^4 \left( \frac{1}{n_o^4} - G_{33}^2 \right) + T^2 N \left[ \frac{K_z^2}{n_o^2} - \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \right] \\ + \frac{T^4}{n_o^2 n_e^2} - \frac{2}{n_o^2} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 K_z^2 + \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $T^2 = K_x^2 + K_y^2 + K_z^2$ ;  $N = n_o^{-2} + n_e^{-2}$ .

Поскольку эксперименты выполнялись с излучением He-Ne-лазера, генерирующего на длине волны света  $\lambda = 0.63$  мкм, а в качестве материала АО ячейки использовался парателлуриг ( $\text{TeO}_2$ ), параметры, входящие в выражения (2)–(5), брались следующими [21, 22]:  $n_o = 2.26$ ;  $n_e = 2.41$ ;  $G_{33} = 2.62 \times 10^{-5}$ ;  $M_2 = 1200 \times 10^{-18}$  с<sup>3</sup>/Г. Длина АО взаимодействия  $L$  равна 0.2 см. Акустическая мощность  $P_{ac}$  бралась равной 0.2 Вт. Частота звука была выбрана 44 МГц. Скорость звука составляла  $V = 0.617 \times 10^5$  см/с. Передаточные функции  $H_0$ ,  $H_{+1}$  и  $H_{-1}$ , совпадающие, по сути, с распределениями  $E_0$ ,  $E_{+1}$  и  $E_{-1}$  при  $E_{inc}(\alpha) = 1$ , что следует из соотношений (1), строились в зависимости от углов  $\beta$  и  $\gamma$ , где угол  $\beta$  отсчитывался в плоскости  $(y, z)$  от оптической оси  $z$ , угол  $\gamma$  – в плоскости  $(x, z)$  также от оптической оси  $z$ . Расчеты показывают, что при небольших углах  $\gamma$  распределения полей в процессе изменения угла  $\beta$  представляют собой чередование интерференционных полос в виде вертикальных линий. Такое распределение характерно для «обычных» режимов брэгговской дифракции в один порядок [7] и может быть пригодным только для одномерной обработки изображений. По мере увеличения угла  $\gamma$  интерференционные линии начи-

нают искажаться, изгибаться, обрываться и т.п. Это типично только для многократных режимов дифракции. Как было показано в [12–16], для обработки двумерных изображений пригодны только участки с достаточно сильными искажениями. Такие участки начинают встречаться на периферии передаточных функций, т.е. при больших углах  $\gamma$ .

Нами проводился поиск подходящих участков передаточных функций, когда центр отсчета угла  $\gamma$  смещался от 0 до  $\sim 18^\circ$  (на воздухе). Найденные участки показаны на рис.2. Здесь приведены модули передаточных функций минус первого и плюс первого дифракционных порядков  $|H_{-1}|$  и  $|H_{+1}|$  в зависимости от углов  $\beta$  и  $\gamma$ , отчитываемых в градусах. Угловой размер распределений  $\sim 7 \times 7^\circ$ . Внутри каждого распределения квадратами  $\sim 2 \times 2^\circ$  выделены «рабочие» участки, с помощью которых выполняется двумерная фурье-обработка изображений. Видно, что выделенные участки существенно отличаются друг от друга. Оба участка содержат линии с достаточно сильными неоднородностями, но количество неоднородных линий в распределении  $|H_{+1}|$ , с помощью которого выполняется операция интегрирования, существенно больше (на  $\sim 30\%$ ), чем в распределении  $|H_{-1}|$ , предназначенном

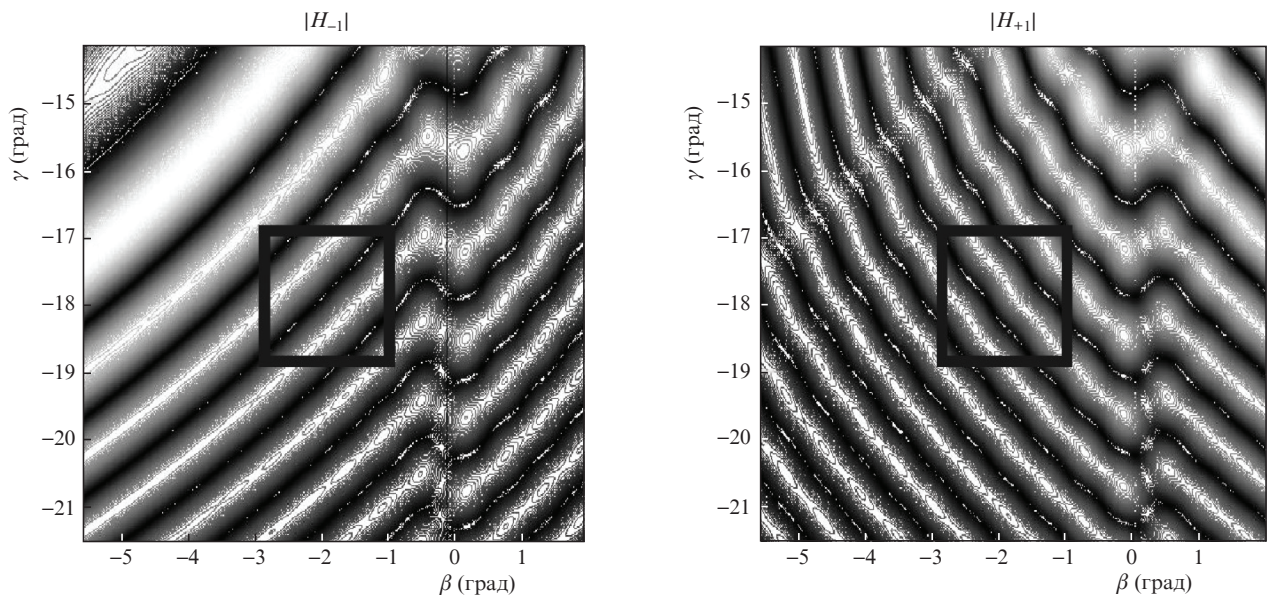


Рис.2. Модули передаточных функций минус первого и плюс первого дифракционных порядков.

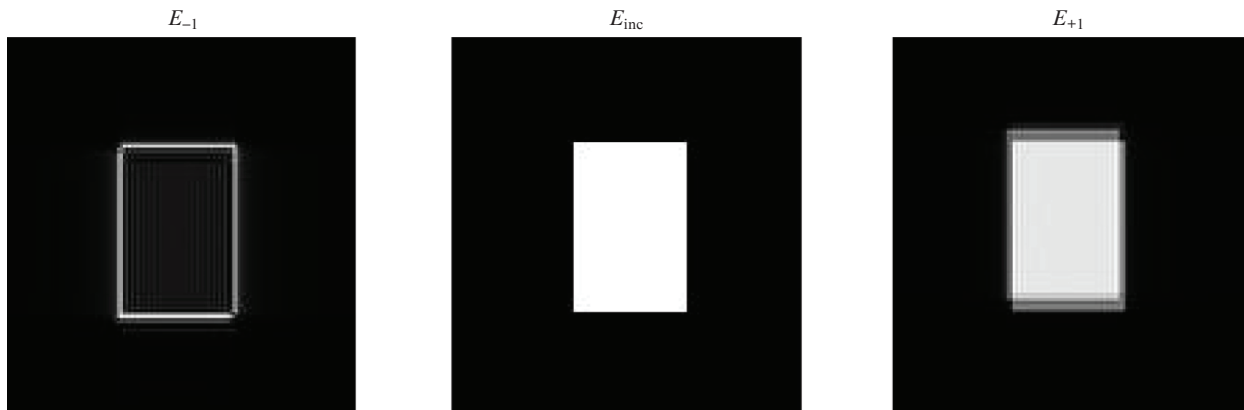


Рис.3. Изображения после фурье-обработки, формируемые в минус первом ( $E_{-1}$ ) и плюс первом ( $E_{+1}$ ) дифракционных порядках;  $E_{inc}$  – исходное изображение.

для операции дифференцирования. Это находится в качественном согласии с результатами [7], где передаточная функция, выполняющая операцию дифференцирования, должна содержать по крайней мере один экстремум, интегрирования – не меньше двух: один экстремум расположен в центре осесимметричного распределения, другой – распределен в виде кольца вокруг оси симметрии. В любом случае, как указывалось в [12–14], окончательный вывод о пригодности передаточной функции для той или иной операции над изображением можно сделать только после «прямой» проверки полученной функции в процессе компьютерной фурье-обработки.

На рис.3 приведены результаты обработки изображения в виде прямоугольника с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье (БФП) с использованием передаточных функций. Изображение  $E_{-1}$  соответствует результату, полученному с помощью передаточной функции минус первого порядка  $|H_{-1}|$  рис.2, а изображение  $E_{+1}$  – с помощью функции  $|H_{+1}|$  того же рис.2 (изображение  $E_{\text{inc}}$  исходное). Видно, что изображение  $E_{-1}$  является хорошо выраженным контуром изображения  $E_{\text{inc}}$ , а изображение  $E_{+1}$  повторяет изображение  $E_{\text{inc}}$ , но с размытыми границами. Этот результат, по нашему мнению, соответствует операции интегрирования, когда значение каждой точки изображения отвечает значению усредненному по окружающим ее точкам.

### 3. Эксперимент

Для проверки полученного результата был выполнен эксперимент. Экспериментальная установка была аналогичной установке, описанной в [12–15]. В установке использовалась стандартная  $4F$  схема оптической фурье-обработки (см., напр., [1, 2]), основанная на использовании двух одинаковых линз с фокусным расстоянием  $F$  (в наших экспериментах  $F = 18$  см), выполняющих преобразование Фурье. Входным изображением служило квадратное отверстие в экране из непрозрачного материала, отстоящего от входной линзы на расстоянии  $F$ . Изображение формировалось при освещении экрана излучением He–Ne-лазера (длина волны генерации 0.63 мкм). Фильтром пространственных частот служила АО ячейка из  $\text{TeO}_2$ , которая располагалась в задней фокальной плоскости входной линзы. На расстоянии  $F$  после АО ячейки располагалась выходная линза. Размеры АО ячейки вдоль направлений  $[110]$ ,  $[1\bar{1}0]$  и  $[001]$  были равны  $1.0 \times 1.0 \times 1.0$  см. В ячейке распространялась «мед-

ленная» звуковая волна вдоль направления  $[110]$  кристалла, оптическое излучение проходило вблизи оптической оси  $[001]$ . Отметим, что направления  $[001]$  и  $[110]$  соответствуют направлениям  $z$  и  $y$  рис.1. При рассматриваемой геометрии, как показано в [17, 23], значение коэффициента  $M_2$  наибольшее, тем самым обеспечивается высокая эффективность дифракции при малой акустической мощности. Частота звука была выбрана 44.0 МГц. На экране, расположенном в задней фокальной плоскости второй, выходной, линзы, наблюдались три дифракционных порядка. Посредством плавного вращения АО ячейки вокруг осей  $[110]$  и  $[1\bar{1}0]$  кристалла, а так же изменением напряжения, подаваемого на преобразователь, добивались того, что в минус первом порядке формировался контур изображения, а в плюс первом – контур с размытыми краями. Этого результата удалось достичь при электрическом напряжении, равном 10.2 В. На рис.4 приведена фотография изображений в дифракционных порядках, полученных на экране. Изображение на рис.4,б, наблюдаемое в нулевом брэгговском порядке, соответствует входному изображению. В изображении на рис.4,а (минус первый порядок) достаточно четко проявляется контур изображения рис.4,б, а изображение на рис.4,в (плюс первый порядок) является изображением рис.4,б с размытыми краями. По нашему мнению, в минус первом порядке осуществляется операция дифференцирования изображения, а в плюс первом – интегрирования. Характеристики изображений на рис.4,а и в схожи с характеристиками изображений, полученных в работе [7] в процессе дифференцирования и интегрирования изображений с помощью АО фильтра, работающего в тангенциальной геометрии АО взаимодействия. Таким образом, экспериментально подтверждена возможность выполнения операций дифференцирования и интегрирования одновременно по двум каналам с использованием одного АО пространственного фильтра. По нашему мнению, получено хорошее согласие между экспериментальными результатами и выводами теории.

### 4. Выводы

На основании изложенного материала можно сделать следующие выводы:

1. Для двумерной фурье-обработки изображений предложена двухканальная схема, в которой по одному каналу выполняется операция дифференцирования изображения, а по другому – интегрирования. Обе операции

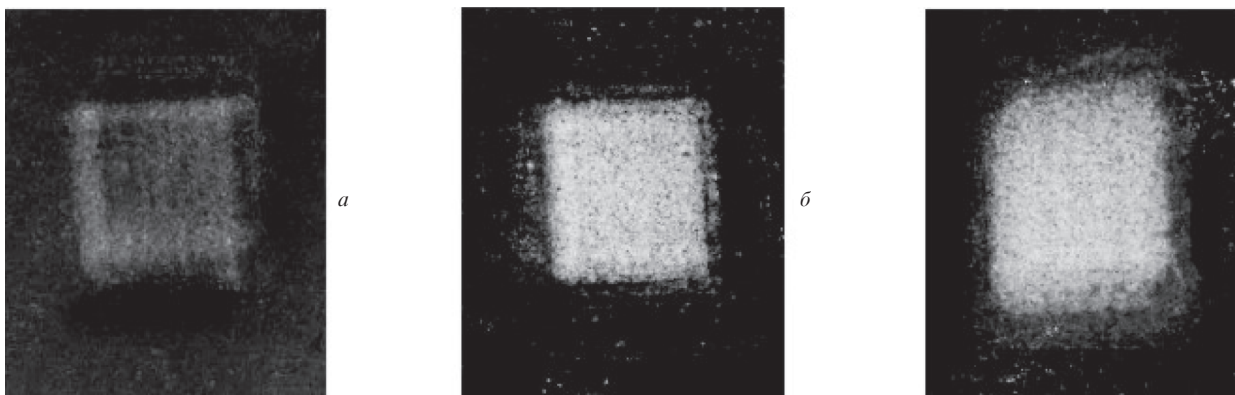


Рис.4. Фотография изображений, получаемых после фурье-обработки в минус первом (а), нулевом (б) и плюс первом (в) дифракционных порядках.

выполняются с использованием одного АО фильтра пространственных частот, работающего в режиме АО дифракции в два симметричных брэгговских порядка.

2. Проанализированы передаточные функции плюс первого и минус первого дифракционных порядков. Найдены области в распределениях передаточных функций, позволяющие одновременно осуществлять операции дифференцирования и интегрирования при одной и той же частоте и мощности электрического сигнала, подаваемого на АО ячейку.

3. Полученные теоретические результаты подтверждены экспериментально посредством оптической фурье-обработки изображения, сформированного монохроматическим излучением с длиной волны 0.63 мкм. В качестве фильтра пространственных частот использована АО ячейка из парателлурита ( $\text{TeO}_2$ ), работающая на частоте звука 44 МГц.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект № 22-21-00059).

- Goodman J.W. *Introduction to Fourier Optics* (New York: McGraw-Hill Comp., Inc., 1996).
- Tzay Y. Young, King-Sun Fu. *Handbook of Pattern Recognition and Image Processing* (New York: Academic Press, Inc., 1986).
- Бычков С.И., Румянцев К.Е. *Поиск и обнаружение оптических сигналов* (М: Радио и Связь, Таганрог: Из-во ТРТУ, 2000).
- Балакший В.И. *Радиотехника и электроника*, **29** (8), 1610 (1984).
- Athale R.A., van der Gracht J., Prather D.W., Mait J.N. *Appl. Opt.*, **34** (2), 276 (1995).
- Caio D., Banerjee P.P., Poon T.-Ch. *Appl. Opt.*, **37** (14), 3007 (1998).
- Балакший В.И., Волошинов В.Б. *Квантовая электроника*, **35** (1), 90 (2005) [*Quantum Electron.*, **35** (1), 90 (2005)].
- Balakshy V.I., Voloshinov V.B., Babkina T.M., Kostyuk D.E. *J. Modern Opt.*, **52** (1), 1 (2005).
- Balakshy V.I., Kostyuk D.E. *Appl. Opt.*, **48** (7), C24 (2009).
- Yablokova A.A., Machikhin A.S., Batshev V.I., Pozhar V.E., Boritko S.V. *Proc. SPIE*, **11032**, 1103215 (2019). <https://doi.org/10.1117/12.2520803>.
- Gorevoy A.V., Machikhin A.S., Martynov G.N., Pozhar V.E. *Photonics Research.*, **9** (5), 687 (2021).
- Kotov V.M., Averin S.V., Kotov E.V., Shkerdin G.N. *Appl. Opt.*, **57** (10), C83 (2018).
- Kotov V.M., Averin S.V., Kotov E.V. *Квантовая электроника*, **48** (6), 573 (2018) [*Quantum Electron.*, **48** (6), 573 (2018)].
- Kotov V.M., Averin S.V., Karachevceva M.B., Yremenko N.G. *Оптический журн.*, **89** (1), 54 (2022).
- Kotov V.M., Averin S.V. *Квантовая электроника*, **50** (3), 305 (2020) [*Quantum Electron.*, **50** (3), 305 (2020)].
- Kotov V.M., Averin S.V., Zenkina A.A., Белоусова А.С. *Квантовая электроника*, **52** (8), 754 (2022) [*Quantum Electron.*, **52** (8), 754 (2022)].
- Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. *Физические основы акустооптики* (М.: Радио и Связь, 1985).
- Xu J., Stroud R. *Acousto-Optic Devices: Principles, Design, and Applications* (New York: John Wiley & Sons Inc., 1992).
- Kotov V.M., Шкердин Г.Н., Григорьевский В.И. *Радиотехника и электроника*, **58** (3), 226 (2013).
- Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. *Основы кристаллофизики* (М.: Наука, 1979).
- Шаскольская М.П. (ред.) *Акустические кристаллы* (М.: Наука, 1982).
- Кизель В.А., Бурков В.И. *Гиротропия кристаллов* (М.: Наука, 1980).
- Молчанов В.Я., Китаев Ю.И., Колесников А.И., Нарвер В.Н., Розенштейн А.З., Солодовников Н.П., Шаповаленко К.Г. *Теория и практика современной акустооптики* (М.: Изд. Дом МИСис, 2015).