Информационные процессы, Том 15, № 4, 2015, стр. 440–446

Адаптивное управление движением вагона монорельсовой дороги[1]

Н.А. Гречишкина, Ф. Н. Григорьев, Н. А. Кузнецов

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, Россия
e-mail: nata19682A@cplire.ru, grigor@cplire.ru, kuznetsov@cplire.ru
Поступила в редколлегию 17.12.2015

Аннотация—Работа посвящена построению математической модели движения вагона, идентификации параметров модели и фильтрации координат движения вагона по монорельсовой дороге. Выбран закон управления движением вагона, обеспечивающий приемлемое качество функционирования системы управления. Проведено моделирование, подтверждающее работоспособность полученных алгоритмов и системы управления в целом.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: модель, монорельс, коэффициенты, последовательность независимых гауссовских величин, метод взвешенных наименьших квадратов, закон управления движением, фильтрация

1. ВВЕДЕНИЕ

Монорельсовые дороги имеются в наиболее технически развитых и богатых странах: США, Японии, Германии, Китае. Они строятся в Малайзии, Сингапуре, Объединенных Арабских Эмиратах [1–3].

Монорельсовые дороги имеют свою экономически целесообразную сферу применения как полноценный вид городского и междугороднего транспорта, если принимаются оптимальные инженерные решения и максимально снижаются затраты при их постройке и эксплуатации. При наличии свободных пространств для установки эстакады они признаются эффективными в качестве средств городского и пригородного транспорта, а также в сильно пересеченной и горной местности. В теории скорость их движения может значительно превышать скорость традиционных рельсовых составов.

В рамках проблемы безопасной и экономичной перевозки пассажиров на монорельсовом транспорте одной из главных является задача автоматизации управления движением состава.

2. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ. ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

Проблемы построения и эксплуатации монорельсовых дорог включают в качестве основных разработку алгоритмов для автоматизации управления движением вагона. Теоретическое обоснование и реализация отдельных алгоритмов для автоматической системы управления движением вагона по монорельсовой дороге изложены в [4]. В данной работе реализован вариант алгоритма, обеспечивающего успешное функционирование системы управления.

Для управления движением вагона между соседними станциями считаются заданными значения скорости движения вагона как функции расстояния, пройденного вагоном от предыдущей станции. Значение и изменение заданной скорости определяются из условий безопасности

[1] Прикладное научное исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации. Уникальный идентификатор прикладных научных исследований и экспериментальных разработок - RFMEFI58214X0003.

и экономичности перевозки пассажиров с учетом профиля полотна дороги (спуски, подъемы, повороты, разгон, остановка).

По измерениям местоположения вагона – расстояния, на котором находится вагон по отношению к предыдущей станции в текущий момент времени, определяются заданные значения скорости движения.

Целью управления будем считать совпадение или минимизацию отклонений текущих значений скорости движения вагона от заданных.

Для оценки процесса движения вагона и управления им предполагается наличие датчиков-измерителей пройденного вагоном расстояния и текущей скорости движения вагона. Предполагается также, что информация о процессе движения вагона включает измеренные значения сил тяги и торможения.

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ВАГОНА

В [4] показано, что в качестве математической модели движения вагона может быть выбран случайный процесс, удовлетворяющий системе разностных уравнений

$$V_{n+1} = V_n + \frac{g}{1000}\left(\frac{F_n - B_n}{Pg} - A_0 - A_1 V_n - A_2 V_n^2 - i_n\right)\Delta t + \varepsilon_{1,n+1}, \tag{1}$$

$$X_{n+1} = X_n + V_n \Delta t, \quad n = 0, 1, 2, \ldots, \quad V_0 = 0, \quad X_0 = 0;$$

где F_n – сила тяги, и B_n – тормозная сила, предполагаются известными величинами, V_n – скорость движения вагона, X_n– расстояние от вагона до предыдущей станции, Δt – шаг временной дискретизации. i_n – уклон пути, станции, предполагается известным. $\varepsilon_{1,n}$, $n = 1, 2, \ldots,$ – последовательность независимых гауссовских случайных величин с нулевыми средними $M\varepsilon_{1,n} = 0$ и равными дисперсиями $M\varepsilon_{1,n}^2 = \sigma^2$.

Сила аэродинамического сопротивления вагона равна

$$A_2 V_n^2 \cdot gP = c\frac{\rho}{2} V_n^2 s, \tag{2}$$

где c – коэффициент сопротивления вагона, s – площадь поперечного сечения вагона, ρ – плотность воздуха. Все эти величины считаются постоянными. Отсюда $A_2 gP = c\frac{\rho}{2}s$ является постоянной, и, будем считать, известной величиной для данного вагона.

Измеряемыми величинами являются V_n и X_n, априорно известными: i_n – уклон пути, и g – ускорение свободного падения. Неизвестными, требующими оценивания, являются параметры P, A_0, A_1. Параметры A_0 и A_1 могут изменяться при прохождении вагона между станциями: их значения зависят от геометрии участка пути и состояния рельса (балки), скорости и направления ветра и т.д. Скорость изменения этих параметров предполагается достаточно медленной. Масса вагона с пассажирами P при прохождении вагона между соседними станциями остается постоянной и измеряется в тоннах.

4. ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ВАГОНА

Для оценивания неизвестных параметров модели воспользуемся результатами метода наименьших квадратов (МНК) [5, 6], реализация которого применительно к рассматриваемой задаче состоит в следующем. К вагону, находящемуся на станции ($V_0 = 0$, $X_0 = 0$), для набора скорости движения последовательно через равные промежутки времени Δt приложены известные силы $(F_n - B_n)$, $n = 0, 1, \ldots, k-1$, и с этой же временной дискретностью произведены измерения скорости движения вагона $V_n^{изм}$, $n = 1, 2, \ldots, k$.

Из первого уравнения системы (1) с учетом (2) следует, что

$$\frac{V_{n+1}-V_n}{\Delta t}1000+i_n g=\frac{F_n-B_n-c\dfrac{\rho}{2}sV_n^2}{P}-A_0g-A_1gV_n+\varepsilon_{1,n+1}\cdot\frac{1000}{\Delta t},\quad n=0,1,\ldots,k-1. \quad (3)$$

Для удобства изложения введем векторы

$$\Theta=\left(\frac{1}{P},A_0,A_1\right)^T,\quad \varphi(n)=\left(F_n-B_n-c\frac{\rho}{2}sV_n^2,-g,-gV_n\right)\quad n=0,1,\ldots,k-1,$$

и

$$\begin{gathered}Y(k)=\left(1000\frac{V_1-V_0}{\Delta t}+i_0g,1000\frac{V_2^-V_1}{\Delta t}+i_1g,\ldots,1000\frac{V_k^-V_{k-1}}{\Delta t}+i_{k-1}g\right)^T=\\=\left(y(1),y(2),\ldots y(k)\right)^T.\end{gathered}\quad (4)$$

В новых переменных уравнения (3) будут иметь вид

$$y(n)=\Theta^T\cdot\varphi(n)+\varepsilon_{2,n},\quad n=1,2,\ldots,k, \quad (5)$$

где $\varepsilon_{2,n}=\varepsilon_{1,n}\dfrac{1000}{\Delta t}$.

Предсказывающая модель МНК запишется в виде

$$\hat y(n)=\Theta^T\varphi(n).\quad n=0,1,\ldots, \quad (6)$$

В МНК минимизируется критерий

$$\sum_{j=1}^{n}(y(j)-\hat y(j))^2=\sum_{j=1}^{n}(y(j)-\Theta^T\varphi(j))^2 \quad (7)$$

по Θ, чтобы получить оценку $\hat\Theta(n)$ вектора Θ.

Алгоритм получения оценок может быть представлен следующей последовательностью вычислений. Записываются первые последовательные N измерений $Y(N)=\left(y(1),y(2),\ldots,y(N)^T\right)$ и соответствующая этим измерениям регрессионная матрица

$$\Phi(N)=\begin{pmatrix}F_1-B_1-\frac{\rho}{2}s\cdot V_1^2, & -g,-gV_1\\ F_2-B_2-\frac{\rho}{2}s\cdot V_2^2, & -g,-gV_2\\ \ldots. & \ldots\ \ldots\\ F_N-B_n-\frac{\rho}{2}s\cdot V_n^2, & -g,-gV_N\end{pmatrix}.$$

Оценки $\hat\Theta(n)$ вектора Θ на основе первых N измерений задаются равенством

$$\hat\Theta(N)=\left(\Phi^T(N)\Phi(N)\right)^{-1}\Phi^T(N)Y(N).$$

Далее последовательность оценок $\hat\Theta(n)$ может быть записана рекурсивно [7, 8]

$$\hat\Theta(n)=\hat\Theta(n-1)+\frac{1}{n}K(n)\cdot(y(n)-\hat\Theta(n-1)^T\varphi(n)),\quad n=N+1,N+2,\ldots \quad (8)$$

$$K(n)=\frac{R(n-1)^{-1}\varphi(n)}{1+\frac{1}{n}\left(\varphi(n)^TR(n-1)^{-1}\varphi(n)-1\right)}, \quad (9)$$

$$R(n)=R(n-1)+\frac{1}{n}\left(\varphi(n)\varphi(n)^T-R(n-1)\right), \quad (10)$$

$$R(N)=\frac{1}{N}\Phi^T(N)\cdot\Phi(N).$$

Уравнение (10) может быть записано в терминах $S(n) = R^{-1}(n)$ при $\mu(n) = 1/n$:

$$S(n) = \frac{1}{1-\mu(n)} \left[S(n-1) - \frac{S(n-1)\varphi(n)\varphi^T(n)S(n-1)}{\dfrac{1-\mu(n)}{\mu(n)} + \varphi^T(n)S(n-1)\varphi(n)} \right]. \tag{11}$$

Таким образом, получаются оценки неизвестных параметров системы (1), описывающей математическую модель движения вагона в режиме тяги.

При замене $1/n$ в (8)–(10) общей последовательностью положительных чисел $\mu(n)$ последовательность $\mu(\cdot)$ изменяет вклад старых измерений в критерий (7) по сравнению с последовательностью $1/n$. В частности, $\mu(n) = \mu_0$ соответствует экспоненциальному забыванию старых данных с показателем $1 - \mu_0$. Использование константы μ_0 целесообразно, когда оцениваются медленно изменяющиеся параметры системы.

Построенная математическая модель используется для синтеза закона управления движением вагона.

5. ФИЛЬТРАЦИЯ ТЕКУЩИХ ЗНАЧЕНИЙ СКОРОСТИ И КООРДИНАТЫ ДВИЖЕНИЯ ВАГОНА

Для управления движением вагона необходимо знать текущие значения скорости и координаты вагона с возможно максимальной точностью по имеющейся к данному моменту априорной информации и проведенным измерениям. Воспользуемся результатами теории фильтрации [9, 10] для уточнения оценок значений скорости движения и координаты вагона.

Уравнения (1) математической модели движения вагона разложим в ряд в окрестности заданной скорости движения $V_n^{зад}$ до линейных членов и получим

$$\begin{cases} x_{n+1} = c_n + a_n \cdot x_n + \varepsilon_{n+1} \\ X_{n+1} = C_n + x_n \cdot \Delta t + X_n \end{cases}, \tag{12}$$

где

$$x_n = V_n - V_n^{зад},$$
$$c_n = V_n^{зад} - V_{n+1}^{зад} + \frac{1}{1000} \left(\frac{F_n - B_n - \frac{\rho}{2} s \left(V_n^{зад}\right)^2}{\hat{P}_n} - \hat{A}_{0,n} g - \hat{A}_{1,n} \cdot g V_n^{зад} - i_n g \right) \Delta t,$$
$$a_n = 1 + \frac{1}{1000} \left(\frac{-c\rho s V_n^{зад}}{\hat{P}_n} - \hat{A}_{1,n} g \right) \Delta t,$$
$$C_n = V_n \cdot \Delta t$$

Для решения задачи фильтрации в качестве математической модели движения вагона выбираем дискретный случайный процесс, удовлетворяющий системе (12), где x_n – отклонение скорости движения вагона от заданной, X_n – текущее расстояние вагона от предыдущей станции, Δt – шаг временной дискретизации, ε_n – независимая гауссовская последовательность с $M\left[\varepsilon_n\right] = 0$, $M\left[\varepsilon_n^2\right] = \sigma^2$.

Когда система (12) находится в состоянии n, производятся измерения z_n. Они линейно связаны с состояниями $(x_n, X_n)^T$

$$z_n = \begin{pmatrix} z_n^1 \\ z_n^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_n^{изм} - V_n^{зад} \\ X_n^{изм} \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} x_n \\ X_n \end{pmatrix} + \nu_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ X_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \nu_n^1 \\ \nu_n^2 \end{pmatrix}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots, \tag{13}$$

где $M\begin{pmatrix}\nu_n^1\\ \nu_n^2\end{pmatrix}=0,\ M\left(\begin{pmatrix}\nu_n^1\\ \nu_n^2\end{pmatrix}\left(\nu_i^1,\nu_i^2\right)\right)=\tilde R_1\delta_{ni},\ M\left(\varepsilon_n\left(\nu_i^1,\nu_i^2\right)\right)=(0,0)$.

Первая координата вектора z_n есть разность измеренного и заданного значений скорости, вторая координата – измеренное значение пройденного вагоном расстояния от предыдущей станции.

Оценку состояния $(x_k, X_k)^T$ по методу взвешенных наименьших квадратов или методу максимального правдоподобия, используя только измерения $(z_0,\ldots,z_k)$, можно получить с помощью следующего фильтра

$$\begin{pmatrix}\hat x_n\\ \hat X_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\bar x_n\\ \bar X_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}k_n^{11} & k_n^{12}\\ k_n^{21} & k_n^{22}\end{pmatrix}\cdot\left[\begin{pmatrix}z_n^1\\ z_n^2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\bar x_n\\ \bar X_n\end{pmatrix}\right],\quad n=0,\ldots,k, \tag{14}$$

где

$$\begin{pmatrix}\bar x_{n+1}\\ \bar X_{n+1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}c_n\\ C_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a_n & 0\\ \Delta t & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\hat x_n\\ \hat X_n\end{pmatrix}, \tag{15}$$

$\begin{pmatrix}\bar x_0\\ \bar X_0\end{pmatrix}$ – задано,

$$\begin{pmatrix}k_i^{11} & k_i^{12}\\ k_i^{21} & k_i^{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\tilde P_i^{11} & \tilde P_i^{12}\\ \tilde P_i^{21} & \tilde P_i^{22}\end{pmatrix}\cdot\tilde R_i^{-1}, \tag{16}$$

$$\tilde P_i=\tilde M_i-\tilde M_i\left(\tilde M_i+\tilde R_i\right)^{-1}\tilde M_i,\quad \tilde P_0=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}, \tag{17}$$

$$\tilde M_{i+1}=\begin{pmatrix}a_n & 0\\ \Delta t & 1\end{pmatrix}\tilde P_i\begin{pmatrix}a_n & \Delta t\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\sigma^2 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}. \tag{18}$$

Здесь $\tilde P_i, \tilde M_i, \tilde R_i$ – матрицы размера (2×2). $\tilde P_0=0$ соответствует случаю, когда вагон стоял на предыдущей станции в начальный момент времени.

Полученные с помощью фильтра оценки вектора состояния подлежат использованию для определения значений управляющих воздействий, т.е. сил тяги и торможения.

6. УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ВАГОНА

Для отслеживания заданной скорости движения скоростью движущегося вагона в качестве регулятора используем апериодическое звено. Для дискретного времени с шагом временной дискретизации Δt процесс в апериодическом звене описывается уравнением

$$y_{n+1}=\left(1-\frac{\Delta t}{T}\right)y_n+\frac{\Delta t}{T}\hat x_n, \tag{19}$$

где $\hat x_n$ – полученная в алгоритме фильтрации оценка разности $(V_n - V_n)$.

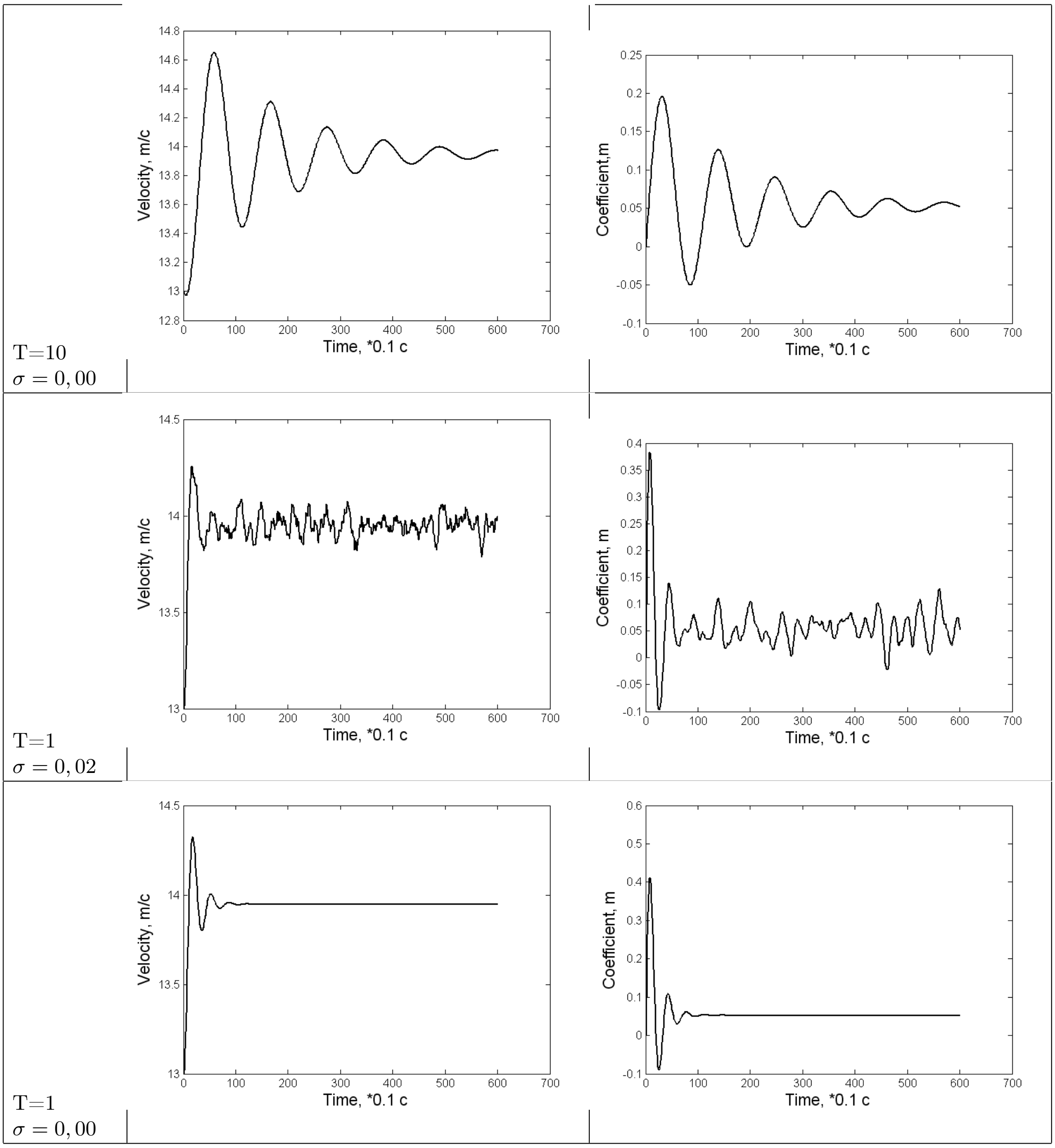
В качестве управляющего воздействия на движение вагона принимаем

$$F_n-B_n=-k_c y_n. \tag{20}$$

Величина T в (19) характеризует продолжительность переходного процесса управления, а величина k_c в (20) – установившуюся ошибку управления.

Система управления замыкается обратной связью, когда во все встречающиеся в работе уравнения вместо $F_n - B_n$ подставляется правая часть равенства (20).

Для примера на рисунке представлены изменения во времени коэффициента y_n и скорости движения вагона при $V_n^{зад}=14$ м/с и $k_c=17000$. Показана возможность оценить изменения качества управления в зависимости от выбранной постоянной времени T и интенсивности шума в измерениях скорости.



Скорость движения вагона при автоматическом управлении и коэффициенты управления

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны математическая модель движения вагона и алгоритм идентификации параметров модели.

Подтверждена работоспособность алгоритма идентификации моделированием при выбранном графике набора скорости движения вагона.

Получена линеаризованная модель движения вагона. Разработан алгоритм оценивания (фильтрация) координат движения вагона.

Выбран закон управления движением вагона, обеспечивающий приемлемое качество функционирования системы управления.

Проведено моделирование, подтверждающее работоспособность полученных алгоритмов и системы управления в целом.

Литература

1. http://ru.wikipedia.org/wiki/ %D0%9C%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D1%81
2. Пассажирские монорельсовые дороги /ред. А.П. Михеев – М.: Машиностроение. 1969. – 240с.
3. http://yandex.ru/images/search?source=wiz&img_url=http%3A%2F%2Fimg.findpatent.ru%2Fimg_data%2F213%2F2137883-s.gif&uinfo=sw-1920-sh-1080-ww-1903-wh-940-pd-1-wp-16x9_1920x1080&_=1420310295091&viewport=wide&p=2&text=%D0%BF%D0%BE%D0%B4%D0%B2%D0%B5%D1%81%D0%BD%D1%8B%D0%B5%20%D0%B6%D0%B5%D0%BB%D0%B5%D0%B7%D0%BD%D1%8B%D0%B5%20%D0%B4%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B3%D0%B8&noreask=1&pos=60&rpt=simage&lr=213&pin=1.
4. Гречишкина Н.А., Григорьев Ф.Н., Кузнецов Н.А. Идентификация параметров модели и фильтрация координат движения вагона монорельсовой дороги // Информационные процессы, Т.15, №3, 2015, с. 343-350
5. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М.: Физматгиз, 1962. –349с.
6. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения. М.: Наука. 1968. – 547с.
7. Альберт А. Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание. – М.: Наука, 1977 – 226с.
8. Хартман К., Лецкий Э., Шерер В. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов. – М.: Мир, 1977. – 552с.
9. .Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления. – М.: Мир, 1972. – 544с
10. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. М.: Наука. 1974. – 696с.

ADAPTIVE TRAFFIC CONTROL OF THE CAR OF THE MONORAIL ROAD

N.A. Grechiskkina, F.N. Grigoriev, N.A. Kuznetsov

Kotel'nikov Institute of Radio-engineering and Electronics of RAS

The work is devoted to construction of mathematical model of movement of the passenger wagon, identification of the model parameters and filtering of the coordinates of the movement of the wagon on the monorail. The control law of the wagon motion and ensuring acceptable performance of the control system were made. Simulations demonstrate the efficiency of the proposed algorithms and the control system in General were made.

KEYWORDS: the model, the monorail, the coefficients, a sequence of independent Gaussian variables, weighted least squares, law of motion control, filtration