

# Двухчастичные состояния в двумерных электронных системах с инвертированными зонами

**В.А. Сабликов**

Институт радиотехники и электроники РАН им. В.А. Котельникова, пл. Академика Введенского, 1, Фрязино, Московская обл., 141190.  
sablikov@gmail.com

Изучена спиновая и псевдоспиновая структура двухчастичных состояний электронов в двумерных топологических изоляторах при наличии кулоновского взаимодействия. Показано, что при определенных условиях взаимодействующие электроны образуют связанные состояния. Найден спектр связанных состояний для модельного отталкивающего потенциала взаимодействия.

## Введение

Интерес к структуре двухчастичных состояний инициирован недавними нашими исследованиями электронных состояний на примесном центре [1], которые показали, что связанные на центре состояния образуются при любом знаке примесного потенциала, т. е. электрон локализуется в поле как притягивающего, так и отталкивающего центра. В связи с этим возникает вопрос, не образуется ли связанное состояние двух электронов при кулоновском отталкивании между ними. Для ответа на него требуется прежде всего выяснить спиновую и псевдоспиновую структуру двухчастичных состояний, которая определяет меру участия состояний электронной и дырочной зон в квантовом движении частиц относительно друг друга, и изучить возможные состояния движения пары. Классификация двухчастичных состояний важна также для изучения спектров квантовых состояний в ограниченных системах на основе топологического изолятора.

## Двухчастичные состояния

Классификация состояний определяется симметричными свойствами двухчастичной волновой функции. В обычной системе двух частиц со спином  $\frac{1}{2}$  имеются 4 типа состояний, которые разделяются на синглетные и триплетные. В изучаемом случае двухзонной системы имеются 16 двухчастичных состояний, различающихся спином и псевдоспином, который характеризует вклад электронной и дырочной зон в состояние частицы. Ситуация упрощается, если одночастичный гамильтониан обладает  $S_z$  симметрией, как в модели Берневига, Хьюза, Жанга (BHZ) [2]. При этом двухча-

стичный гамильтониан с потенциальным взаимодействием между частицами распадается на четыре независимые матрицы  $4 \times 4$ .

В результате имеются четыре двухчастичные состояния, которые аналогичны синглетным и триплетным состояниям двух спинов, но каждое состояние описывается спинорами четвертого ранга, компоненты которых соответствуют разной конфигурации спинов и псевдоспинов:

$$\begin{aligned} \Psi_1(1, 2) &= (|E \uparrow E \uparrow\rangle, |E \uparrow H \uparrow\rangle, |H \uparrow E \uparrow\rangle, |H \uparrow H \uparrow\rangle)^T, \\ \Psi_2(1, 2) &= (|E \uparrow E \downarrow\rangle, |E \uparrow H \downarrow\rangle, |H \uparrow E \downarrow\rangle, |H \uparrow H \downarrow\rangle)^T, \\ \Psi_3(1, 2) &= (|E \downarrow E \uparrow\rangle, |E \downarrow H \uparrow\rangle, |H \downarrow E \uparrow\rangle, |H \downarrow H \uparrow\rangle)^T, \\ \Psi_4(1, 2) &= (|E \downarrow E \downarrow\rangle, |E \downarrow H \downarrow\rangle, |H \downarrow E \downarrow\rangle, |H \downarrow H \downarrow\rangle)^T. \end{aligned}$$

Здесь  $E \uparrow, \downarrow$  и  $H \uparrow, \downarrow$  обозначают состояния электронной и дырочной зон с соответствующей проекцией углового момента. Состояния  $\Psi_1$  и  $\Psi_4$  соответствуют триплетам, а состояния  $\Psi_2$  и  $\Psi_3$  при симметризации по перестановке частиц – еще одному триплету и синглету.

Спектр двухчастичных состояний взаимодействующих электронов изучается путем введения координат относительного движения частиц,  $\mathbf{r}$ , и общего движения пары,  $\mathbf{R}$ . При этом уравнения относительного движения и движения пары как целого строго не разделяются. Так как импульс пары является сохраняющейся величиной, то волновые функции представляются в виде  $\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \Psi_{\mathbf{K}}(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{K}\mathbf{R})$ , где волновые функции относительного движения  $\Psi_{\mathbf{K}}(\mathbf{r})$  зависят от полного импульса  $\mathbf{K}$ . Анализ уравнений относительного движения проведен для нулевого полного импульса, т. е. в случае когда электроны двигаются с противоположными импульсами, и показано, что дви-

жение пары как целого не приводит к радикальным изменениям относительного движения, если  $K$  невелико.

### Связанные состояния пары

Уравнения относительного движения взаимодействующих электронов определяют волновые функции  $\Psi_K(r)$ , являющиеся спинорами четвертого ранга для каждого из четырех двухчастичных состояний. Удастся найти точное решение этих уравнений для модельного потенциала взаимодействия  $v(r)$ , который представляется ступенчатой функцией:  $v(r) = v$  при  $r < r_0$  и  $v = 0$  при  $r > r_0$ .

Основной результат состоит в том, что при определенных условиях происходит образование связанных состояний с энергией (в расчете на одну частицу) в запрещенной зоне одночастичного спектра. В силу аксиальной симметрии потенциала взаимодействия состояния характеризуются радиальным и угловым квантовыми числами,  $n$  и  $m$ . При отталкивающем взаимодействии ( $v > 0$ ) уровень энергии  $\epsilon_{nm}$  лежит выше потолка нижней разрешенной зоны в интервале шириной  $v$ , но не больше ширины щели.

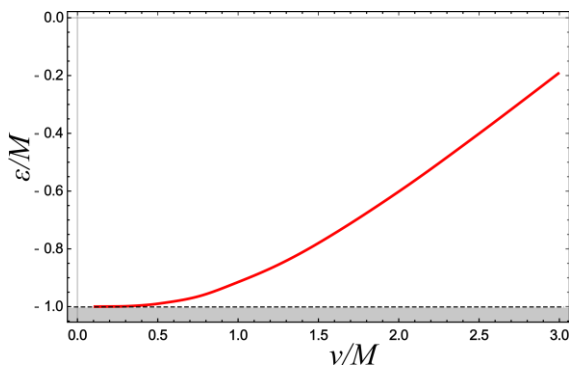


Рис. 1. Зависимость энергии  $\epsilon$  основного связанного состояния от потенциала взаимодействия  $v$ , полученная для  $a=2.1, r_0=2l$

Связанные состояния возникают, если радиус взаимодействия превосходит характерную для топологического изолятора длину,  $l=(B/M)^{1/2}$  в модели ВНЗ. Она совпадает с характерной длиной локализации краевых состояний у границы. Проведено исследование спектра связанных состояний в зависимости от величины потенциала взаимодействия и радиуса взаимодействия в случае, когда константа гибридизации электронной и дырочной зон достаточно велика (в модели ВНЗ гибридизация зон определяется параметром  $a=A/(MB)^{1/2} > 2$ ).

Результаты, полученные для состояний синглетного типа, иллюстрируют рисунки 1 и 2. Связанное состояние возникает у потолка нижней зоны и при увеличении потенциала взаимодействия сдвигается вглубь щели, рис. 1.

Связанное состояние возникает, когда радиус взаимодействия  $r_0$  превосходит длину  $l$ . При увеличении радиуса взаимодействия возникают состояния с квантовыми числами  $n = 0, 1, 2, \dots$  (рис. 2).

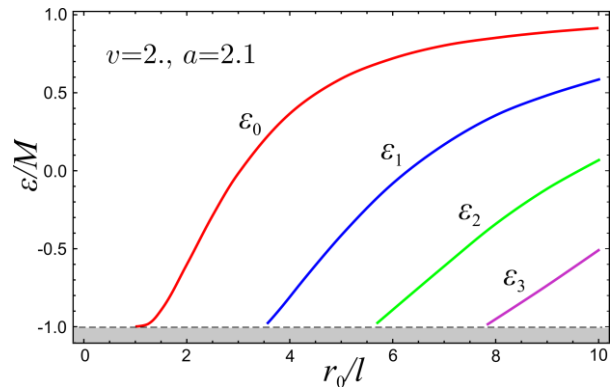


Рис. 2. Зависимость энергии  $\epsilon$  связанных состояний с угловым квантовым числом  $m=0$  от радиуса взаимодействия  $r_0$ , полученная для  $a=2.1, v=2M$

В связанном состоянии происходит вращение пары электронов относительно общего центра. Вследствие того, что гибридизация зон зависит от импульса, движение пары как целого приводит к изменению относительного движения частиц и в результате к смещению уровней энергии связанного состояния и перестройке пространственного распределения электронной плотности. Радикальные изменения состояния пары происходят, когда импульс  $K$  сравним с  $r_0^{-1}$ .

Подобные результаты получаются также и для связанных состояний триплетного типа.

*Исследования выполнены при частичной поддержке РФФИ и РАН.*

### Литература

1. V. A. Sablikov, A. A. Sukhanov // Physical Review B, V. 91, 075412 (2015).
2. B. A. Bernevig, T. L. Hughes, S. C. Zhang // Science, V. 314, 1757 (2006).