

## Оглавление

<b>Введение</b> .....	1
<b>1. Электродинамика тонких пленок</b> .....	22
1.1. Эквивалентные граничные условия для тонкого слоя диэлектрика.....	23
1.2. ЭГУ для анизотропной частопериодической решетки.....	32
1.3. Эквивалентные граничные условия для индуктивных изотропных решеток.....	53
1.4. Эквивалентные граничные условия для емкостных изотропных решеток.....	82
1.5. Учет тепловых потерь в решетках.....	89
1.6. ЭГУ для ЧПР на тонком слое диэлектрика.....	98
<b>2. Планарные волноводы с тонкими пленками</b> .....	118
2.1. Теория электромагнитных волн в ПлВ с изотропными пленками.....	118
2.2. Теория электромагнитных волн в ПлВ с анизотропными пленками....	130
2.3. Характеристики $E$ – волн изотропных ПлВ.....	145
2.4. Характеристики $H$ – волн изотропных ПлВ.....	185
2.5. Характеристики волн в анизотропных ПлВ.....	218
2.6. Характеристики волн ПлВ с тонкими диэлектрическими слоями.....	262
2.7. Волны в ИПВ ПлВ.....	282
<b>3. Дифракция волн на границах ПлВ</b> .....	299
3.1. Дифракция электромагнитных волн на границе двух изотропных ПлВ.....	299
3.2. Дифракция электромагнитных волн на границе анизотропного ПлВ...336	
3.3. Дифракция волн на границе ИПВ ПлВ.....	354
3.4. Двумерная модель границы ПлВ.....	375
<b>4. Планарные зеркала</b> .....	384
4.1. Однослойные планарные зеркала для электрических и магнитных волн.....	384
4.2. Двухслойное планарное зеркало типа пилбокс.....	399

4.3. Учет пространственной дисперсии коэффициента отражения при синтезе планарного зеркала.....	416
4.4. Двухзеркальные планарные системы.....	429
<b>5. Планарные линзы.....</b>	<b>456</b>
5.1. Некоторые виды линз на основе изотропных, однородных материалов и синтез их поверхностей.....	457
5.2. Линзы с принудительным преломлением на основе изолированных ЛП.....	468
5.3. Линзы на основе ЧПР.....	494
5.4. Линзы Люнеберга.....	529
5.5. Двухслойные планарные линзы Люнеберга.....	555
<b>6. Облучатели планарных линз и зеркал.....</b>	<b>577</b>
6.1. Одиночные облучатели.....	578
6.2. Решетки рупорных облучателей.....	598
6.3. Матричный штыревой облучатель.....	618
6.4. Матричные облучатели на связанных волноводах. Теория связанных волн.....	627
6.5. Электродинамика систем связанных волноводов.....	642
<b>7. Излучающие решетки.....</b>	<b>673</b>
7.1. Анализ и синтез РПВ в приближении эквивалентных схем.....	674
7.2. Электродинамические методы анализа РПВ.....	698
7.3. Режимы функционирования РПВ. Основные физические эффекты.....	722
7.4. РПВ с расширенными функциональными возможностями.....	745
7.5. РПВ на основе радиальной линии.....	778
<b>8. Многолучевые, многоканальные интегрально - оптические антенные системы.....</b>	<b>800</b>
8.1. Многолучевые антенны на основе линз с принудительным преломлением.....	802
8.2. Планарные градиентные линзы и многолучевые антенны на их основе.....	829

8.3. Интегральные многолучевые зеркальные антенны.....	855
<b>Литература</b> .....	<b>886</b>
<b>Список обозначений</b> .....	<b>901</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемая Вашему вниманию книга посвящена относительно новой области науки и техники, которую можно назвать интегральной СВЧ оптикой. В известной книге [1] было показано, что оптические принципы могут быть эффективно использованы в микроволновом диапазоне для построения антенн различных типов. Целью данной книги является демонстрация возможностей оптических принципов для создания СВЧ интегральных схем (ИС).

ИС СВЧ давно вошли в практику проектирования радиоэлектронных устройств в диапазонах частот от долей до десятков гигагерц. Интерес к ним обусловлен тем, что применение интегральной технологии позволяет за счет повышения технологичности устройства снизить его стоимость. Можно сказать, что во многих случаях применение ИС является необходимым шагом для перехода от изготовления единичных образцов к их массовому производству.

Понятие ИС весьма многообразно. Его содержание существенным образом зависит от диапазона частот, для использования в котором предназначена ИС. Поэтому ИС сравнительно низких частот (НЧ) могут сильно отличаться от СВЧ ИС.

Характерной особенностью НЧ ИС и вообще всех НЧ радиоэлектронных устройств (РЭУ) является то, что их типичные размеры много меньше длины волны на рабочей частоте. По этой причине электромагнитное поле в РЭУ является квазистатическим, то есть почти потенциальным. Благодаря этому роль проводников с малым сопротивлением в РЭУ минимальна. Их форма не имеет важного значения. Они играют вспомогательную роль «соединительных дорожек». Электрические характеристики РЭУ определяются сосредоточенными элементами: резисторами, емкостями, диодами, транзисторами и т.д.



При повышении частоты длина волны постепенно приближается к характерному размеру ИС, что приводит к ряду важных последствий. На первом этапе они проявляются в виде паразитных индуктивностей и емкостей соединительных проводников. Проводники перестают быть электрически нейтральными. Поэтому проектирование РЭУ уже невозможно без учета их формы и взаимного расположения.

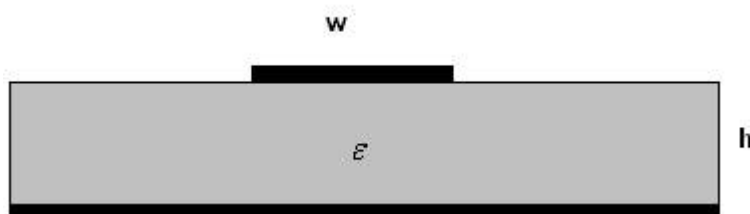
Дальнейшее повышение частоты сопровождается ростом влияния волновых эффектов. Так проводник размером в четверть длины волны может проявлять свойства резонансного контура. Рассматривать его как вспомогательный элемент, который только соединяет функциональные узлы схемы уже невозможно. На СВЧ проводники становятся полноценным инструментом, с помощью которого можно создавать широкий класс РЭУ.

Когда рабочие частоты достигли определенного предела развитие РЭУ в целом и ИС в частности пошло по двум направлениям. В рамках первого направления была поставлена задача уменьшения размеров отдельных элементов таким образом, чтобы размеры всего РЭУ оставались много меньшими длины волны. В этом случае ИС всегда остается по физике своего функционирования НЧ ИС и может разрабатываться без учета волновых эффектов. ИС такого типа широко представлены в дециметровом, сантиметровом и даже в миллиметровом диапазонах (ММД).

В рамках другого направления было принято решение отказаться от концепции проводников, как «соединительных дорожек» и перейти к концепции линии передачи (ЛП). В этом случае РЭУ представляет собой совокупность отрезков различных ЛП, с помощью которых формируются функциональные элементы. Эта концепция не отрицала возможности включения в РЭУ сосредоточенных элементов (см. выше).

Отличие ЛП от проводника НЧ РЭУ принципиально, хотя конструктивно, внешне часто они весьма похожи. РЭУ построенные на основе концепции ЛП получили название СВЧ РЭУ. В качестве ЛП использовались и используются полосковые и микрополосковые линии (ПЛ и

МПЛ), металлические волноводы, коаксиальные линии и т.д. (см. рис. В1). С точки зрения построения ИС наибольший интерес представляют ПЛ и МПЛ. Они получили столь большое распространение, что часто используют термин полосковые ИС.



*Рис. В1. Микрополосковая ЛП*

Внешне полосковые ИС не сильно отличаются от НЧ ИС. Однако, если в НЧ ИС форма проводника и его расположение относительно «земли» не играют принципиальной роли, то в полосковой ИС они важны, так как от них зависят такие важные параметры ПЛ и МПЛ как постоянная распространения и характеристическое сопротивление.

Таким образом, в таких частотных диапазонах, как дециметровый и сантиметровый полосковая ИС становится эквивалентом ИС СВЧ. Однако продвижение интегральной технологии в ММД заставило пересмотреть принципы построения ИС СВЧ. Основным фактором, который стимулировал этот процесс была проблема тепловых потерь в полосковых ИС. Она была осознана на рубеже 70-х и 80-х годов XX столетия [2] – [5]. В это период появился ряд работ, посвященных поиску новых типов ЛП для ИС ММД.

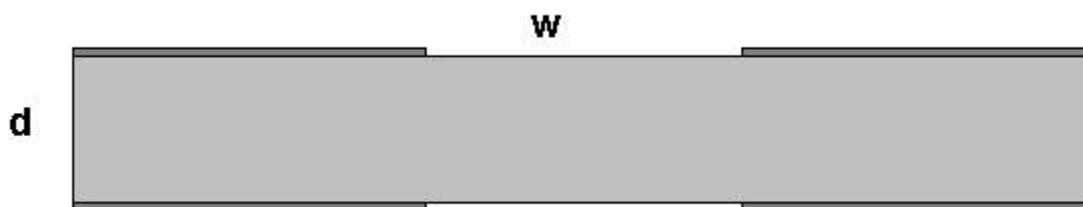
Проблема тепловых потерь в полосковых ИС обусловлена следующими факторами. ПЛ и МПЛ «нормально» функционируют, когда их поперечные размеры много меньше длины волны. В этом случае излучение из полосковых элементов мало. Поэтому при переходе в ММД эти размеры должны быть дополнительно уменьшены. При этом достаточно быстро растет затухание в ЛП, обусловленное потерями в металле. Можно, конечно не уменьшать указанных размеров, но при этом тепловые потери заменяются потерями на излучение, которые кроме уменьшения коэффициента полезного

действия (КПД) также порождают множество паразитных связей между элементами РЭУ. Таким образом, при переходе в ММД полосковые ИС в любом варианте имеют недопустимо низкий КПД.

Поиск новых ЛП для ИС проходил преимущественно в рамках концепции перехода от проводных ЛП к волноводным ЛП. Под проводными ЛП, в частности, понимаются ПЛ и МПЛ, в которых направляющие свойства создаются преимущественно двумя близко расположенными металлическими проводниками. В волноводе поле распределено по существенно большей площади и по этой причине затухание волноводной волны существенно меньше затухания в ПЛ.

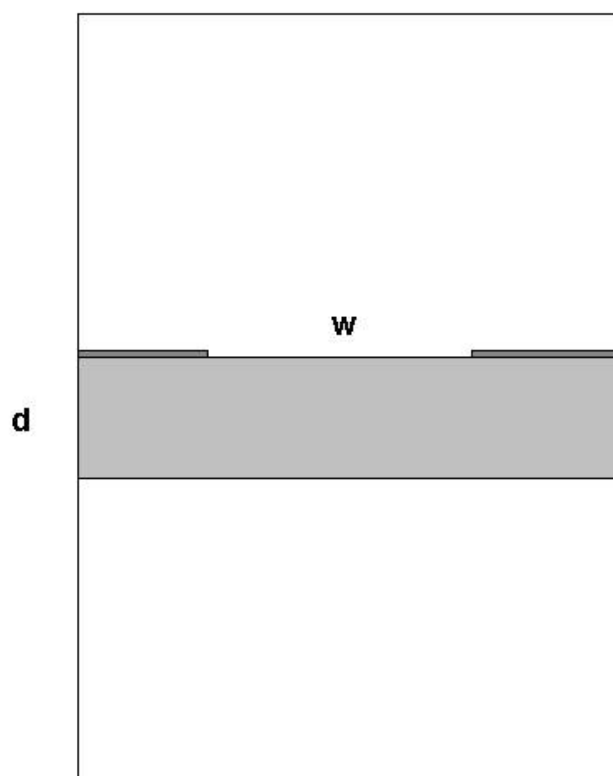
В работе [6] была выдвинута идея полоскового волновода, который представлял собой МПЛ с поперечными размерами сравнимыми с длиной волны. Однако, дальнейшего развития эта идея не получила из-за того, что полосковые элементы такого типа имели большие потери на излучение.

В работе [7] был предложен в качестве базовой ЛП для ИС ММД показанный на рис. В2 двухсторонний щелевой волновод (ДЩВ).



*Рис. В2. Двухсторонний щелевой волновод*

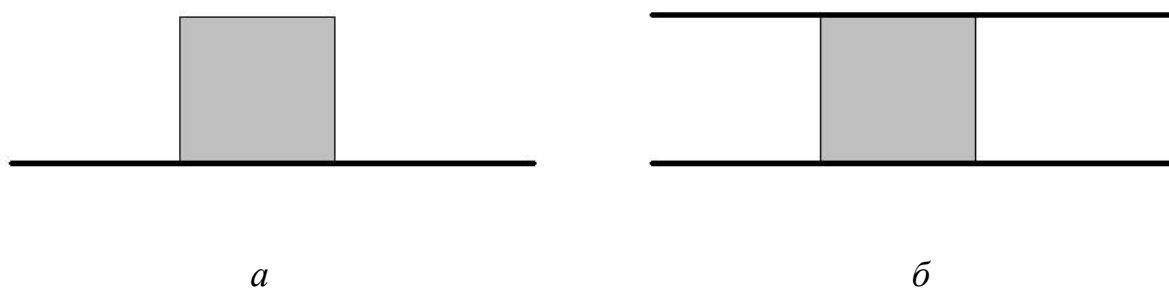
В работах [8] – [10] рассматривались волноводно – щелевые линии (ВЩЛ), которые сочетали возможности интегральной технологии с волноводным способом передачи энергии (см. рис. В3).



*Рис. В3. Волноводно – щелевая ЛП*

В период указанный выше интенсивно исследовались разные виды диэлектрических волноводов (ДВ) для ИС ММД, которые получили название интегральных ДВ (ИДВ).

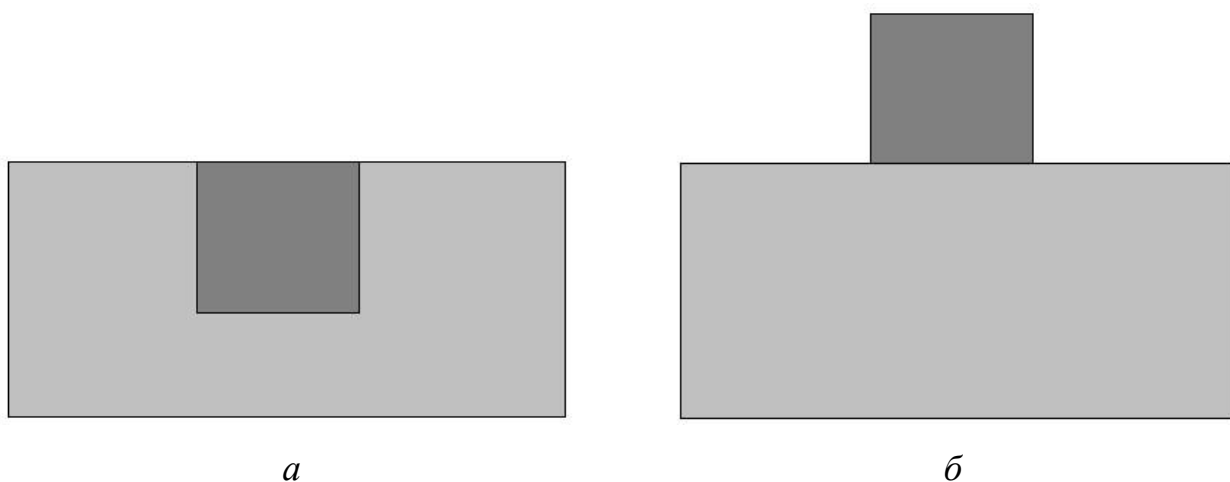
Среди ИДВ, в первую очередь, следует отметить показанные на рис. В4 а,б отражательный ДВ (ОДВ) и Н – образный ДВ (НДВ).



*Рис. В4. Интегральные ДВ*

Интерес к ДВ обусловлен тем, что в принципе для передачи электромагнитной энергии они не нуждаются в металлических элементах,

которые в ММД являются основным источником потерь. Тем не менее, в конструкциях показанных на рис. В4 а,б металлические элементы сохраняются в виде плоских экранов.



*Рис. В5. ИДВ на диэлектрических подложках*

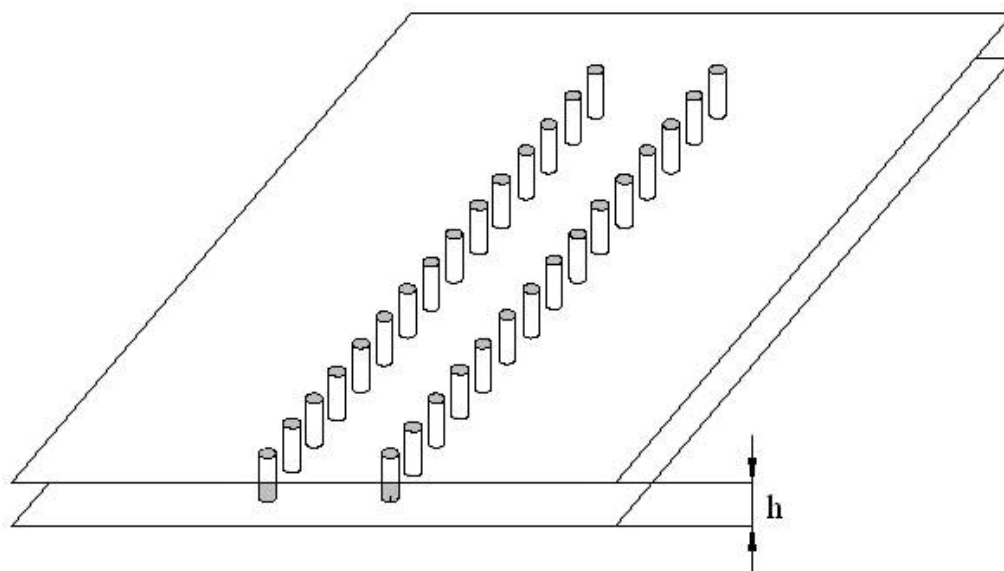
В ИДВ показанных на рис. В5 а,б металлическая подложка заменяется диэлектрической. При этом проницаемость подложки меньше проницаемости волноведущего стержня. Данные виды ИДВ являются прямыми аналогами интегральных световодов оптического диапазона [11].

Особенностью ДВ является то, что они являются открытыми ЛП. По этой причине на нерегулярных участках из них возможно излучение в окружающее пространство. Этот фактор не позволяет использовать в устройствах на ДВ резкие нерегулярности. Они должны быть заменены плавными переходами, которые имеют существенно меньшие радиационные потери и существенно большие размеры [12].

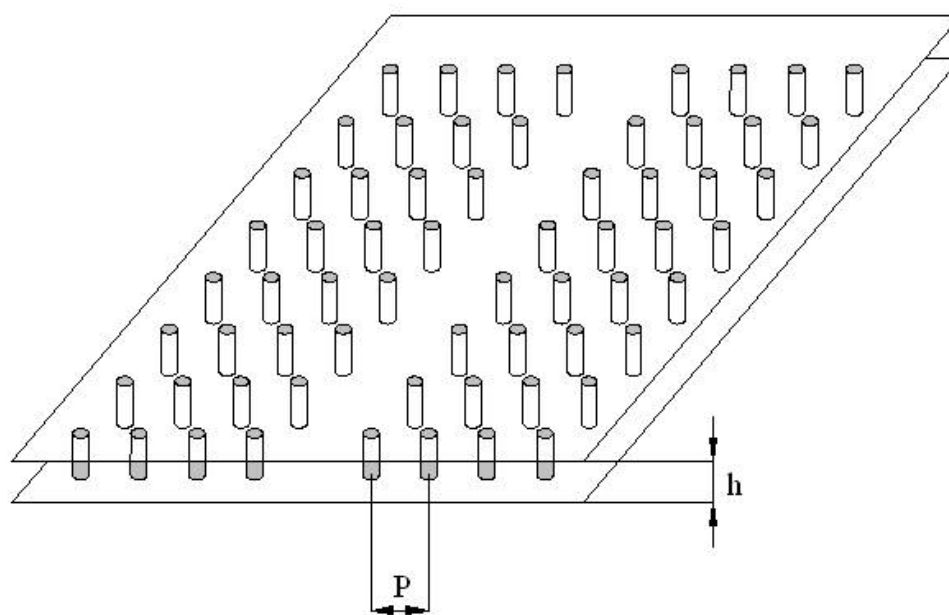
Следует сказать, что предложенные ЛП для ИС ММД сформировали новые классы ИС, таких как щелевые ИС [13], диэлектрические ИС [7] и т.д. Процесс их исследования и практического использования еще не завершен, хотя уже сейчас можно отметить, что на их основе разработан ряд интересных устройств ММД (см. например [14], [15]).

Говоря о волноводных ИС ММД, следует отметить новую технологию построения ИС, появившуюся в 90-х годах XX века. Будем использовать для

ее обозначения термин технология substrate integrated waveguide (SIW) [16]. При этом необходимо отметить, что аналогичные волноводы назывались также post wall waveguides (PWW) [17]. Близки к ним electromagnetic bandgap (EBG) волноводы [18].



*a*



*б*

*Рис. В6. Интегрированные в подложке волноводы*

На начальных этапах все три типа волноводов исследовались независимо разными коллективами, а физика их функционирования

трактовалась по-разному. Однако, на этапе проектирования интегральных устройств эти отличия нивелировались, что позволяет отнести работы, в которых развивались идеи изложенные в [16] – [18] к одному направлению.

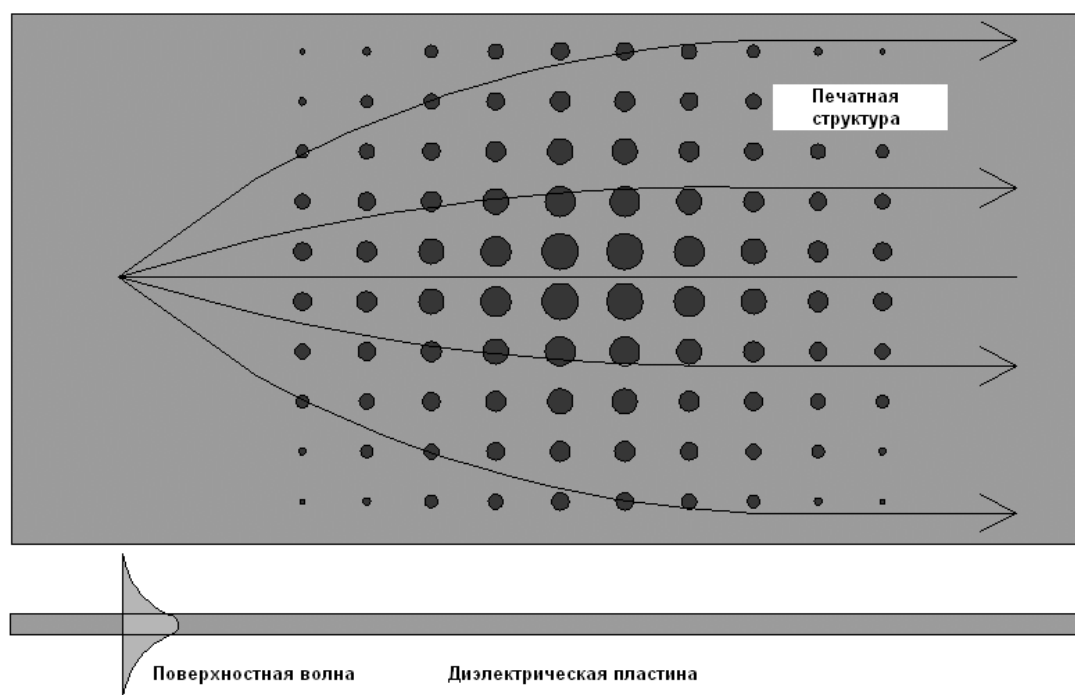
Будем вместо англоязычного термина SIW использовать термин интегрированный в подложку волновод (ИПВ). Такой волновод показан на рис. В6 а. Принцип его функционирования аналогичен принципу работы традиционного прямоугольного металлического волновода за исключением того, что стенки перпендикулярные плоскости подложки выполнены не в виде сплошной металлической поверхности, а в виде периодической решетки из металлических цилиндров. Важно, что такая решетка может быть выполнена методами интегральной технологии как система металлизированных отверстий в диэлектрической подложке. Таким образом, являясь по физике функционирования волноводом сам ИПВ и устройства на его основе могут быть изготовлены в рамках стандартного технологического процесса. По этой причине они обладают всеми достоинствами ИС на ПЛ и МПЛ.

Период решетки должен быть выбран достаточно малым, чтобы предотвратить излучение за пределы ИПВ. На рис. В6 б показан EBG волновод, который отличается от ИПВ только тем, что его стенки формируются не одним, а несколькими рядами цилиндров, которые образуют искусственную среду – кристалл, находящийся в запрещенной зоне. В этой зоне в нем отсутствуют распространяющиеся волны. По этой причине необходимость в уменьшении периода отсутствует.

Оценивая достижения волноводных ИС ММД, следует отметить, что с их помощью удалось продвинуться до частот порядка 70 – 90 ГГц. Вероятно, возможно дальнейшее продвижение до частот около 150 ГГц при условии решения ряда технологических проблем [19]. Однако, дальнейшее движение в область коротких волн затруднительно. Можно сделать вывод о том, что данное направление достигло своего естественного предела.

Как уже говорилось выше, переход от полосковых ЛП к новым интегральным волноводам был обусловлен желанием уменьшить концентрацию поля и снизить затухание направляемых волн. Логичным продолжением этой тенденции является отказ от использования для передачи СВЧ энергии направляемых волн и волноводов и выполнение этой функции с помощью волновых пучков. Выгоды от такого перехода очевидны, так как концентрация поля в пучке ниже, чем в волноводе. Поэтому мы можем ожидать, что затухание волнового пучка будет меньше чем затухание волноводной волны, а ИС данного типа позволят продвинуться еще выше по частоте.

В переходе от направляемых волноводных волн и формирующих их волноводов к волновым пучкам заключается основная идея интегральной СВЧ оптики. Она поясняется на рис. В7.



*Рис. В7. Преобразование двумерных волновых пучков*

Для простоты рассмотрим диэлектрическую пластину, являющуюся конструктивной основой ИС. В ней могут распространяться поверхностные волны [20]. Эти волны, в отличие от волн свободного пространства, являются двумерными [21] волнами, так как возможные направления их



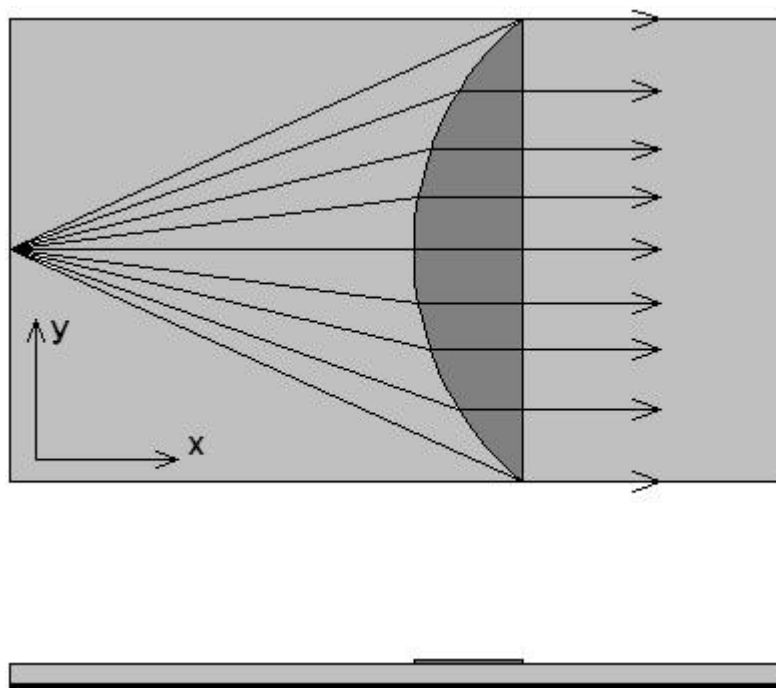
распространения ограничены плоскостью пластины. Однако, в указанной плоскости эти волны могут формировать пучки, которые будут распространяться вдоль диэлектрической пластины. Таким образом, традиционное понятие пучка, который является трехмерным волновым образованием применительно к ИС трансформируется в двумерный пучок. В рассмотренном примере его формируют поверхностные волны. Однако, в общем случае пучки могут быть образованы двумерными волнами других типов.

Тип волны определяется конструкцией двумерной направляющей структуры. На рис. В7 она представляет собой диэлектрическую пластину. Класс двумерных направляющих структур, поддерживающих распространение поверхностных волн, получил название планарных ДВ (ПлДВ). Хорошо известен в технике СВЧ плоский волновод (ПВ), который представляет собой диэлектрический слой с металлизированными поверхностями. Такой волновод в одноволновом режиме поддерживает распространение Т – волны. Иногда все двумерные волноводы объединяют в общий класс планарных волноводов (ПлВ). ПлВ является конструктивной основой квазиоптической ИС.

Одной из основных задач СВЧ ИС является выполнение пространственных преобразований электромагнитного поля. Важной задачей является также преобразование информационных сигналов во временной и частотной областях. Однако, до сих пор эти преобразования выполняются с помощью сосредоточенных или квазисосредоточенных элементов. Поэтому специфика рассматриваемых ИС оптического типа заключается именно в способе выполнения пространственных преобразований поля.

В оптике пространственное преобразование пучков осуществляется путем изменения материальных параметров среды, в которой происходит их распространение. Аналогично поступают и в интегральной СВЧ оптике. Для этого изменяются свойства ПлВ, в котором распространяется пучок. На границе двух ПлВ волны будут преломляться аналогично волнам в

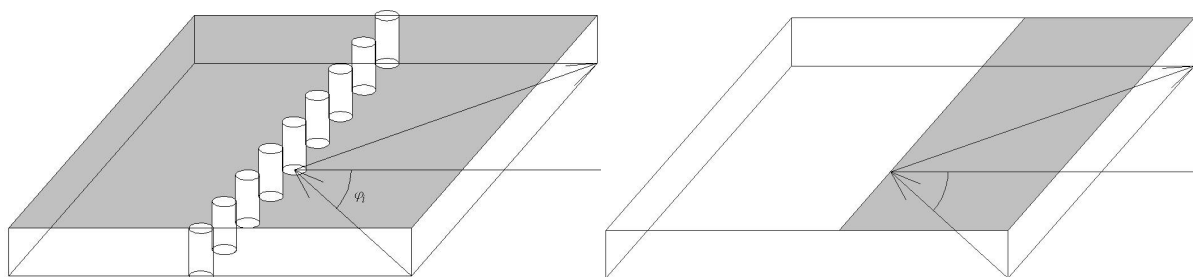
трехмерных средах. Таким образом, можно создавать двумерные или планарные линзы (см. рис. В8).

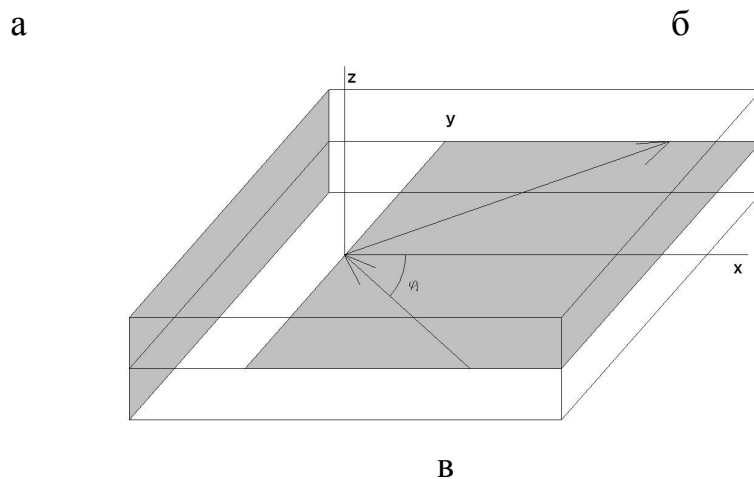


*Рис. В8. Планарная линза*

Линза на рис. В8 преобразует пучок с цилиндрическим фазовым фронтом, исходящий из ее фокуса в пучок с плоским фазовым фронтом.

Преобразование двумерных пучков можно осуществлять также путем их отражения от планарных зеркал. Примеры плоских планарных зеркал показаны на рис. В9 а-в. Их можно создавать с помощью решеток металлических цилиндров (рис. В9 а), о которых мы уже говорили выше. Роль зеркала может играть обрыв проводника ПВ (рис. В9 б). В ряде работ [22] – [23] рассматривались двухслойные планарные зеркала (рис. В9 в), в которых отражение волн сопровождается передачей энергии из одного ПВ в другой ПВ, расположенный выше или ниже исходного.





*Рис. В9. Плоские планарные рефлекторы*

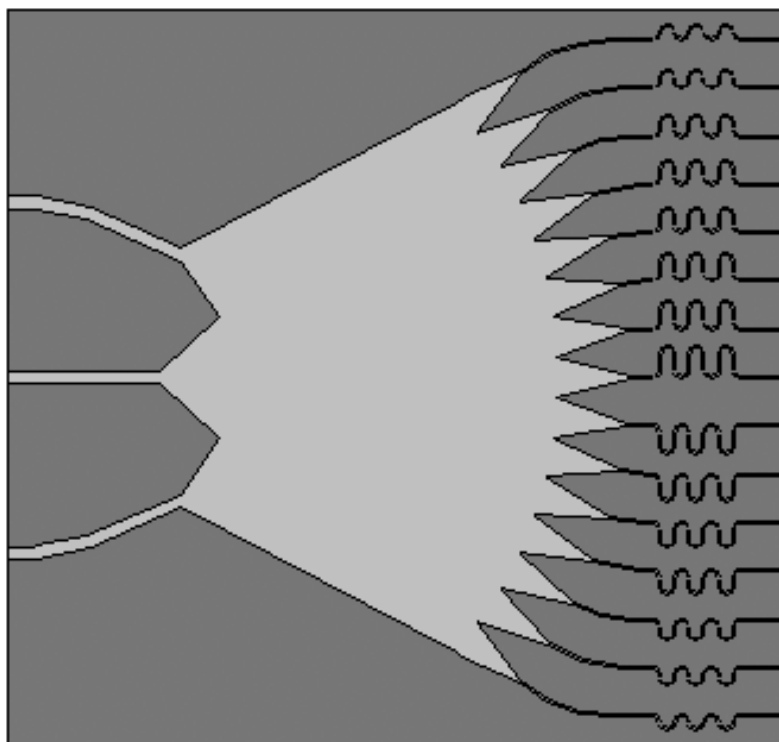
Неоднородные области в ПЛВ могут создаваться разными способами. Например, мы можем в части диэлектрической пластины изменить ее проницаемость. Можно также изменить толщину пластины. Однако, не все способы адекватны методам интегральной технологии. Говоря об этих методах, необходимо иметь в виду их интенсивное и непрерывное развитие. Поэтому то, что на определенном этапе было недоступно для интегральной технологии, позднее может оказаться стандартной операцией. Вывод, который будет сделан ниже является отражением современного уровня развития технологии СВЧ ИС.

Наиболее приемлемым способом создания неоднородной области является нанесение на поверхности пластины (подложки ИС) тонких пленок разного типа. Тонкие пленки являются стандартным инструментом ИС СВЧ [24]. К их числу относятся: проводящие пленки (полосковые проводники), резистивные пленки, диэлектрические пленки, полосковые периодические решетки и т.д.

Выше уже отмечалось, что создание отверстий в подложке ИС и их металлизация не противоречат интегральной технологии. Поэтому технология ИПВ может и используется в устройствах интегральной оптике (ИО) СВЧ.

Следует отметить, что интерес к интегральным квазиоптическим устройствам усилился в связи с освоением ММД. Однако, достаточно давно известен ряд классических технических решений, которые можно с полным основанием считать устройствами ИО СВЧ. Среди них следует отметить линзу Ротмана [25].

Линза Ротмана (рис. В10) является полосковым устройством, выполняющим функцию диаграммообразующей схемы. Эта функция может также быть выполнена волноводной схемой – матрицей Батлера, содержащей множество элементов: фазосдвигателей, направленных ответвителей, сочленений и т.д. [26]. Линза Ротмана решает оптическими методами поставленную задачу с существенно меньшими потерями мощности.



*Рис. В10. Линза Ротмана*

Обычно линза Ротмана выполняется на основе ПВ. Она имеет несколько входов (расположены слева) и несколько выходов (расположены справа). В области ПВ между входами и линиями задержки (свернутые МПЛ) распространяются двумерные пучки Т – волн ПВ.

При возбуждении центрального входа в выходных каналах формируется синфазное распределение амплитуд волн. Если возбуждается

один из боковых каналов, то распределение амплитуд на выходе приобретает линейную зависимость фазы от номера канала. Благодаря такому свойству линзы Ротмана с ее помощью можно формировать в пространстве систему независимых лучей.

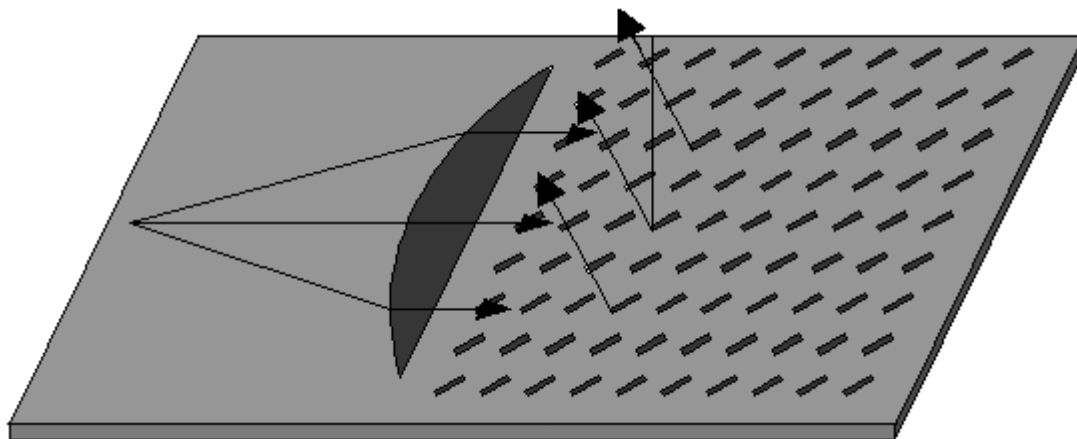
Также в антенной технике весьма давно используются планарные зеркала [27], в том числе и двухслойные [28]. Поэтому мы можем отметить, что оптические принципы, в том числе принципы интегральной оптики давно проникли в СВЧ диапазон [1]. Их интенсивное применение для конструирования антенн имеет простое объяснение. Остронаправленные антенны имеют большие электрические размеры (размеры, отнесенные к длине волны) независимо от диапазона частот. В тоже время необходимым условием эффективности применения оптических принципов также являются большие электрические размеры таких элементов как линзы, зеркала, призмы и т.д. Поэтому они могут использоваться и используются в антенной технике.

В относительно НЧ диапазонах оптические устройства отличаются большими габаритами. С ними приходится мириться, если речь идет об остронаправленных антеннах, как с необходимым «злом». При переходе в ММД и, тем более, в субмиллиметровый диапазон (СММД) ситуация качественно меняется, так как большие электрические размеры перестают быть синонимом больших геометрических размеров. Это объясняет почему именно с освоением ММД и СММД интерес к оптическим методам в целом и интегральной оптике в частности резко повысился. По этой причине, несмотря на указанные работы [25] и [28], появившиеся в середине XX века, мы связываем направление интегральной СВЧ оптики именно с ММД и СММД, освоение которых началось позднее.

Выше отмечалось, что проникновение оптических принципов в СВЧ ИС началось в антенной технике не случайно, а закономерно. Подтверждением этому утверждению служит широкое применение в ММД и в коротковолновой части сантиметрового диапазона (СМД) устройств, которые в оптике получили название дифракционных решеток [29]. Они, в

частности, используются в интегральной оптике для ввода излучения в ПЛДВ. В СВЧ диапазоне эти устройства получили название антенных решеток последовательного типа или решеток с последовательным питанием [30]. Они разделяются на два больших класса: решетки бегущей волны [31] и резонансные решетки [32].

Пример использования решетки бегущей волны в интегральной антенне ММД приведен на рис. В11.



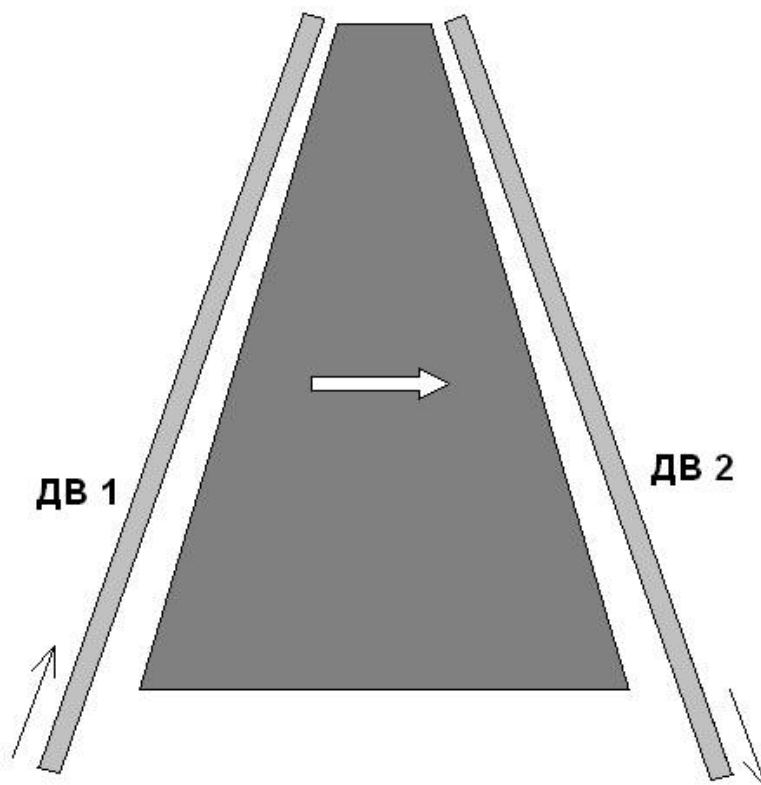
*Рис. В11. Решетка бегущей волны*

Отметим, что число публикаций, посвященных построению остронаправленных антенн оптического типа, в которых используются решетки с последовательным возбуждением весьма велико. В качестве примера укажем на следующие работы [33] – [35].

В конце XX и начале XXI века особенно интенсивно исследовались и разрабатывались антенны и диаграммообразующие схемы построенные по технологии ИПВ. Здесь можно отметить работы японских ученых под руководством М.Андо [36], [37], которые предложили ряд новых технических решений в этой области. Работы [38], [39] можно рассматривать как развитие отмеченных выше исследований по применению технологии ИПВ для построения сложных многоканальных антенных решеток.

Несмотря на очевидное влияние антенной проблематики на ИО СВЧ, следует отметить, что оптические принципы оказались весьма эффективными для решения других задач не связанных с излучением и приемом волн. Здесь

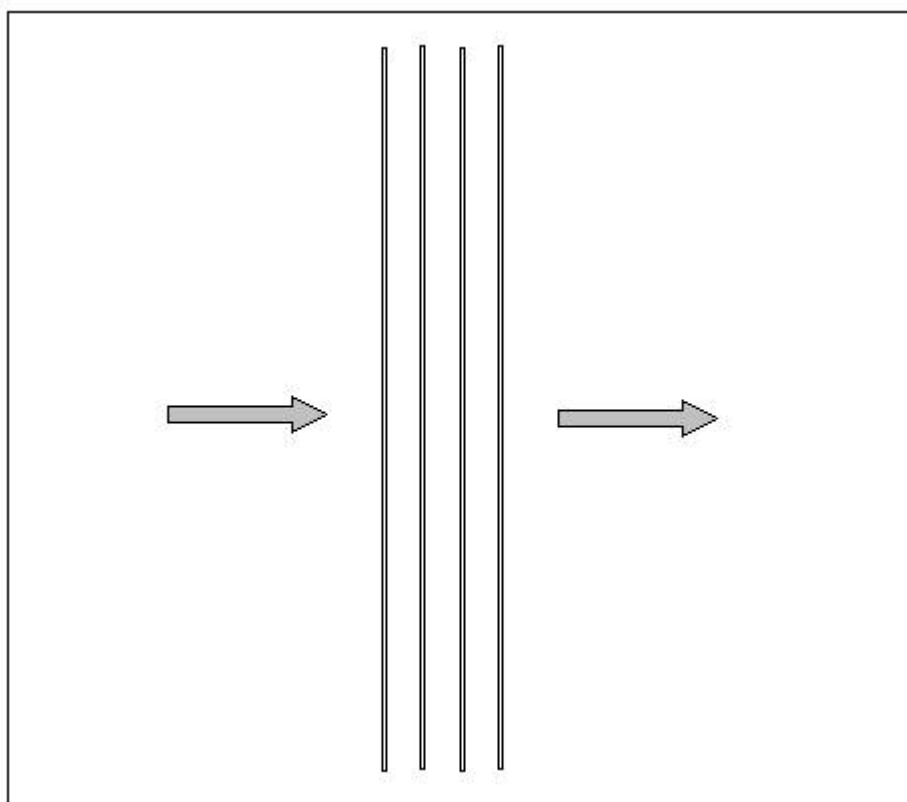
следует отметить патент РФ [40], в котором впервые было предложено использовать двумерные волновые пучки для решения задачи частотной селекции, то есть построения фильтров частот. Важным фактором является то, что эта задача решается без использования резонансных элементов, которые в ММД и СММД могут иметь недостаточно высокую добротность.



*Рис. В12. Квазиоптический фильтр*

Предложенный в [40] фильтр схематично показан на рис. В12. Он содержит два ДВ и расположенную между ними трапецидальную диэлектрическую пластину с проницаемостью большей проницаемости ДВ. Волна ДВ1 излучается в пластину в виде двумерного пучка, который распространяется вдоль пластины и возбуждает ДВ2. При этом полная передача энергии из одного волновода в другой происходит только на одной частоте. При удалении от нее коэффициент передачи быстро уменьшается. Таким образом формируется колоколообразная частотная характеристика фильтра.

Возможно построение квазиоптических фильтров СВЧ резонансного типа [41] (см. рис. В13).



*Рис. В13. Квазиоптический фильтр резонансного типа*

Фильтр на рис. В13 образован металлическими полосками, нанесенными на поверхность диэлектрической пластины. Между полосками образуется резонансная область. Благодаря этому пучок, падающий на фильтр проходит через него только в некотором диапазоне частот. Вне этого диапазона пучок отражается.

Из обзора представленного выше можно сделать следующие выводы:

- в науке и технике микроволнового диапазона сформировалось самостоятельное направление ИО СВЧ;
- главной отличительной его чертой является применение для преобразования электромагнитного поля в пространстве и в частотной области оптических принципов;
- сформирована элементная база ИО СВЧ, включающая: планарные линзы, зеркала, их облучатели, призмы, решетки и т.д.



Целью данной книги является обобщение научных и практических результатов, полученных в данном направлении и их систематическое изложение. Основное внимание в книге уделяется электродинамике интегральных квазиоптических элементов, которая является методической основой для их проектирования.

Акцент на электродинамику ИО СВЧ может вызвать некоторые вопросы, связанные с целесообразностью такой направленности книги. В последнее время активно развиваются системы электродинамического моделирования такие как High Frequency System Simulator (HFSS), CST Microwave Studio (CST MWS) и т.д. (см. например [42], [43]). В принципе с их помощью можно решать любые граничные задачи, в том числе и задачи ИО СВЧ. Поэтому возникает вопрос о целесообразности развития новых методов моделирования интегральных квазиоптических элементов.

Здесь необходимо сказать, что квазиоптические интегральные устройства представляют особую сложность для отмеченных выше систем моделирования. Эта сложность определяется тем, что они имеют характерные размеры двух типов. Среди них стоит отметить толщину подложки, которая, как правило, в несколько раз меньше длины волны и габаритные размеры элемента в плоскости подложки, которые по отношению к длине волны весьма велики.

Электродинамический анализ такого элемента требует в силу больших габаритных размеров дискретизации большой области пространства, которая должна быть проведена с густой сеткой в силу наличия малых характерных размеров. В результате размерность задачи, определяемая числом элементов сетки, резко растет, что часто делает прямое численное решение граничной задачи невозможным или, по крайней мере, нецелесообразным.

Отметим также, что применение асимптотических методов решения электродинамических задач, таких как метод физической оптики [44] оказывается также невозможным из-за наличия сравнительно малых характерных размеров в устройствах ИО СВЧ. В этом состоит их важное

отличие от традиционных оптических структур, анализ которых эффективно проводится с помощью метода физической оптики и развивающих его методов геометрической теории дифракции [45] и метода краевых волн [46].

Таким образом, структуры ИО СВЧ представляют собой отдельный класс объектов, моделирование которых требует развития новых методов решения электродинамических задач. Этот фактор определяет отмеченную выше направленность книги.

Структуру книги во многом определяет принятая концепция построения устройств ИО СВЧ. Частично она была изложена выше. Повторим ее еще раз. Квазиоптическая СВЧ ИС является совокупностью двумерных областей, формируемых путем нанесения на поверхности подложки тонких пленок и отражающих поверхностей, формируемых решетками металлизированных отверстий. Принятая концепция построения квазиоптической ИС определяет структуру книги, которая представлена ниже.

В первой главе рассматриваются тонкие пленки, как основной инструмент формообразования в ИС. Анализируются следующие структуры: тонкие слои магнито-диэлектриков, изотропные периодические ленточные решетки, анизотропные ленточные решетки, анизотропные решетки, расположенные на слое диэлектрика. Все указанные объекты описываются единым образом с помощью эквивалентных граничных условий (ЭГУ) импедансного типа. Отметим, что единый способ описания данных структур позволяет объединить их в общий класс импедансных пленок.

Вторая глава посвящена анализу волн в однородных двумерных областях, образованных нанесением на поверхности диэлектрической пластины импедансных пленок. Отметим, что в последнее время интенсивно развивается такое направление науки и техники как метаматериалы [47]. Под метаматериалами понимается ряд искусственных сред, обладающих особыми электромагнитными свойствами. Среди них выделяют двумерные метаматериалы [48]. Нетрудно убедиться в том, что однородная пластина с

тонкими пленками также является двумерным метаматериалом, совокупность которых формирует квазиоптическую ИС.

Во второй главе рассматриваются волны в пластинах с изотропными и анизотропными решетками, диэлектрическими слоями, анизотропными решетками со слоями сегнетоэлектриков. Особое внимание уделяется анализу эффективности управления параметрами искусственных двумерных сред. Для этого вводится совокупность их показателей качества (ПК), по которым проводится оптимизация.

Третья глава посвящена анализу взаимодействия электромагнитных волн на границе раздела двумерных метаматериалов. Для этого формулируется задача о наклонном падении волны метаматериала на прямолинейную границу раздела с другой средой. Эта задача решается аналитически методом Винера – Хопфа. Рассматривается ряд важных частных случаев. Оцениваются такие важные для проектирования квазиоптических элементов эффекты как потери энергии на излучение в свободное пространство, согласование границы раздела двух сред и зависимость фаз коэффициентов отражения и прохождения от угла падения. В третьей главе анализируются отражающие свойства среды, образованной двумерной решеткой металлических цилиндров и решается задача о рассеянии волн однослойной решеткой таких цилиндров.

Четвертая глава посвящена вопросам моделирования и проектирования различных планарных линз. Особое внимание уделяется линзам с принудительным преломлением и линзам Люнеберга. Рассматривается ряд новых конструкций планарных линз: двухслойные линзы Люнеберга и неоднородные линзы с принудительным преломлением. Представлен также анализ ряда классических конструкций линз на основе изотропных сред, линз Люнеберга и т.д.

В пятой главе рассматриваются планарные зеркала, в том числе: зеркала для Н – волн в виде полубесконечных металлизаций, зеркала для Т – волн в виде обрыва металлизации, зеркала в виде среды из металлизированных

отверстий, двухслойные зеркала разных видов. Также в пятой главе анализируется явление пространственной дисперсии коэффициента отражения от зеркала и его влияние на синтез поверхности рефлектора. В конце пятой главы анализируются многозеркальные системы из двухслойных зеркал, привлекающие к себе внимание отсутствием эффекта затенения. Рассмотрены задачи синтеза и анализа двухзеркальных систем, удовлетворяющих условию синусов Аббе [1].

Шестая глава посвящена принципам построения и проектирования облучателей планарных линз и зеркал. Особое внимание уделяется анализу многоканальных облучателей, в частности, облучателей с секторными диаграммами направленности (ДН), которые являются оптимальными для построения многолучевых антенн.

В седьмой главе анализируются излучающие решетки. Поскольку вопросам их построения и проектирования посвящен ряд монографий, вышедших в последнее время (см. например [30]), то в данной книге они рассматриваются не столь подробно. Главное внимание уделяется вопросам, важным для построения типичных для ИО СВЧ антенн.

В заключительной восьмой главе представлен обзор, посвященный последним достижениям в области построения многолучевых интегрально - оптических антенн.

## 1. Электродинамика тонких пленок

Универсальным способом описания электродинамических свойств тонких пленок являются ЭГУ. Тонкая пленка в общем случае может представлять собой достаточно сложный объект. Поле в ней описывается функциями, которые далеко не всегда можно выразить аналитически. Поэтому анализ структуры, содержащей тонкую пленку, например, анализ волновода с такими пленками может быть весьма трудоемкой задачей. Упростить ее решение можно разделяя сложную задачу на ряд более простых. Основанием для такого разделения в случае тонких пленок служит анализ особенностей электромагнитного поля, возникающего при их возбуждении внешним источником, в качестве которого чаще всего используют плоскую волну. Это поле в случае бесконечной по двум координатам пленки можно разделить на дальнее и ближнее. Дальнее поле обычно имеет вид отраженной и прошедшей плоских волн. Оно существует, в том числе, в точках пространства удаленных от пленки на сколь угодно большое расстояние. Ближнее поле сконцентрировано в относительно небольшой области около пленки. Конкретная природа ближнего поля зависит от структуры пленки.

Важно отметить то, что именно дальнее поле отвечает за взаимодействие с внешними по отношению к пленке объектами. Ближнее поле их «не чувствует», так как оно в месте расположения внешних объектов имеет пренебрежимо малую амплитуду.

Идея ЭГУ состоит в том, что они формулируются относительно части полного поля, то есть относительно дальнего поля. Решение граничной задачи для дальнего поля с помощью ЭГУ, во-первых, позволяет найти его без потери точности и, во-вторых, избавляет от необходимости определять ближнее поле, имеющее, как правило, весьма сложную структуру. Благодаря этому достигается существенное упрощение электродинамической задачи. Отметим, что применение ЭГУ является достаточно распространенным приемом, который использовался при анализе таких объектов как металл с

конечной проводимостью [49], гребенчатая структура [50], ленточные решетки [51] с малым периодом и т.д.

В первой главе мы рассмотрим вывод ЭГУ для тонких пленок, которые используются в ИО СВЧ. К их числу относятся слои диэлектриков, изотропные и анизотропные ленточные часто – периодические решетки (ЧПР), решетки на поверхности тонких диэлектрических слоев.

### 1.1. Эквивалентные граничные условия для тонкого слоя диэлектрика

В данном разделе мы получим ЭГУ для весьма распространенной в ИО СВЧ тонкой пленки – слоя диэлектрика. Под ЭГУ мы понимаем соотношения, связывающие тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей на разных сторонах слоя.

Как отмечалось выше ЭГУ выводятся из анализа решения ключевой задачи о падении на бесконечную по двум координатам пленку плоской волны. Геометрия анализируемой структуры показана на рис. 1.1.1. Пусть волна падает в плоскости  $XOY$ . В силу того, что материальные свойства слоя изотропны в плоскости  $XOZ$  мы можем ограничиться решением двумерной задачи, считая, что поле не зависит от координаты  $z$ .

В двумерной структуре поле разделяется на  $E$  и  $H$  – волны, которые могут анализироваться независимо друг от друга. Волны  $E$  типа или электрические волны имеют нулевую компоненту  $E_z$ , а волны  $H$  типа или магнитные волны имеют нулевую компоненту  $H_z$ . Остальные компоненты выражаются через  $E_z$  и  $H_z$  с помощью однородных уравнений Максвелла [52].

Задача о возбуждении плоской волной диэлектрического слоя относится к числу классических задач электродинамики. Ее решение можно найти, например, в книге [53]. Поэтому мы не будем подробно описывать математические преобразования, необходимые для вывода окончательных соотношений.

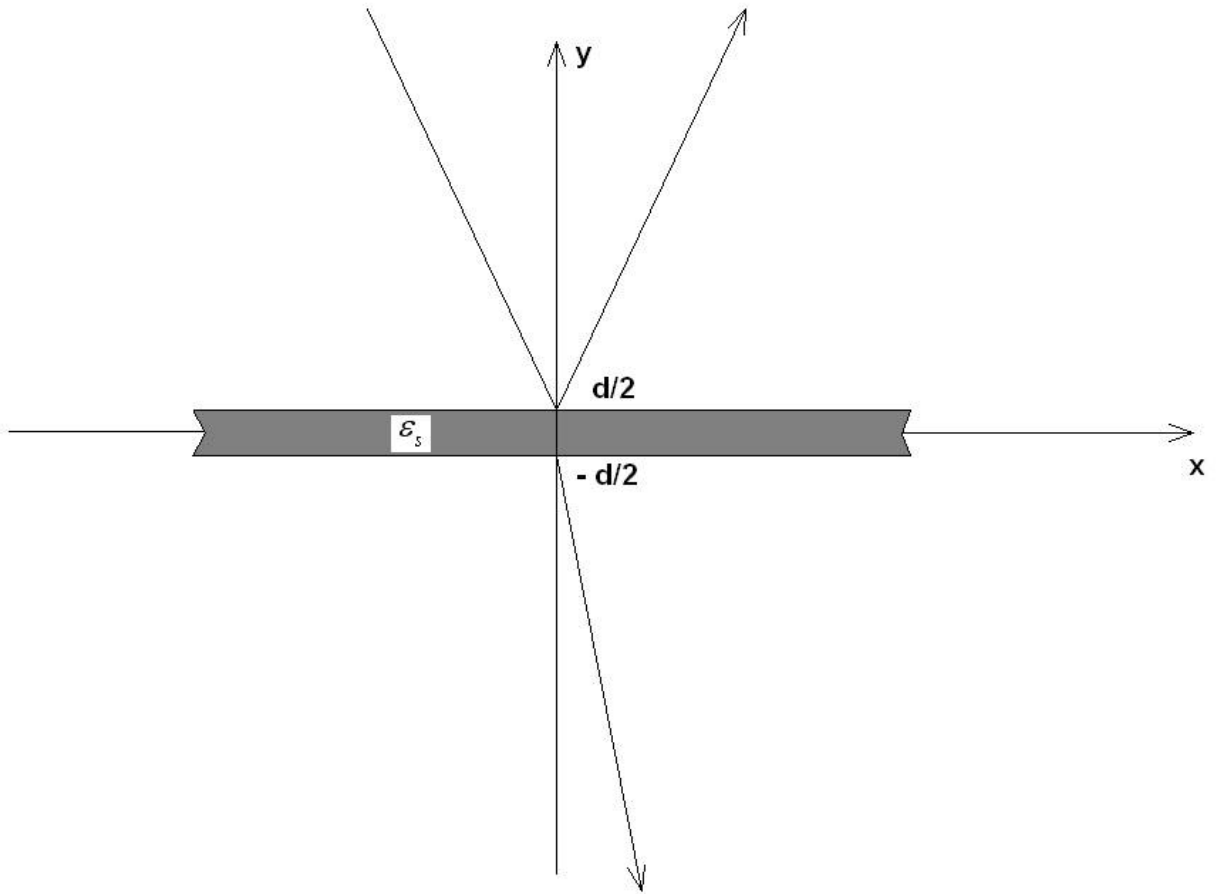


Рис. 1.1.1. Падение плоской волны на слой диэлектрика

Опишем кратко схему решения и более подробно остановимся на выводе с его помощью ЭГУ. Запишем поля в частичных областях структуры изображенной на рис. 1.1.1 Пусть область 1 расположена при  $y > d/2$ , область 2 при  $y < -d/2$ , а область 3 соответствует внутренности слоя  $|y| \leq d/2$ . Тогда мы можем записать следующие соотношения для компонент  $E_z$  и  $H_z$ :

$$\begin{bmatrix} E_{z1} \\ H_{z1} \end{bmatrix} = \left( e^{ip(y-d/2)} + R e^{-ip(y-d/2)} \right) e^{-ikx}, \quad (1.1.1)$$

$$\begin{bmatrix} E_{z2} \\ H_{z2} \end{bmatrix} = T e^{ip(y+d/2)} e^{-ikx},$$

$$\begin{bmatrix} E_{z3} \\ H_{z3} \end{bmatrix} = (A \cos qy + B \sin qy) e^{-i\kappa x},$$

$$p = \sqrt{k^2 - \kappa^2}, \quad q = \sqrt{k^2 \varepsilon - \kappa^2},$$

где  $k$  - волновое число свободного пространства,  $\kappa$  - волновое число, определяющее угол падения волны, постоянные  $R, T$  неизвестны и имеют смысл коэффициентов отражения и прохождения, постоянные  $A, B$  также неизвестны. Выражения (1.1.1) удовлетворяют однородным уравнениям Максвелла в соответствующих областях. Они записаны в предположении, что поле зависит от времени гармонически по закону  $e^{i\omega t}$ , где  $\omega$  - круговая частота. Данная зависимость от времени используется не только в этом разделе, но во всей книге.

Коэффициенты отражения и прохождения  $R, T$  для электрических волн определяются по магнитному полю, а для магнитных волн по электрическому полю.

Решение задачи сводится к выполнению граничных условий для тангенциальных компонент полей при  $|y| = d/2$ . Подставляя в них выражения для полей, можно получить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных коэффициентов. Решая ее находим:

$$R = \mp \frac{1}{2} \left( \frac{Z_0 - iZ_s \operatorname{tg} qd/2}{Z_0 + iZ_s \operatorname{tg} qd/2} + \frac{Z_0 + iZ_s \operatorname{ctg} qd/2}{Z_0 - iZ_s \operatorname{ctg} qd/2} \right), \quad (1.1.2)$$

$$T = -\frac{1}{2} \left( \frac{Z_0 - iZ_s \operatorname{tg} qd/2}{Z_0 + iZ_s \operatorname{tg} qd/2} - \frac{Z_0 + iZ_s \operatorname{ctg} qd/2}{Z_0 - iZ_s \operatorname{ctg} qd/2} \right),$$



$$Z_0 = \begin{bmatrix} \frac{\omega\mu_0}{p} \\ p \\ \frac{p}{\omega\varepsilon_0} \end{bmatrix}, \quad Z_s = \begin{bmatrix} \frac{\omega\mu_0}{q} \\ q \\ \frac{q}{\omega\varepsilon_0\varepsilon} \end{bmatrix}.$$

Верхние строки в (1.1.2) соответствуют магнитным волнам, а нижние электрическим,  $\varepsilon_0, \mu_0$  - абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости свободного пространства.

После определения коэффициентов отражения и прохождения мы можем выразить через них поля на поверхностях диэлектрического слоя:

$$\begin{aligned} e_{z1} &= 1 + R, \\ e_{z2} &= T, \\ h_{x1} &= -Z_0(1 - R), \\ h_{x2} &= -Z_0T, \end{aligned} \tag{1.1.3}$$

$$\begin{aligned} h_{z1} &= 1 + R, \\ h_{z2} &= T, \\ e_{x1} &= Z_0(1 - R), \\ e_{x2} &= Z_0T. \end{aligned} \tag{1.1.4}$$

Индексы 1,2 в выражениях (1.1.2), (1.1.3) соответствуют верхней и нижней границам слоя. Соотношения (1.1.3) записаны для электрических волн, а (1.1.4) для магнитных. Буквы  $e, h$  соответствуют электрическому и магнитному полям. Отметим, что в соотношениях приведенных выше опущены множители  $e^{-ikx}$ .

Несложные, но громоздкие преобразования позволяют получить следующие соотношения для компонент полей на границах слоя:

$$\begin{aligned}
h_{x2} - h_{x1} &= \frac{iqtgqd/2}{\omega\mu_0} (e_{z1} + e_{z2}), \\
h_{x2} + h_{x1} &= -\frac{iqctgqd/2}{\omega\mu_0} (e_{z2} - e_{z1}), \\
e_{x1} - e_{x2} &= \frac{iqtgqd/2}{\omega\varepsilon_0\varepsilon} (h_{z2} + h_{z1}), \\
e_{x2} + e_{x1} &= -\frac{iqctgqd/2}{\omega\varepsilon_0\varepsilon} (h_{z1} - h_{z2}).
\end{aligned} \tag{1.1.5}$$

Выражения (1.1.5) в принципе можно рассматривать как искомые ЭГУ. Однако, мы должны сделать несколько важных замечаний. Формулы (1.1.5) получены для частного случая возбуждения слоя плоской волной, которая характеризуется волновым числом  $K$ . Поле общего вида может быть представлено как суперпозиция плоских волн с разными  $K$ , которые могут изменяться от минус до плюс бесконечности. Таким образом, чтобы получить и условий (1.1.5) ЭГУ для поля произвольного вида мы должны применить к ним преобразование Фурье по переменной  $K$ .

Выполним указанные выше преобразования с учетом следующего соотношения:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} e(\kappa) e^{-i\kappa x} d\kappa. \tag{1.1.9}$$

В формуле (1.1.6) под  $E$  понимается поле общего вида, а под  $e(\kappa)$  поле порожденное плоской волной с волновым числом  $K$ . Выражения аналогичные (1.1.6) могут быть записаны для всех компонент электрического и магнитного полей.

Применяя к формулам (1.1.5) преобразование Фурье, получаем:

$$\begin{aligned}
H_{x_2} - H_{x_1} &= \int_{-\infty}^{\infty} Y_{mc}(x-x')(E_{z_1} + E_{z_2})dx', \\
H_{x_2} + H_{x_1} &= \int_{-\infty}^{\infty} Y_{mn}(x-x')(E_{z_2} - E_{z_1})dx', \\
E_{x_1} - E_{x_2} &= \int_{-\infty}^{\infty} Z_{en}(x-x')(H_{z_1} + H_{z_2})dx', \\
E_{x_2} + E_{x_1} &= \int_{-\infty}^{\infty} Z_{ec}(x-x')(H_{z_1} - H_{z_2})dx',
\end{aligned}
\tag{1.1.7}$$

$$\begin{aligned}
Y_{mc} &= \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{qtgqd/2}{\omega\mu_0} e^{-i\kappa(x-x')} d\kappa, \\
Y_{mn} &= -\frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{qctgqd/2}{\omega\mu_0} e^{-i\kappa(x-x')} d\kappa, \\
Z_{en} &= \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{qtgqd/2}{\omega\varepsilon_0\varepsilon} e^{-i\kappa(x-x')} d\kappa, \\
Z_{ec} &= -\frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{qctgqd/2}{\omega\varepsilon_0\varepsilon} e^{-i\kappa(x-x')} d\kappa.
\end{aligned}
\tag{1.1.8}$$

При выводе соотношений (1.1.7) и (1.1.8) была использована теорема о свертке. Видно, что граничные условия для произвольного поля имеют сложный вид. В них входят интегральные операторы. По этой причине они относятся к классу нелокальных граничных условий. Решение электродинамических задач с нелокальными граничными условиями имеет много специфических особенностей. Они рассмотрены в книге [54]. Однако на практике от нелокальности в граничных условиях стремятся избавиться.

Рассмотрим ЭГУ более простого вида. Для этого вернемся снова к соотношениям (1.1.5). Отметим, что причина появления нелокальных ЭГУ (1.1.7) состоит в том, что компоненты полей связаны коэффициентами,

зависящими от волнового числа  $\mathcal{K}$ . Попробуем упростить эту зависимость, предполагая, что мы имеем дело с тонкими слоями, для которых верно следующее соотношение:

$$tgqd / 2 \approx qd / 2. \quad (1.1.10)$$

Используя формулу (1.1.10), преобразуем условия (1.1.5):

$$\begin{aligned} h_{x_2} - h_{x_1} &= \frac{iq^2 d / 2}{\omega \mu_0} (e_{z_1} + e_{z_2}), \\ h_{x_2} + h_{x_1} &= -\frac{2i}{\omega \mu_0 d} (e_{z_2} - e_{z_1}), \\ e_{x_1} - e_{x_2} &= \frac{iq^2 d / 2}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon} (h_{z_2} + h_{z_1}), \\ e_{x_2} + e_{x_1} &= -\frac{2i}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon d} (h_{z_1} - h_{z_2}). \end{aligned} \quad (1.1.11)$$

Отметим, что в соотношения (1.1.11) зависимость от  $\mathcal{K}$  входит в более простой форме, чем раньше:

$$q^2 = \varepsilon k^2 - \kappa^2. \quad (1.1.12)$$

Из свойств преобразования Фурье известно, что умножение Фурье образа на  $\kappa^2$  эквивалентно дифференцированию оригинала. Поэтому применяя к ЭГУ (1.1.11) преобразование Фурье, мы получаем ЭГУ для произвольного поля в следующем виде:

$$\begin{aligned}
H_{x_2} - H_{x_1} &= \frac{id/2}{\omega\mu_0} \left( \varepsilon k^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) (E_{z_1} + E_{z_2}), \\
H_{x_2} + H_{x_1} &= -\frac{2i}{\omega\mu_0 d} (E_{z_2} - E_{z_1}), \\
E_{x_1} - E_{x_2} &= \frac{id/2}{\omega\varepsilon_0\varepsilon} \left( \varepsilon k^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) (H_{z_2} + H_{z_1}), \\
E_{x_2} + E_{x_1} &= -\frac{2i}{\omega\varepsilon_0\varepsilon d} (H_{z_1} - H_{z_2}).
\end{aligned} \tag{1.1.13}$$

Видно, что интегральные операторы в соотношениях (1.1.13) заменились более удобными дифференциальными операторами.

Граничные условия для диэлектрического слоя можно дополнительно упростить, предполагая, что его диэлектрическая проницаемость много больше единицы:

$$\varepsilon \gg 1. \tag{1.1.14}$$

Тогда в ЭГУ (1.1.13) можно пренебречь вкладом дифференциальных операторов, а также считать, что слагаемые пропорциональные  $d$  много меньше слагаемых пропорциональных  $\varepsilon d$ :

$$\begin{aligned}
H_{x_2} - H_{x_1} &= \frac{i\varepsilon k^2 d/2}{\omega\mu_0} (E_{z_1} + E_{z_2}), \\
E_{z_2} - E_{z_1} &= 0, \\
E_{x_1} - E_{x_2} &= \frac{ik^2 d/2}{\omega\varepsilon_0} (H_{z_2} + H_{z_1}), \\
H_{z_1} - H_{z_2} &= 0.
\end{aligned} \tag{1.1.15}$$

ЭГУ в локальной форме (1.1.15) были получены в [55]. Вообще говоря, их можно еще упростить, пренебрегая в третьем равенстве слагаемым пропорциональным  $d$ .

Может показаться странным, что при  $\varepsilon = 1$  разрывы тангенциальных компонент поля в ЭГУ (1.1.13) и (1.1.15) не исчезают, хотя слой физически отсутствует. Такое поведение граничных условий является следствием того, что в них входят компоненты поля на разных границах слоя. Поэтому даже при  $\varepsilon = 1$  поля с разными индексами берутся в разных точках пространства, разделенных слоем конечной толщины, но с единичной проницаемостью. Таким образом, говорить при этом об отсутствии слоя некорректно. Он существует, но имеет  $\varepsilon = 1$ .

Граничные условия (1.1.13) можно записать в компактной векторной форме:

$$\left[ \vec{H}_{\tau 2} - \vec{H}_{\tau 1}, \vec{n} \right] = \frac{id}{2} \left( \omega \varepsilon_0 \varepsilon + \frac{1}{\omega \mu_0} \text{grad div} \right) \left( \vec{E}_{\tau 1} + \vec{E}_{\tau 2} \right), \quad (1.1.16)$$

$$\left[ \vec{n}, \vec{E}_{\tau 2} - \vec{E}_{\tau 1} \right] = \frac{id}{2} \left( \omega \mu_0 + \frac{1}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon} \text{grad div} \right) \left( \vec{H}_{\tau 1} + \vec{H}_{\tau 2} \right),$$

где  $\vec{n}$  - вектор нормали к поверхности слоя, направленный из области 2 в область 1, индекс  $\tau$  показывает, что данная величина является вектором касательным к плоскости XOZ, операторы *grad* и *div* берутся в плоскости XOZ ( $\partial/\partial y = 0$ ). В квадратных скобках стоит оператор векторного произведения.

## 1.2. ЭГУ для анизотропной частопериодической решетки

В этом разделе мы получим ЭГУ, описывающие анизотропную ленточную решетку с малым электрическим периодом, то есть ЧПР.

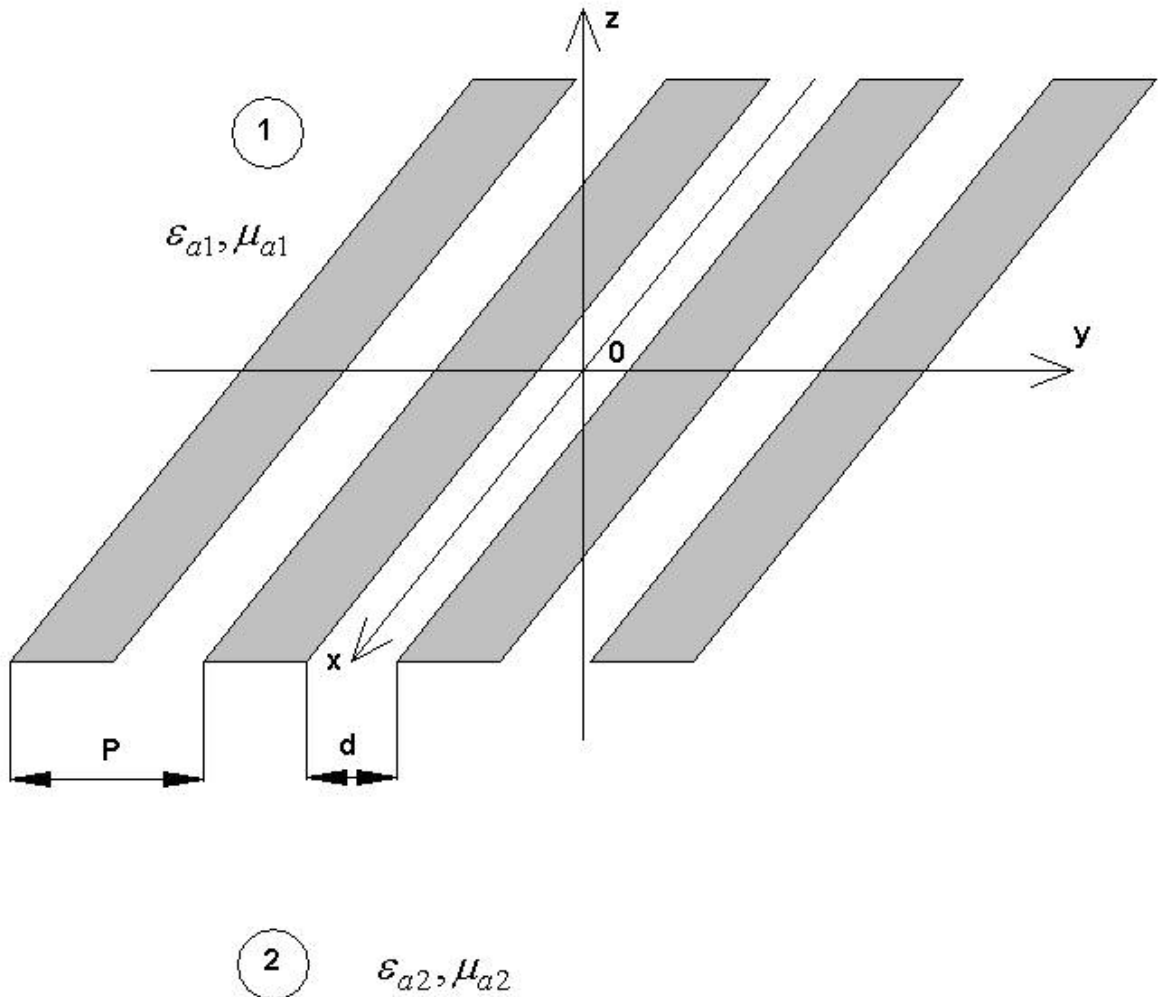


Рис. 1.2.1. Ленточная решетка

Анализируемая структура показана на рис. 1.2.1. Ленточная решетка формируется металлическими бесконечно тонкими лентами шириной  $w$ , расположенными с периодом  $P$ . Ленты параллельны оси  $0x$ . Расстояние между лентами  $d = P - w$ . Решетка расположена на границе раздела двух сред, которые описываются абсолютными диэлектрическими и магнитными проницаемостями  $\epsilon_{a1,2}, \mu_{a1,2}$ .

В отличие от диэлектрического слоя рассмотренного в разд. 1.1 наличие границы раздела двух сред является принципиальным моментом для анализа ЧПР, так как параметры сред 1 и 2, как будет показано ниже, входят в ЭГУ.

Анализ ЧПР будем проводить в два этапа. На первом этапе рассмотрим идеально проводящую решетку из бесконечно тонких металлических лент и получим для нее искомые ЭГУ. На втором этапе, основываясь на результатах, полученных на первом этапе, учтем наличие в структуре тепловых потерь. Для этого будет необходимо придать лентам конечную толщину  $t$ .

Пусть исследуемая ЧПР возбуждается плоской волной, падающей на нее из области 1. Общая схема решения электродинамической задачи имеет следующий вид:

1. Запись электромагнитного поля в структуре в форме удовлетворяющей однородным уравнениям Максвелла в областях 1 и 2 и периодичности структуры по оси  $Oy$ .
2. Вывод системы интегральных уравнений относительно продольных и поперечных компонент электрического поля в щелях решетки.
3. Переход к системе интегральных уравнений относительно поперечных компонент электрического поля в щелях и продольных компонент электрического тока на лентах.
4. Решение системы интегральных уравнений в квазистатическом приближении методом преобразований Швингера.
5. Определение дальнего поля ЧПР и вывод ЭГУ.

Указанные выше этапы решают первую из поставленных задач об ЭГУ для идеально проводящей решетки. Однако, в ММД и СММД принципиально важным для оценки технических параметров различных устройств является знание тепловых потерь в структуре. Для их учета необходимо выполнить следующие дополнительные этапы решения:

6. Вывод выражений для продольных и поперечных компонент электрического тока на лентах.



7. Коррекция выражений для компонент электрического тока с учетом конечной толщины проводников.
8. Вычисление параметров ЭГУ, учитывающих конечную проводимость металлических лент.

Принимая во внимание особую важность ленточных анизотропных ЧПР для ИО СВЧ, мы рассмотрим решение граничной задачи достаточно подробно.

Отметим, что ленточная ЧПР относится к числу классических объектов электродинамики. К их анализу много раз обращались разные авторы. Впервые ЭГУ для решетки, расположенной в свободном пространстве были получены в работе [56]. Они описывали ЧПР с произвольным коэффициентом заполнения  $q$  :

$$q = \frac{w}{P}. \quad (1.1.1)$$

Позднее в работе [57] ЭГУ были скорректированы с учетом ее размещения на границе раздела двух сред. Данное обстоятельство особенно важно для ИО СВЧ, в которой ЧПР всегда располагается между двумя магнито – диэлектриками.

Интересный подход к анализу ЧПР представлен в книге [58]. В ней получены ЭГУ для ЧПР с потерями, но только для случая  $q \ll 1$ . Важно отметить, что в указанной книге рассматриваются не только одномерно – периодические решетки, но и двумерно – периодические структуры.

Таким образом, видно, что в полном объеме задача анализа ленточной ЧПР с учетом тепловых потерь в настоящее время не решена. Ниже будет представлено приближенное решение. Для идеально проводящей решетки оно повторяет работу [56], результаты которой получены при условии малого электрического периода ЧПР:

$$P \ll \lambda, \quad (1.1.2)$$

где  $\lambda$  - длина волны в свободном пространстве.

Учет тепловых потерь проведен приближенным способом, который наряду с условием (1.1.2) требует выполнения дополнительных допущений о характере поля в ЧПР.

Запись электромагнитного поля в структуре в форме удовлетворяющей однородным уравнениям Максвелла в областях 1 и 2 и периодичности структуры по оси  $Oy$ . Перейдем к выполнению первого этапа решения. Выразим поля в решетке через компоненты  $E_z, H_z$ :

$$E_{z1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-i\beta x - i\kappa_n y - \gamma_{1n} z} + 2e_0 \operatorname{ch} \gamma_{10} z e^{-i\beta x - i\kappa y}, \quad (1.2.3)$$

$$E_{z2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n e^{-i\beta x - i\kappa_n y + \gamma_{2n} z},$$

$$H_{z1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{-i\beta x - i\kappa_n y - \gamma_{1n} z} + 2h_0 \operatorname{sh} \gamma_{10} z e^{-i\beta x - i\kappa y},$$

$$H_{z2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{-i\beta x - i\kappa_n y + \gamma_{2n} z},$$

$$\kappa_n = \kappa + \alpha_n,$$

$$\alpha_n = \frac{2\pi n}{P},$$

$$\gamma_{1,2n} = \sqrt{\kappa_n^2 + \beta^2 - k_{1,2}^2},$$

$$k_{1,2} = k \sqrt{\varepsilon_{1,2} \mu_{1,2}},$$

где  $k$  - волновое число свободного пространства,  $\varepsilon_{1,2}, \mu_{1,2}$  - относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости областей 1 и 2,  $k_{1,2}$  - волновые числа этих областей.

Волновые числа  $\kappa, \beta$  задают угол падения возбуждающей плоской волны. Слагаемые, не вошедшие в суммы в формулах (1.2.3) описывают первичное поле, которое складывается из поля падающей волны и волны отраженной от виртуальной идеально проводящей стенки, лежащей в плоскости  $HOY$ . Благодаря такому заданию первичного поля оно автоматически удовле-

творит условие равенства тангенциальных компонент электрического поля при  $z = 0$ . Такой способ описания первичного поля не единственно возможный. Он был выбран только из соображений упрощения последующих преобразований.

Выражения для первичного поля содержат константы  $e_0, h_0$ , имеющие смысл амплитуд падающих волн. Известно, что в свободном пространстве могут распространяться в одном направлении две линейно независимые волны, отличающиеся поляризацией поля, но имеющие при этом одинаковые постоянные распространения. Наличие двух таких ортогональных волн объясняет появление в первичном поле двух постоянных, с помощью которых можно задавать произвольную поляризацию падающей волны.

Вторичное поле записано с помощью бесконечных рядов (1.2.3). Ряды такого типа получили название разложения поля по гармоникам Флоке [59]. Под гармоникой Флоке понимается частное решение уравнений Максвелла, удовлетворяющее условию квазипериодичности:

$$\vec{E}(y + nP) = \vec{E}(y)e^{-iknP}. \quad (1.2.4)$$

Нетрудно увидеть, что функции

$$e^{-i\beta x - ik_n y \pm \gamma_{1,2} z}$$

удовлетворяют условию (1.2.4), а также уравнениям Максвелла в соответствующих областях и являются указанными выше гармониками Флоке. Параметр  $K$ , который входит в условие (1.2.4) задается падающей волной. Отметим, что он определяет фазовый сдвиг полей в соседних периодах решетки.

Выбор выражений (1.2.3) для описания поля в периодической структуре позволяет рассматривать поле только в одном периоде, так как в других периодах оно совпадает с ним с точностью до фазового сдвига.

*Вывод системы интегральных уравнений относительно продольных и поперечных компонент электрического поля в щелях решетки.* Второй этап решения электродинамической задачи состоит в выводе системы интегральных уравнений относи-

тельно тангенциальных к плоскости  $XOY$  компонент электрического поля в щелях решетки. В силу отмеченного выше свойства поля (1.2.3) нам достаточно получить указанную систему интегральных уравнений только для одного периода, например для периода расположенного при  $|y| \leq P/2$ .

Для вывода системы интегральных уравнений воспользуемся следующей схемой:

1. Выразим через  $E_z, H_z$  компоненты поля  $E_{x,y}, H_{x,y}$ ;
2. Запишем равенства  $E_{x,y1} = E_{x,y}, E_{x,y2} = E_{x,y}$  при  $z = 0$ ,  $|y| \leq d/2$ , где  $E_{x,y}$  - неизвестное электрическое поле в щели;
3. Выразим из указанных выше равенств неизвестные коэффициенты  $A_n, B_n, C_n, D_n$  через функции  $E_{x,y}$ , воспользовавшись ортогональностью функций  $e^{-ik_n y}$  на интервале  $|y| \leq P/2$ ;
4. Выразим компоненты магнитного поля  $H_{x,y}$  в обеих областях через функции  $E_{x,y}$ , заменяя коэффициенты  $A_n, B_n, C_n, D_n$  соотношениями полученными по п. 3;
5. Приравняем компоненты магнитного поля в областях 1 и 2 при  $z = 0$  и удовлетворим граничным условиям непрерывности магнитного поля в щели.

Отметим, что выполняя этапы 2 и 3, мы автоматически удовлетворяем граничным условиям для тангенциальных компонент электрического поля при  $z = 0$ . Их равенство нулю на металле достигается за счет того, что функции  $E_{x,y}$  равны нулю при  $|y| > d/2$ , а непрерывность электрического поля в щели при  $z = 0$  обеспечивается тем, что функции  $E_{x,y}$  берутся одинаковыми как в области 1, так и в области 2, когда через них выражаются коэффициенты  $A_n, B_n, C_n, D_n$ .

Таким образом, после выполнения п. 5 все граничные условия в структуре ока-

зываются выполненными, а полученные при этом соотношения являются искомой системой интегральных уравнений относительно функций  $E_{x,y}$ . Запишем ее без подробного вывода:

$$\begin{aligned} \int_{-d/2}^{d/2} E_y(y')G_{11}(y,y')dy' + \int_{-d/2}^{d/2} E_x(y')G_{12}(y,y')dy' + H_{x0}e^{-iky} &= 0, \\ \int_{-d/2}^{d/2} E_y(y')G_{21}(y,y')dy' + \int_{-d/2}^{d/2} E_x(y')G_{22}(y,y')dy' + H_{y0}e^{-iky} &= 0, \\ |y| \leq d/2, \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

$$G_{ij} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_{ijn} e^{-i\kappa_n(y-y')},$$

$i, j = 1, 2$

$$G_{11n} = \left( \frac{1}{ik_1 W_1 P} \frac{k_1^2 - \beta^2}{\gamma_{1n}} + \frac{1}{ik_2 W_2 P} \frac{k_2^2 - \beta^2}{\gamma_{2n}} \right)$$

$$G_{12n} = \left( \frac{1}{ik_1 W_1 P} \frac{1}{\gamma_{1n}} + \frac{1}{ik_2 W_2 P} \frac{1}{\gamma_{2n}} \right) \kappa_n \beta,$$

$$G_{21n} = -G_{12n},$$

$$G_{22n} = - \left( \frac{1}{ik_1 W_1 P} \frac{k_1^2 - \kappa_n^2}{\gamma_{1n}} + \frac{1}{ik_2 W_2 P} \frac{k_2^2 - \kappa_n^2}{\gamma_{2n}} \right),$$

где  $W_{1,2}$  - волновые сопротивления сред 1,2, слагаемые  $H_{x,y0}$  описывают соответствующие компоненты первичного поля. В уравнениях (1.2.5) общие экспоненциальные множители  $e^{-i\beta x}$  опущены.

Отметим, что первое уравнение в (1.2.5) выражает равенство нулю в щели компоненты магнитного поля  $H_x$ , а второе уравнение равенство нулю компонен-

ты  $H_y$ .

Переход к системе интегральных уравнений относительно поперечных компонент электрического поля в щелях и продольных компонент электрического тока на лентах. В принципе систему уравнений (1.2.5) уже можно было бы использовать для решения граничной задачи. Однако, как это отмечается в работе [57], более удобна модифицированная система, в которой продольные компоненты электрического поля  $E_x$  выражаются через разрывы компоненты магнитного поля  $\Delta H_y = H_{y1} - H_{y2}$  при  $|y| > d/2$ ,  $z = 0$ , которые имеют смысл продольных компонент электрического тока на ленте.

Прежде чем перейти к выводу модифицированной системы уравнений, введем новые переменные:

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{x,y} &= E_{x,y} e^{iky}, \\ \Delta \tilde{H}_{x,y} &= \Delta H_{x,y} e^{iky}.\end{aligned}\tag{1.2.6}$$

Система (1.2.5) с учетом обозначений (1.2.6) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\int_{-d/2}^{d/2} \tilde{E}_y(y') \tilde{G}_{11}(y, y') dy' + \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{E}_x(y') \tilde{G}_{12}(y, y') dy' + H_{x0} &= 0, \\ \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{E}_y(y') \tilde{G}_{21}(y, y') dy' + \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{E}_x(y') \tilde{G}_{22}(y, y') dy' + H_{y0} &= 0,\end{aligned}\tag{1.2.7}$$

$$|y| \leq d/2.$$

Новые ядра системы интегральных уравнений  $\tilde{G}_{i,j}$  отличаются от исходных только тем, что в экспонентах вместо  $K_n$  стоят  $\alpha_n$ .

Распространим второе уравнение из (1.2.7) на полный период решетки  $|y| \leq P/2$ . Для этого доопределим функцию, стоящую в левой части уравнения на интервалах  $|y| > d/2$ , полагая, что в них она равна функции  $\Delta H_y$ , которая

обращается в нуль при  $|y| \leq d/2$ :

$$\int_{-d/2}^{d/2} \tilde{E}_y(y') \tilde{G}_{21}(y, y') dy' + \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{E}_x(y') \tilde{G}_{22}(y, y') dy' + H_{y0} = \Delta H_y, \quad (1.2.8)$$

$$|y| \leq P/2.$$

Поскольку равенство (1.2.8) выполняется на всем периоде решетки, то мы можем воспользоваться ортогональностью функций  $e^{-i\alpha_n y}$ :

$$\int_{-P/2}^{P/2} e^{-i(\alpha_n - \alpha_m)y} dy = P\delta_{n,m}, \quad (1.2.9)$$

где  $\delta_{n,m}$  - символ Кронекера.

Умножая выражение (1.2.8) на  $e^{i\alpha_n y}$  и интегрируя его по переменной  $y$ , получаем:

$$e_{yn} G_{21n} + e_{xn} G_{22n} = \frac{1}{P} (\Delta h_{yn} - H_{y0} \delta_{n,0}), \quad (1.2.10)$$

$$e_{x,yn} = \frac{1}{P} \int_{S_e} \tilde{E}_{x,y}(y) e^{i\alpha_n y} dy,$$

$$\Delta h_{x,yn} = \frac{1}{P} \int_{S_h} \Delta \tilde{H}_{x,y}(y) e^{i\alpha_n y} dy.$$

Область интегрирования электрического поля  $S_e$  совпадает с интервалом  $|y| \leq d/2$ , а область интегрирования разрывов магнитного поля  $S_h$  описывается неравенствами:  $|y| \leq P/2, |y| > d/2$ .

Из уравнения (1.2.10) находим  $e_{xn}$ :

$$e_{xn} = \frac{1}{PG_{22n}} (\Delta h_{yn} - H_{y0} \delta_{n,0}) - e_{yn} \frac{G_{21n}}{G_{22n}}. \quad (1.2.11)$$

Отметим, что в силу ортогональности функций  $e^{-i\alpha_n y}$  мы можем записать следующее соотношение:

$$\tilde{E}_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_{xn} e^{-i\alpha_n y}. \quad (1.2.12)$$

Функция  $\tilde{E}_x$  должна равняться нулю в области  $S_h$ . Выполняя это условие, получаем первое из уравнений искомой модифицированной системы:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{S_h} \Delta \tilde{H}_y Q_{11n} e^{-i\alpha_n (y-y')} dy' + \int_{S_e} \tilde{E}_y Q_{12n} e^{-i\alpha_n (y-y')} dy' = q_{10}, \quad (1.2.13)$$

$$y \in S_h,$$

$$Q_{11n} = \frac{1}{P^2 G_{22n}},$$

$$Q_{12n} = -\frac{G_{21n}}{PG_{22n}},$$

$$q_{10} = \frac{1}{PG_{220}} H_{y0}.$$

Второе уравнение модифицированной системы интегральных уравнений получается путем подстановки выражений (1.2.11) и (1.2.12) в первое уравнение системы (1.2.7):

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{S_h} \Delta \tilde{H}_y Q_{21n} e^{-i\alpha_n (y-y')} dy' + \int_{S_e} \tilde{E}_y Q_{22n} e^{-i\alpha_n (y-y')} dy' = q_{20}, \quad (1.2.14)$$

$$y \in S_e,$$



$$Q_{21n} = \frac{1}{P} \frac{G_{12n}}{G_{22n}},$$

$$Q_{22n} = G_{11n} - \frac{G_{12n} G_{21n}}{G_{22n}},$$

$$q_{20} = \frac{G_{120}}{G_{220}} H_{y0} - H_{x0}.$$

Система уравнений (1.2.13) и (1.2.14) пока не может быть решена аналитически. Ее необходимо преобразовать к более удобному виду. Для этого рассмотрим поведение функций  $Q_{i,jn}$  при  $n \rightarrow \infty$ . При больших значениях индекса  $n$  выполняются следующие соотношения:

$$K_n \approx \alpha_n, \quad (1.2.15)$$

$$\gamma_{1n} = \gamma_{2n} \approx |\alpha_n|.$$

С учетом приближенных равенств (1.2.15) можно записать:

$$Q_{ijn} = \begin{cases} Q_{ij0}, & n = 0, \\ \frac{Q_{ija}}{|n|}, & |n| > 0, \end{cases} \quad \text{при } i = j = 1, 2, \quad (1.2.16)$$

$$Q_{ijn} = \begin{cases} Q_{ij0}, & n = 0, \\ \frac{Q_{ija}}{|n|} \frac{n}{|n|}, & |n| > 0, \end{cases} \quad \text{при } i = 1, 2; j = 2, 1, \quad (1.2.17)$$

$$Q_{11a} = \frac{1}{P^2 G_{22a}}, \quad Q_{12a} = -\frac{G_{21a}}{P G_{22a}}, \quad Q_{21a} = \frac{G_{12a}}{P G_{22a}},$$

$$Q_{22a} = G_{11a} - \frac{G_{12a} G_{21a}}{G_{22a}},$$

$$\begin{aligned}
G_{11a} &= \frac{1}{2\pi i} \left( \frac{k_1^2 - \beta^2}{k_1 W_1} + \frac{k_2^2 - \beta^2}{k_2 W_2} \right), \\
G_{12a} &= \frac{\beta}{iP} \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right), \\
G_{21a} &= -G_{12a}, \\
G_{22a} &= \frac{2\pi}{iP^2} \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right).
\end{aligned} \tag{1.2.18}$$

Далее перейдем в уравнениях (1.2.13), (1.2.14) к суммированию от единицы до бесконечности:

$$\begin{aligned}
2C_h Q_{110} + 2C_e Q_{120} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{S_h} \Delta \tilde{H}_y \frac{Q_{11a}}{n} \cos \alpha_n (y - y') dy' - \\
- 2i \int_{S_e} \tilde{E}_y \frac{Q_{12a}}{n} \sin \alpha_n (y - y') dy' = q_{10}, \\
2C_h Q_{210} + 2C_e Q_{220} - 2i \sum_{n=1}^{\infty} \int_{S_h} \Delta \tilde{H}_y \frac{Q_{21a}}{n} \sin \alpha_n (y - y') dy' + \\
+ 2 \int_{S_e} \tilde{E}_y \frac{Q_{22a}}{n} \cos \alpha_n (y - y') dy' = q_{20}.
\end{aligned} \tag{1.2.19}$$

Также полезно перейти от интегралов по области  $S_e$  к интегралу по интервалу  $[0, d/2]$  и от интеграла в области  $S_h$  к интегралу по интервалу  $[d/2, P/2]$ . Для этого целесообразно ввести неизвестные четные и нечетные функции:

$$\tilde{E}_y = \tilde{E}_{yc} + \tilde{E}_{yn}, \tag{1.2.20}$$

где  $\tilde{E}_{yc}$  - четная относительно точки  $y = 0$  функция, а  $\tilde{E}_{yn}$  нечетная функция.

Аналогично вводим функции  $\Delta\tilde{H}_{yc,n}$ . Относительно этих функций следует отметить, что первоначально функция  $\Delta\tilde{H}_y$  была определена на разрывном интервале от  $-P/2$  до  $-d/2$  и от  $d/2$  до  $P/2$ . Поэтому функции  $\Delta\tilde{H}_{yc,n}$  являются четными и нечетными относительно центра исходного интервала определения функции  $\Delta\tilde{H}_y$ , то есть точки  $y = 0$ . Однако, нетрудно увидеть, что в силу периодичности распределения поля в структуре и его непрерывности в точках  $y = \pm P/2$  функции  $\Delta\tilde{H}_{yc,n}$  оказываются четными и нечетными также относительно точек  $y = \pm P/2$ .

С учетом приведенных выше замечаний получаем новую систему интегральных уравнений:

$$C_h Q_{110} + C_e Q_{120} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{d/2}^{P/2} \Delta\tilde{H}_{yc} \frac{Q_{11a}}{n} \cos \alpha_n y \cos \alpha_n y' dy' +$$

$$+ 2i \int_0^{d/2} \tilde{E}_{yn} \frac{Q_{12a}}{n} \cos \alpha_n y \sin \alpha_n y' dy' = q_{10} / 2,$$

$$d/2 < y < P/2,$$

$$2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{d/2}^{P/2} \Delta\tilde{H}_{yn} \frac{Q_{11a}}{n} \sin \alpha_n y \sin \alpha_n y' dy' -$$

$$- 2i \int_0^{d/2} \tilde{E}_{yc} \frac{Q_{12a}}{n} \sin \alpha_n y \cos \alpha_n y' dy' = 0,$$

$$d/2 < y < P/2,$$

$$C_h Q_{210} + C_e Q_{220} + 2i \sum_{n=1}^{\infty} \int_{d/2}^{P/2} \Delta \tilde{H}_{yn} \frac{Q_{21a}}{n} \cos \alpha_n y \sin \alpha_n y' dy' +$$

$$+ 2 \int_0^{d/2} \tilde{E}_{yc} \frac{Q_{22a}}{n} \cos \alpha_n y \cos \alpha_n y' dy' = q_{20} / 2, \quad (1.2.23)$$

$$0 < y < d/2,$$

$$-2i \sum_{n=1}^{\infty} \int_{d/2}^{P/2} \Delta \tilde{H}_{yc} \frac{Q_{21a}}{n} \sin \alpha_n y \cos \alpha_n y' dy' +$$

$$+ 2 \int_0^{d/2} \tilde{E}_{yn} \frac{Q_{22a}}{n} \sin \alpha_n y \sin \alpha_n y' dy' = 0, \quad (1.2.24)$$

$$0 < y < d/2,$$

$$C_h = \int_{d/2}^{P/2} \Delta \tilde{H}_y dy,$$

$$C_e = \int_0^{d/2} \tilde{E}_y dy.$$

Уравнения (1.2.21) и (1.2.23) выражают равенство нулю на соответствующих интервалах четных частей функций  $\tilde{E}_x$  и  $\Delta \tilde{H}_x$ , а уравнения (1.2.22) и (1.2.24) нечетных частей тех же функций.

*Решение системы интегральных уравнений в квазистатическом приближении методом преобразований Швингера.* Система интегральных уравнений (1.2.21)–(1.2.24) может быть при определенных допущениях решена аналитически. Ниже мы рассмотрим ее решение.

Уравнения (1.2.22) и (1.2.24) позволяют выразить нечетные части неизвестных функций через четные. Это можно сделать строго, а можно руководствуясь физическими соображениями. Поскольку в конечном счете оба подхода дают одинаковые результаты, пойдем более простым путем, опирающимся на физические со-

ображения.

В электродинамике хорошо известно [60], что при дифракции на металлических проводниках с малыми поперечными размерами доминирующими составляющими электрических токов являются четные продольные относительно осей проводников токи. Аналогично при дифракции на щелях доминируют четные магнитные токи в щелях. Наименьший вклад в поле вносят нечетные поперечные токи обоих типов. Поэтому уравнения (1.2.22) и (1.2.24) могут быть приближенно распространены на весь период решетки, поскольку нечетные части функций  $\tilde{E}_x$  и  $\Delta\tilde{H}_x$  с точностью до знака равны нечетным частям поперечных магнитных и электрических токов.

В этом случае из ортогональности тригонометрических функций на интервале  $[0, P/2]$  следует:

$$\int_{d/2}^{P/2} \Delta\tilde{H}_{yn} \sin \alpha_n y' dy' = i \frac{Q_{12a}}{Q_{11a}} \int_0^{d/2} \tilde{E}_{yc} \cos \alpha_n y' dy', \quad (1.2.25)$$

$$\int_0^{d/2} \tilde{E}_{yn} \sin \alpha_n y' dy' = i \frac{Q_{21a}}{Q_{22a}} \int_{d/2}^{P/2} \Delta\tilde{H}_{yc} \cos \alpha_n y' dy'.$$

Подставим соотношения (1.2.25) в уравнения (1.2.21) и (1.2.23) и получим систему интегральных уравнений относительно четных компонент:

$$C_h Q_{110} + C_e Q_{120} +$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{d/2}^{P/2} \Delta\tilde{H}_{yc} \frac{1}{n} \left( Q_{11a} - \frac{Q_{12a} Q_{21a}}{Q_{22a}} \right) \cos \alpha_n y \cos \alpha_n y' dy' = q_{10} / 2,$$

$$d/2 < y < P/2, \quad (1.2.26)$$

$$C_h Q_{210} + C_e Q_{220} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{d/2} \tilde{E}_{yc} \frac{1}{n} \left( Q_{22a} - \frac{Q_{12a} Q_{21a}}{Q_{11a}} \right) \cos \alpha_n y \cos \alpha_n y' dy' = q_{20} / 2, \quad (1.2.27)$$

$$0 < y < d/2.$$

Уравнения (1.2.26), (1.2.27) решаются методом описанным в [61], который получил название метода преобразований Швингера. Рассмотрим решение второго из двух уравнений. Ряд в соотношении (1.2.27) суммируется аналитически [66]:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos \alpha_n y \cos \alpha_n y' = -\frac{1}{2} \ln 2 \left| \cos \frac{2\pi y}{P} - \cos \frac{2\pi y'}{P} \right|. \quad (1.2.28)$$

Введем новые переменные  $u, v$  с помощью следующих соотношений, получивших название преобразований Швингера:

$$C + S \cos u = \cos \frac{2\pi y}{P},$$

$$C + S \cos v = \cos \frac{2\pi y'}{P}, \quad (1.2.29)$$

$$C = \cos^2 \frac{\pi d}{2P}, \quad S = \sin^2 \frac{\pi d}{2P}.$$

Подставим выражения (1.2.29) в (1.2.28):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos \alpha_n y \cos \alpha_n y' = -\frac{1}{2} \ln S - \frac{1}{2} \ln 2 |\cos u - \cos v| =$$

$$= -\frac{1}{2} \ln S + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos nu \cos nv. \quad (1.2.30)$$

С помощью формулы (1.2.30) уравнение (1.2.27) записывается следующим образом:

$$C_h Q_{210} + C_e Q_{220} - C_e \frac{\Delta_q}{Q_{11a}} \ln S +$$

$$+ \frac{2\Delta_q}{Q_{11a}} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\pi} \tilde{E}_{yc} \left( \frac{dy'}{dv} \right) \frac{1}{n} \cos nu \cos nv dv = q_{20} / 2, \quad (1.2.31)$$

$$0 < u < \pi .$$

В новых переменных интервал, на котором задана неизвестная функция и интегральное уравнение, совпадает с интервалом, на котором ортогональны функции  $\cos nu, \cos nv$ . Из их ортогональности следует:

$$C_h Q_{210} + C_e Q_{220} - C_e \frac{\Delta_q}{Q_{11a}} \ln S = q_{20} / 2, \quad (1.2.32)$$

$$\Delta_q = Q_{11a} Q_{22a} - Q_{12a} Q_{21a},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\pi} \tilde{E}_{yc} \left( \frac{dy'}{dv} \right) \frac{1}{n} \cos nu \cos nv dv = 0. \quad (1.2.33)$$

Уравнение (1.2.33) удовлетворяется если следующая функция равна константе:

$$\tilde{E}_{yc} \left( \frac{dy'}{dv} \right) = const. \quad (1.2.34)$$

Интегрируя соотношение (1.2.34) по переменной  $v$  и переходя к исходной переменной  $y$ , получаем, что константа равна  $C_e / \pi$ :

$$\tilde{E}_{yc} \left( \frac{dy'}{dv} \right) = \frac{C_e}{\pi}. \quad (1.2.35)$$

Аналогично решается уравнение (1.2.26). В результате получаем следующие соотношения:

$$C_h Q_{110} + C_e Q_{120} - C_h \frac{\Delta_q}{Q_{22a}} \ln C = q_{10} / 2, \quad (1.2.36)$$

$$\Delta \tilde{H}_{yc} \left( \frac{dy'}{dv} \right) = \frac{C_h}{\pi}.$$

Искомые функции  $\tilde{E}_{yc}$  и  $\Delta \tilde{H}_{yc}$  в исходных переменных записываются следующим образом:

$$\tilde{E}_{yc} = \frac{2C_e}{P} \frac{\cos \frac{\pi y}{P}}{\sqrt{S - \sin^2 \frac{\pi y}{P}}}, \quad 0 < y < d/2, \quad (1.2.37)$$

$$\Delta \tilde{H}_{yc} = \frac{2C_h}{P} \frac{\sin \frac{\pi y}{P}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi y}{P} - S}}, \quad d/2 < y < P/2.$$

Для окончательного решения граничной задачи нам необходимо найти нечетные компоненты неизвестных функций. Воспользуемся соотношениями (1.2.25). Умножим первое из них на  $\sin \alpha_n y$  и просуммируем от единицы до бесконечности. Используем при этом два известных [62] равенства:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \alpha_n y \sin \alpha_n y' = \frac{P}{4} (\delta(y - y') - \delta(y + y')), \quad (1.2.38)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \alpha_n y \cos \alpha_n y' = \frac{2 \sin \frac{2\pi y}{P}}{\cos \frac{2\pi y'}{P} - \cos \frac{2\pi y}{P}},$$

где  $\delta(x)$  - дельта функция.

С помощью соотношений (1.2.38) получаем:

$$\Delta \tilde{H}_{yn} = \frac{2iQ_{12a}}{PQ_{11a}} \sin \frac{2\pi y}{P} \int_0^{d/2} \tilde{E}_{yc} \frac{dy'}{\cos \frac{2\pi y'}{P} - \cos \frac{2\pi y}{P}}.$$



Воспользуемся заменой переменных (1.2.29) для вычисления интеграла:

$$\Delta \tilde{H}_{yn} = \frac{2iQ_{12a}}{PQ_{11a}} \sin \frac{2\pi y}{P} \int_0^\pi \tilde{E}_{yc} \frac{dy'}{dv} \frac{1}{S} \frac{dv}{\cos v - \cos \frac{2\pi y}{P}}. \quad (1.2.39)$$

Подставим в формулу (1.2.39) соотношение (1.2.35). Получающийся после этого интеграл берется в явном виде:

$$\Delta \tilde{H}_{yn} = \frac{2iQ_{12a} C_e}{PQ_{11a}} \frac{\cos \frac{\pi y}{P}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi y}{P} - S}}. \quad (1.2.40)$$

Полностью аналогично из второго равенства (1.2.25) находим:

$$\tilde{E}_{yn} = \frac{2iQ_{21a} C_h}{PQ_{22a}} \frac{\sin \frac{\pi y}{P}}{\sqrt{S - \sin^2 \frac{\pi y}{P}}}. \quad (1.2.41)$$

*Определение дальнего поля ЧПР и вывод ЭГУ.* Для вывода ЭГУ нам необходимо выделить из полного поля дальнее поле. Из определения гармоник Флоке видно, что дальнее поле описывается одной гармоникой с нулевым индексом, так как поля гармоник высших порядков экспоненциально затухают при удалении от ЧПР. Таким образом, тангенциальные компоненты дальнего поля при  $z = 0$  описываются четырьмя величинами (см. (1.2.10)):  $e_{x,y0}, \Delta h_{x,y0}$ .

Для вывода ЭГУ используем соотношения (1.2.32) и (1.2.36). Также нам будут полезны следующие равенства:

$$C_e = \frac{Pe_{y0}}{2}, \quad (1.2.42)$$

$$C_h = \frac{P\Delta h_{y0}}{2}.$$

Рассмотрим интегральные уравнения (1.2.21), (1.2.23). Ранее мы отмечали,

что они получены из граничных условий для четных частей компонент поля  $\tilde{E}_x$  и  $\Delta\tilde{H}_x$  соответственно. Поэтому интегрируя указанные уравнения от  $-P/2$  до  $P/2$  нетрудно получить:

$$C_h Q_{110} + C_e Q_{120} - q_{10}/2 = e_{x0}/2, \quad (1.2.43)$$

$$C_h Q_{210} + C_e Q_{220} - q_{20}/2 = \Delta h_{x0}/2.$$

Подставим соотношения (1.2.43) и (1.2.42) в (1.2.32) и (1.2.36) и получим искомые ЭГУ:

$$e_{y0} \frac{P\Delta q}{Q_{11a}} \ln S = \Delta h_{x0}, \quad (1.2.44)$$

$$\Delta h_{y0} \frac{P\Delta q}{Q_{22a}} \ln C = e_{x0}.$$

Несложные, но громоздкие преобразования, которые можно провести с помощью соотношений (1.2.16)-(1.2.18) приводят к более подробному виду ЭГУ:

$$e_{y0} i \frac{P \ln(1/S)}{2\pi} \left( \left( \frac{k_1}{W_1} + \frac{k_2}{W_2} \right) - \beta^2 \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right) \right) = \Delta h_{x0}, \quad (1.2.45)$$

$$-\Delta h_{y0} i \frac{P \ln(1/C)}{2\pi} \left( \left( \frac{k_1 W_1 k_2 W_2}{k_1 W_1 + k_2 W_2} \right) - \beta^2 \left( \frac{1}{k_1 / W_1 + k_2 / W_2} \right) \right) = e_{x0}.$$

Тангенциальные компоненты электрического поля непрерывны при  $z = 0$ :

$$e_{y01} = e_{y02}, \quad (1.2.46)$$

$$e_{x01} = e_{x02}.$$

В разд. 1.1 мы уже имели дело с алгебраическими слагаемыми в ЭГУ, которые следует рассматривать применительно к полям общего вида как дифференциальные операторы:

$$i \frac{P \ln(1/S)}{2\pi} \left( E_y \left( \frac{k_1}{W_1} + \frac{k_2}{W_2} \right) + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right) \right) = \Delta H_x, \quad (1.2.47)$$

$$-i \frac{P \ln(1/C)}{2\pi} \left( \Delta H_y \left( \frac{k_1 W_1 k_2 W_2}{k_1 W_1 + k_2 W_2} \right) + \frac{\partial^2 \Delta H_y}{\partial x^2} \left( \frac{1}{k_1 / W_1 + k_2 / W_2} \right) \right) = E_x.$$

$$E_{y1} = E_{y2},$$

$$E_{x1} = E_{x2}.$$

ЭГУ (1.2.47) можно рассматривать как окончательную форму искомым граничных условий для ленточной идеально проводящей ЧПР. Отметим, что коэффициенты, связывающие компоненты полей в (1.2.45) и (1.2.47) имеют простой физический смысл. Так параметр  $Y$

$$Y = iP \frac{\ln 1/S}{2\pi} \left( \left( \frac{k_1}{W_1} + \frac{k_2}{W_2} \right) - \beta^2 \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right) \right) \quad (1.2.48)$$

можно рассматривать как реактивную проводимость решетки поперек лент, а параметр  $Z$

$$Z = iP \frac{\ln 1/C}{2\pi} \left( \left( \frac{k_1 W_1 k_2 W_2}{k_1 W_1 + k_2 W_2} \right) - \beta^2 \left( \frac{1}{k_1 / W_1 + k_2 / W_2} \right) \right), \quad (1.2.49)$$

как ее реактивное сопротивление вдоль лент. Решетка имеет разные по величине проводимости вдоль и поперек проводников, что физически очевидно. Меняется и их характер. Вдоль лент имеется индуктивная проводимость, а поперек емкостная.

Параметры  $Y$  и  $Z$  зависят от волнового числа  $\beta$ , что определяет нелокальный вид ЭГУ.

### 1.3. Эквивалентные граничные условия для индуктивных изотропных решеток

В этом разделе мы продолжим анализ ЧПР, рассмотрев изотропные решетки. Они отличаются от обсуждавшихся в разд. 1.2 анизотропных ЧПР наличием периодичности по двум координатам (см. рис. 1.3.1).

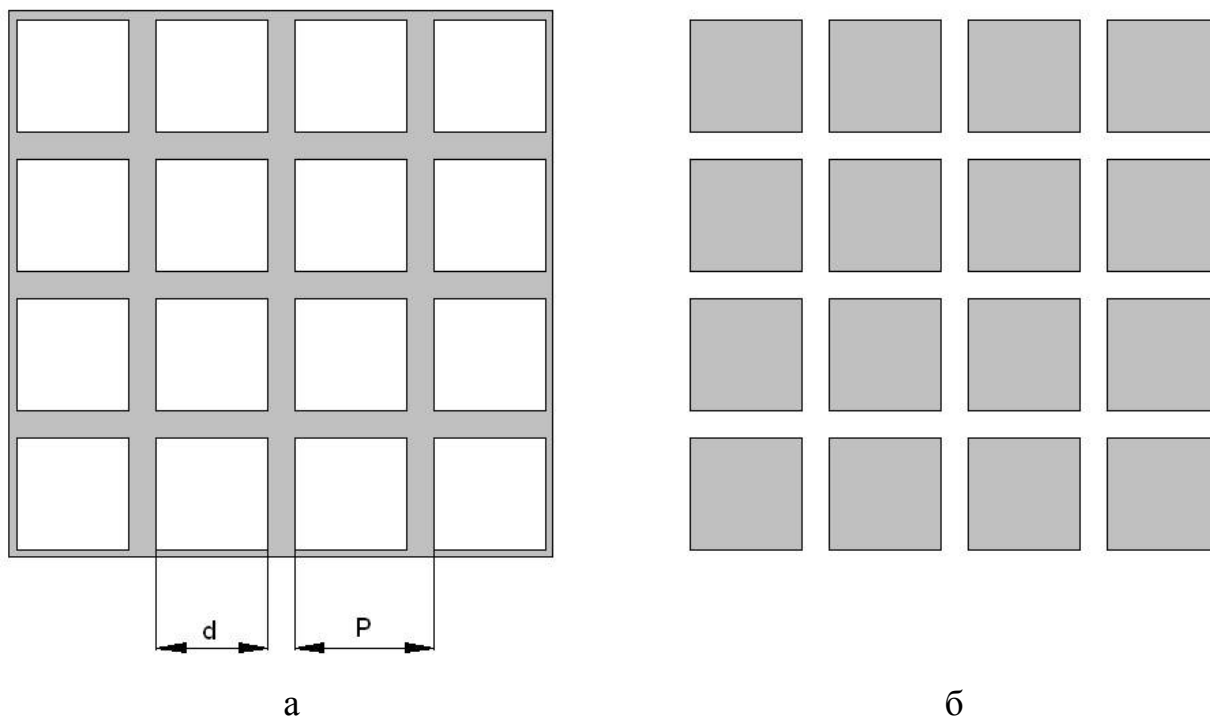


Рис. 1.3.1. Изотропные ЧПР

В принципе структуры изображенные на рис. 1.3.1 также могут иметь анизотропные свойства в том случае, когда они имеют разные периоды или разные размеры ячеек по двум координатам. Однако, нам интересны именно изотропные решетки с квадратными ячейками.

Рассмотрим два варианта изотропных ЧПР: индуктивную ЧПР (рис. 1.3.1 а) и емкостную (рис. 1.3.1 б). Электродинамический анализ изотропных решеток во многом аналогичен представленному в разд. 1.2, по крайней мере на первых этапах. Будем проводить его по следующей схеме:

1. Формулировка граничной задачи, ее условий и ограничений: рассматриваем идеально проводящую решетку из бесконечно тонких

- проводников, которая возбуждается плоскими волнами разных поляризаций.
2. Вывод системы интегральных уравнений относительно электрического поля в отверстиях для индуктивной решетки и в щелях для емкостной.
  3. Переход к системе интегральных уравнений относительно электрических токов для емкостной решетки.
  4. Решение системы интегральных уравнений для индуктивной решетки методом Галеркина.
  5. Анализ решения граничной задачи, исследование зависимости проводимости (сопротивления) решетки от параметров падающей волны, определение вида ЭГУ для возбуждающего поля в виде плоской волны.
  6. Обобщение ЭГУ для случая произвольного поля возбуждения.
  7. Учет тепловых потерь в индуктивной ЧПР.
  8. Учет тепловых потерь в емкостной ЧПР.

Перейдем к выполнению представленной выше программы.

*Постановка граничной задачи.* Начнем с анализа индуктивной решетки. Считаем что ЧПР выполнены из идеально проводящих бесконечно тонких металлических проводников. Решетки возбуждаются плоскими волнами, падающими на нее из верхнего полупространства. Изотропия их параметров в плоскости  $XOY$  (см. рис. 1.3.2) позволяет нам ограничиться частным случаем падения плоской волны в плоскости  $YOZ$ . При этом мы предполагаем, что внешние параметры решетки остаются неизменными в других плоскостях падения.

В плоскости на решетку под одним и тем же углом могут падать две волны с разными поляризациями. Одна из них имеет компоненты  $E_x, H_y, H_z$ , а вторая компоненты  $H_x, E_y, E_z$ . Эти волны принято называть соответственно горизонтально и вертикально поляризованными, предполагая при этом, что плоскость  $XOY$  расположена горизонтально.

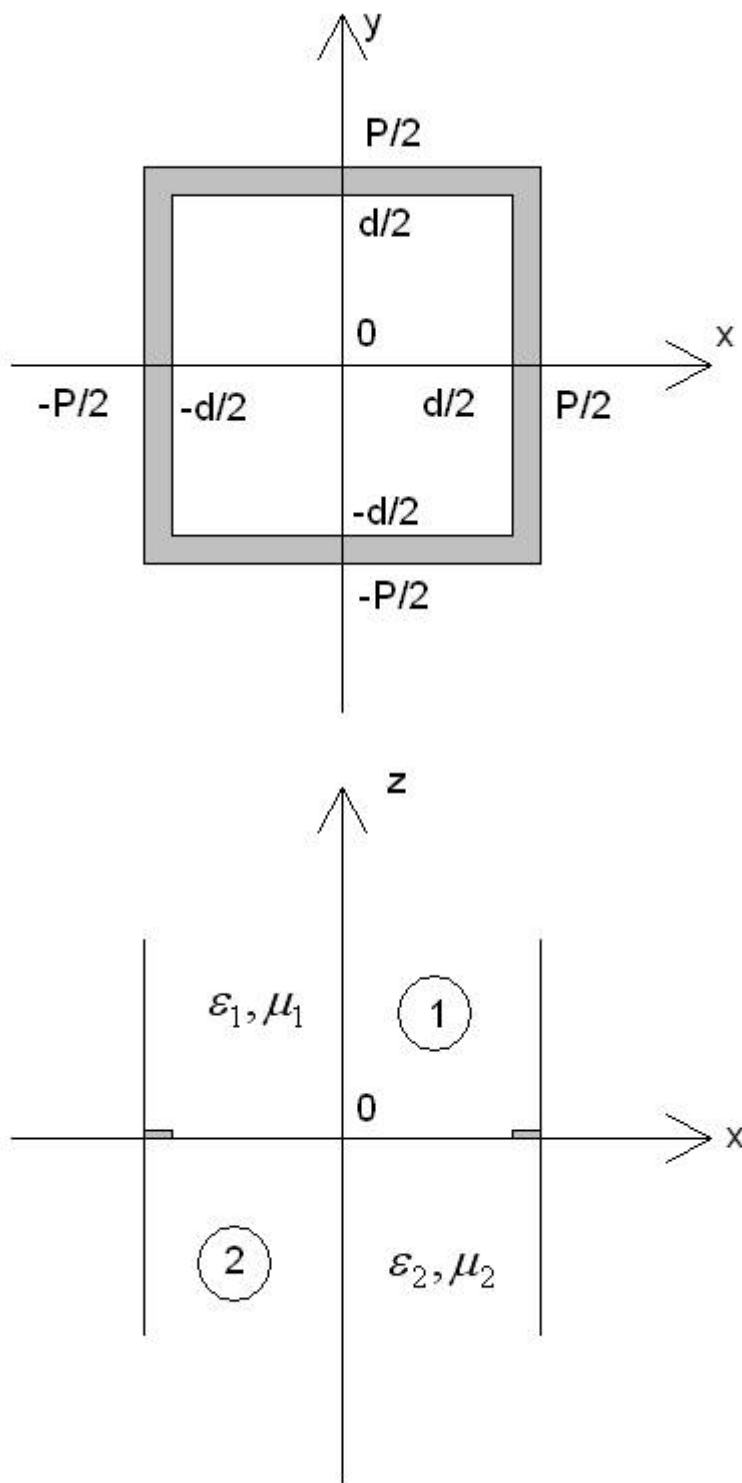


Рис. 1.3.2. Период индуктивной ЧПР

Будем выражать по аналогии с разд. 1.2 все компоненты электромагнитного поля через компоненты  $E_z, H_z$ . Для первичного поля падающих волн они имеют следующий вид:

$$E_{z0} = 2e_0 \operatorname{ch} \gamma_{10,0} z e^{-i\beta y}, \quad (1.3.1)$$

$$H_{z0} = 2h_0 \operatorname{sh} \gamma_{10,0} z e^{-i\beta y}.$$

Параметры, входящие в формулы (1.3.1) и в ряд следующих ниже соотношений будут определены ниже. Волновое число  $\beta$  описывает угол падения волны в плоскости YOZ. Полное поле в структуре записывается следующим образом:

$$E_{z1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{n,m} e^{-i\beta_m y - i\kappa_n x - \gamma_{1n,m} z} + 2e_0 \operatorname{ch} \gamma_{10} z e^{-i\beta y}, \quad (1.3.2)$$

$$E_{z2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{n,m} e^{-i\beta_m y - i\kappa_n x + \gamma_{2n,m} z},$$

$$H_{z1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{n,m} e^{-i\beta_m y - i\kappa_n x - \gamma_{1n,m} z} + 2h_0 \operatorname{sh} \gamma_{10} z e^{-i\beta y}$$

$$H_{z2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} D_{n,m} e^{-i\beta_m y - i\kappa_n x + \gamma_{2n,m} z},$$

$$\kappa_n = \alpha_n,$$

$$\beta_m = \beta + \alpha_m,$$

$$\alpha_n = \frac{2\pi n}{P},$$

$$\gamma_{1,2n,m} = \sqrt{\kappa_n^2 + \beta_m^2 - k_{1,2}^2},$$

$$k_{1,2} = k \sqrt{\varepsilon_{1,2} \mu_{1,2}}.$$

Из соотношений (1.3.2) видно, что поле записано в форме, удовлетворяющей волновым уравнениям в областях 1 и 2 и условиям периодичности для двумерно – периодической структуры:

$$\vec{E}(x + nP, y + mP) = \vec{E}(x, y) e^{-i\beta m P}. \quad (1.3.3)$$

Из формулы (1.3.3) видно, что поля в соседних по оси  $Ox$  периодах синфазны, а в периодах расположенных вдоль оси  $Oy$  они имеют фазовый сдвиг, который задается падающей волной.

Отметим, что в силу периодичности по двум координатам гармоники Флоке имеют два индекса  $n, m$  (см. также разд. 1.2, пояснение к формуле (1.2.4)).

Вывод системы интегральных уравнений опирается на последовательное выполнение граничных условий в структуре. На первом этапе удовлетворяются условия непрерывности тангенциального к плоскости  $XOY$  электрического поля в отверстии  $S_e$  и равенство его нулю на металлических проводниках в области  $S_h$ . При этом коэффициенты  $A, B, C, D$  выражаются через компоненты электрического поля в отверстиях  $E_{x,y}$ . На втором этапе удовлетворяются граничные условия непрерывности тангенциального магнитного поля в отверстиях. В результате получается искомая система интегральных уравнений.

*Вывод системы интегральных уравнений.* Выполнение граничных условий для электрического поля основано на ортогональности функций  $e^{-i\beta_m y - i\kappa_n x}$ :

$$\int_S e^{-i\beta_m y - i\kappa_n x} e^{-i\beta_q y - i\kappa_p x} dx dy = P^2 \delta_{n,p} \delta_{m,q}, \quad (1.3.4)$$

где  $\delta_{n,p}$  - символ Кронекера, интегрирование в (1.3.4) ведется по всему периоду решетки.

Тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей выражаются через  $E_z, H_z$  с помощью известных соотношений [52]. В результате находим коэффициенты  $A, B, C, D$ :

$$A_{n,m} = \frac{1}{i\gamma_{1n,m}} (\kappa_n e_{xn,m} + \beta_m e_{yn,m}), \quad (1.3.5)$$



$$B_{n,m} = -\frac{1}{i\gamma_{2n,m}} (\kappa_n e_{xn,m} + \beta_m e_{yn,m}),$$

$$C_{n,m} = \frac{1}{\omega\mu_{a1}} (\kappa_n e_{yn,m} - \beta_m e_{xn,m}),$$

$$D_{n,m} = \frac{1}{\omega\mu_{a2}} (\kappa_n e_{yn,m} - \beta_m e_{xn,m}).$$

Отметим, что первичное поле не входит в выражения для коэффициентов (1.3.5) в силу того, что оно записано таким образом, что оно автоматически удовлетворяет условиям равенства нулю тангенциальных компонент электрического поля, что соответствует полю волны падающей на идеально проводящую плоскость расположенную при  $z = 0$ . Принятая нами запись первичного поля, как отмечалось выше, выбрана для удобства вывода интегральных уравнений.

В выражения (1.3.5) входят величины  $e_{x,yn,m}$ :

$$e_{x,yn,m} = \frac{1}{P^2} \int_{S_e} \mathbf{E}_{x,y} e^{i\kappa_n x + i\beta_m y} dx dy. \quad (1.3.6)$$

Магнитное поле при  $z = 0$  выражается через  $e_{x,yn,m}$ :

$$\begin{aligned} H_{x1} &= \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left( e_{yn,m} (k_1^2 - \kappa_n^2) + e_{xn,m} \kappa_n \beta_m \right) \frac{e^{-i\kappa_n x - i\beta_m y}}{ik_1 W_1 \gamma_{1n,m}} + H_{x0}, \\ H_{x2} &= - \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left( e_{yn,m} (k_2^2 - \kappa_n^2) + e_{xn,m} \kappa_n \beta_m \right) \frac{e^{-i\kappa_n x - i\beta_m y}}{ik_2 W_2 \gamma_{2n,m}}, \quad (1.3.7) \\ H_{y1} &= - \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left( e_{xn,m} (k_1^2 - \beta_m^2) + e_{yn,m} \kappa_n \beta_m \right) \frac{e^{-i\kappa_n x - i\beta_m y}}{ik_1 W_1 \gamma_{1n,m}} + H_{y0}, \\ H_{y2} &= \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left( e_{xn,m} (k_2^2 - \beta_m^2) + e_{yn,m} \kappa_n \beta_m \right) \frac{e^{-i\kappa_n x - i\beta_m y}}{ik_2 W_2 \gamma_{2n,m}}, \end{aligned}$$

где  $H_{x,y0}$  - слагаемые, учитывающие вклад первичного поля.

Приравнявая магнитные поля в области  $S_e$ , получаем систему интегральных уравнений:

$$\int_{S_e} E_y(s') G_{11}(s, s') ds' + \int_{S_e} E_x(s') G_{12}(s, s') ds' + H_{x0} = 0, \quad (1.3.8)$$

$$\int_{S_e} E_y(s') G_{21}(s, s') ds' + \int_{S_e} E_x(s') G_{22}(s, s') ds' - H_{y0} = 0,$$

$$G_{ij} = \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} G_{ijn,m} e^{-i\kappa_n(x-x') - i\beta_m(y-y')}, \quad i, j = 1, 2, \quad (1.3.9)$$

$$G_{11n,m} = \frac{1}{iP^2} \left( \frac{k_1^2 - \kappa_n^2}{k_1 W_1 \gamma_{1n,m}} + \frac{k_2^2 - \kappa_n^2}{k_2 W_2 \gamma_{2n,m}} \right),$$

$$G_{12n,m} = \frac{\kappa_n \beta_m}{iP^2} \left( \frac{1}{k_1 W_1 \gamma_{1n,m}} + \frac{1}{k_2 W_2 \gamma_{2n,m}} \right),$$

$$G_{21n,m} = G_{12n,m},$$

$$G_{22n,m} = \frac{1}{iP^2} \left( \frac{k_1^2 - \beta_m^2}{k_1 W_1 \gamma_{1n,m}} + \frac{k_2^2 - \beta_m^2}{k_2 W_2 \gamma_{2n,m}} \right).$$

Система уравнений (1.3.8) весьма похожа на систему, описывающую анизотропную ЧПР (1.2.7). Дальнейшие ее преобразования также аналогичны выполненным в разд. 1.2.

Введем новые неизвестные функции  $\tilde{E}_{x,y}$  и  $\Delta\tilde{H}_{x,y}$ :

$$\tilde{E}_{x,y} = E_{x,y} e^{i\beta y}, \quad (1.3.10)$$

$$\Delta\tilde{H}_{x,y} = \Delta H_{x,y} e^{i\beta y}.$$

Далее учтем условие

$$k_{1,2} P \ll 1, \quad (1.3.11)$$

Которое позволяет преобразовать выражения для  $G_{ijn,m}$ :

$$G_{11n,m} = \begin{cases} \frac{1}{iP^2 \xi_{n,m}} \left( \frac{k_1^2 - \alpha_n^2}{k_1 W_1} + \frac{k_2^2 - \alpha_n^2}{k_2 W_2} \right), & n, m \neq 0, \\ \frac{1}{iP^2} \left( \frac{k_1}{W_1 \gamma_{10,0}} + \frac{k_2}{k_2 W_2 \gamma_{20,0}} \right), & n = m = 0, \end{cases} \quad (1.3.12)$$

$$G_{12n,m} = \begin{cases} \frac{\alpha_n \alpha_m}{iP^2 \xi_{n,m}} \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right), & m \neq 0, \\ \frac{\alpha_n \beta}{iP^2 \xi_{n,m}} \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right), & m = 0, n \neq 0, \end{cases}$$

$$G_{21n,m} = G_{12n,m},$$

$$G_{22n,m} = \begin{cases} -\frac{\alpha_m^2}{iP^2 \xi_{n,m}} \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right), & n \neq 0, m \neq 0, \\ \frac{1}{iP^2 \xi_{n,m}} \left( \frac{k_1^2 - \beta^2}{k_1 W_1} + \frac{k_2^2 - \beta^2}{k_2 W_2} \right), & n = 0, m \neq 0, \\ \frac{1}{iP^2} \left( \frac{k_1^2 - \beta^2}{k_1 W_1 \gamma_{10,0}} + \frac{k_2^2 - \beta^2}{k_2 W_2 \gamma_{20,0}} \right), & n = 0, m = 0, \end{cases}$$

$$\xi_{n,m} = \sqrt{\alpha_n^2 + \alpha_m^2}.$$

Из соотношений (1.3.12) видно, что как функции индексов  $n, m$  величины  $G_{ijn,m}$  обладают следующими свойствами:

$$G_{11n,m} \text{ - четная функция по обоим индексам,} \quad (1.3.13)$$

$$G_{12n,m} = G_{21n,m} = G_{12n,m}^n + G_{12n,m}^c,$$

$$G_{12n,m}^n = G_{12n,m} (1 - \delta_{m,0}),$$

$$G_{12n,m}^c = G_{12n,0} \delta_{m,0},$$

где  $G_{12n,m}^n$  - нечетная по обоим индексам функция, а  $G_{12n,m}^c$  - четная по индексу  $m$  и нечетная по индексу  $n$  функция,

$G_{22n,m}$  - четная функция по обоим индексам.

Соотношения (1.3.13) дают нам возможность перейти к суммированию в (1.3.9) от нуля до бесконечности:

$$G_{11} = \sum_{n,m=0}^{\infty} \varepsilon_n \varepsilon_m G_{11n,m} \cos \alpha_n (x - x') \cos \alpha_m (y - y'), \quad (1.3.14)$$

$$G_{22} = \sum_{n,m=0}^{\infty} \varepsilon_n \varepsilon_m G_{22n,m} \cos \alpha_n (x - x') \cos \alpha_m (y - y'),$$

$$G_{12} = -2i \sum_{n=1}^{\infty} G_{11n,0} \sin \alpha_n (x - x') -$$

$$-4 \sum_{n,m=1}^{\infty} G_{11n,m} \sin \alpha_n (x - x') \sin \alpha_m (y - y'),$$

$$G_{21} = G_{12},$$

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 2, & n > 0. \end{cases}$$

*Решение системы интегральных уравнений.* Для решения системы интегральных уравнений воспользуемся методом Галеркина [63]. Для этого необходимо представить неизвестные функции в виде суммы известных базисных функций с неизвестными коэффициентами.

Выбор системы базисных функций зависит от типа падающей волны. Рассмотрим сначала падение вертикально поляризованной волны, у которой  $\tilde{H}_{y0} = 0$ . Отметим, что в силу симметрии периода относительно плоскости YOZ, а также в силу симметрии поля падающей волны относительно той же плоскости, мы можем априори сделать вывод относительно поведения

компонент поля в отверстии  $\tilde{E}_{x,y}$ . Компонента  $\tilde{E}_y$  является четной относительно плоскостей  $x = 0$  и  $x = \pm P/2$  функцией, а компонента  $\tilde{E}_x$  нечетной относительно тех же плоскостей функцией. Основанием для таких выводов служит известное [64] свойство периодических структур с симметричным периодом, которое состоит в том, что в таких структурах при их синфазном возбуждении поле в плоскостях симметрии имеет либо нулевые тангенциальные компоненты электрического поля, или магнитного поля в зависимости от поляризации возбуждающей волны. В случае вертикально поляризованной волны поле имеет нулевое магнитное поле, что эквивалентно размещению в плоскостях симметрии идеальных магнитных стенок.

Отметим, что период имеет также плоскости симметрии при  $y = 0$  и  $y = \pm P/2$ . Однако возбуждающее поле несимметрично относительно этих плоскостей. Поэтому функции  $\tilde{E}_{x,y}$  содержат четные и нечетные относительно этих плоскостей компоненты.

При выборе базисных функций будем использовать результаты разд. 1.2:

$$\tilde{E}_y = A_1\varphi_{yc} + A_2\varphi_{yn}, \quad (1.3.15)$$

$$\tilde{E}_x = A_3\varphi_{xc} + A_4\varphi_{xn},$$

$$\varphi_{yc} = f_3(x)f_1(y),$$

$$\varphi_{yn} = f_3(x)f_2(y),$$

$$\varphi_{xc} = f_2(x)f_3(y),$$

$$\varphi_{xn} = f_2(x)f_4(y),$$

$$f_1(x) = \frac{\cos \frac{\pi x}{P}}{\sqrt{S - \sin^2 \frac{\pi x}{P}}}, \quad (1.3.17)$$

$$f_2(x) = \frac{\sin \frac{\pi x}{P}}{\sqrt{S - \sin^2 \frac{\pi x}{P}}},$$

$$f_3(x) = \operatorname{arch} \left( \frac{S + \cos \frac{2\pi x}{P}}{C} \right),$$

$$f_4(x) = \sin \frac{\pi x}{P} \sqrt{S - \sin^2 \frac{\pi x}{P}}.$$

Из соотношений (1.3.15) – (1.3.17) видно, что функции, описывающие поле в отверстии действительно удовлетворяют сформулированным выше условиям четности и нечетности.

Функции  $f_{1-4}$  взяты из решения задачи для анизотропной ЧПР (см. разд. 1.2). Выбор базисных функций является неформальным этапом решения системы интегральных уравнений. Поэтому однозначное заключение о правильности описания поля соотношениями (1.3.15) сделать затруднительно. Следует отметить, что функции (1.3.17) правильно описывают предельные переходы при  $d \rightarrow 0$  и  $d \rightarrow P$ . Кроме того, известно, что схема записи СЛАУ по методу Галеркина обладает свойством вариационной устойчивости [63]. Поэтому даже, описывая поле с погрешностью  $\delta$ , мы получаем внешние параметры анализируемой структуры с погрешностью  $\delta^2$ , что позволяет нам ограничиться простой аппроксимацией неизвестных функций (1.3.15) и рассчитывать на то, что получаемые в итоге ЭГУ будут с приемлемой точностью описывать ЧПР.

Далее подставим соотношения (1.3.15) – (1.3.17) в интегральные уравнения, а затем осуществим их проекцию на выбранную систему базисных функций. Под проекцией мы понимаем умножение уравнения на базисную

функцию и последующее его интегрирование по области ее определения. В результате получаем следующую СЛАУ:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & 0 & Z_{13} & Z_{14} \\ 0 & Z_{22} & Z_{23} & 0 \\ -Z_{13} & Z_{23} & Z_{33} & 0 \\ Z_{14} & 0 & 0 & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1.3.18)$$

$$Z_{11} = \sum_{n,m=0}^{\infty} \varepsilon_n \varepsilon_m I_{1m}^2 I_{3n}^2 G_{11n,m},$$

$$Z_{13} = 2i \sum_{n=1}^{\infty} I_{2n} I_{3n} I_{10} I_{30} G_{12n,0},$$

$$Z_{14} = -4 \sum_{n,m=1}^{\infty} I_{1m} I_{3n} I_{4m} I_{2n} G_{12n,m},$$

$$Z_{22} = \sum_{n,m=0}^{\infty} \varepsilon_n \varepsilon_m I_{2m}^2 I_{3n}^2 G_{11n,m},$$

$$Z_{23} = -4 \sum_{n,m=1}^{\infty} I_{2m} I_{3n} I_{3m} I_{2n} G_{12n,m}, \quad (1.3.19)$$

$$Z_{33} = \sum_{n,m=0}^{\infty} \varepsilon_n \varepsilon_m I_{3m}^2 I_{2n}^2 G_{22n,m},$$

$$Z_{44} = 4 \sum_{n,m=1}^{\infty} I_{4m}^2 I_{2n}^2 G_{22n,m},$$

$$C = -\tilde{H}_{x0} I_{10} I_{30},$$

$$I_{in} = \int_{-d/2}^{d/2} f_i(x) \begin{cases} \cos \alpha_n x \\ \sin \alpha_n x \end{cases} dx,$$

$$i = 1, \dots, 4$$

Решение при падении горизонтально поляризованной волны аналогично описанному выше. В этом случае компонента  $\tilde{E}_x$  является четной относительно плоскостей  $x = 0$  и  $x = \pm P/2$  функцией, а компонента  $\tilde{E}_y$  нечетной относительно тех же плоскостей функцией. Базисные функции имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\varphi_{yc} &= f_4(x)f_1(y), \\ \varphi_{yn} &= f_4(x)f_2(y), \\ \varphi_{xc} &= f_1(x)f_3(y), \\ \varphi_{xn} &= f_1(x)f_4(y).\end{aligned}\tag{1.3.20}$$

Вектор, стоящий в правой части СЛАУ имеет ненулевой третий элемент:

$$C = \tilde{H}_{y0} I_{10} I_{30}.\tag{1.3.21}$$

Матрица системы записывается аналогично (1.3.18) с соответствующей формулам (1.3.20) заменой индексов интегралов  $I_{in}$ .

СЛАУ (1.3.18) должна решаться численно. Однако в представленном виде она неудобна для этого. Проблема состоит в вычислении элементов матрицы системы  $Z_{i,j}$ ,  $i, j = 1, \dots, 4$ . Каждый из них является двойным рядом, в который входят интегралы (1.3.19). Ряды при определенных параметрах сходятся весьма медленно, а интегралы должны вычисляться на ЭВМ, так как аналитически они не берутся. Как результат прямое численное решение СЛАУ требует больших затрат компьютерных ресурсов и времени. Поэтому целесообразно использовать ряд аналитических приемов, облегчающих вычисление коэффициентов  $Z_{i,j}$ .

*Вычисление коэффициентов СЛАУ.* Первая задача – это создание алгоритма для вычисления интегралов  $I_{in}$ . Особый интерес представляют первые два интеграла, поскольку функции  $f_{1,2}$  имеют особенности типа



$(d/2 - x)^{-1/2}$ . Функции  $f_{3,4}$  сами к бесконечности не стремятся, но особенности имеют их производные, что также усложняет их интегрирование.

Для решения поставленной задачи использовался следующий прием:

$$I_{in} = \int_{-d/2}^{d/2} (f_i(x) - f_{ia}(x)) \begin{Bmatrix} \cos \alpha_n x \\ \sin \alpha_n x \end{Bmatrix} dx + I_{ian},$$

$$I_{ian} = \int_{-d/2}^{d/2} f_{ia}(x) \begin{Bmatrix} \cos \alpha_n x \\ \sin \alpha_n x \end{Bmatrix} dx \quad (1.3.21)$$

$$i = 1, \dots, 4$$

Функции  $f_{ia}(x)$  удовлетворяют условию:

$$\lim_{|x| \rightarrow d/2} \frac{f_{ia}(x)}{f_i(x)} = 1. \quad (1.3.22)$$

Благодаря выполнению условия (1.3.22) интеграл в формуле (1.3.21) легко берется численно. Второе требование к выбору функций  $f_{ia}(x)$  состоит в возможности аналитического определения интегралов  $I_{ian}$ .

Указанным требованиям удовлетворяют следующие функции:

$$f_{1a}(x) = \frac{q_1}{\sqrt{(d/2)^2 - x^2}}, \quad (1.3.23)$$

$$f_{2a}(x) = \frac{q_2 x}{\sqrt{(d/2)^2 - x^2}},$$

$$f_{3a}(x) = q_3 \sqrt{(d/2)^2 - x^2},$$

$$f_{4a}(x) = q_4 x \sqrt{(d/2)^2 - x^2},$$

$$q_1 = P \sqrt{\frac{\xi}{2\pi} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi\xi}{2}\right)}, \quad (1.3.24)$$

$$q_2 = P \sqrt{\frac{\xi}{2\pi} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi\xi}{2}\right)},$$

$$q_3 = \frac{\pi P \xi^2}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{\xi} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi\xi}{2}\right)},$$

$$q_4 = \frac{\pi P \xi}{16} \sqrt{\pi \xi \sin \pi \xi},$$

$$\xi = d/P.$$

Интегралы  $I_{ian}$  выражаются через функции Бесселя  $J_n(x)$ :

$$I_{1an} = q_1 J_0(\alpha_n d/2), \quad (1.3.25)$$

$$I_{2an} = q_2 J_1(\alpha_n d/2),$$

$$I_{3an} = q_3 (J_0(\alpha_n d/2) + J_2(\alpha_n d/2)),$$

$$I_{4an} = q_4 (J_1(\alpha_n d/2) + J_3(\alpha_n d/2)).$$

Важно отметить, что интегралы  $I_{ian}$  определяют асимптотическое поведение интегралов  $I_{in}$  при  $n \rightarrow \infty$ . В качестве примера рассмотрим  $I_{1n}$ .

Слагаемое

$$\int_{-d/2}^{d/2} (f_i(x) - f_{ia}(x)) \begin{cases} \cos \alpha_n x \\ \sin \alpha_n x \end{cases} dx,$$

входящее в него ведет себя при  $n \rightarrow \infty$  как  $n^{-3/2}$ , в то время как  $I_{1an}$  убывает пропорционально  $n^{-1/2}$ . Такое поведение параметров  $I_{1n}$  позволяет следующим образом упростить суммирование рядов в (1.3.19).

Рассмотрим алгоритм вычисления двойных рядов на примере параметра  $Z_{11}$ . Представим, входящий в него ряд в виде четырех слагаемых:

$$\begin{aligned}
Z_{11} &= I_{10}^2 I_{30}^2 G_{110,0} + 2I_{30}^2 R_1 + 2I_{10}^2 R_2 + 4R_3, \\
R_1 &= \sum_{m=1}^{\infty} I_{1m}^2 G_{110,m}, \\
R_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} I_{3n}^2 G_{11n,0}, \\
R_3 &= \sum_{n,m=1}^{\infty} I_{1m}^2 I_{3n}^2 G_{11n,m},
\end{aligned} \tag{1.3.26}$$

Ряды  $R_{1,2,3}$  с помощью эквивалентных преобразований могут быть представлены в виде быстро сходящихся рядов, содержащих разности типа  $I_{1m}^2 - I_{1am}^2$  и медленно сходящихся рядов  $S_{1,2,3}$ , которые зависят только от одного параметра  $\xi$ :

$$R_1 = \sum_{m=1}^{\infty} (I_{1m}^2 - I_{1am}^2) G_{110,m} + g_1 S_1(\xi), \tag{1.3.27}$$

$$R_2 = \sum_{n=1}^{\infty} (I_{3n}^2 - I_{3an}^2) G_{11n,0} + g_2 S_2(\xi),$$

$$R_3 = \sum_{n,m=1}^{\infty} (I_{1m}^2 I_{3n}^2 - I_{1am}^2 I_{3an}^2) G_{11n,m} + g_3 S_3(\xi),$$

$$S_1(\xi) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0^2(\pi m \xi)}{m}, \tag{1.3.28}$$

$$S_2(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} (J_0(\pi n \xi) + J_2(\pi n \xi))^2 n,$$

$$S_3(\xi) = \sum_{n,m=1}^{\infty} J_0^2(\pi m \xi) (J_0(\pi n \xi) + J_2(\pi n \xi))^2 \frac{n^2}{\sqrt{n^2 + m^2}},$$

$$g_1 = \frac{q_1^2}{2\pi iP} \left( \frac{k_1}{W_1} + \frac{k_2}{W_2} \right), \quad (1.3.29)$$

$$g_2 = -\frac{2\pi q_3^2}{iP^3} \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right),$$

$$g_3 = q_1^2 g_2.$$

Ряды  $S_{1,2,3}$  однократно вычислялись в диапазоне изменения параметра  $\xi$  от 0.05 до 0.95. Затем для них строились сплайн аппроксимации, позволяющие быстро рассчитывать данные функции почти на всем интервале изменения аргумента  $[0,1]$ .

Описанные выше подходы позволили создать эффективный алгоритм решения СЛАУ (1.3.18).

*ЭГУ для возбуждения ЧПР плоской волной.* ЭГУ при падении вертикально поляризованной волны связывают компоненты дальнего поля  $\Delta h_{x0,0}, e_{y0,0}$ :

$$\Delta h_{x0,0} = Y_v e_{y0,0}, \quad (1.2.30)$$

$$\Delta h_{x0,0} = h_{x10,0} - h_{x20,0}.$$

При этом электрическое поле на ЧПР непрерывно:

$$e_{y10,0} = e_{y20,0}. \quad (1.2.31)$$

При возбуждении ЧПР горизонтально поляризованной волной связываются компоненты  $\Delta h_{y0,0}, e_{x0,0}$ :

$$\Delta h_{y0,0} = -Y_h e_{x0,0}, \quad (1.2.32)$$

$$e_{x10,0} = e_{x20,0},$$

$$\Delta h_{y0,0} = h_{y10,0} - h_{y20,0}.$$

Рассмотрим ЭГУ (1.2.30). Нам необходимо найти проводимость решетки  $Y_v$ . Параметр  $\Delta h_{x0,0}$  находится непосредственно из первого

интегрального уравнения (1.3.8), которое выражает равенство нулю в отверстии компоненты магнитного поля  $H_x$ :

$$\Delta h_{x0,0} = \tilde{H}_{x0} + A_1 I_{10} I_{30} G_{110,0}, \quad (1.3.33)$$

где  $A_1$  находится из решения СЛАУ (1.3.18). Электрическое поле находим из (1.3.6), подставляя в него соответствующее выражение из (1.3.16):

$$e_{y0,0} = \frac{A_1 I_{10} I_{30}}{P^2}. \quad (1.3.34)$$

С помощью формул (1.3.33) и (1.3.34) получаем:

$$Y_v = \left( G_{110,0} + \frac{\tilde{H}_{x0}}{A_1 I_{10} I_{30}} \right) P^2. \quad (1.3.35)$$

Отметим, что проводимости  $Y_{v,h}$  чисто мнимые:

$$Y_{v,h} = iB_{v,h}. \quad (1.3.36)$$

Для записи ЭГУ нам необходимо проанализировать зависимость реактивных проводимостей  $B_{v,h}$  от волнового числа  $\beta$  и параметра  $\xi$ .

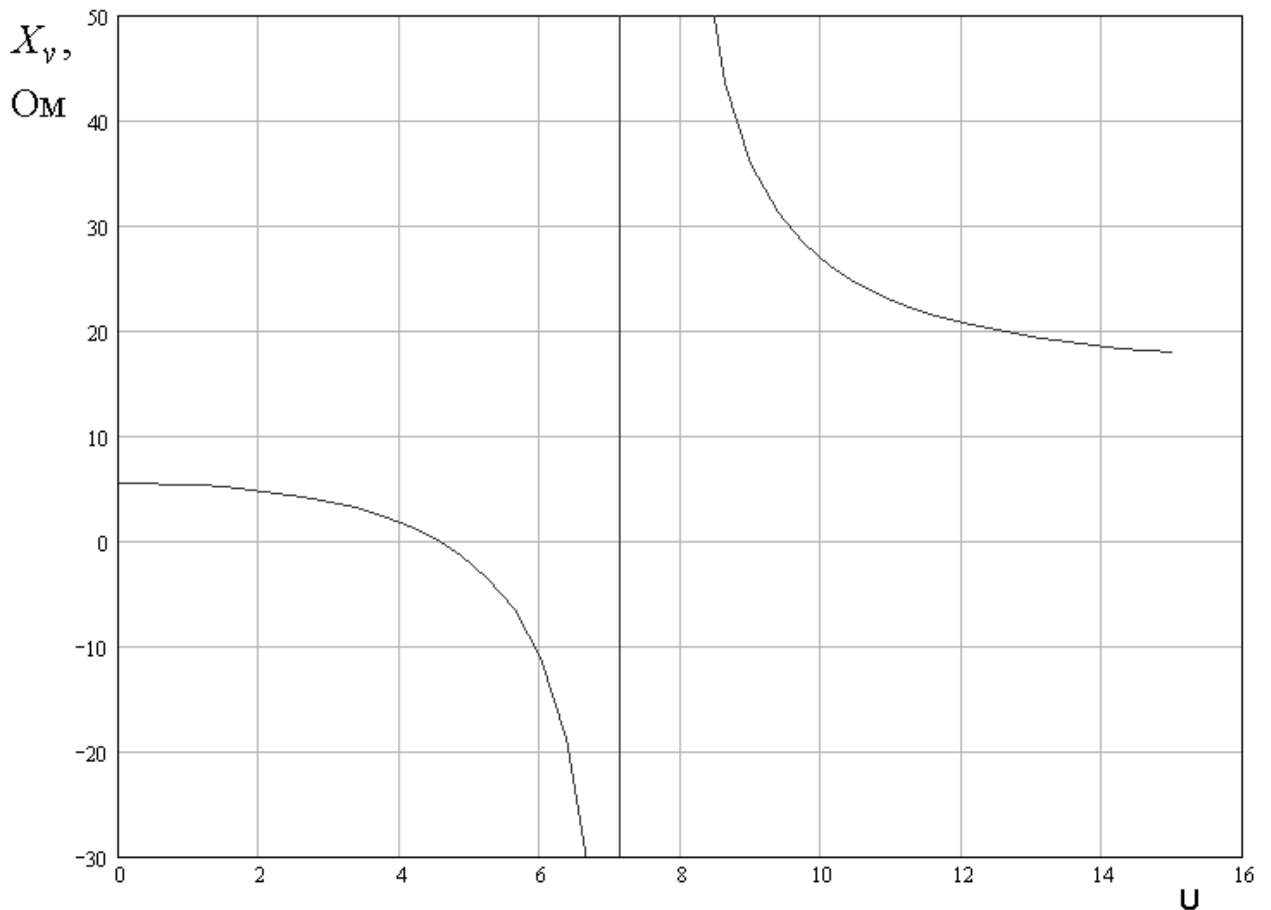
Отметим, что для описания ЧПР нам могут оказаться полезными величины обратные  $Y_{v,h}$ , то есть сопротивления решетки:

$$X_{v,h} = -\frac{1}{B_{v,h}}. \quad (1.3.37)$$

На рис. 1.3.3 показана зависимость  $X_v$  от нормированного волнового числа падающей волны  $U = \beta/k$ ,  $k$  - волновое число свободного пространства.

Кривая получена при  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 10$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ,  $P = 1$ ,  $f = 20$  ГГц.

Период  $P$ , а также другие размеры здесь и далее в книге приводятся в миллиметрах. Поэтому обозначение размерности мы будем опускать за исключением особых случаев, которые будут обговариваться отдельно.



*Рис. 1.3.3. Зависимость сопротивления  $X_v$  от нормированного волнового числа  $U$*

Из рис. 1.3.3 видно, что при  $U = 0$  параметр  $X_{v0} = X_v(0)$  больше нуля, что соответствует положительному реактивному импедансу индуктивности. По этой причине решетка, состоящая из пересекающихся лент, получила название индуктивной решетки.

При увеличении  $U$  сопротивление меняет знак, проходя через нулевое значение в точке  $U_0$ . В точке  $U = U_p$  сопротивление снова меняет знак, но при этом оно устремляется в бесконечность, то есть имеет в данной точке полюс. При дальнейшем увеличении переменной  $U$  сопротивление монотонно уменьшается. Важно также то, что функция  $X_v(U)$  является четной функцией.

Обобщая отмеченные выше свойства функции  $X_v(U)$  для нее можно предложить следующую дробно – рациональную аппроксимацию:

$$X_{va}(U) = X_{v0} \frac{1 - \left(\frac{U}{U_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{U}{U_p}\right)^2}. \quad (1.3.38)$$

Численные расчеты показали, что при точном задании параметров  $X_{v0}, U_0, U_p$  полученная численно функция отличается от ее аппроксимации не более чем на 0.1%.

Величина  $X_{v0}$  уже не зависит от переменной  $U$ . Она является функцией частоты, периода, параметров сред и нормированного размера отверстия  $\xi$ . Исследования показали, что для  $X_{v0}$  можно предложить следующую аппроксимацию:

$$X_{v0a} = W_0 \frac{kP}{2\pi} \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \ln \frac{1}{C} \sqrt{S} (1 - 0.166\sqrt{C}), \quad (1.3.39)$$

где параметры  $S, C$  определены в разд. 1.2,  $W_0$  - волновое число свободного пространства.

На рис. 1.3.4 показана зависимость отношения полученной точно функции к ее аппроксимации  $\frac{X_{v0}}{X_{v0a}}$  от нормированного размера отверстия решетки  $\xi$ . Кривые 1 – 3 получены при  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ,  $P = 1$ ,  $f = 20$  ГГц. Они соответствуют  $\varepsilon_2 = 5, 10, 15$ . Видно, что отличие аппроксимации от точной функции не превышает 2%. Данный результат можно считать вполне приемлемым с практической точки зрения.

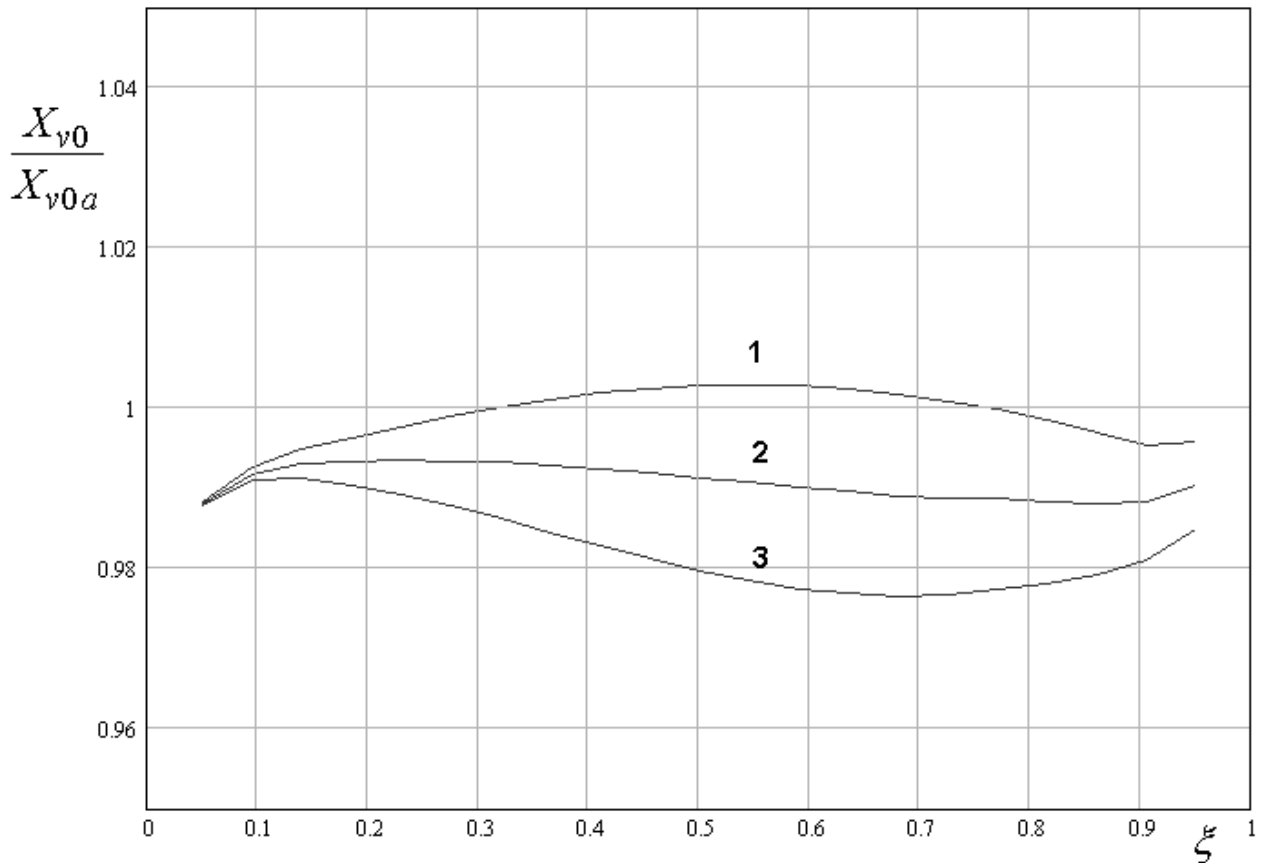


Рис. 1.3.4. Зависимость отношения точной функции к ее аппроксимации от параметра  $\xi$

Далее нам желательно получить простые и точные выражения для параметров  $U_0, U_p$ . Они были получены также как и соотношение (1.3.39) путем обработки большого массива численных результатов:

$$U_{0a} = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\mu_1\mu_2}{(\mu_1 + \mu_2)}} \frac{1}{S^{1/4}(1 - 0.15C^{1/4})}, \quad (1.3.40)$$

$$U_{pa} = \frac{U_{0a}}{\sqrt{1 + X_{v0} \frac{a}{b}}},$$



$$a = - \left( 2 \frac{(\mu_1 + \mu_2) \ln 1/C}{\mu_1 \mu_2 k P W_0} \right)^2,$$

$$b = 4 \frac{(\mu_1 + \mu_2) \ln^3 1/C}{\mu_1 \mu_2 k P W_0}.$$

Оценку точности аппроксимаций (1.3.40) можно выполнить с помощью кривых, представленных на рис. 1.3.5 и 1.3.6. На рис. 1.3.5 показано отношение  $U_0/U_{0a}$  как функция  $\xi$ , а на рис. 1.3.6 отношение  $U_p/U_{pa}$  как функция того же аргумента. Кривые получены при  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 10$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ,  $P = 1$ ,  $f = 20$  ГГц.

Видно, что погрешность аппроксимации обоих параметров не превышает 1 – 2%, что вполне достаточно для решения практически важных задач.

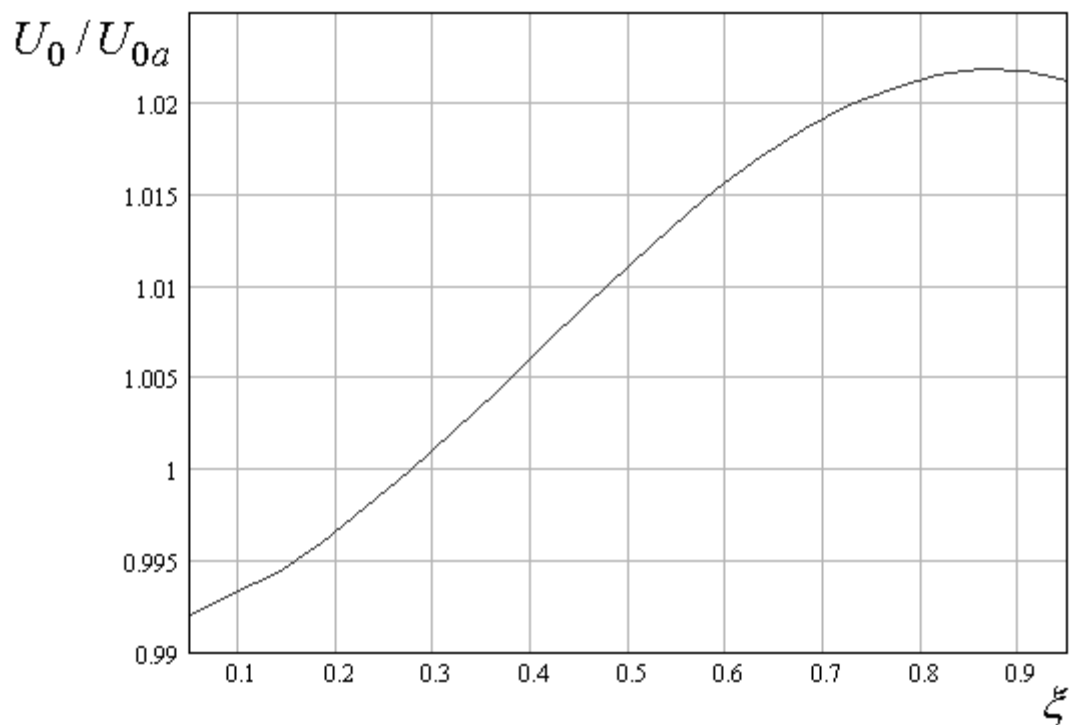


Рис. 1.3.5. Зависимость отношения  $U_0/U_{0a}$  от параметра  $\xi$

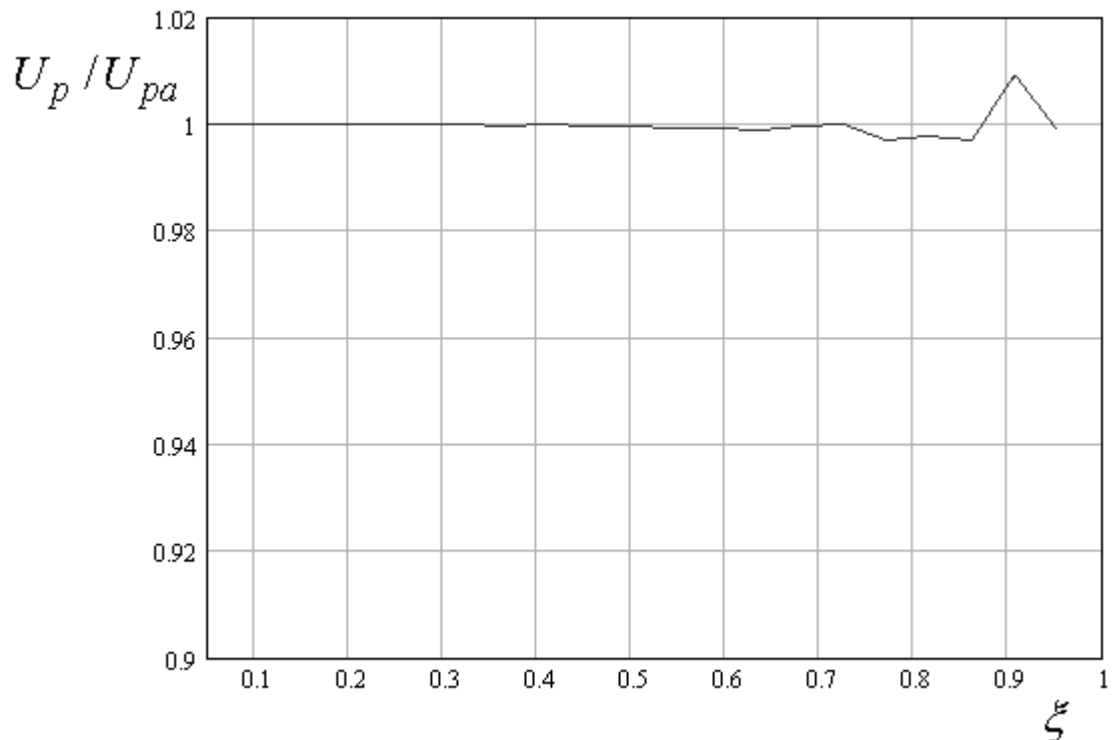


Рис. 1.3.6. Зависимость отношения  $U_0 / U_{0a}$  от параметра  $\xi$

Анализ результатов численных расчетов для волны горизонтальной поляризации оказался значительно проще по той причине, что сопротивление  $X_h$  почти не зависит от нормированного волнового числа  $U$ . Об этом говорит приведенная на рис. 1.3.7 кривая. Она получена для тех же параметров, что и кривые на рис. (1.3.5), (1.3.6).

Видно, что даже при изменении волнового числа в весьма широком диапазоне сопротивление меняется не более чем на 3%. Поэтому мы можем считать параметр  $X_h$  постоянным и равным его значению при  $U = 0$ . Однако в этой точке он совпадает в силу изотропии ЧПР с  $X_{v0}$ . Поэтому необходимость в построении отдельной аппроксимации для  $X_h$  отсутствует.

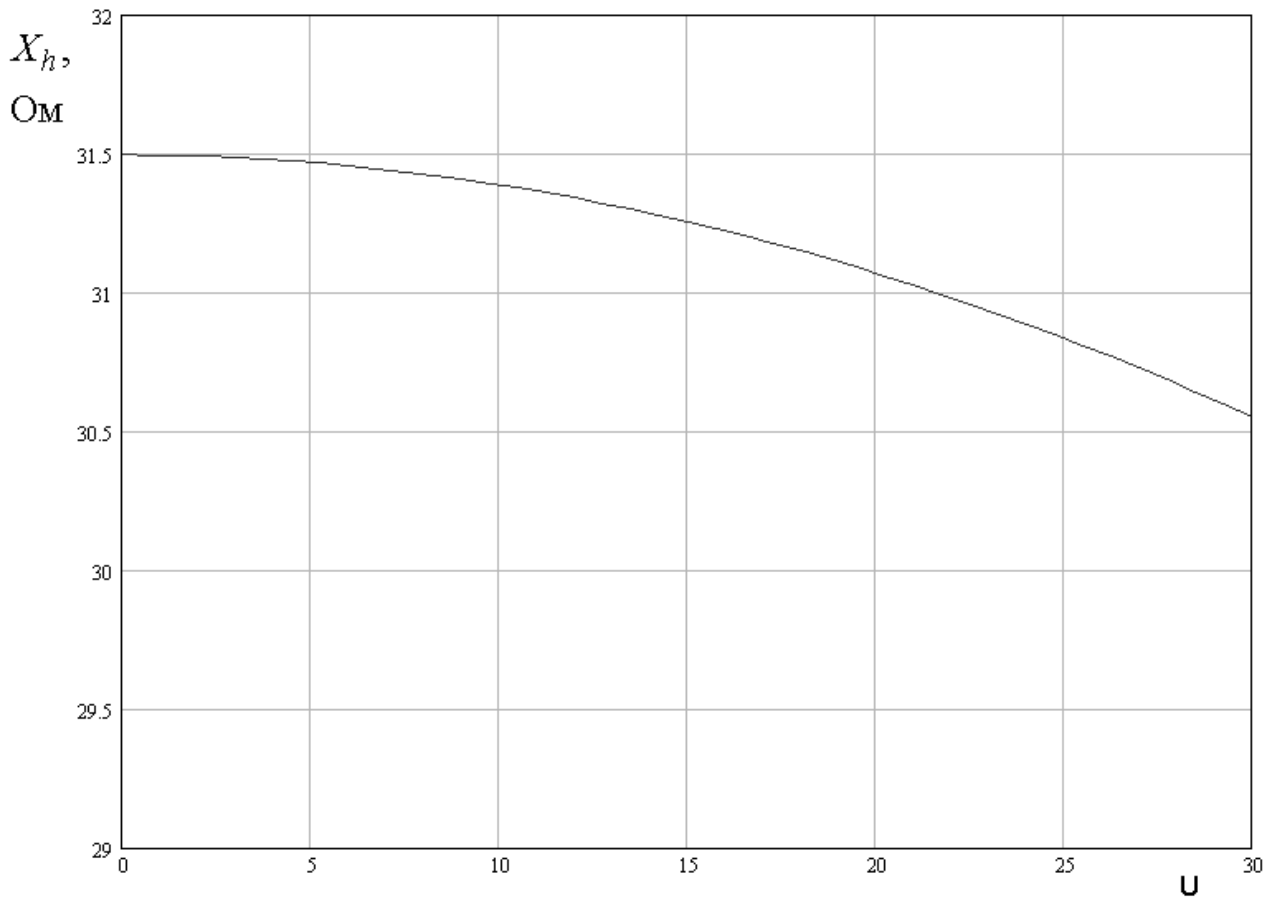


Рис. 1.3.7. Зависимость сопротивления  $X_h$  от нормированного волнового числа  $U$

Интересно рассмотреть поведение нуля и полюса функции  $X_{va}(U)$  при изменении параметра  $\xi$ . Типичные кривые указанных зависимостей приведены на рис. 1.3.8. Кривая 1 соответствует нулю функции, а кривая 2 ее полюсу. Видно, что при малых  $\xi$  нуль и полюс сливаются. Физически это означает, что решетка переходит в однородную металлическую плоскость с нулевым сопротивлением, которое не зависит волнового числа. Из соотношения (1.3.38) видно, что при  $U_0 = U_p$  импеданс решетки также не зависит от  $U$ .

При  $\xi \rightarrow 1$ , наоборот нуль и полюс расходятся. При этом значение нуля остается конечным, а полюс уходит на бесконечность. Ниже мы

покажем, что такое поведение параметров ЭГУ также имеет определенный физический смысл.

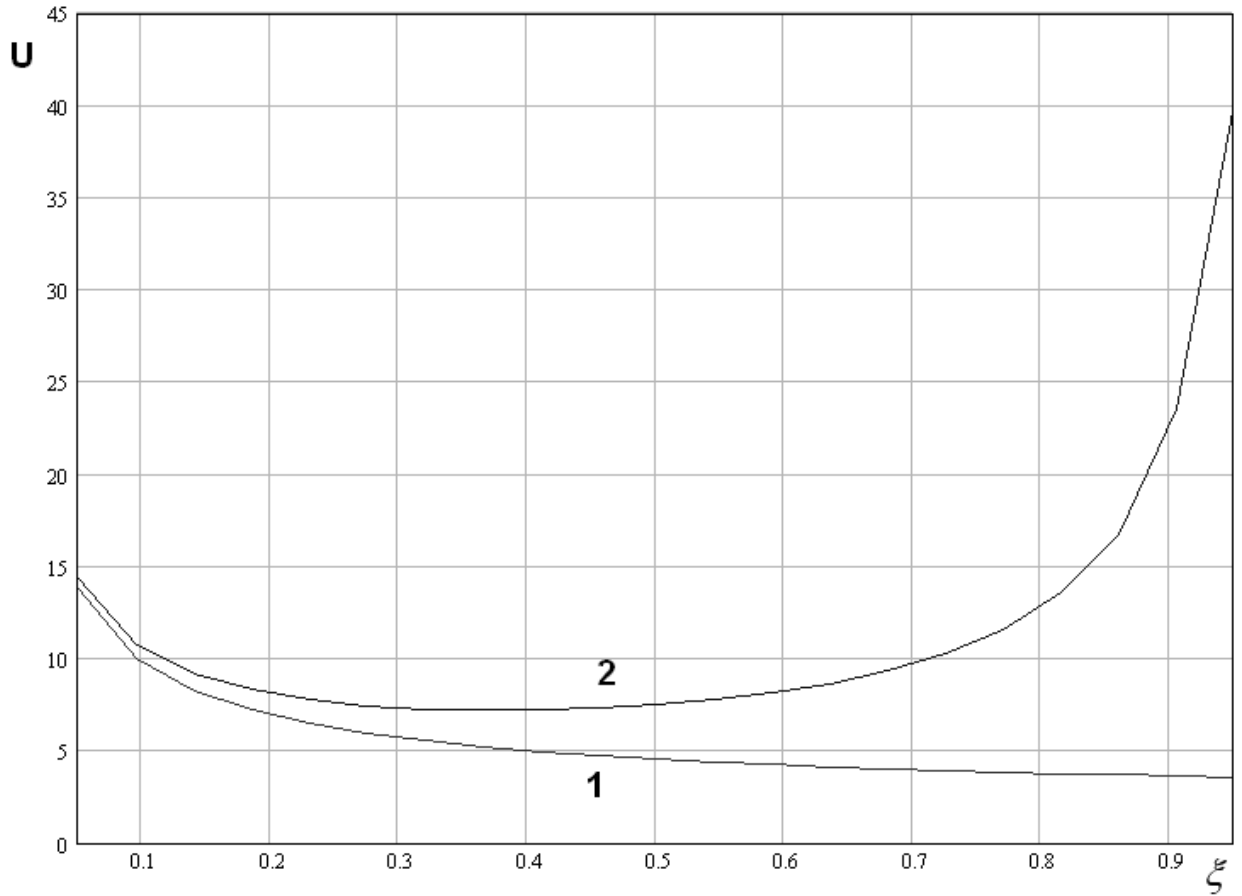


Рис. 1.3.8. Зависимость параметров ЭГУ от параметра  $\xi$

Таким образом, мы можем сделать вывод о том, что для всех параметров ЭГУ получены достаточно простые и точные выражения, позволяющие использовать их, не прибегая к численным расчетам. Окончательный вид ЭГУ для индуктивной изотропной решетки при возбуждении ее плоскими волнами приводится ниже:

$$iX_{v0} \left(1 - \beta^2 / \beta_0^2\right) \Delta h_{x0,0} = \left(1 - \beta^2 / \beta_p^2\right) e_{y0,0}, \quad (1.3.41)$$

$$iX_{v0} \Delta h_{y0,0} = -e_{x0,0},$$

$$\beta_{0,p} = U_{0,p} k.$$

Тривиальные условия равенства компонент электрического поля в ЭГУ (1.3.41) опущены. Также в первом соотношении (1.3.41) умышленно мы

перешли к ненормированным волновым числам, а также умножили его на не равный тождественно нулю множитель  $\left(1 - \beta^2 / \beta_p^2\right)$ . Такая запись ЭГУ полезна для осуществления перехода к полю возбуждения произвольного вида.

*ЭГУ для произвольного поля.* В разд. 1.1 и 1.2 мы уже сталкивались с алгебраическими множителями вида  $\beta^2$  в ЭГУ для плоских волн. Они существенно облегчают переход к ЭГУ для произвольного поля, имеющего вид разложения по плоским волнам, так как их можно заменить дифференциальным оператором:

$$\beta^2 \rightarrow -\frac{\partial}{\partial y^2}.$$

Следует отметить, что вообще говоря, исходная запись для сопротивления ЧПР (1.3.38) имеет вид дробно – рациональной функции. Поэтому, если мы будем использовать ее для вывода ЭГУ, то нам придется иметь дело с интегральным оператором (см. разд. 1.1), что затрудняет применение граничных условий для решения электродинамических задач.

Чтобы избежать указанных сложностей мы умножили ЭГУ для плоских волн на некоторую функцию от волнового числа  $\beta$ . Такая операция позволила нам перейти от дробно – рациональных функций к функциям алгебраическим, то есть полиномам от переменной  $\beta^2$ . Нетрудно заметить, что, вообще говоря, мы могли бы умножить исходные ЭГУ для плоских волн на любую другую функцию и получить другие ЭГУ. С точки зрения описания дифракции на ЧПР плоских волн все они эквивалентны. Вопрос об их эквивалентности для полного поля остается открытым.

В книге [54] формулируются критерии корректного перехода от ЭГУ для плоских волн к нелокальным ЭГУ. Они сводятся к существованию преобразования Фурье от функций волнового числа, входящих в граничные

условия. Однако представленное в работе [54] исследование данного вопроса нельзя считать исчерпывающим.

Отметим, что с использование сформулированного в [54] критерия накладывает ограничения на поле, к которому применяются ЭГУ, так как у него должны существовать вторые производные, появляющиеся в ходе замены множителей  $\beta^2$  на дифференциальные операторы.

С учетом сделанных выше замечаний запишем ЭГУ для произвольного поля:

$$iX_{v0} \left( 1 + \frac{1}{\beta_0^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Delta H_x = \left( 1 + \frac{1}{\beta_p^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_y, \quad (1.3.42)$$

$$iX_{v0} \Delta H_y = -E_x.$$

ЭГУ (1.3.42) можно записать в компактной векторной форме. Для этого введем два вектора:

$$\vec{E}_\tau = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}, \quad \Delta \vec{H}_\tau = \begin{bmatrix} -\Delta H_y \\ \Delta H_x \end{bmatrix}. \quad (1.3.43)$$

Для них ЭГУ (1.3.42) записываются одним соотношением:

$$iX_{v0} \left( 1 + \frac{1}{\beta_p^2} \nabla_\tau^2 + \frac{\beta_p^2 - \beta_0^2}{\beta_0^2 \beta_p^2} \text{graddiv} \right) \Delta \vec{H}_\tau = \left( 1 + \frac{1}{\beta_p^2} \nabla_\tau^2 \right) \vec{E}_\tau,$$

$$\nabla_\tau^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (1.3.44)$$

Для вывода ЭГУ (1.3.44) необходимо снова вернуться к условиям (1.3.41), предположив, что падающая волна падает уже не в плоскости YOZ и описывается двумя волновыми числами  $\kappa, \beta$ . Плоскость падения в этом случае повернута на угол  $\varphi$  относительно оси Oy (см. рис. 1.3.9).

Мы можем как и раньше разделить падающие волны на вертикально и горизонтально поляризованные относительно новой плоскости падения. Эти

волны имеют тангенциальные компоненты поля для которых мы можем записать ЭГУ тождественные (1.3.41). Сделать это возможно, исходя из допущения об изотропии свойств ЧПР в плоскости ХОУ.

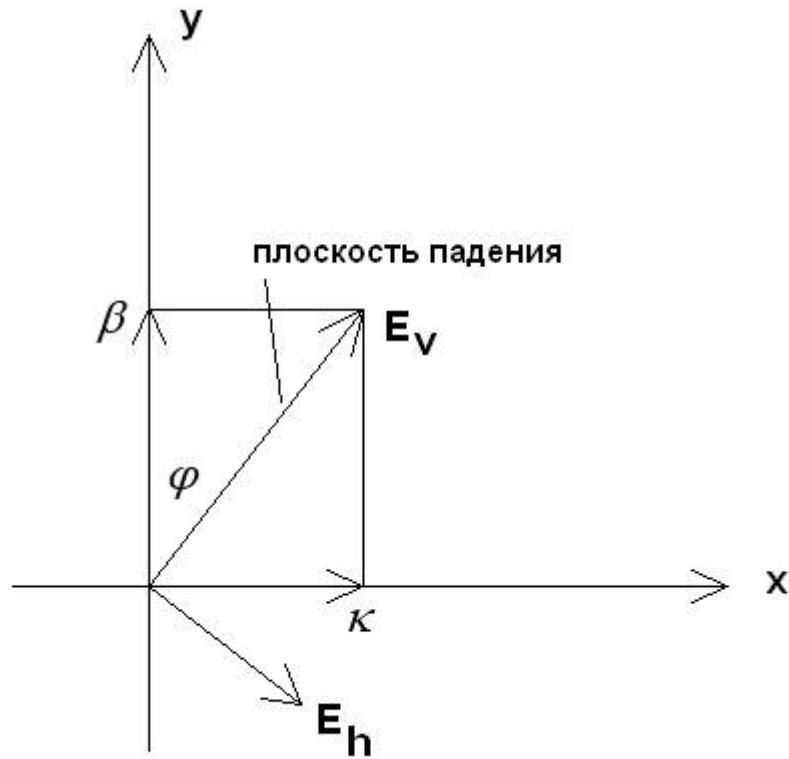


Рис. 1.3.9. Векторная диаграмма для вывода ЭГУ

Из тригонометрических построений следует связь компонент поля  $E_{v,h}$  с компонентами в декартовых координатах  $E_{x,y}$ :

$$E_v = \frac{\kappa E_x + \beta E_y}{\sqrt{\kappa^2 + \beta^2}},$$

$$E_h = \frac{\beta E_x - \kappa E_y}{\sqrt{\kappa^2 + \beta^2}}.$$

Заменяя в ЭГУ компоненты  $E_{v,h}$  на  $E_{x,y}$ , получаем ЭГУ для произвольной плоскости падения. Далее по стандартной методике мы

переходим к произвольному полю возбуждения, которое описывается ЭГУ (1.3.44).

По своей структуре ЭГУ (1.3.44) похожи на ЭГУ, приведенные в книге [58], в которой рассматривался случай ЧПР с узкими лентами. Принципиальное отличие наших ЭГУ состоит в присутствии дифференциального оператора в правой части, который действует на электрическое поле. Отметим, что при  $\xi \rightarrow 1$ , когда ширина лент уменьшается параметр  $\beta_p \rightarrow \infty$  (см. рис. 1.3.8). В этом случае слагаемое с дифференциальным оператором становится пренебрежимо малым и ЭГУ (1.3.44) совпадают с граничными условиями из [57]. При произвольных значениях параметра  $\xi$  слагаемое со второй производной малым не является.



#### 1.4. Эквивалентные граничные условия для емкостных изотропных решеток

Анализ емкостной решетки без потерь проводится полностью аналогично анализу индуктивной решетки. Поэтому на многих его деталях мы не будем останавливаться подробно, а ограничимся представлением окончательных результатов.

Период решетки показан на рис. 1.4.1. Видно, что она отличается от индуктивной инверсией областей. Область, в которой отличны от нуля разрывы магнитного поля  $S_h$ , представляет теперь квадрат со стороной  $d$ , а область, в которой отлично от нуля тангенциальное электрическое поле  $S_e$  - это оставшаяся часть области, занятой периодом ЧПР -  $S_p$ , которая представляет собой квадрат со стороной  $P$ .

Для описания электромагнитного поля в решетки, которое возбуждает в ней падающая из области 1 плоская волна, мы можем использовать систему интегральных уравнений относительно электрического поля в области  $S_e$  (1.3.8):

$$\int_{S_e} E_y(s') G_{11}(s, s') ds' + \int_{S_e} E_x(s') G_{12}(s, s') ds' + H_{x0} = 0, \quad (1.4.1)$$

$$\int_{S_e} E_y(s') G_{21}(s, s') ds' + \int_{S_e} E_x(s') G_{22}(s, s') ds' - H_{y0} = 0,$$

$$x, y \in S_e.$$

Ядра интегральных уравнений определяются соотношениями (1.3.9) – (1.3.14).

Как уже отмечалось выше область  $S_e$  теперь имеет иной вид, чем в разд. 1.3. Поэтому для представления электрического поля мы не можем использовать удобную систему базисных функций (1.3.15), (1.3.16). Для того чтобы воспользоваться ей нам необходимо перейти к системе интегральных уравнений относительно разрывов магнитного поля  $\Delta H_{x,y}$ , заданных в

области  $S_h$ , в которой мы можем использовать базисные функции из разд. 1.3.

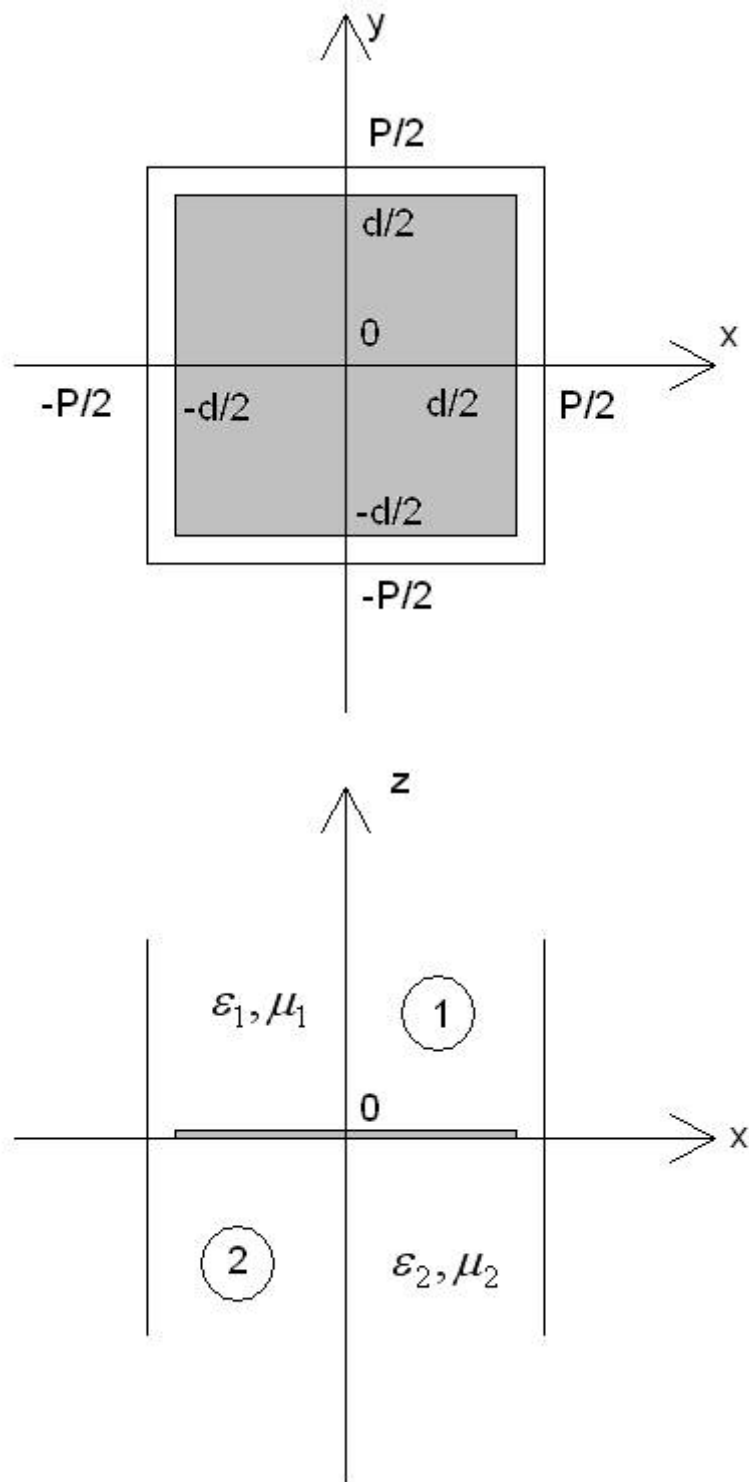


Рис. 1.4.1. Период емкостной решетки

Для выполнения данного перехода воспользуемся приемом аналогичным представленному в разд. 1.2. Представим систему интегральных уравнений следующим образом:

$$P^2 \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left( e_{yn,m} G_{11n,m} + e_{xn,m} G_{12n,m} \right) e^{-i\beta_m y - i\kappa_n x} + H_{x0} = 0, \quad (1.4.2)$$

$$P^2 \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left( e_{yn,m} G_{21n,m} + e_{xn,m} G_{22n,m} \right) e^{-i\beta_m y - i\kappa_n x} - H_{y0} = 0,$$

$$x, y \in S_e.$$

Распространим уравнения (1.4.2) на всю область  $S_p$ , приняв во внимание, что функции  $\Delta H_{x,y}$  отличны от нуля только в области  $S_h$ :

$$P^2 \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left( e_{yn,m} G_{11n,m} + e_{xn,m} G_{12n,m} \right) e^{-i\beta_m y - i\kappa_n x} + H_{x0} = \Delta H_x, \quad (1.4.3)$$

$$P^2 \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \left( e_{yn,m} G_{21n,m} + e_{xn,m} G_{22n,m} \right) e^{-i\beta_m y - i\kappa_n x} - H_{y0} = -\Delta H_y,$$

$$x, y \in S_p.$$

Воспользуемся далее ортогональностью функций  $e^{-i\beta_m y - i\kappa_n x}$  (1.3.4):

$$P^2 \left( e_{yn,m} G_{11n,m} + e_{xn,m} G_{12n,m} \right) + H_{x0} = \Delta h_{xn,m}, \quad (1.4.4)$$

$$P^2 \left( e_{yn,m} G_{21n,m} + e_{xn,m} G_{22n,m} \right) - H_{y0} = -\Delta h_{yn,m}.$$

Решим систему линейных уравнений (1.4.4) относительно  $e_{x,y,n,m}$ :

$$\begin{aligned}
e_{xn,m} &= \frac{1}{P^2 \Delta_{n,m}} \left( -G_{11n,m} \Delta h_{yn,m} - G_{21n,m} \Delta h_{xn,m} \right) + \\
&+ \frac{\delta_{n,m}}{P^2 \Delta_{n,m}} \left( -G_{11n,m} H_{y0} + G_{21n,m} H_{x0} \right), \\
e_{yn,m} &= \frac{1}{P^2 \Delta_{n,m}} \left( G_{22n,m} \Delta h_{xn,m} + G_{12n,m} \Delta h_{yn,m} \right) - \\
&- \frac{\delta_{n,m}}{P^2 \Delta_{n,m}} \left( G_{22n,m} H_{x0} - G_{12n,m} H_{y0} \right),
\end{aligned} \tag{1.4.5}$$

$$\delta_{n,m} = 1, \quad n = m = 0,$$

$$\delta_{n,m} = 0, \quad n \neq 0, \quad m \neq 0,$$

$$\Delta_{n,m} = G_{11n,m} G_{22n,m} - G_{12n,m} G_{21n,m}.$$

Далее учтем, что

$$\sum_{n,m=-\infty}^{\infty} e_{x,y,n,m} e^{-i\beta_m y - i\kappa_n x} = E_{x,y}. \tag{1.4.6}$$

$$E_{x,y} = 0, \quad x, y \in S_h$$

И получим систему интегральных уравнений относительно разрывов магнитного поля  $\Delta H_{x,y}$ :

$$\int_{S_h} \Delta H_y(s') K_{11}(s, s') ds' + \int_{S_h} \Delta H_x(s') G_{12}(s, s') ds' + e_{x0} = 0, \tag{1.4.7}$$

$$\int_{S_h} \Delta H_y(s') K_{21}(s, s') ds' + \int_{S_h} \Delta H_x(s') K_{22}(s, s') ds' + e_{y0} = 0,$$

$$x, y \in S_h,$$

$$K_{ij} = \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} K_{ijn,m} e^{-i\kappa_n(x-x') - i\beta_m(y-y')},$$

$$K_{11n,m} = -\frac{1}{P^4 \Delta_{n,m}} G_{11n,m},$$

$$K_{12n,m} = -\frac{1}{P^4 \Delta_{n,m}} G_{21n,m},$$

$$K_{21n,m} = -K_{12n,m},$$

$$K_{22n,m} = \frac{1}{P^4 \Delta_{n,m}} G_{22n,m},$$

$$e_{x0} = \frac{1}{P^2 \Delta_{0,0}} \left( -G_{110,0} H_{y0} + G_{210,0} H_{x0} \right),$$

$$e_{y0} = -\frac{1}{P^2 \Delta_{0,0}} \left( G_{220,0} H_{x0} - G_{120,0} H_{y0} \right).$$

С учетом соотношения (1.3.11) запишем выражения аналогичные (1.3.12):

$$K_{11n,m} = \begin{cases} \frac{\alpha_n^2}{i\Delta_a P^6 \xi_{n,m}} \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right), & n, m \neq 0, \\ -\frac{1}{i\Delta_{0,0} P^6} \left( \frac{k_1}{W_1 \gamma_{10,0}} + \frac{k_2}{k_2 W_2 \gamma_{20,0}} \right), & n = m = 0, \end{cases}$$

(1.4.8)

$$K_{12n,m} = \begin{cases} \frac{\alpha_n \alpha_m}{iP^6 \Delta_a \xi_{n,m}} \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right), & m \neq 0, \\ \frac{\alpha_n \beta}{iP^6 \Delta_a \xi_{n,m}} \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right), & m = 0, n \neq 0, \end{cases}$$

$$K_{21n,m} = -K_{12n,m},$$

$$K_{22n,m} = \begin{cases} -\frac{\alpha_m^2}{iP^6 \Delta_a \xi_{n,m}} \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right), & n \neq 0, m \neq 0, \\ \frac{1}{iP^6 \Delta_a \xi_{n,m}} \left( \frac{k_1^2 - \beta^2}{k_1 W_1} + \frac{k_2^2 - \beta^2}{k_2 W_2} \right), & n = 0, m \neq 0, \\ \frac{1}{iP^6 \Delta_{0,0}} \left( \frac{k_1^2 - \beta^2}{k_1 W_1 \gamma_{10,0}} + \frac{k_2^2 - \beta^2}{k_2 W_2 \gamma_{20,0}} \right), & n = 0, m = 0, \end{cases}$$

$$\Delta_{n,m} = \frac{1}{P^4} \left( \frac{k_1}{W_1 \gamma_{1n,m}} + \frac{k_2}{W_2 \gamma_{2n,m}} \right) \left( \frac{\gamma_{1n,m}}{k_1 W_1} + \frac{\gamma_{2n,m}}{k_2 W_2} \right),$$

$$\Delta_a = \frac{1}{P^4} \left( \frac{k_1}{W_1} + \frac{k_2}{W_2} \right) \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right).$$

Из выражений (1.4.8) видно, что они аналогичны соотношениям (1.3.12), которые описывают ядра системы интегральных уравнений для индуктивной решетки. Можно показать, что ЭГУ для емкостной решетки без потерь в точности совпадут с ЭГУ (1.3.42) и следующими из них ЭГУ (1.3.44), если множитель  $\mu_1 \mu_2 / (\mu_1 + \mu_2)$  в соотношении (1.3.39) заменить на  $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) / 2$ :

$$-iY_{v0} \left( 1 + \frac{1}{\beta_0^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_x = \left( 1 + \frac{1}{\beta_p^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Delta H_y, \quad (1.4.9)$$

$$iY_{v0} E_y = \Delta H_x.$$

При этом сопротивление  $X_{v0}$  заменяется проводимостью  $Y_{v0}$ :

$$Y_{v0} = \frac{kP}{2\pi W_0} \left( \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \right) \ln \left( \frac{1}{C} \right) \sqrt{S} (1 - 0.166\sqrt{C}). \quad (1.4.10)$$

Для параметров  $\beta_{0,p}$  остаются в силе соотношения (1.3.40).

Отметим, что аналогия между индуктивной и емкостной решетками следует из известного в электродинамике принципа двойственности [52].

## 1.5. Учет тепловых потерь в решетках

Решение граничной задачи для структуры, содержащей тонкие металлические проводники с конечной проводимостью намного сложнее анализа аналогичной структуры с бесконечной проводимостью.

Сложность учета тепловых потерь обусловлена характером поля вблизи острых проводящих кромок [65], который не позволяет использовать для определения внешних параметров решетки метод малых возмущений, хорошо зарекомендовавший себя в теории полых металлических волноводов [66]. По этой причине анализ ЧПР с конечной проводимостью затруднительно проводить на высоком уровне строгости, как, например, в разд. 1.2, в котором при минимуме допущений было получено аналитическое решение граничной задачи.

В работе [58] тепловые потери в решетке учитывались путем вывода модифицированных граничных условий. В ней анализируется ЧПР с узкими металлическими лентами, расположенная в свободном пространстве. В указанной работе показано, что как для изотропной, так и для анизотропной ЧПР модифицированные ЭГУ имеют структуру, совпадающую с ЭГУ (1.2.45), (1.3.41), (1.4.9) с одним отличием, что сопротивления и проводимости ЧПР стали комплексными величинами. Так для анизотропной ЧПР проводимость и сопротивление имеют следующий вид:

$$Y = iB + G, \quad (1.5.1)$$

$$Z = iX + R,$$

где  $X, B$  определяются соотношениями (1.2.45).

Аналогично для изотропных ЧПР комплексными становятся импеданс индуктивной  $Z_l$  и проводимость  $Y_c$  емкостной решеток:

$$Z_l = iX + R, \quad (1.5.2)$$

$$Y_c = iB + G,$$

где реактивные части импеданса и адмитанса определяются выражениями,



приведенными в разд. 1.3 и 1.4.

Следует иметь ввиду, что параметры  $X, B$  зависят от волновых чисел падающей волны. При этом в работе [58] показано, что параметры, учитывающие потери не зависят от них. Они могут быть определены для случая нормального падения, который несколько облегчает электродинамический анализ ЧПР.

Далее мы обсудим энергетический подход к определению параметров  $R, G$ . Мощность  $P_d$ , которая теряется в решетке, может быть определена двумя способами. Первый способ основан на известной в электродинамике теореме об активной мощности [52]. Он сводится к интегрированию тангенциальных компонент магнитного поля по поверхности проводника:

$$P_d = \frac{R_s}{2} \int_S |H_\tau|^2 ds, \quad (1.5.3)$$

где  $R_s$  - поверхностное сопротивление металла,  $S$  - поверхность, по которой ведется интегрирование. В случае изотропной решетки в силу периодичности поля по двум координатам целесообразно вести интегрирование по поверхности проводника в пределах одного периода решетки.

В анизотропной ЧПР поле периодически по одной координате. По другой координате модуль поля не изменяется. Так как параметры  $R, G$  будут определяться отношениями мощностей, то интегрировать вдоль лент анизотропной ЧПР не имеет смысла, поскольку появляющиеся при этом постоянные множители все равно сократятся. Поэтому для такой решетки в выражении (1.5.3) можно перейти к контурному интегралу, который берется по контуру поперечного сечения ленты.

Здесь важно отметить, что хотя лента бесконечно тонкая, но интегрировать необходимо по обеим ее сторонам, так как поля на разных сторонах бесконечно тонкого проводника могут быть разными. На самом деле интегрировать квадрат магнитного поля (электрического тока) по поверхности бесконечно тонкого проводника невозможно и он должен быть заменен проводником малой, но

конечной толщины  $t$ .

Другой способ вычисления потерь основан на применении модифицированных ЭГУ (1.5.1). Нетрудно показать, что мощность потерь в изотропной индуктивной ЧПР при конечной величине активного сопротивления  $R$  может быть представлена следующим образом:

$$P_d = \frac{R}{2} |\Delta h_{\tau 0}|^2 P^2, \quad (1.5.4)$$

где  $\Delta h_{\tau 0,0}$  - тангенциальная компонента нулевой гармоники Флоке магнитного поля, совпадающая с соответствующей компонентой дальнего поля.

Мощности (1.5.3) и (1.5.4) должны совпадать при условии равенства амплитуд падающих в обоих случаях волн. При этом решетка может возбуждаться волной падающей из области 1 и из области 2. Приравнивая соотношения (1.5.3) и (1.5.4), находим сопротивление  $R$ :

$$R = \frac{R_s}{|\Delta h_{\tau 0}|^2 P^2} \int_S |H_\tau|^2 ds, \quad (1.5.5)$$

Проводимость емкостной решетки  $G$  находится аналогично:

$$G = \frac{R_s}{|e_{\tau 0}|^2 P^2} \int_S |H_\tau|^2 ds. \quad (1.5.6)$$

В силу изотропности параметров ЧПР в плоскости  $XOY$  при нормальном падении достаточно рассмотреть ее возбуждение одной из двух ортогонально поляризованных волн.

В случае анизотропной ЧПР необходимо отдельно рассматривать падение волн разных поляризаций, имеющих компоненты  $E_x, H_y$  и  $E_y, H_x$ :

$$R = \frac{R_s}{|\Delta h_{y0}|^2} \int_S |H_\tau|^2 ds, \quad (1.5.7)$$

$$G = \frac{R_s}{|e_{y0}|^2} \int_S |H_\tau|^2 ds. \quad (1.5.8)$$

В соотношениях (1.5.5) – (1.5.8) под  $\Delta h_{y0}$  и  $e_{y0}$  мы понимаем соответствующие компоненты полей дальнего по отношению к ЧПР поля. В разд. 1.2 – 1.4 дальнее поле совпадает с полем нулевых гармоник Флоке.

Следует отметить, что параметры, описывающие тепловые потери пропорциональны поверхностному сопротивлению металла  $R_s$ , которое за исключением специальных случаев весьма мало. Поэтому параметры  $R, G$  следует рассматривать в качестве малых параметров задачи. Будем решать ее в первом приближении. Решение в первом приближении позволяет в соотношениях (1.5.5) – (1.5.8) брать поля, полученные при анализе идеально проводящих ЧПР. Учет малых поправок к полям, обусловленным конечной проводимостью приведет к появлению в указанных уравнениях лишь слагаемых пропорциональных  $R_s^2$ , которыми мы можем пренебречь.

Входящие в соотношения тангенциальные компоненты магнитного поля могут быть получены в явном виде из решений представленных в разд. 1.1 - 1.4. Техника их интегрирования весьма сложна, а преобразования громоздки. Поэтому далее мы ограничимся окончательными выражениями, которые использовались во второй главе для вычисления затухания собственных волн ПЛВ.

*Учет тепловых потерь в анизотропной ЧПР.* Окончательные выражения для проводимости и сопротивления имеют следующий вид:

$$G = 2 \frac{R_s}{P} \left[ |\alpha_x|^2 w + 2 \operatorname{Re} \left( \alpha_x \left( \beta_{x1}^* + \beta_{x2}^* \right) \right) I_{x1} + \left( |\beta_{x1}|^2 + |\beta_{x2}|^2 \right) I_{x2} \right], \quad (1.5.28)$$

$$R = 2 \frac{R_s}{P} \left[ |\alpha_y|^2 (w - t + \tau) + 2 \operatorname{Re} \left( \alpha_y \left( \beta_{y1}^* + \beta_{y2}^* \right) \right) (I_{y1} + \tau \tilde{f}_y) + \left( |\beta_{y1}|^2 + |\beta_{y2}|^2 \right) (I_{y2} + \tau \tilde{f}_y^2) \right],$$

$$\tau = \frac{\pi t}{4},$$

$$\alpha_x = P \left( G_{110}^- - G_{11a}^- \ln S \right), \quad (1.5.29)$$

$$\beta_{x1,2} = \pm P G_{11a}^\pm,$$

$$\alpha_y = \left( 1 - \frac{G_{22a}^+}{G_{22a}} \right) + Z P G_{220} \left( 1 - \frac{G_{220}^+}{G_{220}} \right),$$

$$\beta_{y1,2} = \pm \frac{G_{22a}^\pm}{G_{22a}},$$

$$G_{11a}^\pm = \frac{1}{2\pi i} \frac{k_{1,2}}{W_{1,2}}, \quad (1.5.12)$$

$$G_{22a}^\pm = \frac{2\pi}{iP^2} \left( \frac{1}{k_{1,2} W_{1,2}} \right),$$

$$G_{110}^\pm = -\frac{1}{W_{1,2} P},$$

$$G_{220}^\pm = \frac{1}{W_{1,2} P},$$

$$G_{11a}^+ + G_{11a}^- = G_{11a}, \quad (1.5.13)$$

$$G_{22a}^+ + G_{22a}^- = G_{22a},$$

$$G_{110}^+ + G_{110}^- = G_{110},$$

$$G_{220}^+ + G_{220}^- = G_{220},$$

$$\tilde{f}_y = f_y(d/2 + t/2),$$

$$C = \cos^2 \frac{\pi d}{2P}, \quad S = \sin^2 \frac{\pi d}{2P},$$

$$I_{x1} = \int_{d/2}^{P/2} f_x(y) dy = -\frac{P}{2} \ln S, \quad (1.5.30)$$

$$I_{x2} = \int_{d/2}^{P/2} f_x^2(y) dy,$$

$$I_{y1} = \int_{d/2}^{P/2} f_y(y) dy = \frac{P}{2},$$

$$I_{y2} = \int_{d/2+t/2}^{P/2} f_y^2(y) dy,$$

$$Y = iP \frac{\ln 1/S}{2\pi} \left( \frac{k_1}{W_1} + \frac{k_2}{W_2} \right),$$

$$Z = iP \frac{\ln 1/C}{2\pi} \left( \frac{k_1 W_1 k_2 W_2}{k_1 W_1 + k_2 W_2} \right),$$

$$f_x(y) = \operatorname{arch} \left( \frac{C - \cos 2\pi y / P}{S} \right),$$

$$f_y(y) = \frac{\sin \frac{\pi y}{P}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi y}{P} - S}}.$$

Интегралы  $I_{x,y2}$  должны определяться численно. Для них были получены достаточно точные формулы, описывающие их зависимость от параметра  $\xi$  во всем диапазоне его изменения от нуля до единицы:

$$I_{x2} = \frac{P}{2\pi} \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi \tilde{\xi}}{2} \right) \ln \left( \frac{2w-t}{t} \right) + \frac{P}{2} \left( a \tilde{\xi} + b \tilde{\xi}^3 + (1-a-b) \tilde{\xi}^7 \right),$$

$$I_{y2} = P \left( 0.556 \ln^2 \frac{1}{S} + 2C^2 \sqrt{S} \right), \quad (1.5.31)$$

$$\tilde{\xi} = 1 - \xi,$$

$$\xi = d/P,$$

$$a = 0.65, b = 0.18.$$

*Учет тепловых потерь в изотропной индуктивной ЧПР.* В результате обработки большого количества численных результатов, полученных с помощью соотношений приведенных выше, было получено достаточно простое и компактное выражение для сопротивления решетки  $R$ :

$$R = R_s \left[ 1 + \frac{X_0^2 \rho}{\ln^2 1/C} \left( \frac{1}{(k_1 W_1)^2} + \frac{1}{(k_2 W_2)^2} \right) - 2 \frac{d^2}{P^2} \frac{1}{\left( 1 + \frac{k_2 W_2}{k_1 W_1} \right)^2} \right],$$

$$\rho = 14.9 \frac{\ln \frac{P}{t} \left( 1 - \frac{\chi}{10} \right) \sqrt{\xi} (0.927 + \chi)}{(1-\xi)^\alpha \sqrt{\xi} + \chi} \left[ 1 + \xi^2 (1-\xi) \right], \quad (1.5.49)$$

$$\alpha = 0.78,$$

$$\chi = \frac{20t}{P}.$$

Под  $X_0$  здесь мы понимаем реактивное сопротивление решетки при нормальном падении на нее плоской волны,  $d$  - расстояние между кромками соседних проводников.

*Потери в емкостной изотропной ЧПП.*

$$G = \frac{2R_s}{|e_{x0}|^2 P^2} \left\{ |a_y|^2 (d-t)d + 2 \left( |b_{y1}|^2 + |b_{y2}|^2 \right) |A|^2 I_{y1} I_{x1} + \right. \\ \left. + 4 \operatorname{Re} \left( a_y^* (b_{y1} + b_{y2}) A \right) I_{y2} I_{x2} \right\}, \quad (1.5.63)$$

$$a_y = \frac{B_2}{B} - P^2 e_{x0} \left( G_{220}^+ - \frac{B_1}{B} G_{220} \right),$$

$$b_{y1,2} = \pm \frac{B_{1,2}}{B},$$

$$B_{1,2} = \frac{i}{k_{1,2} W_{1,2}},$$

$$B = B_1 + B_2,$$

$$A = \frac{Y_0}{2 \ln(1/C) (Y_0 + (W_1 + W_2) / W_1 W_2)},$$

$$e_{x0} = \frac{1}{Y_0 + 1/W_1 + 1/W_2},$$

$$I_{x1} = \int_0^{\frac{d}{2}} \varphi^2(x) dx,$$

$$I_{y1} = \int_0^{\frac{d-t}{2}} f^2(y)dy + \frac{\pi t}{2} f^2(d/2 - t/2),$$

$$I_{x2} = \int_0^{\frac{d}{2}} \varphi(x)dx = -\frac{P}{2} \ln C,$$

$$I_{y2} = \int_0^{\frac{d-t}{2}} f(y)dy = \frac{P}{2},$$

$$f(y) = \frac{\cos \frac{\pi y}{P}}{\sqrt{S - \sin^2 \frac{\pi y}{P}}},$$

$$\varphi(x) = \operatorname{acosh} \left( \left( S + \cos \frac{2\pi x}{P} \right) / C \right).$$

Для интегралов  $I_{x,y1}$  были получены аппроксимации:

$$I_{y1} = \frac{P}{2\pi} \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi \xi}{2} \right) \ln \left( \frac{2d-t}{t} \right) + \frac{P}{2} (a\xi + b\xi^3 + (1-a-b)\xi^7),$$

$$I_{x1} = P \left( 0.556 \ln^2 \frac{1}{C} + 2S^2 \sqrt{C} \right), \quad (1.5.65)$$

$$a = 0.65, b = 0.18.$$

Под  $Y_0$  понимается комплексная проводимость решетки при нормальном падении на нее плоской волны,  $d$  - размер металлического проводника.



### 1.6. ЭГУ для ЧПР на тонком слое диэлектрика

В этом разделе мы получим приближенные граничные условия для структуры, которая имеет большой практический интерес. Она изображена на рис. 1.6.1. В нее входит ленточная ЧПР, расположенная между двумя полупространствами 1 и 2 и тонкий слой диэлектрика с относительной проницаемостью  $\epsilon_s$ , которая много больше единицы ( $\epsilon_{as}$  - абсолютная проницаемость слоя). Таким образом, рассматриваемая структура является комбинацией тонких пленок в виде слоя диэлектрика и ЧПР, изученных в разд. 1.1 и 1.2.

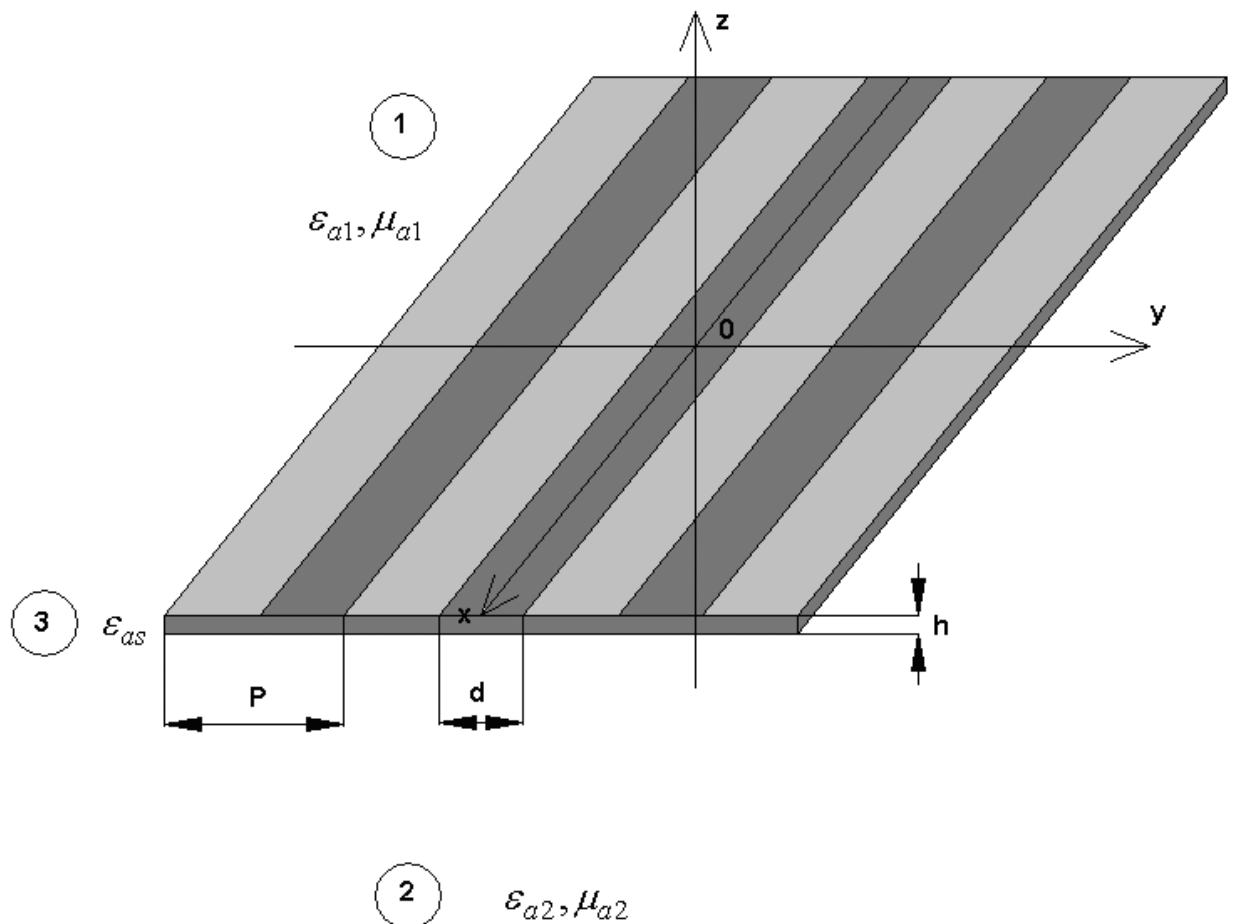


Рис. 1.6.1. ЧПР на тонком слое диэлектрика

Интерес к ЧПР, расположенной на тонком слое диэлектрика обусловлен тем, что такая структура может служить моделью тонкой пленки с управляемыми параметрами. Например, если в качестве диэлектрика взять

сегнетоэлектрик, проницаемость которого зависит от напряженности электрического поля, то параметры пленки могут изменяться при подаче постоянного напряжения на металлические ленты ЧПР. В дальнейшем мы будем исходить из предположения о том, что слой диэлектрика выполнен из материала с проницаемостью не только много большей единицы, но много большей проницаемостей полупространств  $\varepsilon_{1,2}$ . Сегнетоэлектрические пленки широко используются в технике СВЧ [67] для создания управляемых планарных конденсаторов и щелевых линий передачи. Несложные расчеты с использованием результатов монографии [67] показывают, что типовые значения толщин слоев  $h$  оказываются не только много меньше длины волны  $\lambda$ , но и периода ЧПР  $P$ . Поэтому при дальнейшем анализе мы будем исходить из выполнения следующих неравенств:

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &\gg \varepsilon_{1,2}, \\ h &\ll P, \\ P &\ll \lambda. \end{aligned} \tag{1.6.1}$$

К сожалению, эффективно использовать для вывода ЭГУ подход, описанный в разд. 1.2 в данном случае не удастся. Из-за наличия тонкого слоя с большой проницаемостью квазистатическая форма рядов, описывающих ядра интегральных уравнений может быть использована только для членов с весьма большими номерами  $n$ . Отметим, что в отсутствие слоя квазистатическое представление совпадало со строгим выражением уже при  $n = 1$ . Наличие в статической системе интегральных уравнений большого числа слагаемых, имеющих вид неудобный для аналитического решения делает его неэффективным.

По этой причине получить ЭГУ столь же строго, как в разд. 1.2 не представляется возможным. Для решения поставленной задачи воспользуемся эвристическим подходом, опирающимся на качественный анализ ЭГУ (1.2.47). Приведем их еще раз в немного измененном виде:

$$E_y Y_c + \frac{Y_L}{k^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \Delta H_x, \quad (1.6.2)$$

$$\Delta H_y Z_L + \frac{Z_c}{k^2} \frac{\partial^2 \Delta H_y}{\partial x^2} = -E_x.$$

$$E_{y1} = E_{y2},$$

$$E_{x1} = E_{x2},$$

$$Y_c = i \frac{P \ln(1/S)}{2\pi} \left( \frac{k_1}{W_1} + \frac{k_2}{W_2} \right),$$

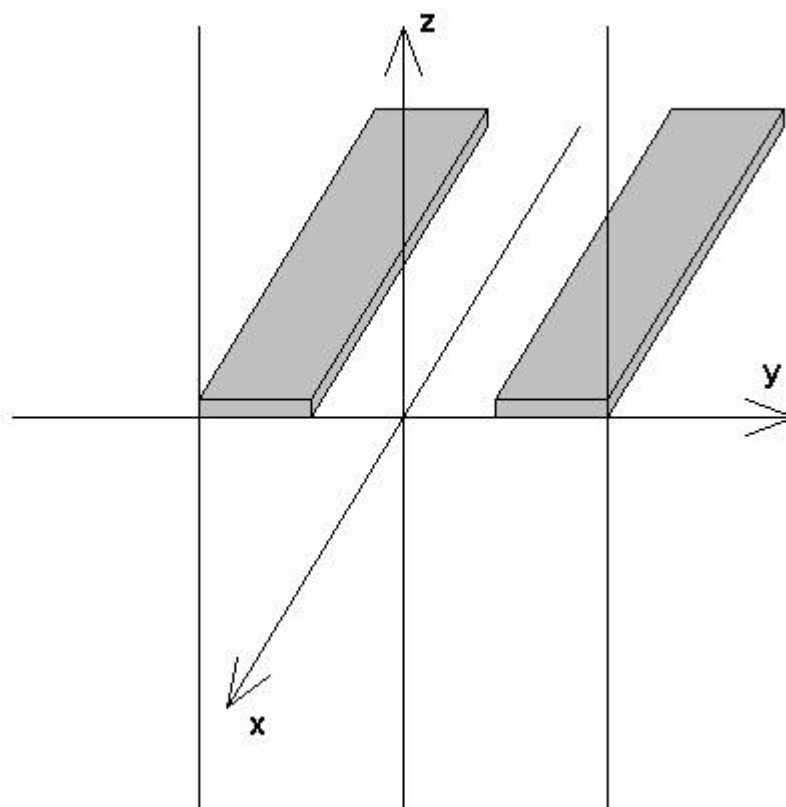
$$Y_L = i \frac{P \ln(1/S)}{2\pi} \left( \frac{1}{k_1 W_1} + \frac{1}{k_2 W_2} \right) k^2,$$

$$Z_L = i \frac{P \ln(1/C)}{2\pi} \left( \frac{k_1 W_1 k_2 W_2}{k_1 W_1 + k_2 W_2} \right),$$

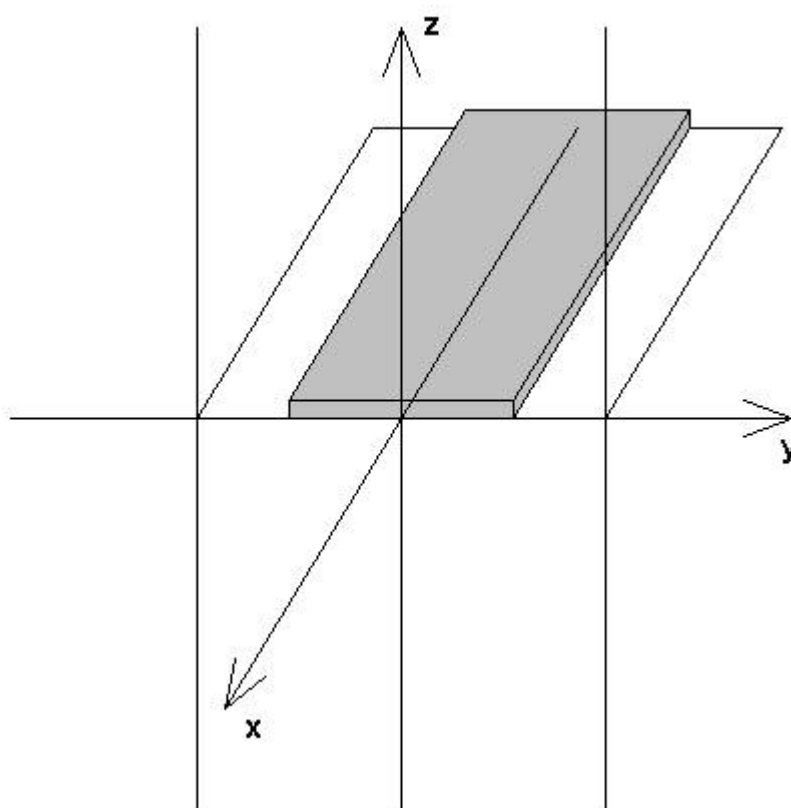
$$Z_c = i \frac{P \ln(1/C)}{2\pi} \left( \frac{1}{k_1 / W_1 + k_2 / W_2} \right) k^2.$$

Внешне левые части ЭГУ для тангенциальных компонент поля напоминают телеграфные уравнения, описывающие процесс распространения волн в ЛП. Сходство ЧПР с ЛП можно увидеть, рассматривая период решетки, показанный на рис. 1.6.2 а,б. Период ЧПР можно выделить по-разному. На рис. 1.6.2 а период выделен так, что он симметричен относительно центра щели, а на рис. 1.6.2 б имеется симметрия относительно центра ленты. Мы будем использовать оба способа.

Из рис. 1.6.2 а аналогия ЧПР с ЛП видна особенно хорошо, так как на периоде находятся два проводника, формирующие двухпроводную линию. Эта линия описывается погонными емкостью  $C$  и индуктивностью  $L$ .



a



б

Рис. 1.6.2. Период ЧПП

Из ЭГУ (1.6.2) видно, что производные по координате  $y$  в явном виде в них не входят. Поэтому находить параметры  $Y_{L,c}$  и  $Z_{L,c}$  можно в предположении, что

$$\partial/\partial y = 0. \quad (1.6.3)$$

Из теории периодических структур [68] известно, что при выполнении условия (1.6.3) на вертикальных стенках, ограничивающих период решетки выполняются условия равенства нулю тангенциального электрического или тангенциального магнитного поля в зависимости от поляризации поля. Например, для волн, имеющих компоненту поля  $H_x$  на вертикальных стенках, выполняются нулевые граничные условия для электрического поля. В этом случае говорят об электрических стенках. Отметим, что указанные волны описываются первым ЭГУ из (1.6.2). Волнам с компонентой поля  $E_x$  соответствуют магнитные стенки и второе ЭГУ из (1.6.2).

Рассмотрим первое ЭГУ (1.6.2) и соответствующие ему  $TE$  - волны, имеющие поперечное электрическое поле. При этом под продольным направлением, вдоль которого происходит распространение волн, мы понимаем направление, задаваемое осью  $0x$ . При  $\partial/\partial x = 0$  в ЭГУ остается только параметр  $Y_c$ . Он имеет смысл погонной проводимости емкости, которая возникает между двумя металлическими лентами. Для ее определения нам необходимо решить двумерную электростатическую задачу о емкости конденсатора, показанного на рис. 1.6.2 а.

Используя, аналогию с телеграфными уравнениями мы можем интерпретировать параметр  $Y_L$  как погонную индуктивность двухпроводной линии, показанной на рис. 1.6.2 а. Погонная индуктивность находится из решения двумерной магнитостатической задачи для той же структуры.

Анализируя  $TM$  - волны и соответствующее им второе ЭГУ, мы можем сделать вывод, что параметр  $Z_L$ , который находится при  $\partial/\partial x = 0$  имеет

смысл сопротивления погонной индуктивности структуры, показанной на рис. 1.6.2 б, которая находится из решения магнитостатической задачи. Рассматривая структуру на рис. 1.6.2 б как линию передачи, приходим к выводу, что параметр  $Z_c$  является сопротивлением погонной емкости, которая ищется из решения электростатической задачи.

Сделаем ряд существенных замечаний. Первое из них связано с емкостью конденсатора изображенного на рис. 1.6.2 а. Она очевидным образом должна стремиться к бесконечности вследствие бесконечности вертикальных электрических стенок. Говоря о емкости, мы имеем ввиду только емкость, обусловленную присутствием металлических лент ЧПР. Емкость плоского конденсатора с бесконечными пластинами нас не интересует.

Второе замечание связано со структурой на рис. 1.6.2 б. Мы говорим о ней как о линии передачи, однако в ней отсутствует второй проводник. Поэтому возникает вопрос об определении погонной емкости структуры. Второй проводник представляет собой горизонтальные металлические плоскости, отнесенные по координате  $Z$  на бесконечности. Видно, что такой конденсатор имеет нулевую емкость, которая обусловлена бесконечным расстоянием от ЧПР до металлических плоскостей. Однако, нас интересует не полная емкость описанного выше конденсатора, а лишь небольшая ее часть, связанная с искажением силовых линий электрического поля, вследствие введения в структуру металлических лент ЧПР.

Для выделения указанной части емкости следует рассмотреть структуру с металлическими плоскостями, расположенными на большом, но конечном расстоянии от ЧПР. На достаточно большом расстоянии от ЧПР в анализируемой структуре электрическое поле совпадает с полем плоского конденсатора. Оно имеет одну компоненту  $E_z$ , которая не меняется в пространстве. Именно наличие такого поля приводит к линейному росту напряжения между пластинами конденсатора при удалении металлических

плоскостей на бесконечность. Пропорционально напряжению увеличивается сопротивление  $Z_c$ . Поэтому, для определения интересующей нас емкости, обусловленной присутствием решетки нам необходимо вычесть из полной емкости линейно растущее слагаемое.

Аналогично находится проводимость емкости  $Y_c$ . Для ее определения также оказывается удобным приемом введение горизонтальных магнитных стенок, которые далее удаляются на бесконечность. При этом линейно растет заряд на пластинах конденсатора. Пропорционально ему растет проводимость  $Y_c$ . Таким образом, для определения интересующей нас емкости ЧПР необходимо вычесть из  $Y_c$  указанные выше линейно растущие члены.

Рассуждения, приведенные выше пока относились к ЧПР без дополнительного диэлектрического слоя. Интересно отметить, что, несмотря на их качественный характер, они находят достаточно строгое обоснование. Например, в книге [51] ЭГУ для ЧПР в однородной среде определялись без помощи интегральных уравнений путем решения двумерных статических задач. В результате были найдены соответствующие проводимости и сопротивления и получены ЭГУ аналогичные (1.6.2).

Применим далее методику вывода ЭГУ, описанную выше к ЧПР с диэлектрическим слоем. Для ее реализации нам необходимо решить две электростатические и две магнитостатические задачи. Мы предполагаем отсутствие у слоя магнитных свойств. Известно, что диэлектрические параметры среды не влияют на решение магнитостатической задачи [66]. Поэтому, с учетом второго неравенства (1.6.1) можно утверждать, что решения магнитостатических задач при введении диэлектрического слоя изменятся незначительно. Если магнитные свойства полупространств отсутствуют  $\mu_{1,2} = 1$ , то можно строго обосновать неизменность решения задачи магнитостатики. В более общем случае  $\mu_{1,2} \neq 1$  изменения должны происходить, но они малы в силу малой толщины слоя. Таким образом,

выражения для  $Z_L$  и  $Y_L$  в ЭГУ для ЧПР с диэлектрическим слоем остаются такими же как в его отсутствие (1.6.2).

Рассмотрим далее решение электростатических задач. На рис. 1.6.3 качественно показана структура силовых линий электрического поля в задаче об определении емкостного сопротивления  $Z_c$ .

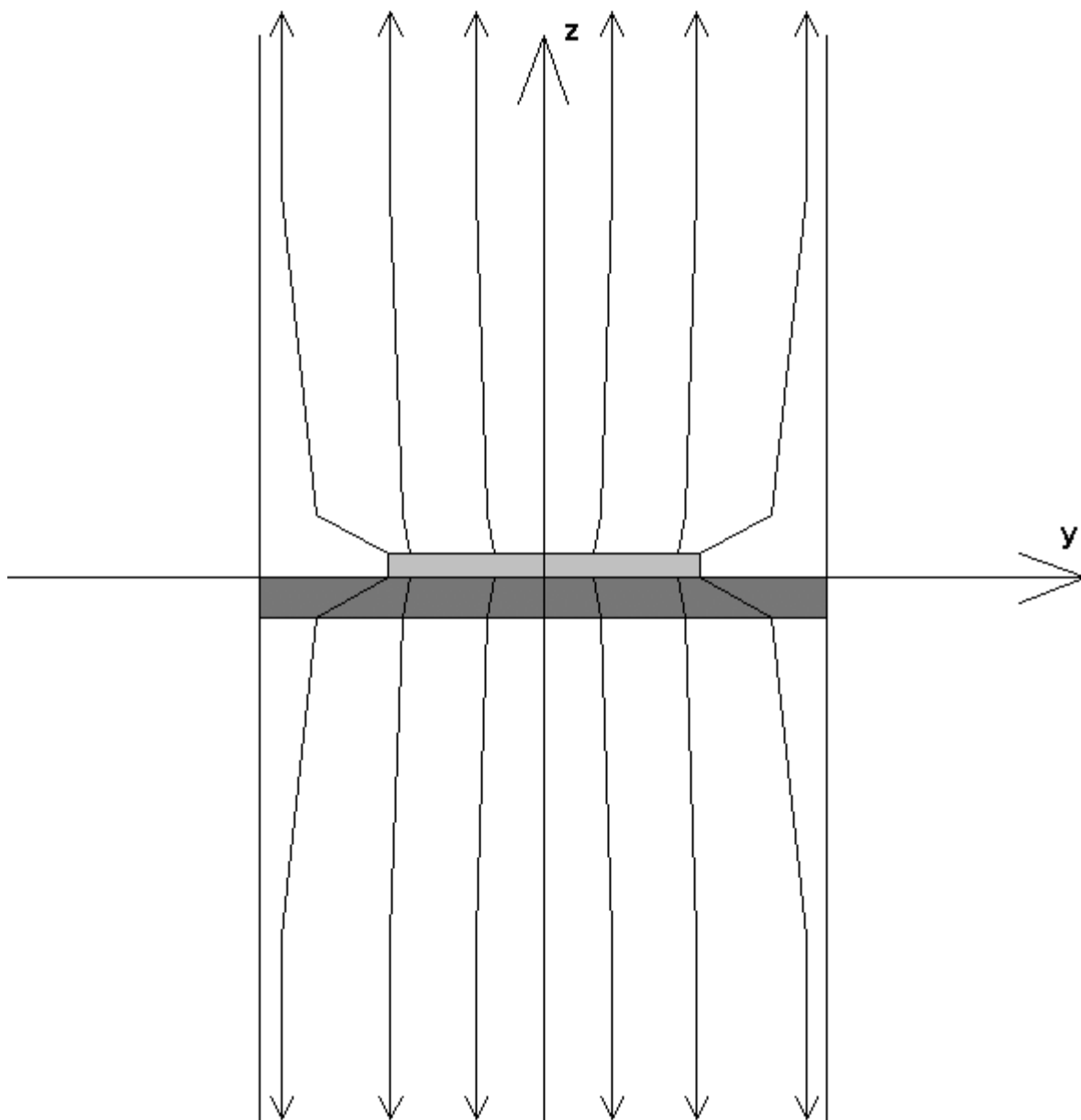


Рис. 1.6.3. Определение параметра  $Z_c$

Из рис. 1.6.3 видно, что силовые линии замыкающиеся на нижней металлической плоскости проходят сквозь диэлектрический слой. Оценивая

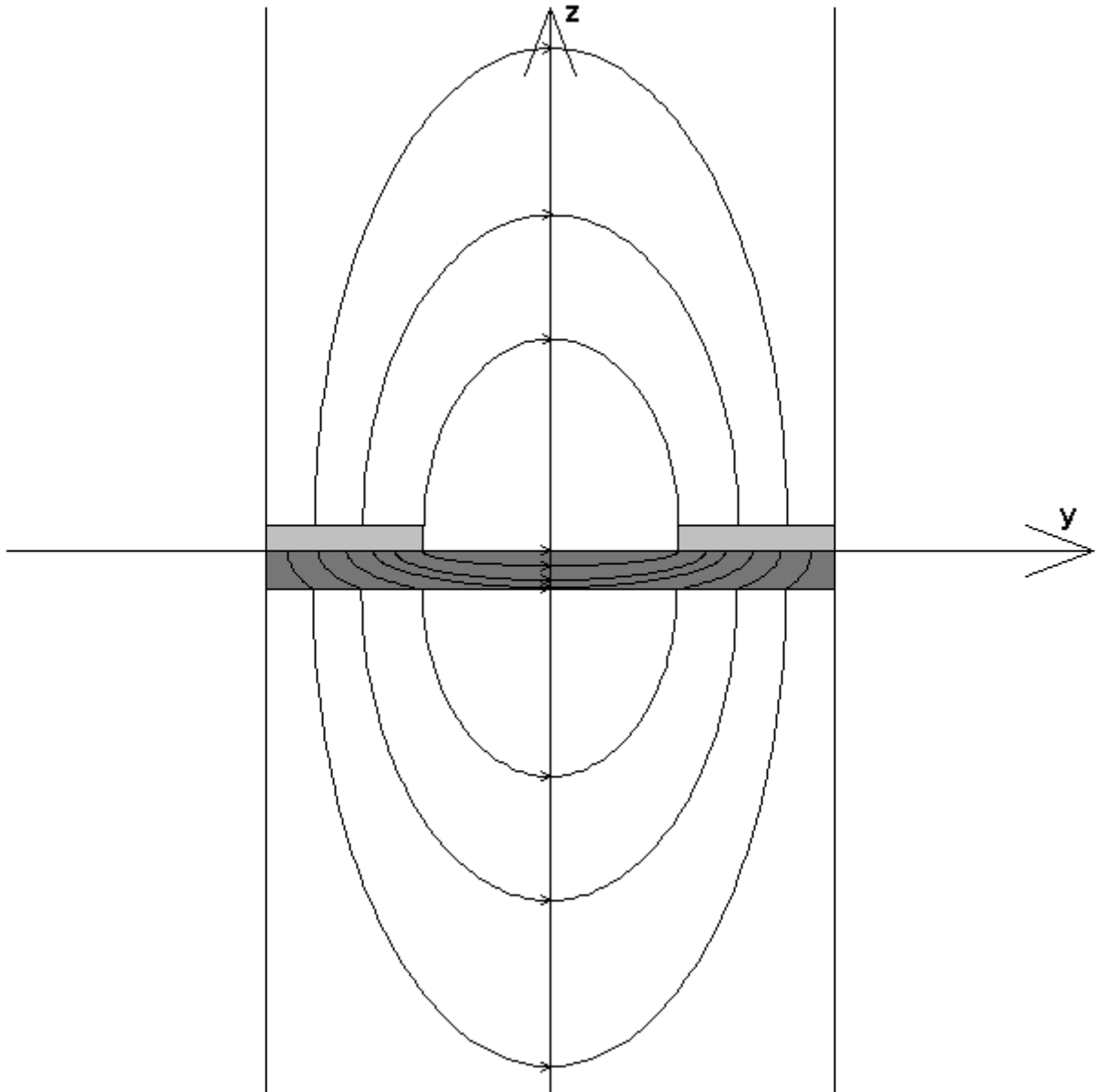


влияние слоя на напряжение между лентой ЧПР и металлической плоскостью, мы должны учесть то, что напряженность поля в слое значительно меньше напряженности в окружающей его среде. Такое поведение поля непосредственно следует из граничных условий, согласно которым нормальная компонента электрического поля при переходе через границу раздела диэлектриков уменьшается в  $\varepsilon_s / \varepsilon_2$  раз. Также мы должны учитывать второе неравенство (1.6.1), показывающее, что падение напряжения в слое, пропорциональное интегралу от напряженности поля мало в силу малости параметра  $h$ . Таким образом, мы имеем два фактора, которые позволяют утверждать, что присутствие слоя в данном случае практически не меняет емкость структуры. Поэтому мы можем брать параметр  $Z_c$  в форме (1.6.2).

Перейдем к качественной оценке проводимости  $Y_c$ . На рис. 1.6.4 показана структура силовых линий в электростатической задаче, из которой находится  $Y_c$ . Она очень похожа на структуру силовых линий в плоском конденсаторе с сегнетоэлектрическим слоем, который анализируется в работе [67]. Поэтому далее мы воспользуемся рядом допущений, которые позволили построить простую модель указанного конденсатора.

Следуя книге [67], мы можем выделить три типа силовых линий. Линии первого типа замыкаются в верхнем полупространстве. Линии второго типа замыкаются через нижнее полупространство, пересекая границу диэлектрического слоя. Линии третьего типа замыкаются через диэлектрический слой, не выходя в нижнее полупространство. В работе [67] качественно показано, что при принятых выше ограничениях на параметры структуры суммарную емкость конденсатора  $C$  можно представить как сумму трех емкостей (парциальные конденсаторы включены параллельно): емкость, обусловленную силовыми линиями первого типа  $C_1$ , второго типа  $C_2$  и третьего типа  $C_s$ . При этом емкости  $C_1$  и  $C_2$  мало отличаются от

емкостей исходной структуры без диэлектрического слоя, а емкость  $C_s$  может быть приближенно найдена как емкость конденсатора, показанного на рис. 1.6.5.



*Рис. 1.6.4. Определение параметра  $Y_c$*

Слабое влияние диэлектрического слоя на емкость  $C_1$  представляется очевидным, поскольку слой почти не искажает силовые линии в верхнем полупространстве. Неизменность емкости  $C_2$  обосновывается по аналогии с обоснованием неизменности параметра  $Z_c$  (см. выше). Модель для

вычисления емкости  $C_s$  (см. рис. 1.6.5) приближенная. Однако, как показано на примере сегнетоэлектрического конденсатора она дает погрешность, которая не превышает 5%, что вполне достаточно с практической точки зрения, учитывая, что диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектрика редко бывает известна с указанной точностью.

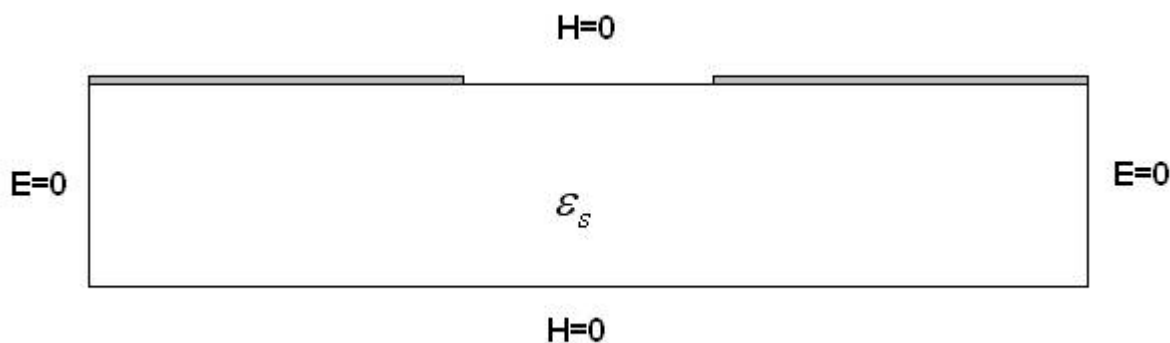


Рис. 1.6.5. Определение емкости  $C_s$

Некоторые вопросы может вызвать появление в структуре на рис. 1.6.5 магнитных стенок. В реальной структуре они отсутствуют. Необходимо иметь в виду, что с их помощью мы описываем только часть поля, которая соответствует силовым линиям третьего типа. Как видно из рис. 1.6.4, они практически параллельны границам раздела двух диэлектриков и не выходят за пределы слоя с проницаемостью  $\epsilon_s$ . Таким образом, располагая на границах раздела магнитные стенки, мы незначительно меняем структуру силовых линий. При этом переход к конденсатору с непроницаемыми стенками (электрическими и магнитными) делает задачу определения его емкости намного более простой. Относительно погрешности, допускаемой при этом мы сказали выше.

Таким образом, искомую проводимость  $Y_c$  ЧПР с диэлектрическим слоем мы представляем в следующем виде:

$$Y_c = Y_{c0} + Y_s, \quad (1.6.4)$$

где  $Y_{c0}$  - проводимость ЧПР в отсутствие слоя, определяемая выражением (1.6.2),  $Y_s$  - проводимость емкости  $C_s$ .

В работе [67] емкость плоского конденсатора определялась методом конформного отображения. Мы воспользуемся другим подходом, который неоднократно использовался нами выше. Он связан с решением интегрального уравнения.

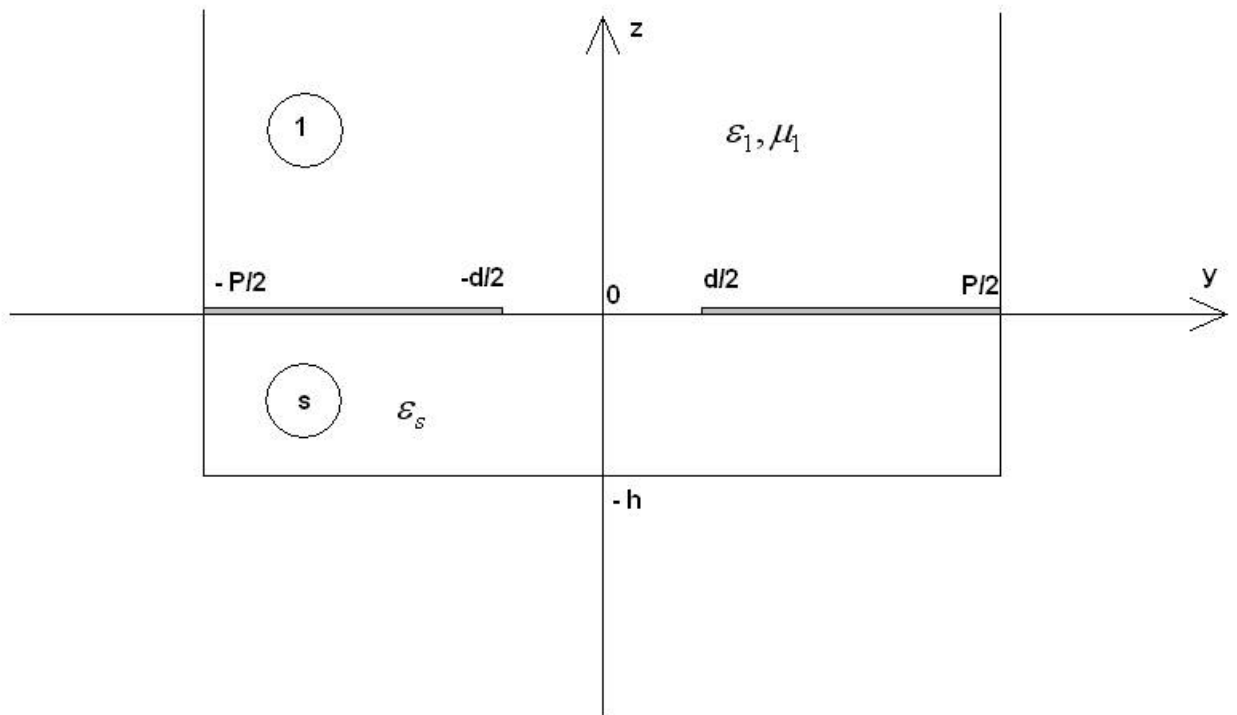


Рис. 1.6.6. Исследуемая структура

Исследуемая структура показана на рис. 1.6.6. Она состоит из двух областей: область 1, заполненная средой с параметрами  $\epsilon_1, \mu_1$  и область s с параметрами диэлектрического слоя. Стенки при  $y = \pm P/2$  электрические, ленты при  $z = 0, |y| > d/2$  идеально проводящие, стенка при  $z = -h$  магнитная. Граничные условия при  $z = 0, |y| < d/2$  требуют отдельного обсуждения.

Поле в области 1 представим следующим образом:

$$H_{x1} = e^{ik_1z} + (1 + \rho)e^{-ik_1z}, \quad (1.6.5)$$

$$E_{y1} = \left( e^{ik_1z} - (1 + \rho)e^{-ik_1z} \right) W_1,$$

где  $k_1$  - волновое число в среде 1,  $W_1$  - волновое сопротивление в той же среде,  $\rho$  - неизвестный коэффициент.

Из выражения (1.6.5) видно, что поле в области 1 мы представили в виде падающей и отраженной Т – волн ПВ, который образован двумя металлическими пластинами при  $y = \pm P/2$ . Волны распространяются вдоль оси  $Oz$ . Коэффициент отражения по электрическому полю  $R$  связан с параметром  $\rho$ :

$$R = -(1 + \rho). \quad (1.6.6)$$

Вообще говоря, представление поля (1.6.5) неполное, так как оно не содержит полей высших типов волн ПВ. Мы не учитываем их умышленно. Указанные волны формируют реактивное поле в области 1, учет которого даст нам емкость  $C_1$ . Однако, она нас в данном случае не интересует. Для вычисления емкости  $C_s$  нам необходимо найти поле в области  $s$ . Поле в области 1 необходимо нам только для того, чтобы описать источник возбуждения интересующего нас конденсатора. Этот источник описывается Т – волнами, которые не накапливают реактивную энергию, а переносят ее вдоль оси  $Oz$ . Описанный выше подход позволяет нам корректно сформулировать электродинамическую граничную задачу для исследуемого конденсатора, вводя в него внешний источник возбуждения.

Упростим дополнительно исследуемую структуру, удаляя стенки при  $-h < z < 0$ ,  $y = \pm P/2$  на бесконечность. Такое преобразование можно сделать для конденсаторов, у которых

$$P - d > 2h. \quad (1.6.6)$$

Поле при  $-h < z < 0$  сконцентрировано в области  $|y| < d/2$ . Оно экспоненциально затухает при  $|y| > d/2$ . Ниже мы увидим, что на расстоянии от края ленты порядка толщины слоя оно пренебрежимо мало.

Поэтому при выполнении неравенства (1.6.6) влияние указанных выше стенок мало и их без потерь можно удалить на бесконечность.

Переход к бесконечной по оси  $Oy$  структуре дает возможность нам записать поле в области  $s$  в форме, которая позволяет в конечном счете свести граничную задачу к сингулярному интегральному уравнению, имеющему аналитическое решение.

Выразим компоненты поля в слое в виде, удовлетворяющем уравнениям Максвелла, граничным условиям при  $z = -h$ , а также при  $z = 0$ ,  $|y| > d/2$ :

$$H_x = \frac{i\omega\varepsilon_s}{2\pi} \int_{-d/2}^{d/2} \int_{-\infty}^{\infty} E_y(y') \frac{\operatorname{tg}qh}{q} e^{-i\kappa(y-y')} dy' d\kappa, \quad (1.6.7)$$

$$q = \sqrt{k_s^2 - \kappa^2},$$

где  $E_y$  - электрическое поле в щели, равное нулю при  $|y| > d/2$ ,  $\omega$  - круговая частота.

Граничное условие для электрического поля при  $|y| < d/2$  выполним приближенно, накладывая на него условие равенства напряжений в щели в области 1 и области  $s$ :

$$\int_{-d/2}^{d/2} E_y(y) dy = -\rho PW_1. \quad (1.6.8)$$

Для вывода интегрального уравнения относительно функции  $E_y$  приравняем магнитные поля в областях 1 и  $s$  на щели:

$$\frac{i\omega\varepsilon_{as}}{2\pi} \int_{-d/2}^{d/2} \int_{-\infty}^{\infty} E_y(y') \frac{\operatorname{tg}qh}{q} e^{-i\kappa(y-y')} dy' d\kappa = 2 + \rho. \quad (1.6.9)$$

Решение интегрального уравнения (1.6.9) начнем с преобразования его ядра. Для этого необходимо взять интеграл по переменной  $\kappa$  с помощью

теоремы о вычетах. Не останавливаясь на деталях математических преобразований, приведем окончательный результат:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} q h}{q} e^{-i\kappa(y-y')} d\kappa = \frac{2\pi}{h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n |y-y'|}}{\alpha_n}, \quad (1.6.10)$$

$$\alpha_n = \sqrt{\kappa_n^2 - \varepsilon_s k^2},$$

$$\kappa_n = \frac{\pi(n+1/2)}{h}.$$

В статике, когда волновое число  $k$  стремится к нулю, выполняется следующее равенство:

$$\alpha_n = \kappa_n. \quad (1.6.11)$$

Используя соотношение (1.6.11), для суммирования ряда в (1.6.10) удастся воспользоваться известным соотношением:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-(2n+1)x}}{2n+1} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+e^{-x}}{1-e^{-x}}. \quad (1.6.12)$$

В результате интегральное уравнение (1.6.9) приобретает следующий вид:

$$\frac{i\omega\varepsilon_{as}}{\pi} \int_{-d/2}^{d/2} E_y(y') \ln \operatorname{cth} \frac{\pi |y-y'|}{4h} dy' = 2 + \rho. \quad (1.6.13)$$

Для преобразования уравнения (1.6.13) к сингулярному интегральному уравнению продифференцируем его по переменной  $y$ :

$$\frac{i\omega\varepsilon_{as}}{2h} \int_{-d/2}^{d/2} E_y(y') \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{\pi(y-y')}{2h}} dy' = 0. \quad (1.6.14)$$

Выполним замену переменных:

$$z = a + b e^{\frac{\pi y}{h}}, \quad (1.6.15)$$

$$z' = a + b e^{\frac{\pi y'}{h}},$$

$$a = -\operatorname{cth} \frac{\pi d}{2h},$$

$$b = \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{\pi d}{2h}}.$$

С помощью соотношений (1.6.15) уравнение (1.6.14) преобразуется к сингулярному интегральному уравнению:

$$\int_{-1}^1 \frac{E_y(z')}{\sqrt{z'-a}} \frac{dz'}{z-z'} = 0. \quad (1.6.16)$$

Решение уравнения (1.6.16) известно:

$$E_y(z) = C \frac{\sqrt{z-a}}{\sqrt{1-z^2}}, \quad (1.6.17)$$

где  $C$  - произвольная постоянная.

Наша задача теперь состоит в определении постоянной  $C$ , а также наиболее интересного для нас параметра – проводимости конденсатора  $Y_s$ .

Нормированная проводимость  $\tilde{Y}_s$  выражается через коэффициент отражения  $R$ :

$$\tilde{Y}_s = \frac{1-R}{1+R}. \quad (1.6.18)$$

Переход к проводимости  $Y_s$ , связывающей тангенциальные компоненты поля, осуществляется с помощью волнового сопротивления области 1:

$$Y_s = \frac{\tilde{Y}_s}{W_1}. \quad (1.6.19)$$

Используя выражение (1.6.8), свяжем постоянные  $C$  и  $\rho$ :



$$\rho = -\frac{C}{W_1 P} \int_{-d/2}^{d/2} f(y) dy, \quad (1.6.20)$$

$$E_y(y) = Cf(y).$$

Подставим решение (1.6.17) и соотношение (1.6.20) в исходное интегральное уравнение (1.6.13). Производная от левой части этого уравнения равна нулю (см. (1.6.14)). Следовательно, сама левая часть равна константе. Поэтому соотношение (1.6.13) достаточно выполнить в одной точке. При этом оно автоматически удовлетворится на всем интервале определения интегрального уравнения. В качестве такой точки возьмем  $y = -d/2$  и найдем постоянную  $C$ :

$$C = \frac{2W_1}{\frac{1}{P} \int_{-d/2}^{d/2} f(y') dy' + \frac{i\omega\varepsilon_{as}}{\pi} \int_{-d/2}^{d/2} f(y') \ln \operatorname{cth} \frac{\pi|y'|}{4h} dy'}. \quad (1.6.21)$$

Далее с помощью соотношений (1.6.6), (1.6.19) и (1.6.20) находим проводимость  $Y_s$ :

$$Y_s = \frac{i\omega\varepsilon_{as} P \int_{-d/2}^{d/2} f(y') \ln \operatorname{cth} \frac{\pi|y'+d/2|}{4h} dy'}{\pi \int_{-d/2}^{d/2} f(y') dy'}. \quad (1.6.22)$$

Следующей задачей является вывод удобных выражений для интегралов, входящих в соотношение (1.6.22). Введем следующие обозначения:

$$I_1 = \int_{-d/2}^{d/2} f(y') \ln \operatorname{cth} \frac{\pi|y'+d/2|}{4h} dy', \quad (1.6.23)$$

$$I_2 = \int_{-d/2}^{d/2} f(y') dy'.$$

Представим с помощью соотношения (1.6.10) интеграл  $I_1$  в виде ряда:

$$I_1 = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\pi d}{4h}(2n+1)}}{2n+1} J_n, \quad (1.6.24)$$

$$J_n = \int_{-d/2}^{d/2} f(y) e^{-\frac{\pi y}{2h}(2n+1)} dy.$$

Для вычисления интегралов  $J_n$  воспользуемся заменой переменной (1.6.15):

$$J_n = \frac{hb^{n+1/2}}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{dz}{(z-a)^{n+1} \sqrt{1-z^2}}. \quad (1.6.25)$$

Интегралы (1.6.25) выражаются через полиномы Лежандра  $P_n$  [69]:

$$J_n = \frac{h}{\sqrt{b}} P_n \left( -\frac{a}{b} \right). \quad (1.6.26)$$

Интеграл  $I_2$  выражается через эллиптический интеграл  $K$ :

$$I_2 = \frac{2h}{\pi \sqrt{1-a}} K \left( \sqrt{\frac{2}{1-a}} \right). \quad (1.6.27)$$

С помощью выражений (1.6.26) и (1.6.27) получаем для проводимости  $Y_s$ :

$$Y_s = \frac{i\omega \varepsilon_{as} P}{\pi} \frac{2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\pi nd}{2h}}}{2n+1} P_n \left( -\frac{a}{b} \right)}{K \left( \sqrt{\frac{2}{1-a}} \right)}. \quad (1.6.28)$$

Получим более простое выражение для проводимости при условии

$$d > h. \quad (1.6.29)$$

В этом случае аргумент эллиптического интеграла много меньше единицы и его можно представить с помощью приближенной формулы [70]:

$$K\left(\sqrt{\frac{2}{1-a}}\right) = \ln 4 \sqrt{\frac{1-a}{1+a}} = \frac{\pi d}{2h} + \ln 4. \quad (1.6.30)$$

Численные расчеты показали, что при выполнении неравенства (1.6.29) полиномы Лежандра с хорошей точностью описываются следующей простой формулой:

$$P_n\left(-\frac{a}{b}\right) = \frac{0.5645 e^{\frac{\pi n d}{2h}}}{\sqrt{n+0.273}}, \quad (1.6.31)$$

$$n > 0.$$

Полином нулевого порядка близок к единице. При помощи соотношения (1.6.31) приходим к следующему выражению:

$$Y_s = 0.5645 i \omega \varepsilon_{as} P \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\sqrt{n+0.273}} + 1}{\frac{\pi d}{2h} + \ln 4}. \quad (1.6.32)$$

Численное суммирование ряда в (1.6.32) приводит к окончательному выражению для проводимости:

$$Y_s = i \omega \varepsilon_{as} P \frac{1.1333}{\frac{\pi d}{2h} + \ln 4}. \quad (1.6.33)$$

Напомним еще раз, что соотношение (1.6.33) можно использовать при выполнении неравенств (1.6.6) и (1.6.29), то есть оно не описывает ЧПР с очень широкими и очень узкими лентами. При этом ширина ленты и ширина щели сравниваются с толщиной диэлектрического слоя, являющейся малым параметром много меньшим периода решетки. Это обстоятельство говорит о том, что принятые ограничения на параметры структуры несущественно

ограничивают круг решеток, к которым могут быть применены новые ЭГУ, в которые входит проводимость (1.6.33).

## 2. Планарные волноводы с тонкими пленками

Во второй главе будут обсуждаться вопросы, связанные с распространением электромагнитных волн в однородных ПЛВ с тонкими пленками на их поверхностях. В первом разделе мы получим дисперсионные уравнения, описывающие волны ПЛВ с изотропными пленками. При этом описание пленок с помощью ЭГУ позволяет получить указанные уравнения в общем виде, не конкретизируя тип пленки. Также будут получены выражения для затухания волн. Во втором разделе мы получим аналогичные уравнения для волн в структурах с анизотропными ЧПР. Третий раздел посвящен анализу результатов численного исследования основных волн волноводов с изотропными пленками. В четвертом разделе анализируются результаты для анизотропных ПЛВ.

### 2.1. Теория электромагнитных волн в ПЛВ с изотропными пленками

В наиболее общем виде рассматриваемая структура показана на рис. 2.1.1. В нее включены два металлических экрана, расположенных при  $y = \pm(a + d)/2$ . Наличие экранов не исключает из рассмотрения открытых ПЛВ, поскольку мы можем в окончательных уравнениях устремить расстояние от пластины до экрана  $a$  к бесконечности и перейти к пластине без экранов.

Изотропия диэлектрической пластины и пленок на ее поверхностях позволяют свести анализ собственных волн к двумерной задаче  $\partial/\partial z = 0$ . Волны распространяются вдоль оси  $Ox$ . Поэтому ищем решение уравнений электродинамики с зависимостью от координаты  $x$  в виде  $\exp(-i\gamma x)$ , где  $\gamma$  - неизвестная постоянная распространения.

Ограничимся случаем диэлектрической пластины с относительной проницаемостью  $\epsilon$  и тангенсом угла диэлектрических потерь  $\text{tg}\delta$ . Толщина

пластины равна  $d$ . Пленки на ее поверхностях могут быть в общем случае разными. Они характеризуются импедансами  $Z_{1,2}$ , которые могут зависеть от волнового числа волны  $\gamma$  (см. главу 1).

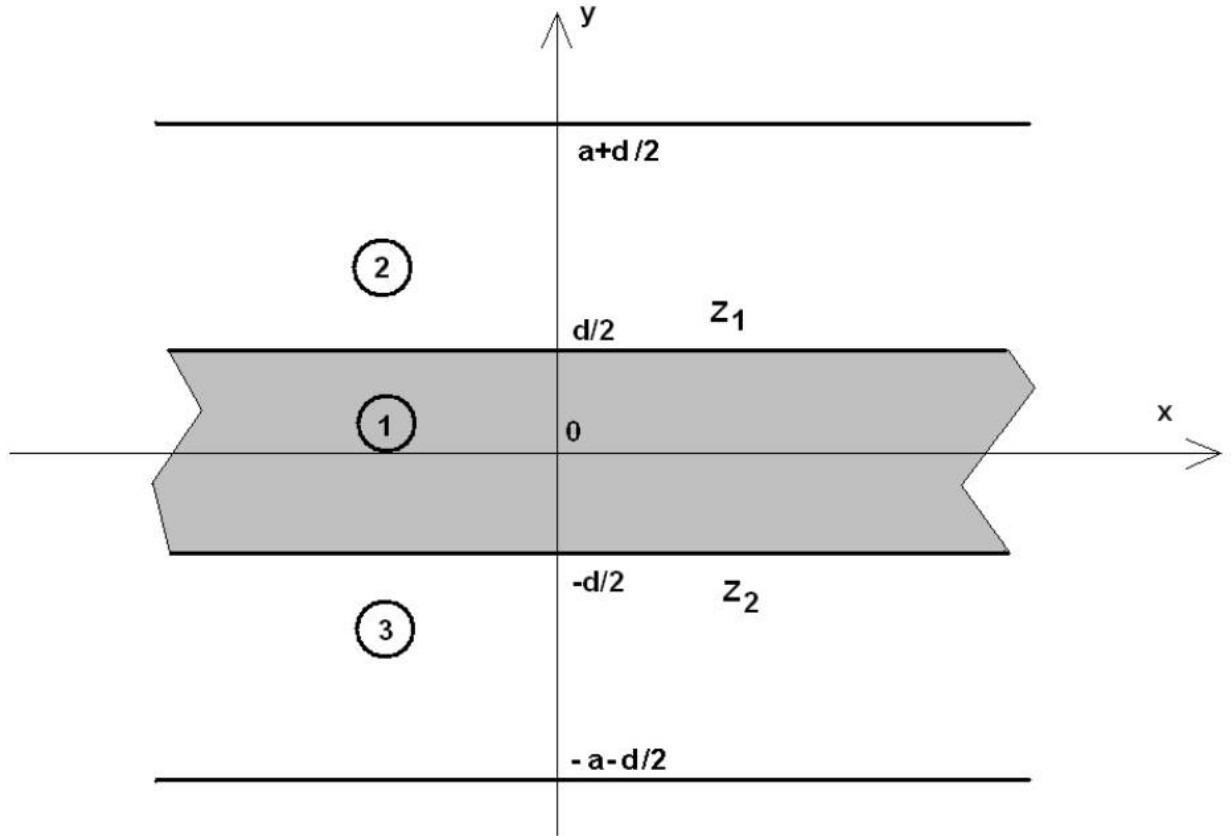


Рис. 2.1.1. ПЛВ с тонкими пленками на поверхностях

Эта зависимость разная для разных типов волн и разных пленок. В разд. 2.1 мы ее раскрывать не будем. Импедансы пленок, которые при необходимости мы можем заменить адмитансами  $Y_{1,2}$  считаем комплексными величинами. Для определения действительных частей  $R, G$  мы можем непосредственно использовать выражения, полученные в разд. 1.5, в котором всегда пленка возбуждается волной падающей из области 1. Ниже мы покажем, что анализ собственных волн соответствует именно такому способу возбуждения пленки.

Мы получим дисперсионное уравнение для волн ПЛВ в общем случае, когда  $Z_1 \neq Z_2$ . Однако, на практике чаще всего встречаются ПЛВ либо с

одинаковыми пленками  $Z_1 = Z_2$ , либо с односторонним размещением пленок  $Z_2 \rightarrow \infty$ .

Как отмечалось в разд. 1.1 волны в двумерных структурах распадаются на волны Е и Н – типов, которые могут анализироваться независимо друг от друга. Рассмотрим более подробно анализ Н – волн. Волны электрического типа анализируются полностью аналогично и мы приведем для них только окончательные результаты.

Структуры подобные показанной на рис. 2.1 анализировались в разных приближениях многими авторами (см., например, [20], [66]). Мы будем по аналогии с работой [20] проводить анализ методом частичных областей, записывая поле в областях 1 – 3 в виде удовлетворяющем уравнениям Максвелла, а затем выполнять граничные условия.

Поле Н – волн выражается через компоненту  $E_z$ , которая записывается следующим образом:

$$E_z = \begin{cases} A \cos qy + B \sin qy, & |y| < d/2, \\ C \operatorname{sh} p(y - (a + d/2)), & y \geq d/2, \\ D \operatorname{sh} p(y + (a + d/2)), & y \leq -d/2, \end{cases} \quad (2.1.1)$$

$$p = \sqrt{k^2 - \gamma^2},$$

$$q = \sqrt{\varepsilon k^2 - \gamma^2},$$

где  $A, B, C, D$  - неизвестные коэффициенты. Из (2.1.1) видно, что поля во внешних по отношению к пластине областях выбраны убывающими на бесконечности.

Граничные условия при  $y = \pm d/2$  имеют следующий вид:

$$y = d/2,$$

$$E_z = Z_1(H_{x1} - H_{x2}), \quad (2.1.2)$$

$$E_{z1} = E_{z2},$$

$$y = -d/2,$$

$$E_z = Z_2(H_{x3} - H_{x1}), \quad (2.1.3)$$

$$E_{z1} = E_{z3}.$$

Компоненты поля  $H_{x,y}$  находятся из (2.1.1) через уравнения Максвелла

[52]:

$$H_x = \frac{1}{i\omega\mu_0} \begin{cases} Aq \sin qy - Bq \cos qy, & |y| < d/2, \\ -pC \operatorname{ch}p(y - (a + d/2)), & y \geq d/2, \\ -pD \operatorname{ch}p(y + (a + d/2)), & y \leq -d/2, \end{cases} \quad (2.1.4)$$

$$H_y = -\frac{\gamma}{\omega\mu_0} \begin{cases} A \cos qy + B \sin qy, & |y| < d/2, \\ C \operatorname{sh}p(y - (a + d/2)), & y \geq d/2, \\ D \operatorname{sh}p(y + (a + d/2)), & y \leq -d/2. \end{cases} \quad (2.1.5)$$

Подставим поля (2.1.1) и (2.1.4) в граничные условия (2.1.2) и (2.1.3).

После подстановки получаем однородную СЛАУ относительно коэффициентов  $A, B, C, D$ :

$$\begin{bmatrix} \cos qd/2 & \sin qd/2 & \operatorname{sh}pa & 0 \\ \cos qd/2 & -\sin qd/2 & 0 & -\operatorname{sh}pa \\ q \sin qd/2 & -q \cos qd/2 & i\tilde{Y}_1 \operatorname{sh}pa + p \operatorname{ch}pa & 0 \\ q \sin qd/2 & q \cos qd/2 & 0 & -(i\tilde{Y}_2 \operatorname{sh}pa + p \operatorname{ch}pa) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = 0. \quad (2.1.6)$$



Она имеет нетривиальное решение, когда определитель системы равен нулю. Раскрывая определитель, получаем искомое дисперсионное уравнение относительно постоянной  $\gamma$ :

$$\sin qd \left( (pchpa + ik\tilde{Y}_1 shpa) (pchpa + ik\tilde{Y}_2 shpa) - q^2 sh^2 pa \right) + q \cos qd shpa \left( 2pchpa + ik(\tilde{Y}_1 + \tilde{Y}_2) shpa \right) = 0$$

$$\tilde{Y}_{1,2} = \frac{W_0}{Z_{1,2}}, \quad (2.1.7)$$

$W_0$  - волновое сопротивление свободного пространства.

Отметим, что в соответствии с результатами главы 1 величины  $\tilde{Y}_{1,2}$  являются функциями волнового числа  $\gamma$ . Вид функции зависит от типа пленки. Также отметим, что функция, стоящая в левой части уравнения (2.1.7) становится действительной функцией при  $\tilde{Y}_{1,2} = i\tilde{B}_{1,2}$ , то есть при условии отсутствия тепловых потерь в тонкой пленке. К этому условию, строго говоря, надо добавить требование отсутствия потерь в диэлектрической пластине:  $\text{Im } \varepsilon = 0$ . При их выполнении уравнение (2.1.7) может иметь действительные корни.

При  $a \rightarrow \infty$  выполняются приближенно следующее соотношение:

$$shpa \approx chpa. \quad (2.1.8)$$

Равенство (2.1.8) справедливо при  $\gamma > k$ . Последнее неравенство является условием существования в пластине поверхностных волн. Как показано в книге [71] именно поверхностные волны являются собственными волнами открытой волноведущей структуры. С учетом соотношения (2.1.8) запишем дисперсионное уравнение для открытого ПЛВ:

$$\sin qd \left( (p + ik\tilde{Y}_1) (p + ik\tilde{Y}_2) - q^2 \right) + q \cos qd \left( 2p + ik(\tilde{Y}_1 + \tilde{Y}_2) \right) = 0. \quad (2.1.9)$$

Получим далее уравнение для симметричного волновода, у которого  $\tilde{Y}_1 = \tilde{Y}_2 = \tilde{Y}$ :

$$\left( (p + ik\tilde{Y}) \cos q \frac{d}{2} - q \sin q \frac{d}{2} \right) \left( (p + ik\tilde{Y}) \sin q \frac{d}{2} + q \cos q \frac{d}{2} \right) = 0. \quad (2.1.10)$$

Уравнение (2.1.10) имеет два множителя. Первый из них соответствует четным волнам, а второй нечетным. Под четными волнами в случае Н – волны также как в книге [20] понимаем волны, имеющие четную зависимость от координаты  $y$  поперечных компонент поля  $E_z, H_y$ . Аналогично нечетными волнами являются волны с нечетной зависимостью тех же компонент. Отметим, что такое определение четных и нечетных волн совпадает с принятым в технике СВЧ аналогичным определением [32]. В соответствии с ним поле четных волн таково, что в плоскости симметрии выполняется равенство нулю тангенциальной компоненты магнитного поля, а поле нечетных волн имеет нулевую компоненту электрического поля.

К сожалению, четные и нечетные волны электрического типа, то есть Е – волны не соответствуют определению из [32], так как у четных волн по определению [20] в плоскости симметрии равно нулю тангенциальное электрическое поле, а у нечетных магнитное поле.

Мы будем следовать работе [20]. Также будем использовать предложенную в этой работе классификацию типов волн диэлектрического слоя. Волны магнитного типа обозначаются как  $H_n$  - волны, а волны электрического типа как  $E_n$  - волны. Индекс волны  $n$  соответствует решению дисперсионного уравнения, которые располагаются в порядке убывания его корней. Таким образом, номер  $n = 1$  имеет волна с максимальным корнем. Она считается основной волной.

В диэлектрической пластине основной волной всегда является четная  $H_1$  - волна, а наиболее близкой к ней волной высшего типа является нечетная волна типа  $H_2$ . Аналогично ведут себя и волны электрического типа.

Понятия критических условий для открытых и закрытых волноводов отличаются. В открытом волноводе постоянная распространения  $\gamma$  не может быть меньше волнового числа свободного пространства  $k$ , окружающего волновод, так как при  $\gamma < k$  волна перестает быть поверхностной. В работе [71] показано, что такие волны не являются собственными волнами, переносящими конечную энергию. Они трансформируются в вытекающие волны. Поэтому критическим условиям в открытых волноводах соответствует равенство:

$$\gamma = k. \quad (2.1.11)$$

С помощью (2.1.11) получаем из соотношения (2.1.9) уравнение для критических частот открытого ПЛВ:

$$\sin k\sqrt{\varepsilon - 1}d \left( \tilde{Y}_1 \tilde{Y}_2 + (\varepsilon - 1)^2 \right) - \sqrt{\varepsilon - 1} \cos k\sqrt{\varepsilon - 1}d i \left( \tilde{Y}_1 + \tilde{Y}_2 \right) = 0. \quad (2.1.12)$$

Отметим, что проводимости  $\tilde{Y}_{1,2}$  являются функциями частоты, что должно учитываться при решении уравнения (2.1.12).

В закрытом ПЛВ критические условия формулируются иначе, так как в поперечном сечении волновод ограничен металлическими экранами. В этом случае неравенство  $\gamma < k$  может быть нарушено, а переходу волны из режима распространения в закритическую область соответствует равенство

$$\gamma = 0, \quad (2.1.13)$$

с помощью которого из уравнения (2.1.7) получаем:

$$\sin k\sqrt{\varepsilon}d \left( (\cos ka + i\tilde{Y}_1 \sin ka) (\cos ka + i\tilde{Y}_2 \sin ka) - \varepsilon \sin^2 ka \right) + \sqrt{\varepsilon} \cos k\sqrt{\varepsilon}d \sin ka \left( 2 \cos ka + i(\tilde{Y}_1 + \tilde{Y}_2) \sin ka \right) = 0.$$

(2.1.14)

Для определения полей собственных волн мы можем воспользоваться однородной СЛАУ (2.1.6) и выразить с ее помощью, например, коэффициенты  $B, C, D$  через коэффициент  $A$ . Для этого в соответствии с правилами линейной алгебры [72] мы должны удалить из СЛАУ одно из уравнений и перенести в правую часть первый столбец. В результате получаем новую СЛАУ для  $B, C, D$ :

$$\begin{bmatrix} \sin qd/2 & shpa & 0 \\ -\sin qd/2 & 0 & -shpa \\ -q \cos qd/2 & ik\tilde{Y}_1 shpa + pchpa & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ C \\ D \end{bmatrix} = -A \begin{bmatrix} \cos qd/2 \\ \cos qd/2 \\ q \sin qd/2 \end{bmatrix}. \quad (2.1.15)$$

Отметим, что в СЛАУ (2.1.15) постоянная распространения берется равной одному из корней дисперсионного уравнения.

Для открытого ПлВ СЛАУ аналогичная (2.1.15) имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} \sin qd/2 & 1 & 0 \\ -\sin qd/2 & 0 & -1 \\ -q \cos qd/2 & ik\tilde{Y}_1 + p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ C \\ D \end{bmatrix} = -A \begin{bmatrix} \cos qd/2 \\ \cos qd/2 \\ q \sin qd/2 \end{bmatrix}. \quad (2.1.16)$$

Для четных волн открытого симметричного ПлВ компонента  $E_z$  записывается в простом виде:

$$E_z = A \begin{cases} \cos qy, & |y| < d/2, \\ \cos qd/2 e^{-p(|y|-d/2)}, & |y| \geq d/2. \end{cases} \quad (2.1.17)$$

Аналогично для нечетных волн имеем:

$$E_z = A \begin{cases} \sin qy, & |y| < d/2, \\ \sin qd/2 e^{-p(|y|-d/2)}, & y \geq d/2, \\ -\sin qd/2 e^{-p(|y|-d/2)}, & y \leq -d/2. \end{cases} \quad (2.1.18)$$

Важным параметром собственных волн ПлВ является их затухание. В ПлВ существуют два источника потерь: потери в диэлектрике и потери в тонкой пленке. Потери в тонкой пленки описываются действительной частью ее проводимости, а потери в диэлектрике комплексной диэлектрической проницаемостью:

$$\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon'' . \quad (2.1.19)$$

Рассмотрим процедуру определения затухания на примере основной волны симметричного ПлВ. Запишем дисперсионное уравнение, которому удовлетворяет ее постоянная распространения:

$$\left( p + ik\tilde{Y} \right) \cos q \frac{d}{2} - q \sin q \frac{d}{2} = 0 . \quad (2.1.20)$$

При наличии потерь постоянная распространения  $\gamma$  становится комплексной величиной:

$$\gamma = \beta - i\alpha . \quad (2.1.21)$$

Соотношение (2.1.21) записано таким образом, что  $\alpha, \beta \geq 0$ . Мы можем рассматривать левую часть уравнения (2.1.20) как функцию многих переменных:  $\gamma, \varepsilon, Y$ :

$$F(\gamma, \varepsilon, \tilde{Y}) = \left( p + ik\tilde{Y} \right) \cos q \frac{d}{2} - q \sin q \frac{d}{2} . \quad (2.1.22)$$

Будем исследовать случай малого затухания, который наиболее часто встречается на практике. Ему соответствуют неравенства:

$$\begin{aligned} \alpha &\ll \beta, \\ \varepsilon'' &\ll \varepsilon', \\ G &\ll B. \end{aligned} \quad (2.1.23)$$

Разложим функцию (2.1.22) в ряд Тейлора по степеням малых параметров в окрестности точки

$$\begin{aligned} \alpha &= 0, \\ \varepsilon'' &= 0, \end{aligned}$$

$$G = 0.$$

$$F(\gamma, \varepsilon, \tilde{Y}) = F - i\varepsilon'' F'_\varepsilon + i\tilde{G}F'_{i\tilde{Y}} - i\alpha F'_\gamma, \quad (2.1.24)$$

где  $F'_x$  - производная от функции по аргументу  $x$ . Определим постоянную

$\beta$  как решение следующего уравнения:

$$F(\beta, \varepsilon', i\tilde{B}) = 0. \quad (2.1.25)$$

Тогда подставляя (2.1.24) в уравнение (2.1.20), находим постоянную затухания  $\alpha$ :

$$\alpha = -\frac{\varepsilon'' F'_\varepsilon - \tilde{G}F'_{i\tilde{Y}}}{F'_\gamma}, \quad (2.1.26)$$

$$F'_\gamma = \beta \left[ \cos \frac{qd}{2} \left( \frac{d}{2} + \frac{1}{p} - \frac{k}{\beta} \frac{d\tilde{B}}{d\beta} \right) + \sin \frac{qd}{2} \left( \frac{1}{q} + \frac{d}{2q} (p - k\tilde{B}) \right) \right],$$

$$F'_\varepsilon = -\frac{k^2}{2} \left[ \frac{d}{2} \cos \frac{qd}{2} + \sin \frac{qd}{2} \left( \frac{1}{q} + \frac{d}{2} \right) \right],$$

$$F'_{i\tilde{Y}} = k \cos q \frac{d}{2}.$$

Далее приводим соотношения для Е – волн. Выражение для компоненты

$H_z$ :

$$H_z = \begin{cases} A \cos qy + B \sin qy, & |y| < d/2, \\ C \operatorname{ch} p(y - (a + d/2)), & y \geq d/2, \\ D \operatorname{ch} p(y + (a + d/2)), & y \leq -d/2, \end{cases}$$

СЛАУ относительно коэффициентов  $A, B, C, D$ :

$$\begin{bmatrix} -q \sin qd/2 & q \cos qd/2 & \varepsilon p \operatorname{sh} pa & 0 \\ q \sin qd/2 & q \cos qd/2 & 0 & -\varepsilon p \operatorname{sh} pa \\ \cos qd/2 & \sin qd/2 & -\left( p \frac{\tilde{Y}_1}{ik} \operatorname{sh} pa + \operatorname{ch} pa \right) & 0 \\ \cos qd/2 & -\sin qd/2 & 0 & -\left( p \frac{\tilde{Y}_2}{ik} \operatorname{sh} pa + \operatorname{ch} pa \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = 0.$$

Дисперсионное уравнение несимметричного закрытого ПЛВ:

$$\sin qd \left( \left( p \operatorname{sh} pa \frac{\tilde{Y}_1}{ik} + \operatorname{ch} pa \right) \left( p \operatorname{sh} pa \frac{\tilde{Y}_2}{ik} + \operatorname{ch} pa \right) q^2 - p^2 \varepsilon^2 \operatorname{sh}^2 pa \right) - \varepsilon pq \cos qd \operatorname{sh} pa \left( 2 \operatorname{ch} pa + p \frac{(\tilde{Y}_1 + \tilde{Y}_2)}{ik} \operatorname{sh} pa \right) = 0, \quad (2.1.27)$$

Дисперсионное уравнение несимметричного открытого ПЛВ:

$$\sin qd \left( \left( p \frac{\tilde{Y}_1}{ik} + 1 \right) \left( p \frac{\tilde{Y}_2}{ik} + 1 \right) q^2 - p^2 \varepsilon^2 \right) - \varepsilon pq \cos qd \left( 2p + \frac{(\tilde{Y}_1 + \tilde{Y}_2)}{ik} \right) = 0, \quad (2.1.28)$$

Дисперсионное уравнение симметричного открытого ПЛВ:

$$\begin{aligned} & \left( \varepsilon p \cos q \frac{d}{2} - q \left( 1 + \frac{\tilde{Y}}{ik} p \right) \sin q \frac{d}{2} \right) \\ & \left( \varepsilon p \sin q \frac{d}{2} + q \left( 1 + \frac{\tilde{Y}}{ik} p \right) \cos q \frac{d}{2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.1.29)$$

СЛАУ для коэффициентов  $B, C, D$ :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} q \cos qd/2 & \varepsilon p \operatorname{sh} pa & 0 \\ q \cos qd/2 & 0 & -\varepsilon p \operatorname{sh} pa \\ \sin qd/2 & -\left( p \frac{\tilde{Y}_1}{ik} \operatorname{sh} pa + \operatorname{ch} pa \right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \\ & = -A \begin{bmatrix} -q \sin qd/2 \\ q \sin qd/2 \\ \cos qd/2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.1.30)$$

Постоянная затухания четных волн:

$$\alpha = -\frac{\varepsilon'' F'_\varepsilon - \tilde{G} F'_{i\tilde{Y}}}{F'_\gamma}, \quad (2.1.31)$$

$$\begin{aligned} F'_\gamma &= \beta \left[ \cos \frac{qd}{2} \left( \frac{\varepsilon}{p} + \frac{d}{2} \left( 1 + \frac{p\tilde{B}}{k} \right) \right) + \right. \\ & \left. + \sin \frac{qd}{2} \left( \frac{1}{q} \left( 1 + \frac{p\tilde{B}}{k} \right) + \frac{\varepsilon pd}{2q} - \frac{q}{k} \left( \frac{\tilde{B}}{p} + \frac{p}{\beta} \frac{d\tilde{B}}{d\beta} \right) \right) \right], \\ F'_\varepsilon &= \left[ \cos \frac{qd}{2} \left( p - \frac{k^2 d}{4} \left( 1 + \frac{p\tilde{B}}{k} \right) \right) - \frac{k^2}{q} \sin \frac{qd}{2} \left( \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{p\tilde{B}}{k} \right) + \frac{\varepsilon pd}{4} \right) \right], \\ F'_{i\tilde{Y}} &= \frac{pq}{k} \sin q \frac{d}{2}. \end{aligned}$$



## 2.2. Теория электромагнитных волн в ПлВ с анизотропными пленками

В данном разделе мы получим основные соотношения, описывающие электромагнитные волны в ПлВ с анизотропными пленками. Будем рассматривать две структуры: симметричный и несимметричный открытый ПлВ с ленточными ЧПР на его поверхностях (см. рис. 2.2.1).

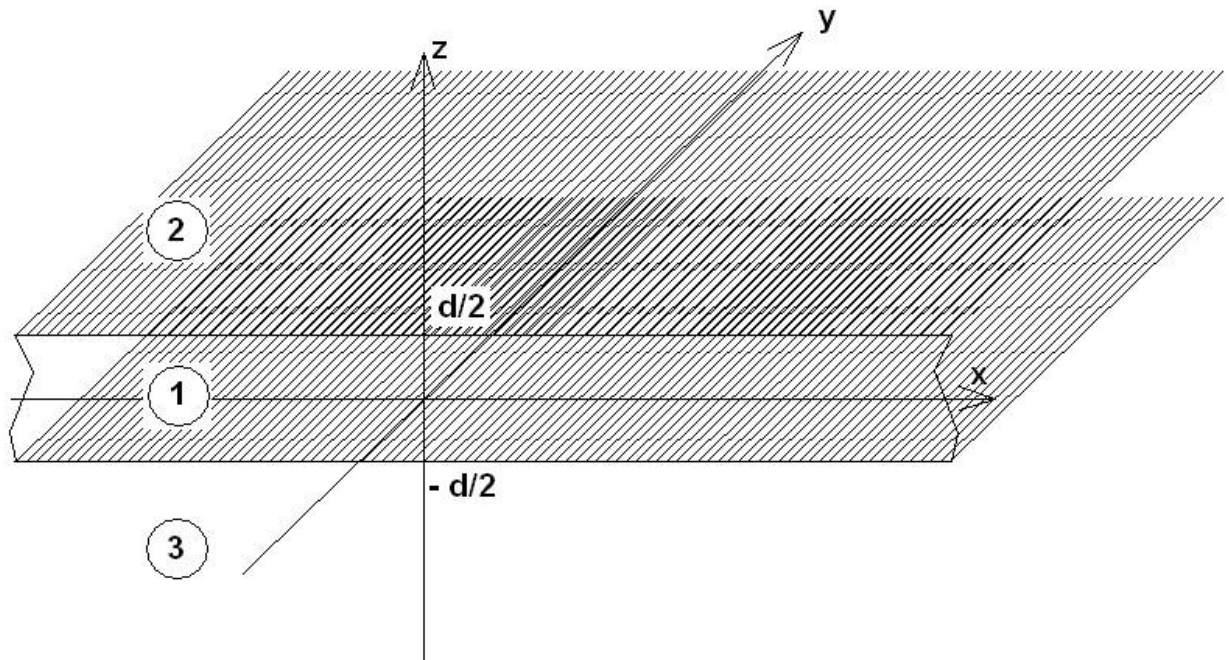


Рис. 2.2.1. ПлВ с ленточными ЧПР

Полагаем, что ленты решеток на обеих поверхностях пластины с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  ориентированы вдоль оси  $Oy$ . При этом другие параметры ЧПР: период  $P$  и ширина лент  $W$  могут быть разными, что приведет к различию проводимостей  $Y_{1,2}$  и сопротивлений  $Z_{1,2}$  решеток на разных поверхностях пластины. Отметим, что индекс 1 соответствует ЧПР при  $z = d/2$ , а индекс 2 ЧПР при  $z = -d/2$ .

Важной особенностью рассматриваемой структуры является ее анизотропия в плоскости  $ХОУ$ . Она не позволяет свести задачу о собственных волнах ПлВ к двумерной задаче по аналогии с разд. 2.1.

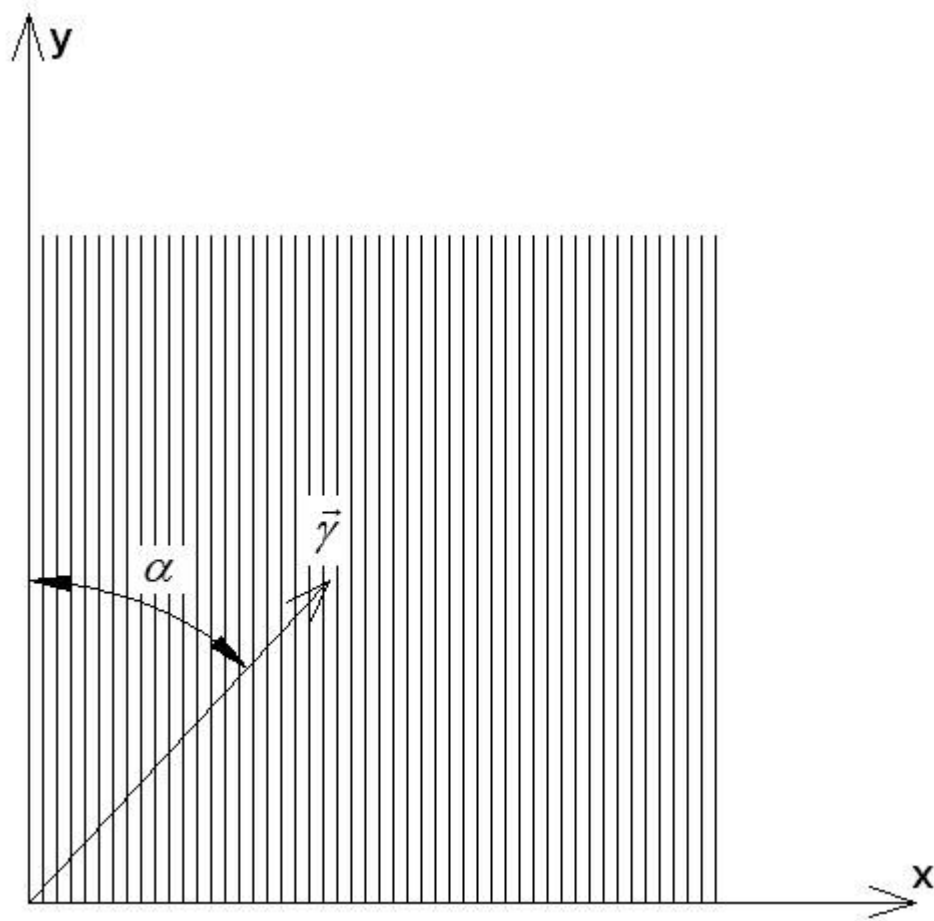


Рис. 2.2.2. Направление распространения волны в ПлВ

Важным параметром структуры является направление распространение волны (см. рис. 2.2.2). Будем характеризовать его волновым вектором  $\vec{\gamma}$ , который может быть ориентирован в плоскости XOY в произвольном направлении относительно оси Oy, которое определяется углом  $\alpha$ . Отметим, что вектор  $\vec{\gamma}$  задает направление движения фазового фронта волны, которое в анизотропной среде может не совпадать с направлением движения потока энергии, которое определяется вектором Пойнтинга волны  $\vec{\Pi}$ .

Также мы можем описать направление распространения волны с помощью проекций волнового вектора:

$$\kappa_1 = \gamma \sin \alpha, \quad (2.2.1)$$

$$\kappa_2 = \gamma \cos \alpha.$$

Волновые числа  $K_{1,2}$  задают зависимость всех компонент электромагнитного поля собственной волны от координат  $x, y$ :

$$e^{-ik_1x - ik_2y}.$$

Зависимость поля от координаты  $z$  следует из волновых уравнений для областей 1 – 3, которые приводят нас к уже знакомым из разд. 2.1 поперечным волновым числам  $p, q$ :

$$p = \sqrt{\gamma^2 - k^2}, \quad (2.2.2)$$

$$q = \sqrt{\varepsilon k^2 - \gamma^2}.$$

В силу вида ЭГУ для ЧПР волны в ПлВ не удается разделить на электрические и магнитные. Они содержат все шесть компонент. Их классификацию мы обсудим ниже.

По указанной причине мы не можем выразить все поле через одну его компоненту. Нам надо использовать две составляющие. Выберем для этого компоненты  $E_z, H_z$ . Запишем их в виде удовлетворяющем волновым уравнениям в областях 1 – 3:

$$E_z = \begin{cases} A_1 \cos qz + A_2 \sin qz, & |z| < d/2, \\ A_3 e^{-p(z-d/2)}, & z \geq d/2, \\ A_4 e^{p(z+d/2)}, & z \leq -d/2, \end{cases} \quad (2.2.3)$$

$$H_z = \begin{cases} B_1 \cos qz + B_2 \sin qz, & |z| < d/2, \\ B_3 e^{-p(z-d/2)}, & z \geq d/2, \\ B_4 e^{p(z+d/2)}, & z \leq -d/2. \end{cases} \quad (2.2.4)$$

Оставшиеся компоненты поля находятся с помощью соотношений из [52]:

$$\begin{aligned}
E_x &= \frac{-i\kappa_1}{\gamma^2} \begin{cases} -qA_1 \sin qz + qA_2 \cos qz \\ -pA_3 e^{-p(z-d/2)} \\ pA_4 e^{p(z+d/2)} \end{cases} - \\
& - \frac{kW_0\kappa_2}{\gamma^2} \begin{cases} B_1 \cos qz + B_2 \sin qz, & |z| < d/2, \\ B_3 e^{-p(z-d/2)}, & z \geq d/2, \\ B_4 e^{p(z+d/2)}, & z \leq -d/2, \end{cases} \\
E_y &= \frac{-i\kappa_2}{\gamma^2} \begin{cases} -qA_1 \sin qz + qA_2 \cos qz \\ -pA_3 e^{-p(z-d/2)} \\ pA_4 e^{p(z+d/2)} \end{cases} + \\
& + \frac{kW_0\kappa_1}{\gamma^2} \begin{cases} B_1 \cos qz + B_2 \sin qz, & |z| < d/2, \\ B_3 e^{-p(z-d/2)}, & z \geq d/2, \\ B_4 e^{p(z+d/2)}, & z \leq -d/2, \end{cases} \\
H_x &= \frac{k\kappa_2}{\gamma^2 W_0} \begin{cases} \varepsilon (A_1 \cos qz + A_2 \sin qz) \\ A_3 e^{-p(z-d/2)} \\ A_4 e^{p(z+d/2)} \end{cases} - \\
& - \frac{i\kappa_1}{\gamma^2} \begin{cases} -qB_1 \sin qz + qB_2 \cos qz, & |z| < d/2, \\ -pB_3 e^{-p(z-d/2)}, & z \geq d/2, \\ pB_4 e^{p(z+d/2)}, & z \leq -d/2, \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.2.5}$$

$$H_y = -\frac{k\kappa_1}{\gamma^2 W_0} \begin{cases} \varepsilon (A_1 \cos qz + A_2 \sin qz) \\ A_3 e^{-p(z-d/2)} \\ A_4 e^{p(z+d/2)} \end{cases} -$$

$$-\frac{i\kappa_2}{\gamma^2} \begin{cases} -qB_1 \sin qz + qB_2 \cos qz, & |z| < d/2, \\ -pB_3 e^{-p(z-d/2)}, & z \geq d/2, \\ pB_4 e^{p(z+d/2)}, & z \leq -d/2. \end{cases}$$

При  $z = \pm d/2$  должны выполняться следующие граничные условия:

$$z = d/2$$

$$Z_1 (H_{x2} - H_{x1}) = E_y, \quad (2.2.6)$$

$$E_{y1} = E_{y2},$$

$$(H_{y2} - H_{y1}) = -Y_1 E_x,$$

$$E_{x1} = E_{x2},$$

$$z = -d/2$$

$$Z_2 (H_{x1} - H_{x3}) = E_y, \quad (2.2.7)$$

$$E_{y1} = E_{y3},$$

$$(H_{y1} - H_{y3}) = -Y_2 E_x,$$

$$E_{x1} = E_{x3}.$$

Параметры  $Y_{1,2}$  и  $Z_{1,2}$  являются функциями волнового числа  $K_2$ .

Дальнейший вывод дисперсионного уравнения связан с подстановкой выражений для полей в граничные условия (2.2.6) и (2.2.7). Мы имеем восемь неизвестных коэффициентов  $A, B_{1-4}$  и восемь граничных условий, что позволяет получить однородную СЛАУ относительно восьми неизвестных.

Приравняв ее определитель нулю, получаем искомое дисперсионное уравнение. Однако, попытка раскрыть определитель приводит нас к очень громоздким соотношениям. Поэтому на практике удобнее оказывается записать матрицу СЛАУ  $M$ , а ее определитель находить численно:

$$\begin{aligned}
 M\vec{X} &= 0, \\
 \vec{X} &= \begin{bmatrix} \vec{A} \\ \vec{B} \end{bmatrix}, \\
 \vec{A} &= \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{bmatrix}, \\
 M &= \begin{bmatrix} M_{aa} & M_{ab} \\ M_{ba} & M_{bb} \end{bmatrix}, \tag{2.2.8} \\
 M_{aa} &= \begin{bmatrix} i\kappa_1 q \sin \frac{qd}{2} & -i\kappa_1 q \cos \frac{qd}{2} & -i\kappa_1 p & 0 \\ -i\kappa_1 q \sin \frac{qd}{2} & -i\kappa_1 q \cos \frac{qd}{2} & 0 & i\kappa_1 p \\ i\kappa_2 q \sin \frac{qd}{2} & -i\kappa_2 q \cos \frac{qd}{2} & -i\kappa_2 p & 0 \\ -i\kappa_2 q \sin \frac{qd}{2} & -i\kappa_2 q \cos \frac{qd}{2} & 0 & i\kappa_2 p \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

$$M_{ab} = \begin{bmatrix} -kW_0\kappa_2 \cos \frac{qd}{2} & -kW_0\kappa_2 \sin \frac{qd}{2} & kW_0\kappa_2 & 0 \\ -kW_0\kappa_2 \cos \frac{qd}{2} & kW_0\kappa_2 \sin \frac{qd}{2} & 0 & kW_0\kappa_2 \\ kW_0\kappa_1 \cos \frac{qd}{2} & kW_0\kappa_1 \sin \frac{qd}{2} & -kW_0\kappa_1 & 0 \\ kW_0\kappa_1 \cos \frac{qd}{2} & -kW_0\kappa_1 \sin \frac{qd}{2} & 0 & -kW_0\kappa_1 \end{bmatrix},$$

$$M_{ba} = \begin{bmatrix} -\frac{Z_1\kappa_2k\varepsilon}{W_0} \cos \frac{qd}{2} & -\frac{Z_1\kappa_2k\varepsilon}{W_0} \sin \frac{qd}{2} & \kappa_2 \left( \frac{Z_1k}{W_0} - ip \right) & 0 \\ \frac{Z_2\kappa_2k\varepsilon}{W_0} \cos \frac{qd}{2} & -\frac{Z_2\kappa_2k\varepsilon}{W_0} \sin \frac{qd}{2} & 0 & -\kappa_2 \left( \frac{Z_2k}{W_0} - ip \right) \\ -\frac{\kappa_1k\varepsilon}{W_0} \cos \frac{qd}{2} & -\frac{\kappa_1k\varepsilon}{W_0} \sin \frac{qd}{2} & \kappa_1 \left( \frac{k}{W_0} - ipY_1 \right) & 0 \\ \frac{\kappa_1k\varepsilon}{W_0} \cos \frac{qd}{2} & -\frac{\kappa_1k\varepsilon}{W_0} \sin \frac{qd}{2} & 0 & -\kappa_1 \left( \frac{k}{W_0} - ipY_2 \right) \end{bmatrix},$$

$$M_{bb} = \begin{bmatrix} -i\kappa_1Z_1q \sin \frac{qd}{2} & i\kappa_1Z_1q \cos \frac{qd}{2} & \kappa_1(iZ_1p - kW_0) & 0 \\ -i\kappa_1Z_2q \sin \frac{qd}{2} & -i\kappa_1Z_2q \cos \frac{qd}{2} & 0 & \kappa_1(iZ_2p - kW_0) \\ i\kappa_2q \sin \frac{qd}{2} & -i\kappa_2q \cos \frac{qd}{2} & \kappa_2(kW_0Y_1 - ip) & 0 \\ i\kappa_2q \sin \frac{qd}{2} & i\kappa_2q \cos \frac{qd}{2} & 0 & \kappa_2(kW_0Y_2 - ip) \end{bmatrix}.$$

Остановимся далее на выводе дисперсионных уравнений для волн симметричного открытого ПлВ. Получить их из СЛАУ (2.2.8) затруднительно. Проще снова записать выражения для электромагнитного поля с учетом

симметрии волн и затем, удовлетворяя граничным условиям получить искомые уравнения.

В силу симметрии структуры относительно плоскости  $z = 0$  поля в ней разделяются на два типа. Первый тип соответствует размещению в плоскости симметрии электрической стенки, благодаря которой при  $z = 0$  выполняются условия равенства нулю тангенциальных компонент электрического поля. Второй тип соответствует размещению в той же плоскости магнитной стенки и равенству нулю тангенциального магнитного поля. Если бы мы имели дело с изотропной структурой, то поле первого типа включало бы четные  $E$  и нечетные  $H$  – волны, а поле второго типа четные  $H$  и нечетные  $E$  – волны. Как уже отмечалось выше, мы имеем дело с гибридными волнами, которые нельзя отнести ни к  $E$ , ни к  $H$  – волнам. Поэтому будем называть волны, принадлежащие к первому типу поля волнами  $EH$ , а волны из поля второго типа  $HE$  – волнами.

Начнем анализ с  $EH$  – волн:

$$E_z = \begin{cases} A_1 \cos qz, & |z| < d/2, \\ A_2 e^{-p(|z|-d/2)}, & |z| \geq d/2, \end{cases} \quad (2.2.9)$$

$$H_z = \begin{cases} B_1 \sin qz, & |z| < d/2, \\ B_2 e^{-p(|z|-d/2)}, & |z| \geq d/2. \end{cases} \quad (2.2.10)$$

$$E_x = \frac{-i\kappa_1}{\gamma^2} \begin{cases} -qA_1 \sin qz, \\ -pA_2 e^{-p(|z|-d/2)} \end{cases} - \frac{kW_0\kappa_2}{\gamma^2} \begin{cases} B_1 \sin qz, & |z| < d/2, \\ B_2 e^{-p(|z|-d/2)}, & |z| \geq d/2, \end{cases}$$

$$E_y = \frac{-i\kappa_2}{\gamma^2} \begin{cases} -qA_1 \sin qz \\ -pA_2 e^{-p(|z|-d/2)} \end{cases} + \frac{kW_0\kappa_1}{\gamma^2} \begin{cases} B_1 \sin qz, & |z| < d/2, \\ B_2 e^{-p(|z|-d/2)}, & |z| \geq d/2, \end{cases}$$

$$H_x = \frac{k\kappa_2}{\gamma^2 W_0} \begin{cases} \varepsilon A_1 \cos qz \\ A_2 e^{-p(|z|-d/2)} \end{cases} - \frac{i\kappa_1}{\gamma^2} \begin{cases} qB_1 \cos qz, & |z| < d/2, \\ -pB_2 e^{-p(|z|-d/2)}, & |z| \geq d/2, \end{cases}$$



$$H_y = -\frac{k\kappa_1}{\gamma^2 W_0} \begin{cases} \varepsilon A_1 \cos qz \\ A_2 e^{-p(|z|-d/2)} \end{cases} - \frac{i\kappa_2}{\gamma^2} \begin{cases} qB_1 \cos qz, & |z| < d/2, \\ -pB_2 e^{-p(|z|-d/2)}, & |z| \geq d/2. \end{cases} \quad (2.2.11)$$

Подстановка выражения для полей (2.2.10) в граничные условия (2.2.6), (2.2.7) приводит нас к следующему уравнению:

$$\kappa_1^2 E_{1x} H_{2x} + \kappa_2^2 E_{1y} H_{2y} = 0, \quad (2.2.12)$$

$$E_{1x} = \varepsilon p \cos \frac{qd}{2} - \left(1 + \frac{p\tilde{Y}}{ik}\right) q \sin \frac{qd}{2},$$

$$H_{2x} = q \cos \frac{qd}{2} + \left(1 + \frac{ik}{p\tilde{Z}}\right) p \sin \frac{qd}{2},$$

$$E_{1y} = \varepsilon p \cos \frac{qd}{2} - \left(1 - \frac{ip}{k\tilde{Z}}\right) q \sin \frac{qd}{2},$$

$$H_{2y} = q \cos \frac{qd}{2} + \left(1 - \frac{k\tilde{Y}}{ip}\right) p \sin \frac{qd}{2},$$

$$\tilde{Z} = Z/W_0, \quad \tilde{Y} = YW_0.$$

Обращает на себя внимание, то что в уравнение (2.2.12) волновые числа  $\kappa_{1,2}$  входят в явном виде, а не только в форме слагаемого  $\kappa_1^2 + \kappa_2^2$ . Такой вид дисперсионного уравнения говорит об анизотропии структуры в плоскости XOY.

При  $\kappa_1 = 0$ , то есть, когда волна распространяется вдоль оси Oy, уравнение (2.2.12) распадается на два независимых равенства:

$$\begin{aligned} E_{1y} &= 0, \\ H_{2y} &= 0. \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

Первое из них описывает четные Е – волны, распространяющиеся вдоль ПЛВ с индуктивной пленкой (импеданс  $X$ ), а второе нечетные Н – волны в ПЛВ с емкостной пленкой (проводимость  $B$ ).

Аналогично при  $\kappa_2 = 0$ , когда волна распространяется вдоль оси  $Ox$ , мы получаем уравнения для четных Е – волн в ПЛВ с емкостной пленкой и нечетных Н – волн в ПЛВ с индуктивной пленкой.

Такое преобразование дисперсионного уравнения вполне ожидаемо, так как при движении вдоль оси  $Oy$ , то есть вдоль лент решетки, электрическое поле Е – волн ориентировано вдоль ее лент и для этих волн решетка демонстрирует индуктивный импеданс. Наоборот, для Н – волн она имеет емкостной импеданс, так как их поле направлено поперек лент. При движении вдоль оси  $Oy$  описанная картина повторяется с точностью до изменения типа импеданса для Е и Н – волн.

СЛАУ, позволяющая выразить коэффициенты  $A_2, B_1, B_2$  через  $A_1$ , имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} -i\kappa_1 p & -\kappa_2 k W_0 q \sin \frac{qd}{2} & \kappa_2 k W_0 \\ -i\kappa_2 p & \kappa_1 k W_0 q \sin \frac{qd}{2} & -\kappa_1 k W_0 \\ \kappa_2 \left( \frac{k}{W_0} - \frac{ip}{Z} \right) & i\kappa_1 q \cos \frac{qd}{2} & \kappa_1 \left( ip - \frac{k W_0}{Z} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = -A_1 \begin{bmatrix} i\kappa_1 q \sin \frac{qd}{2} \\ i\kappa_2 q \sin \frac{qd}{2} \\ -\frac{i\kappa_2 \varepsilon}{W_0} \cos \frac{qd}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.2.14)$$

Методика определения постоянной затухания  $\alpha$  не отличается от описанной в разд. 2.1. Для ее применения в случае ПЛВ с анизотропными ЧПР мы должны воспользоваться результатами главы 1, в которой были получены выражения для действительных частей проводимости и сопротивления ЧПР  $R, G$ . Во второй главе отмечалось, что эти выражения справедливы только при возбуждении ЧПР плоской волной со стороны области 1, которой в нашем случае является диэлектрическая пластина. Из выражений (2.2.9) и (2.2.10) видно, что поле внутри пластины можно представить в виде суммы двух плоских волн, распространяющихся вдоль оси  $Oz$  в положительном и отрицательной направлениях. Для этого достаточно представить тригонометрические функции в (2.2.9) и (2.2.10) по формулам Эйлера в виде суммы двух экспонент. Вне пластины поле описывается плоской волной уходящей от пластины на бесконечность.

Описанная выше структура поля соответствует возбуждению любой из двух решеток при  $z = \pm d/2$  источником, находящимся в области 1, поскольку при этом в области 1 должны существовать падающая и отраженная волны. По другую сторону от ЧПР дальнейшее поле описывается уходящей, то есть прошедшей волной.

Таким образом, мы видим, что поле собственных волн ПЛВ соответствует ситуации рассмотренной в главе 1 и мы можем для определения затухания пользоваться непосредственно дисперсионным уравнением (2.2.12), полагая параметры ЧПР комплексными. Формула для постоянной затухания аналогичная выражению (2.1.26) имеет в нашем случае следующий вид:

$$\alpha = -\frac{\varepsilon'' F'_\varepsilon - \tilde{G} F'_{i\tilde{Y}} - \tilde{R} F'_{i\tilde{Z}}}{F'_\gamma}, \quad (2.2.15)$$

$$F = \sin^2 \alpha E_{1x} H_{2x} + \cos^2 \alpha E_{1y} H_{2y}.$$

Функция  $F$  пропорциональная левой части уравнения (2.2.12) получена из него с помощью соотношений (2.2.1). В явном виде выражения для

производных функции  $F$  приводить не имеет смысла в силу их громоздкости и непригодности для аналитического исследования.

При исследовании анизотропных сред полезную функцию может выполнить угол, под которым распространяется поток энергии, переносимый волной. Обозначим его через  $\psi$  и будем отсчитывать его также как и угол  $\alpha$  от оси  $Oy$ , вдоль которой направлены ленты ЧПР. Угол  $\psi$  определим следующим образом:

$$\psi = \operatorname{atan} \left( \frac{P_x}{P_y} \right), \quad (2.2.16)$$

где  $P_x$  - мощность переносимая волной вдоль оси  $Ox$ , а  $P_y$  - мощность переносимая вдоль оси  $Oy$ . Указанные мощности определяются через вектор Пойнтинга волны:

$$P_{x,y} = \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \Pi_{x,y} dz, \quad (2.2.17)$$

$$\Pi_x = \frac{1}{2} \left( E_y^* H_z - E_z^* H_y \right),$$

$$\Pi_y = \frac{1}{2} \left( E_z^* H_x - E_x^* H_z \right).$$

Уравнение для критических частот ЕН – волн получается из (2.2.12), если в нем положить  $\gamma = k$ :

$$\sqrt{\varepsilon - 1} \sin \frac{\sqrt{\varepsilon - 1} kd}{2} \cdot \left( \sqrt{\varepsilon - 1} \cos \frac{\sqrt{\varepsilon - 1} kd}{2} + i \sin \frac{\sqrt{\varepsilon - 1} kd}{2} \left( \frac{\sin^2 \alpha}{\tilde{Z}} + \cos^2 \alpha \tilde{Y} \right) \right) = 0 \quad (2.2.18)$$

Перейдем далее к НЕ – волнам. Их поля записываются следующим образом:

$$E_z = \begin{cases} A_1 \sin qz, & |z| < d/2, \\ A_2 e^{-p(z-d/2)}, & |z| \geq d/2, \end{cases} \quad (2.2.19)$$

$$H_z = \begin{cases} B_1 \cos qz, & |z| < d/2, \\ B_2 e^{-p(z-d/2)}, & |z| \geq d/2, \end{cases}$$

$$E_x = \frac{-i\kappa_1}{\gamma^2} \begin{cases} qA_1 \cos qz \\ -pA_2 e^{-p(z-d/2)} \end{cases} - \frac{kW_0\kappa_2}{\gamma^2} \begin{cases} B_1 \cos qz, & |z| < d/2, \\ B_2 e^{-p(z-d/2)}, & |z| \geq d/2, \end{cases}$$

$$E_y = \frac{-i\kappa_2}{\gamma^2} \begin{cases} qA_1 \cos qz \\ -pA_2 e^{-p(z-d/2)} \end{cases} + \frac{kW_0\kappa_1}{\gamma^2} \begin{cases} B_1 \cos qz, & |z| < d/2, \\ B_2 e^{-p(z-d/2)}, & |z| \geq d/2, \end{cases}$$

$$H_x = \frac{k\kappa_2}{\gamma^2 W_0} \begin{cases} \varepsilon A_1 \sin qz \\ A_2 e^{-p(z-d/2)} \end{cases} - \frac{i\kappa_1}{\gamma^2} \begin{cases} -qB_1 \sin qz, & |z| < d/2, \\ -pB_2 e^{-p(z-d/2)}, & |z| \geq d/2, \end{cases}$$

$$H_y = -\frac{k\kappa_1}{\gamma^2 W_0} \begin{cases} \varepsilon A_1 \sin qz \\ A_2 e^{-p(z-d/2)} \end{cases} - \frac{i\kappa_2}{\gamma^2} \begin{cases} -qB_1 \sin qz, & |z| < d/2, \\ -pB_2 e^{-p(z-d/2)}, & |z| \geq d/2. \end{cases}$$

Дисперсионное уравнение НЕ – волн:

$$\kappa_1^2 H_{1x} E_{2x} + \kappa_2^2 H_{1y} E_{2y} = 0, \quad (2.2.20)$$

$$H_{1x} = p \left( 1 - \frac{k}{ip\tilde{Z}} \right) \cos \frac{qd}{2} - q \sin \frac{qd}{2},$$

$$E_{2x} = q \left( 1 - \frac{ip\tilde{Y}}{k} \right) \cos \frac{qd}{2} + \varepsilon p \sin \frac{qd}{2},$$

$$H_{1y} = p \left( 1 - \frac{k\tilde{Y}}{ip} \right) \cos \frac{qd}{2} - q \sin \frac{qd}{2},$$

$$E_{2y} = q \left( 1 - \frac{ip}{k\tilde{Z}} \right) \cos \frac{qd}{2} + \varepsilon p \sin \frac{qd}{2}.$$

Структура левой части дисперсионного уравнения для НЕ – волн не отличается от структуры уравнения (2.2.12) за исключением того, что теперь мы имеем в качестве сомножителей левые части дисперсионных уравнений для четных Н – волн и нечетных Е – волн в направлениях, соответствующих индексам функций  $H_{1x,y}$  и  $E_{2x,y}$ .

СЛАУ для выражения коэффициентов  $A_2, B_1, B_2$  через  $A_1$  имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} -i\kappa_1 p & -\kappa_2 k W_0 \cos \frac{qd}{2} & \kappa_2 k W_0 \\ -i\kappa_2 p & \kappa_1 k W_0 \cos \frac{qd}{2} & -\kappa_1 k W_0 \\ \kappa_2 \left( \frac{k}{W_0} - \frac{ip}{Z} \right) & -i\kappa_1 q \sin \frac{qd}{2} & \kappa_1 \left( ip - \frac{k W_0}{Z} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = A_1 \begin{bmatrix} i\kappa_1 q \cos \frac{qd}{2} \\ i\kappa_2 q \cos \frac{qd}{2} \\ \frac{i\kappa_2 \varepsilon}{W_0} \sin \frac{qd}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.2.21)$$

Соотношения (2.2.15) – (2.2.17) остаются в силе и для НЕ – волн. Уравнение для критических частот имеет следующий вид:

$$\sqrt{\varepsilon - 1} \cos \frac{\sqrt{\varepsilon - 1} kd}{2} \cdot$$

$$\left( \sqrt{\varepsilon - 1} \sin \frac{\sqrt{\varepsilon - 1} kd}{2} - i \cos \frac{\sqrt{\varepsilon - 1} kd}{2} \left( \frac{\sin^2 \alpha}{\tilde{Z}} + \cos^2 \alpha \tilde{Y} \right) \right) = 0$$

(2.2.22)

### 2.3. Характеристики $E$ – волн изотропных ПлВ

В данном разделе мы начнем анализ характеристик волн ПлВ различных типов с  $E$  – волн изотропного ПлВ с индуктивными ЧПР. Будем рассматривать симметричные открытые ПлВ. Постоянные распространения и коэффициенты замедления его волн описываются уравнением (2.29). При этом корни первого множителя соответствуют четным волнам, а корни второго множителя нечетным волнам. Начнем наш анализ с четных волн, в число которых входит и основная волна  $E_1$  - типа.

Основной интерес для нас представляют основная волна и ближайшие высшие типы. Отметим, что определение основной волны в случае  $E$  – волн ПлВ с индуктивной ЧПР представляет нетривиальную задачу. Проблема заключается в том, что в отличие от диэлектрической пластины, в которой наблюдается четкая связь между номером корня дисперсионного уравнения и структурой поля волны, соответствующей этому корню, в пластине с индуктивной ЧПР такая связь имеет более сложный вид. Тем не менее, будем, как отмечалось в разд. 2.1, следовать принятой в [20] классификации волн.

В соответствии с ней  $E_1$  - волна имеет максимальный коэффициент замедления, частотная зависимость которого показана на рис. 2.3.1. Вместо частоты на рис. 2.3.1 используется нормированная толщина подложки  $\tilde{d}$ :

$$\tilde{d} = kd\sqrt{\varepsilon - 1}. \quad (2.3.1)$$

Данный параметр использовался в книге [20] при анализе волн в диэлектрической пластине. С его помощью удобно описывать критические условия, при выполнении которых в структуре возникают новые распространяющиеся волны.

Кривые 1 – 6 на рис. 2.3.1 получены при  $d = 2$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $P = 0.8$ . Они соответствуют  $\xi = 0.2, 0.35, 0.5, 0.65, 0.8, 0.95$ .



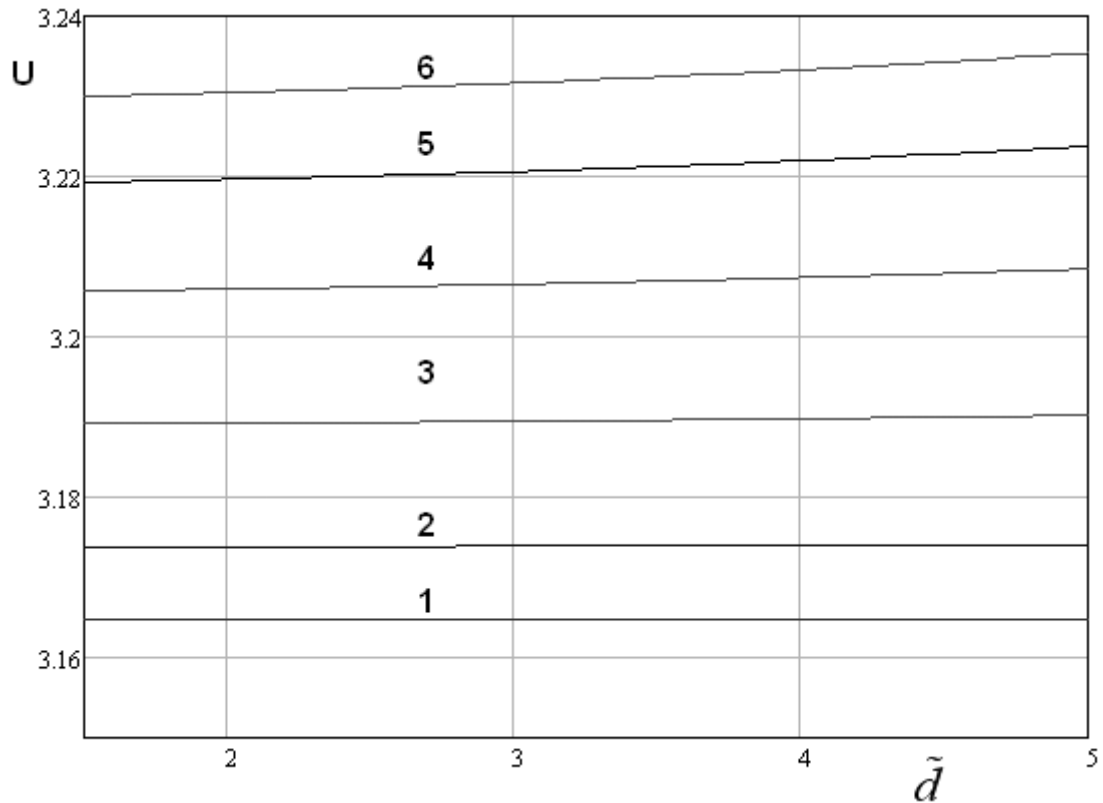


Рис. 2.3.1. Частотная зависимость коэффициента замедления  $E_1$  - волны

Видно, что при  $\xi \rightarrow 0$ , когда ЧПР вырождается в однородный металлический слой, коэффициент замедления  $E_1$  - волны стремится к  $\sqrt{\varepsilon}$ , что говорит о том, что эта волна переходит в Т – волну ПВ, который образован диэлектрической пластиной с металлизированными поверхностями.

При  $\xi \rightarrow 1$  коэффициент замедления  $E_1$  - волны медленно увеличивается. Из рис. 2.3.1 видно, что даже при  $\xi=0.95$  он отличается от  $\sqrt{\varepsilon}$  только на 0.07. Таким образом, мы можем сделать вывод, что даже очень значительное изменение коэффициента заполнения ЧПР приводит к сравнительно малым изменениям коэффициента замедления.

Также крайне незначительно меняется поле рассматриваемой волны. На рис. 2.3.2 показана зависимость от нормированной координаты  $y/d$

поперечной компоненты поля волны  $H_z(y)/H_z(0)$ . Поле нормировано на его значение в точке  $y = 0$ .

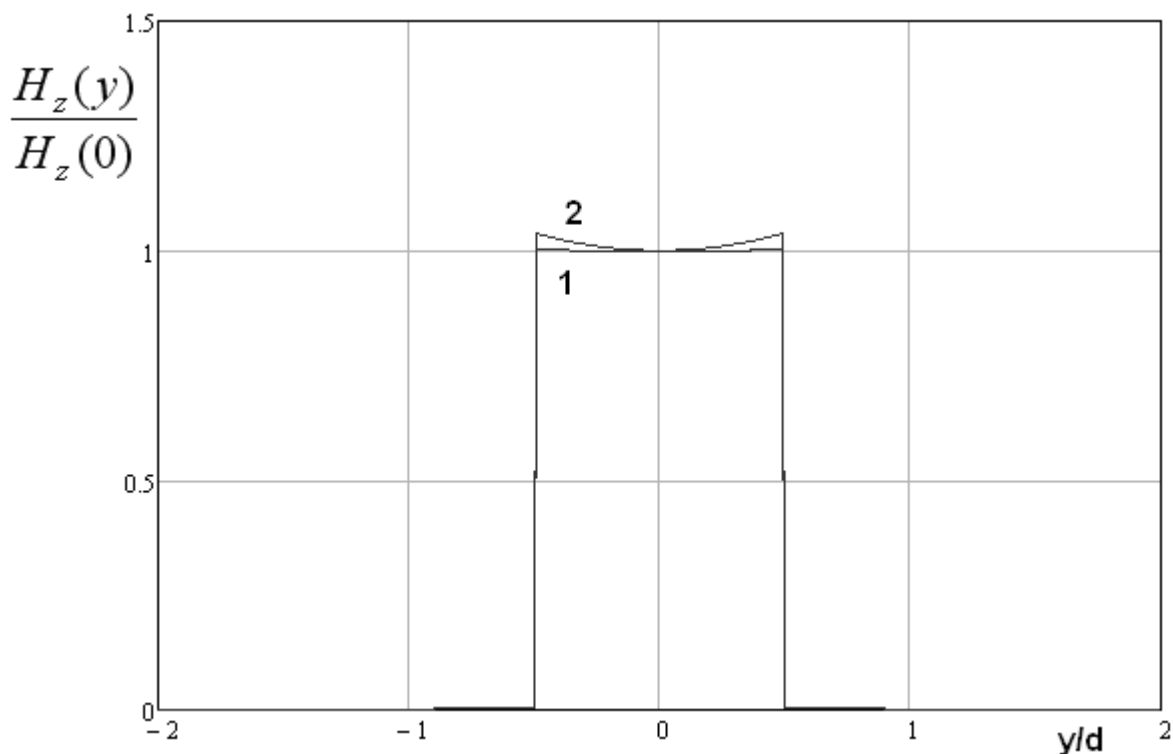


Рис. 2.3.2. Распределение поля  $E_1$  - волны

Кривые 1 и 2 получены для  $\xi = 0.2, 0.95$ . Видно, что поле волны практически полностью сосредоточено в диэлектрике и слабо меняется в пространстве. Аналогично и поле Г – волны не зависит от координаты  $y$  и равно нулю вне диэлектрического слоя.

Таким образом, мы видим, что волны аналогичной  $E_1$  - волне ПЛВ с индуктивными ЧПР в диэлектрической пластине нет, но в ПВ ее аналогом является Г – волна. По аналогии с ней  $E_1$  - волна не имеет критической частоты. Она распространяется вплоть до постоянного тока.

Общий вывод по исследованию основной  $E_1$  - волны ПЛВ с индуктивными ЧПР состоит в том, что управлять ее свойствами практически невозможно, так как они весьма слабо отличаются от свойств Г – волны ПВ во всем возможном диапазоне изменения управляющих параметров.

Наряду с  $E_1$  - волной в ПлВ с индуктивными ЧПР существует еще одна четная волна, не имеющая частоты отсечки. Назовем ее  $E_3$  - волной.

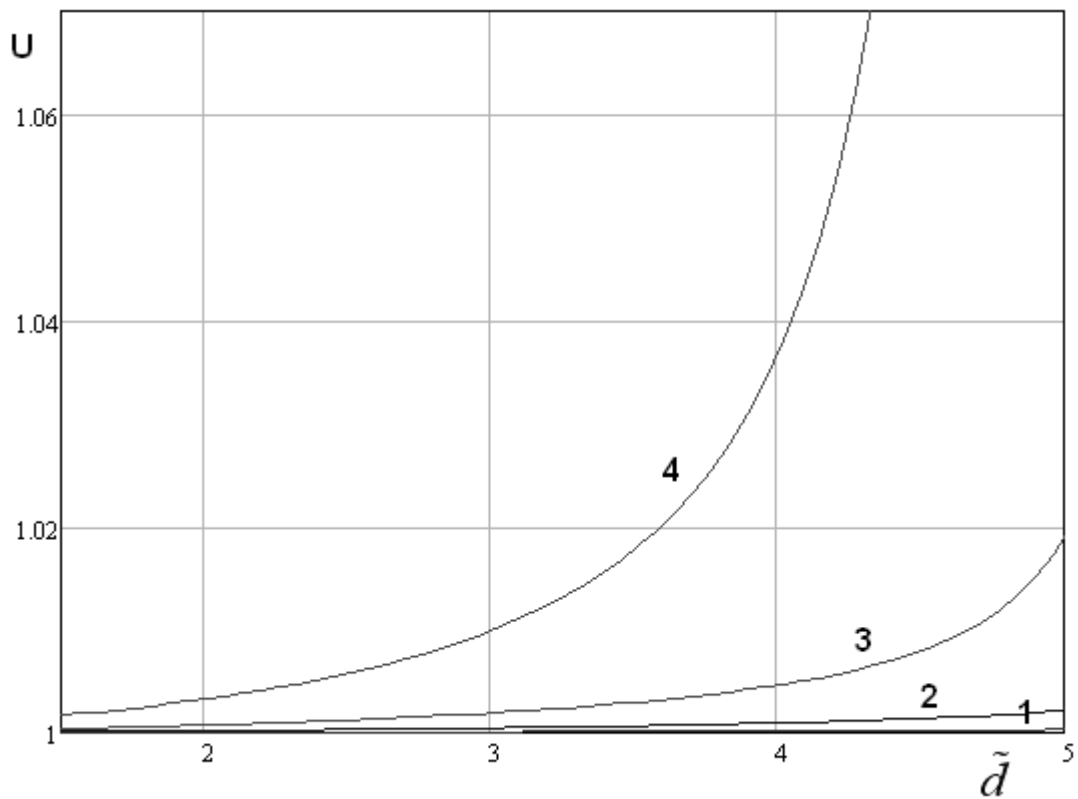


Рис. 2.3.3. Частотная зависимость коэффициента замедления  $E_3$  - волны

Частотная зависимость ее коэффициента замедления показана на рис. 2.3.3. Она получена при  $d = 2$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $P = 0.8$ . Кривые 1 – 4 соответствуют  $\xi = 0.5, 0.65, 0.8, 0.95$ . Видно, что коэффициент замедления мало отличается от единицы. На нулевой частоте он равен единице. Мы присвоили данной волне индекс  $n = 3$  потому, что среди нечетных волн существует волна, имеющая коэффициент замедления больший коэффициента замедления рассматриваемой волны, но меньший чем у  $E_1$  - волны, которой целесообразно присвоить индекс  $n = 2$ .

Природу  $E_3$  - волны объясняет ее распределение поля, которое показано на рис. 2.3.4. Кривые 1 и 2 получены на частоте 19.5 ГГц при  $\xi = 0.2, 0.95$ . Другие параметры не отличаются от приведенных выше.

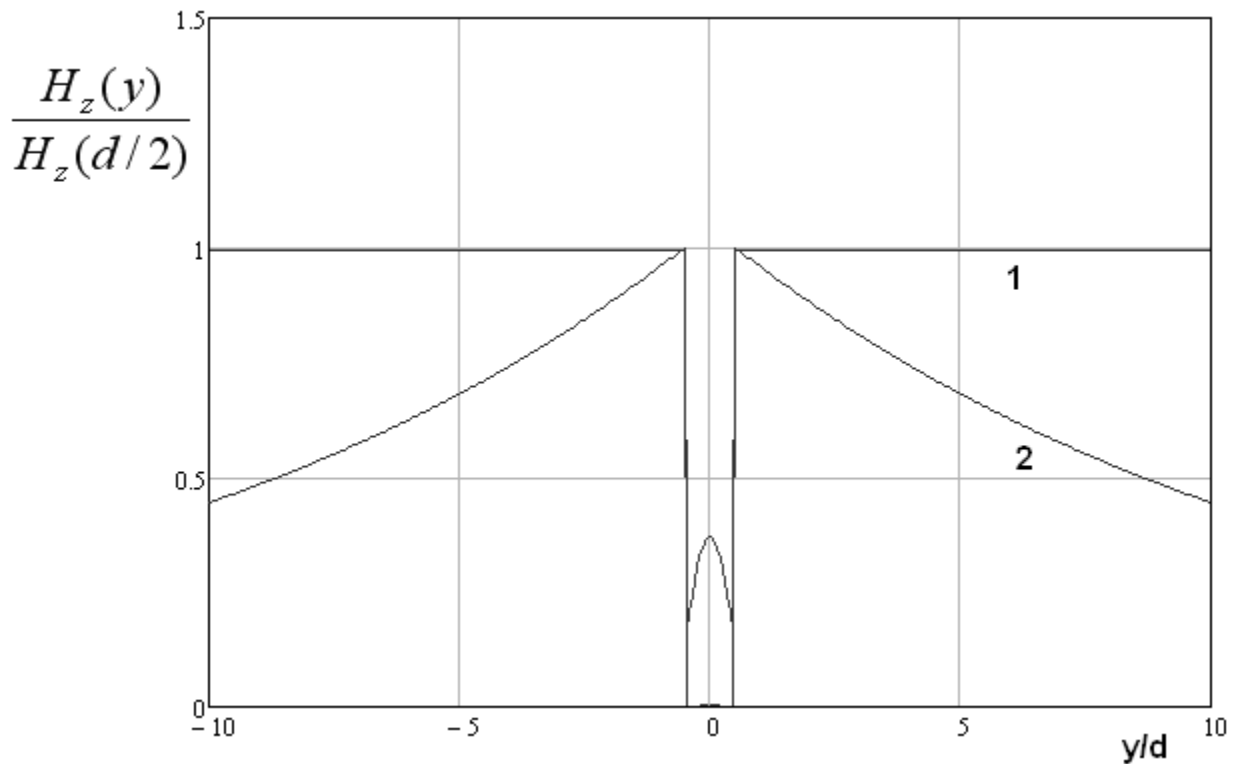


Рис. 2.3.4. Распределение поля  $E_3$  - волны

Видно, что большая часть поля сосредоточена вне диэлектрической пластины. При малых коэффициентах заполнения ЧПР ( $\xi \rightarrow 0$ ) поле спадает при удалении от ПЛВ весьма слабо, так как коэффициент замедления волны близок к единице. При увеличении замедления (кривая 2) поле спадает быстрее, но все равно большая часть энергии волны распространяется в воздухе.

Таким образом, мы можем сделать вывод, что  $E_3$  - волна близка по своим свойствам к плоской Т – волне над металлической плоскостью. Индуктивный импеданс ЧПР делает эту волну замедленной. Поэтому формально она входит в дискретный спектр ПЛВ. Однако, ее замедление весьма мало и эта волна будет неустойчивой: она легко связывается с волнами непрерывного спектра и излучается в свободное пространство на всех нерегулярностях. Также данную волну трудно возбудить, поскольку в силу очень малого замедления, переносимая ею мощность велика. При  $U \rightarrow 1$  она

стремится к бесконечности. Поэтому с практической точки зрения анализируемая волна не представляет опасности, а ПлВ с индуктивной ЧПР является многоволновой структурой лишь формально. По существу,  $E_3$  - волна не нарушает одноволновый режим ПлВ.

Перейдем к анализу нечетных волн ПлВ. Среди них выделяется уже упоминавшаяся  $E_2$  - волна. Частотная зависимость ее коэффициента замедления показана на рис. 2.3.5. Параметры при которых получены кривые 1 – 4 приведены выше. Кривые 1 – 4 соответствуют  $\xi = 0.275, 0.5, 0.725, 0.95$ .

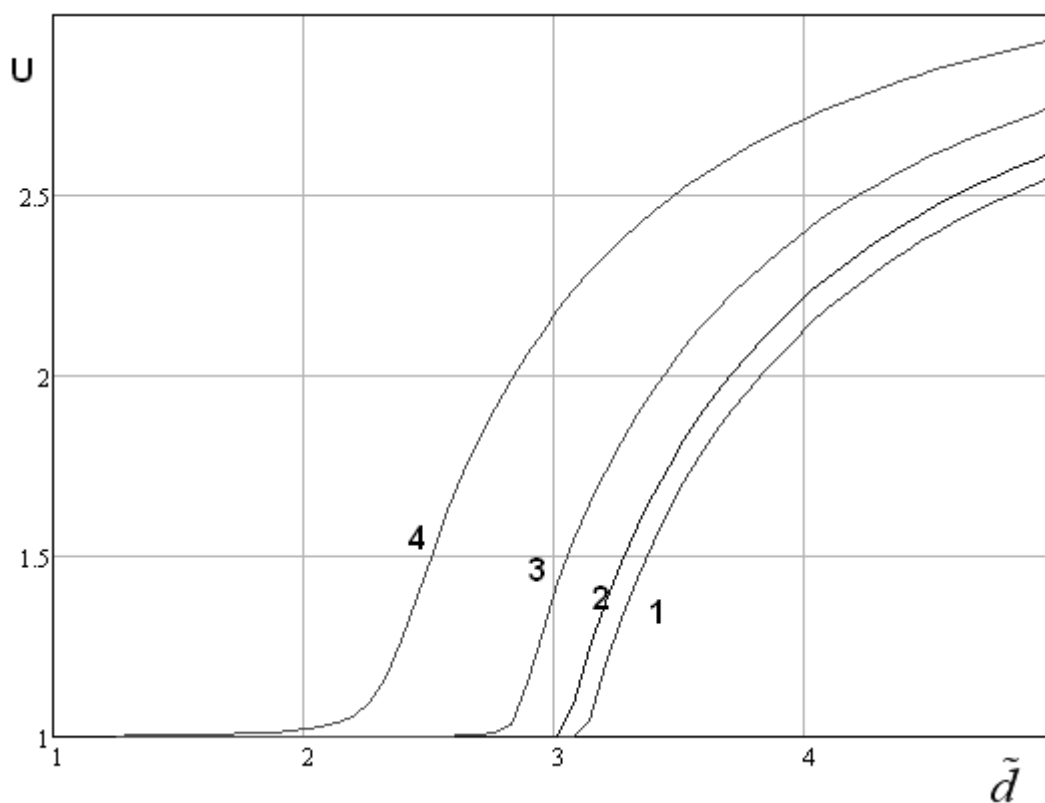
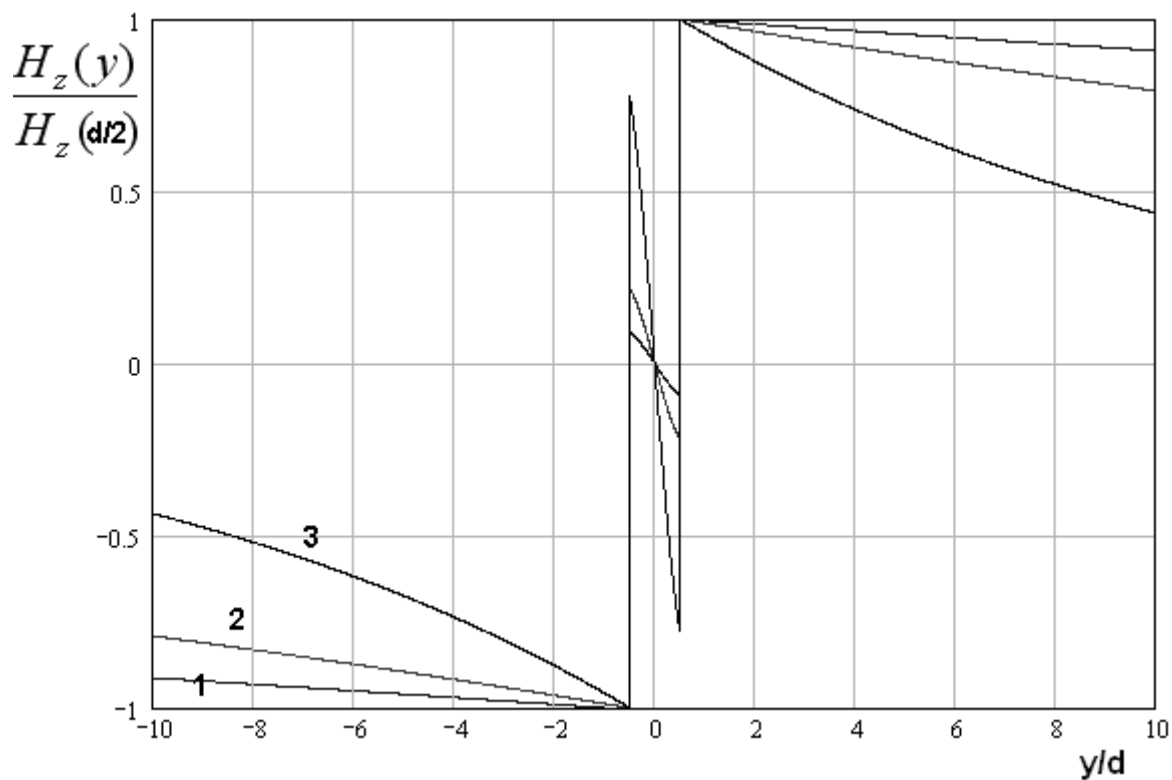


Рис. 2.3.5. Частотная зависимость коэффициента замедления  $E_2$  - волны

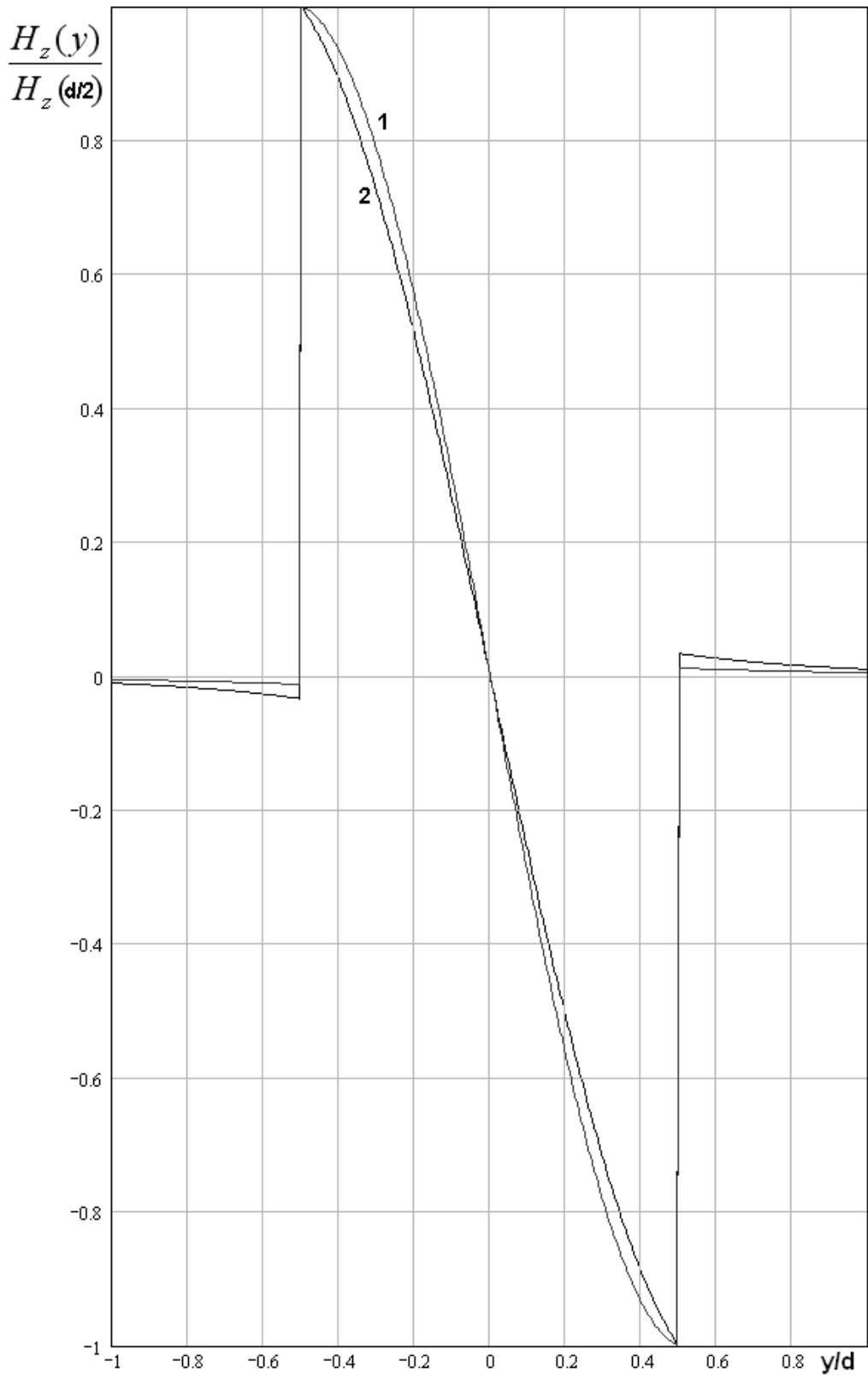
Формально данная волна также не имеет критической частоты. Однако, для нее можно выделить область, в которой ее коэффициент замедления мало отличается от единицы, то есть волна является слабо замедленной и аналогично  $E_3$  - волне не нарушает одноволновый режим. Из рис. 2.3.5

видно, что при  $\xi \rightarrow 0$  критическое значение параметра  $\tilde{d} = \tilde{d}_{c3}$  стремится к  $\pi$ . При увеличении  $\xi$  значение  $\tilde{d}_{c3}$  уменьшается.

Трансформацию распределения поля  $E_2$  - волны можно увидеть на рис. 2.3.6, на котором показана зависимость компоненты  $H_z(y)$ , нормированной на значение при  $y = d/2$  от безразмерной координаты  $y/d$ . Кривые 1 – 3 на рис. 2.3.6 а получены при  $\tilde{d} = 2.2$ . Они соответствуют  $\xi = 0.63, 0.79, 0.95$ . Кривые 1 и 2 на рис. 2.3.6 б получены при  $\tilde{d} = 3.46$ . Они соответствуют  $\xi = 0.63, 0.95$ .



а



б

Рис. 2.3.6. Распределение поля  $E_2$  - волн при  $\tilde{d} = 2.2$  и при  $\tilde{d} = 3.46$

Кривые на рис. 2.3.6 а получены при  $\tilde{d} < \tilde{d}_{c3}$ . В этой области волна является слабо замедленной. Ее поле преимущественно существует вне диэлектрика. В этом низкочастотном диапазоне  $E_2$  - волна близка к Т – волне над металлической плоскостью. Она напоминает  $E_3$  - волну. Однако, компонента  $H_z(y)$  у нее имеет разные знаки по разные стороны от пластины, в то время как у  $E_3$  - волны поле имеет одинаковые знаки. В области  $\tilde{d} < \tilde{d}_{c3}$  увеличение параметра  $\xi$  увеличивает коэффициент замедления волны, что выражается в большей концентрации ее поля в диэлектрической пластине.

В области  $\tilde{d} > \tilde{d}_{c3}$  (см. рис. 2.3.6 б) поведение  $E_2$  - волны существенно меняется. Удельная доля мощности, переносимой в свободном пространстве резко снижается. Поле почти полностью концентрируется в диэлектрике. Оно слабо зависит от коэффициента заполнения ЧПР  $\xi$ . При этом при  $\xi \rightarrow 1$  концентрация поля в пластине пусть незначительно, но снижается. Таким образом,  $E_2$  - волна трансформируется в волну, близкую по структуре в волне закрытого ПВ, у которой поле во внешнем пространстве отсутствует. Естественно, что полная трансформация наступает в предельном случае, когда ЧПР вырождается в однородную металлическую пленку.

Такое поведение  $E_2$  - волны подтверждается тем, что кривая 1 на рис. 2.3.5 описывается формулой

$$U = \sqrt{1 - \left( \frac{\pi}{kd\sqrt{\varepsilon}} \right)^2}, \quad (2.3.2)$$

Которая совпадает с формулой для коэффициента замедления соответствующей волны ПВ.

Интересно, однако, что при приближении коэффициента замедления  $E_2$  - волны к единице перехода в волну ПВ, не имеющую внешнего поля, не



наблюдается. Коэффициент замедления не становится меньше единицы, а остается немного большим данного значения. Таким образом, критическое значение параметра  $\tilde{d}_{c3}$  делит частотный диапазон на две части. В высокочастотном поддиапазоне  $E_2$  - волна имеет свойства, сближающие ее с «внутренней» волной ПВ, а в низкочастотной части диапазона она имеет свойства близкие к свойствам Г – волны над металлическим экраном.

Таким образом, мы видим, что в ПЛВ с индуктивными ЧПР существуют три  $E$  - волны, формально не имеющие частот отсечки. С практической точки зрения частотой отсечки следует считать частоту, которая получается из условия  $\tilde{d} = \tilde{d}_{c3}$  для  $E_2$  - волны. На высоких частотах эта волна имеет достаточно большой коэффициент замедления и ее возбуждение может существенно нарушать функционирование устройств, работающих на основной  $E_1$  - волне.

В ПЛВ с индуктивными изотропными ЧПР существуют также волны, имеющие частоты отсечки. Уравнения, описывающие критические частоты четных  $E$  – волн нетрудно получить из (2.1.29), полагая в первом множителе  $\gamma = k$ :

$$\sin k \frac{d}{2} \sqrt{\varepsilon - 1} = 0. \quad (2.3.3)$$

Аналогично для нечетных  $E$  – волн имеем:

$$\cos k \frac{d}{2} \sqrt{\varepsilon - 1} = 0. \quad (2.3.4)$$

Из уравнения (2.3.3) находим критические значения параметра  $\tilde{d}$ :

$$\tilde{d}_{cn} = \pi(n - 3), \quad n = 5, 7, 9, \dots \quad (2.3.5)$$

Аналогично для нечетных волн:

$$\tilde{d}_{cn} = \pi + \pi(n - 4), \quad n = 4, 8, 10, \dots \quad (2.3.6)$$

В соотношениях (2.3.5) и (2.3.6) под  $n$  мы понимаем номер E – волны. Поэтому наименьшее значение  $\tilde{d}_c$  для четных волн имеет  $E_5$  - волна. Оно равно  $2\pi$ . Для нечетных волн наименьшее значение  $\tilde{d}_c$  имеет  $E_4$  - волна, у которой  $\tilde{d}_{c4} = \pi$ .

Частотная зависимость коэффициента замедления  $E_4$  - волны показана на рис. 2.3.7.

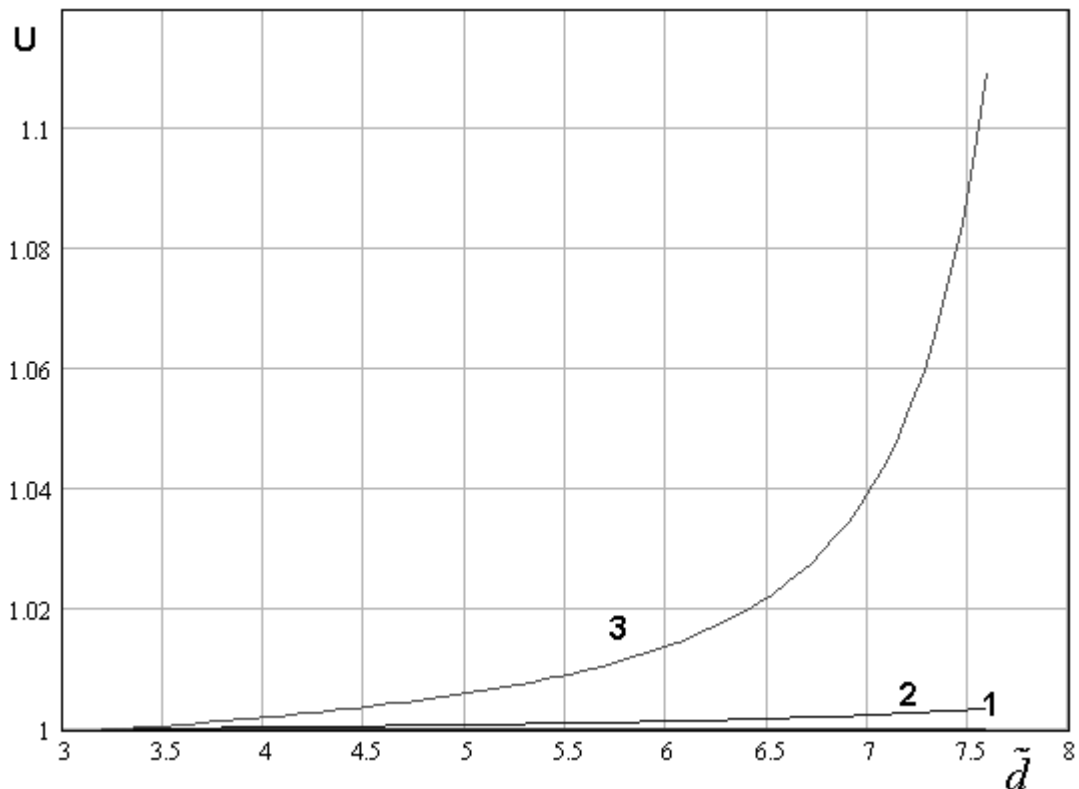


Рис. 2.3.7. Частотная зависимость коэффициента замедления  $E_4$  - волны

Кривые 1 – 3 получены для  $d = 2$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $P = 0.5$ . Они соответствуют  $\xi = 0.5, 0.725, 0.95$ . Видно, что на начальном участке коэффициент замедления волны мало отличается от единицы. Затем следует достаточно резкий его рост. Такое поведение коэффициента замедления в целом характерно для E – волн, особенно при достаточно большой проницаемости диэлектрической пластины [20].

Таким образом, мы можем сделать вывод, что наиболее опасным высшим типом волны является  $E_2$  - волна, имеющая наибольшее замедление из всех высших типов волн ПлВ с индуктивными ЧПР. Здесь необходимо сделать одно важное замечание, которое относится только к четным  $E$  – волнам. Мы рассматривали выше симметричный ПлВ с двумя одинаковыми ЧПР на поверхностях. Однако, из принципа зеркального изображения [52] следует, что свойства четных  $E$  – волн не изменятся, если в плоскость симметрии структуры ввести идеальную электрическую стенку. Вводя электрическую стенку, мы получаем несимметричный ПлВ, который имеет толщину  $d/2$ . На одной из его поверхностей расположена ЧПР, а на другой металлический экран. Как отмечалось выше, волны в таком ПлВ совпадают с четными волнами симметричного ПлВ толщиной  $d$ . Описанный выше несимметричный волновод принято называть зеркальным волноводом.

Хотя металлический экран не влияет на свойства четных волн, он подавляет нечетные волны, которые в плоскости симметрии удовлетворяют условиям на магнитной стенке. Они не могут существовать в зеркальном ПлВ. Поэтому в нем наиболее опасным высшим типом волны будет волна аналогичная  $E_3$  - волне.

Следует отметить, что зеркальный ПлВ с многих точек зрения удобнее симметричного ПлВ. Его можно разместить на металлическом основании и он имеет больший диапазон частот одноволнового режима. Поэтому на практике часто используют именно зеркальный ПлВ. К сожалению, создание зеркального ПлВ для  $H$  – волн затруднено отсутствием естественных магнитных проводников. Искусственные магнитные стенки, которые обсуждаются в литературе [73], имеют узкую полосу и отличаются сравнительно большими тепловыми потерями. Также их достаточно технологически сложно реализовать в ММД и СММД.

Интересно рассмотреть поведение затухания основной волны ПЛВ с изотропными индуктивными ЧПР. Типичный пример зависимости затухания  $\alpha$  от нормированной толщины пластины  $\tilde{d}$  показан на рис. 2.3.8.

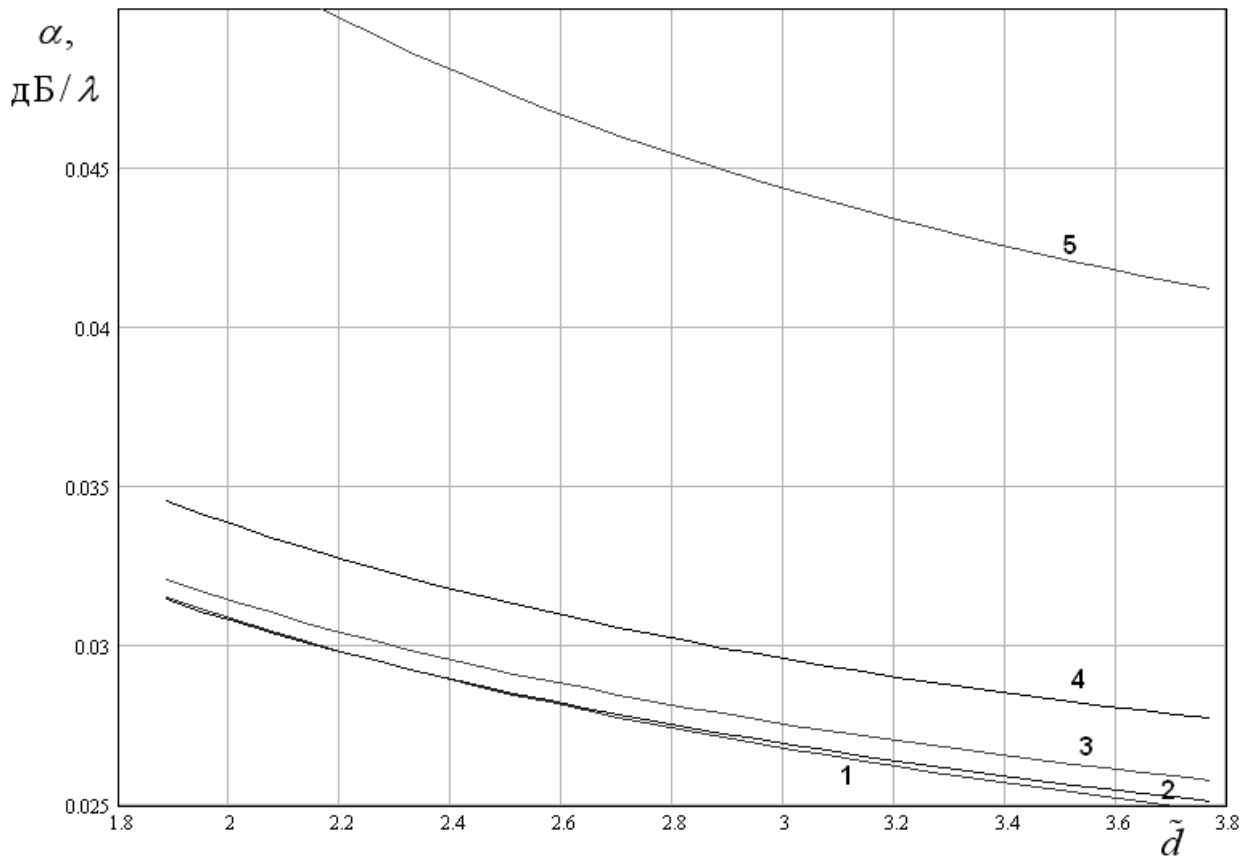


Рис. 2.3.8. Частотная зависимость затухания основной волны ПЛВ

Кривые 1 – 5 получены для  $P=0.5$ ,  $d=2$ ,  $\varepsilon=10$ , тангенса угла диэлектрических потерь  $tg\delta = 10^{-4}$ , проводимости металла равной проводимости меди, толщине металлизации  $t = 0.01$  и  $\xi=0.2, 0.5, 0.65, 0.8, 0.95$ . Затухание на рис. 2.3.8 показано в децибелах на длину волны в свободном пространстве. При малых  $\xi$  затухание слабо зависит от этого параметра. При этом оно близко к затуханию Т – волны ПВ. Видно, что при  $\xi \rightarrow \infty$  затухание достаточно резко растет. Такое поведение затухания объясняется тем, что при больших значениях  $\xi$  ленты, формирующие ЧПР становятся весьма узкими, что соответствует резко неравномерному

распределению электрических токов на них, которое приводит к росту тепловых потерь в ЧПР.

Интересно отметить, что затухание обусловленное потерями в ЧПР  $\alpha_a$  в несколько раз превышает затухание, обусловленное потерями в диэлектрике  $\alpha_d$ . Это хорошо видно из рис. 2.3.9, на котором показана частотная зависимость отношения  $\alpha_a / \alpha_d$ , построенная для  $\xi = 0.8$ .

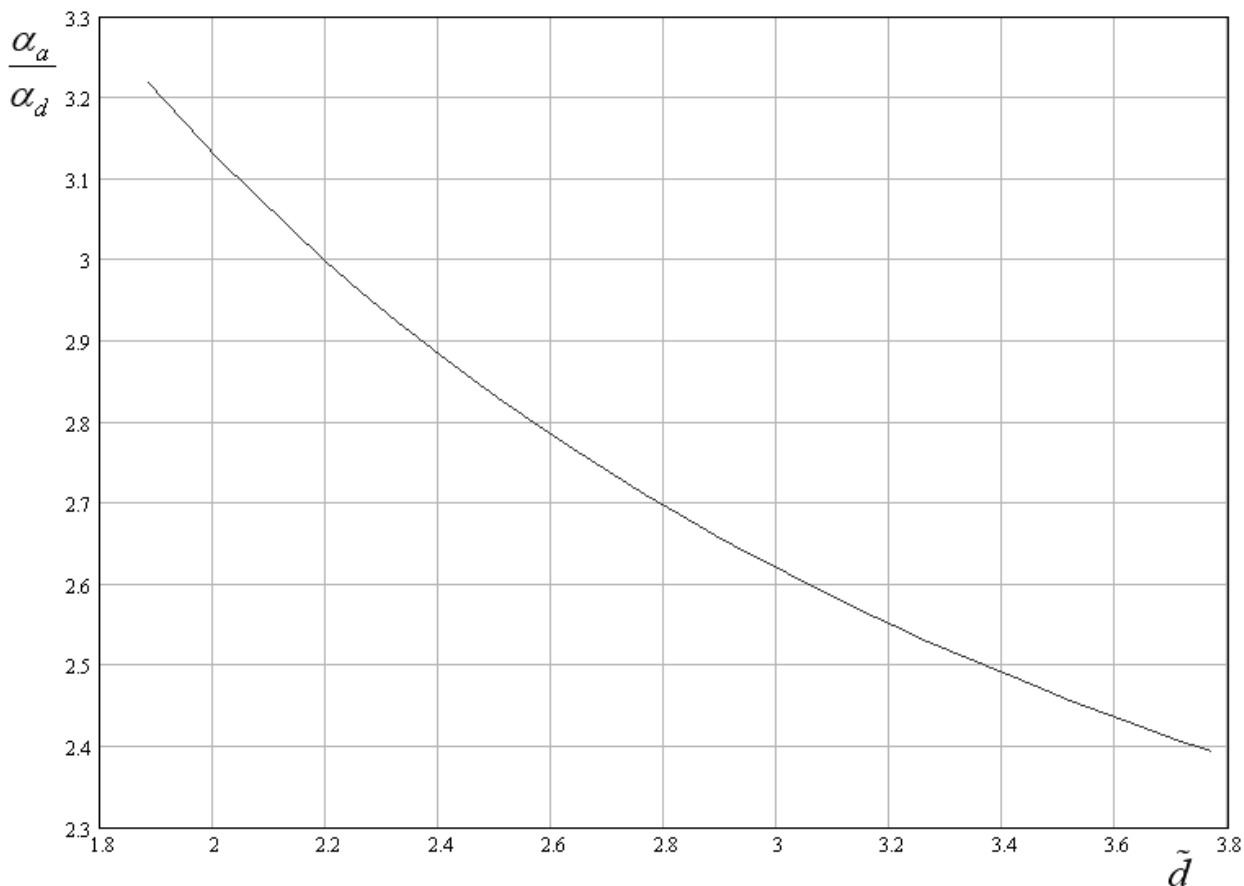


Рис. 2.3.9. Частотная зависимость отношения  $\alpha_a / \alpha_d$

Интересно, что с ростом частоты вклад затухания, обусловленного потерями в диэлектрике в общее затухание в ПлВ растет.

Подводя итог проведенному исследованию волн ПлВ с изотропными индуктивными ЧПР, мы можем еще раз повторить вывод, который уже формулировался выше. Индуктивная изотропная ЧПР не является эффективным инструментом управления свойствами основной волны ПлВ. Ее

коэффициент замедления, а, следовательно, и структура поля слабо меняются при изменении параметров решетки. При этом коэффициент замедления остается близким к коэффициенту замедления Т – волны ПВ равному  $\sqrt{\varepsilon}$ . Попытка изменить коэффициент замедления  $E_1$  - волны путем увеличения параметра  $\xi$  не дает требуемого эффекта. Она приводит лишь к существенному увеличению затухания волны. Кроме того, увеличение  $\xi$ , то есть применение ЧПР с узкими лентами, снижает критическую частоту  $E_2$  - волны и уменьшает рабочий диапазон ПлВ. Таким образом, с практической точки зрения из всех ПлВ с индуктивными ЧПР лучшими свойствами обладает предельный вариант такого ПлВ, а именно ПВ, образованный сплошными металлическими экранами, расположенными на поверхностях диэлектрической пластины.

Перейдем теперь к анализу Е – волн в ПлВ с емкостными изотропными ЧПР. Спектр волн ПлВ с емкостными ЧПР достаточно сильно отличается от спектра волн структуры с индуктивными решетками. Он похож на спектр диэлектрической пластины со свободными границами [71]. В нем отсутствуют волны аналогичные рассмотренным выше  $E_2$  и  $E_3$  - волнам, близким в Т – волнам над металлической плоскостью. Причина изменения спектра связана с отсутствием непрерывных токов проводимости, характерных для индуктивной ЧПР. В емкостной решетке они разрываются щелями, образующими замкнутые контура. Поэтому волны ПлВ в большей степени похожи на волны диэлектрической пластины без решеток, чем на волны ПВ, в котором токи свободно текут по металлическим экранам.

Основной является четная  $E_1$  - волна. Она единственная из волн ПлВ не имеет частоты отсечки. На рис. 2.3.10 показана зависимость ее коэффициента замедления  $U$  от нормированной толщины пластины  $\tilde{d}$ , являющаяся аналогом частотной зависимости. Кривые 1 – 5 получены при  $d = 1.5$ ,  $P = 1$ ,  $\varepsilon = 16$  и  $\xi = 0.3, 0.56, 0.69, 0.82, 0.95$ . Отметим, что параметр  $\xi$  для

емкостной ЧПР имеет обратный смысл, чем для индуктивной. Так раньше случай  $\xi = 0$  соответствовал вырождению индуктивной ЧПР в сплошную металлизацию, то теперь, наоборот, он соответствует отсутствию емкостной решетки. Аналогично, если раньше случай  $\xi = 1$  означал отсутствие индуктивной ЧПР, то теперь он соответствует преобразованию емкостной решетки в сплошной проводящий экран.

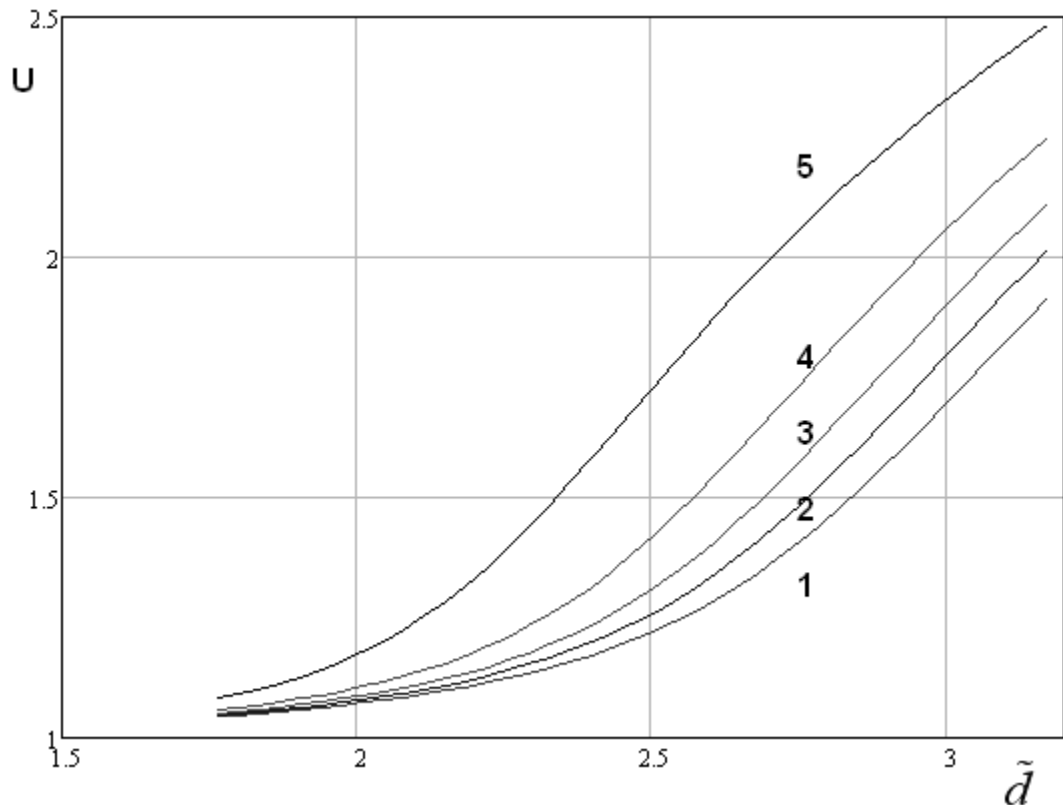


Рис. 2.3.10. Частотная зависимость коэффициента замедления  $E_1$  - волны

Верхняя граница изменения параметра  $\tilde{d}$  на рис. 2.3.10 равна  $\pi$ . Такое ограничение связано с тем, что данное значение нормированной толщины пластины является критическим для  $E_2$  - волны. Из рис. 2.3.10 видно, что в некотором диапазоне изменения  $\tilde{d}$  решетка достаточно сильно меняет коэффициент замедления волны. Для оценки эффективности управления этим параметром удобно ввести, так называемую, эффективную проницаемость  $\mathcal{E}_e$ :

$$\varepsilon_e = \frac{U_a^2}{U_0^2}, \quad (2.3.7)$$

где  $U_a$  - коэффициент замедления в ПлВ емкостной решеткой, а  $U_0$  - коэффициент замедления волны в диэлектрической пластине без решеток. Видно, что параметр  $\varepsilon_e$  позволяет оценить эффективность изменения оптических свойств области ПлВ с решетками по отношению к области без решеток.

На рис. 2.3.11 показана частотная зависимость  $\varepsilon_e$ . Как обычно вместо частоты мы используем нормированную толщину подложки. Кривые 1 – 4 получены для параметров ПлВ приведенных выше за исключением того, что  $\xi = 0.23, 0.59, 0.77, 0.95$ .

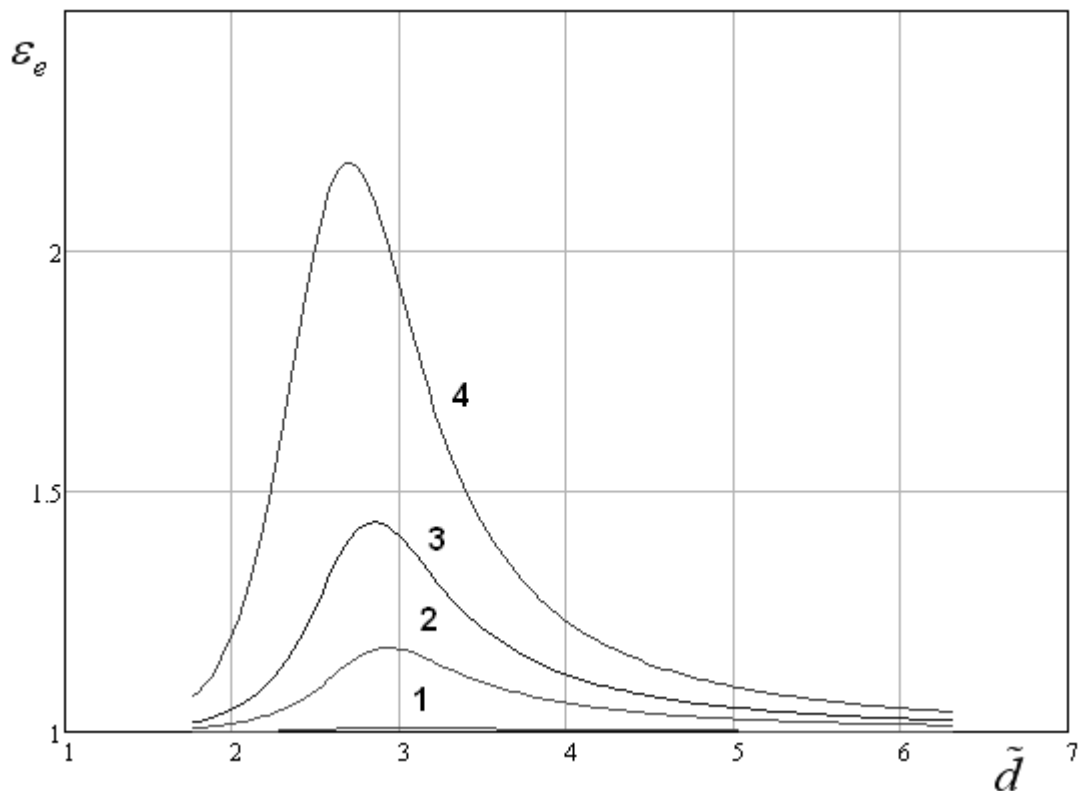


Рис. 2.3.11. Частотная зависимость эффективной проницаемости

Важным для практического использования ПлВ фактом является наличие максимума частотной зависимости  $\varepsilon_e$ . Во-первых, в районе этого



максимума достигается максимальная эффективность управления свойствами ПЛВ. Во-вторых, в его окрестности наблюдается минимальная зависимость  $\varepsilon_e$  от частоты.

Следует также отметить, что с точки зрения построения планарных линз на основе ПЛВ с изотропными ЧПР важным фактором является возможность достижения значений эффективной проницаемости большей 2. При  $\varepsilon_e > 2$  «традиционные» линзы могут иметь достаточно малые фокусные расстояния и удовлетворять ограничениям на габариты в сравнительно низкочастотных диапазонах. Также возможность достижения значений  $\varepsilon_e$  порядка 2 интересна для построения градиентных линз Люнеберга.

Структура поля  $E_1$  - волны изображена на рис. 2.3.12.

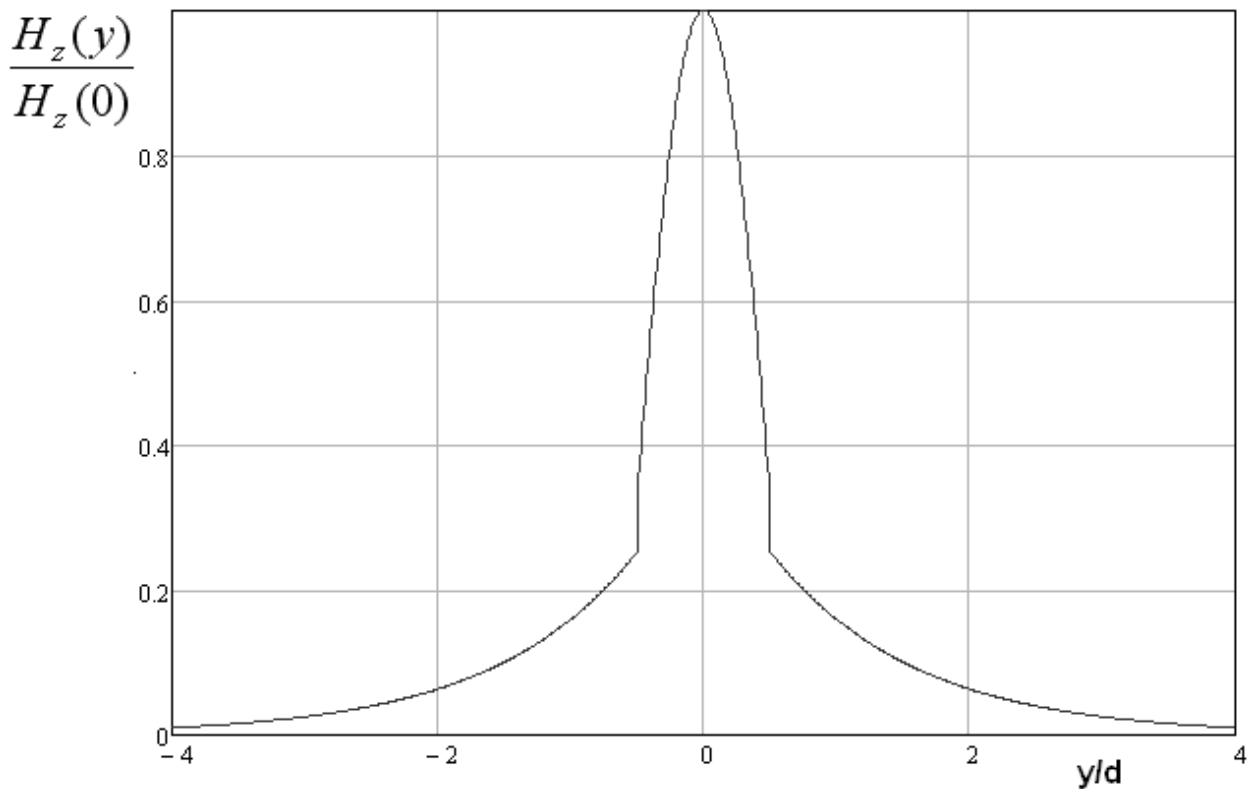


Рис. 2.3.12. Распределение поля  $E_1$  - волны

Кривая на рис. 2.3.12 получена при  $d = 1$ ,  $P = 1.5$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $f = 42$  ГГц и  $\xi = 0.97$ . Магнитное поле нормировано на максимальное значение,

которое оно достигает при  $y = 0$ . По оси абсцисс отложена координата  $y$  нормированная на толщину пластины  $d$ .

Видно, что магнитное поле имеет разрывы при  $y/d = \pm 0.5$ , то есть на поверхностях пластины, на которых находятся ЧПР. В остальном поле аналогично полю  $E_1$  - волны диэлектрической пластины. Оно экспоненциально спадает при удалении от ее поверхностей, а внутри диэлектрика описывается тригонометрической функцией.

Рассмотрим подробнее поведение ПЛВ в окрестности максимума эффективной проницаемости. Для количественной оценки его характеристик введем следующие параметры: максимальное значение эффективной проницаемости  $\epsilon_m$ , значение нормированной толщины пластины, при котором наблюдается максимум  $\tilde{d}_0$ , относительная ширина полосы частот, в которой эффективная проницаемость близка к максимальному значению  $\delta f$ .

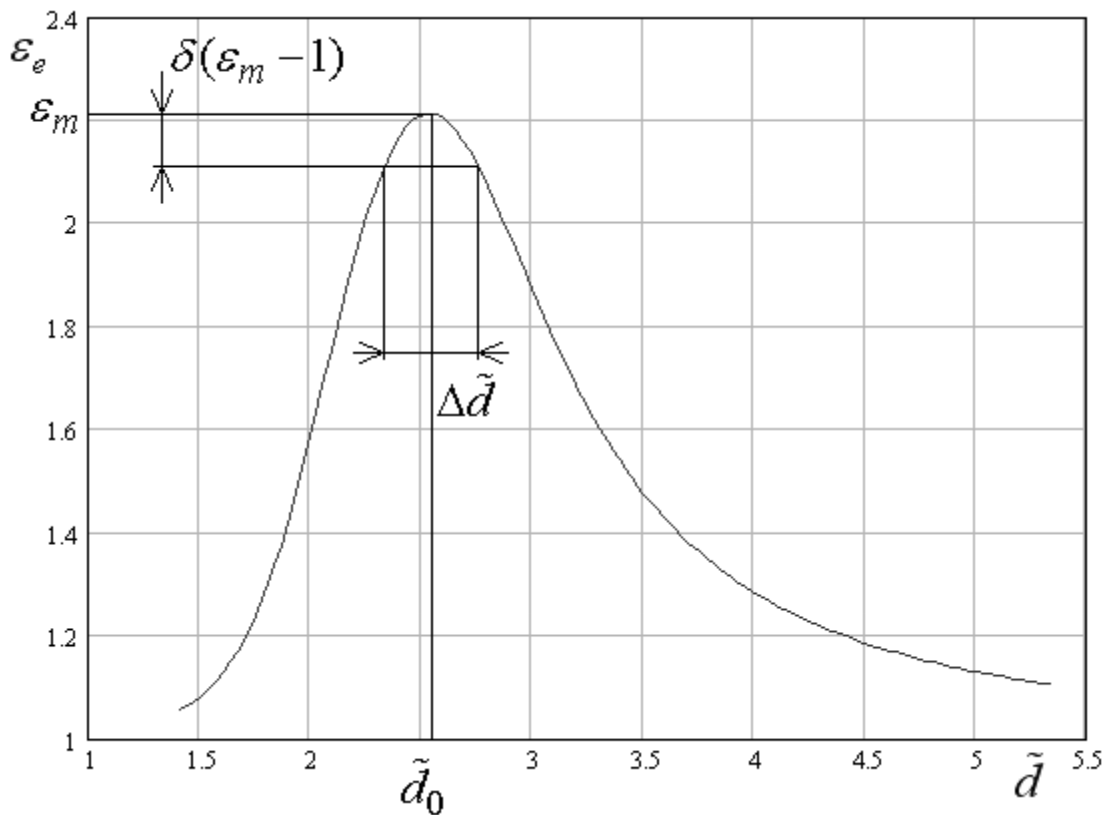


Рис. 2.3.13. Определение параметров ПЛВ

Введенные параметры поясняются на рис. 2.3.13. В наибольших комментариях нуждается определение относительной полосы частот  $\delta f$ . Она задается исходя из допустимой вариации параметра  $\varepsilon_m - 1$ , так как именно отличие эффективной проницаемости от единицы, а не абсолютное ее значение, характеризует степень влияния ЧПР на свойства ПлВ. Допустимое изменение указанной выше величины задается с помощью малого параметра  $\delta$ . Мы положили его равным 0.05.

После определения параметра  $\delta$  нетрудно найти абсолютное значение рабочего диапазона изменения  $\tilde{d} - \Delta\tilde{d}$ . Относительная полоса частот определяется следующим образом:

$$\delta f = \frac{\Delta\tilde{d}}{\tilde{d}_0}. \quad (2.3.8)$$

Исследуем на первом этапе характер зависимости  $\tilde{d}_0$  от параметров ПлВ. Одной из наиболее интересных закономерностей является то, что  $\tilde{d}_0$ , а также как будет показано ниже, и параметры  $\varepsilon_m$  и  $\delta f$  зависят только от отношения  $\beta$ :

$$\beta = \frac{P}{d}. \quad (2.3.9)$$

Если параметр  $\beta$  фиксирован, то  $\tilde{d}_0$  не зависит, например, от толщины пластины. На рис. 2.3.14 показана зависимость  $\tilde{d}_0$  от параметра  $\xi$ . Сплошная кривая, точки и кружки получены при  $d = 0.5, 1.0, 1.5$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $\beta = 1.25$ . Видно, что с очень хорошей точностью значения  $\tilde{d}_0$  совпадают для всех толщин пластины.

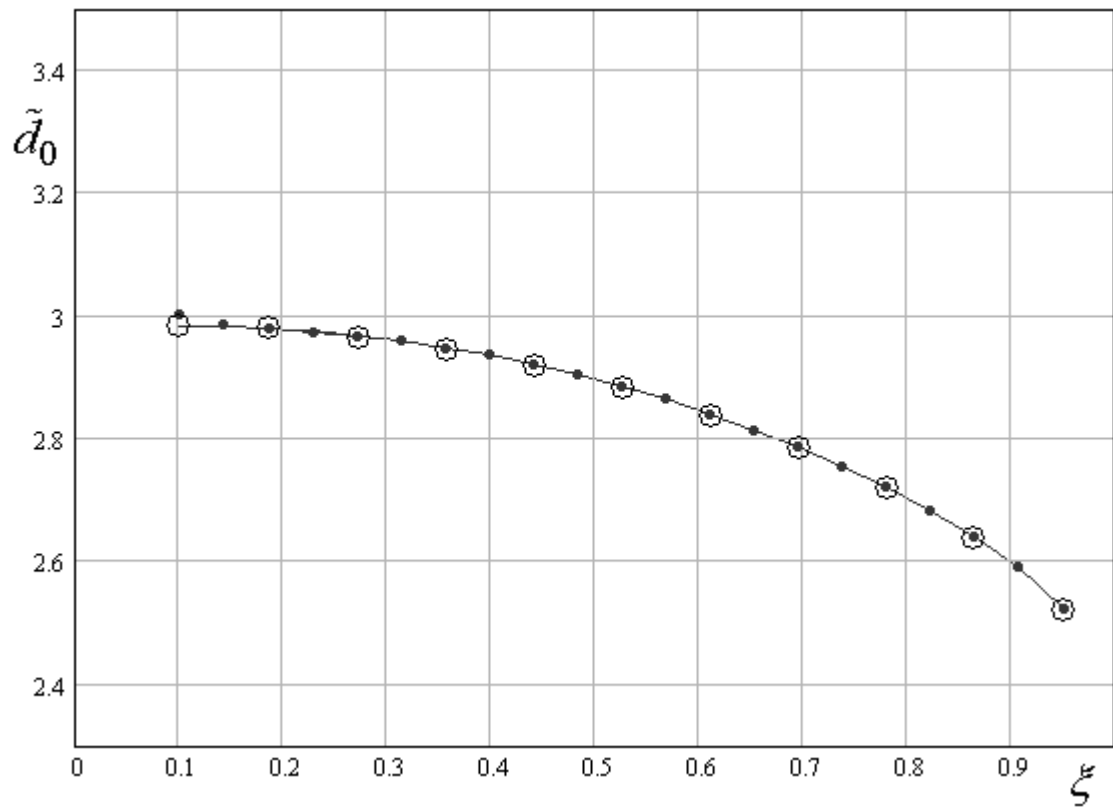


Рис. 2.3.14. Зависимость параметра  $\tilde{d}_0$  от  $\xi$  при разных значениях  $d$

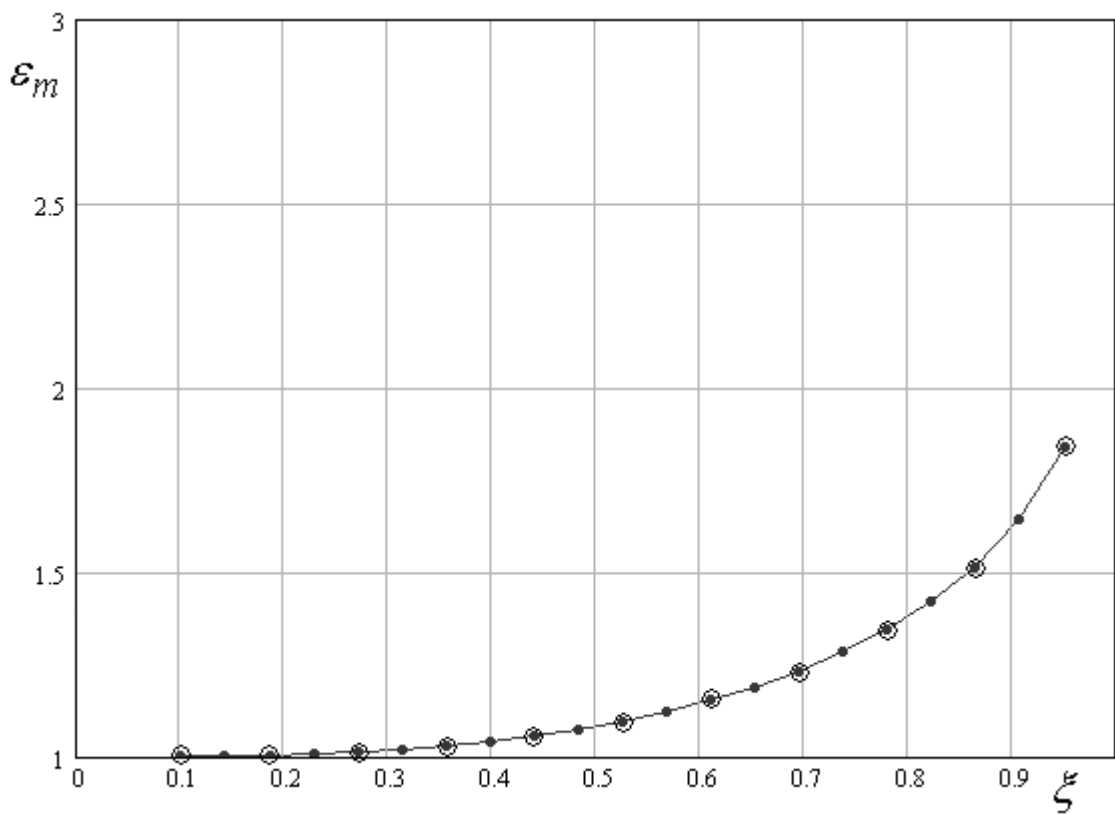


Рис. 2.3.15. Зависимость эффективной проницаемости от параметра  $\xi$

Аналогичная зависимость эффективной проницаемости от параметра  $\xi$ , доказывающая приведенное выше утверждение относительно ее независимости от толщины подложки, представлена на рис. 2.3.15. Сплошная кривая, точки и кружки получены при  $\varepsilon = 10$ ,  $\beta = 0.8$ ,  $d = 0.5, 1.0, 1.5$ .

Диэлектрическая проницаемость подложки и параметр  $\beta$  сравнительно слабо влияют на величину  $\tilde{d}_0$ . На рис. 2.3.16 показана зависимость параметра  $\tilde{d}_0$  от  $\xi$ . Кривые 1 – 4 получены при  $\varepsilon = 5, 10, 15, 20$ ,  $\beta = 1.25$ ,  $d = 1.0$ . На рис. 2.3.17 также показана зависимость параметра  $\tilde{d}_0$  от  $\xi$ , но уже при разных значениях  $\beta$ . Кривые 1 – 3 получены при  $\varepsilon = 10$ ,  $\beta = 0.4, 0.8, 1.2$ ,  $d = 1.5$ . Видно, что относительные изменения  $\tilde{d}_0$  не превышают 10% при изменении диэлектрической проницаемости от 5 до 20, то есть в весьма широком диапазоне.

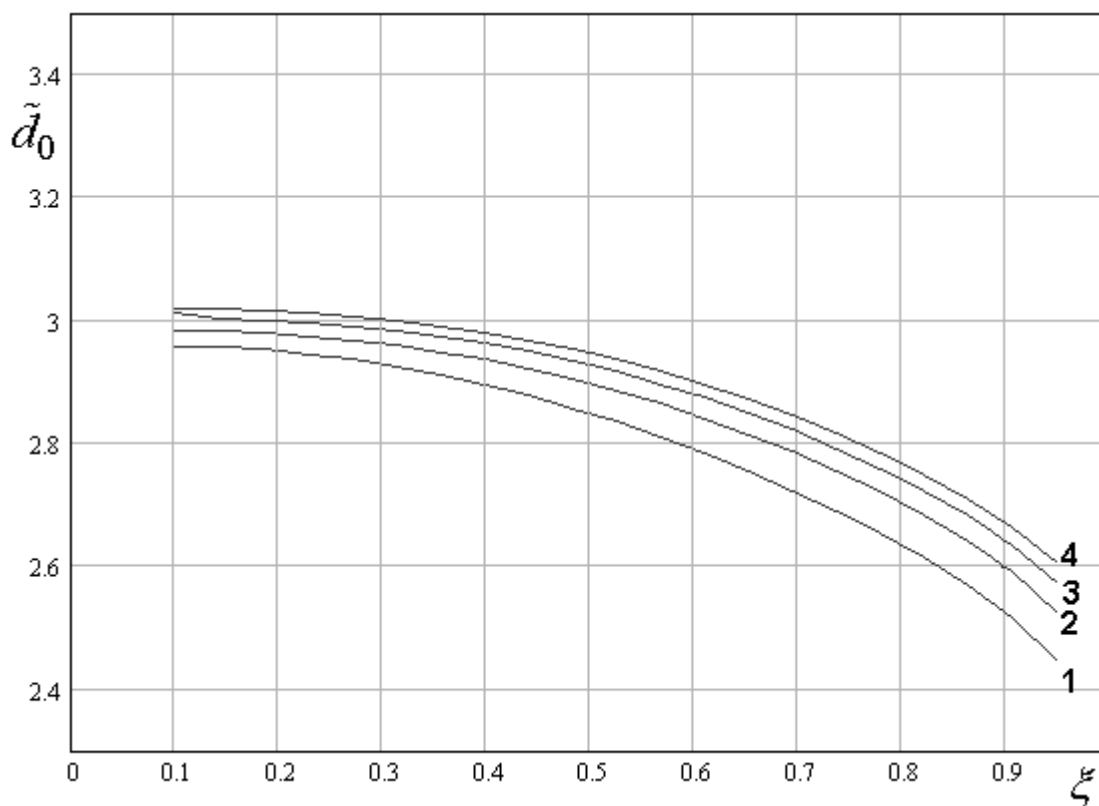


Рис. 2.3.16. Зависимость параметра  $\tilde{d}_0$  от  $\xi$  при разных значениях  $\varepsilon$

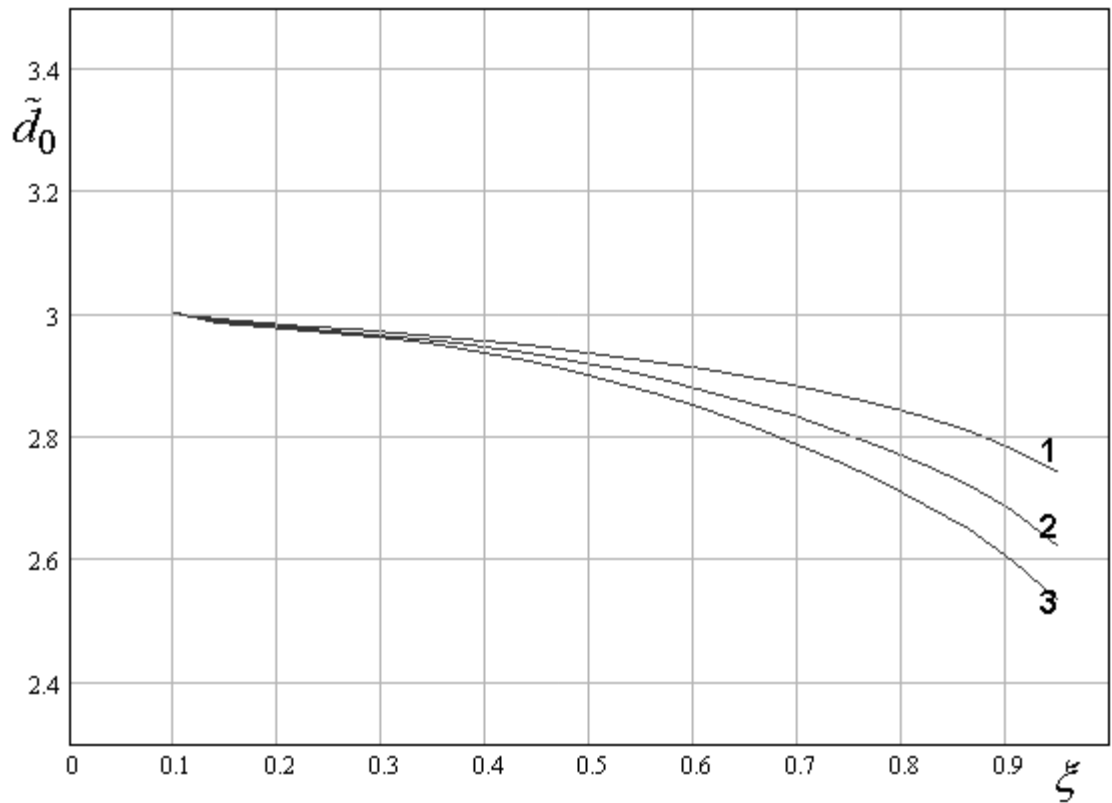
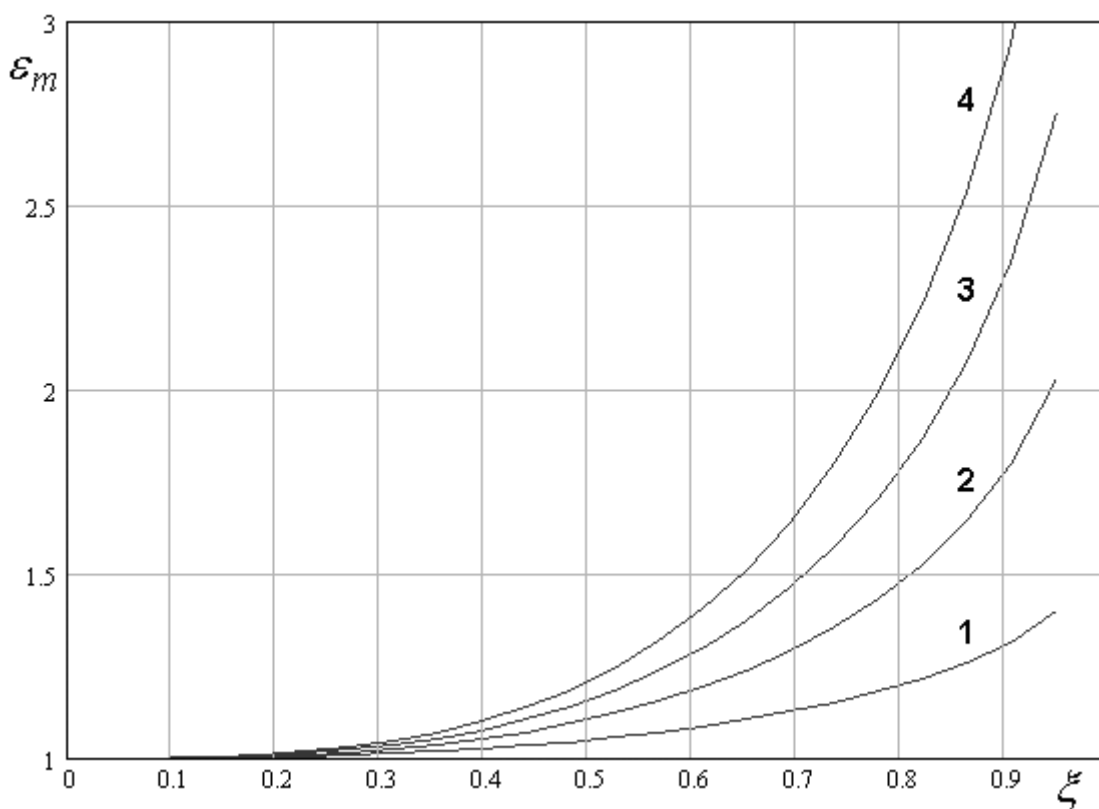


Рис. 2.3.17. Зависимость параметра  $\tilde{d}_0$  от  $\xi$  при разных значениях  $\beta$

В отличие от частоты, на которой достигается максимум эффективной проницаемости (она определяется  $\tilde{d}_0$ ), максимальное значение проницаемости  $\mathcal{E}_m$  существенно зависит от  $\varepsilon$ . На рис. 2.3.17 показана зависимость эффективной проницаемости от параметра  $\xi$ . Кривые 1 – 4 получены для  $\varepsilon = 5, 10, 15, 20$ ,  $\beta = 1$ ,  $d = 1$ . Видно, что увеличение проницаемости подложки существенно увеличивает эффективную проницаемость.

Также к увеличению эффективной проницаемости приводит увеличение параметра  $\beta$ . Это видно из рис. 2.3.18, на котором показана зависимость  $\mathcal{E}_e$  от параметра  $\xi$  при разных значениях  $\beta$ . Кривые 1 – 3 получены при  $\varepsilon = 10$ ,  $\beta = 0.4, 0.8, 1.2$ ,  $d = 1.5$ .

Зависимости относительной полосы частот  $\delta f$  от диэлектрической проницаемости подложки и отношения периода ЧПР к ее толщине  $\beta$  противоположны аналогичным зависимостям эффективной диэлектрической проницаемости. При увеличении диэлектрической проницаемости подложки и увеличении параметра  $\beta$  относительная полоса частот уменьшается.



*Рис. 2.3.17. Зависимость эффективной проницаемости от параметра  $\xi$  при разных значениях  $\varepsilon$*

Степень зависимости относительной полосы частот от  $\varepsilon$  и  $\beta$  можно увидеть из рис. 2.3.19 и 2.3.20. На рис. 2.3.19 показана зависимость  $\delta f$  от параметра  $\xi$  при разных значениях  $\beta$ . Кривые 1 – 3 получены для  $\varepsilon = 10$ ,  $\beta = 0.4, 0.8, 1.2$ ,  $d = 1.5$ . На рис. 2.3.20 показана зависимость  $\delta f$  от параметра  $\xi$  при разных значениях  $\varepsilon$ . Кривые 1 – 4 получены для  $\varepsilon = 5, 10, 15, 20$ ,  $\beta = 1$ ,  $d = 1$ .

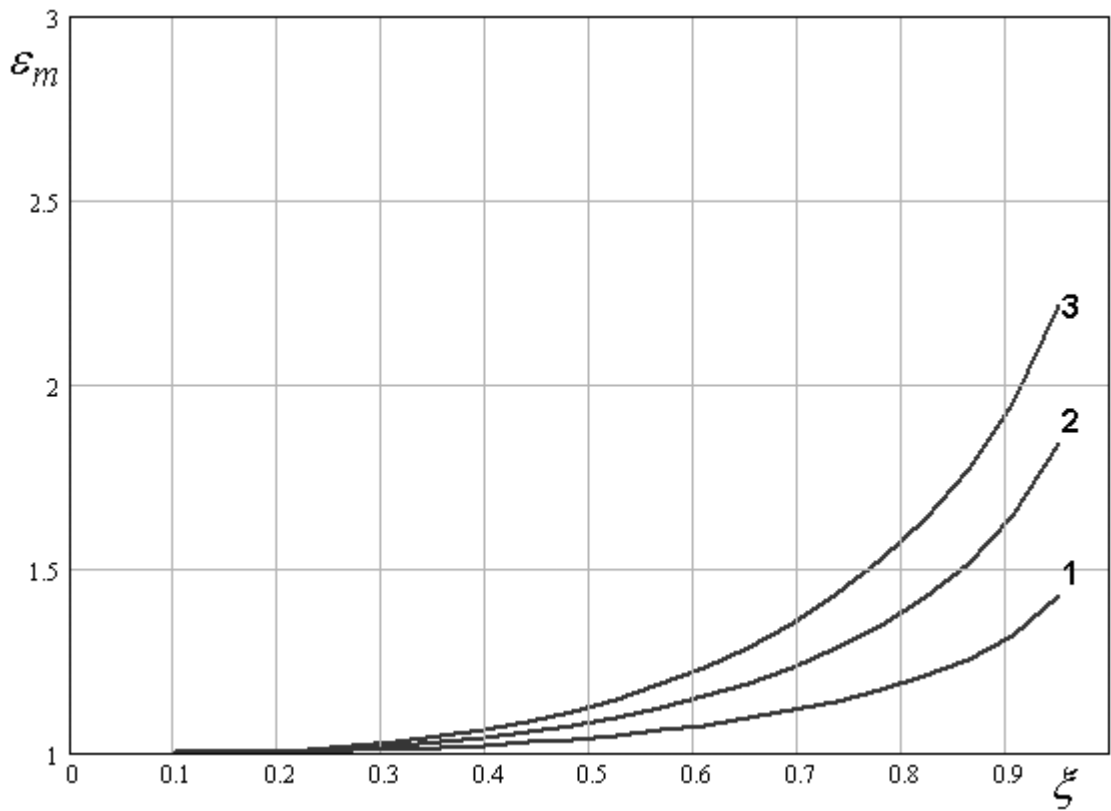


Рис. 2.3.18. Зависимость эффективной проницаемости от параметра  $\xi$  при разных значениях  $\beta$

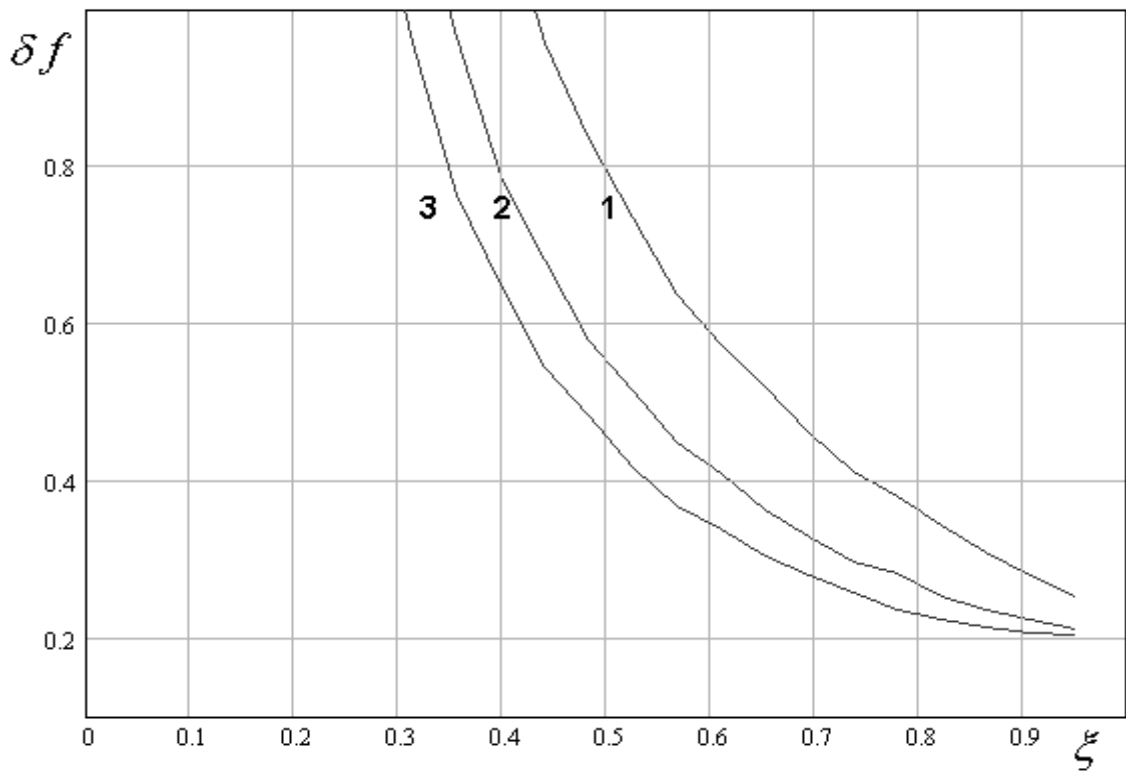


Рис. 2.3.19. Зависимость относительной полосы частот от параметра  $\xi$  при разных значениях  $\beta$



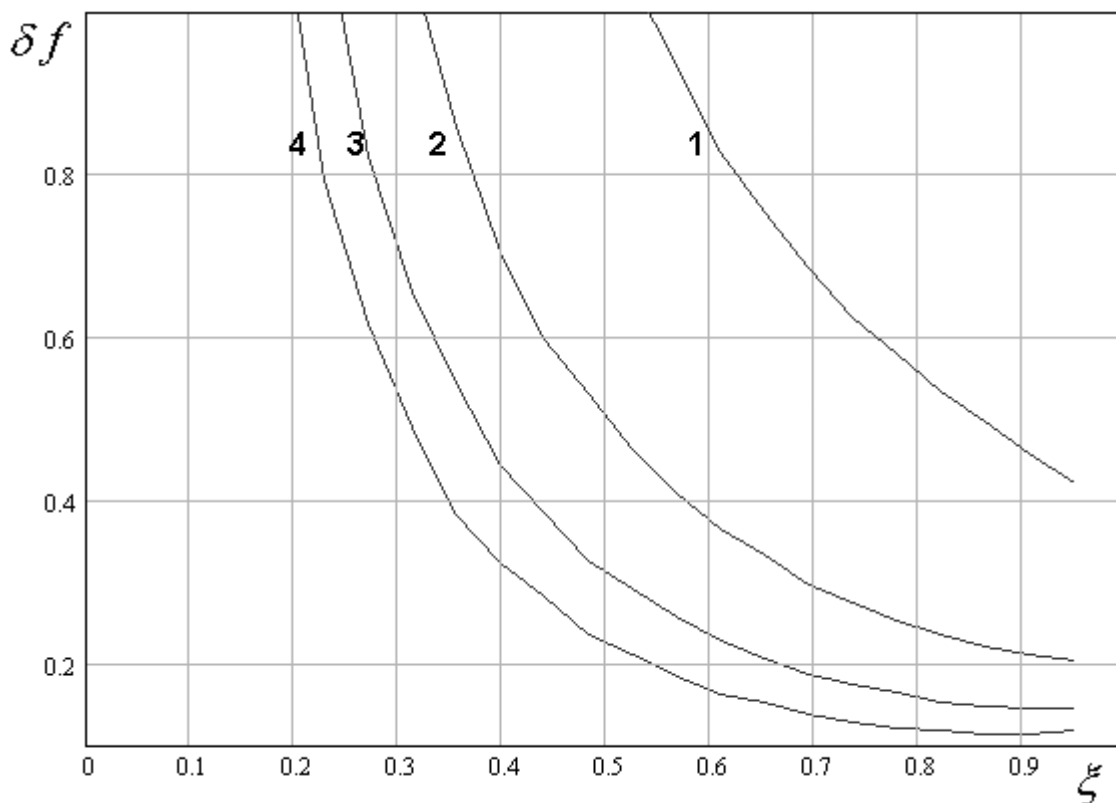


Рис. 2.3.20. Зависимость относительной полосы частот от параметра  $\xi$  при разных значениях  $\varepsilon$

Из рис. 2.3.17 – 2.3.20 видно, что параметры  $\beta$  и  $\varepsilon$  влияют на эффективную проницаемость и относительную полосу частот противоречивым образом. Увеличение  $\beta$  и  $\varepsilon$  увеличивает эффективную проницаемость и уменьшает полосу частот при постоянном значении  $\xi$ .

Наличие противоречия, или как принято называть его в теории оптимизации по совокупности ПК [74], технического противоречия, удобно описывать в пространстве ПК. В нашем случае роль ПК выполняют максимальное значение эффективной проницаемости  $\varepsilon_m$  и относительная полоса частот  $\delta f$ . Первый параметр описывает возможность структуры управлять параметрами основной волны ПлВ. Вторым параметром характеризует полосу рабочих частот волновода.

Чтобы перейти в пространство ПК исключим параметр  $\xi$  и построим зависимость  $\varepsilon_m$  от  $\delta f$ . Эта зависимость имеет разный вид для разных значений параметров  $\beta, \varepsilon$ . Исследуем ее более подробно. Интересная закономерность обнаруживается при исследовании влияния на функцию  $\varepsilon_m(\delta f)$  параметра  $\beta$ .

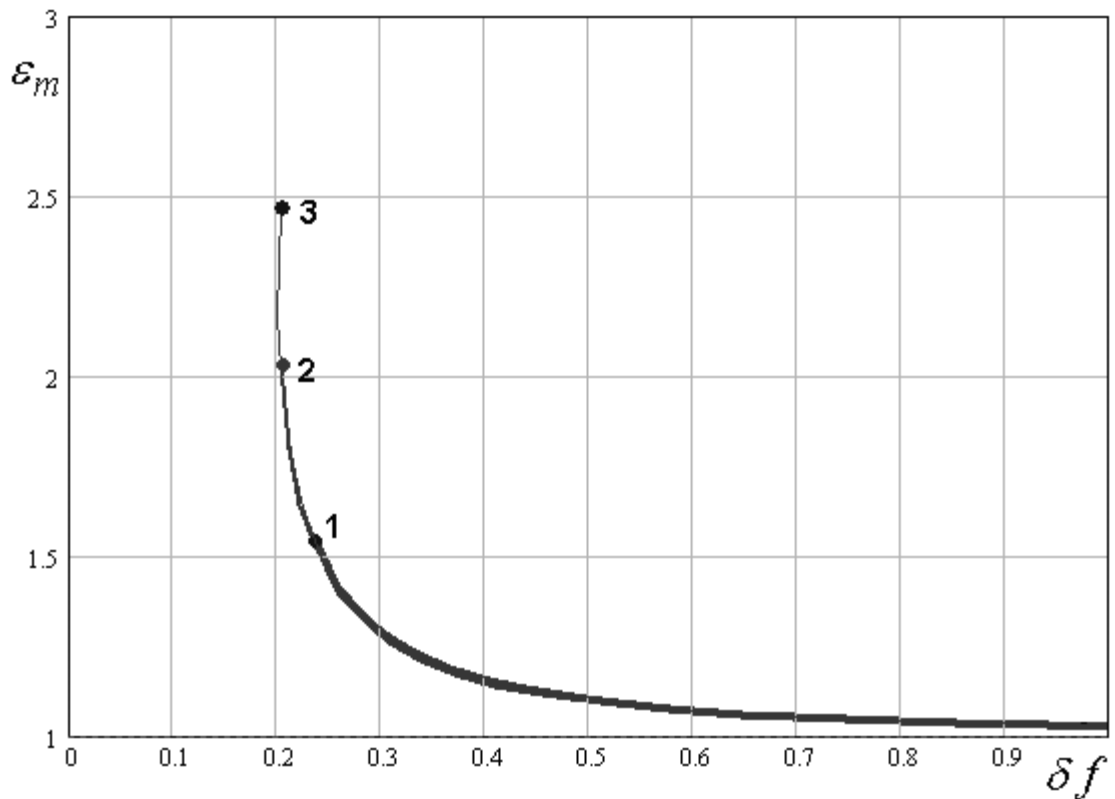


Рис. 2.3.21. Зависимость  $\varepsilon_m$  от  $\delta f$  при разных значениях  $\beta$

График указанной выше функции представлен на рис. 2.3.21. Расчеты проводились для  $\varepsilon=10$ ,  $d=1$ ,  $\beta=0.5, 1, 1.5$ . Было обнаружено, что получаемые при этом кривые практически полностью совпадают за исключением того, что при изменении  $\beta$  меняется достигаемое максимальное значение  $\varepsilon_m$ . Выбранным значениям  $\beta$  на рис. 2.3.21 соответствуют точки 1,2,3. Видно, что увеличение  $\beta$  позволяет достигать больших значениях эффективной проницаемости. Тем не менее, для оценки поведения структуры в пространстве показателей качества  $\varepsilon_m$  и  $\delta f$  нет

необходимости рассчитывать множество кривых. Достаточно рассчитать одну кривую при максимально допустимом значении  $\beta$ , так как кривые для меньших  $\beta$  совпадут с ней.

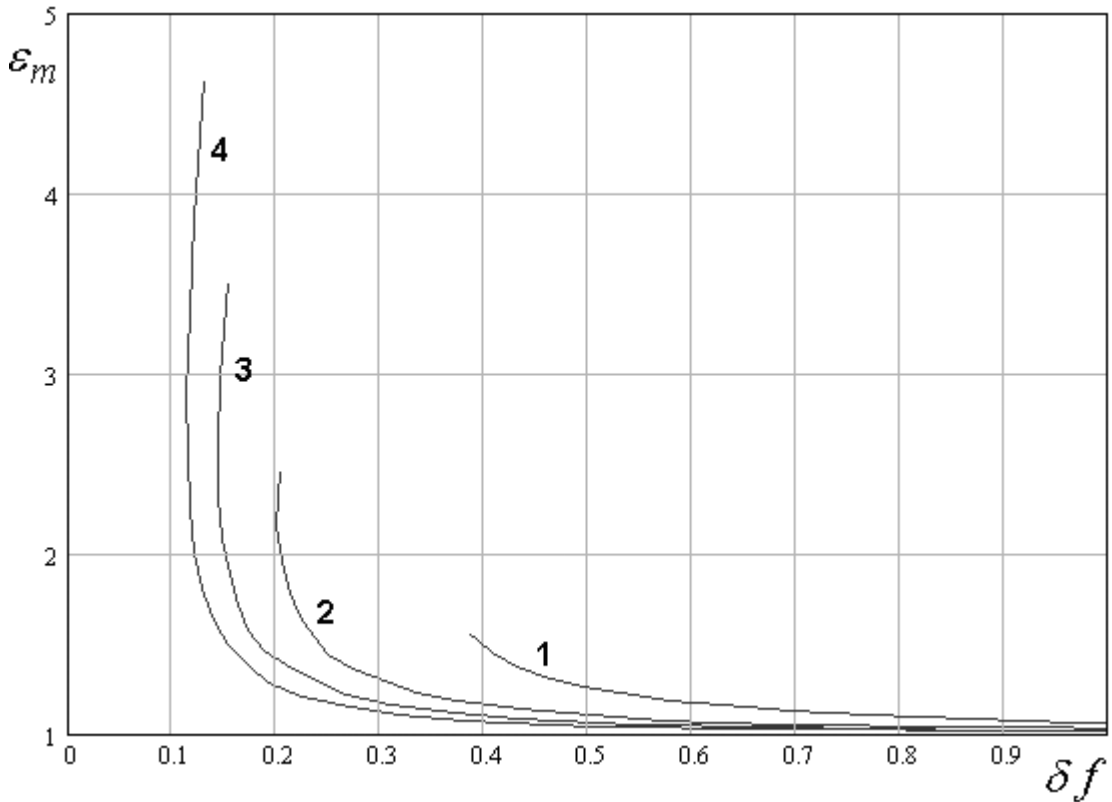


Рис. 2.3.22. Зависимость  $\varepsilon_m$  от  $\delta f$  при разных значениях  $\varepsilon$

На рис. 2.3.22 показана зависимость  $\varepsilon_m$  от  $\delta f$  при разных значениях диэлектрической проницаемости ПЛВ. Кривые 1 – 4 получены при  $\varepsilon = 5, 10, 15, 20$ ,  $d = 1$ ,  $\beta = 1.5$ . Видно, что изменение проницаемости подложки существенно меняет поведение кривых. Обращает на себя внимание, что при больших  $\varepsilon$  проявляется экстремум в зависимости  $\delta f$  от  $\varepsilon_m$ . Этот экстремум весьма размыт, но он явно существует.

Кривые, показанные на рис. 2.3.21 и 2.3.22 помогают оценить глубину, так называемого, технического противоречия [74], то есть ситуацию, в которой улучшение одного показателя качества ухудшает другой или другие. В нашем случае увеличение  $\varepsilon_m$  приводит к уменьшению  $\delta f$  и наоборот.

Продолжим исследование основной Е – волны ПлВ с емкостными ЧПР анализом ее затухания. Оно рассчитывалось по соотношениям приведенным в разд. 2.1. На рис. 2.3.23 – 2.3.25 показаны зависимости затухания, обусловленного потерями в ЧПР  $\alpha_a$  (рис. 2.3.23), в диэлектрической пластине  $\alpha_d$  (рис. 2.3.24) и затухание, вызванное суммарными потерями  $\alpha$  (рис. 2.3.25). Все виды затухания измеряются в децибелах на длину волны в свободном пространстве  $\lambda$ . По оси абсцисс отложена нормированная толщина пластины  $\tilde{d}$ , пропорциональная частоте. Поэтому зависимости на рис. 2.3.23 – 2.3.25 являются аналогами частотных зависимостей.

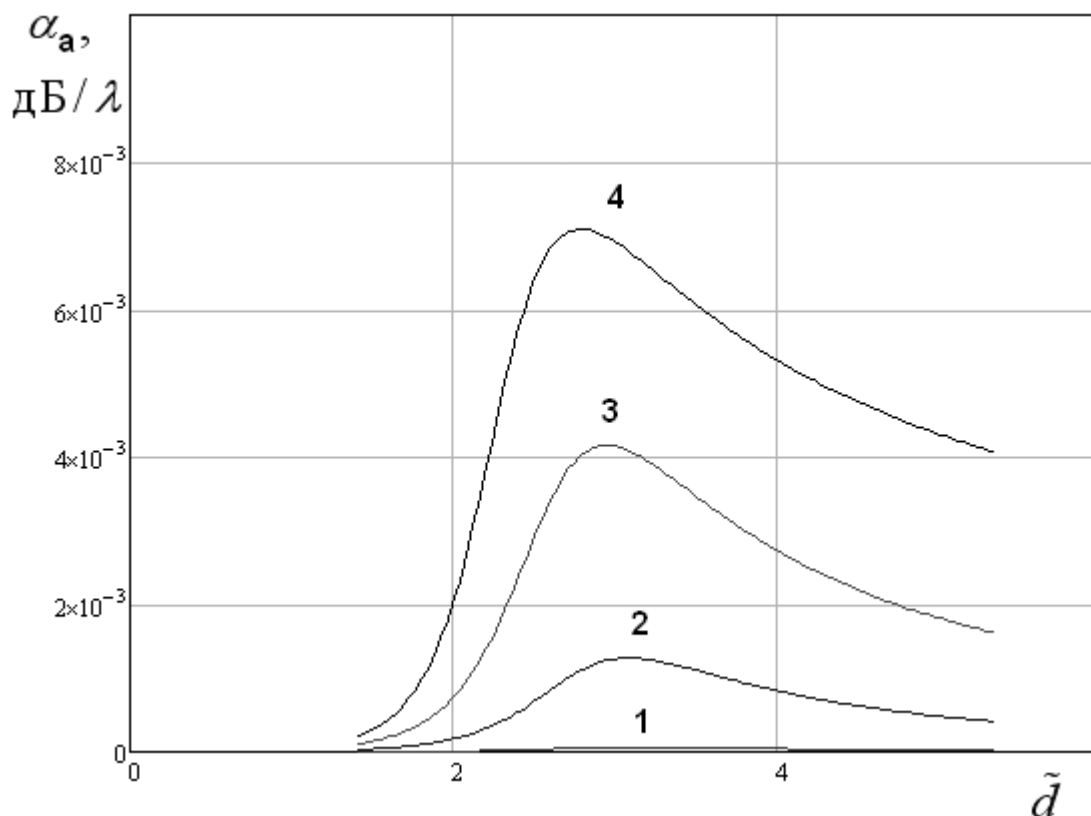


Рис. 2.3.23. Частотная зависимость затухания, обусловленного потерями в ЧПР

Кривые 1 – 4 на рис. 2.3.23 – 2.3.25 получены при  $\varepsilon = 10$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $d = 0.5$ ,  $\xi = 0.1, 0.44, 0.78, 0.95$ ,  $\text{tg} \delta = 0.0001$ , металл, из которого выполнена ЧПР – медь.

Обращает на себя внимание ряд особенностей в поведении затуханий  $\alpha_a$  и  $\alpha_d$ , отличающих их от аналогичных зависимостей для индуктивных ЧПР.

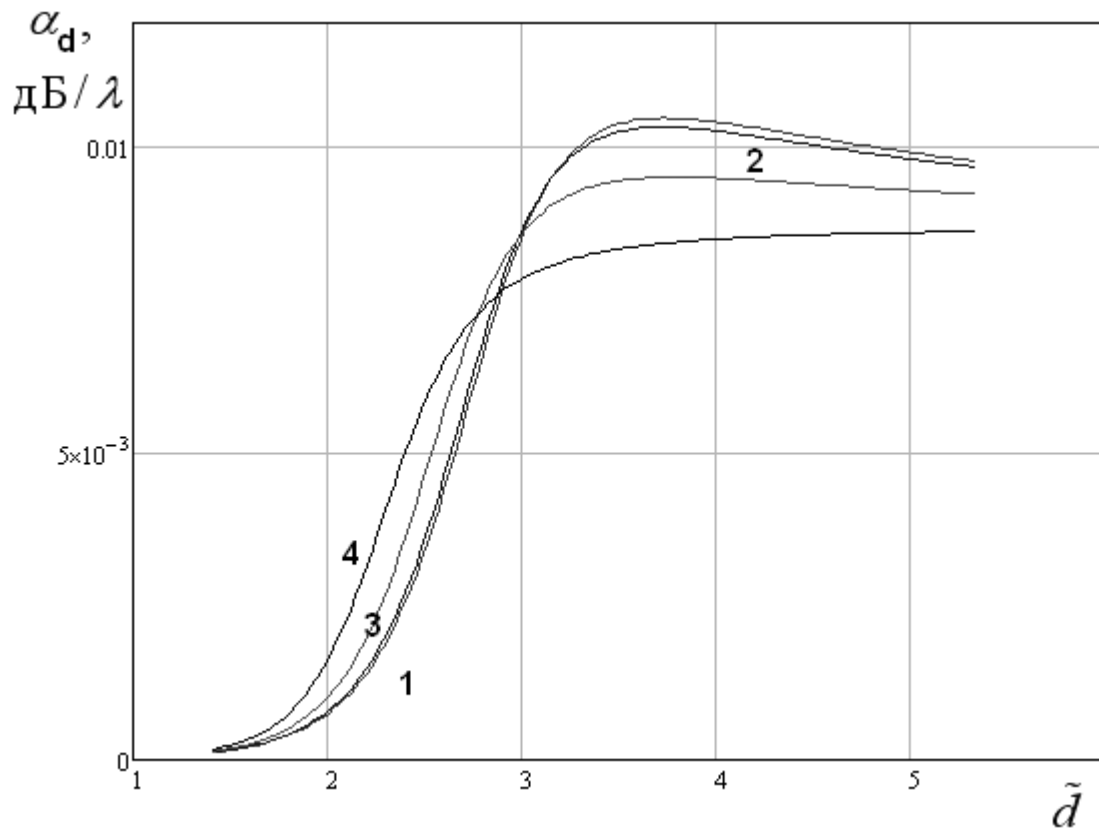


Рис. 2.3.24. Частотная зависимость затухания, обусловленного потерями в диэлектрике

По абсолютной величине затухание в ЧПР и в диэлектрике имеют примерно одинаковые величины. В индуктивной ЧПР затухание в ЧПР было в несколько раз больше затухания в диэлектрике при том же значении тангенса угла потерь. Уменьшение потерь в емкостной ЧПР по сравнению с индуктивной является ожидаемым эффектом, поскольку электрические токи в индуктивной ЧПР много больше, чем в емкостной, так как больше ее проводимость.

При малых  $\tilde{d}$ , когда замедление волны близко к единице затухание также ожидаемо мало, поскольку слабовзамедленные волноводы отличаются относительно большой мощностью, переносимой волной с малым

коэффициентом замедления и поэтому затухание такой волны значительно меньше затухания волны с большим замедлением при сопоставимом уровне тепловых потерь.

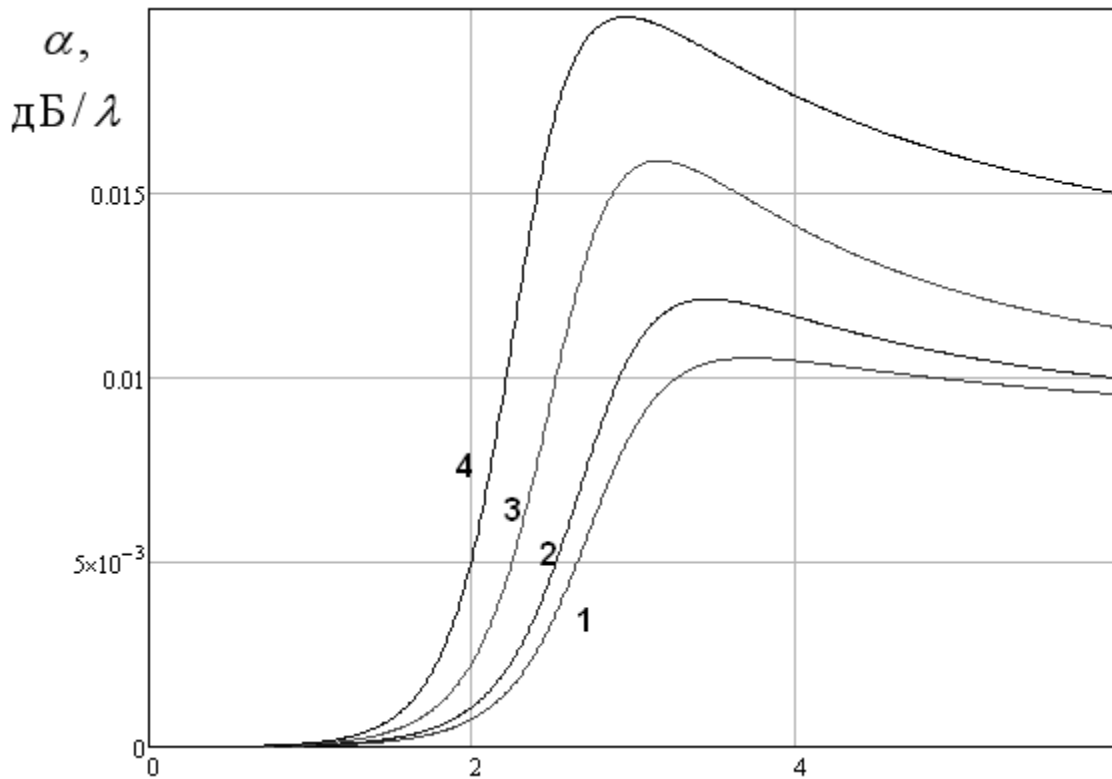


Рис. 2.3.25. Частотная зависимость затухания, обусловленного суммарными потерями в структуре

Кривые на рис. 2.3.23 имеют максимумы. Они достигаются при  $\tilde{d}$  близких к  $\tilde{d}_0$ , при которых имеет максимум эффективная диэлектрическая проницаемость. Близость расположения экстремумов на частотной оси объясняется тем, что в максимуме эффективной проницаемости ЧПР наиболее существенно влияет на свойства  $E_1$  - волны. Естественно, что при этом максимальны вносимые ею потери и, следовательно, затухание волны.

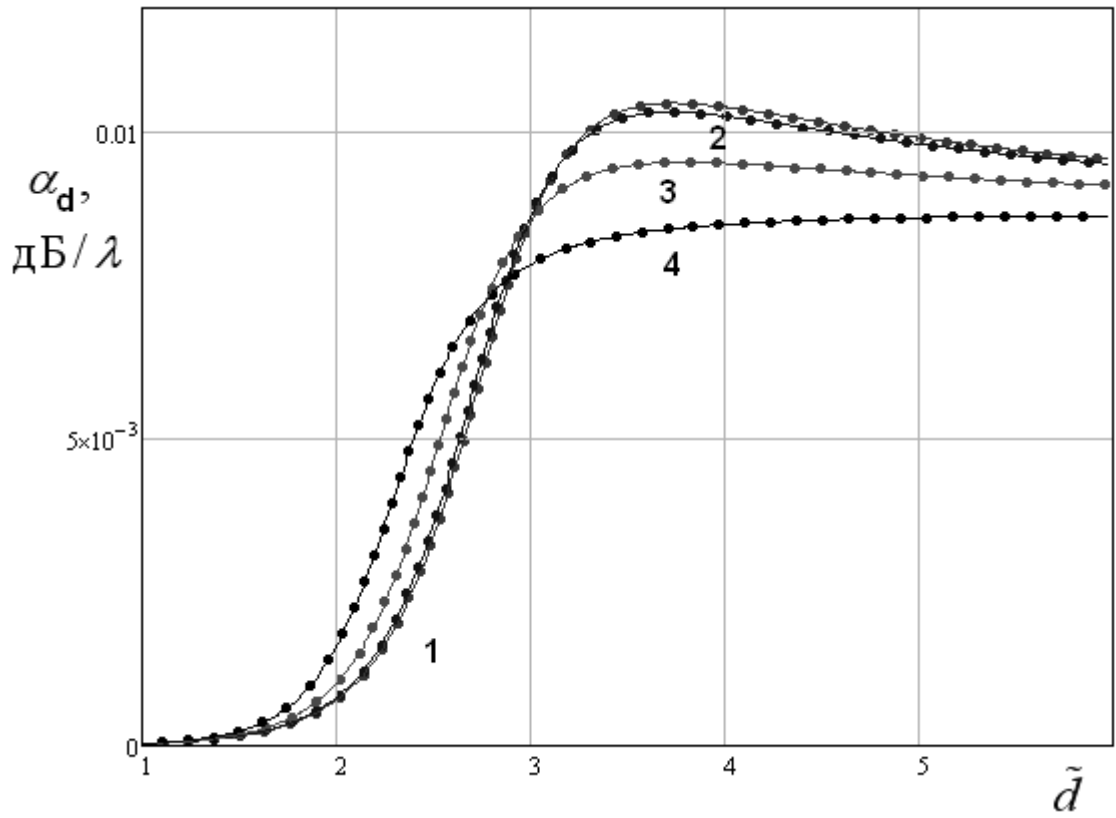
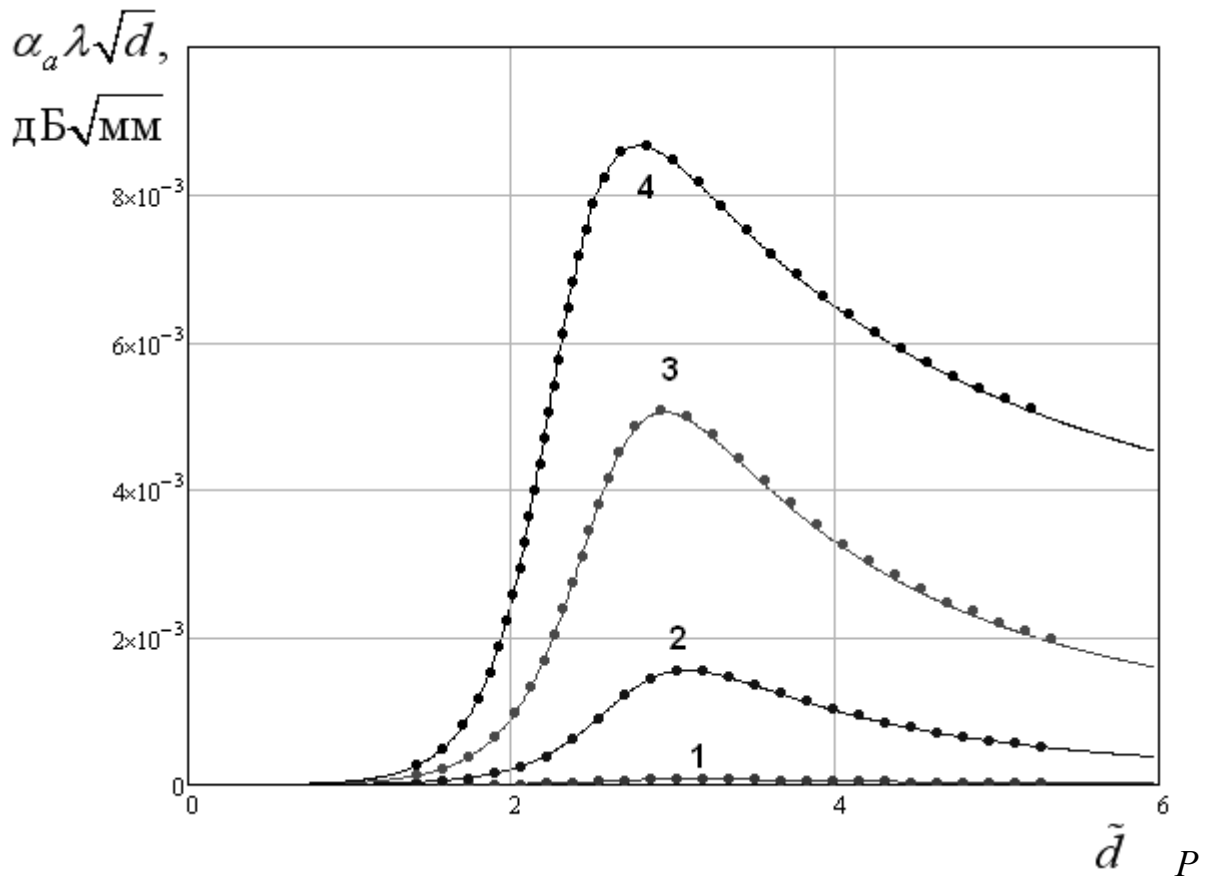


Рис. 2.3.26. Частотная зависимость затухания в диэлектрике



ис. 2.3.27. Частотная зависимость параметра  $\alpha_a \lambda \sqrt{d}$

С ростом параметра  $\xi$  затухание в ЧПР монотонно растет. Видимо, такое поведение обусловлено ростом площади, занятой металлом в пределах периода решетки, а также ростом неравномерности электрических токов на металлических проводниках, когда расстояние между ними уменьшается при  $\xi \rightarrow 1$ .

Суммарное затухание (см. рис. 2.3.25) также имеет максимум, но он выражен слабее, чем в случае затухания  $\alpha_a$ . В целом уровень затухания в ПЛВ с емкостными ЧПР заметно ниже, чем в ПЛВ с индуктивными решетками.

Представляет интерес зависимость разных компонент затухания от толщины диэлектрической пластины. Во-первых, в ходе численных экспериментов было обнаружено, что затухание, обусловленное потерями в диэлектрике практически не зависит от параметра  $d$ . На рис. 2.3.26 показана частотная зависимость затухания. Кривые 1 – 4 получены при тех же параметрах, что и кривые на рис. 2.3.24. Сплошными кривыми показаны результаты расчетов при  $d=0.5$ , а точками при  $d=1.5$ . Видно, что трехкратное изменение толщины пластины практически не изменило затухание основной волны.

Затухание в ЧПР ведет себя более сложным образом. Постоянным, не зависящим от толщины пластины параметром в данном случае оказывается не затухание  $\alpha_a$ , а произведение  $\alpha_a \lambda \sqrt{d}$ . Первые два сомножителя в этом выражении дают нам затухание на длину волны. Таким образом, получается, что затухание на длину волны обратно пропорционально  $d^{1/2}$ . Такое поведение затухания подтверждается рис. 2.3.27, на котором показана частотная зависимость интересующего нас параметра  $\alpha_a \lambda \sqrt{d}$ . Кривые 1 – 4 получены при тех же параметрах, что и кривые на рис. 2.3.24. Сплошными кривыми показаны результаты расчетов при  $d=0.5$ , а точками при  $d=1.5$ .



Видно, что трехкратное изменение толщины пластины практически не изменило рассчитываемый параметр.

Далее будет интересно рассмотреть зависимости затухания от таких параметров как диэлектрическая проницаемость и  $\beta$ . На рис. 2.3.28, 2.3.29 и 2.3.30 соответственно показаны частотные зависимости затуханий, обусловленных потерями в ЧПР, в диэлектрике и суммарными потерями. Кривые 1 – 4 получены для  $\varepsilon=5, 10, 15, 20$ ,  $\beta=0.5$ ,  $d=1$ ,  $\text{tg}\delta=0.0001$ , металл, из которого выполнена ЧПР – медь,  $t=0.01$ .

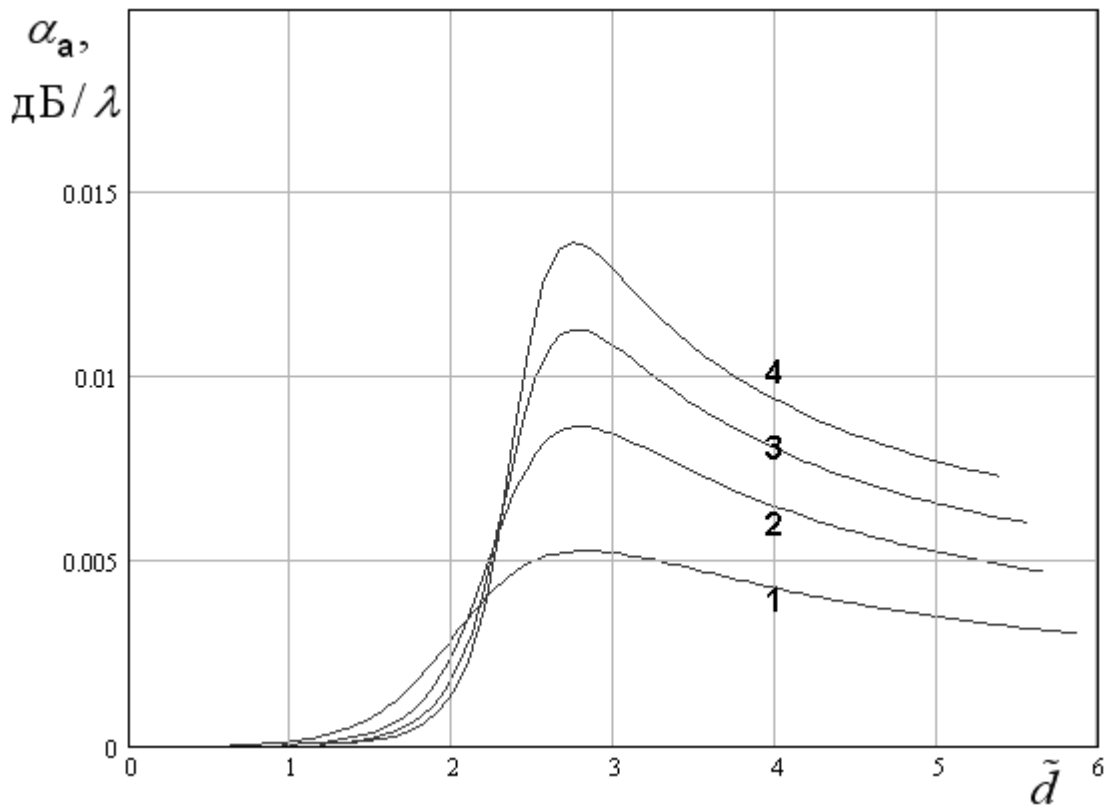


Рис. 2.3.28. Частотная зависимость затухания в решетке при разных проницаемостях подложки

Видно, что все виды затуханий в наиболее интересной области значений нормированной толщины диэлектрической пластины  $\tilde{d}$  монотонно увеличиваются с увеличением проницаемости  $\varepsilon$ . Грубо можно считать, что затухание пропорционально  $\sqrt{\varepsilon}$ .

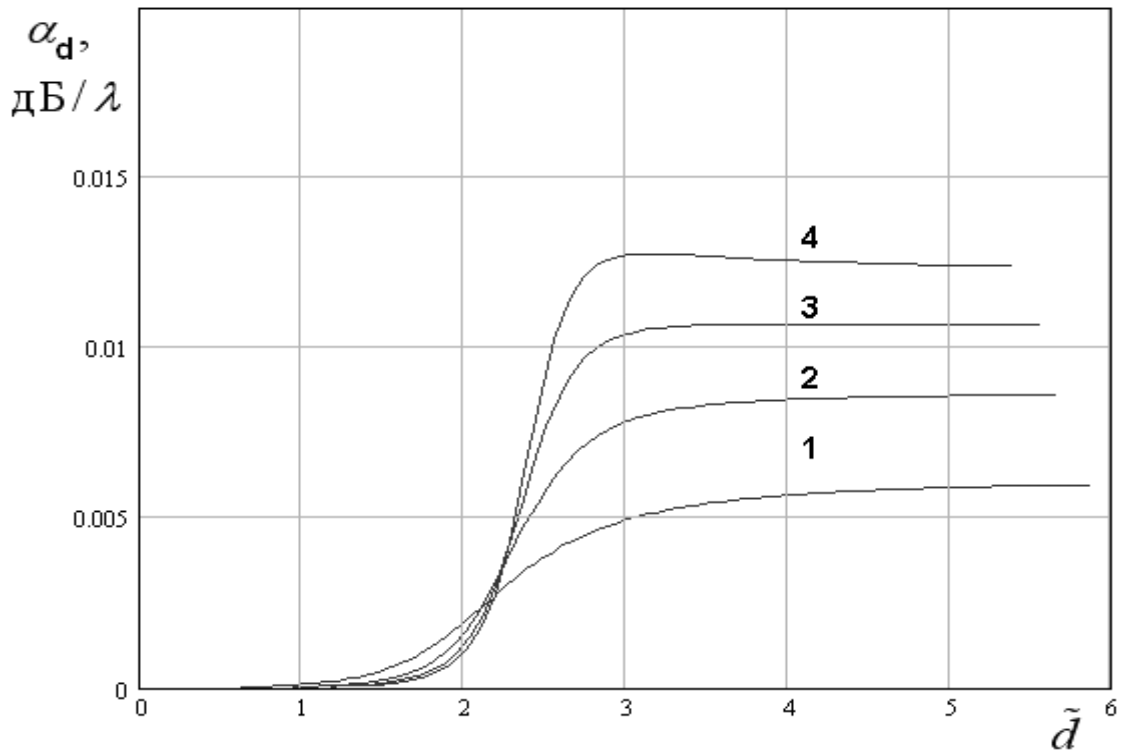


Рис. 2.3.29. Частотная зависимость затухания в диэлектрике при разных проницаемостях подложки

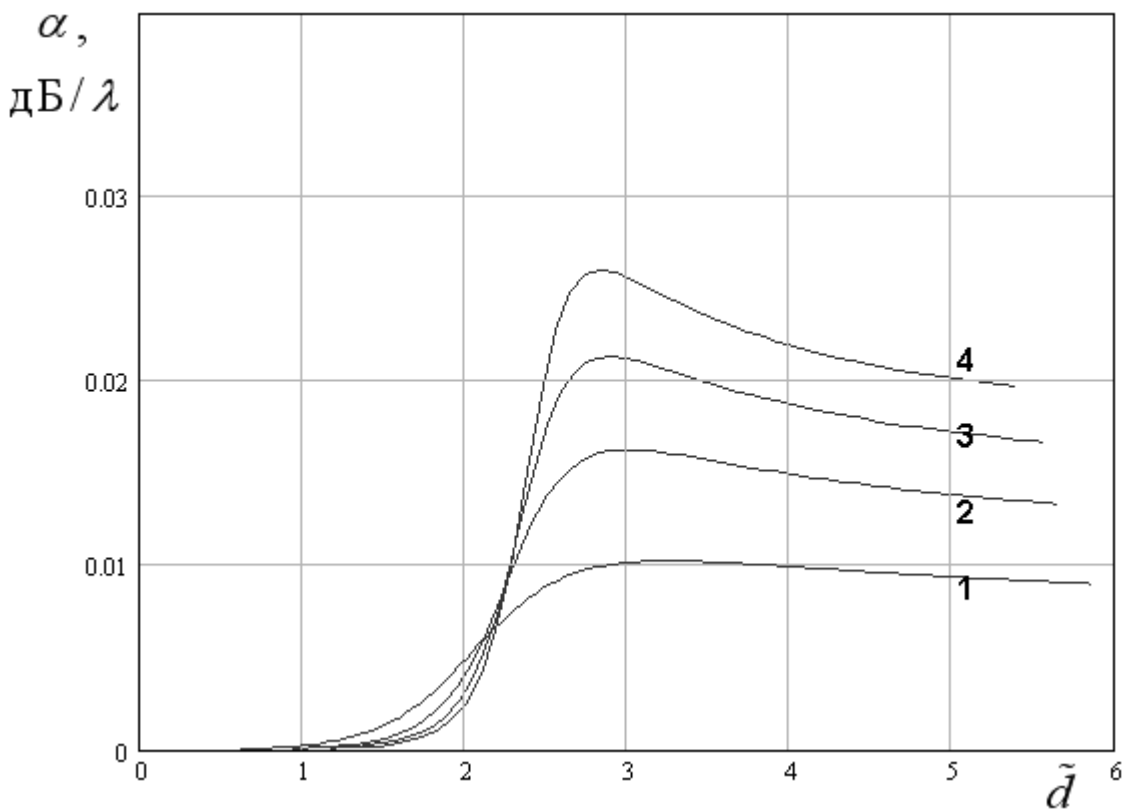


Рис. 2.3.30. Частотная зависимость суммарного затухания при разных проницаемостях подложки

Частотные зависимости затуханий  $\alpha_a$ ,  $\alpha_d$  и  $\alpha$  при разных значениях параметра  $\beta$  показаны на рис. 2.3.31 – 2.3.33. Кривые 1 – 3 получены для параметров указанных выше за исключением того, что  $\varepsilon=10$ , а  $\beta=0.5, 1, 1.5$ . Наиболее существенно рассматриваемый параметр влияет на затухание, обусловленное потерями в ЧПР.

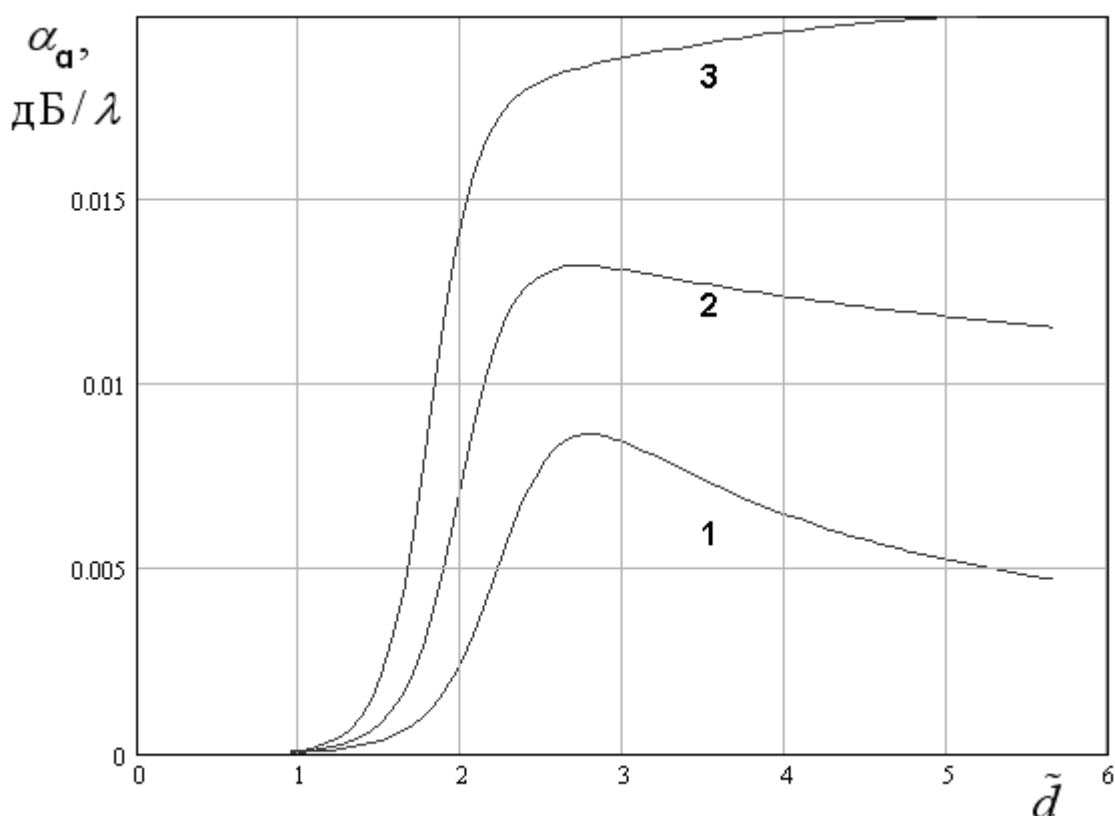


Рис. 2.3.31. Частотная зависимость затухания в решетке при разных параметрах  $\beta$

Затухание за счет потерь в диэлектрической пластине меняется сравнительно слабо при изменении  $\beta$ , что вполне объяснимо, так как этот параметр, характеризует решетку, на которую потери в диэлектрике влияют весьма слабо.

Суммарное затухание существенно зависит от  $\beta$  при выбранной величине тангенса угла диэлектрических потерь.

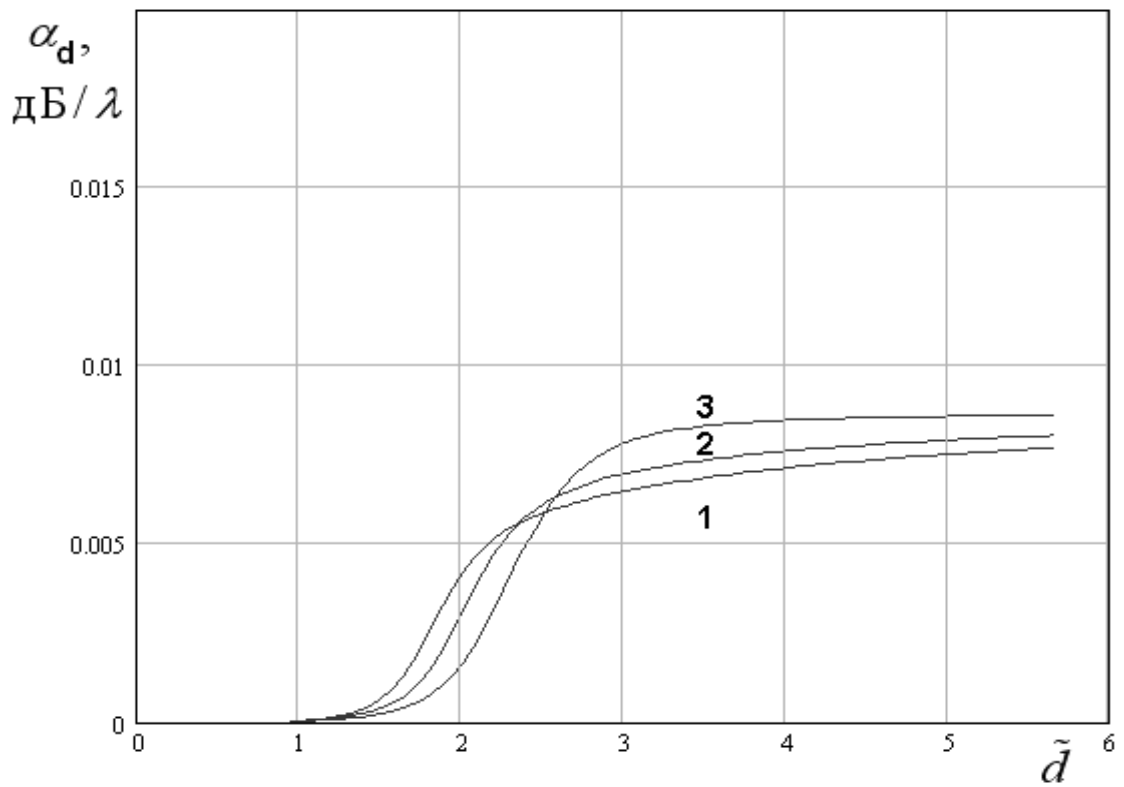


Рис. 2.3.32. Частотная зависимость затухания в диэлектрике при разных параметрах  $\beta$

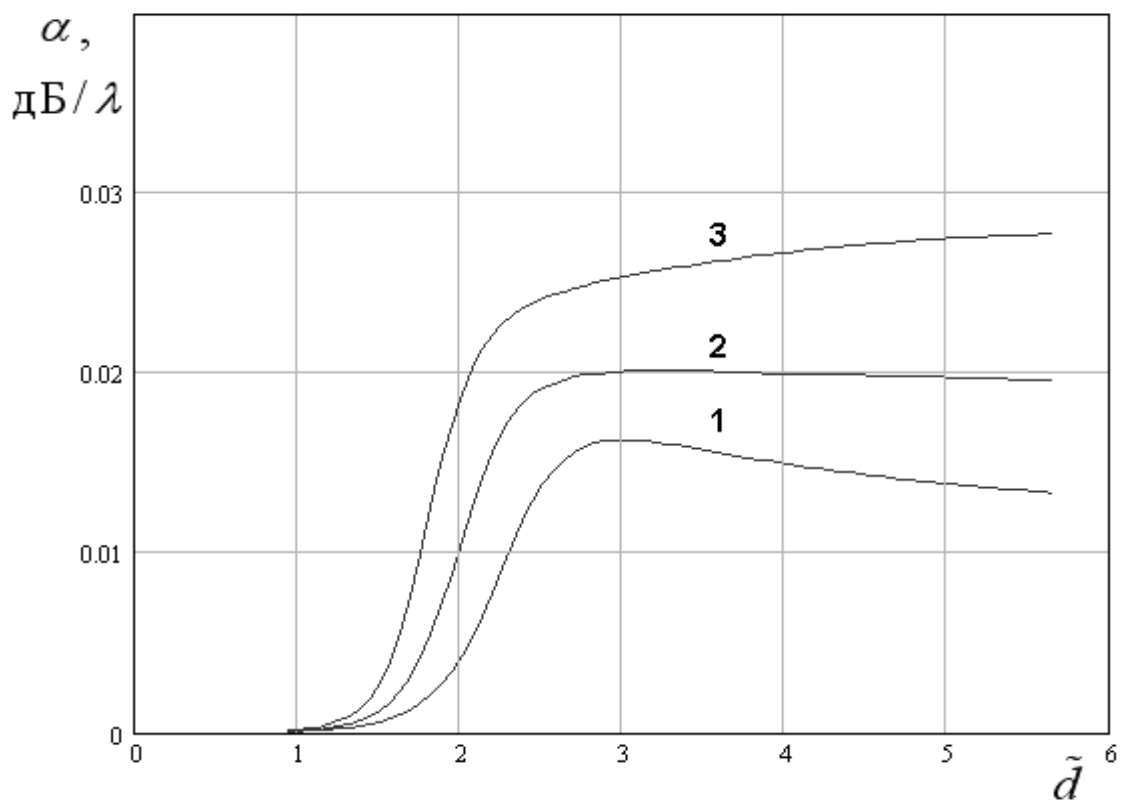


Рис. 2.3.33. Частотная зависимость суммарного затухания при разных параметрах  $\beta$

В ПЛВ из материалов с типичным значением  $\text{tg}\delta = 0.001$  будут доминировать потери в диэлектрике и влияние параметра  $\beta$  на общее затухание волны будет существенно меньше, чем в рассматриваемом примере. На этом мы закончим изучение основной  $E_1$  - волны и перейдем к анализу поведения высших типов волн. Критические условия для волн ПЛВ с емкостными ЧПР записываются в простой форме (2.3.3), (2.3.4).

Из уравнения (2.3.3) находим критические значения параметра  $\tilde{d}$ :

$$\tilde{d}_{cn} = \pi(n-2), \quad n = 3, 5, 7, \dots \quad (2.3.10)$$

Аналогично для нечетных волн:

$$\tilde{d}_{cn} = \pi + \pi(n-2), \quad n = 2, 4, 6, \dots \quad (2.3.11)$$

где  $n$  - номер волны. Волна с номером  $n=1$  является основной и критической частоты не имеет.

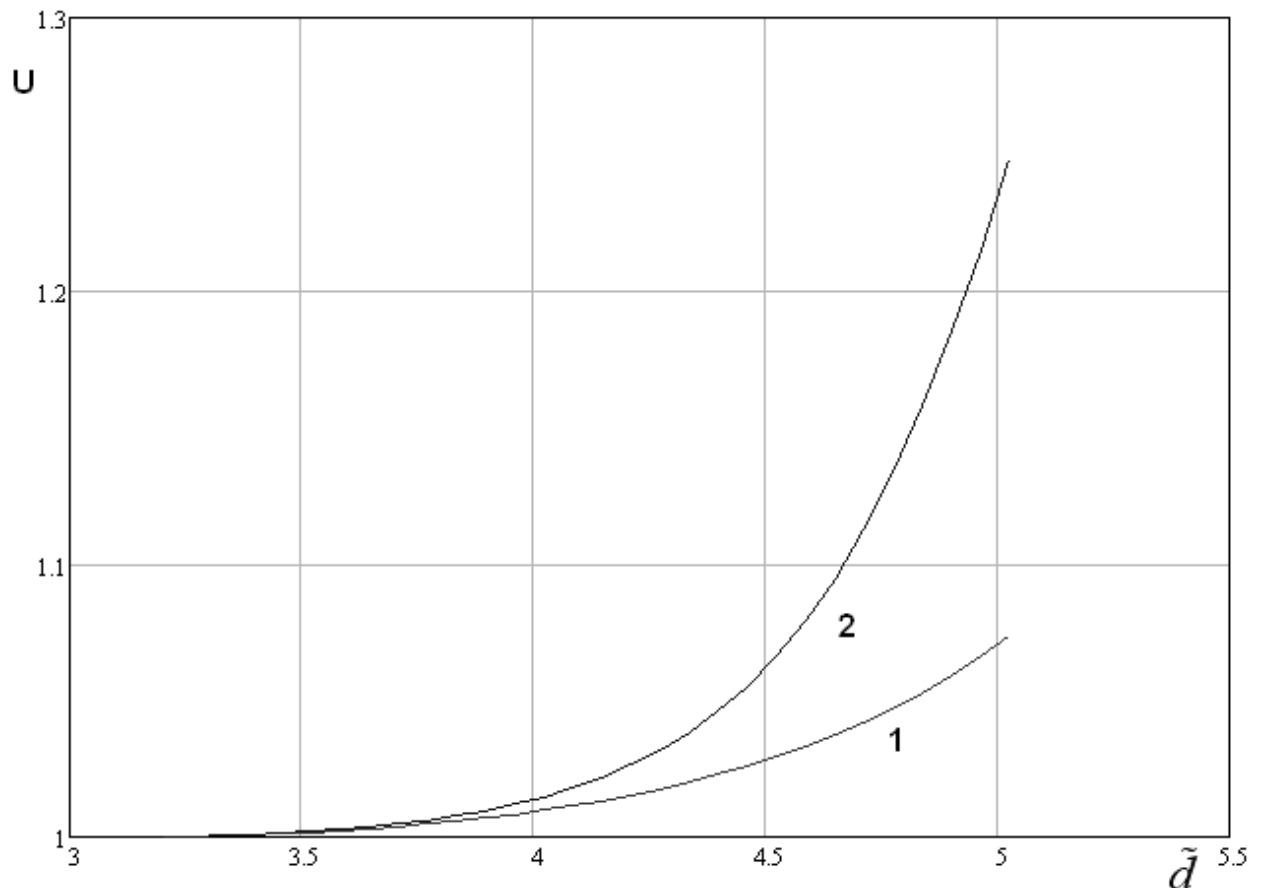


Рис. 2.3.34. Частотная зависимость коэффициента замедления  $E_2$  - волны

Наиболее опасным высшим типом волны является  $E_2$  - волна. Частотная зависимость ее коэффициента замедления показана на рис. 2.3.34. Кривые 1,2 получены при  $\varepsilon=10$ ,  $\beta=0.5$ ,  $d=1$ ,  $\xi=0.05, 0.95$ . Видно, что волна существует при  $\tilde{d} > \pi$  (см. формулу (2.3.11)).

На рис. 2.3.35 показано распределение поля компоненты  $H_z$  нормированной на значение при  $y/d=0.5$ . По оси абсцисс отложена нормированная координата  $y/d$ .

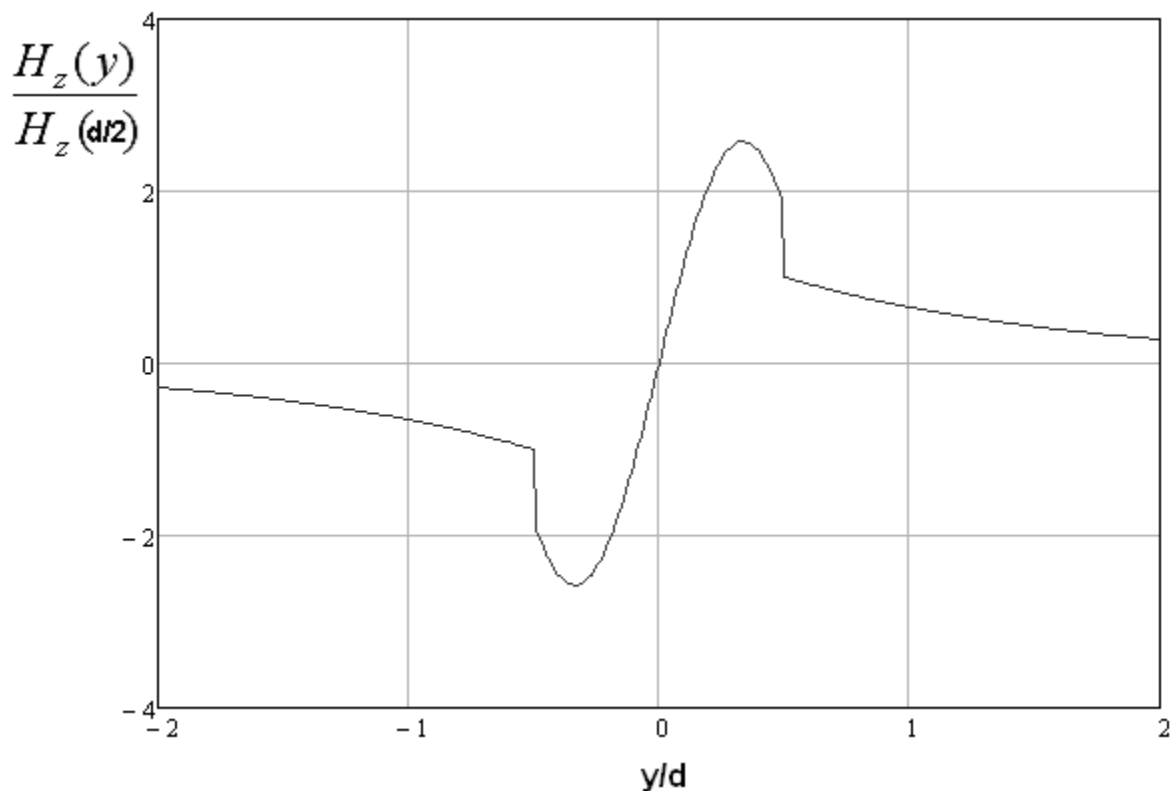


Рис. 2.3.35. Распределение поля  $E_2$  - волны

Распределение поля на рис. 2.3.35 получено для тех же параметров, что и рис. 2.3.34 на частоте  $f=76$  ГГц,  $\xi=0.95$ . Видно, что поле имеет скачки при  $y/d = \pm 0.5$  в месте расположения ЧПР.

Подводя итог исследованию E – волн ПлВ с изотропными ЧПР, мы можем сделать вывод, который уже частично был сформулирован выше. Более перспективным для создания неоднородных областей квазиоптических

ИС СВЧ инструментом являются емкостные ЧПР, позволяющие, реализовать достаточно широкий диапазон изменения эффективной диэлектрической проницаемости, в широкой полосе рабочих частот при сравнительно низком уровне тепловых потерь.

## 2.4. Характеристики Н – волн изотропных ПЛВ

Изучим далее характеристики Н – волн изотропных ПЛВ. Также как и в разд. 2.3 будем рассматривать симметричные открытые волноводы без экранов. Коэффициенты замедления четных и нечетных Н – волн описываются дисперсионным уравнением (2.10). Первый множитель соответствует четным, а второй нечетным волнам.

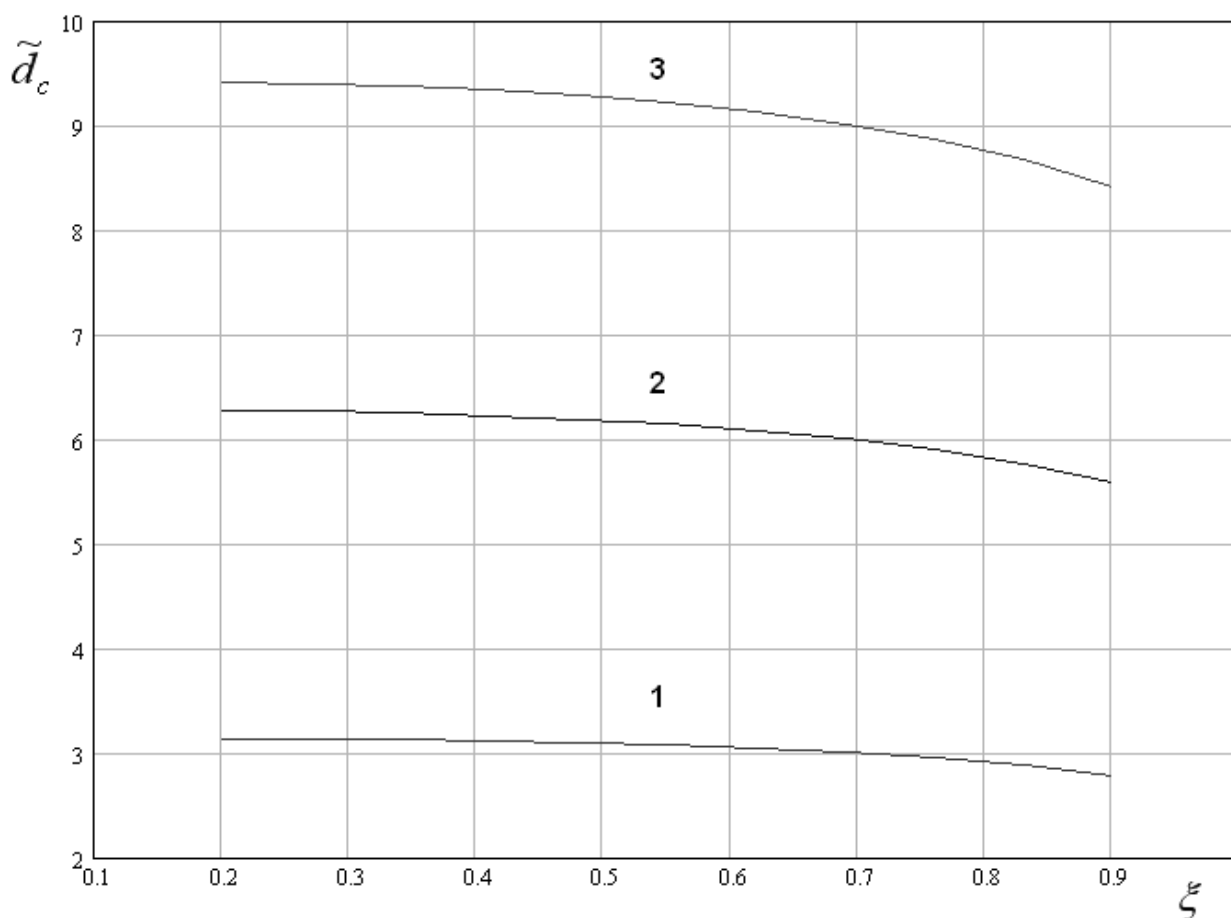


Рис. 2.4.1. Зависимость критических значений параметра  $\tilde{d}$  от коэффициента заполнения решетки  $\xi$

Начнем наш анализ с волноводов с индуктивными решетками. Отличительной их чертой является наличие критических частот для всех волн, включая основную. Классификацию типов волн в рассматриваемом случае будем проводить также как и в разд. 2.3. Основной  $H_1$ - волной будет волна, имеющая максимальный коэффициент замедления или наименьшую



критическую частоту. Напомним, что в открытых волноводах критической считается частота, на которой коэффициент замедления волны  $U$  равен единице.

По аналогии с разд. 2.3 вместо частоты будем использовать нормированную толщину подложки  $\tilde{d}$  (2.3.1) пропорциональную частоте. На рис. 2.4.1 показана зависимость критических значений параметра  $\tilde{d}$  для разных типов волн от параметра  $\xi$ , который для индуктивной решетки имеет смысл коэффициента заполнения:  $\xi = d/P$ . При  $\xi \rightarrow 1$  решетка исчезает, а при  $\xi \rightarrow 0$  она вырождается в однородную металлическую пленку.

Кривые 1 – 3 на рис. 2.4.1 получены при  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 2$ ,  $P = 0.5$ . Они соответствуют  $H_{1,2,3}$  - волнам. Нетрудно увидеть, что при  $\xi \rightarrow 0$  критические значения  $\tilde{d}_{cn}$  ( $n = 1, 2, 3$ ) стремятся к следующим значениям:

$$\tilde{d}_{cn} = \pi n, \quad (2.4.1)$$

которые могут быть получены из критических частот ПЛВ с однородными металлическими экранами.

При увеличении параметра  $\xi$  критические частоты медленно уменьшаются. Значение  $\tilde{d}_{c1}$  должно при  $\xi \rightarrow 1$  стремиться к нулю, так как  $H_1$  - волна диэлектрической пластины имеет нулевую критическую частоту. Однако из рис. 2.4.1 видно, что при  $\xi = 0.9$  параметр  $\tilde{d}_{c1}$  лишь незначительно отличается от  $\pi$ .

Зависимость коэффициента замедления основной  $H_1$  - волны от параметра  $\tilde{d}$  представлена на рис. 2.4.2. Кривые 1 – 4 получены при  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 2$ ,  $P = 0.5$ . Они соответствуют  $\xi = 0.9, 0.76, 0.2, 0$ . Видно, что индуктивная решетка уменьшает коэффициент замедления волны диэлектрической пластины (кривая 4).

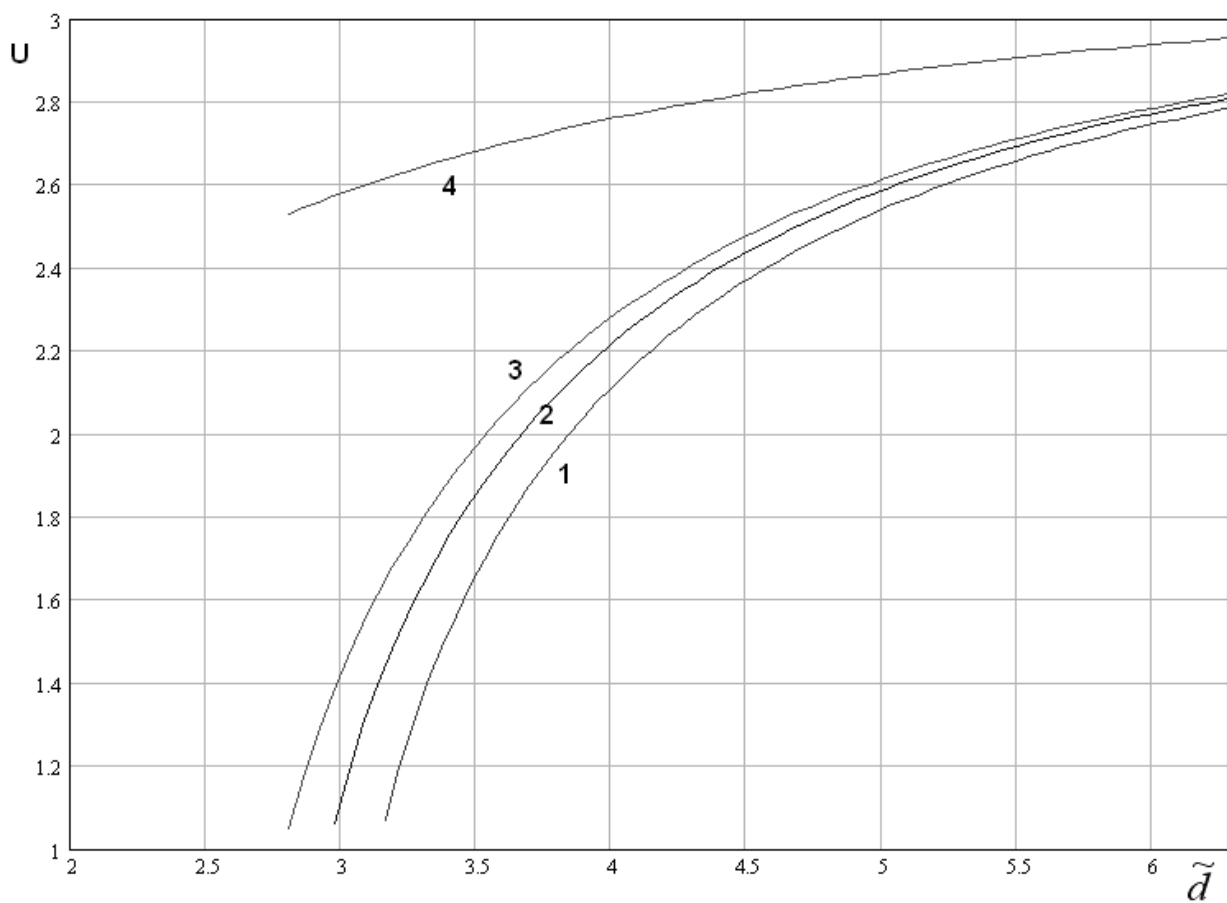


Рис. 2.4.2. Частотная зависимость коэффициента замедления  $H_1$  - волны

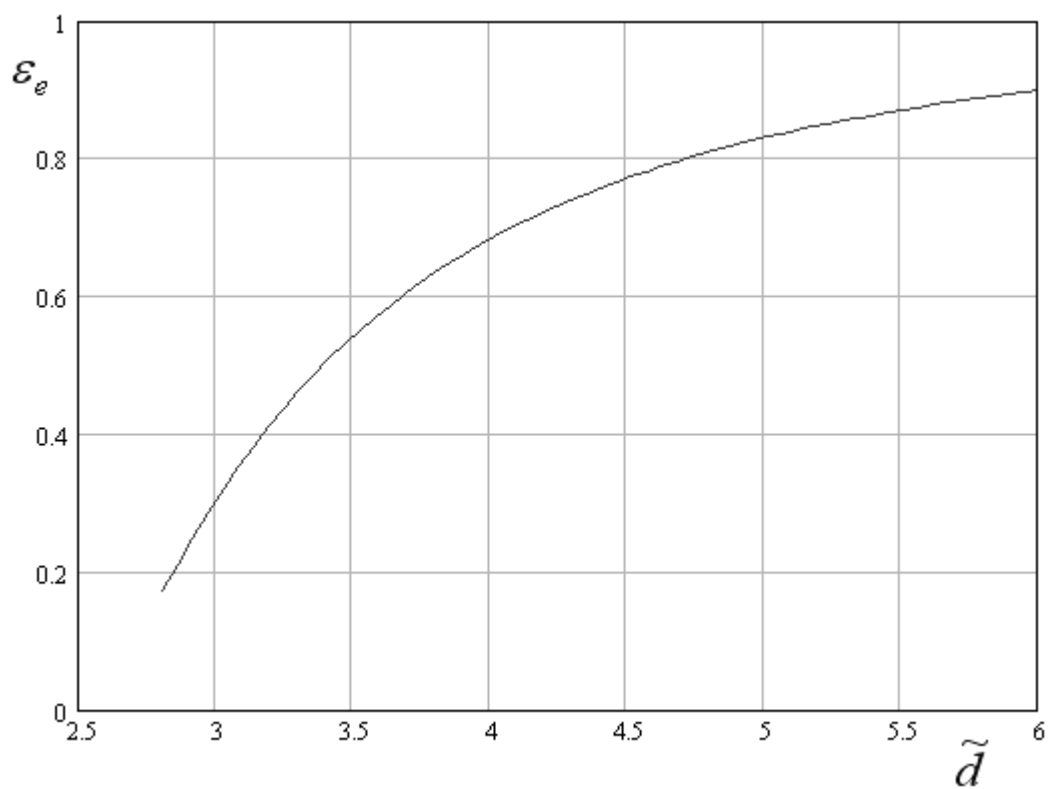


Рис. 2.4.3. Частотная зависимость эффективной проницаемости

Частотная зависимость эффективной проницаемости  $H_1$  - волны  $\varepsilon_e$  (см. рис. 2.4.3) существенно отличается от аналогичной зависимости рассмотренной в разд. 2.3 при анализе  $E_1$  - волны ПЛВ с емкостными решетками.

Кривая на рис. 2.4.3 получена для  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 2$ ,  $P = 0.5$ ,  $\xi = 0.9$ . Видно, что она не имеет экстремума. Эффективная проницаемость меньше единицы и она быстро растет при удалении частоты от критической. При этом в наиболее интересной области, в которой  $\varepsilon_e < 0.5$  частотная зависимость максимальна.

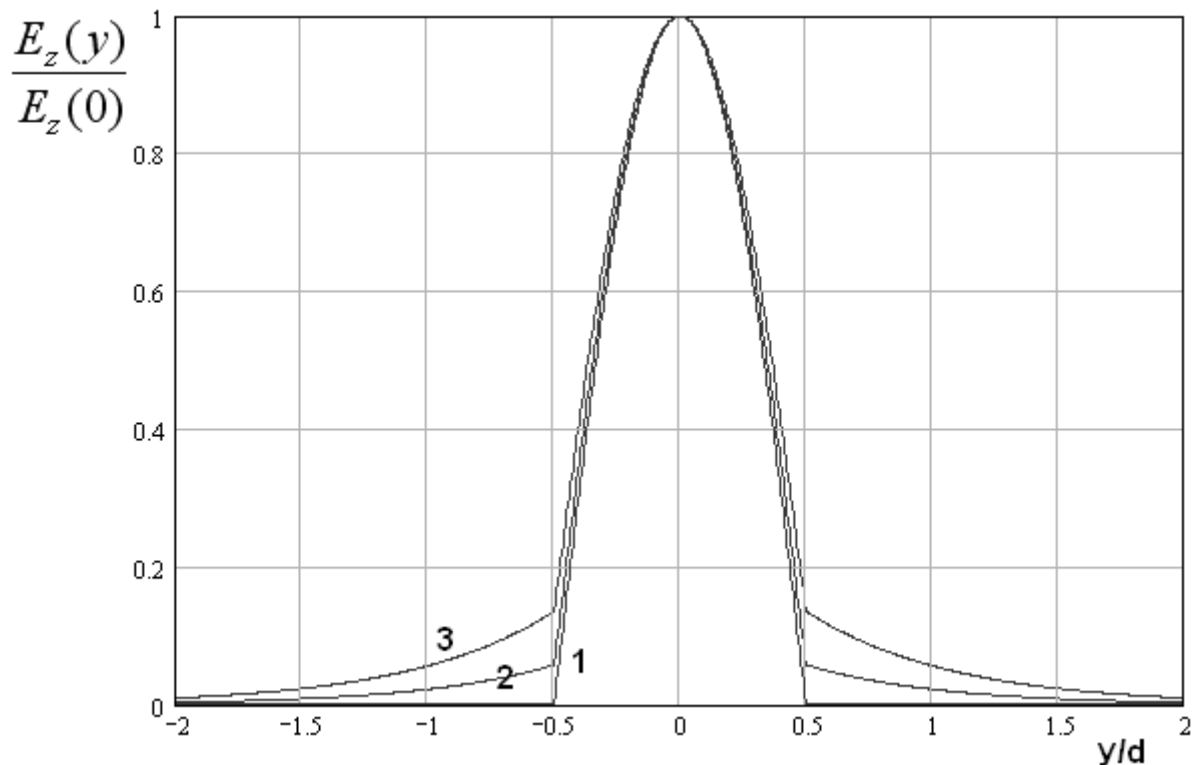


Рис. 2.4.4. Распределение поля  $H_1$  - волны

Нормированное распределение поперечной компоненты электрического поля  $H_1$  - волны  $E_z$  на частоте 30 ГГц для параметров приведенных выше показано на рис. 2.4.4. Кривые 1 – 3 соответствуют  $\xi = 0.2, 0.76, 0.9$ .

Видно, что при больших  $\xi$  поле вне диэлектрической пластины практически отсутствует. При уменьшении этого параметра оно постепенно возрастает, приближаясь к полю диэлектрической пластины со свободными поверхностями.

Ближайшая к основной  $H_2$  - волна относится к нечетным волнам.

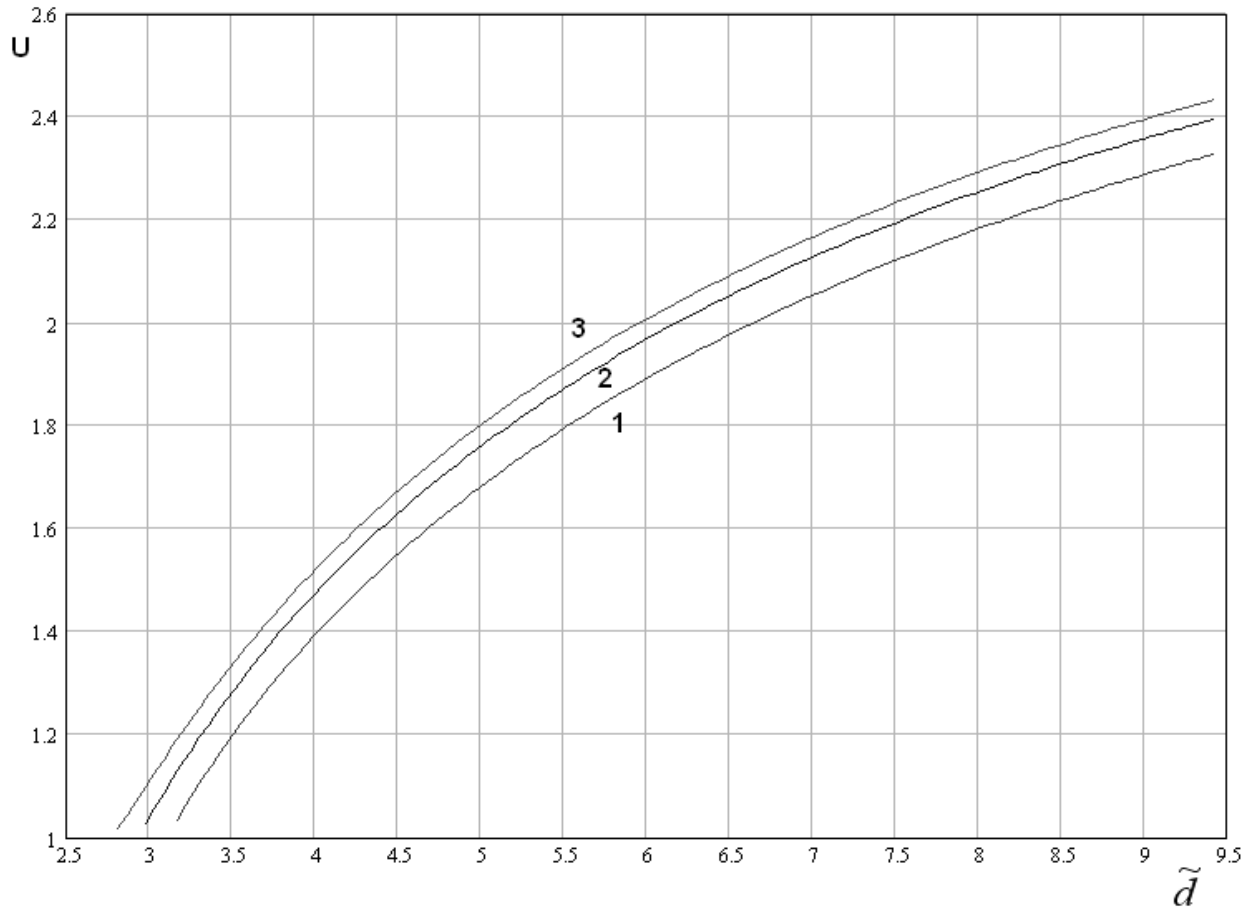


Рис. 2.4.5. Частотная зависимость коэффициента замедления  $H_2$ - волны

Частотная зависимость ее коэффициента замедления показана на рис. 2.4.5. Кривые 1 – 3 получены для  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 2$ ,  $P = 0.5$ ,  $\xi = 0.2, 0.76, 0.9$ .

Нормированное распределение поперечной компоненты электрического поля  $H_2$  - волны представлено на рис. 2.4.6. Оно рассчитано при  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 2$ ,  $P = 0.5$ ,  $\xi = 0.76$ .

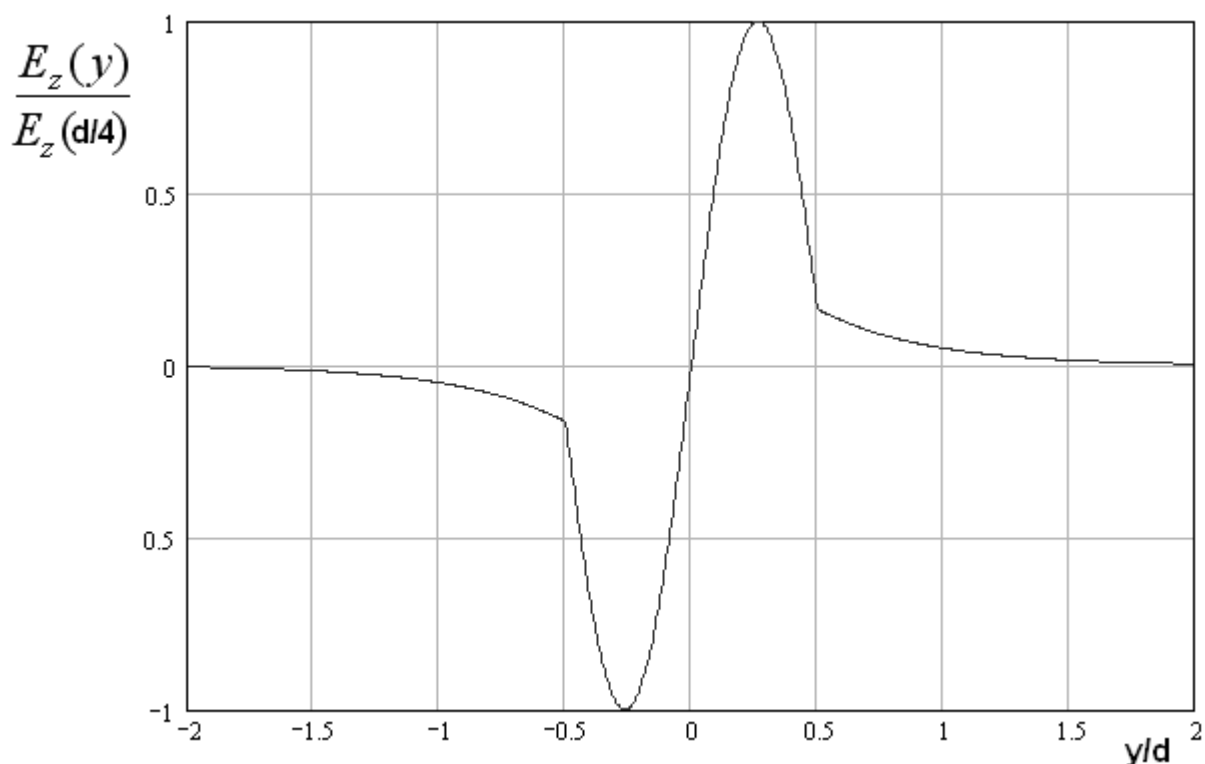


Рис. 2.4.6. Распределение поля  $H_2$  - волны

Подводя итог исследованию Н – волн ПЛВ с индуктивными изотропными решетками, следует сказать, что они имеют ряд существенных недостатков, которые, как и в случае Е – волн заставляют признать использование индуктивных решеток для управления свойствами Н – волн неэффективным.

В отличие от основной Е – волны, на которую индуктивные решетки практически не оказывали влияния, если ее сравнивать с Т – волной ПВ, их воздействие на основную Н – волну весьма велико. При определенных параметрах ЧПР и диэлектрической пластины это влияние может привести к качественным изменениям: преобразовать распространяющуюся волну в волну запердельную. Однако, смещение вверх критической частоты  $H_1$  - волны имеет негативные последствия, поскольку сильное влияние индуктивных ЧПР наблюдается именно в области частот близких к критической. Эта область характеризуется двумя особенностями. Первая состоит в быстром изменении коэффициента замедления. Такое поведение

видно из рис. 2.4.3. Нетрудно убедиться, что полоса частот, в которой эффективная проницаемость может считаться постоянной намного уже, чем в случае ПлВ с емкостными ЧПР и Е – волнами. Причина сужения полосы рабочих частот кроется в отсутствии экстремума у частотной зависимости эффективной проницаемости.

Вторая особенность в поведении  $H_1$  - волны ПлВ с индуктивными решетками состоит в том, что вблизи критической частоты ее коэффициент замедления близок к единице. Слабозамедленные волны являются неустойчивыми волновыми объектами, которые интенсивно излучаются на различных неоднородностях. Поэтому при их практическом использовании приходится накладывать ограничения на коэффициент замедления, который должен быть больше некоторого минимального уровня. Таким образом, диапазон частот, в котором индуктивная решетка сильно влияет на  $H_1$  - волну неудобен в силу того, что он перекрывается с диапазоном, в котором эта волна недостаточно замедлена.

Забегая вперед, отметим, что все эти недостатки Н – волн снимаются при использовании для управления их свойствами емкостных ЧПР. Поэтому далее мы приступим к изучению Н – волн ПлВ с емкостными решетками.

На первом этапе рассмотрим качественно поведение основной волны и первого высшего типа. Далее более подробно проанализируем свойства наиболее интересной с практической точки зрения  $H_1$  - волны.

Отличительной чертой Н – волн ПлВ с емкостными ЧПР является наличие  $H_1$  - волны, не имеющей критической частоты. Частотная зависимость ее коэффициента замедления показана на рис. 2.4.7. Кривые 1 – 3 рассчитаны для  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $P = 1$ ,  $\xi = 0, 0.762, 0.95$ . Отметим, что теперь коэффициент  $\xi$  имеет обратный смысл, по сравнению со случаем индуктивной ЧПР. Он показывает отношение размера металлизированной части периода решетки к ее периоду.

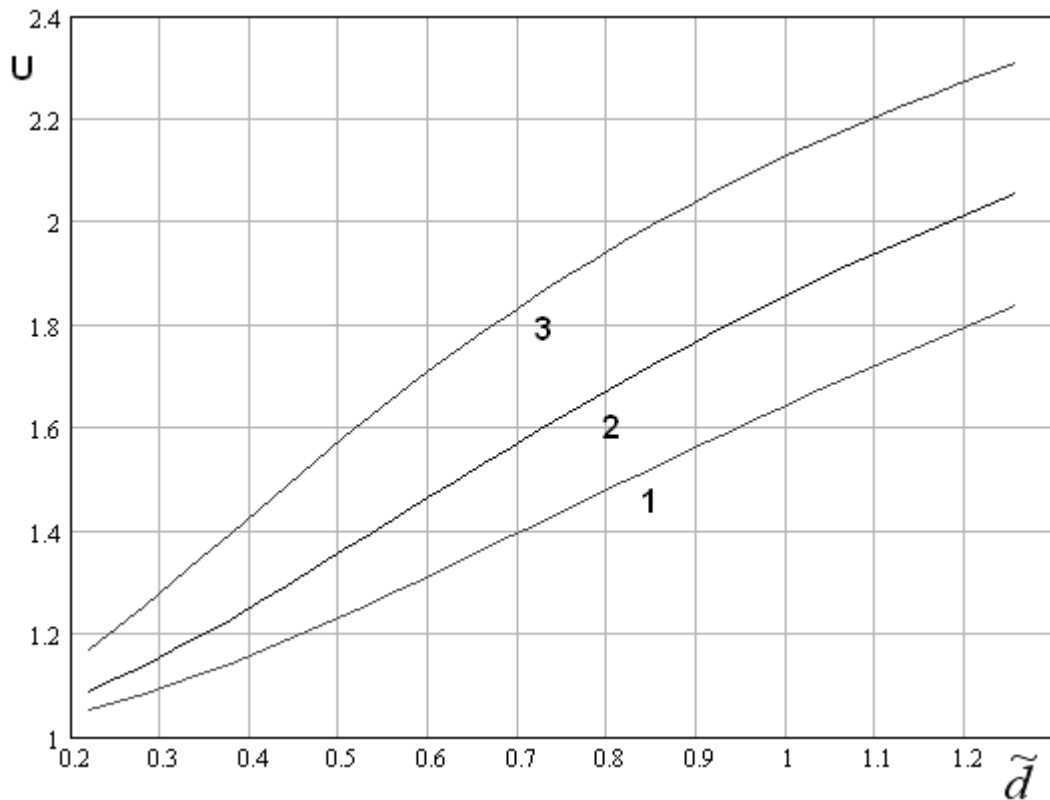


Рис. 2.4.7. Частотная зависимость коэффициента замедления  $H_1$  - волны

Поэтому теперь случай  $\xi \rightarrow 0$  соответствует диэлектрической пластине со свободными поверхностями, а случай  $\xi \rightarrow 1$  полностью металлизированной пластине.

На рис. 2.4.8 показана частотная зависимость эффективной диэлектрической проницаемости для ЧПР с  $\xi = 0.95$ . Другие параметры структуры приведены выше. Обращает на себя внимание наличие максимума частотной зависимости эффективной проницаемости, которая ведет себя аналогично такой же зависимости для  $E_1$  - волны. Однако, можно отметить, что максимум для  $H_1$  - волны более размытый. Поэтому в данном случае мы можем ожидать более широкой полосы рабочих частот.

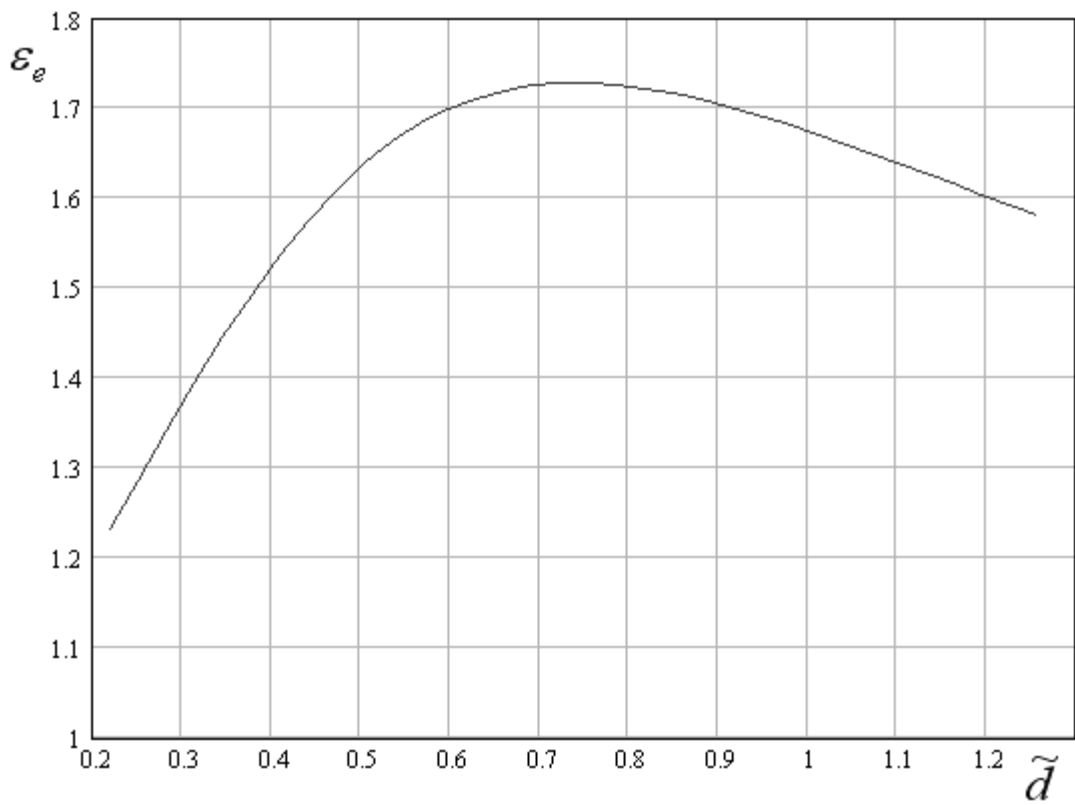


Рис. 2.4.8. Частотная зависимость эффективной диэлектрической проницаемости

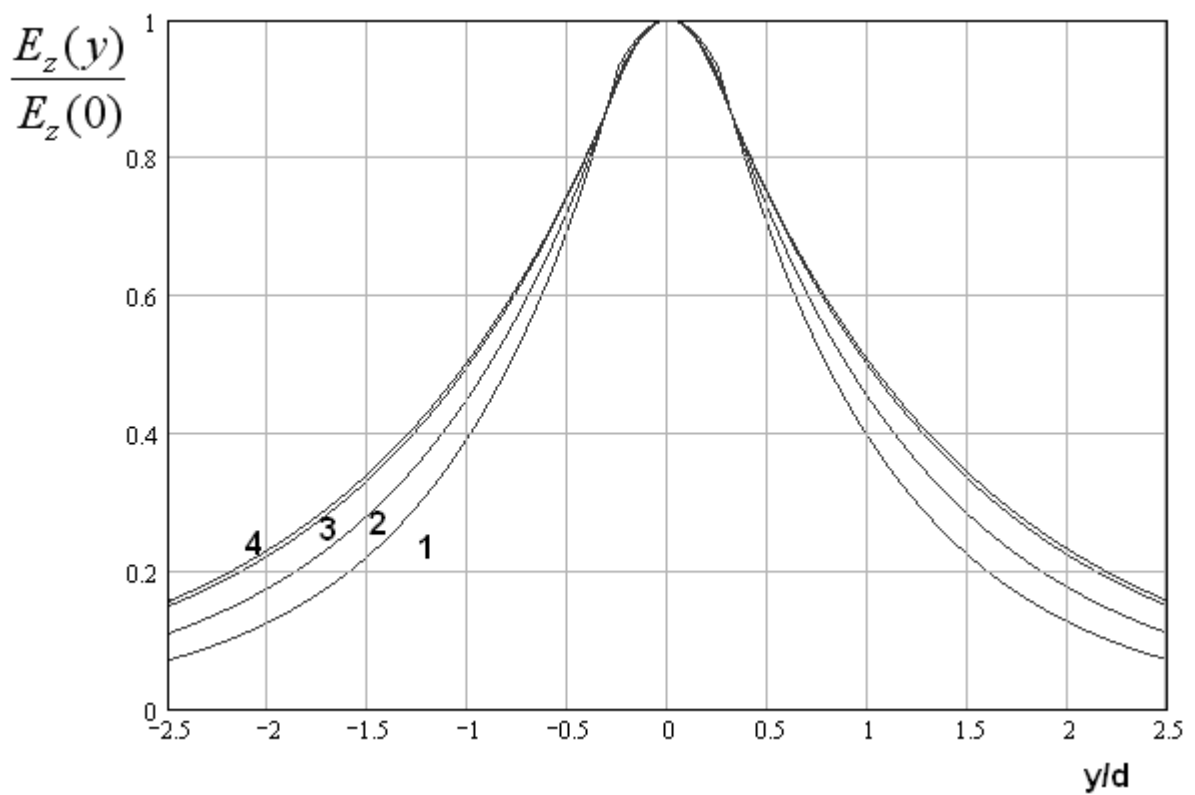


Рис. 2.4.9. Распределение поля  $H_1$  - волны



Нормированное распределение электрического поля  $H_1$  - волны показано на рис. 2.4.9. Кривые 1 – 4 получены для  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $P = 1$ ,  $\xi = 0, 0.386, 0.762, 0.95$ ,  $f = 30$  ГГц. Видно, что распределение поля в ПлВ с ЧПР качественно не отличается от распределения поля в диэлектрической пластине (кривая 1). Можно отметить скачок производной при  $y/d = \pm 0.5$ , то есть на поверхностях пластины. Его появление связано с характером импедансных граничных условий, которые предполагают скачок тангенциальных компонент магнитного поля.

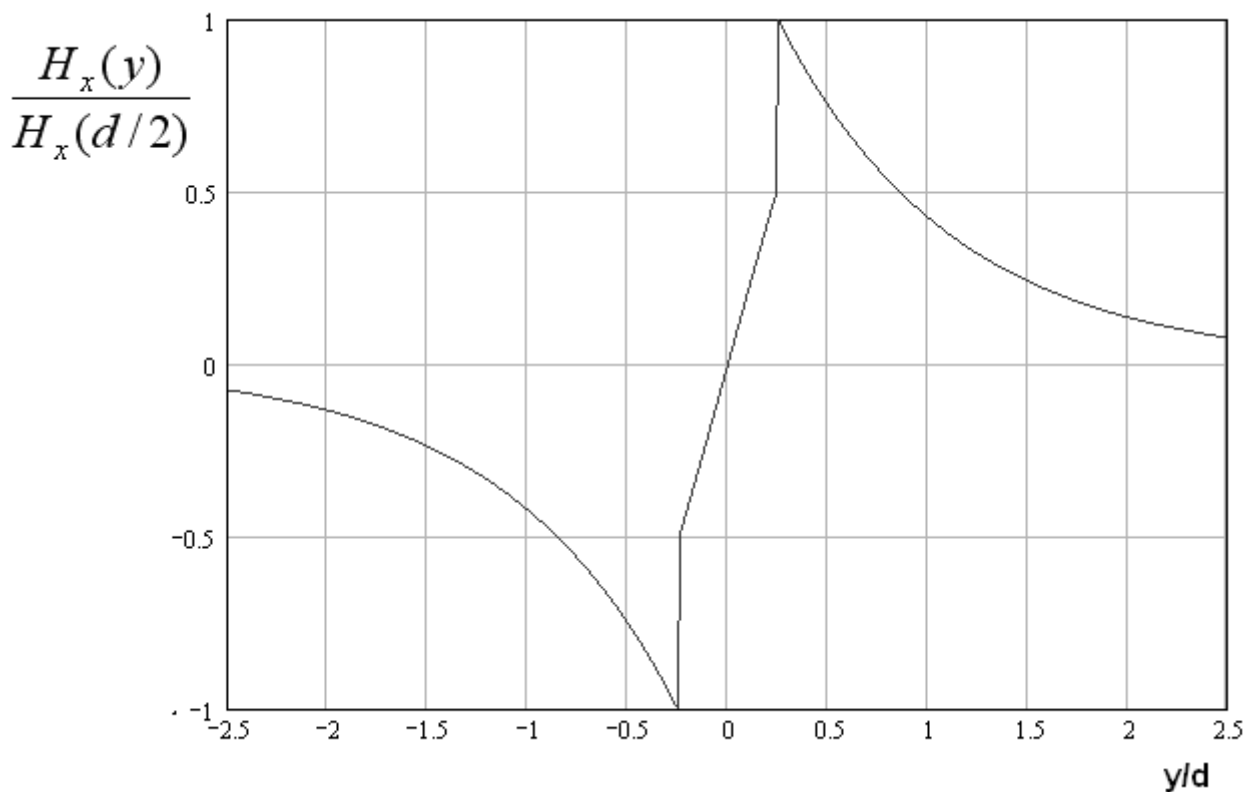


Рис. 2.4.10. Распределение компоненты магнитного поля  $H_x(y)$

На рис. 2.4.10 показано распределение компоненты магнитного поля  $H_1$  - волны  $H_x(y)$ . Оно получено для параметров приведенных выше и  $\xi = 0.95$ . Видно, что продольная компонента магнитного поля описывается нечетной функцией, которая при  $y = \pm d/2$  имеет скачки, эквивалентные появлению электрических токов на поверхностях пластины.

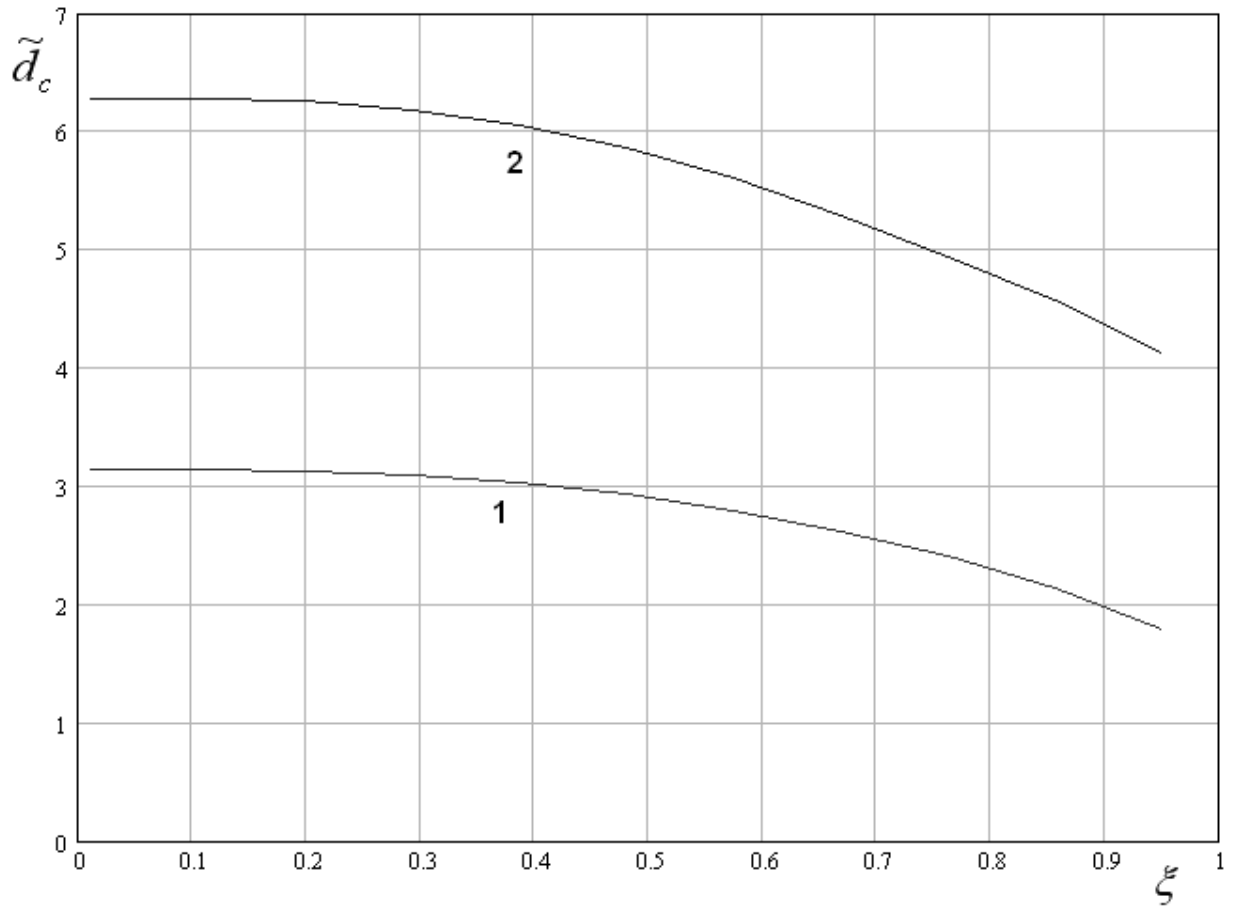


Рис. 2.4.11. Зависимость критических значений нормированной толщины пластины от параметра  $\xi$

Высшие типы волн ПлВ с емкостными ЧПР характеризуются критическими частотами. На рис. 2.4.11 показана зависимость критических значений нормированной толщины пластины  $\tilde{d}_c$  от параметра  $\xi$ . Она похожа на зависимость показанную на рис. 2.4.1. Кривая 1 соответствует  $H_2$  - волне, а кривая 2  $H_3$  - волне. При  $\xi \rightarrow 0$  значения  $\tilde{d}_{cn}$  описываются следующим выражением:

$$\tilde{d}_{cn} = \pi(n-1), \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.4.2)$$

Частотная зависимость коэффициента замедления  $H_2$  - волны показана на рис. 2.4.12. Кривые 1 – 3 рассчитаны для  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $P = 1$ ,  $\xi = 0, 0.668, 0.95$ .

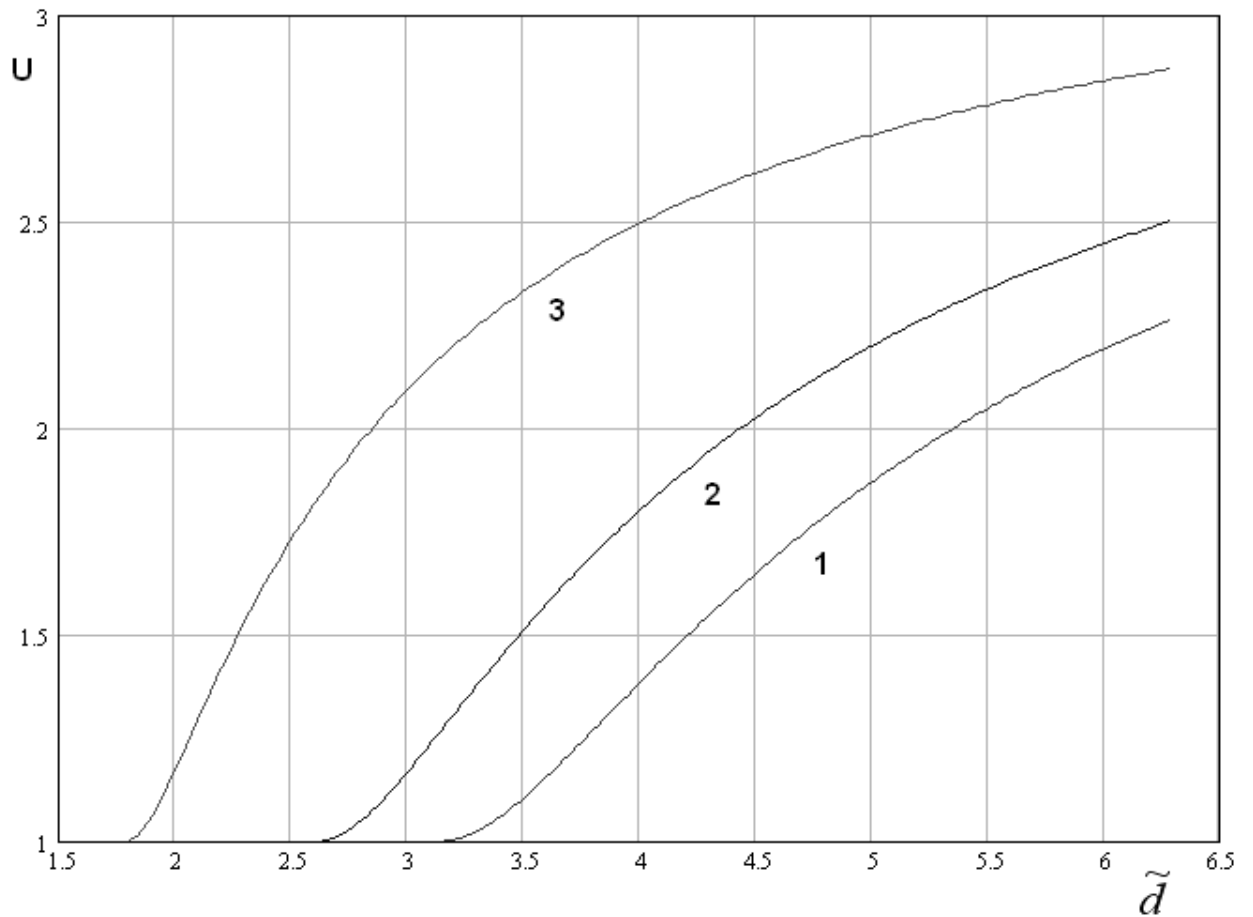


Рис. 2.4.12. Частотная зависимость коэффициента замедления  $H_2$  - волны

Поведение замедления  $H_2$  - волны качественно не отличается от поведения основной волны. Нормированные распределения поперечной компоненты электрического поля  $E_z$  и продольной компоненты магнитного поля  $H_x$   $H_2$  - волны показаны на рис. 2.4.13 и 2.4.14 соответственно. Поскольку эта волна относится к нечетным волнам, то ее поперечная компонента описывается нечетной функцией, а продольная четной. Кривые на рис. 2.4.13 и 2.4.14 получены для  $\xi = 0.95$  на частоте  $f = 74.3$  ГГц. Остальные параметры приведены выше.

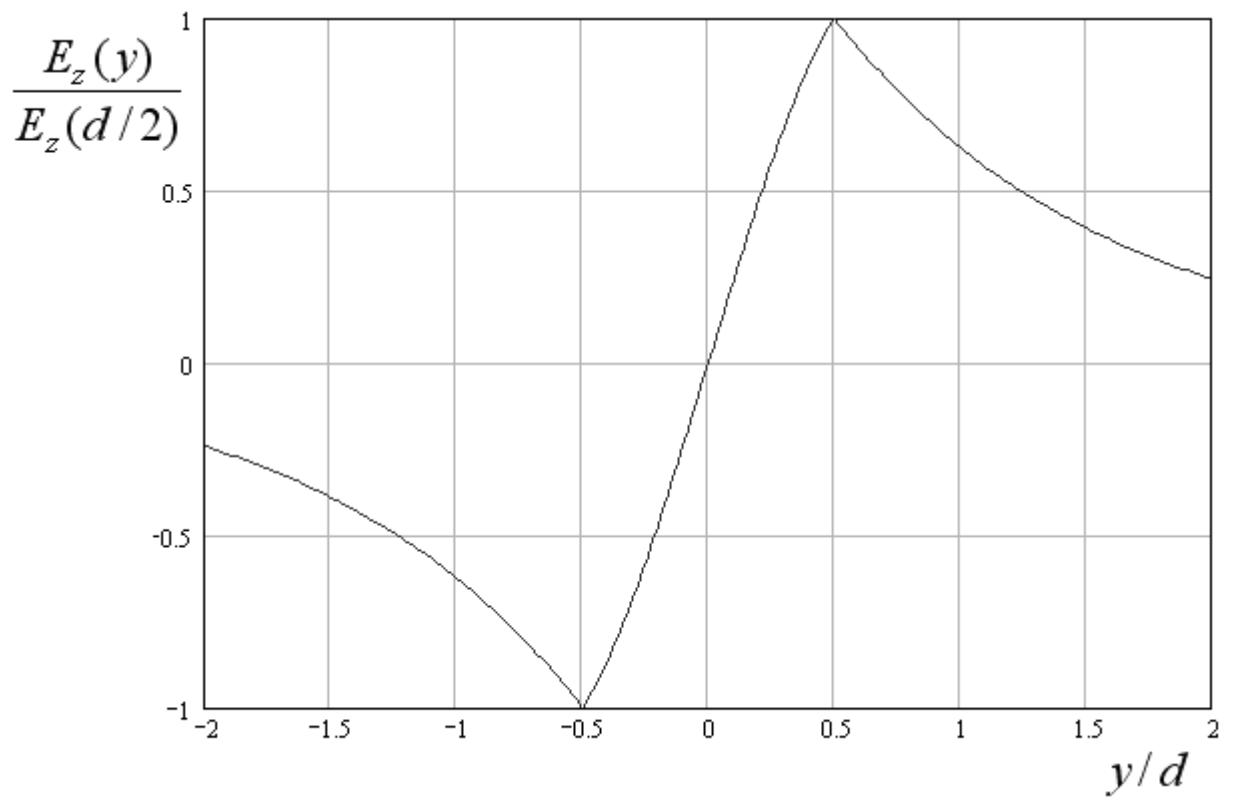


Рис. 2.4.13. Распределение поперечного электрического поля  $H_2$  - волны

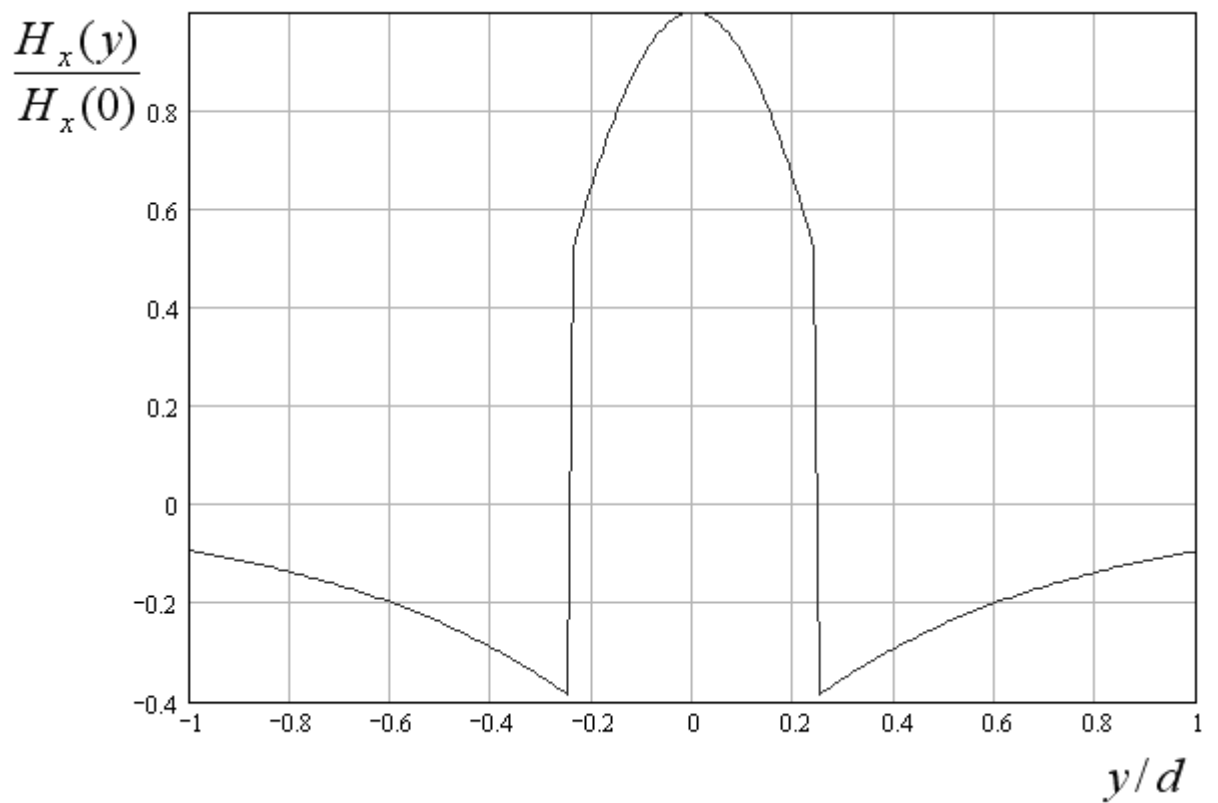


Рис. 2.4.14. Распределение продольного магнитного поля  $H_2$  - волны

Рассмотрим далее более подробно поведение параметров основной волны структуры в наиболее интересной области, в которой эффективная проницаемость достигает максимума. Поведение основной волны в этой области описывается системой параметров введенных в разд. 2.3. Она поясняется на рис. 2.3.13. Мы можем воспользоваться теми же параметрами  $\varepsilon_m$ ,  $\tilde{d}_0$ ,  $\delta f$ . Кроме них нам будет полезен параметр  $\beta$ , который определяется соотношением (2.3.9) как отношение периода решетки к толщине пластины.

Анализируя указанные выше параметры, описывающие частотную зависимость эффективной проницаемости, мы обнаруживаем, что положение ее максимума не зависит от толщины диэлектрической  $d$ .

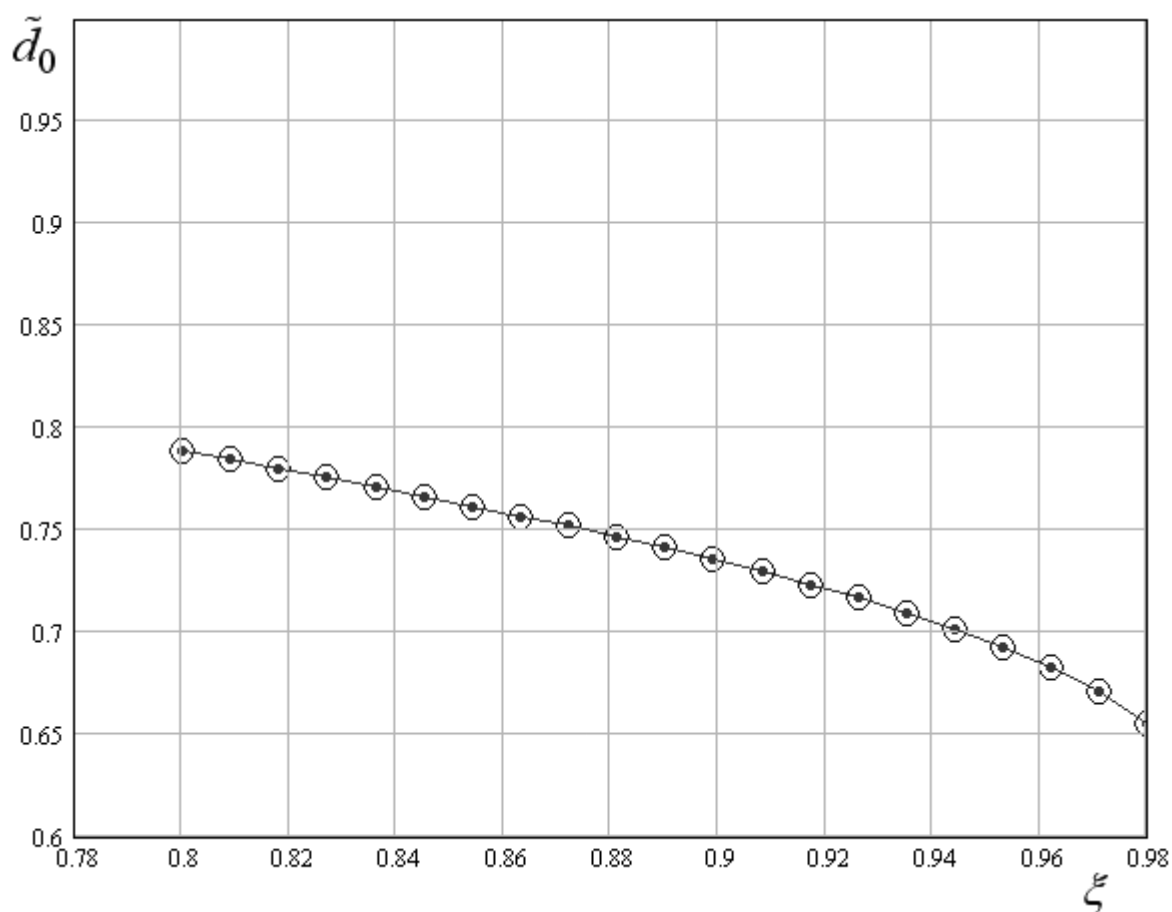


Рис. 2.4.15. Зависимость параметра  $\tilde{d}_0$  (центральной частоты рабочего диапазона) от параметра  $\xi$  при разных толщинах ПЛВ

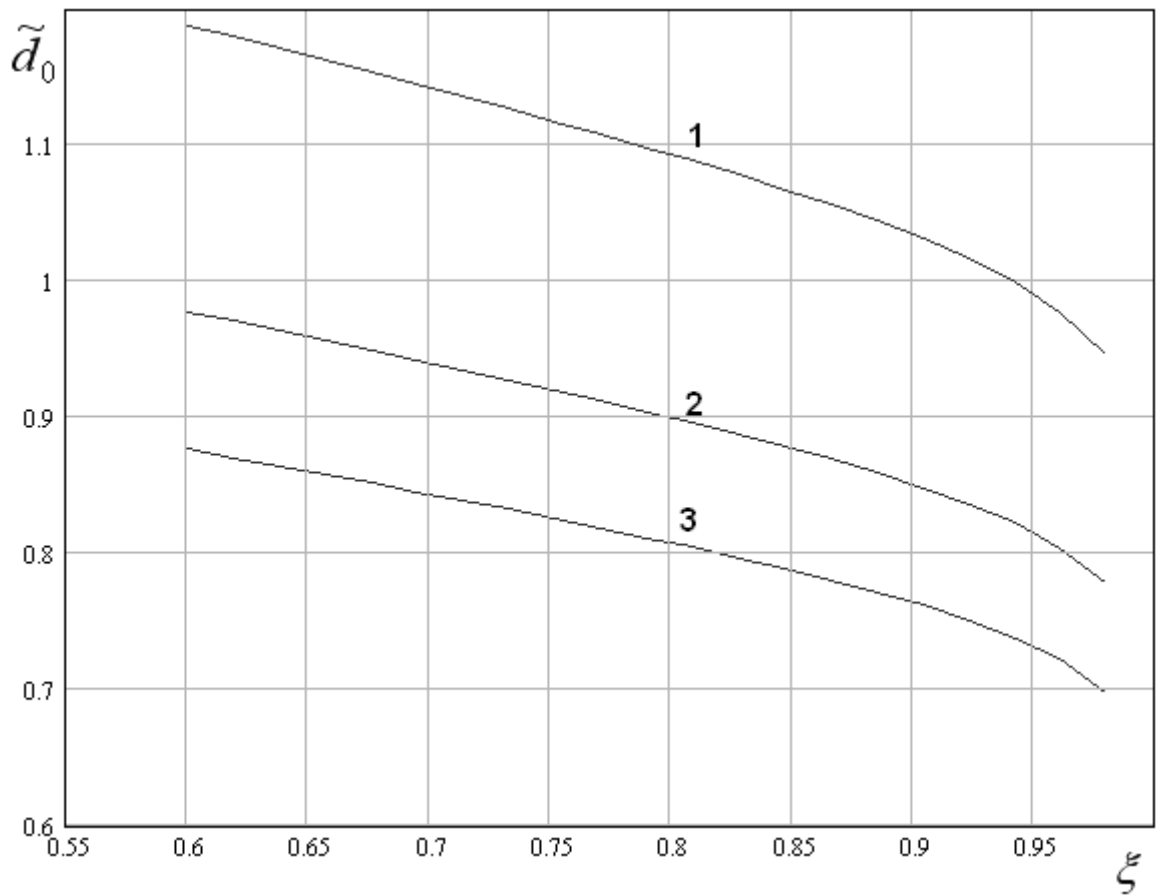


Рис. 2.4.16. Зависимость параметра  $\tilde{d}_0$  (центральной частоты рабочего диапазона) от параметра  $\xi$  при разных проницаемостях ПЛВ

Указанная устойчивость параметра  $\tilde{d}_0$ , который определяет центральную частоту рабочего диапазона ПЛВ с  $H_1$  - волной поясняет рис. 2.4.15. На нем показана зависимость  $\tilde{d}_0$  от параметра  $\xi$ . Сплошная кривая, точки и кружки соответствуют  $d = 0.25, 0.5, 0.75$ . Остальные параметры структуры:  $d = 0.5$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $\beta = 1$ .

На рис. 2.4.16 показана зависимость параметра  $\tilde{d}_0$  от  $\xi$  при разных значениях диэлектрической проницаемости. Кривые 1 – 3 получены для  $d = 0.5$ ,  $\varepsilon = 5, 10, 15$ ,  $\beta = 1$ . Видно, что при уменьшении  $\varepsilon$  параметр  $\tilde{d}_0$ , описывающий положение центральной частоты увеличивается.

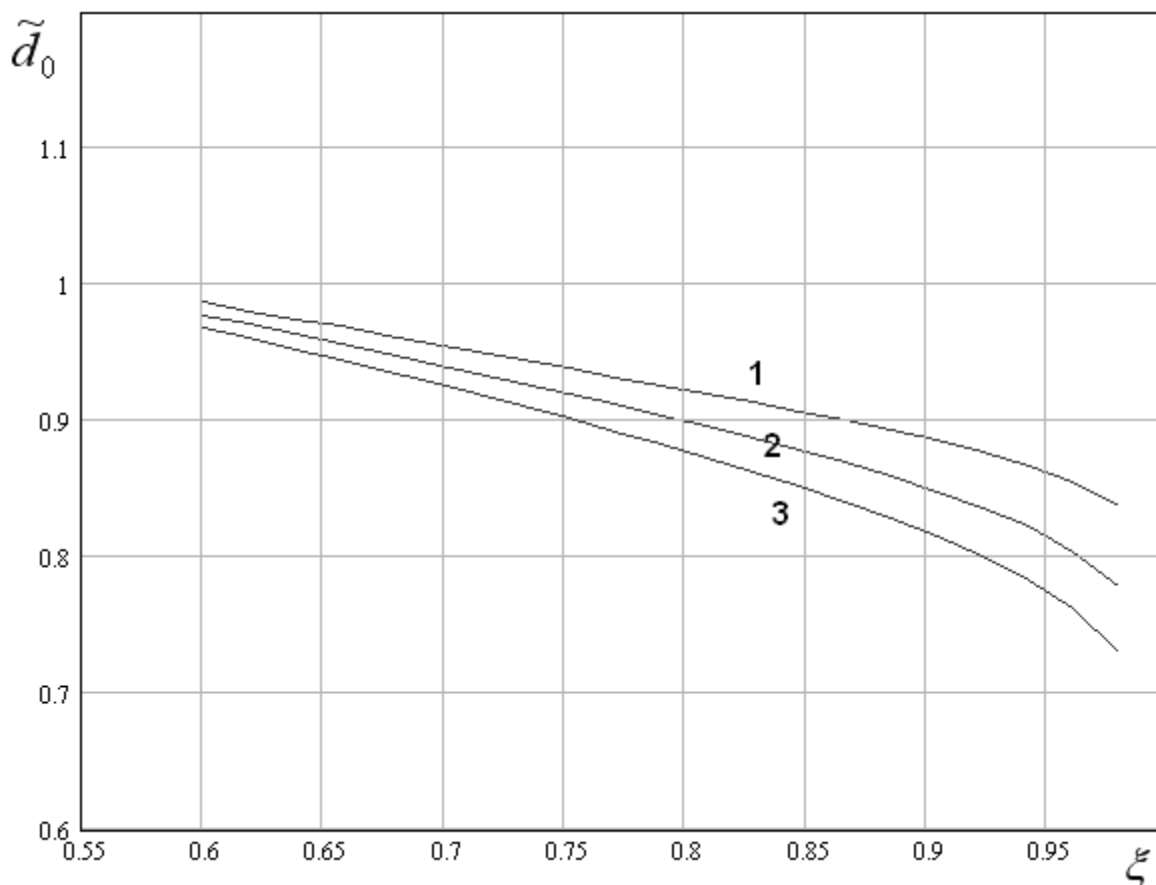


Рис. 2.4.17. Зависимость параметра  $\tilde{d}_0$  (центральной частоты рабочего диапазона) от параметра  $\xi$  при разных параметрах  $\beta$

На рис. 2.4.17 показана зависимость параметра  $\tilde{d}_0$ , пропорционального центральной частоте рабочего диапазона от параметра  $\xi$  при разных значениях параметра  $\beta$ . Кривые 1 – 3 получены для  $d = 0.5$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $\beta = 0.5, 1.0, 1.5$ .

Численные расчеты показали, что относительная ширина полосы рабочих частот  $\delta f$  практически не зависит от параметров структуры, к числу которых относятся  $\varepsilon, d, \beta$ . На рис. 2.4.18 – 2.4.20 показаны зависимости полосы рабочих частот от  $\xi$ . Параметрами на указанных рисунках являются соответственно  $\varepsilon, d, \beta$ , принимающие значения  $\varepsilon = 5, 10, 15$ ,  $d = 0.25, 0.5, 1$ ,  $\beta = 0.5, 1.0, 1.5$ .

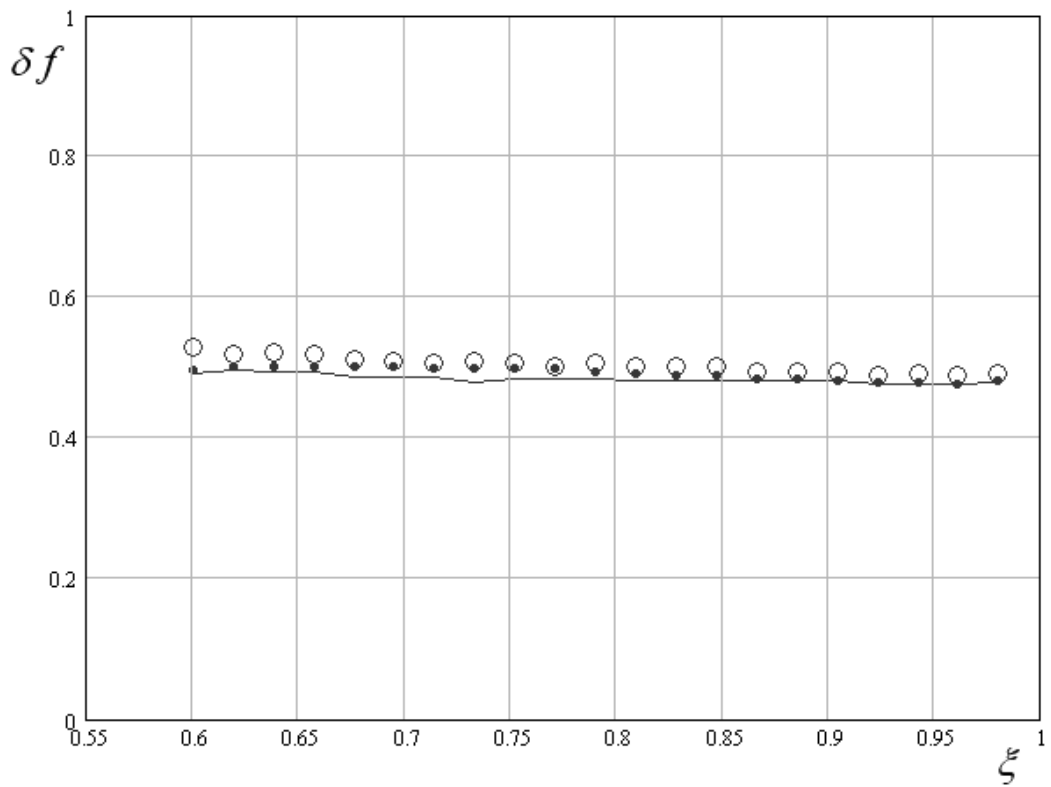


Рис. 2.4.18. Зависимость относительной ширины рабочего диапазона от  $\xi$  при разных значениях диэлектрической проницаемости ПЛВ

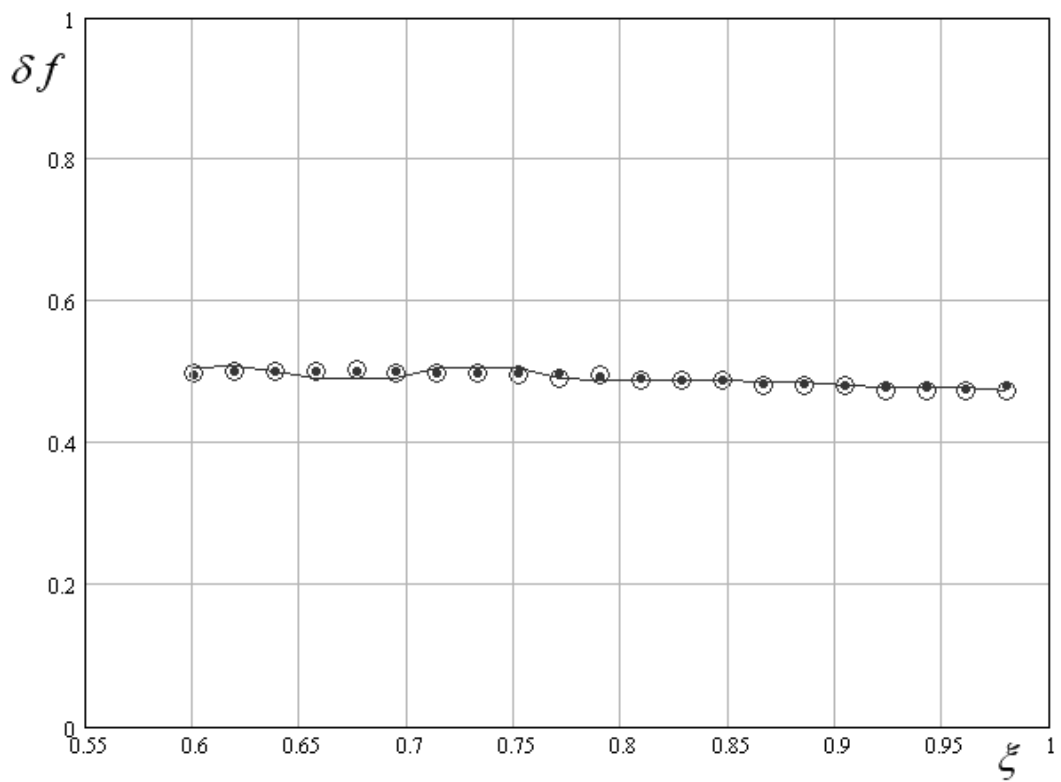
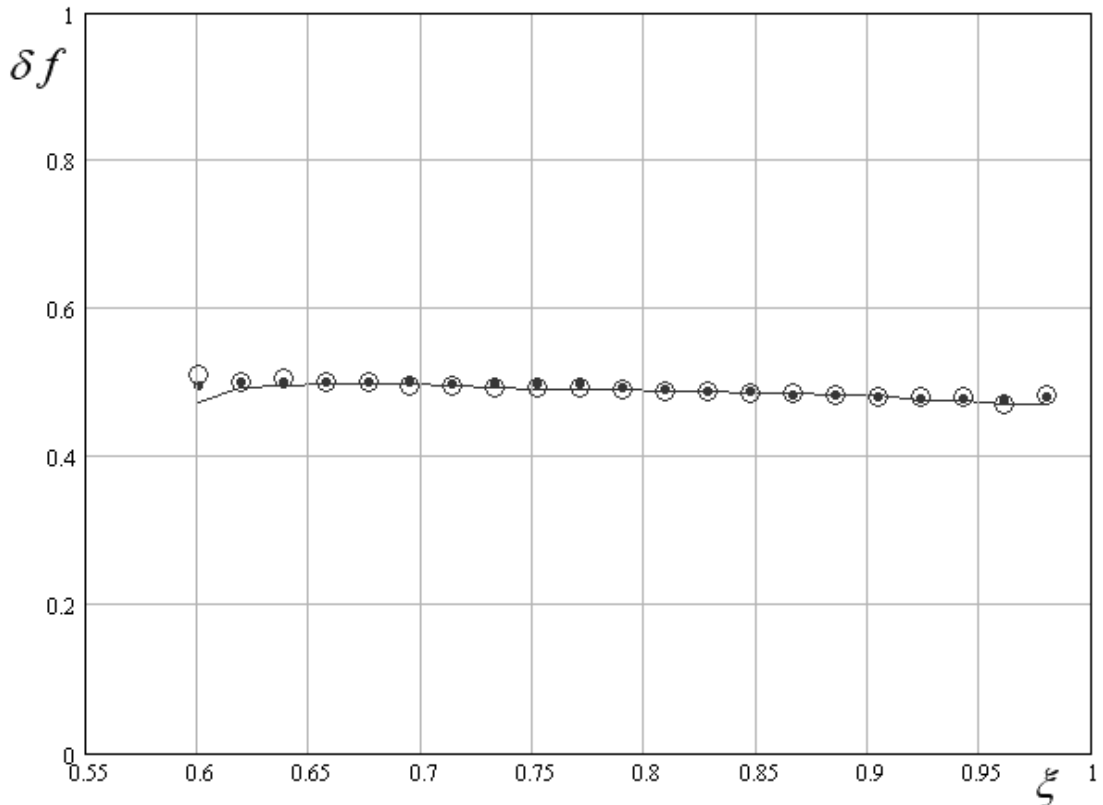


Рис. 2.4.19. Зависимость относительной ширины рабочего диапазона от  $\xi$  при разных значениях толщины ПЛВ





*Рис. 2.4.20. Зависимость относительной ширины рабочего диапазона от  $\xi$  при разных значениях параметра  $\beta$*

Рисунку 2.4.18 соответствуют  $d = 0.5$ ,  $\beta = 1.0$ , рисунку 2.4.19  $\varepsilon = 10$ ,  $\beta = 1.0$  и рисунку 2.4.20  $d = 0.5$ ,  $\varepsilon = 10$ . При расчетах полосы рабочих частот параметр  $\delta$ , задающий допустимые изменения эффективной диэлектрической проницаемости был принят равным 0.05. В этом случае, как видно из рис. 2.4.18 - 2.4.20 относительная полоса рабочих частот близка к 0.5 вне зависимости от параметров структуры.

Рассмотрим далее поведение максимального значения эффективной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_m$ . Оно показано на рис. 2.4.21 – 2.4.23. На всех этих рисунках представлена зависимость  $\varepsilon_m$  от параметра  $\xi$ . Разные кривые соответствуют разным значениям диэлектрической проницаемости

ПлВ (см. рис. 2.4.21), его толщины (см. рис. 2.4.22) и параметра  $\beta$  (см. рис. 2.4.23).

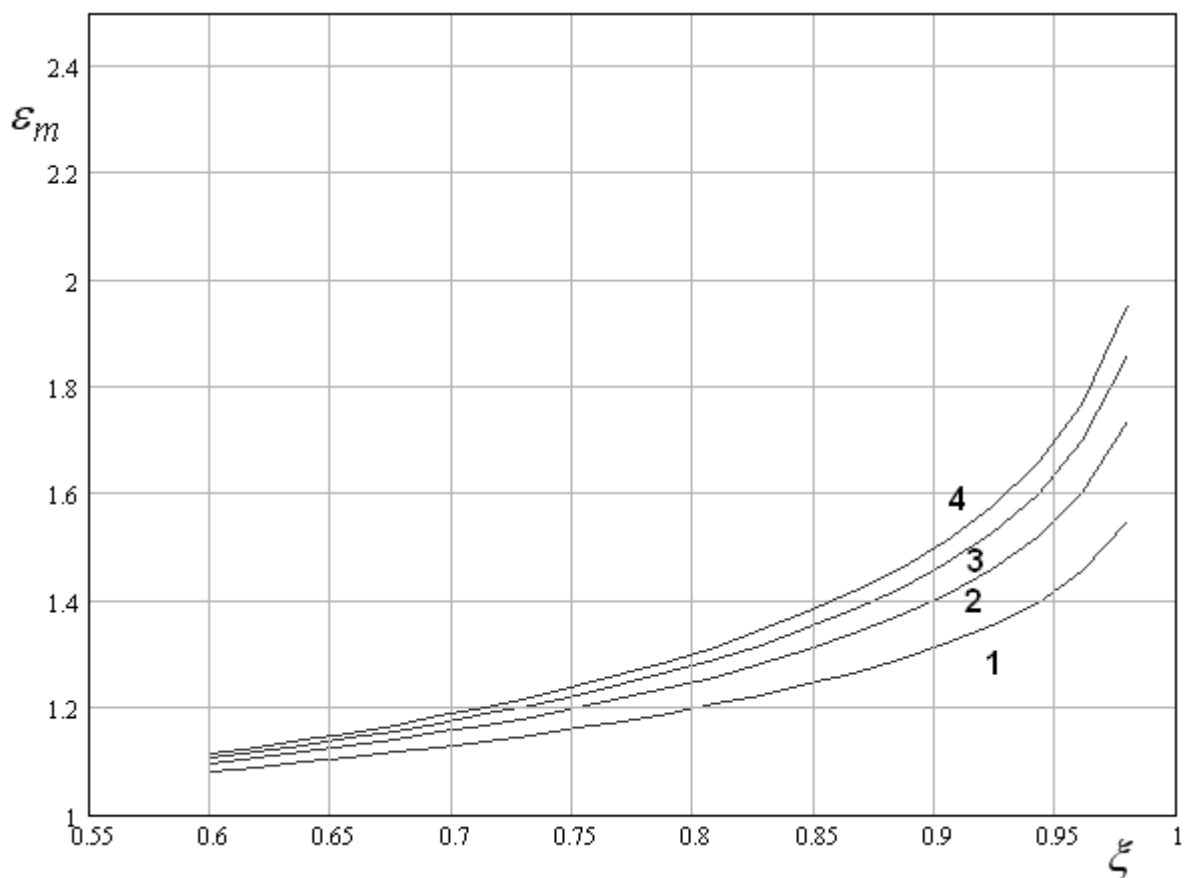


Рис. 2.4.21. Зависимость максимальной эффективной проницаемости от  $\xi$  при разных проницаемостях ПлВ

Как и следовало ожидать, увеличение максимальной эффективной проницаемости наблюдается на подложках с большей проницаемостью и при использовании решеток с большим периодом. Кривые 1 – 4 на рис. 2.4.21 получены при  $\varepsilon = 5, 10, 15, 20$ ,  $\beta = 1.5$ ,  $d = 0.5$ .

Несколько неожиданным результатом численных расчетов можно считать независимость исследуемого параметра от толщины ПлВ  $d$ . Это видно из рис. 2.4.22, на котором сплошная кривая соответствует  $d = 0.25$ , точки  $d = 0.5$  и кружки  $d = 0.75$ . Видно, что результаты для всех значений толщин совпали с очень хорошей точностью.

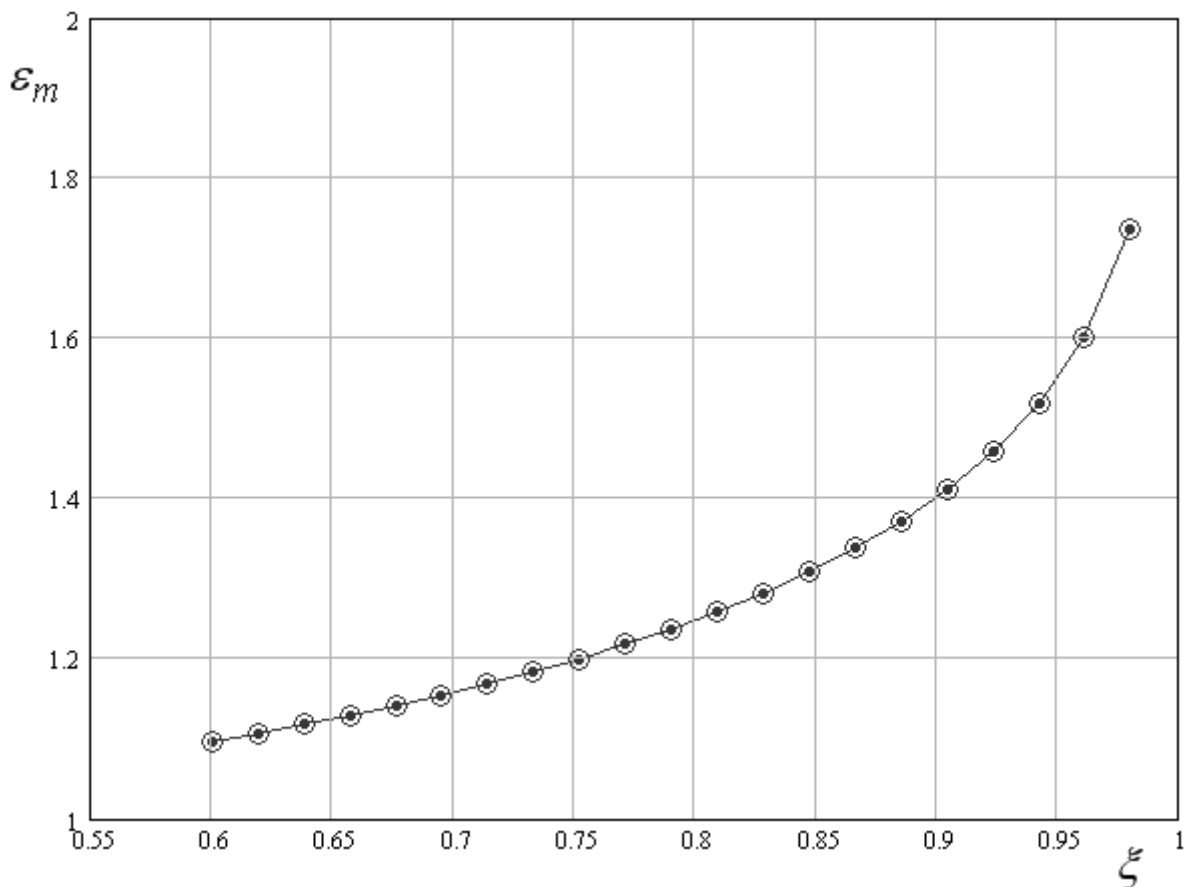


Рис. 2.4.22. Зависимость максимальной эффективной проницаемости от  $\xi$  при разных толщинах ПЛВ

Параметр  $\beta$  задает период решетки при фиксированной толщине ПЛВ. Из рис. 2.4.23 видно, что его увеличение позволяет значительно повысить максимально достижимые значения эффективной проницаемости. При этом нужно отметить, что уровень  $\varepsilon_m = 2$  достигается только при  $\varepsilon \geq 10$  при использовании решеток с достаточно большим периодом.

При исследовании E – волн в ПЛВ с емкостными решетками важную роль играло изученное техническое противоречие между максимально достижимой эффективной проницаемостью и относительной шириной полосы рабочих частот. В случае H – волн такое противоречие отсутствует, в силу отмеченной выше независимости ширины рабочего диапазона от свободных параметров структуры, к которым относятся величины  $\varepsilon, d, \beta$ . Таким образом, для H – волн ситуация более простая, так как при оценке

показателей качества один из них оказывается фиксированным. Он не участвует в формировании технического противоречия.

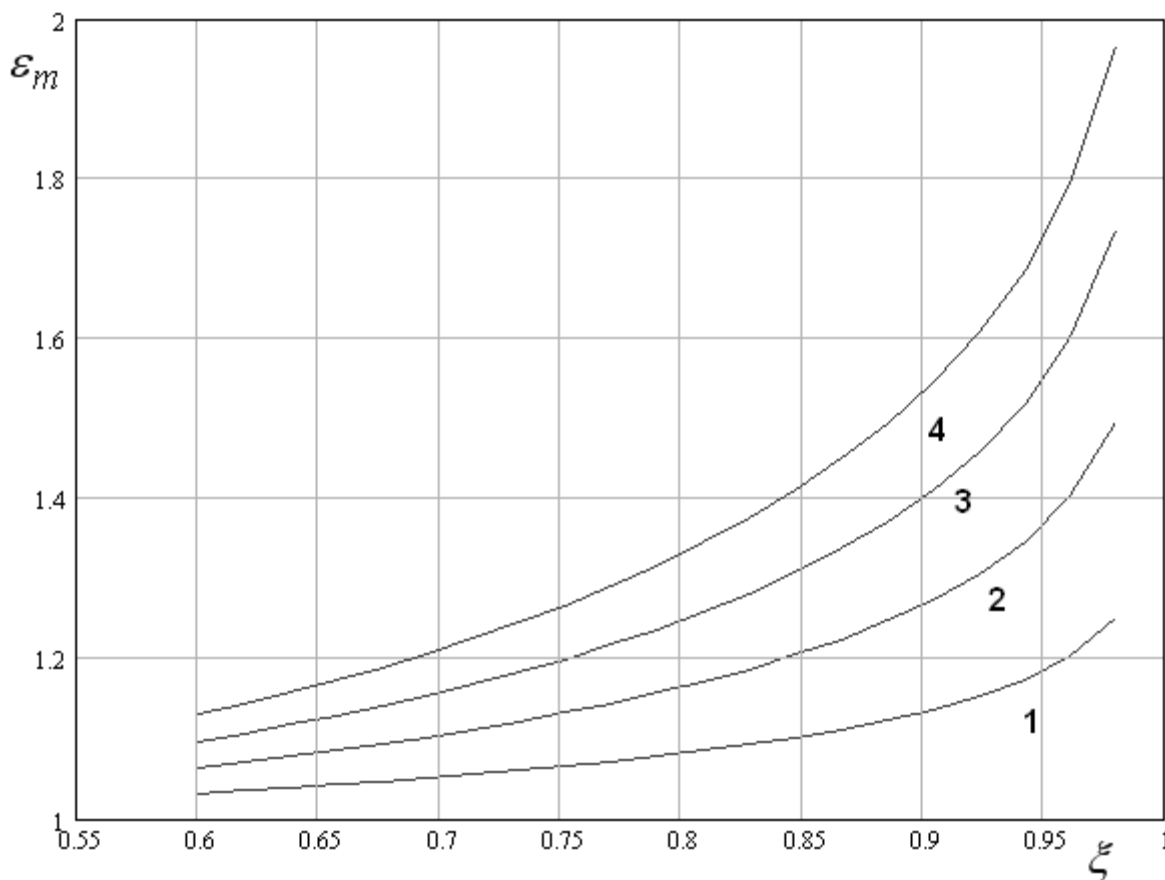


Рис. 2.4.23. Зависимость максимальной эффективной проницаемости от  $\xi$  при разных параметрах  $\beta$

В случае E – волн все три показателя качества, к которым также необходимо отнести затухание волны, находятся в противоречии. С учетом данного замечания мы можем сделать вывод о необходимости исследования затухания  $H_1$  - волны и перейти к анализу его зависимостей от параметров структуры.

Рассмотрим зависимости разных составляющих затухания от частоты или пропорционального ей параметра  $\tilde{d}$ . На рис. 2.4.24 показана такая зависимость для затухания, обусловленного потерями в решетках. Кривые 1-4 получены для  $\varepsilon = 10$ ,  $\beta = 2$ ,  $d = 0.5$ .

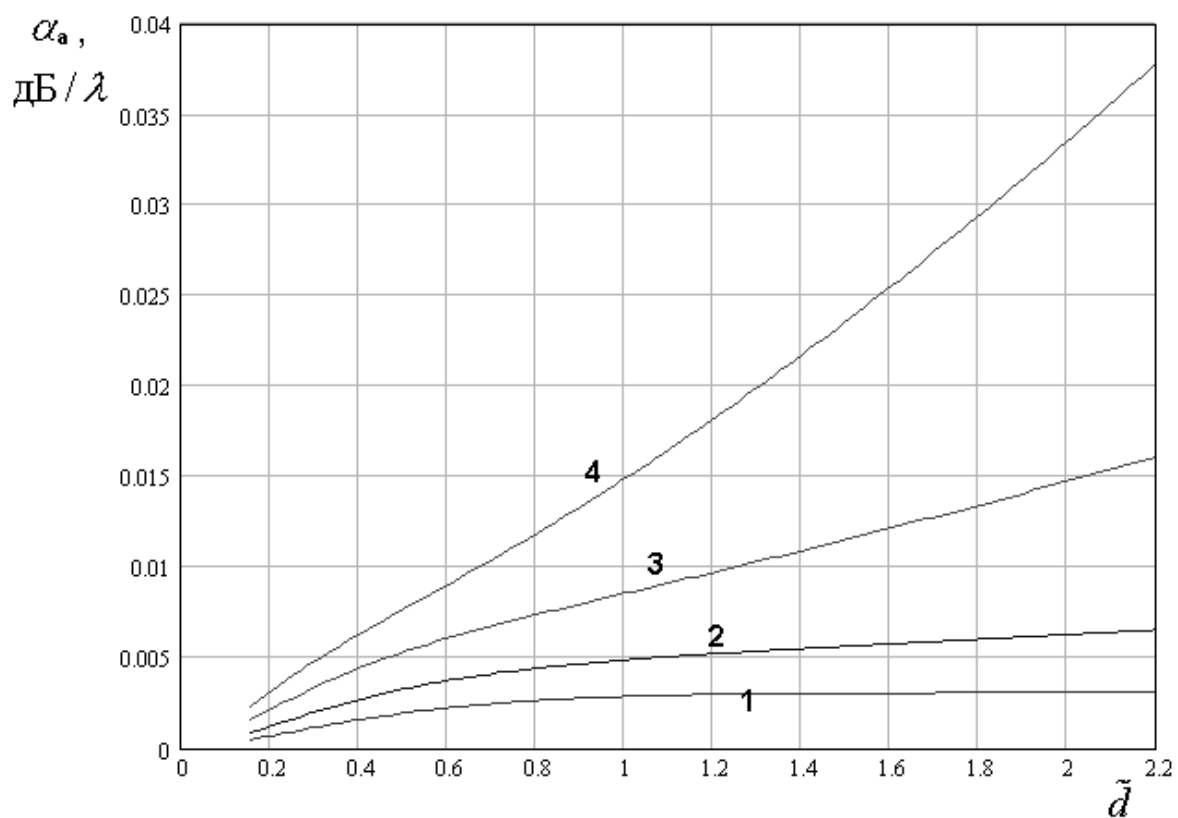


Рис. 2.4.24. Частотная зависимость затухания, обусловленного потерями в решетках

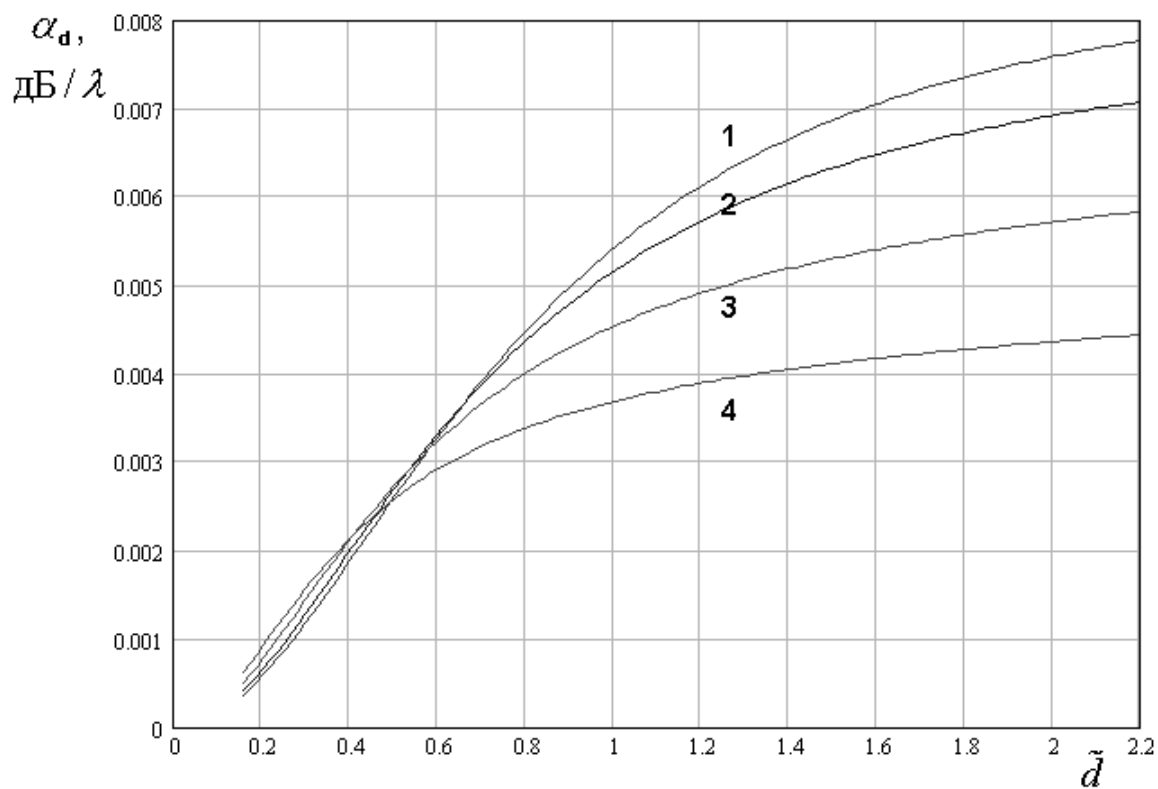


Рис. 2.4.25. Частотная зависимость затухания, обусловленного потерями в диэлектрике

Они соответствуют  $\xi = 0.6, 0.752, 0.904, 0.98$ . На рис. 2.4.25 показана частотная зависимость затухания, обусловленного потерями в диэлектрической подложке. Затухания были рассчитаны для решетки, выполненной из меди и диэлектрика с тангенсом угла потерь равным 0.0001.

Как и следовало ожидать, уменьшение щелей между элементами ЧПР ( $\xi \rightarrow 1$ ) приводит к существенному росту затухания  $H_1$  - волны. Особенно ярко этот эффект проявляется на высоких частотах, на которых затухание в решетке становится доминирующей составляющей суммарного затухания. На низких частотах, аналогично Е – волнам затухание мало, в частности, по причине того, что коэффициент замедления волны близок к единице.

Следует отметить, что при  $\xi \rightarrow 1$  наблюдается несколько неожиданное уменьшение затухания, обусловленного диэлектрическими потерями.

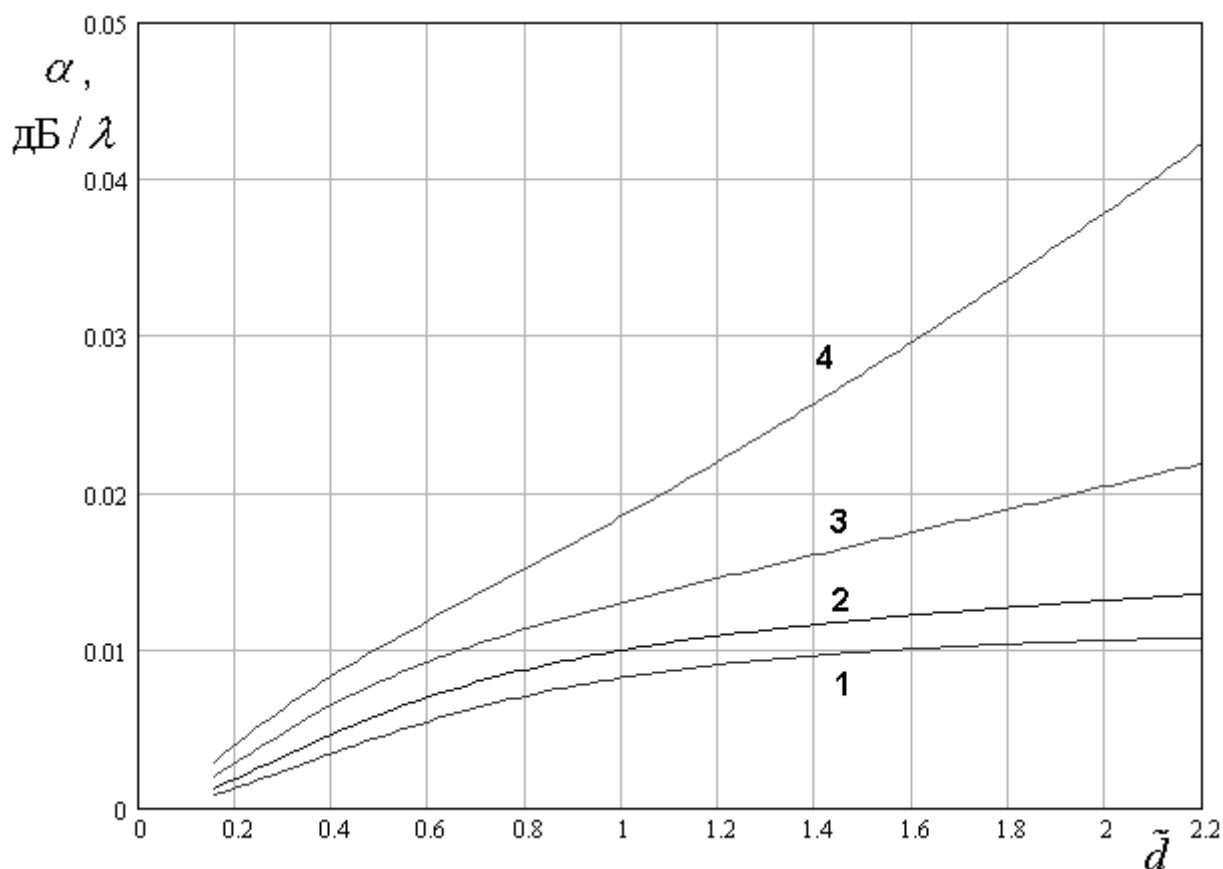


Рис. 2.4.26. Частотная зависимость суммарного затухания

Частотная зависимость суммарного затухания показана на рис. 2.4.26. Кривые 1 – 4 рассчитаны для параметров приведенных выше. Поскольку суммарное затухание определяется преимущественно потерями в решетке, то кривые на рис. 2.4.26 аналогичны кривым на рис. 2.4.24.

В разд. 2.3 отмечались интересные особенности в зависимостях разных компонент суммарного затухания  $E_1$  - волны от толщины ПЛВ  $d$ . Поведение затухания  $H_1$  - волны оказалось полностью аналогичным. Так затухание, обусловленное потерями в диэлектрике  $\alpha_d$  не зависит от толщины диэлектрической пластины.

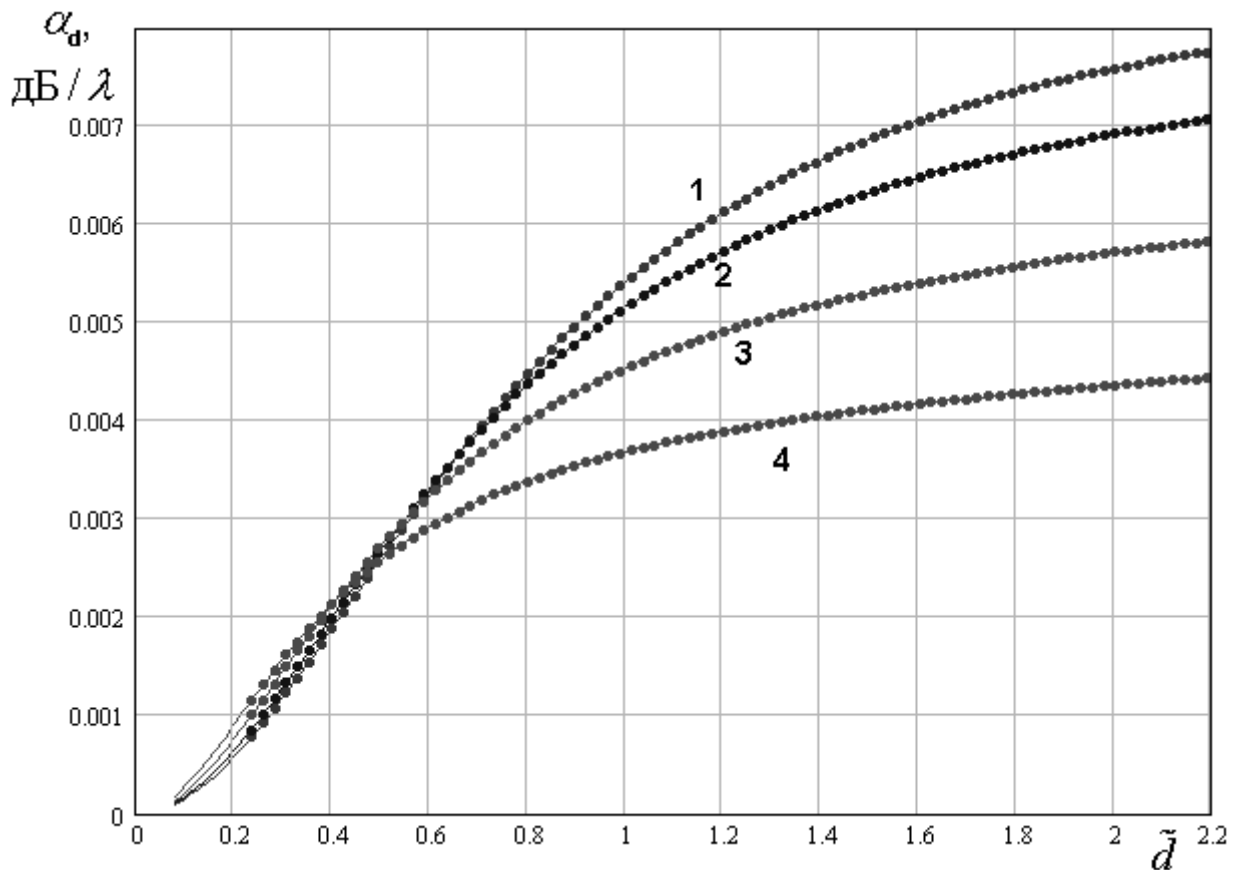


Рис. 2.4.27. Частотная зависимость затухания, обусловленного потерями в диэлектрике

Это видно из рис. 2.4.27, на котором показана зависимость затухания  $\alpha_d$  от нормированной толщины пластины. Кривые 1 – 4 получены для  $\xi = 0.6, 0.752, 0.904, 0.98$ ,  $\beta = 2$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.25$ . Решетка

выполнена из меди толщиной  $t = 0.005$ , а  $\text{tg}\delta = 0.0001$ . Точки соответствуют тем же параметрам за исключение толщины  $d$ , которая теперь равна 0.75.

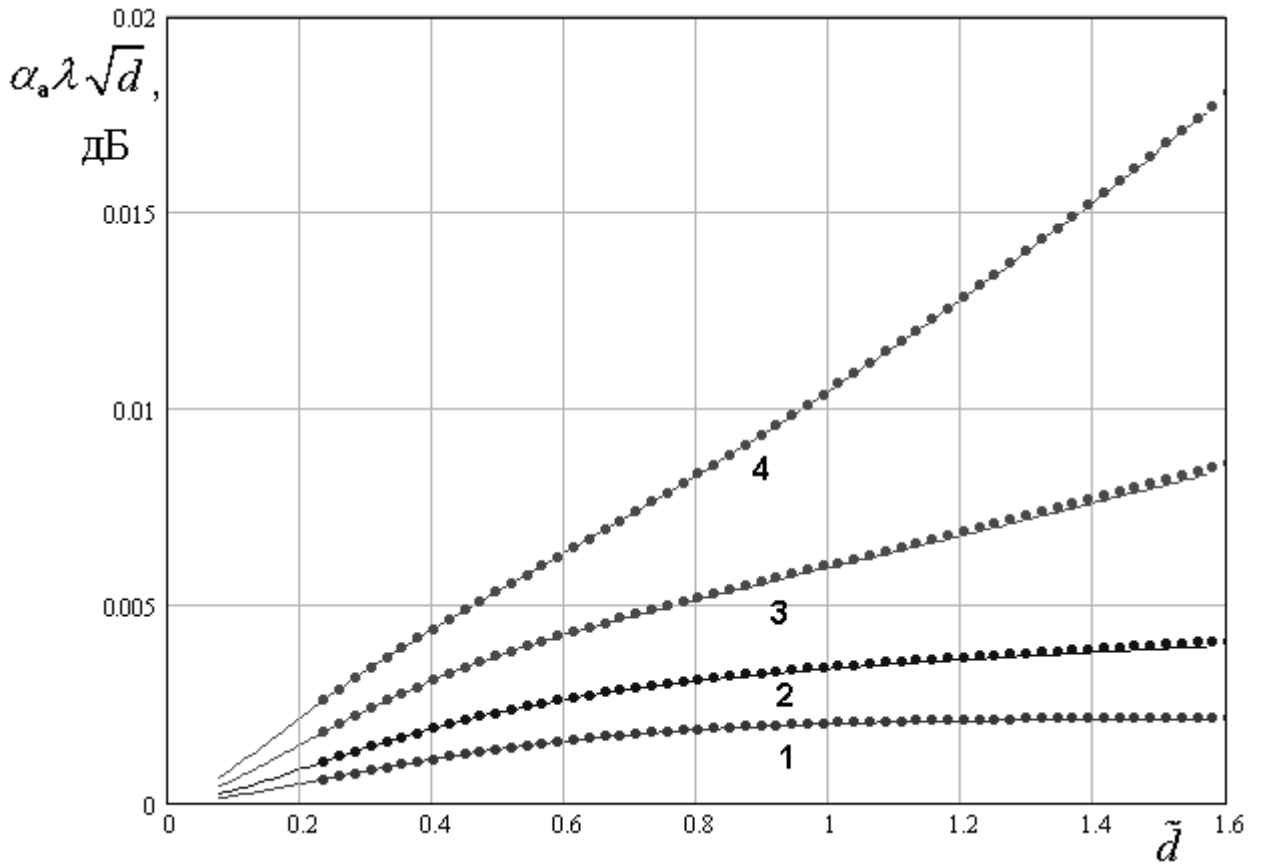


Рис. 2.4.28. Частотная зависимость параметра  $\alpha_a \lambda \sqrt{d}$

Видно, что трехкратное изменение толщины пластины практически никак не повлияло на затухание.

Поведение затухания, обусловленного потерями в решетке  $\alpha_a$  можно понять из рис. 2.4.28, на котором показана зависимость параметра  $\alpha_a \lambda \sqrt{d}$  (затухание на длину волны, умноженное на  $\sqrt{\epsilon}$ ) от нормированной толщины подложки. Кривые 1 – 4 и точки получены при условиях, описанных выше. Видно, что параметр  $\alpha_a \lambda \sqrt{d}$  почти не меняется при существенном изменении толщины подложки.



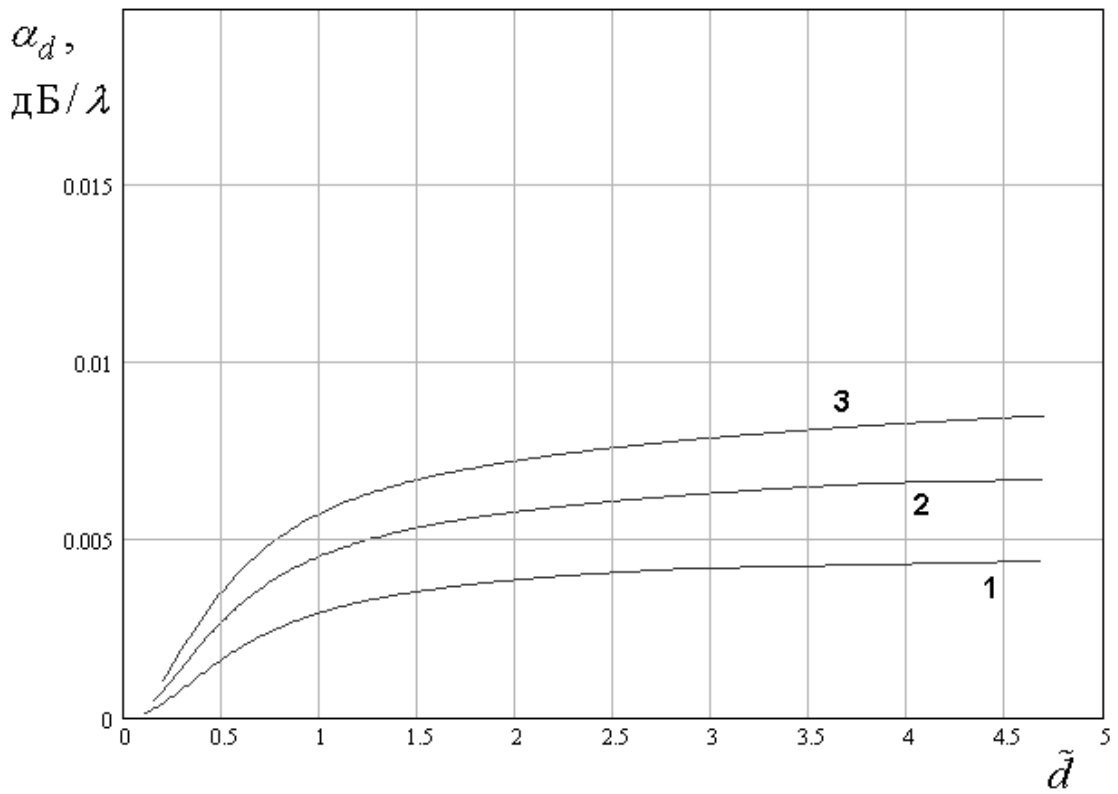


Рис. 2.4.29. Частотная зависимость затухания, обусловленного потерями в диэлектрике при разных  $\varepsilon$

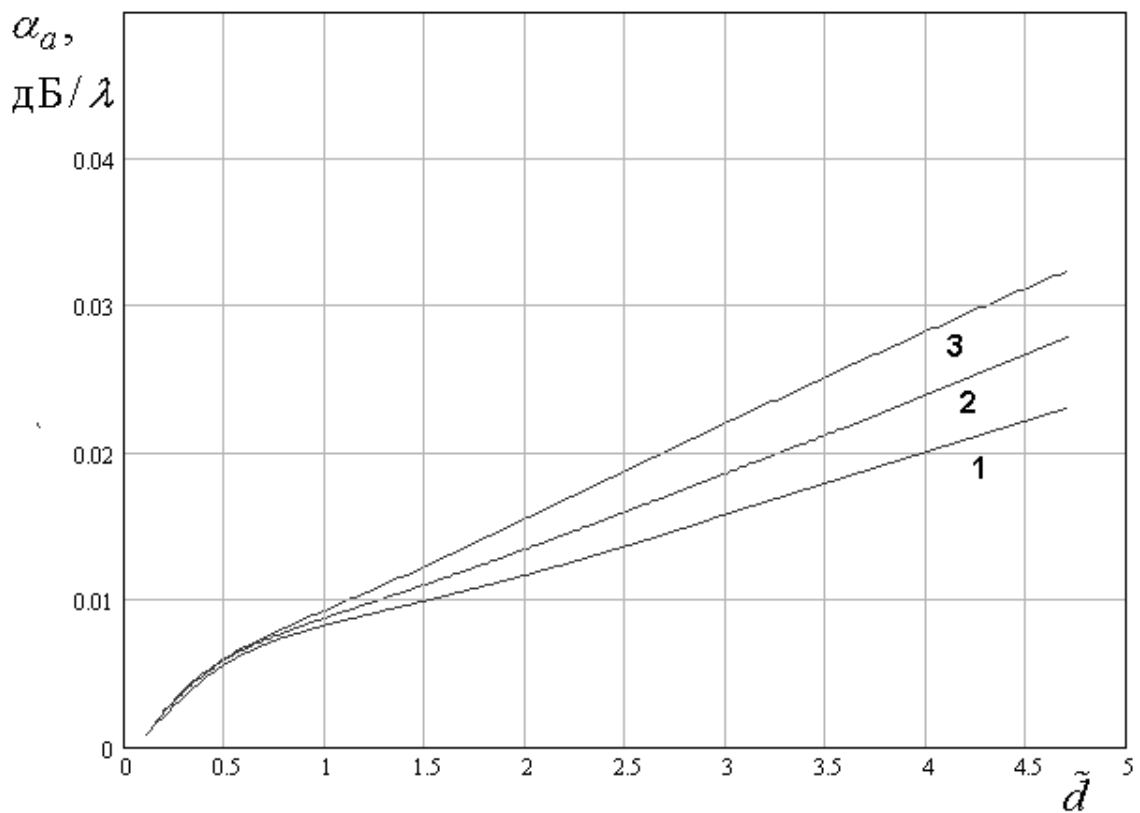


Рис. 2.4.30. Частотная зависимость затухания, обусловленного потерями в решетке при разных  $\varepsilon$

Продолжим далее изучение поведения разных составляющих суммарного затухания  $H_1$  - волны при изменении параметров структуры.

На рис. 2.3.29 показана зависимость затухания, обусловленного потерями в диэлектрике от параметра  $\tilde{d}$ . Кривые 1 – 3 получены для разных значений диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$ . Они соответствуют  $\varepsilon = 5, 10, 15$ ,  $\beta = 1.5$ ,  $d = 0.5$ ,  $\xi = 0.98$ ,  $t = 0.005$ ,  $\text{tg}\delta = 0.0001$ . Материал, из которого выполнена решетка здесь и далее – медь. На рис. 2.4.30 показана частотная зависимость затухания из-за потерь в решетке. Кривые 1 – 3 рассчитаны для параметров указанных выше. Анализируя кривые на рис. 2.4.29 и 2.4.30, можно отметить, что увеличение проницаемости подложки вызывает рост всех компонент затухания. Более сильный рост затухания характерен для  $\alpha_a$ . Также можно обратить внимание на то, что с ростом частоты затухание  $\alpha_d$  стабилизируется и остается практически неизменным при увеличении  $\tilde{d}$ . Наоборот, затухание  $\alpha_a$  с растет с ростом частоты.

На рис. 2.4.31 показана зависимость затухания, обусловленного потерями в ЧПР от нормированной толщины подложки, эквивалентная частотной зависимости. Кривые 1 – 3 рассчитаны для  $\beta = 0.5, 1.0, 1.5$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $\xi = 0.98$ ,  $t = 0.005$ ,  $\text{tg}\delta = 0.0001$ .

Аналогичная зависимость затухания из-за потерь в диэлектрике для тех же параметров представлена на рис. 2.4.32. Видно, что увеличение параметра  $\beta$ , то есть периода решетки весьма существенно увеличивает затухание  $\alpha_a$  особенно на высоких частотах. Несколько неожиданным может показаться то, что затухание  $\alpha_d$  уменьшается с ростом  $\beta$ . Однако, вследствие того, что затухание из-за потерь в ЧПР существенно превосходит затухание, обусловленное конечным значением  $\text{tg}\delta$ , то поведение суммарного затухания определяется затуханием  $\alpha_a$ .

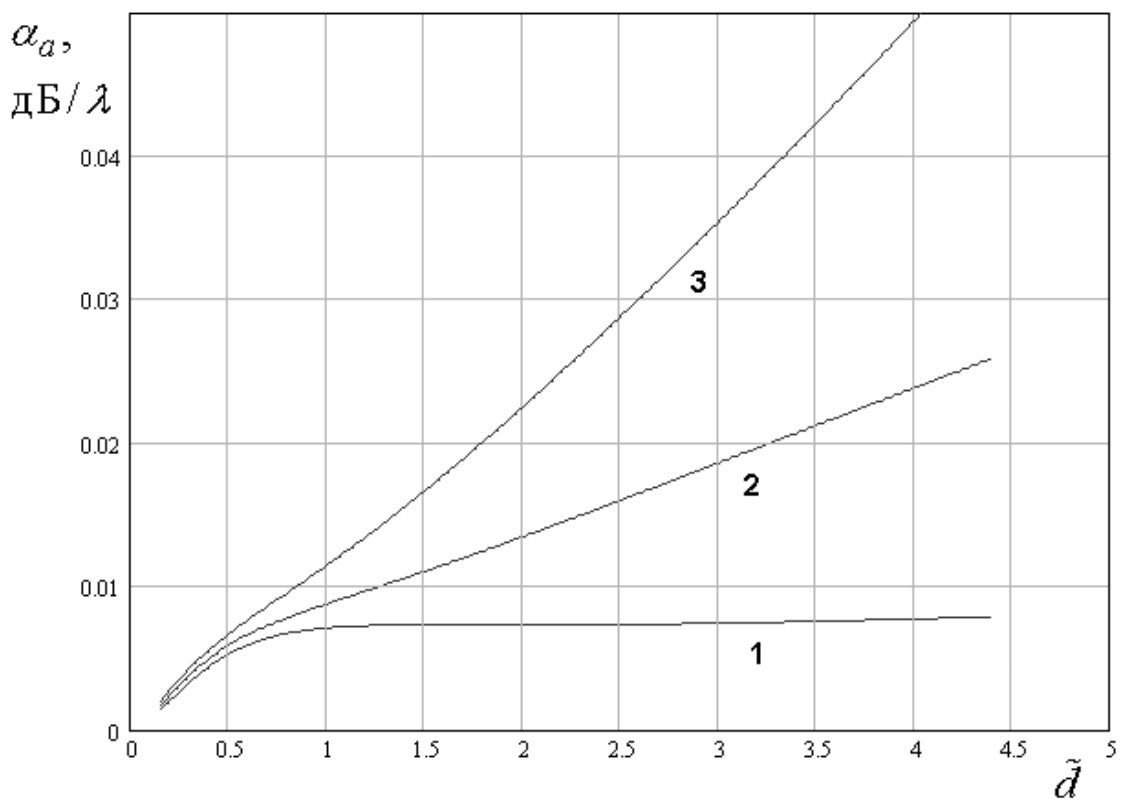


Рис. 2.4.31. Частотная зависимость затухания, обусловленного потерями в решетке при разных  $\beta$

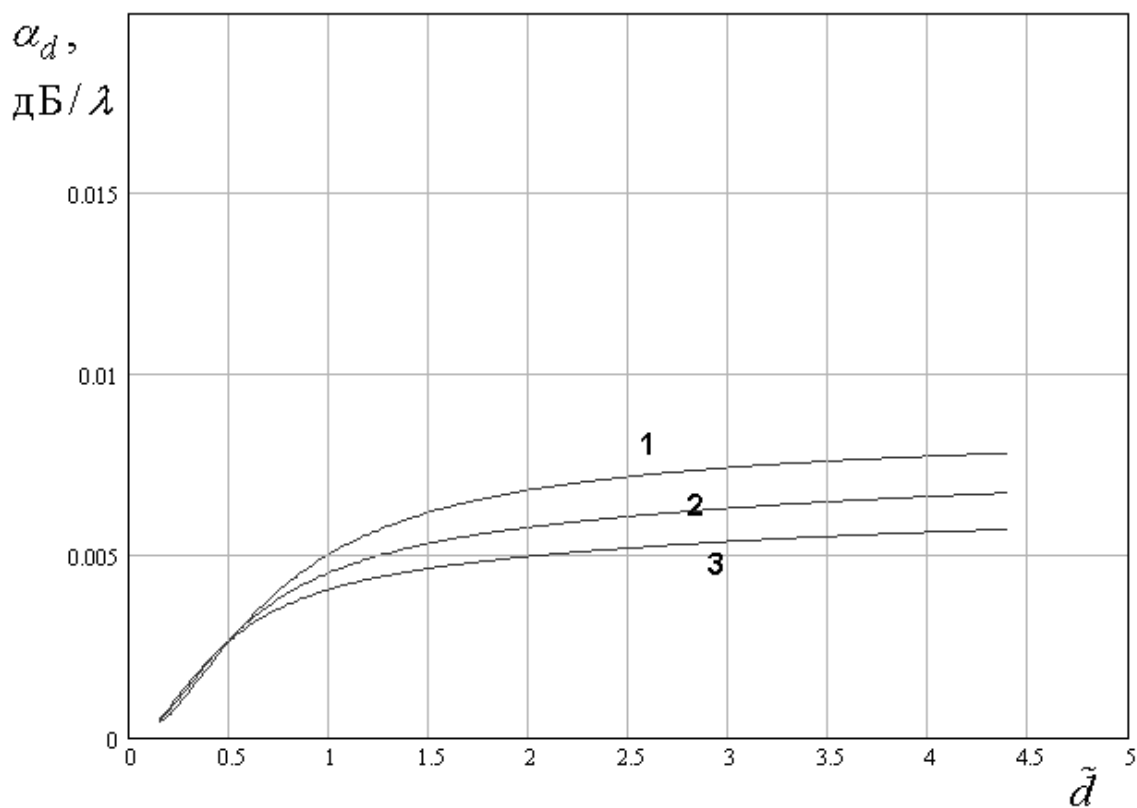


Рис. 2.4.32. Частотная зависимость затухания, обусловленного потерями в диэлектрике при разных  $\beta$

Выше мы рассматривали зависимости затухания от параметров структуры в диапазоне частот. При этом следует сказать, что особый интерес для нас представляет поведение затухания в пределах полосы рабочих частот. Для удобной его оценки обозначим через  $\alpha_0$  суммарное затухание  $H_1$  - волны при  $\tilde{d} = \tilde{d}_0$ , то есть в центре рабочего диапазона.

На рис. 2.4.33 и 2.4.34 показаны исходные для дальнейшего исследования зависимости  $\alpha_0$  от параметра  $\xi$ . Кривые 1 – 3 на рис. 2.4.33 получены при  $\beta = 1.5$ ,  $\varepsilon = 5, 10, 15$ ,  $d = 0.5$ ,  $t = 0.005$ ,  $\text{tg}\delta = 0.0001$ , а кривые 1 – 4 рассчитаны при тех же параметрах за исключением  $\beta = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ .

Обращает на себя внимание, что величина затухания  $\alpha_0$  зависит от параметров  $\varepsilon$  и  $\beta$  значительно слабее, чем зависимости показанные на рис. 2.4.29 – 2.4.32. Причина такого поведения кривых объясняется тем, что указанные параметры особенно сильно влияют на затухание  $H_1$  - волны за пределами рабочего диапазона частот, а на центральной частоте их влияние существенно меньше. Особенно это относится к зависимости  $\alpha_0$  от  $\beta$  (см. рис. 2.4.34). Можно отметить, что за исключением области, в которой  $\xi \approx 1$  затухание  $\alpha_0$  практически не зависит от параметра  $\beta$ , тогда как из рис. 2.4.31 видно, что зависимость  $\alpha_0$  имеется и она существенна.

Влияние диэлектрической проницаемости на величину  $\alpha_0$  также невелико. Только при  $\xi \approx 1$  оно минимально в отличие от рассмотренного выше случая. В целом изменение затухания  $\alpha_0$  при вариациях  $\varepsilon$  и  $\beta$  в несколько раз не превышает 10%.

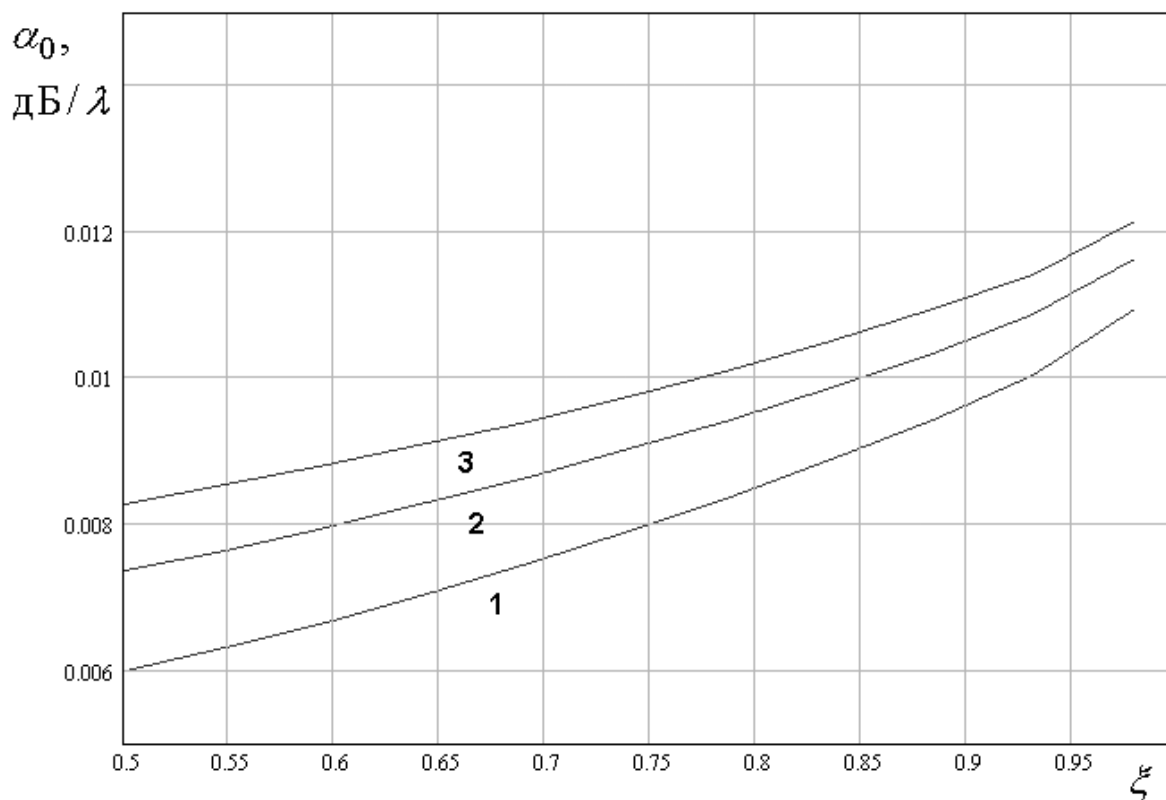


Рис. 2.4.33. Зависимость затухания на центральной частоте от параметра  $\xi$  при разных  $\epsilon$

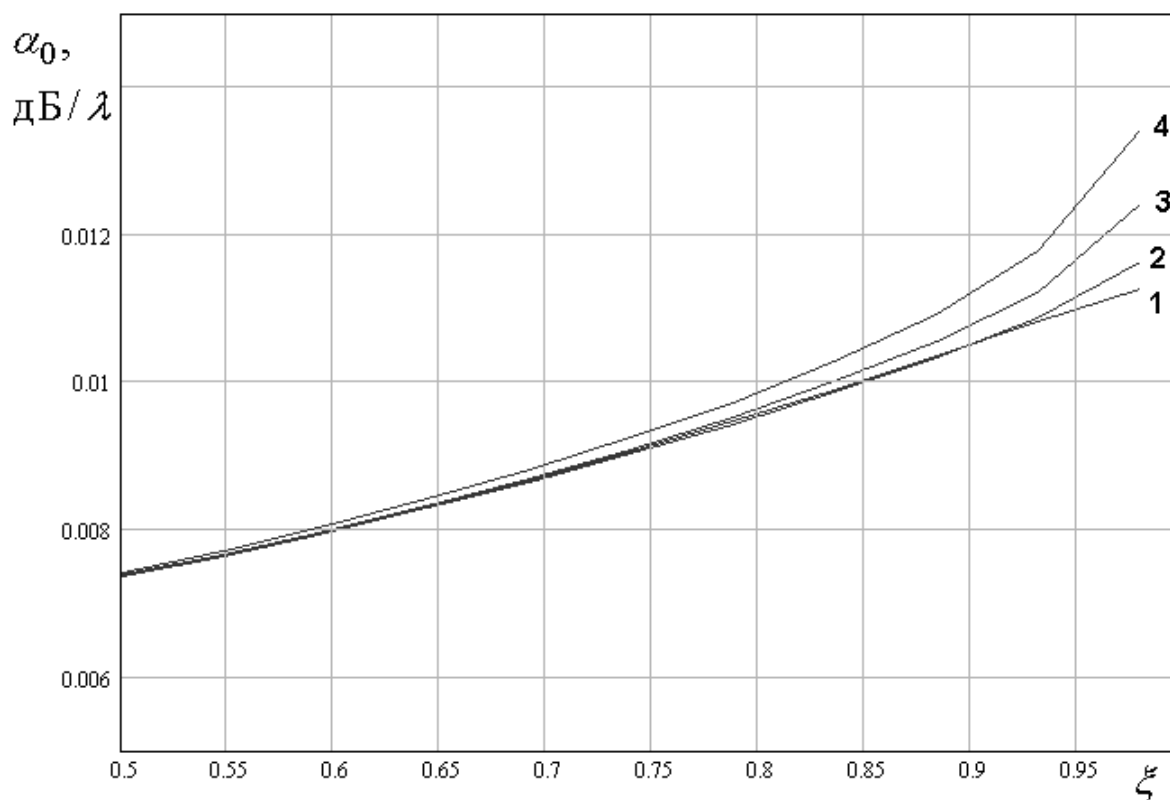


Рис. 2.4.34. Зависимость затухания на центральной частоте от параметра  $\xi$  при разных  $\beta$

В разд. 2.3 при анализе свойств ПлВ с  $E_1$  - волной отмечалось, что зависимость ПК структуры друг от друга соответствует ситуации технического противоречия, когда улучшение одного показателя приводит к ухудшению другого.

Характер технического противоречия в случае  $H_1$  - волны отличается от рассмотренного в разд. 2.3. Данное обстоятельство уже отмечалось выше при анализе поведения ширины полосы рабочих частот ПлВ. В рассматриваемом случае техническое противоречие возникает между затуханием  $\alpha_0$  и максимальной эффективной проницаемостью  $\varepsilon_m$ . Поэтому представляет интерес изучение функциональной зависимости  $\alpha_0(\varepsilon_m)$ .

При аналитическом исследовании ее можно получить, выражая параметр  $\xi$  через  $\varepsilon_m$  и подставляя его вместо аргумента функции  $\alpha_0(\xi)$ . В численных экспериментах можно поступить проще, путем построения графиков функции  $\alpha_0(\varepsilon_m)$ .

Следует обратить внимание на то, что анализ зависимостей ПК друг от друга позволяет сравнивать ПлВ с разными параметрами и выбирать из множества вариантов оптимальные. Рассмотрим в качестве примера рис. 2.4.35, на котором показана искомая зависимость  $\alpha_0(\varepsilon_m)$ . Кривые 1 – 4 получены при  $\beta = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $t = 0.005$ ,  $\text{tg}\delta = 0.0001$ .

Сравним структуры, соответствующие этим кривым. Можно увидеть, что наилучшей из них является кривая 4, так как, находясь на этой кривой, мы можем получить заданное значение эффективной проницаемости при меньшем затухании волны. Отсюда следует важный вывод о том, что для получения наилучших результатов целесообразно выбирать подложки с максимально возможным параметром  $\beta$ .

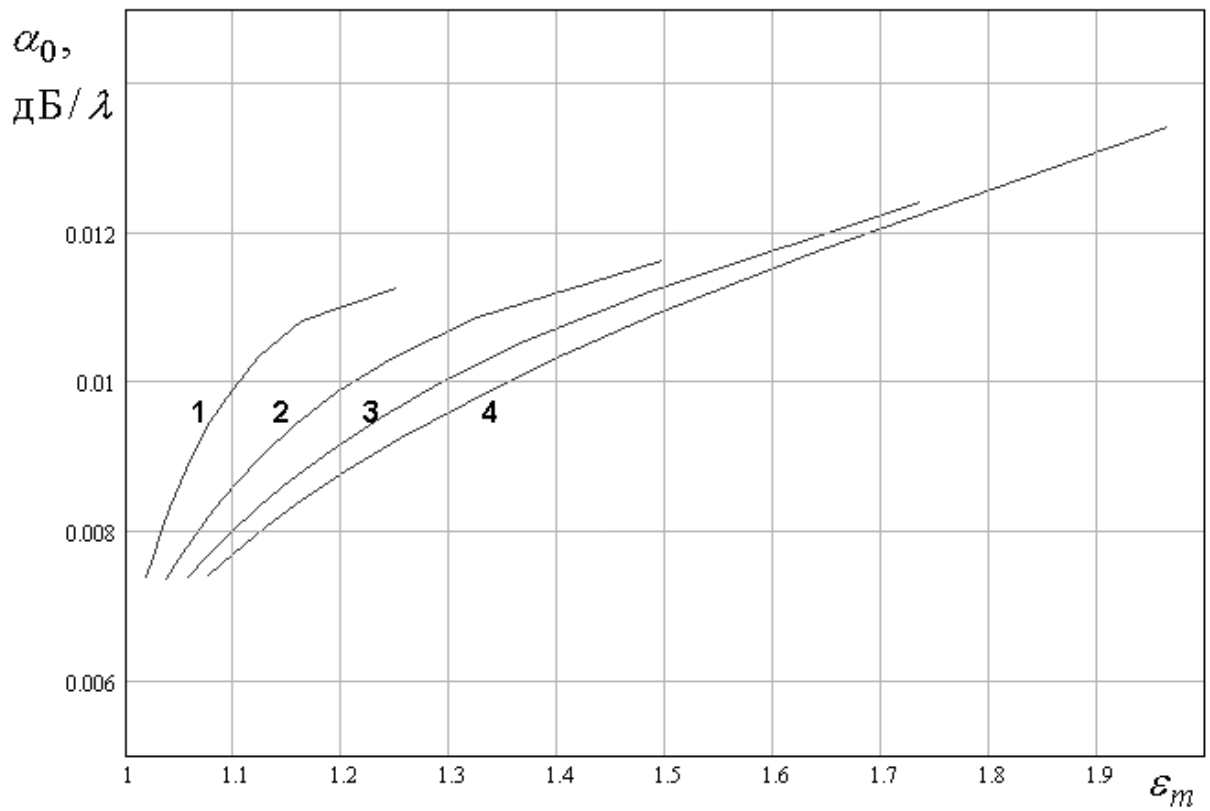


Рис. 2.4.35. Зависимость затухания на центральной частоте от максимальной эффективной проницаемости при разных  $\beta$

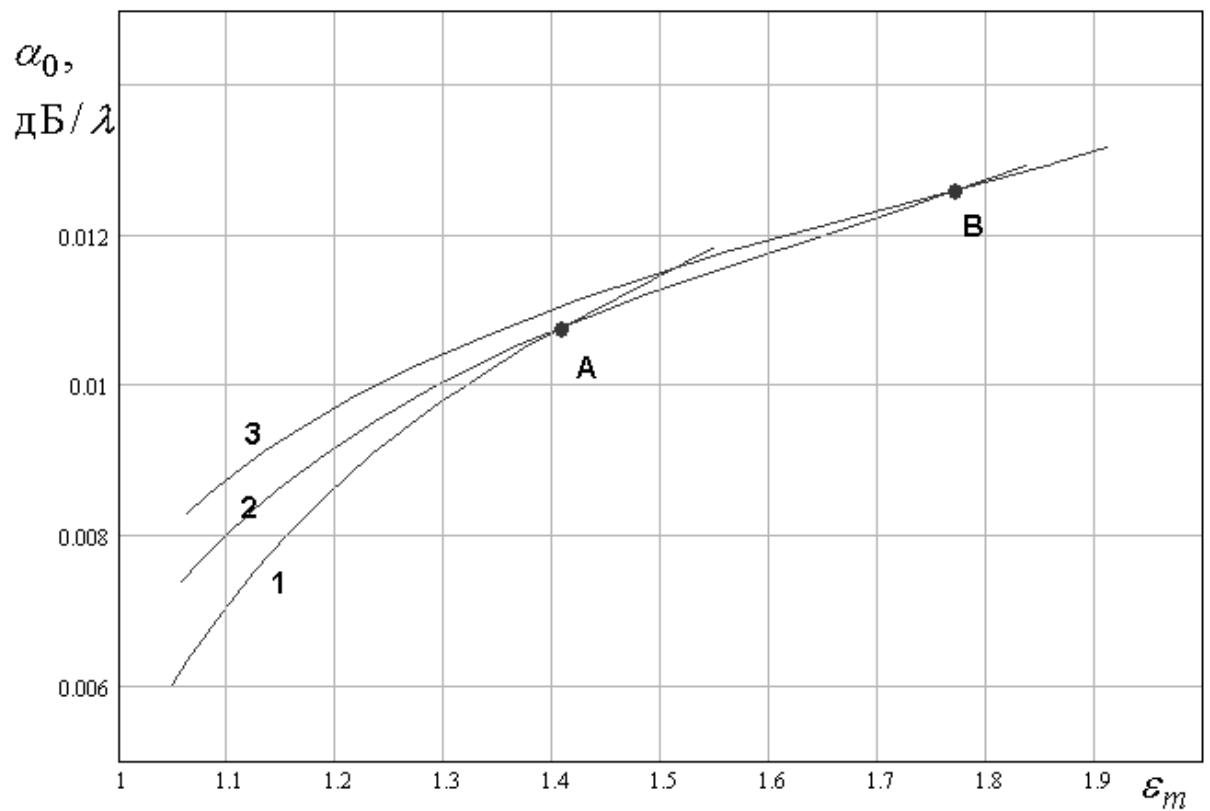


Рис. 2.4.36. Зависимость затухания на центральной частоте от максимальной эффективной проницаемости при разных  $\epsilon$

Рассмотрим далее зависимость  $\alpha_0(\varepsilon_m)$  при разных параметрах  $\varepsilon$ . Она показана на рис. 2.4.36. Кривые 1 – 3 получены при  $\beta = 1.5$ ,  $\varepsilon = 5, 10, 15$ ,  $d = 0.5$ ,  $t = 0.005$ ,  $\text{tg}\delta = 0.0001$ . Видно, что в этом случае ситуация более сложная, чем показанная на рис. 2.4.35. Проблема состоит в том, что кривые, соответствующие разным  $\varepsilon$  пересекаются. Рассматриваемые три кривые 1 – 3 имеют точки пересечения А и В.

Видно, что в области левее точки А наилучшей является кривая 1. Между точками А и В лучшим ПЛВ соответствует кривая 2 и, наконец в области правее точки В предпочтение следует отдать кривой 3. Обобщая полученный выше результат, мы должны сказать, что при непрерывном изменении проницаемости подложки каждому значению  $\varepsilon_m$  соответствует свое оптимальное значение  $\varepsilon$ . Таким образом, для выбора оптимального варианта ПЛВ нам необходимо найти зависимость  $\varepsilon(\varepsilon_m)$ .

Подводя итог, представленному в разд. 2.3, 2.4 исследованию свойств собственных волн ПЛВ с изотропными ЧПР, мы можем еще раз сказать, что наибольшие перспективы как для Е, так и для Н - волн имеют волноводы с емкостными решетками. Дальнейшее их изучение связано с исследованием предельно достижимых характеристик, определяющих перспективы практического применения таких структур. Задача определения таких характеристик решается методами уже упоминавшейся выше теории оптимизации по совокупности ПК [74]. Приведенный выше пример сравнения разных вариантов ПЛВ с емкостными ЧПР по совокупности ПК и выбора из их числа оптимального решения можно рассматривать только как демонстрацию принципа решения подобных задач. Подробно эту задачу мы рассмотрим в разд. 5.2, в котором наиболее полно излагаются основы теории оптимизации по совокупности ПК.



## 2.5. Характеристики волн в анизотропных ПЛВ

В этом разделе мы продолжим изучение характеристик волн в ПЛВ. Отличие от разд. 2.4 и 2.4 состоит в том, что исследуемые ПЛВ образованы анизотропными ЧПР, нанесенными на поверхности диэлектрической пластины. Будем рассматривать симметричные волноводы с одинаковыми решетками на двух поверхностях.

Исследуемая структура показана на рис. 2.5.1.

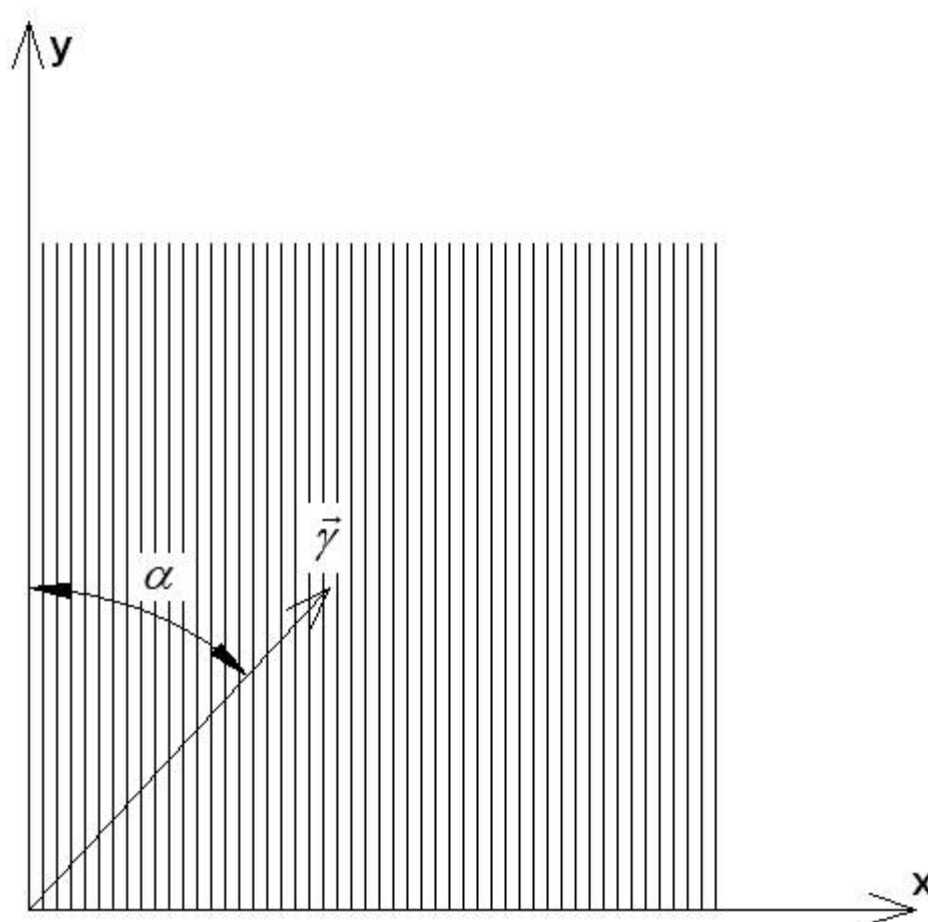


Рис. 2.5.1. Направление распространения волны в ПЛВ

Наибольший интерес с практической точки зрения представляют основные волны. В разд. 2.2 были получены математические соотношения, описывающие параметры собственных волн анизотропных ПЛВ. С их помощью можно определить коэффициент замедления основной волны  $U$  и его зависимости от частоты  $f$  и угла  $\alpha$ , который задает ориентацию

волнового вектора волны  $\vec{\gamma}$ . Кроме того, мы рассмотрим зависимость угла распространения энергии волны  $\psi$  (см. соотношение (2.2.16)), который также как и угол  $\alpha$  отсчитывается от оси  $Oy$ , вдоль которой направлены ленты ЧПР. В ММД и СММД одним из основных параметров волн является их затухание, обусловленное потерями в диэлектрике  $\alpha_d$  и в металлических лентах ЧПР  $\alpha_a$ . Суммарное затухание обозначим через  $\alpha_s = \alpha_d + \alpha_a$ .

В разд. 2.2 волны в симметричном анизотропном ПлВ классифицировались как HE и EH волны. Волны EH типа соответствуют размещению в плоскости симметрии структуры электрической стенки. Они являются аналогами E – волн в изотропном ПлВ. Волны HE типа соответствуют магнитной стенке и H – волнам изотропной структуры.

Будем также как в разд. 2.3, 2.4 присваивать номера волн в соответствии с величиной коэффициента замедления волны. При этом первый индекс, соответствующий основной волне получает волна с наибольшим коэффициентом замедления.

*HE – волны.* Начнем наше исследование с HE – волн. Главной особенностью рассматриваемой структуры является ее анизотропия, которая проявляется в том, что параметры собственных волн зависят от угла  $\alpha$ . Напомним, что в изотропных волноводах она отсутствует. Поэтому для анализа свойств волны мы могли выбирать ее направление распространения произвольно. Важно, что направление волнового вектора  $\vec{\gamma}$  и вектора Пойнтинга в изотропном волноводе совпадают. Поэтому мы можем описывать направление распространения с помощью волнового вектора, что часто бывает удобнее, так как не требует знания структуры поля волны и сложного интегрирования.

Как будет показано ниже в анизотропном волноводе два вектора могут иметь разную ориентацию. Поэтому возникает вопрос о том с помощью какого параметра следует описывать направление распространения. Ответ очевиден: волна распространяется туда куда распространяется поток энергии, то есть туда куда направлен вектор Пойнтинга. Следовательно, для

определения данного параметра необходимо использовать угол  $\psi$ . Угол  $\alpha$  в данном случае играет вспомогательную роль, показывая лишь направление в котором двигается фазовый фронт волны.

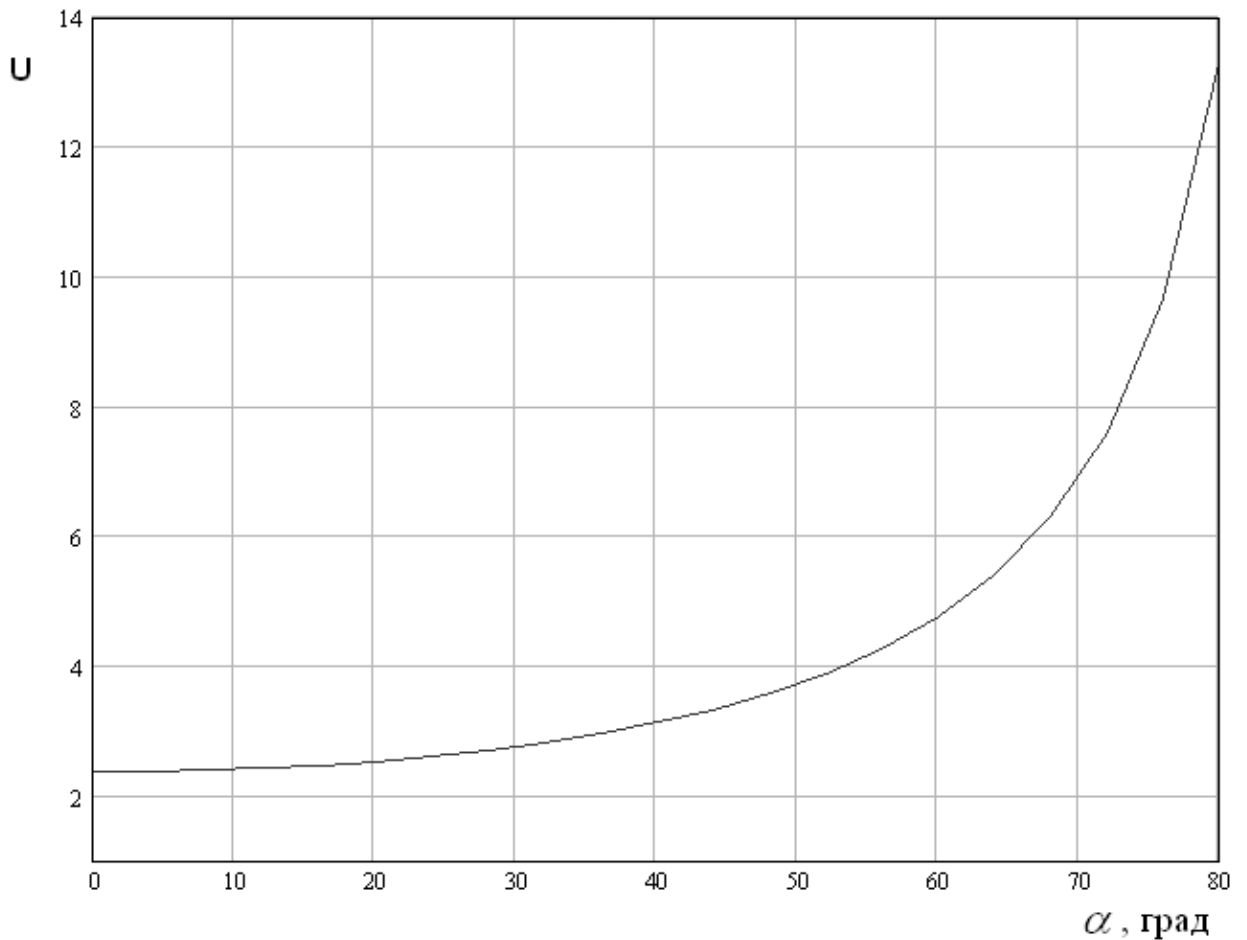


Рис. 2.5.2. Зависимость коэффициента замедления  $HE_1$  - волны от угла  $\alpha$

На рис. 2.5.2 показана типичная зависимость коэффициента замедления основной  $HE_1$  - волны от угла  $\alpha$ . Она получены при диэлектрической проницаемости пластины  $\epsilon = 9.8$ , ее толщине  $d = 0.5$ , периоде ЧПР  $P = 0.1$ , расстоянии между лентами ЧПР  $s = 0.6P$ , нормированная толщина пластины  $\tilde{d} = 2.36$  ( $\tilde{d} = kd\sqrt{\epsilon - 1}$ ).

Обращает на себя необычное поведение коэффициента замедления, который стремится к бесконечности при  $\alpha \rightarrow 90^0$ . Естественно возникает вопрос об интерпретации поведения этого параметра. Отметим, что оно

возможно в том случае, если проекция волнового вектора  $\vec{\gamma}$  на ось  $Oy$  остается постоянной величиной при изменении угла  $\alpha$ , в том числе когда он стремится к  $90^\circ$ .

Приведенная на рис. 2.5.3 векторная диаграмма объясняет причину роста модуля волнового вектора и коэффициента замедления при развороте его вдоль оси  $Ox$  при условии постоянства проекции вектора на ось  $Oy$ .

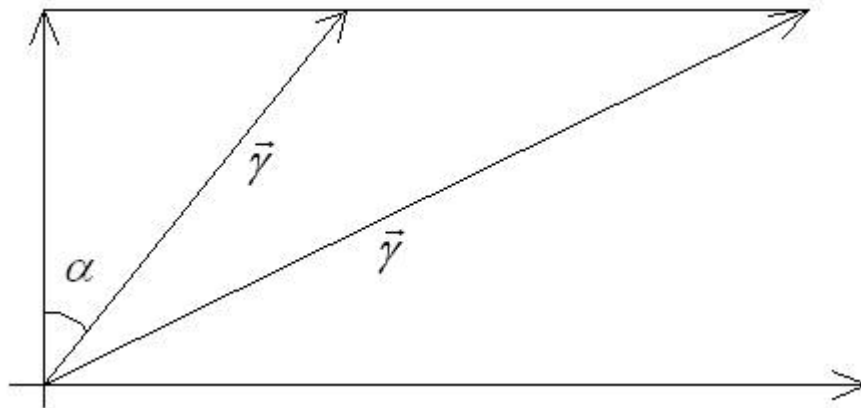


Рис. 2.5.3. Векторная диаграмма

Нетрудно увидеть, что при выполнении данного условия зависимость коэффициента замедления от угла  $\alpha$  имеет следующий вид:

$$U(\alpha) = \frac{U(0)}{\cos \alpha}, \quad (2.5.1)$$

где  $U(0)$  значение коэффициента замедления при  $\alpha = 0$ .

На рис. 2.5.4 показана та же, что и на рис. 2.5.2 зависимость коэффициента замедления  $HE_1$  - волны от угла  $\alpha$  (кривая), полученная при параметрах приведенных выше. Точки соответствуют расчету по формуле (2.5.1). Видно, что решение граничной задачи, полученной с помощью ЭГУ с очень хорошей точностью совпадает с результатом, который дает соотношение (2.5.1).

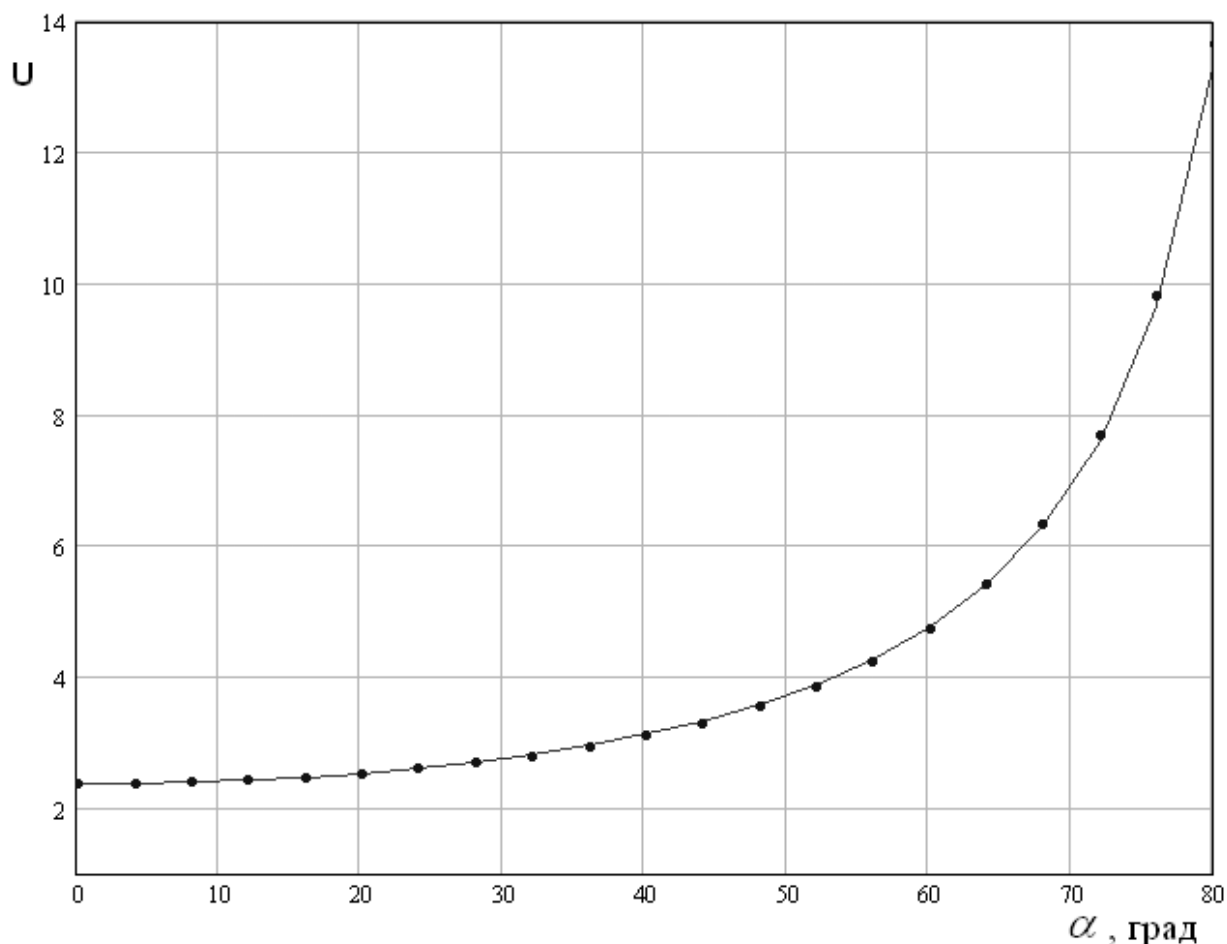


Рис. 2.5.4. Сравнение зависимости коэффициента замедления  $HE_1$  - волны от угла  $\alpha$  с зависимостью (2.5.1)

Поведение волны подобное описанному выше наблюдается в так называемых средах с принудительным преломлением [1]. Они используются в антенной технике для создания линз с принудительным преломлением. Обычно такая среда представляет собой периодическую структуру, которая формируется изолированными волноводами или другими несвязанными ЛП.

Под собственной волной среды с принудительным преломлением понимается волна, которая возникает в ней при квазипериодическом возбуждении волноводов. Очевидно, что в силу отсутствия связи между каналами постоянная распространения вдоль осей волноводов, то есть проекция волнового вектора всегда будет равна постоянной распространения волновода независимо от величины проекции волнового вектора на ось

ортогональную осям волноводов. При ее увеличении волновой вектор разворачивается вдоль ортогональной оси, а его модуль, как следует из рис. 2.5.3 стремится к бесконечности.

Коэффициент замедления волны в среде с принудительным преломлением описывается соотношением (2.5.1). При этом роль параметра  $U(0)$  играет коэффициент замедления волновода. Мы можем сделать вывод, что  $HE_1$  - волна ПлВ с ЧПР демонстрирует свойства аналогичные свойствам волны в среде с принудительным преломлением, по крайней мере в части поведения коэффициента замедления.

В обнаруженном эффекте вызывает удивление отсутствие изолированных волноведущих каналов, которые присутствуют в известных средах с принудительным преломлением. Если роль ЛП могут играть металлические ленты ЧПР, то объяснить отсутствие между ними электромагнитной связи весьма сложно, так как расположены они близко друг к другу. Позже мы вернемся к обсуждению этого вопроса, а сейчас продолжим анализ характеристик основной  $HE_1$  - волна ПлВ с ЧПР.

На рис. 2.5.5 показана зависимость угла распространения волны  $\psi$  от угла  $\alpha$ . Кривая на рис. 2.5.5 получена для параметров структуры, которые приведены выше. Видно, что при изменении направления волнового вектора в широком диапазоне углов  $\alpha$  угол  $\psi$  отличается от нулевого значения не более чем на один градус. Таким образом, мы можем сделать вывод о том, что энергия волны распространяется вдоль металлических лент решетки практически независимо от ориентации волнового вектора.

Такое поведение - волны является дополнительным доказательством близости ее свойств к свойствам волны в среде с принудительным преломлением, энергия которой всегда распространяется вдоль волноведущих каналов.

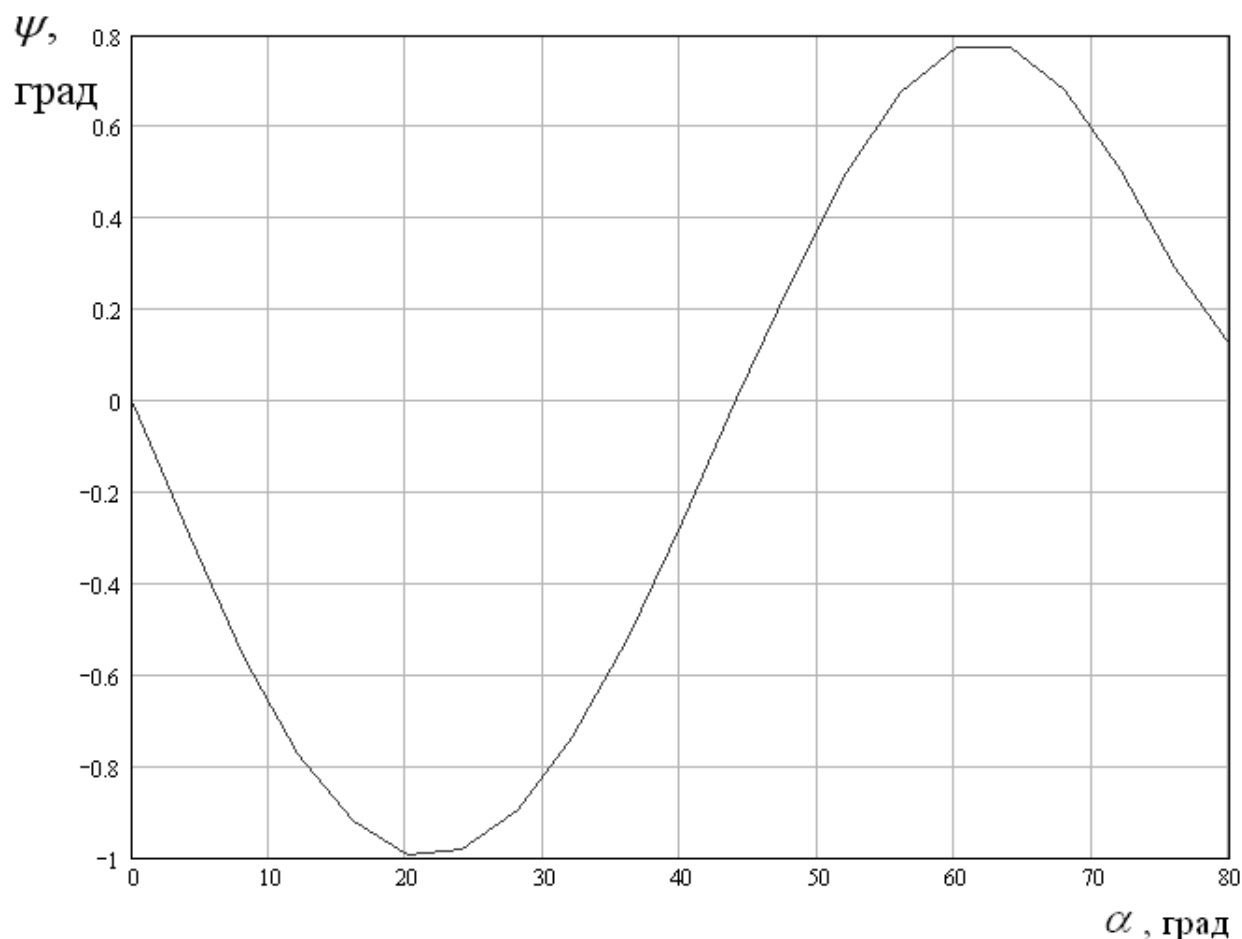


Рис. 2.5.5. Зависимость угла распространения от угла  $\alpha$

Интересно исследовать зависимость параметров  $HE_1$  - волны от частоты. Будем вместо частоты, как и раньше использовать нормированную толщину пластины  $\tilde{d}$ .

На рис. 2.5.6 показана частотная зависимость коэффициента замедления  $HE_1$  - волны при ее распространении вдоль лент решетки, то есть когда  $\alpha = 0$ . Кривые 1 – 3 получены для параметров приведенных выше за исключением расстояния между лентами  $S$ , которое равно соответственно  $(0.1, 0.5, 0.9)P$ .

Обращает на себя внимание, что кривые соответствующие разным расстояниям между лентами или разным ширинам щелей пересекаются в одной точке. При этом коэффициент замедления в точке пересечения  $U_0$  определяется соотношением:

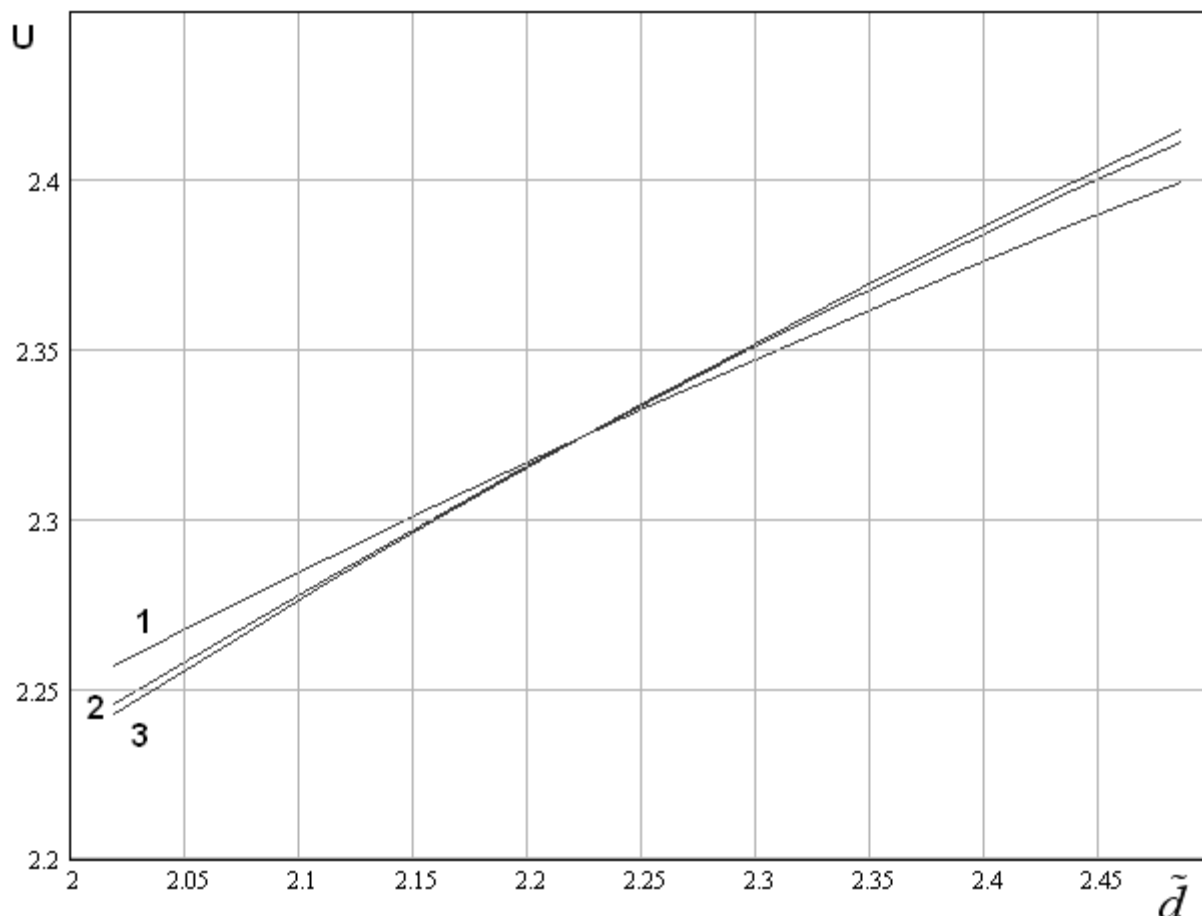


Рис. 2.5.6. Частотная зависимость коэффициента замедления при  $\alpha = 0$

$$U_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon + 1}{2}}. \quad (2.5.2)$$

При распространении вдоль лент ЧПР коэффициент замедления анализируемой волны подчиняется сравнительно простому дисперсионному уравнению, которое получается из уравнения (2.2.20):

$$p \cos \frac{qd}{2} - q \sin \frac{qd}{2} = -ik\tilde{Y}, \quad (2.5.3)$$

$$\tilde{Y} = \frac{ikP}{2\pi} \ln \frac{1}{S} (1 + \varepsilon - U^2).$$

Выражение для нормированной проводимости  $\tilde{Y}$  получено из соотношения (1.2.48). Положим в уравнении (2.5.3) коэффициент замедления



равным  $U_0$  (2.5.2) и найдем параметр  $\tilde{d}$ , при котором это равенство выполняется:

$$\tilde{d}_0 = \frac{\pi}{\sqrt{2}}. \quad (2.5.4)$$

Из рис. 2.5.6 видно, что полученные численно кривые с хорошей точностью имеют точку пересечения при  $\tilde{d} = \tilde{d}_0$ .

Из уравнения (2.5.3) также хорошо видно почему положение точки пересечения не зависит от параметров решетки. При выполнении условия (2.5.2) проводимость решетки  $\tilde{Y}$  равна нулю независимо от расстояния между лентами ЧПР и ее периода. Именно это обстоятельство является причиной пересечения кривых в одной точке.

Анализ поведения  $HE_1$  - волны в окрестности точки  $\tilde{d} = \tilde{d}_0$  позволяет дать еще одно объяснение близости ее свойств к свойствам волны в среде с принудительным преломлением. Рассмотрим нашу структуру с несколько иной позиции. Ее поперечное сечение плоскостью XOZ показано на рис. 2.5.7.

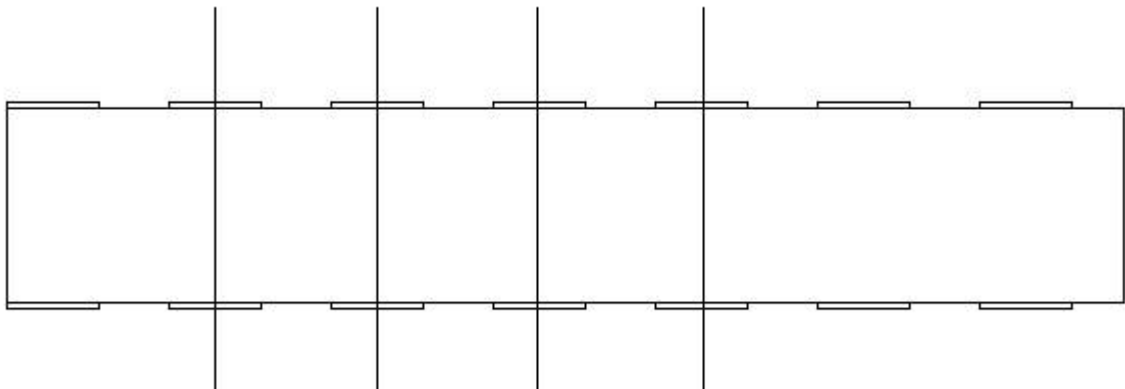


Рис. 2.5.7. Пластина с ЧПР как система связанных ДЦВ

Вертикальными линиями выделены периоды структуры. Мы можем рассматривать каждый период как ДЦВ связанный с соседними волноводами. При этом вся пластина с ЧПР представляет собой бесконечную систему связанных волноводов.

Одиночный и связанный ДЩВ рассматривались в ряде работ [7], [76]. Связанные ДЩВ показаны на рис. 2.5.8.

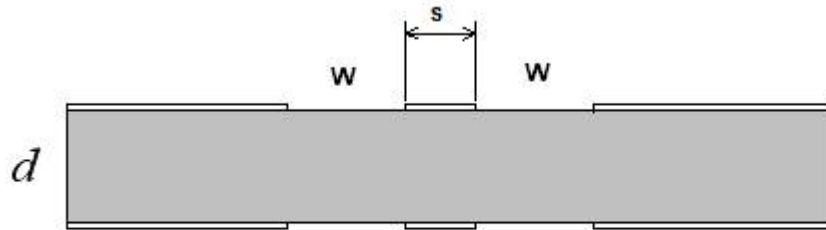


Рис. 2.5.8. Связанные ДЩВ

Связь между ними характеризуется при помощи линейного коэффициента связи  $C$ , который определяется через коэффициенты замедления нормальных волн системы двух связанных волноводов:

$$C = \frac{|U_{\text{ч}} - U_{\text{н}}|k}{2}, \quad (2.5.5)$$

где  $U_{\text{ч,н}}$  - коэффициенты замедления четной и нечетной волн.

Типичная частотная зависимость линейного коэффициента связи показана на рис. 2.5.9. Она получена для  $\varepsilon=9.8$ ,  $d=1$ ,  $w=0.5$ ,  $s=0.1$ . Видно, что вблизи точки  $\tilde{d} = \tilde{d}_0$  линейный коэффициент связи обращается в нуль. Таким образом, мы можем сделать вывод, что обмен энергией между волноводами на данной частоте отсутствует и их можно рассматривать как независимые волноведущие каналы.

Подобная ситуация характерна для ЛП с Т – волнами, которые имеют исключительно поперечные компоненты электромагнитного поля. Они могут существовать только в структурах с однородной средой. В этом случае коэффициенты замедления всех волн равны  $\sqrt{\varepsilon}$ .

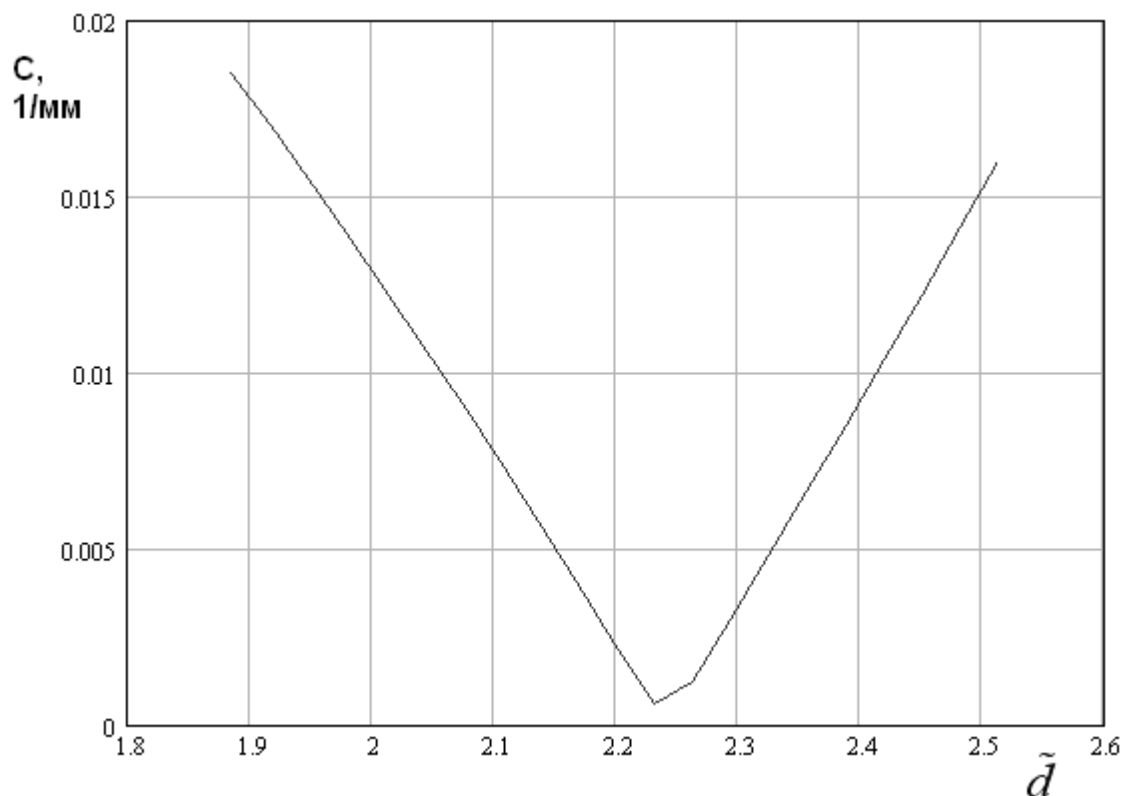


Рис. 2.5.9. Частотная зависимость линейного коэффициента связи

Пластина с ЧПР или система связанных ДЦВ этому условию не удовлетворяют, так как диэлектрическая проницаемость пластины и окружающего пространства отличаются друг от друга. Тем не менее, на определенной частоте электрические свойства их волн становятся сходными со свойствами Т – волн.

В работе [76] поясняется причина близости волн одиночного и связанных ДЦВ к Т – волнам в окрестности точки  $\tilde{d} = \tilde{d}_0$ , которая названа особой точкой. Было показано, что суммарный поперечный ток, то есть интеграл от поперечного тока, текущего по проводникам ДЦВ в особой точке равен нулю. Такое поведение тока не эквивалентно полному отсутствию поперечных токов, как это имеет место у Т – волн, но оно показывает, что интегральное влияние поперечных компонент поля на взаимодействие двух волноводов минимально. Можно предположить, что указанный эффект является причиной обращения в нуль линейного коэффициента связи.

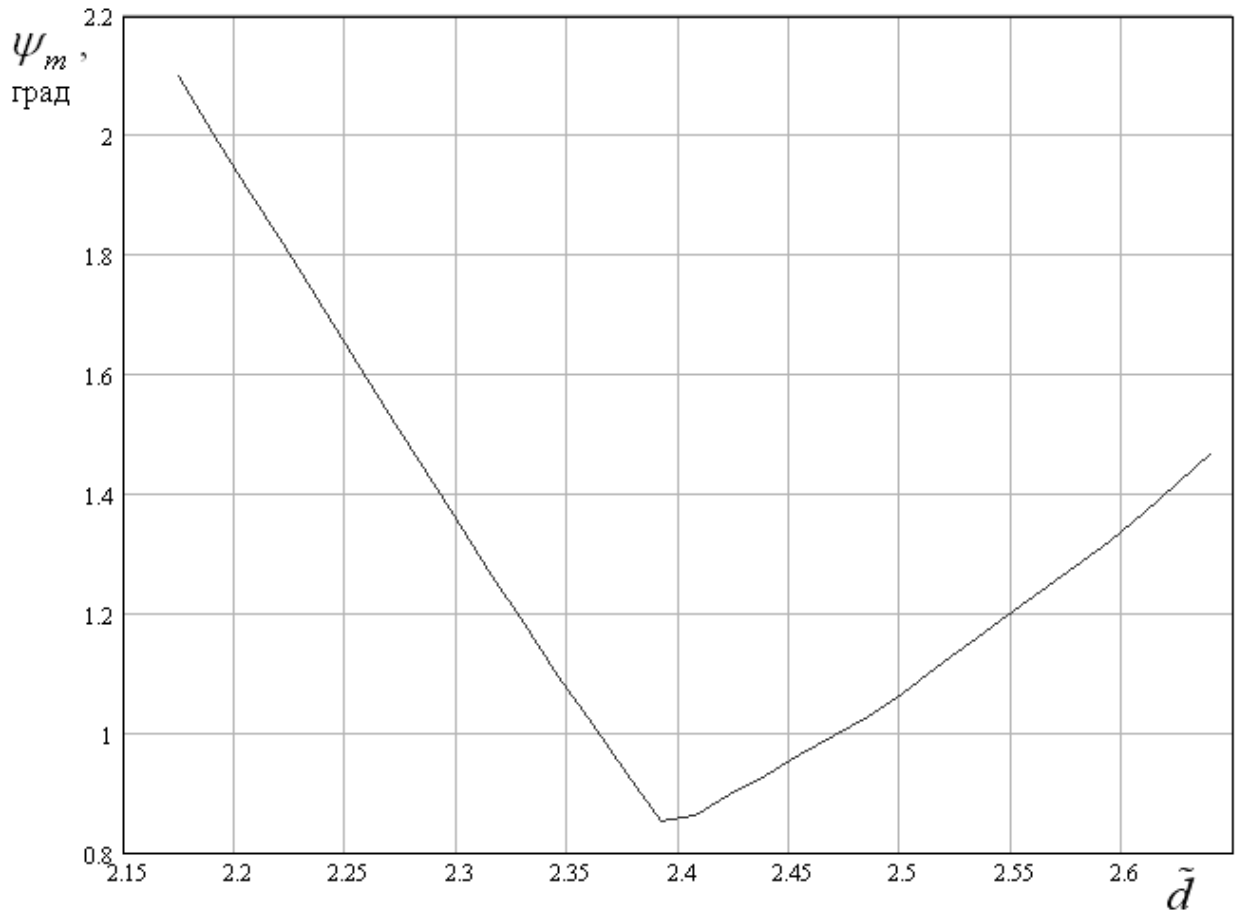


Рис. 2.5.10. Частотная зависимость максимального угла распространения

В связи с изложенным выше, интересно проанализировать частотную зависимость угла распространения  $\psi$ . Введем новый параметр  $\psi_m$ , который равен максимальному значению модуля угла  $\psi$  на всем интервале изменения угла  $\alpha$ . Этот параметр можно рассматривать как меру близости пластины с ЧПР к среде с принудительным преломлением, поскольку в идеальной среде такого типа угол  $\psi_m$  равен нулю.

На рис. 2.5.10 показана зависимость угла  $\psi_m$  от нормированной толщины пластины  $\tilde{d}$ , пропорциональной частоте. Кривая получена для  $\varepsilon = 9.8$ ,  $d = 0.5$ ,  $P = 0.1$ ,  $s = 0.5P$ . Видно, что угол  $\psi_m$  достигает минимума при  $\tilde{d}$  близком, но немного большем  $\tilde{d}_0$ . Такое поведение угла

распространения, по крайней мере качественно, подтверждает представленную выше концепцию, объясняющую поведение  $HE_1$  - волны.

Следует также отметить, что параметр  $\psi_m$  достаточно мал и вдали от особой точки. Таким образом, эффект принудительного преломления, который мы обсуждаем не является узкополосным эффектом. Мы можем ожидать его проявления в достаточно широком диапазоне частот.

Попытаемся далее связать две модели пластины с ЧПР. Одна из них - это пластина с тонкими пленками на поверхностях, а вторая – это система связанных волноводов. Первая модель дает дисперсионное уравнение (2.2.20), при помощи которого получены зависимости коэффициента замедления от частоты и угла  $\alpha$ .

Вторая модель использует линейные коэффициенты связи между волноводами для описания их взаимодействия. Наша задача состоит в выводе зависимости коэффициента замедления от направления распространения волны в рамках модели связанных волноводов. В нее войдут неизвестные коэффициенты связи, которые мы определим далее из условия максимального приближения коэффициентов замедления, полученных в рамках двух разных моделей.

Бесконечная система связанных волноводов рассматривалась в работах [77] – [79]. Она изображена на рис. 2.5.11. Под собственной волной такой структуры понимается волна, которая возникает в ней в квазипериодическом режиме. Под квазипериодическим режимом мы стандартно понимаем такой режим работы периодической структуры, при котором поля в соседних периодах отличаются только на фазовый множитель:

$$\vec{E}(x + nP) = \vec{E}(x)e^{-iknP}, \quad (2.5.6)$$

где  $K$  - проекция волнового вектора волны  $\vec{\gamma}$  на ось  $0x$ . Обозначим его проекцию на ось  $0z$  через  $\beta$ . Параметр  $K$  меняется в пределах от  $-\pi/P$  до  $\pi/P$ .

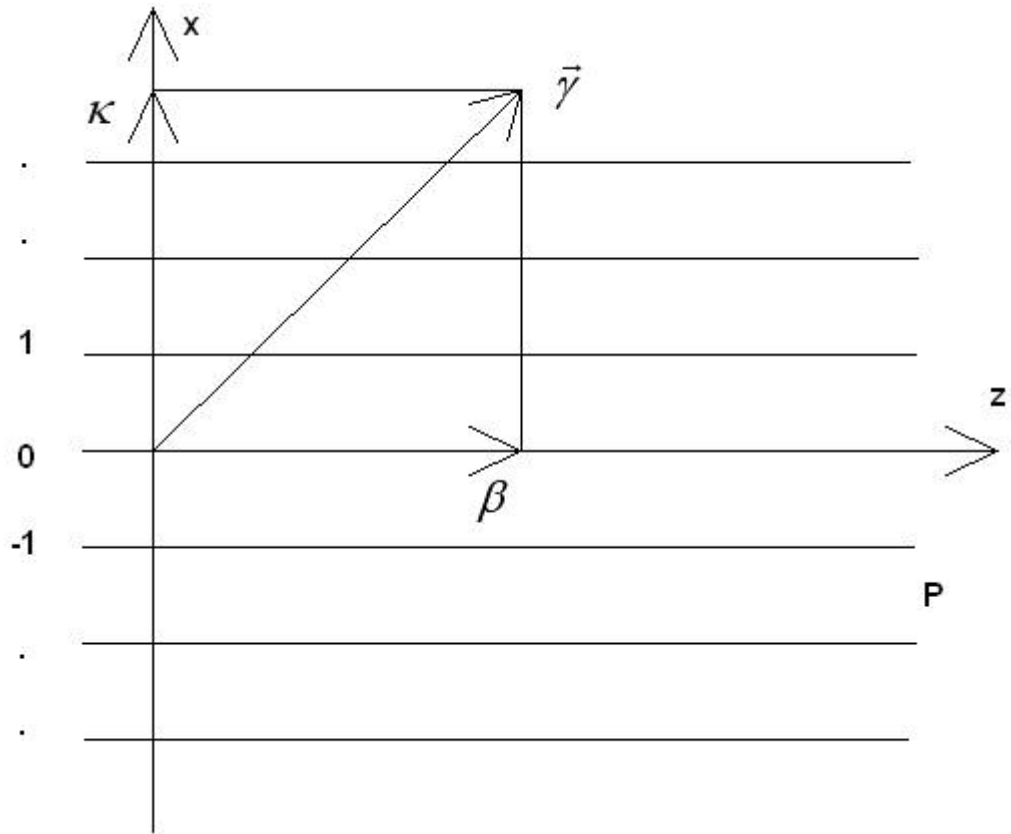


Рис. 2.5.11. Система связанных волноводов

Традиционно для описания распространения волн в системах связанных волноводов используют теорию связанных волн [11]. Она является феноменологической теорией, которая хорошо описывает качественное поведение волн, но не может применяться для их количественного описания, так как в ней используются параметры, которые не определяются в рамках этой теории. Такими параметрами являются упоминавшиеся выше линейные коэффициенты связи. Их можно найти с использованием альтернативной электродинамической модели. В нашем случае ее роль играет модель диэлектрической пластины с тонкими пленками.

В рамках теории связанных волн их распространение описывается с помощью системы дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\frac{dV_n}{dz} + i\beta_0 V_n + i \sum_{m=-\infty}^{\infty} {}^{(n)}C_m V_{m+n} = 0, \quad (2.5.6)$$

где  $V_n$  - амплитуда волны в волноводе с номером  $n$ ,  $C_n$  - линейный коэффициент связи между волноводами, отстоящими друг от друга на  $n$  периодов,  $\beta_0$  - постоянная распространения уединенного волновода.

Нетрудно увидеть, что коэффициент  $C_1$  описывает связь соседних волноводов, коэффициент  $C_2$  связь через один волновод и т.д. Линейные коэффициенты связи удовлетворяют следующему равенству:

$$C_{-m} = C_m. \quad (2.5.7)$$

Из условия периодичности (2.5.6) следует:

$$V_n = V_0 e^{-iknP}. \quad (2.5.8)$$

Подставим выражение (2.5.8) в (2.5.6):

$$\frac{dV_n}{dz} + i\beta_0 V_n + 2iV_n \sum_{m=1}^{\infty} C_m \cos kmP = 0. \quad (2.5.9)$$

Таким образом, с помощью условия периодичности мы свели систему дифференциальных уравнений (2.5.6) к одному дифференциальному уравнению (2.5.9). Оно имеет простое экспоненциальное решение:

$$V_n = A e^{-i\beta z}, \quad (2.5.10)$$

$$\beta = \beta_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos knP,$$

где  $A$  - произвольная постоянная.

Полученное выше выражение для параметра  $\beta$  связано с модулем волнового вектора  $\vec{\gamma}$  и коэффициентом замедления  $U$  следующим образом (см. рис. 2.5.11):

$$\beta = \sqrt{(kU)^2 - \kappa^2}. \quad (2.5.11)$$

В правой части (2.5.11) стоят величины, которые могут быть определены из модели с тонкими пленками, а в левой части в соответствии с соотношением (2.5.10) находится разложение в ряд Фурье некоторой функции

аргумента  $\kappa$ . Воспользуемся ортогональностью тригонометрических функций:

$$\beta_0 = \frac{P}{2\pi} \int_{-\pi/P}^{\pi/P} \sqrt{(kU)^2 - \kappa^2} d\kappa, \quad (2.5.12)$$

$$C_n = \frac{P}{2\pi} \int_{-\pi/P}^{\pi/P} \sqrt{(kU)^2 - \kappa^2} \cos \kappa n P d\kappa.$$

Выражения (2.5.12) являются искомыми соотношениями, связывающими две модели ПлВ с анизотропными ЧПР.

На рис. 2.5.12 показана зависимость линейного коэффициента связи от его номера  $n$ . Точки получены при  $\varepsilon = 9.8$ ,  $d = 0.5$ ,  $P = 0.1$ ,  $s = 0.5P$ ,  $\tilde{d} = 2.39$ . Видно, что связь между волноводами убывает при увеличении расстояния между ними достаточно медленно. При приведенных выше параметрах доминирует коэффициент связи между соседними волноводами.

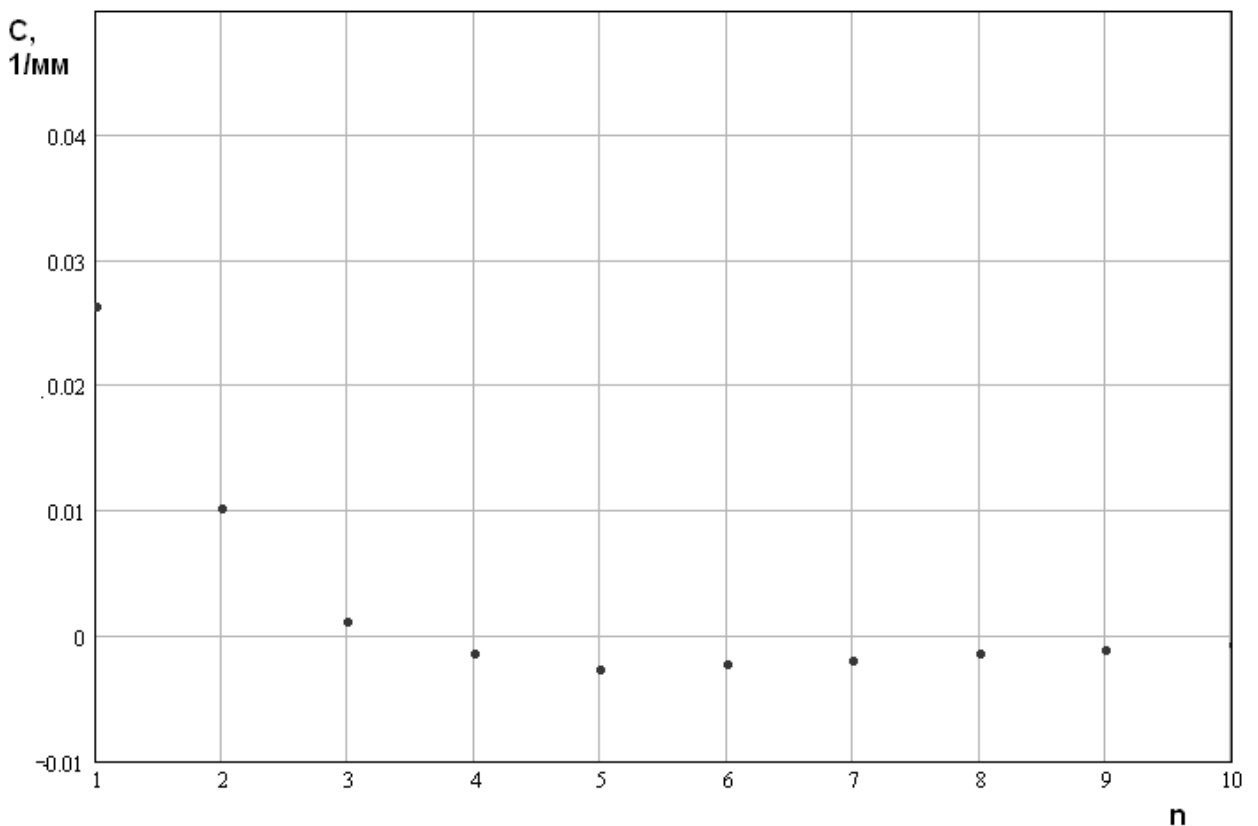


Рис. 2.5.12. Зависимость линейного коэффициента связи от индекса  $n$



Как показывают расчеты коэффициентов связи в диапазоне частот такое соотношение между ними выполняется не всегда. На рис. 2.5.13 приведена частотная зависимость линейных коэффициентов связи разных порядков. Кривые 1 – 3 получены для параметров приведенных выше. Они соответствуют  $n = 1, 2, 3$ .

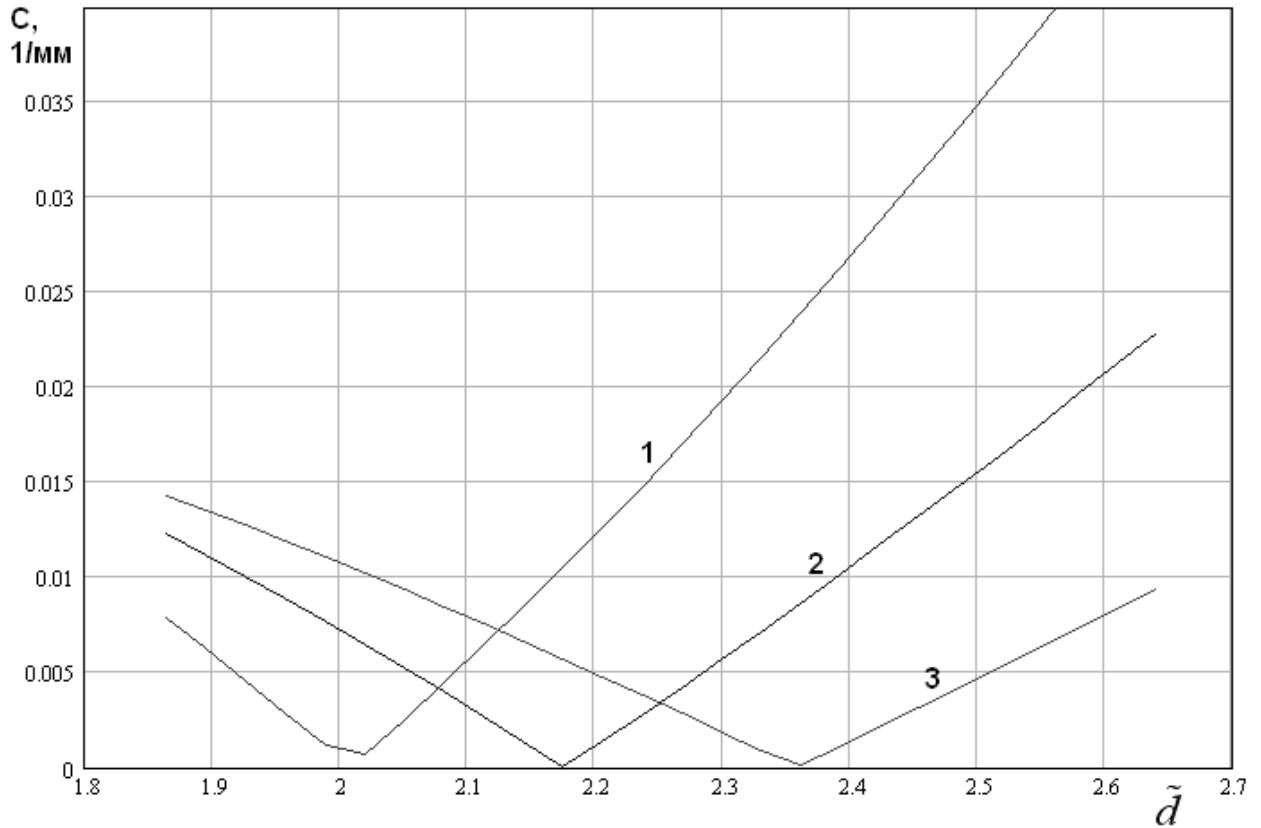
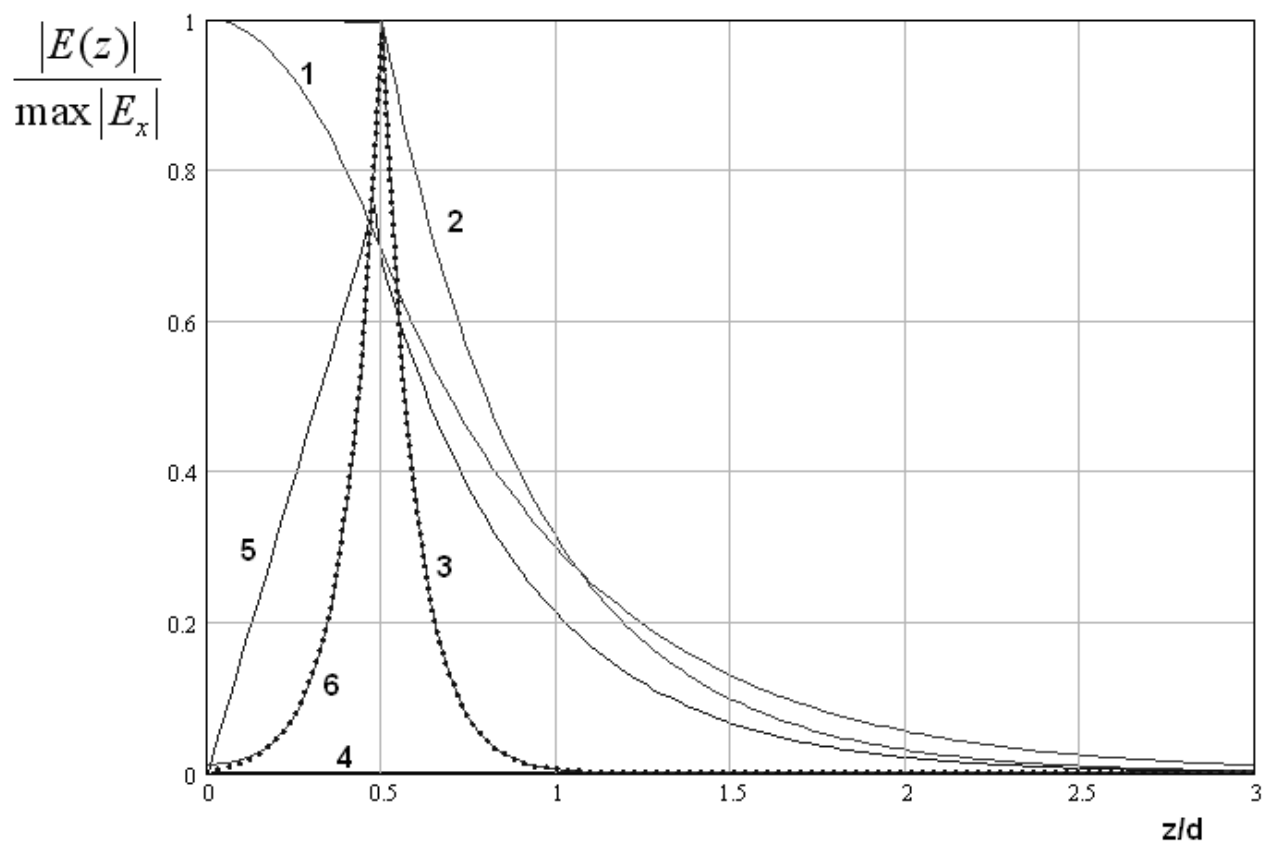


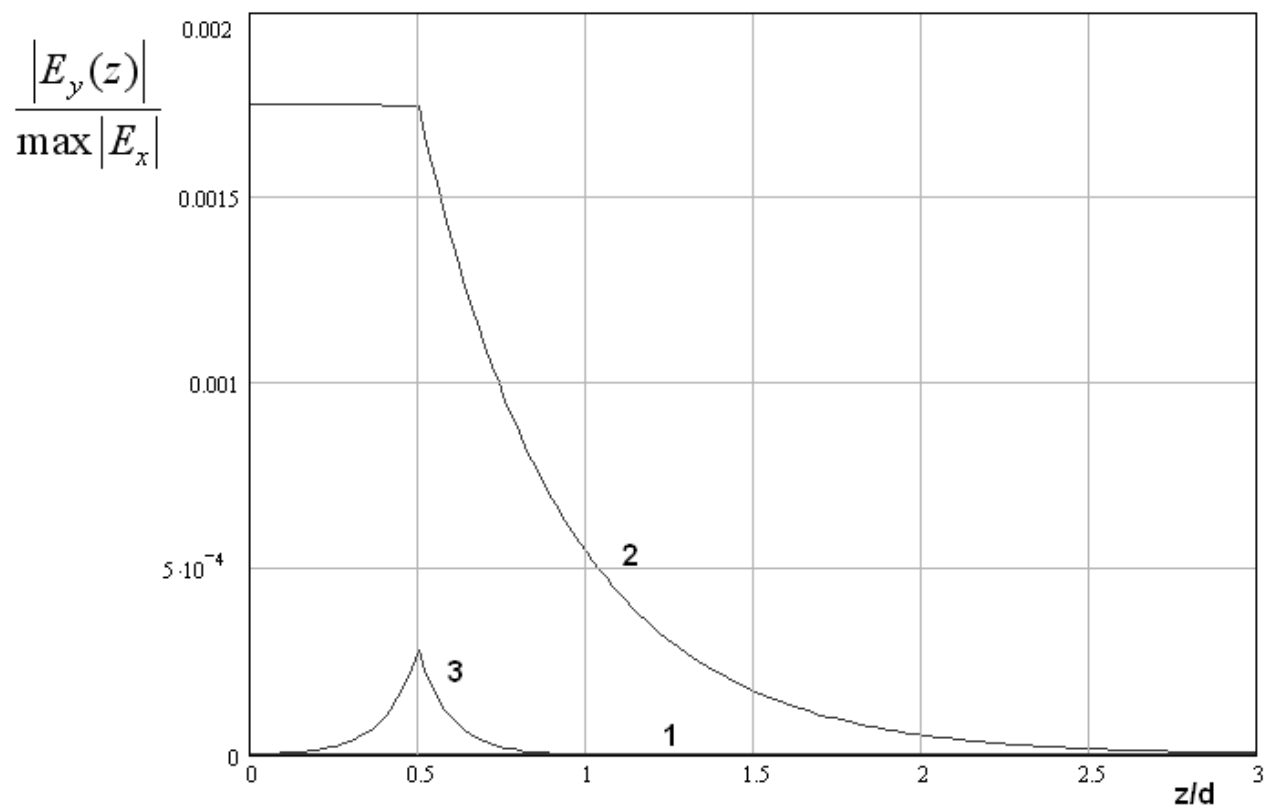
Рис. 2.5.13. Частотная зависимость линейного коэффициента связи

Видно, что при некоторых значениях  $\tilde{d}$  коэффициенты связи обращаются в нуль. Эти значения зависят от номера  $n$ , но все они находятся в окрестности точки  $\tilde{d}_0$ .

Продолжим исследование  $HE_1$  - волны анализом ее распределения поля. На рис. 2.5.14 а,б показана зависимость компонент электрического поля от нормированной координаты  $z$ . Компоненты поля также нормированы на максимальное значение доминирующей компоненты  $E_x$ . Кривые получены для  $\varepsilon = 9.8$ ,  $d = 0.5$ ,  $P = 0.1$ ,  $s = 0.5 P$ ,  $\tilde{d} = 2.33$ .

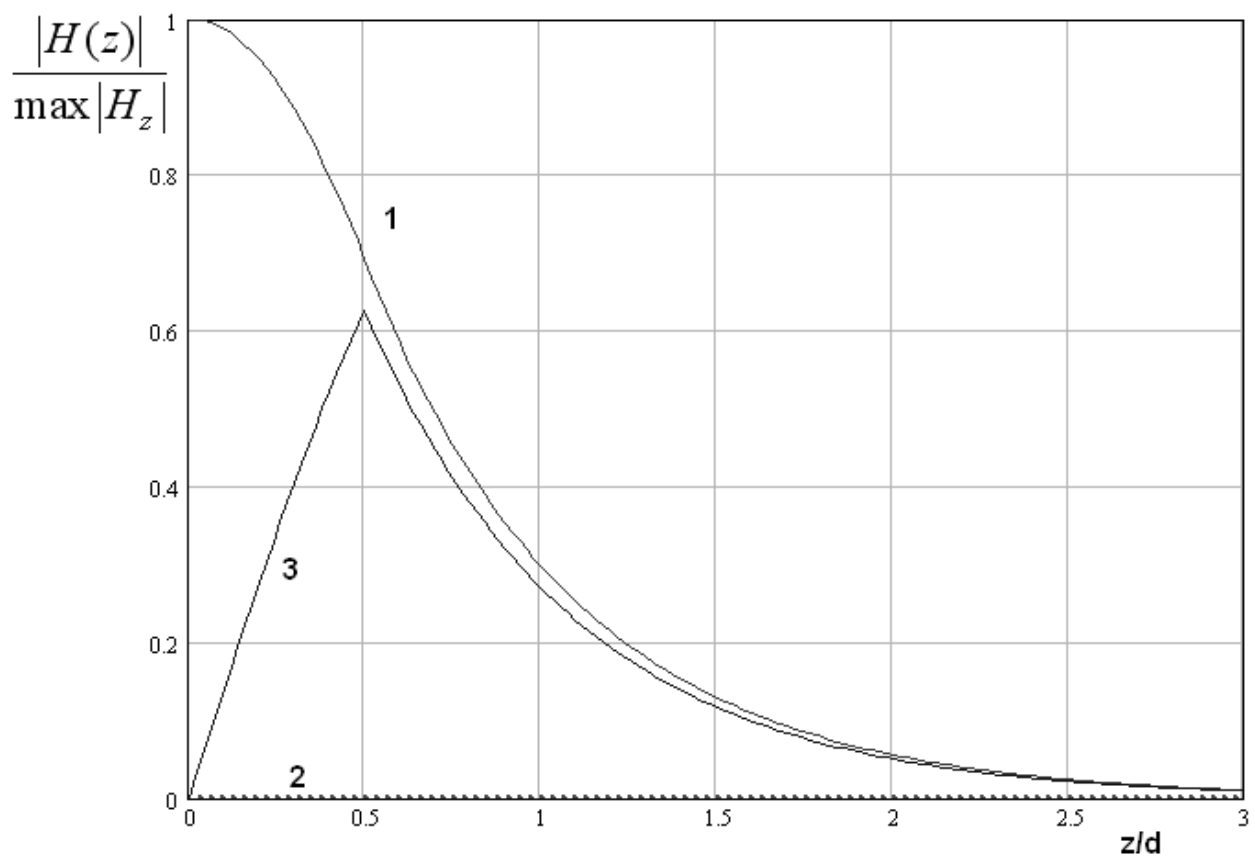


a

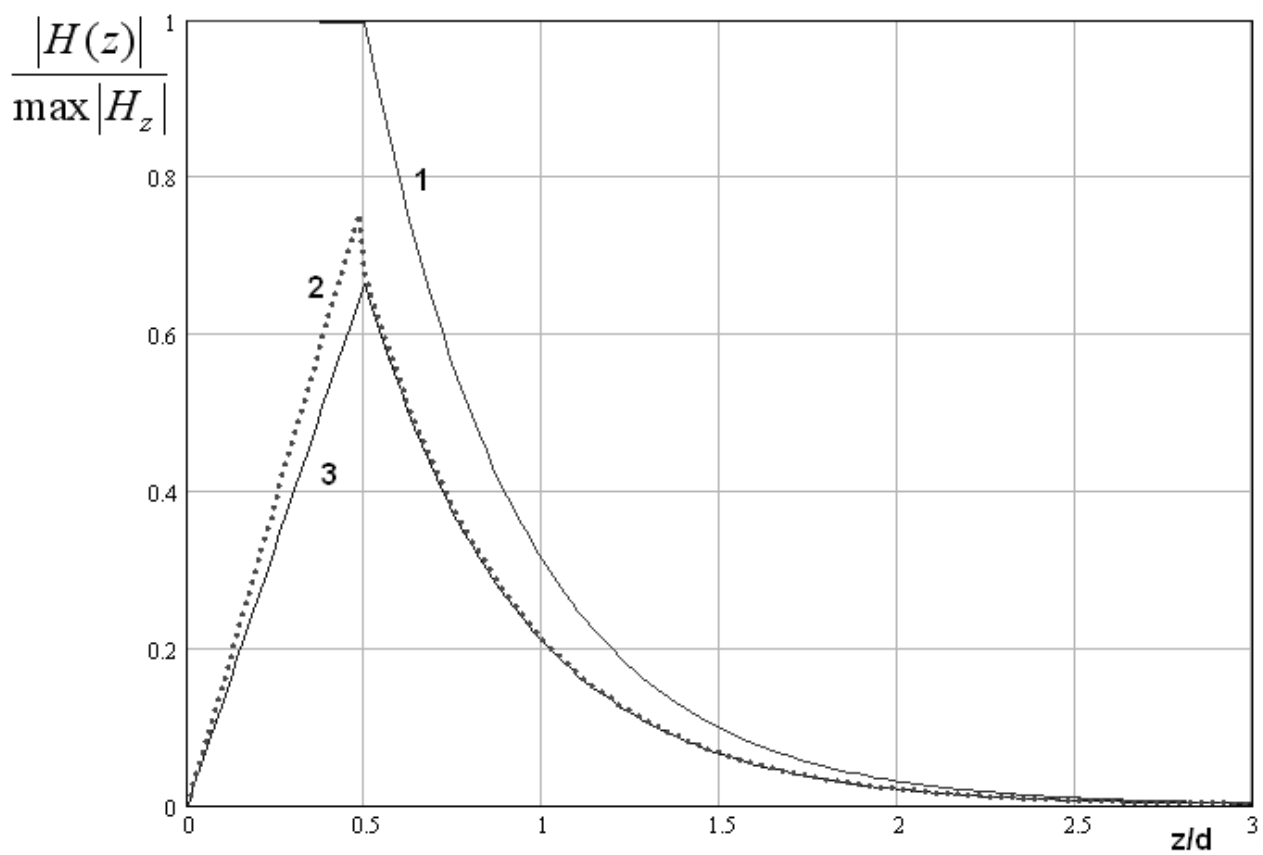


б

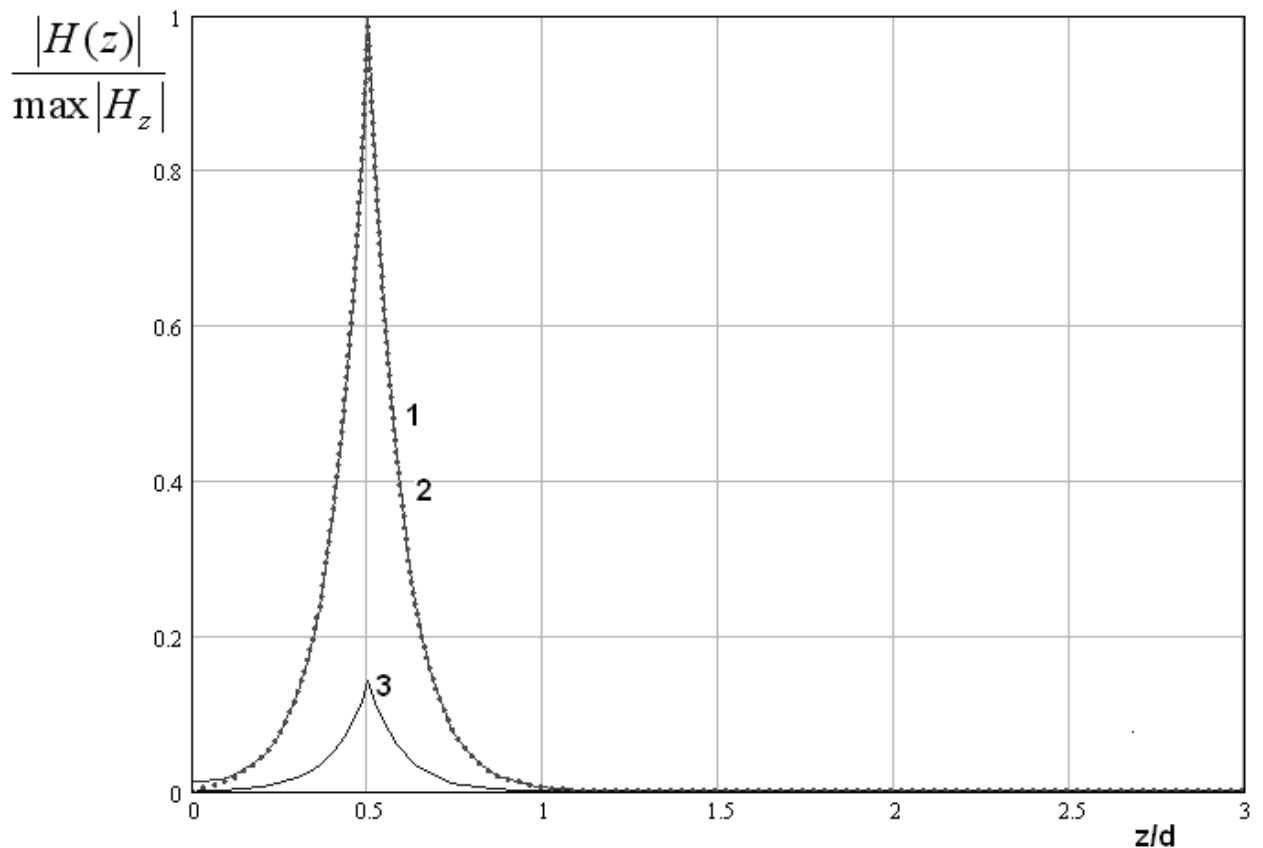
Рис. 2.5.14. Распределение компонент электрического поля



a



б



В

Рис. 2.5.15. Распределение компонент магнитного поля

Кривые 1 – 3 на рис. 2.5.14 а соответствуют  $E_x$  при  $\alpha = 0, 40, 80^0$ , а кривые 4 – 6 компоненте  $E_z$  при тех же значениях угла  $\alpha$ . Кривые 1 – 3 на рис. 2.5.14 б соответствуют  $E_y$  при  $\alpha = 0, 40, 80^0$ .

Распределение магнитного поля показано на рис. 2.5.5 а – в. Кривые 1 – 3 соответствуют компонентам  $H_z, H_x, H_y$ , а рисунки а – в углам  $\alpha = 0, 40, 80^0$ . Магнитное поле нормировано на максимальное значение компоненты  $H_z$ .

При ориентации волнового вектора вдоль оси  $Oy$  поле  $HE_1$  - волны похоже на поле  $H_1$  - волны диэлектрической пластины. Оно содержит три

компоненты поля  $E_x, H_y, H_z$ . Отметим также, что коэффициенты замедления указанных волн близки, что определяет близость их полей.

С увеличением угла  $\alpha$  наблюдается рост коэффициента замедления, который существенно трансформирует поле волны. Отметим, что при всех значениях  $\alpha$  компонента электрического поля направленная вдоль лент  $E_y$  всегда мала (см. рис. 2.5.14 б). Она почти на три порядка меньше  $E_x$ .

Увеличение коэффициента замедления приводит к изменению характера волны, которая при малых углах  $\alpha$  является поверхностной только в свободном пространстве, где ее поле экспоненциально убывает при удалении от диэлектрической пластины. При больших углах  $\alpha$  она становится поверхностной также и в диэлектрике, так как ее поле начинает там экспоненциально убывать. В результате поле волны «прижимается» к поверхностям пластины.

Некоторые компоненты поля имеют разрывы при  $z = d/2$ , что легко объясняется характером ЭГУ, которые выполняются в этой плоскости.

Изменение частоты приводит к изменениям поля волны  $HE_1$ , которые качественно не отличаются от изменений поля волн диэлектрического слоя. Они могут быть полностью объяснены изменением коэффициента замедления. Можно только отметить, что у  $HE_1$  - волны он меняется в диапазоне частот значительно слабее, чем, например, у отмеченной выше  $H_1$  - волны. Поэтому структура ее поля остается постоянной в более широком диапазоне частот.

Рассмотрим далее затухание основной волны. Типичная его зависимость от угла  $\alpha$  показана на рис. 2.5.16. Кривые 1 – 3 получены для  $\varepsilon = 9.8$ ,  $d = 0.5$ ,  $P = 0.2$ ,  $s = 0.8 P$ ,  $f = 70$  ГГц,  $\text{tg} \delta = 10^{-4}$ , толщины проводников  $t = 10^{-3}$ . Материал проводников – медь. На рис. 2.5.16 приведено затухание на длину волны в свободном пространстве  $\lambda$ .

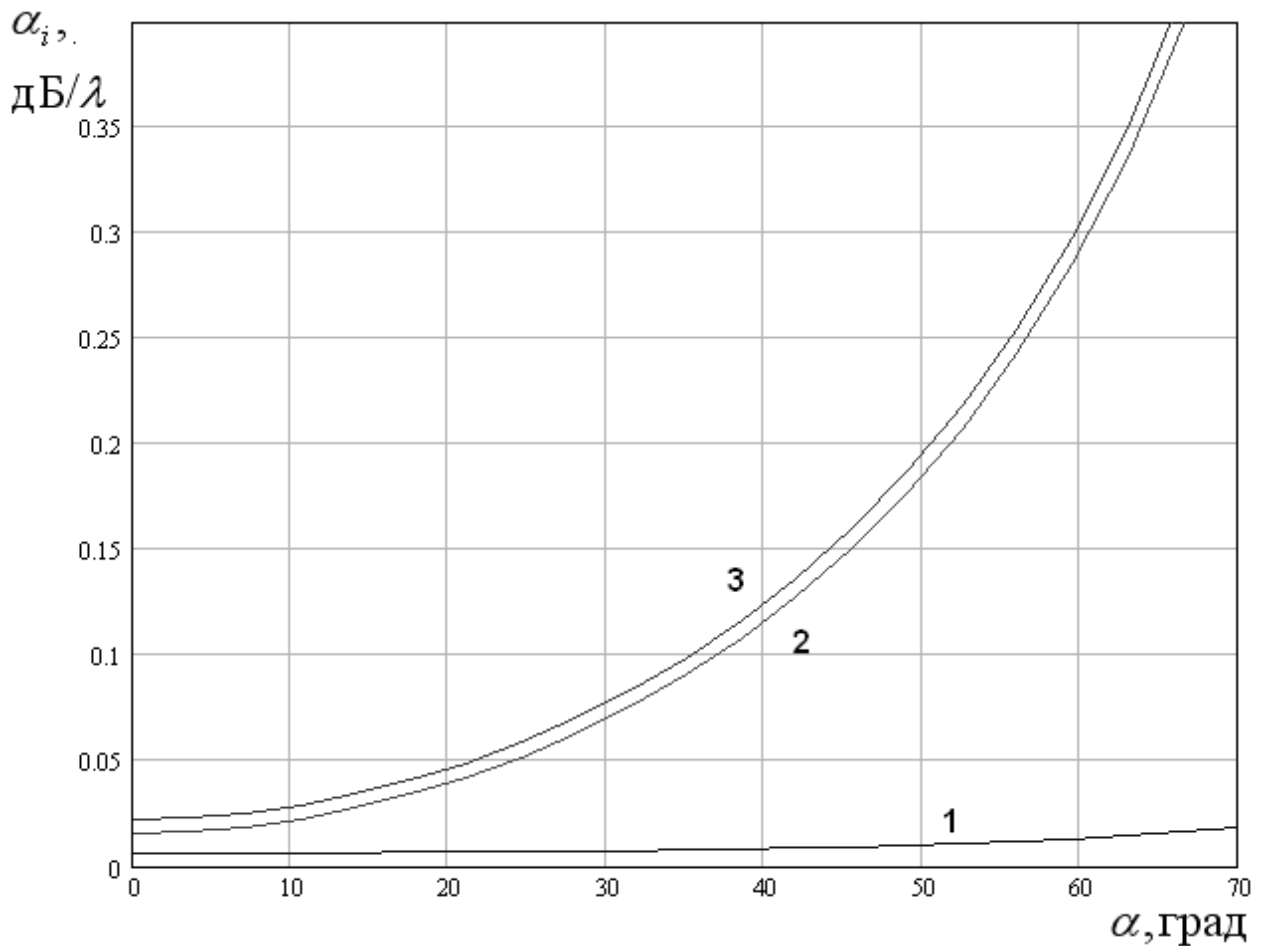


Рис. 2.5.16. Зависимость затухания от угла  $\alpha$

Кривые 1 – 3 соответствуют затуханию, обусловленному потерями в диэлектрике  $\alpha_d$ , потерями в решетке  $\alpha_a$  и суммарному затуханию  $\alpha_s$ . Видно, что при выбранных параметрах материала пластины, которые соответствуют поликору, основной компонентой потерь является затухание  $\alpha_a$ , которое растет при  $\alpha \rightarrow \pi/2$  на бесконечность.

На рис. 2.5.17 показана частотная зависимость затухания при  $\alpha = 0$ . Здесь мы отказались от нормированной толщины подложки и использовали непосредственно частоту  $f$ . Кривые 1 – 3 соответствуют  $\alpha_d$ ,  $\alpha_a$  и  $\alpha_s$ . Они получены при  $s=0.5$ . Остальные параметры остались без изменения. Видно, что затухание  $\alpha_d$  слабо меняется в весьма широком диапазоне частот, тогда как затухание  $\alpha_a$  на верхнем краю диапазона более чем в три раза больше,

чем на нижней его границе. Можно предположить, что при дальнейшем уменьшении частоты обе компоненты затухания будут иметь сопоставимые значения.

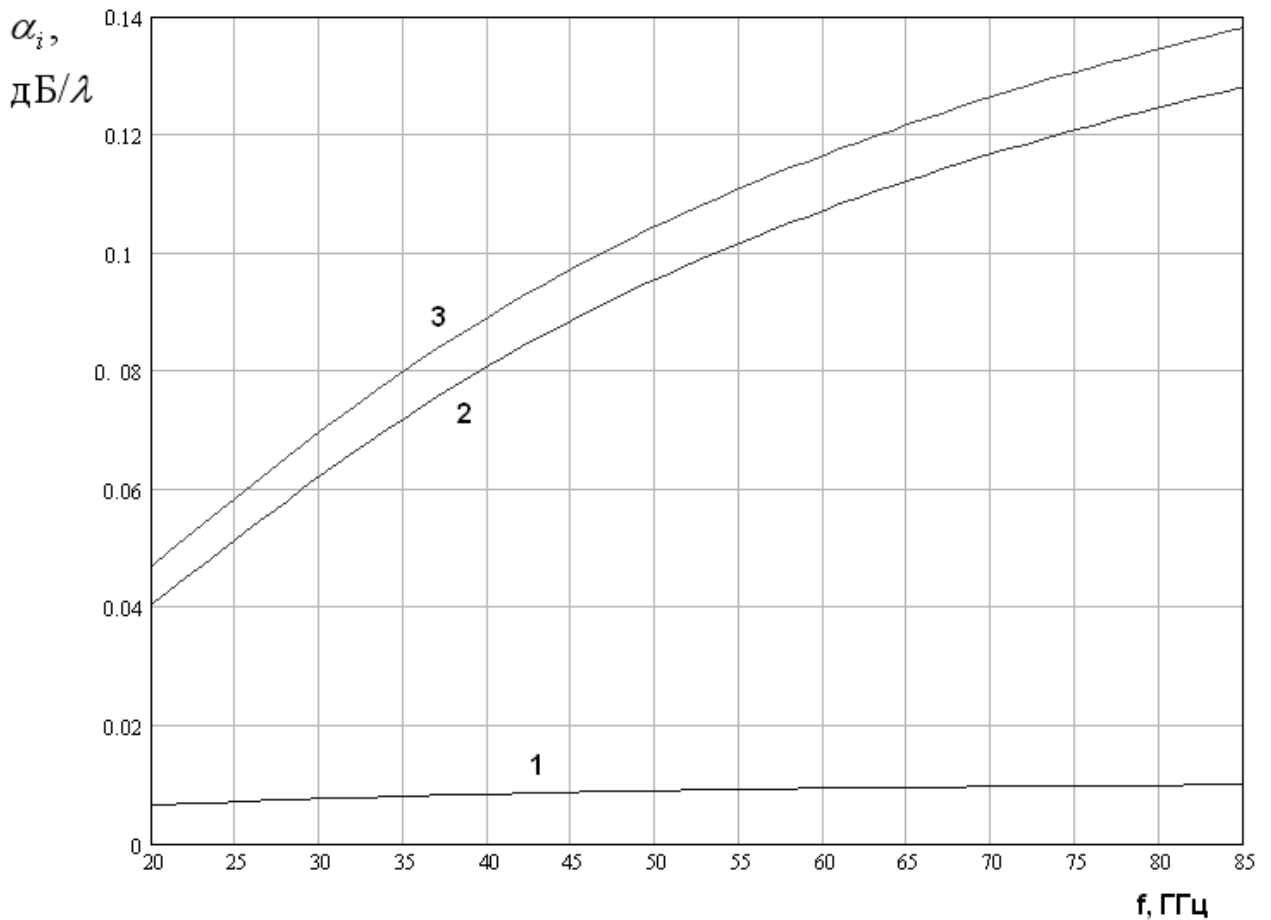


Рис. 2.5.17. Частотная зависимость затухания при  $\alpha = 0$

Интересна также зависимость затухания от параметров решетки. Оказалось, что ее коэффициент заполнения, которых мы описываем шириной щелей  $S$  весьма сильно влияет на затухание, обусловленное потерями в лентах ЧПР. Это видно из рис. 2.5.18, на котором показана частотная зависимость затухания при  $\alpha = 0$ . Параметры ПлВ и ЧПР приводятся выше. Кривая 1 соответствует затуханию  $\alpha_d$ , а кривые 2,3 затуханию  $\alpha_a$ . Причем кривая 2 получена при  $s=0.5P$ , а кривая 3 при  $s=0.2P$ . Видно, что затухание  $\alpha_a$  выросло примерно в два раза. Интересно, что затухание  $\alpha_d$  остается практически постоянным при изменении параметра  $S$ .

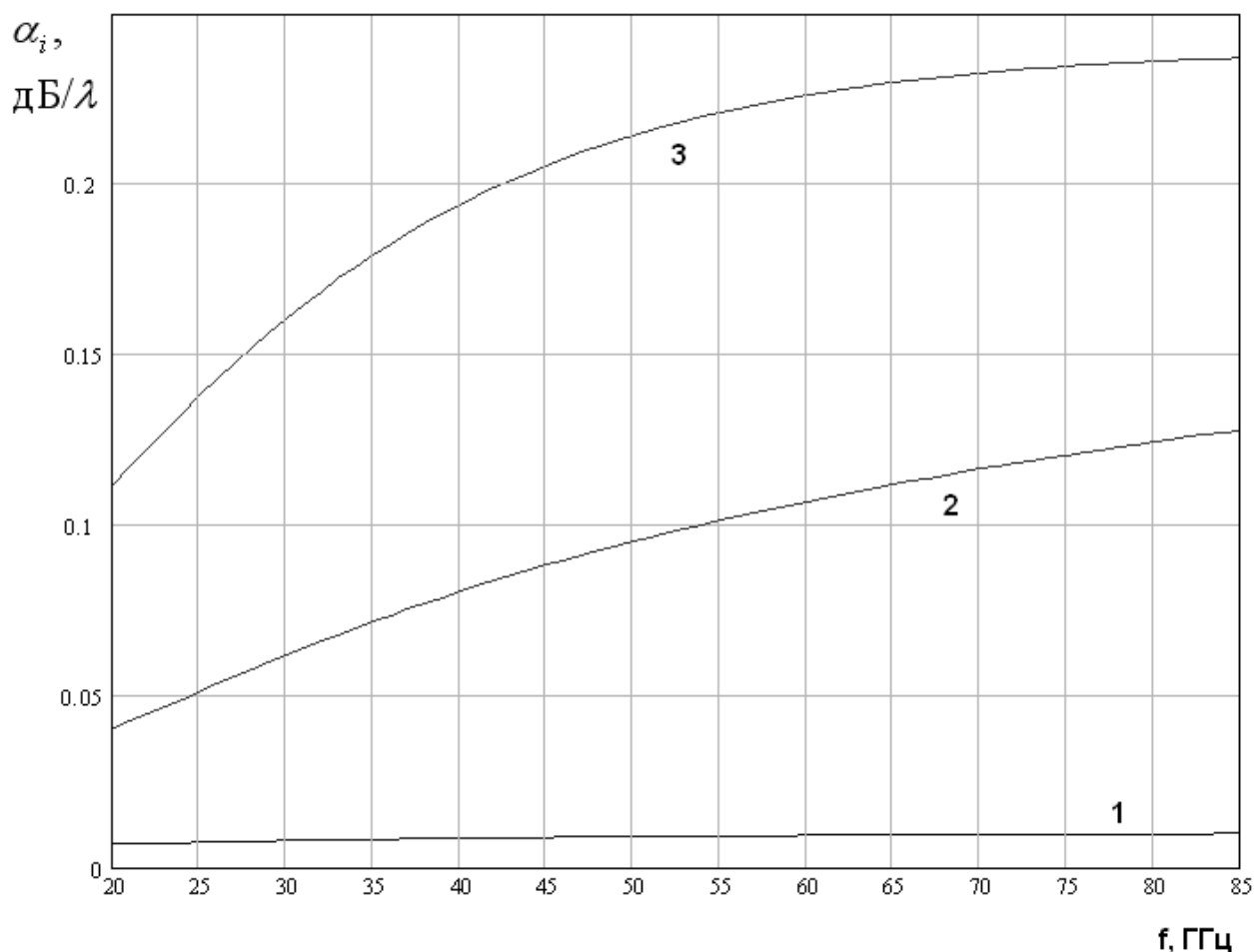


Рис. 2.5.18. Частотная зависимость затухания при разной ширине щелей ЧПР

Еще одним параметром ЧПР, который может оказывать влияние на затухание является ее период. На рис. 2.5.19 показана частотная зависимость затухания при разных периодах решетки. Кривая 1 соответствует потерям в диэлектрике, а кривые 2 – 3 потерям в решетке. Кривые 2 – 3 получены при  $s=0.5 P$  и  $P = 0.1, 0.2, 0.3$ . Затухание  $\alpha_d$  не зависит от периода решетки. Затухание  $\alpha_a$  меняется при его изменениях, но значительно слабее, чем при вариациях ширина щелей  $s$ . Наблюдается некоторый рост затухания при увеличении периода ЧПР.



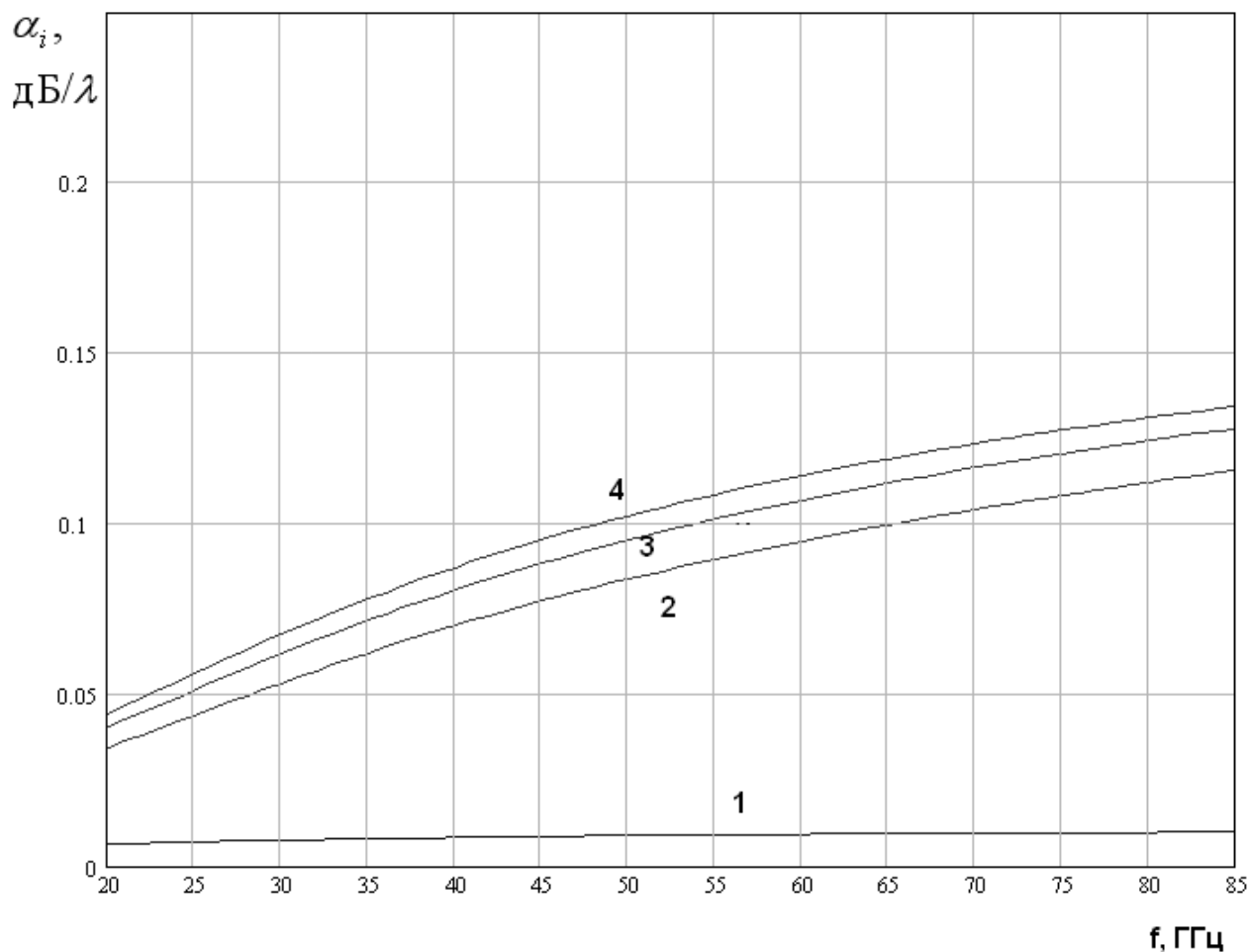


Рис. 2.5.19. Частотная зависимость затухания при разных периодах ЧПР

Следующая тема нашего исследования – высшие типы волн и их критические частоты. По аналогии с разд. 2.3 и 2.4 мы будем использовать вместо критических частот критические значения нормированной толщины пластины  $\tilde{d}_c$ .

На рис. 2.5.20 показана зависимость параметра  $\tilde{d}_c$  от угла  $\alpha$ . Кривые 1 – 4 получены для  $\varepsilon = 9.8$ ,  $d = 0.5$ ,  $s = 0.5P$ ,  $P = 0.1, 0.25, 0.5$ . При этом кривые 1 – 3 соответствуют волне  $HE_2$ , а кривая 4 волне  $HE_3$ . Напомним, что мы классифицируем волны в рассматриваемом ПЛВ по величине их коэффициента замедления. Из рис. 2.5.20 видно, что кривые 1 – 3 соответствуют волне с критической частотой более низкой, чем у волны

соответствующей кривой 4. Поэтому, руководствуясь формальным признаком, мы должны первой волне присвоить индекс 2, а второй 3.

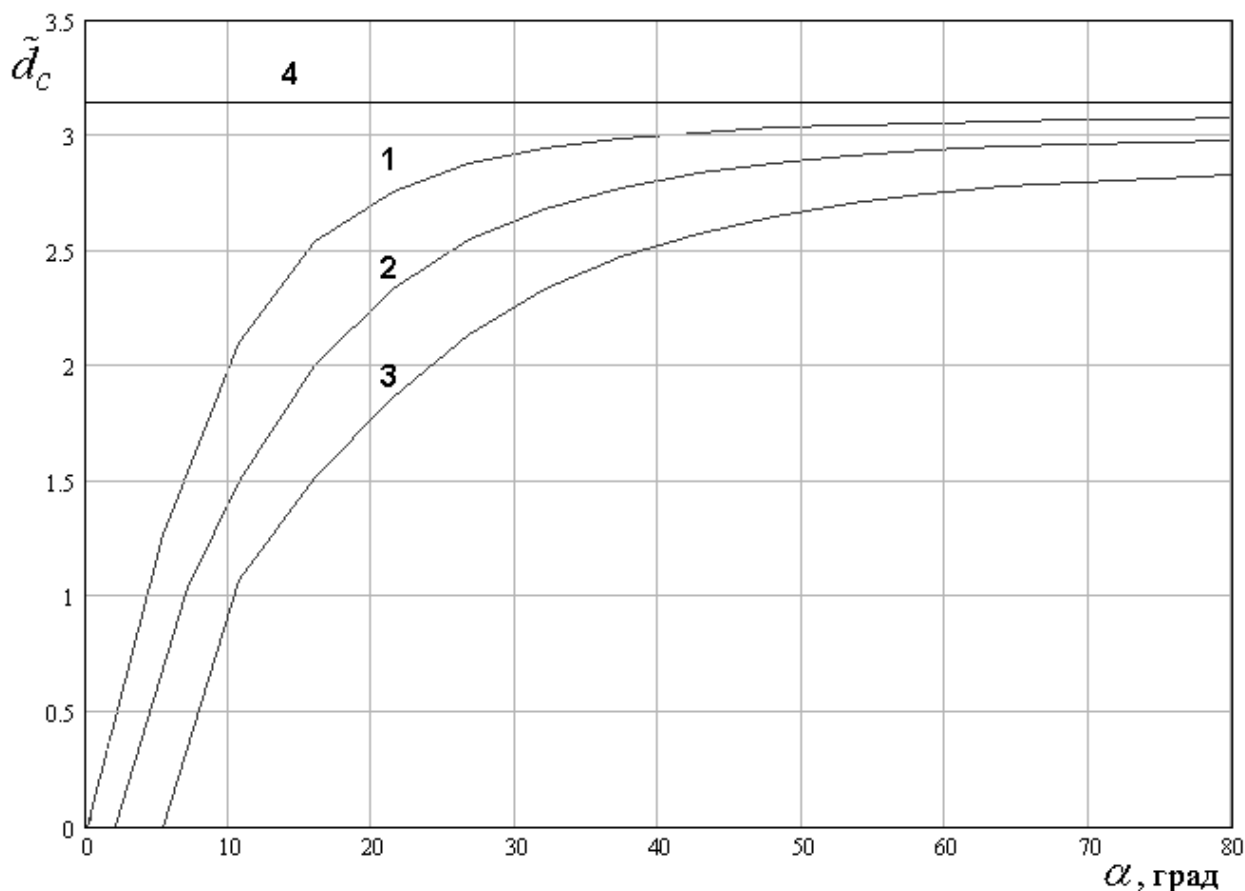


Рис. 2.5.20. Зависимость критического значения нормированной толщины пластины от угла  $\alpha$  при разных периодах ЧПР

Следует, однако, иметь в виду, что такая классификация имеет формальный характер и не очень удобна с практической точки зрения. Дело в том, что волна, которой мы присвоили индекс 2, при всех значениях параметров структуры имеет коэффициент замедления, который почти не отличается от единицы. В этом смысле она похожа на ряд волн электрического типа, которые обсуждались в разд. 2.3. Такие слабозамедленные волны весьма трудно возбудить и, следовательно, основная волна слабо связывается с ними на нерегулярных участках. Таким образом, подобные волны не представляют опасности при проектировании устройств на основе ПЛВ.

С другой стороны, волна с индексом 3 является «физической» волной. Ее коэффициент замедления растет с ростом частоты. Поэтому на частотах выше критической она представляет реальную опасность. Таким образом, с практической точки зрения индекс 2 имело бы смысл присвоить именно этой волне. Тем не менее, мы оставим нумерацию волн без изменения, имея ввиду, что идеальной классификации волн не существует, особенно когда речь идет о сложных направляющих структурах.

Интересно, что критическое значение нормированной толщины пластины  $\tilde{d}_c$  у  $HE_3$  - волны не зависит от параметров решетки, в частности от ее периода и равно  $\pi$ . Оно совпадает с аналогичным параметром  $E_2$  - волны диэлектрической пластины без ЧПР.

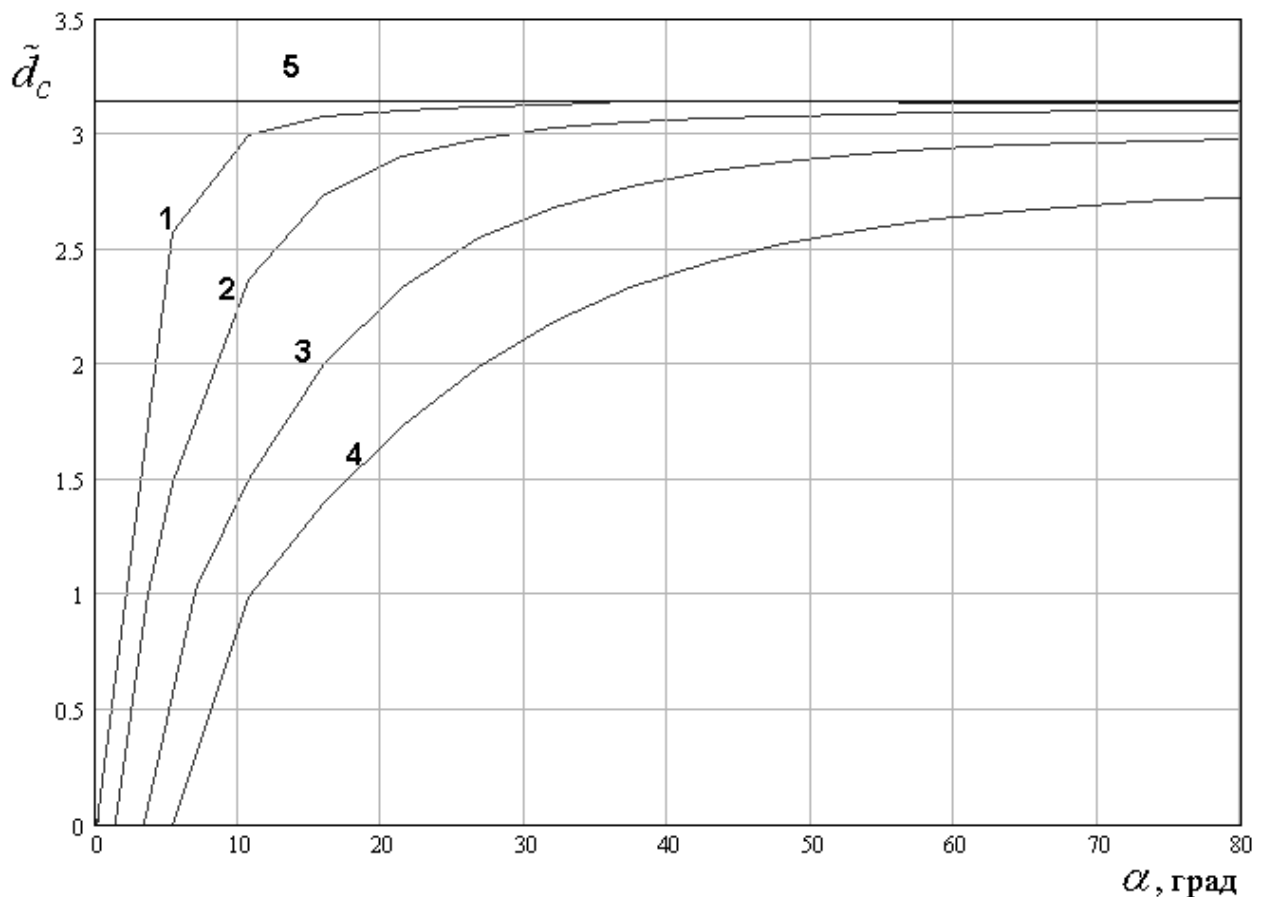


Рис. 2.5.21. Зависимость критического значения нормированной толщины пластины от угла  $\alpha$  при разной ширине щелей ЧПР

На рис. 2.5.21 показана зависимость параметра  $\tilde{d}_c$  от угла  $\alpha$ . Кривые 1 – 4 получены для  $\varepsilon = 9.8$ ,  $d = 0.5$ ,  $P = 0.25$ . Они соответствуют  $HE_2$  - волне при  $s = (0.1, 0.25, 0.5, 0.75)P$ . Кривая 5 получена при тех же параметрах структуры для  $HE_3$  - волны. Критическое значение параметра  $\tilde{d}_c$  для  $HE_3$  - волны по-прежнему не зависит от структуры ЧПР. Поэтому на рис. 2.5.21 для этой волны приводится только одна кривая 5, которая вырождается в горизонтальную прямую, идущую на уровне  $\tilde{d}_c = \pi$ .

*EH – волны.* Перейдем к изучению EH – волн ПЛВ с ЧПР. Последовательность рассматриваемых вопросов будет совпадать со случаем HE – волн. Начнем с исследования характеристик основной  $EH_1$  - волны.

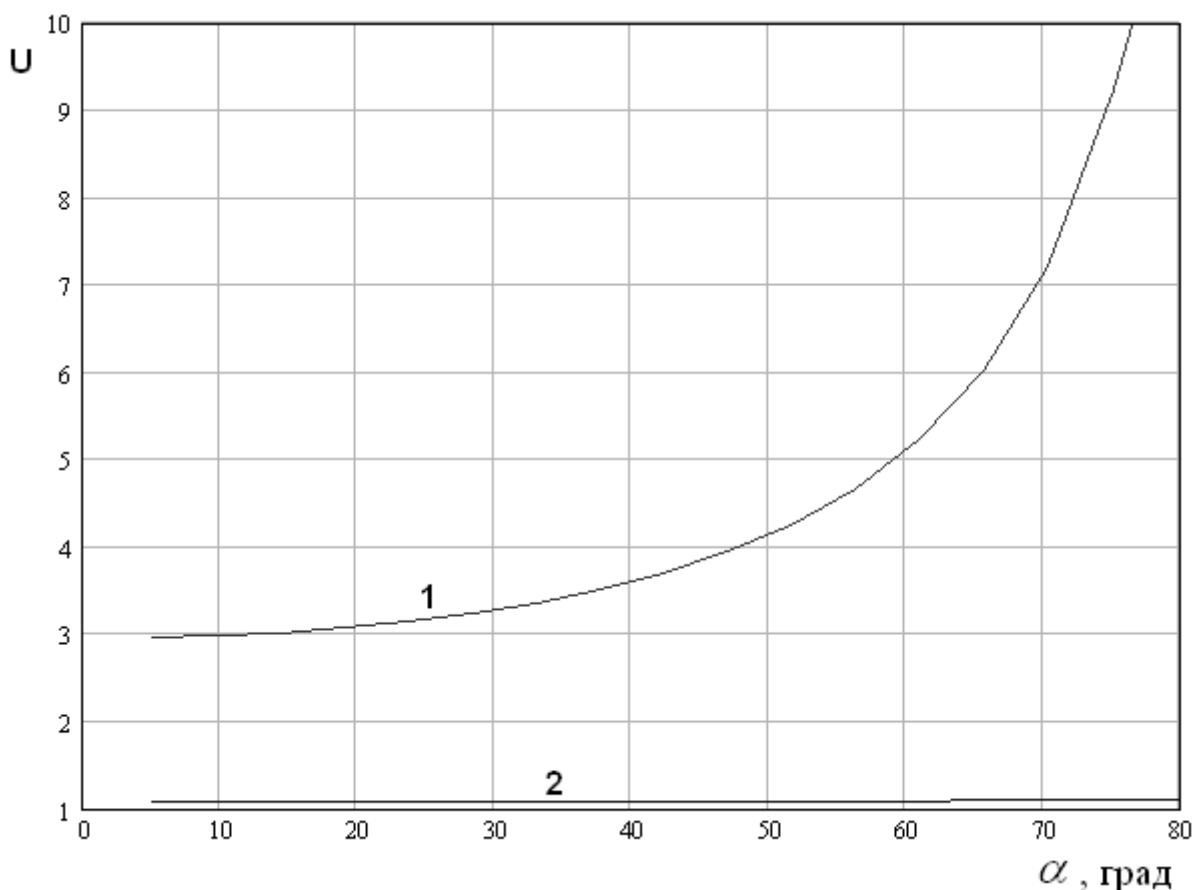


Рис. 2.5.22. Зависимость коэффициента замедления  $EH$  - волн от угла  $\alpha$

На рис. 2.5.22 показана зависимость коэффициента замедления основных волн ПЛВ от угла  $\alpha$ . Кривые 1 и 2 получены для  $\varepsilon = 9.8$ ,  $d = 0.5$ ,  $P = 0.25$ ,  $s = 0.2P$ ,  $\tilde{d} = 2.2$ . Кривая 1 соответствует основной  $EH_1$  - волне, а кривая 2 волне  $EH_2$ . Видно, что качественно коэффициент замедления основной волны ведет себя аналогично коэффициенту замедления  $HE_1$  - волны, то есть растет на бесконечность при  $\alpha \rightarrow \pi/2$ . Таким образом, мы можем ожидать и в случае  $EH$  - волн эффекта аналогичного эффекту принудительного преломления.

Волна  $EH_2$  относится к числу слабозамедленных волн. Ее коэффициент замедления близок к единице. Поэтому, по причинам, которые неоднократно обсуждались выше она не является «опасным» высшим типом волны. Отметим, что эффекта принудительного преломления для нее не наблюдается, поскольку ее коэффициент замедления почти не зависит от угла  $\alpha$ .

Для оценки близости свойств  $EH_1$  - волны к волне в среде с принудительным преломлением воспользуемся параметрами, введенными при исследовании  $HE$  - волн: углами  $\psi$  и  $\psi_m$ . На рис. 2.5.23 показана зависимость угла  $\psi$  от угла  $\alpha$ . Она получена при параметрах приведенных выше. Видно, что угол распространения  $\psi$  у  $EH_1$  - волны отличается от нуля значительно сильнее, чем у  $HE_1$  - волны. Следует отметить, что в рассматриваемом случае эффект аналогичный особой частотной точке не наблюдается.

Об этом можно судить из зависимости угла  $\psi_m$  от частоты, вместо которой мы будем использовать нормированную толщину диэлектрической пластины  $\tilde{d}$ .

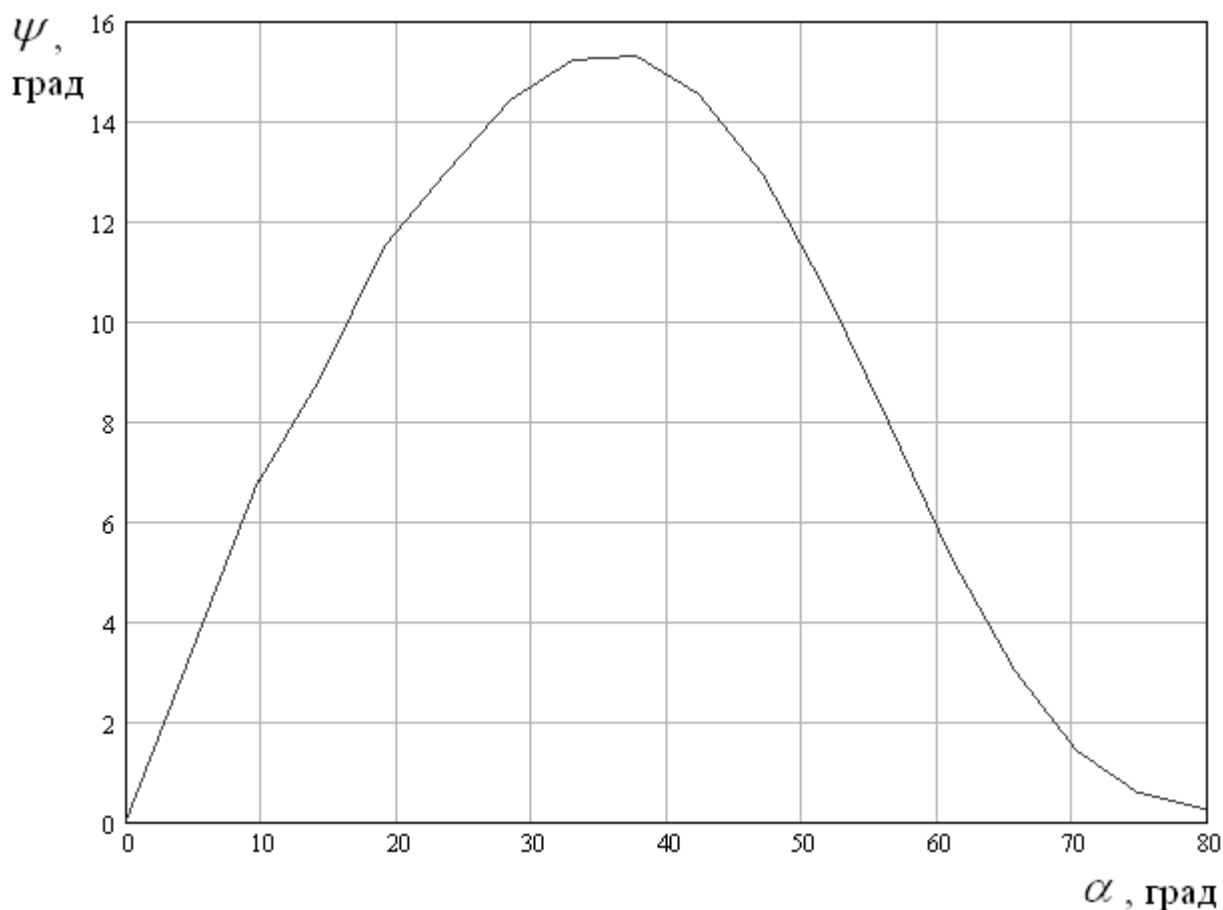
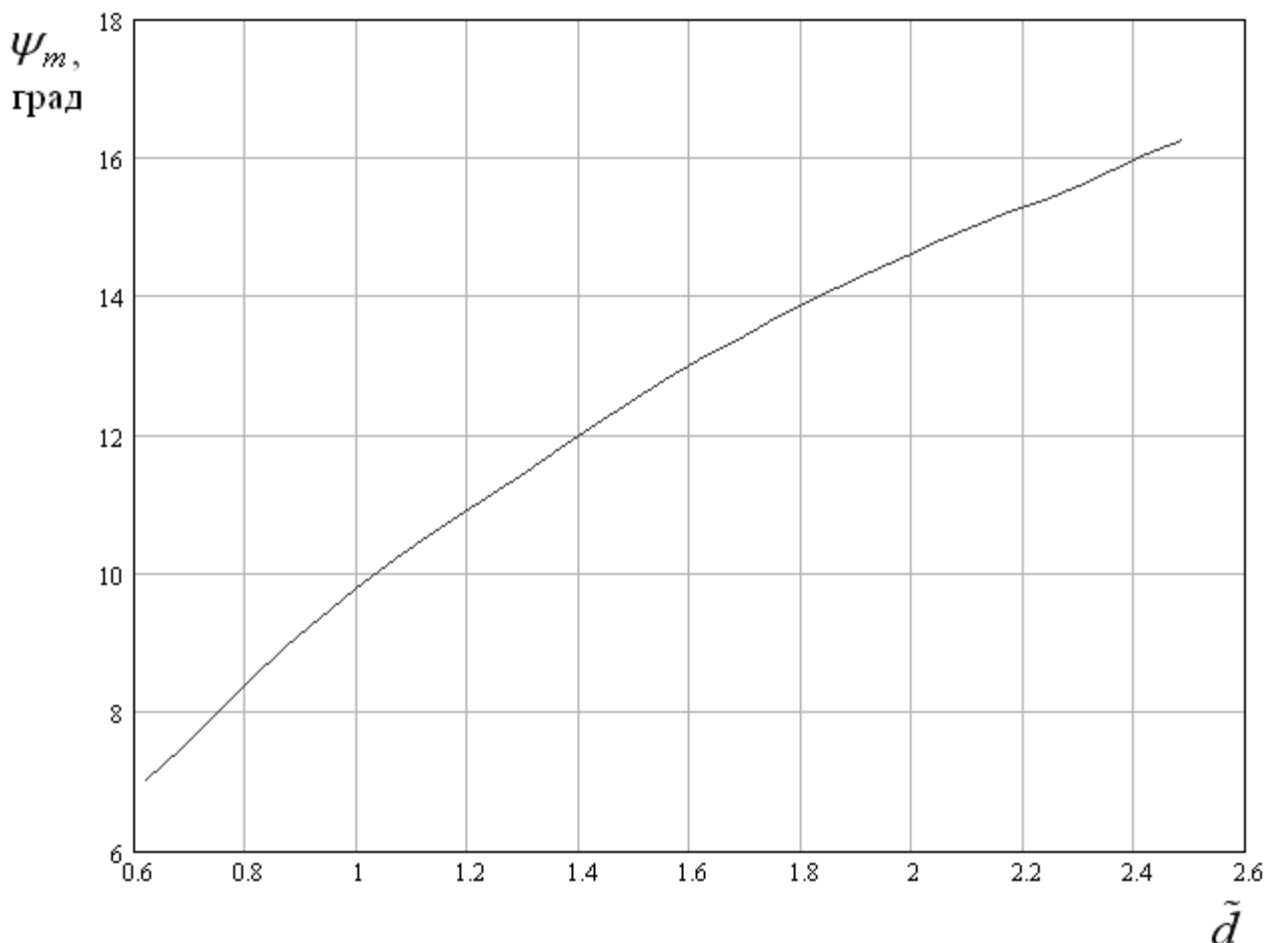


Рис. 2.5.23. Зависимость угла  $\psi$  от угла  $\alpha$

На рис. 2.5.24 показана зависимость угла  $\psi_m$  от параметра  $\tilde{d}$ . Параметры структуры остались такими же, как в примерах приведенных ранее. Видно, что угол  $\psi_m$  монотонно уменьшается при уменьшении  $\tilde{d}$ .

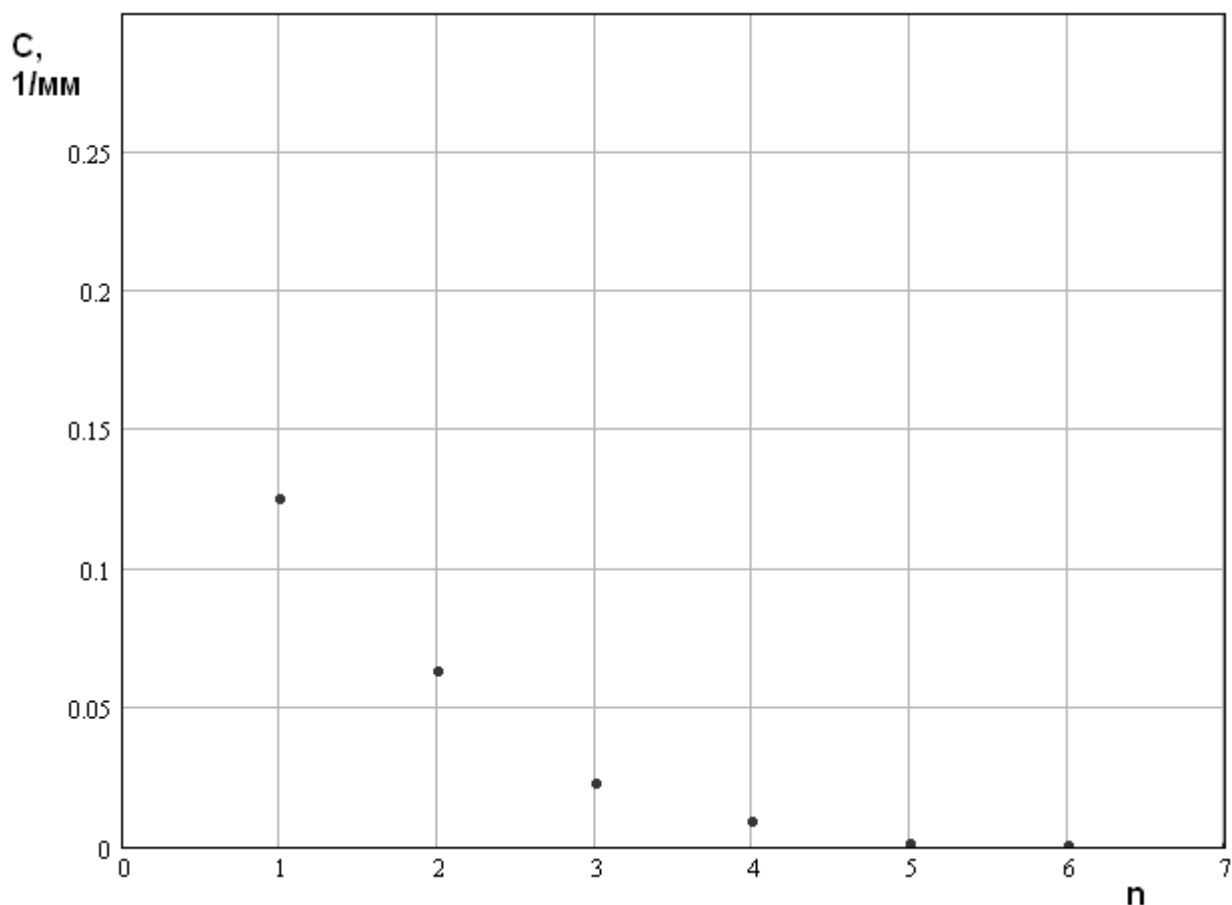
Разное поведение  $EH_1$  и  $HE_1$  - волн можно попытаться объяснить при помощи модели связанных волноводов. Из-за того, что анализируемые волны имеют разную поляризацию волноводы, входящие в эту модель отличаются друг от друга. Волна  $HE_1$  преимущественно поляризована в плоскости подложки, а волна  $EH_1$  в плоскости перпендикулярной подложке. Поэтому логично считать, что ПЛВ с ЧПР в первом случае является совокупностью связанных щелевых ЛП, а во втором связанных ПЛ.



*Рис. 2.5.24. Зависимость максимального угла распространения от нормированной толщины пластины*

Полосковые и щелевые линии в зависимости от частоты ведут себя по-разному. Волна щелевой линии с бесконечными проводниками не является ни Т – волной, ни квази Т – волной. На низких частотах ее характеристическое сопротивление стремится к нулю и ее практически весьма сложно возбудить. Как было отмечено выше, свойства волны щелевой линии приближаются к свойствам Т – волны на частотах близких к особой точке.

Волна полосковой линии является квази Т – волной, которая существует на всех частотах вплоть до нулевой. Чем ниже частота, тем она ближе к поперечной Т – волне. При этом известно [24], что в системе связанных ЛП с Т – волнами распределенная связь, основанная на разности постоянных распространения собственных волн, отсутствует. Все собственные волны имеют одинаковые постоянные распространения.



*Рис. 2.5.25. Зависимость коэффициента линейного связи от индекса  $n$*

Распределение линейных коэффициентов связи эквивалентных связанных волноводов показано на рис. 2.5.25. Наибольшее значение имеет коэффициент  $C_1$ , описывающий связь соседних волноводов. Связь через один и даже через два волновода также достаточно велика.

На рис. 2.5.26 показана частотная зависимость трех основных линейных коэффициентов связи. Видно, что доминирующий коэффициент  $C_1$  убывает при уменьшении частоты. При этом параметр  $C_2$ , наоборот, растет. Однако, как видно из рис. 2.5.24 интегральный эффект взаимной связи волноводов с уменьшением частоты также уменьшается.



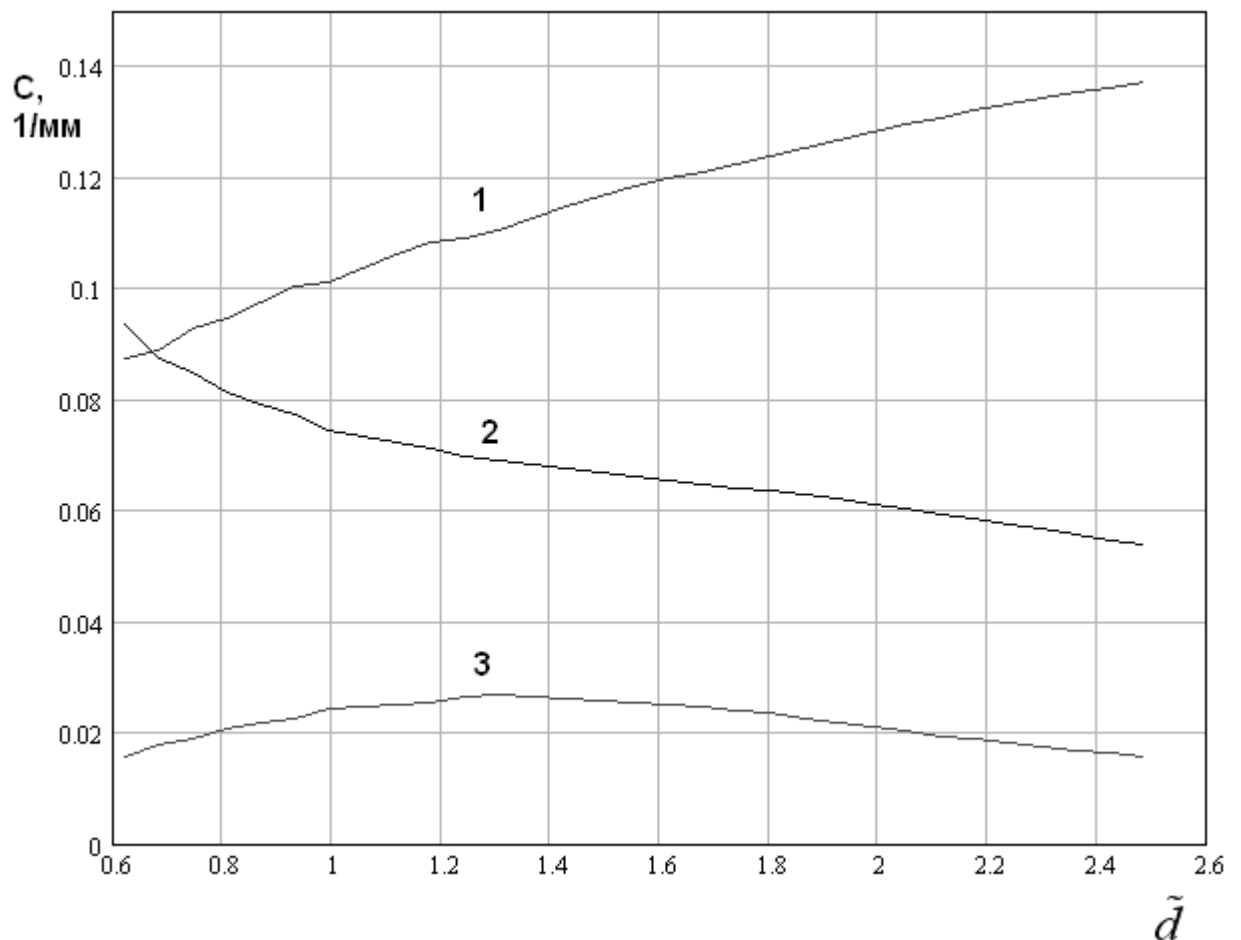
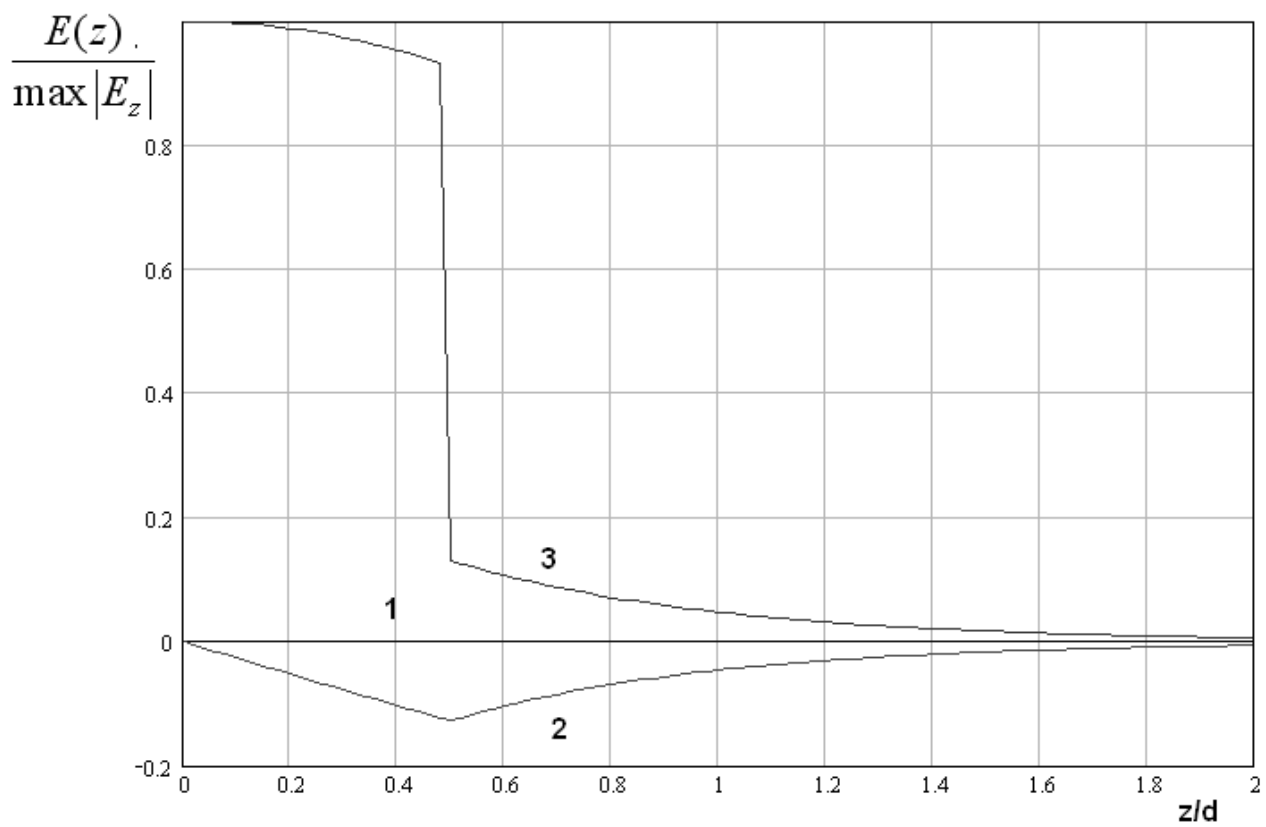


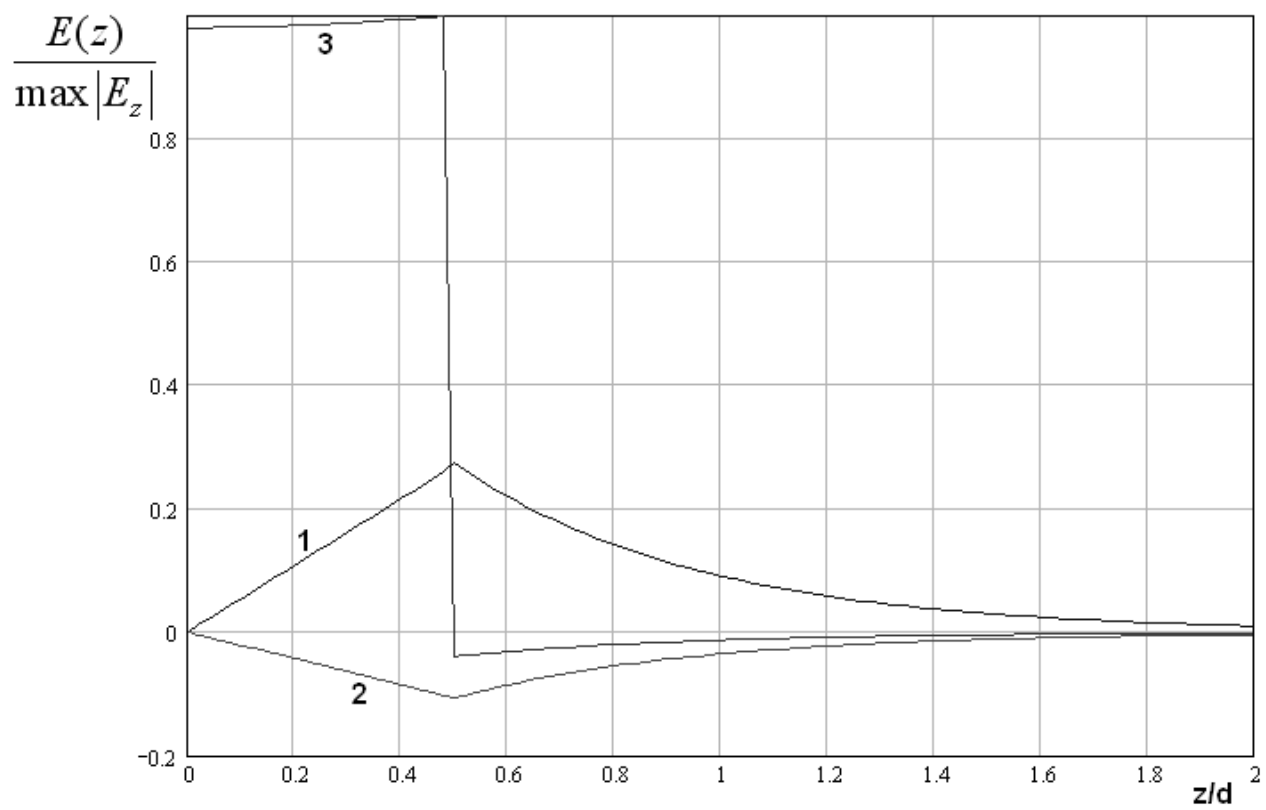
Рис. 2.5.26. Частотная зависимость линейного коэффициента связи

Рассмотрим далее трансформацию распределения поля  $EH_1$  при изменении угла  $\alpha$ . На рис. 2.5.27 а-в показана зависимость компонент электрического поля от нормированной на толщину пластины координаты  $Z$ . Кривые 1 – 3 получены для параметров структуры, приведенных выше. Они соответствуют компонентам поля  $E_x, E_y, E_z$ . Рисунки а – в получены для  $\alpha = 0,28,56^0$ . Компоненты поля нормированы на максимальное значение модуля основной компоненты  $E_z$ .

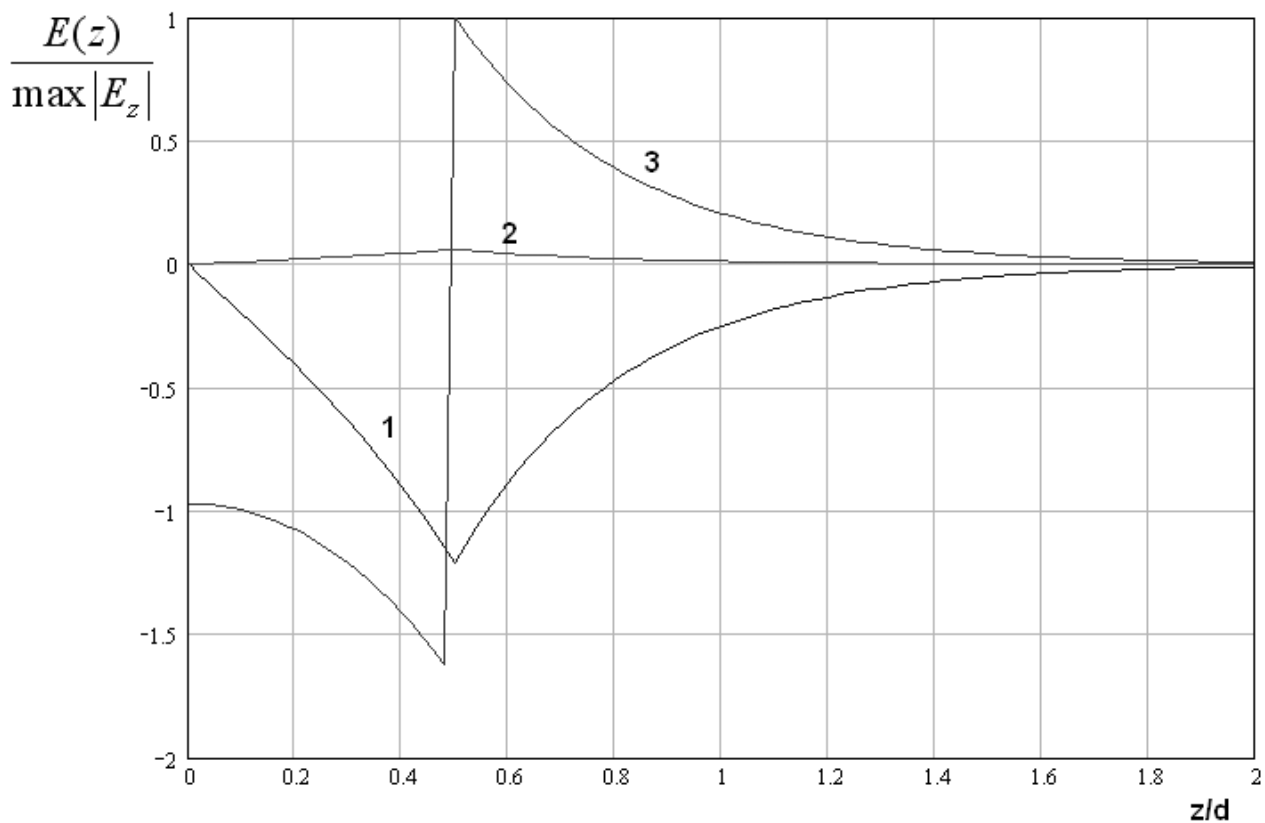
При  $\alpha = 0$  волна имеет две компоненты электрического поля  $E_y, E_z$ . Ниже будет показано, что магнитное поле имеет одну компоненту  $H_x$ . Таким образом, при нулевом угле волна является  $E$  - волной. Ее коэффициент замедления близок к  $\sqrt{\epsilon}$ .



a



б

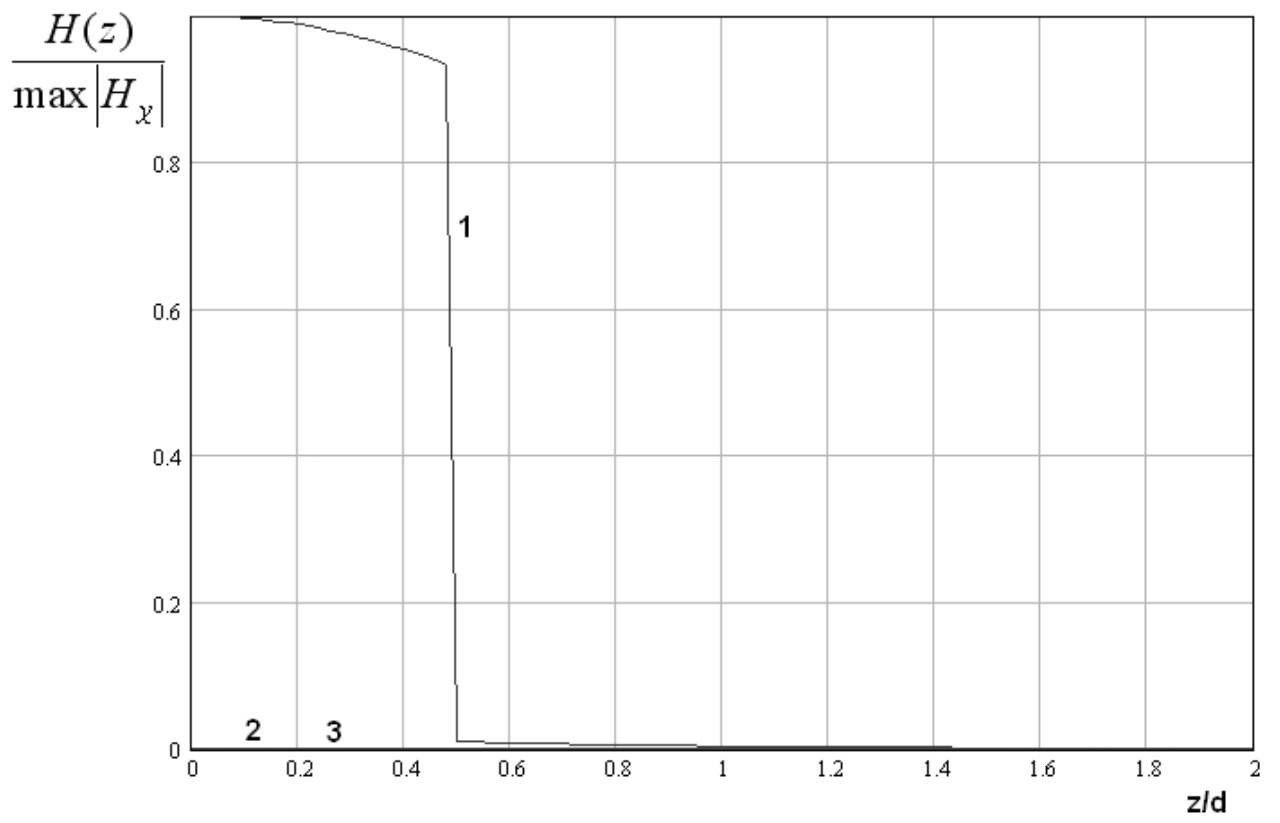


В

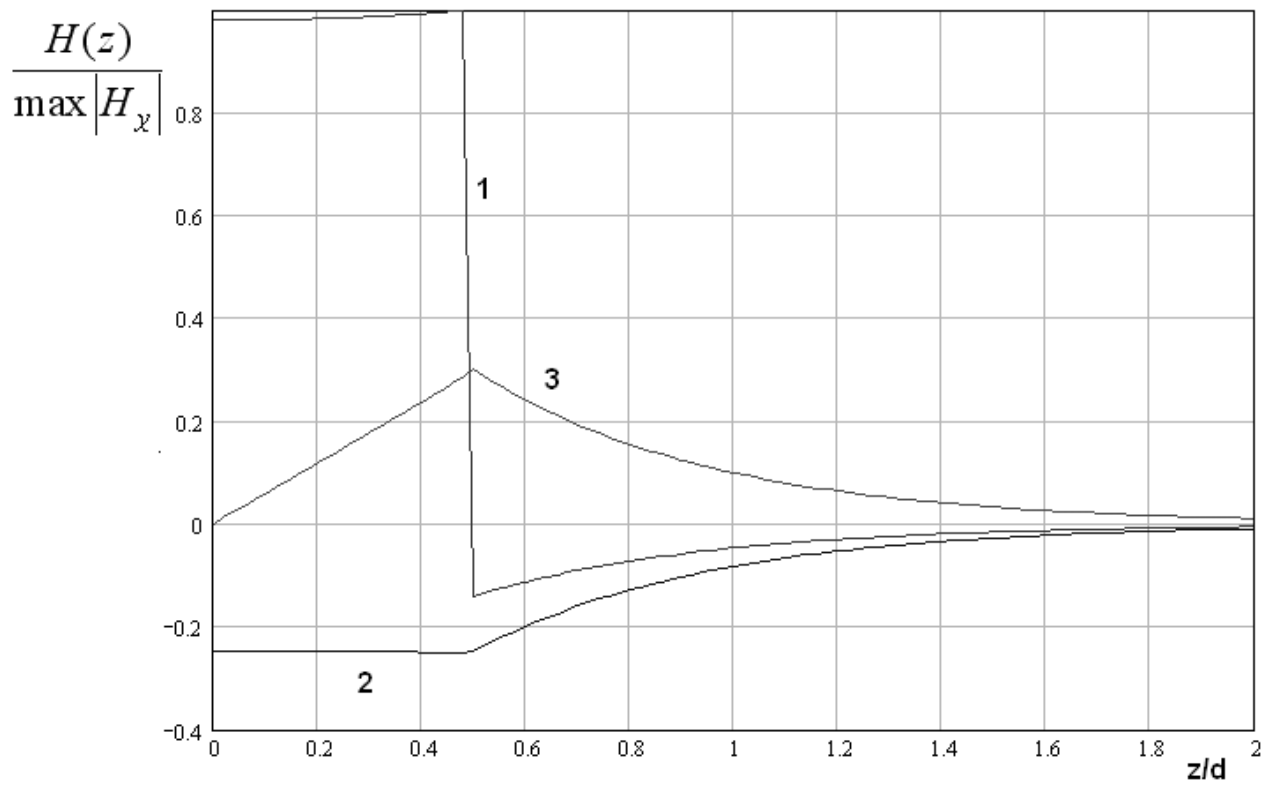
Рис. 2.5.27. Распределение электрического поля  $EH_1$  - волны

Поэтому ее поле близко к полю  $T$  - волны. В частности, его продольная компонента много меньше поперечной.

Изменение электрического поля при увеличении угла  $\alpha$  во многом определяется увеличением коэффициента замедления, которое трансформирует волну из поверхностной волны диэлектрического слоя в поверхностную волну пленки, лежащей на его границе. Характерно, что компонента электрического поля, направленная вдоль лент  $E_y$  достаточно мала при всех углах  $\alpha$ . Аналогичное поведение этой компоненты наблюдалось у  $HE_1$  - волны. Оно связано с характером граничных условий на ЧПР. Решетка имеет большую проводимость вдоль металлических лент. Другими словами в этом направлении ее свойства близки к свойствам идеального проводника, на поверхности которого тангенциальное электрическое поле равно нулю.



a



b

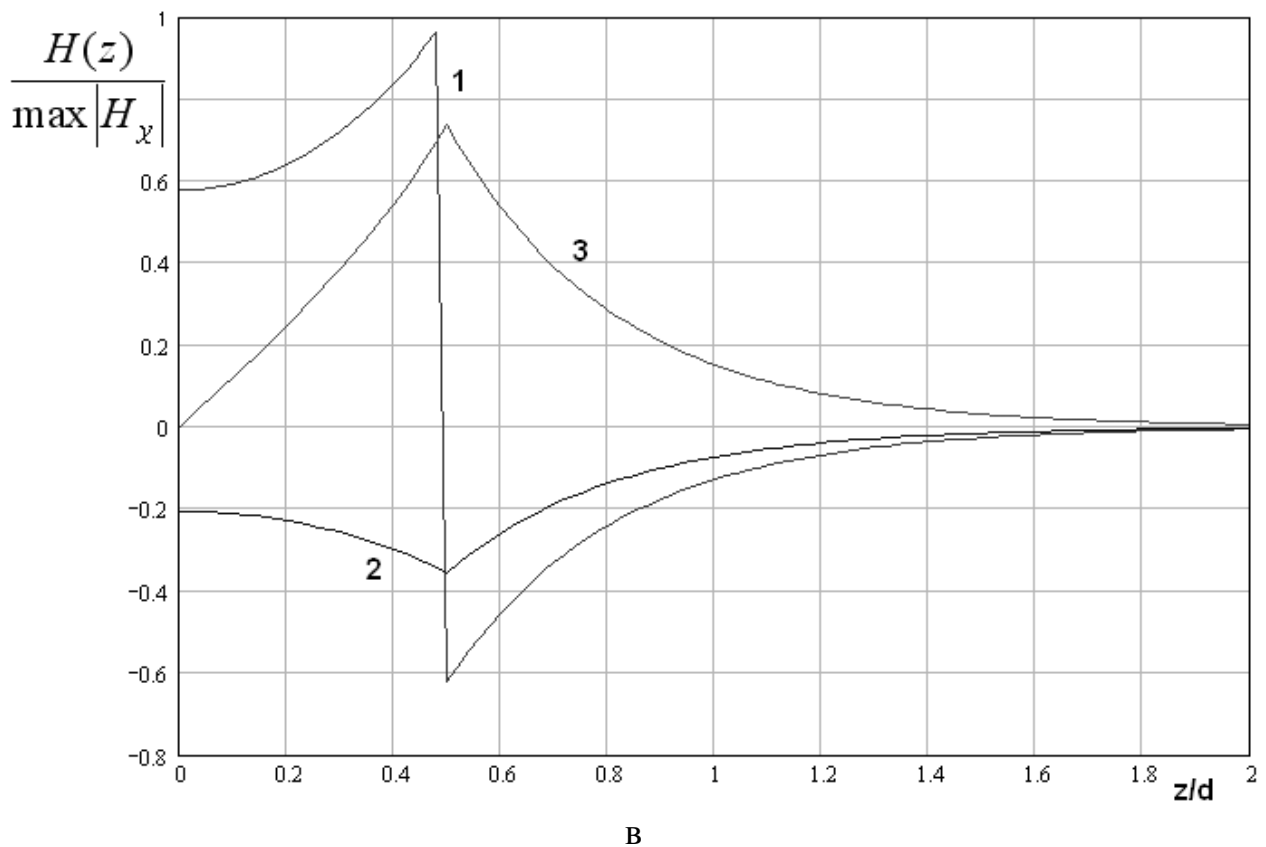


Рис. 2.5.28. Распределение магнитного поля  $EH_1$  - волны

Проводимость ЧПР в ортогональном направлении, наоборот, мала и решетка не препятствует росту соответствующей компоненты электрического поля (см. рис. 2.5.26 а – в).

На рис. 2.5.28 показано распределение компонент магнитного поля. Обращает на себя внимание наличие большого разрыва компоненты магнитного поля  $H_x$ . Его появление связано с электрическим током, текущим вдоль металлических лент в направлении оси  $Oy$ . Зависимость магнитного поля от угла  $\alpha$  может быть полностью объяснена увеличением коэффициента замедления волны.

Зависимость разных компонент затухания  $EH_1$  - волны от направления волнового вектора, задаваемого углом  $\alpha$  показано на рис. 2.5.29. Кривые 1 – 3 получены для  $\varepsilon = 9.8$ ,  $d = 0.5$ ,  $P = 0.25$ ,  $s = 0.2P$ ,  $\tilde{d} = 2.2$ ,  $\text{tg} \delta = 10^{-4}$ , ЧПР выполнена из меди. Они соответствуют компонентам

затухания, обусловленным потерями в диэлектрике, решетке и суммарному затуханию.

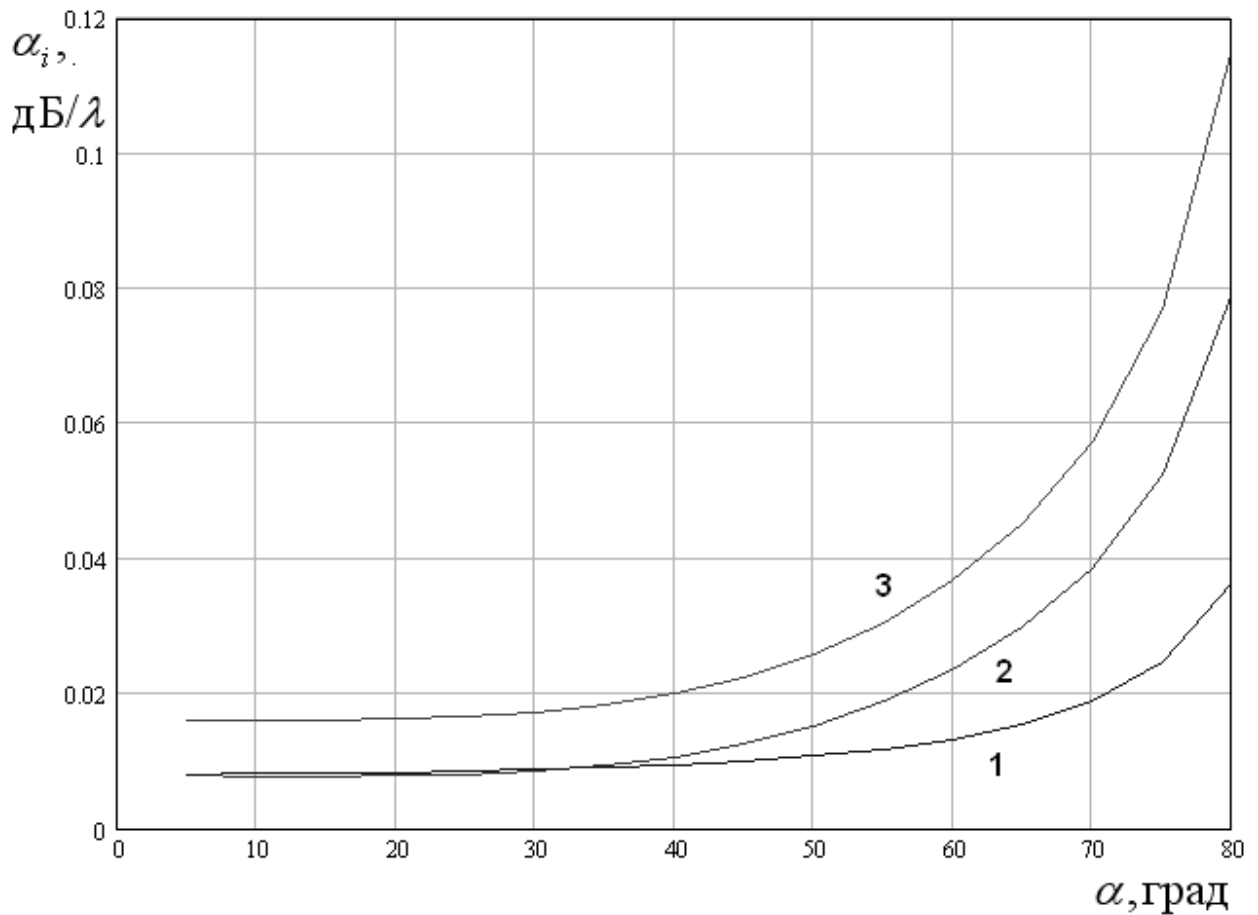


Рис. 2.5.29. Зависимость затухания  $EH_1$  - волны от угла  $\alpha$

Качественно зависимость от угла  $\alpha$  не отличается от аналогичной зависимости для  $HE_1$  - волны (см. рис. 2.5.16). Обращает на себя внимание соотношение между разными видами затухания. У  $HE_1$  - волны при всех углах доминировало затухание, обусловленное потерями в решетке. В случае  $EH_1$  - волны при малых углах они имеют сравнимые значения и только при углах близких к  $\pi/2$  затухание из-за потерь в металле в несколько раз больше затухания из-за диэлектрических потерь.

Зависимость разных компонент затухания от частоты показана на рис. 2.5.30. Она получена для  $\alpha = 0$  и параметров структуры приведенных выше.

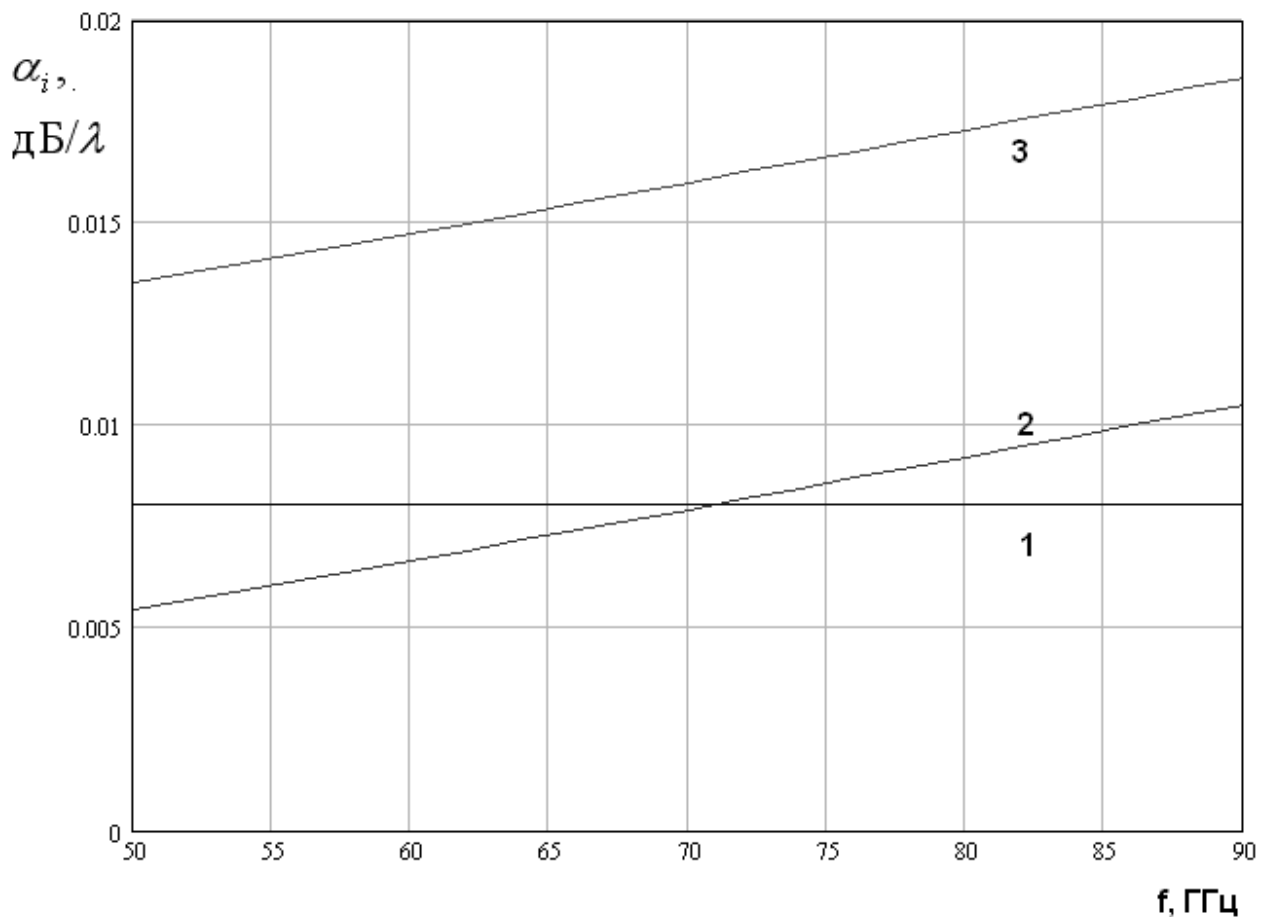


Рис. 2.5.30. Частотная зависимость затухания  $EH_1$  - волны

Кривые 1 – 3 соответствуют затуханию, обусловленному потерями в диэлектрике, металле и суммарному затуханию. Как и следовало ожидать, затухание  $\alpha_d$  почти не зависит от частоты, в то время как затухания  $\alpha_a, \alpha_s$  растут с ростом частоты практически линейно.

Ширина щелей ЧПР аналогично случаю  $EH_1$  - волны оказывает существенное влияние на затухание  $EH_1$  - волны. На рис. 2.5.31 показана частотная зависимость параметра  $\alpha_a$ . Кривые 1 – 3 соответствуют  $s = (0.9, 0.8, 0.7)P$ . Видно, что резкий рост затухания происходит при стремлении ширины металлических лент к нулю (щель стремится к периоду решетки). Такое поведение вполне ожидаемо. При узких лентах распределение продольного электрического тока на них имеет особенно неравномерный характер, что всегда ведет к росту тепловых потерь.

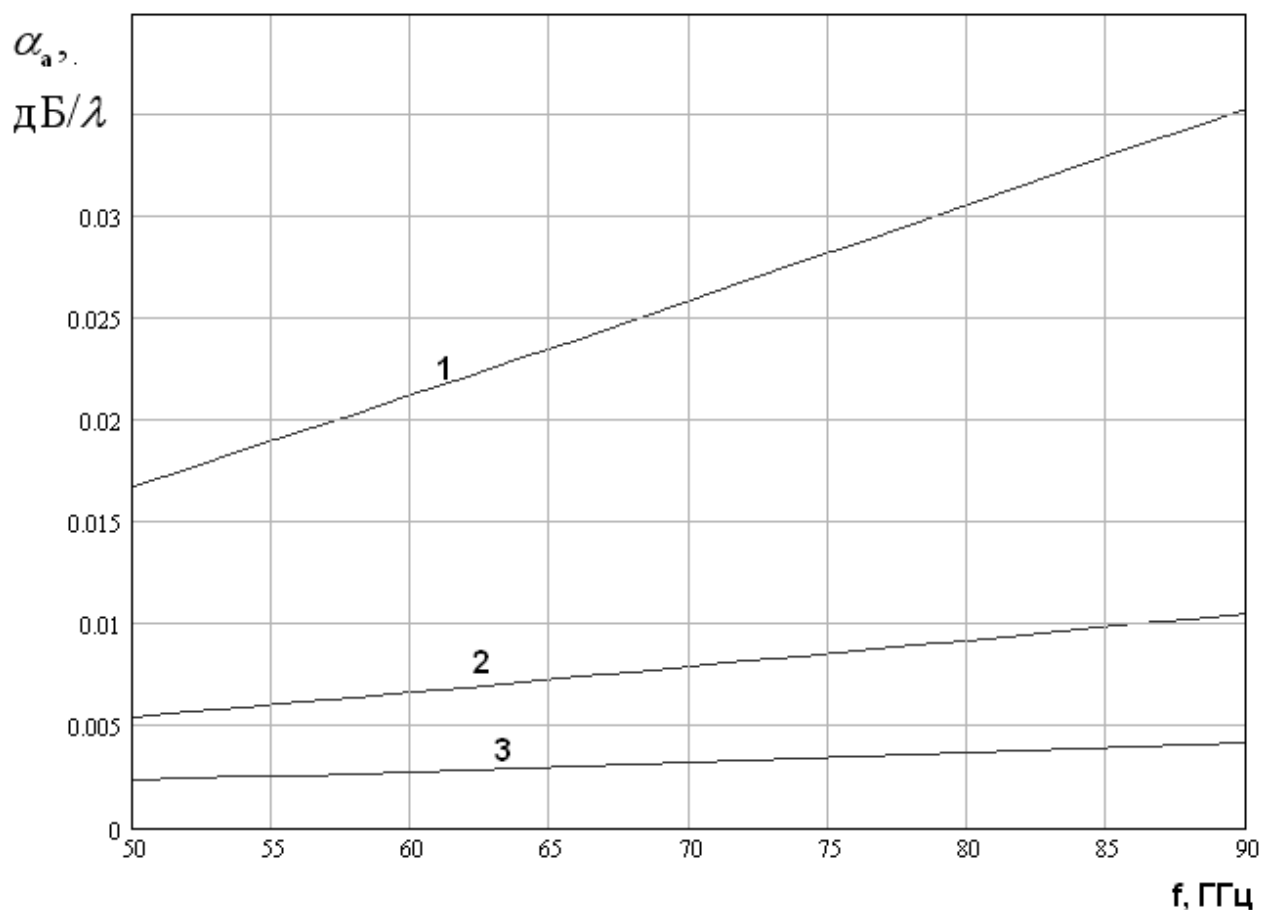


Рис. 2.5.31. Частотная зависимость затухания из-за потерь в решетке при разной ширине щелей

Влияние периода ЧПР на затухание показано на рис. 2.5.32, на котором изображена частотная зависимость параметра  $\alpha_a$  при разных периодах решетки. Кривые 1 – 3 получены при  $P = 0.15, 0.25, 0.4$ ,  $s = 0.9P$ . Можно отметить, что в случае  $EH_1$  - волны период ЧПР влияет на затухание заметно сильнее, чем в случае  $HE_1$  - волны, который был рассмотрен выше.

В заключение данного раздела рассмотрим поведение критического значения нормированной толщины диэлектрической пластины  $\tilde{d}_c$ . Параметр  $\tilde{d}_c$  будем находить для наиболее опасного высшего типа волны, которым является  $EH_3$  - волна. Волну  $EH_2$  типа, которая не имеет критической



частоты, мы исследовать не будем по причинам отмеченным выше: она не является опасным высшим типом в силу малого коэффициента замедления.

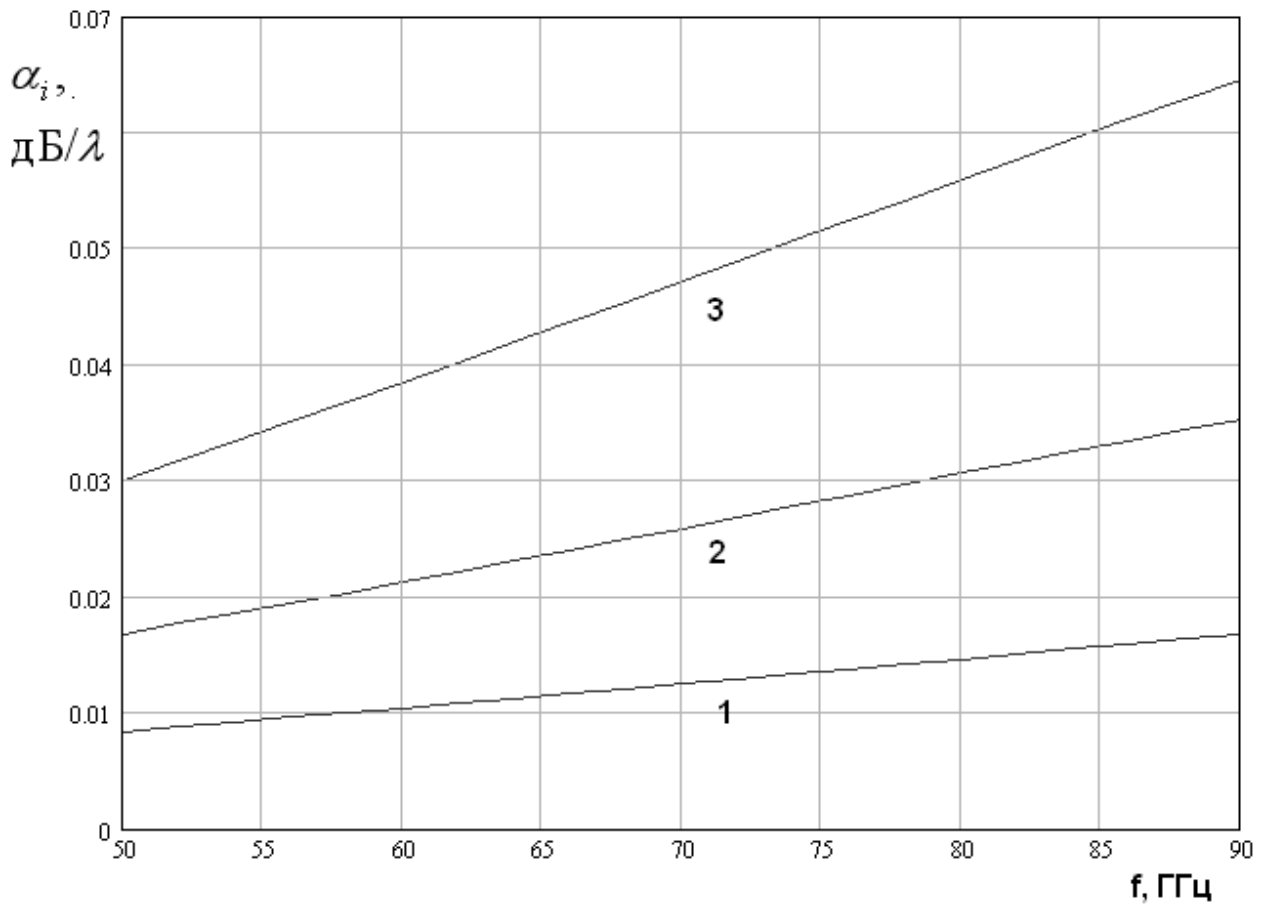


Рис. 2.5.32. Частотная зависимость затухания из-за потерь в решетке при разном периоде ЧПР

Также как и в случае  $HE$  - волн наименьшее значение параметра  $\tilde{d}_c$   $EH_3$  - волна имеет при распространении вдоль лент ЧПР, то есть при  $\alpha = 0$ . Для этого направления уравнение, описывающее  $\tilde{d}_c$  имеет следующий вид:

$$\sin \frac{\tilde{d}}{2} \left( \tilde{B}_c \sin \frac{\tilde{d}}{2} - \sqrt{\epsilon - 1} \cos \frac{\tilde{d}}{2} \right) = 0. \quad (2.5.13)$$

Из уравнения (2.5.13) распадается на два независимых уравнения:

$$\sin \frac{\tilde{d}}{2} = 0, \quad (2.5.14)$$

$$\tilde{B}_c \sin \frac{\tilde{d}}{2} - \sqrt{\varepsilon - 1} \cos \frac{\tilde{d}}{2} = 0.$$

Первое уравнение имеет решение:

$$\tilde{d}_c = 2\pi n, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (2.5.14)$$

Второе уравнение также имеет аналитическое решение:

$$\tilde{d}_c = 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{\sqrt{\varepsilon - 1}}{\tilde{B}_c} \right) + 2\pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.5.15)$$

Нетрудно убедиться в том, что наименьшие значения  $\tilde{d}_c$  дает формула (2.5.15) при  $n = 0$ . Из него, в частности, следует, что при  $\tilde{B}_c \rightarrow \infty$  параметр  $\tilde{d}_c$  стремится к нулю. Следует отметить, что такая ситуация не типична для ленточных ЧПР, которые имеют малую емкостную проводимость. По этой причине, как правило, параметр  $\tilde{d}_c$  незначительно меньше величины  $\pi$ .

На рис. 2.5.33 показана зависимость критического значения нормированной толщины пластины от угла  $\alpha$ . Кривые 1 – 3 получены для  $\varepsilon = 9.8$ ,  $d = 0.5$ ,  $s = 0.5P$ ,  $P = 0.1, 0.25, 0.5$ . Видно, что с увеличением периода решетки критическое значение толщины пластины  $\tilde{d}_c$  уменьшается при всех значениях угла  $\alpha$ . Увеличение периода является причиной роста емкостной проводимости  $\tilde{B}_c$ , который в силу причин отмеченных выше приводит к уменьшению  $\tilde{d}_c$ .

На рис. 2.5.34 также показана зависимость параметра  $\tilde{d}_c$  от угла  $\alpha$ , но при разной ширине щелей ЧПР. Кривые 1 – 4 получены для  $\varepsilon = 9.8$ ,  $d = 0.5$ ,  $s = (0.25, 0.5, 0.75, 0.9)P$ ,  $P = 0.25$ . При  $\alpha = 0$  критическое значение нормированной толщины пластины ведет себя в соответствии с

решением (2.5.15). Увеличение ширины щели ведет к снижению емкостной проводимости, что, в свою очередь, увеличивает величину  $\tilde{d}_c$ .

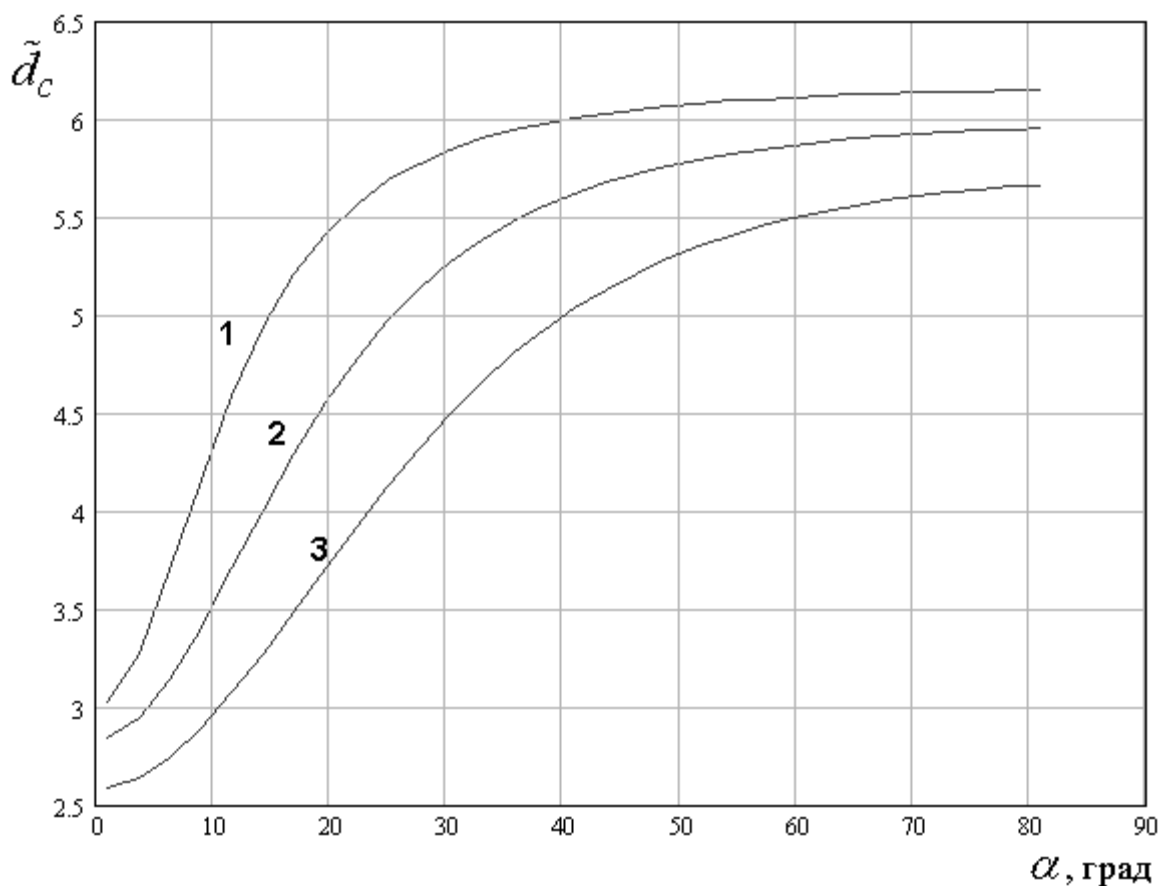


Рис. 2.5.33. Зависимость критического значения нормированной толщины пластины от угла  $\alpha$  при разном периоде ЧПР

Однако, если, в случае периода решетки его влияние было одинаковым при всех углах  $\alpha$ , то в случае ширины щелей оно имеет разный характер при относительно малых и больших углах  $\alpha$ . В сравнительно узкой области малых углов параметр  $\tilde{d}_c$  увеличивается с ростом параметра  $S$ . При больших углах он, наоборот, уменьшается. Отмеченная разница во влиянии периода и ширины щелей может объясняться тем, что при больших углах  $\alpha$  на параметры волн оказывает влияние не только емкостная проводимость, но и индуктивное сопротивление решетки. От периода  $P$  они зависят одинаковым образом, а от ширины щелей противоположным. С ростом периода оба

параметра растут, а с ростом ширины  $S$  проводимость уменьшается, а сопротивление растёт.

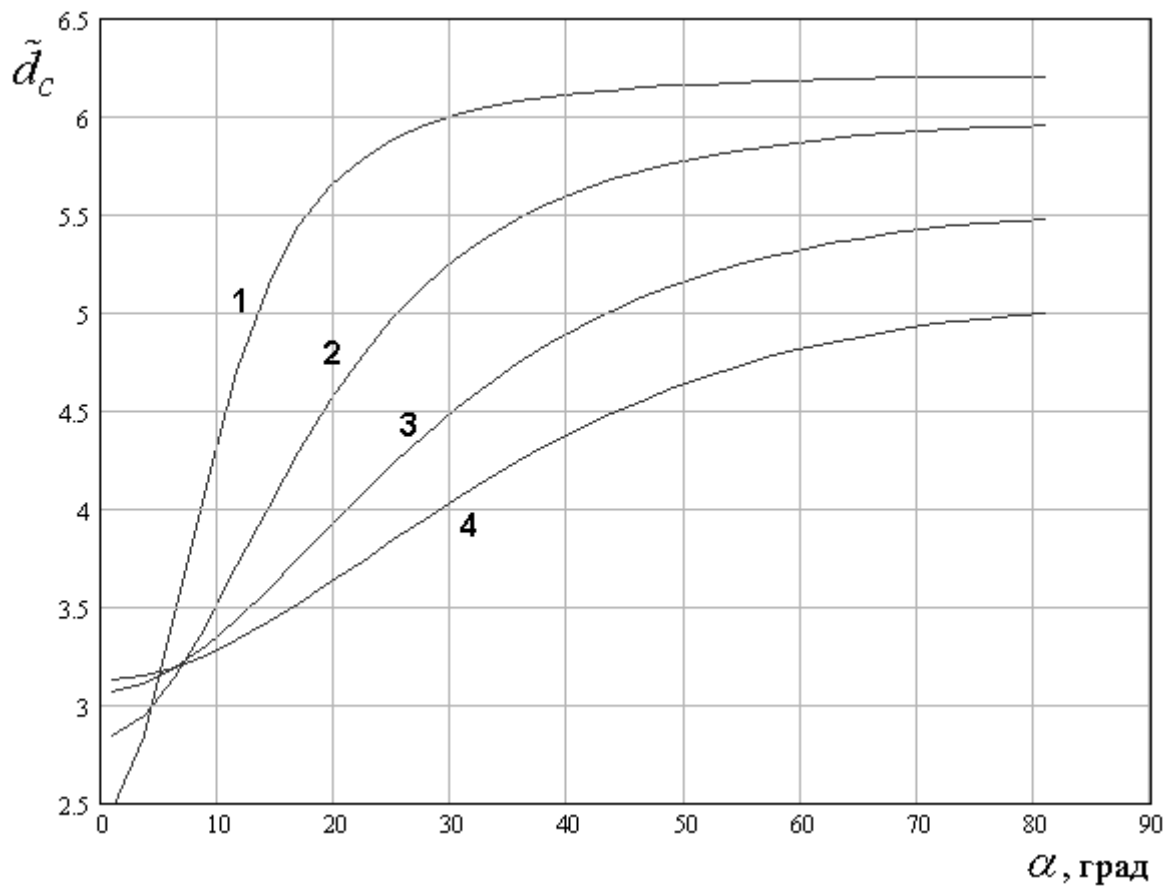


Рис. 2.5.34. Зависимость критического значения нормированной толщины пластины от угла  $\alpha$  при разной ширине щелей ЧПР

## 2.6. Характеристики волн ПЛВ с тонкими диэлектрическими слоями

Данный раздел будет посвящен исследованию свойств собственных волн диэлектрических пластин с тонкими слоями на их поверхностях. Мы ограничимся изучением основных волн симметричных ПЛВ, к которым относятся  $H_1$  и  $E_1$  - волны. Уравнения, описывающие зависимость коэффициента замедления  $U$  и затухания  $\alpha$  от частоты  $f$  и параметров структуры получены в разд. 2.1.

$H$  – волны. Начнем наш анализ с рассмотрения  $H_1$  - волны. На рис. 2.6.1 показана зависимость ее коэффициента замедления от нормированной толщины пластины  $\tilde{d}$ , которая пропорциональна частоте. Поэтому для простоты мы будем называть зависимости такого типа частотными.

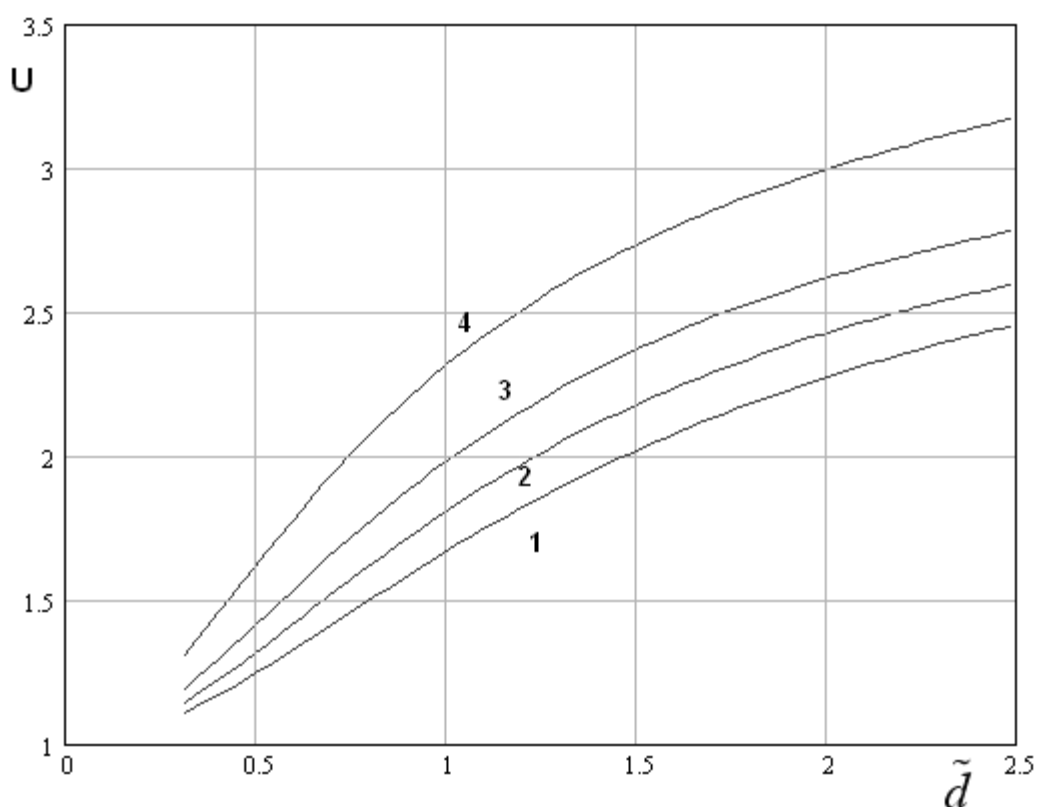


Рис. 2.6.1. Частотная зависимость коэффициента замедления  $H_1$  - волны

Кривые 1 – 4 получены для  $\varepsilon = 9.8$ ,  $d = 0.5$ ,  $\varepsilon_s = 100$ ,  $d_s = 0.001, 0.05, 0.01, 0.02$ ,  $\varepsilon = 10$ , где  $\varepsilon_s$  - относительная диэлектрическая проницаемость тонкого слоя, а  $d_s$  его толщина. Кривые 1 – 4 на рис. 2.6.1 позволяют качественно оценить поведение коэффициента замедления  $H_1$  - волны, которое можно назвать типичным для диэлектрических волноводов.

Тонкий слой описывается тремя параметрами  $\varepsilon_s$ ,  $d_s$  и тангенсом угла диэлектрических потерь  $\text{tg}\delta_s$ . При малых потерях на коэффициент замедления влияют только первые два параметра. Из ЭГУ для тонкого слоя диэлектрика (см. разд. 1.1) видно, что при  $\varepsilon_s \gg 1$  проводимость слоя определяется произведением  $\varepsilon_s d_s$ .

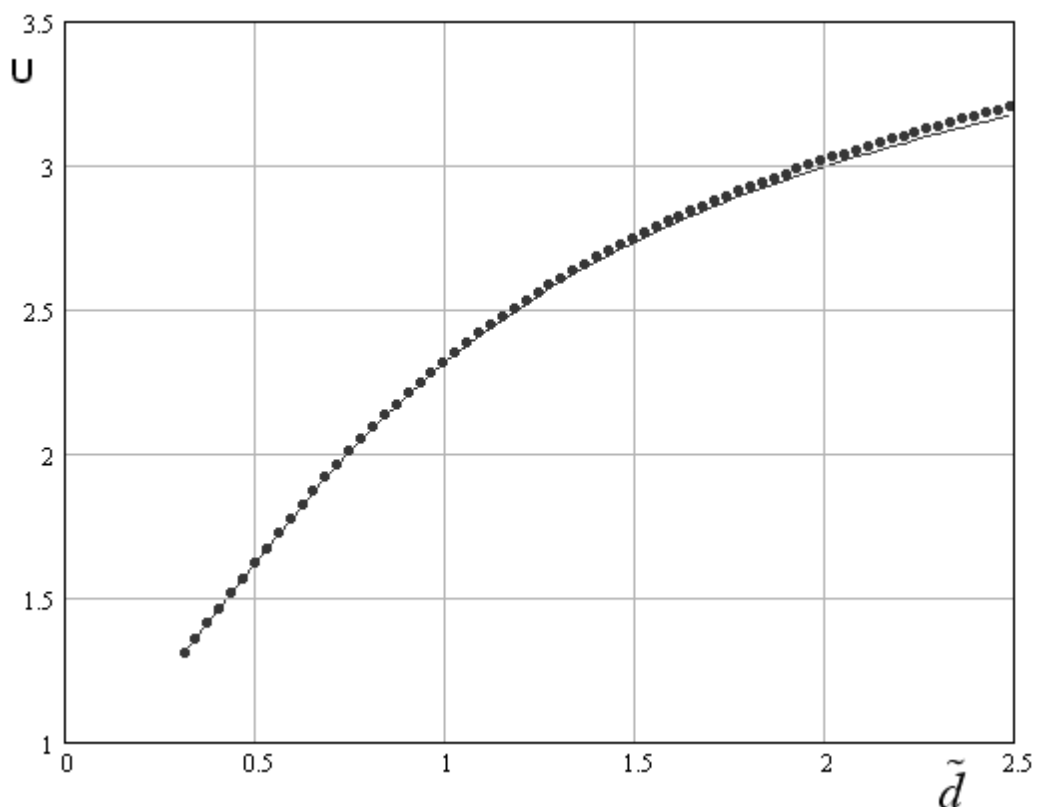


Рис. 2.6.2. Частотная зависимость коэффициента замедления при разных комбинациях  $\varepsilon_s$ ,  $d_s$

На рис. 2.6.2 показана частотная зависимость коэффициента замедления при  $\varepsilon_s = 100$ ,  $d_s = 0.02$  и  $\varepsilon_s = 200$ ,  $d_s = 0.01$ . Сплошная кривая соответствует первой комбинации параметров, а точки второй комбинации. Параметры слоя выбраны таким образом, что произведение  $\varepsilon_s d_s$  остается постоянным. Видно, что точки с хорошей точностью совпадают с кривой. Небольшое расхождение наблюдается при больших коэффициентах замедления. Его можно было ожидать, исходя из вида граничных условий, в которые входит множитель  $\varepsilon_s - U^2$ , который при больших значениях  $U$  отличается от  $\varepsilon_s$ .

Тем не менее, для оценки влияния тонкого слоя в первом приближении мы можем пренебречь отмеченным отличием и считать, что все свойства волны определяется произведением  $\varepsilon_s d_s$ .

С точки зрения применения ПЛВ в устройствах ИО СВЧ наиболее важным параметром является эффективная диэлектрическая проницаемость:

$$\varepsilon_e = \frac{U^2}{U_0^2}, \quad (2.6.1)$$

где  $U_0$  - коэффициент замедления  $H_1$  - волны пластины без тонкого слоя. Анализируя поведение эффективной проницаемости, целесообразно одновременно рассматривать поведение затухания волны. Дело в том, что тонкие слои диэлектриков с высокой проницаемостью имеют, как правило, большие диэлектрические потери, чем материалы, которые применяются в качестве подложек СВЧ ИС. Например, часто используют поликор с проницаемостью  $\varepsilon = 9.8$  и  $\text{tg} \delta = 10^{-4}$  [24]. Материалы с проницаемостью большей 100 имеют тангенс угла диэлектрических потерь не меньше  $10^{-3}$  [24]. Если говорить о сегнетоэлектриках, которые представляют интерес с

точки зрения создания управляемых двумерных сред, то они имеют  $\operatorname{tg} \delta = 10^{-2}$ .

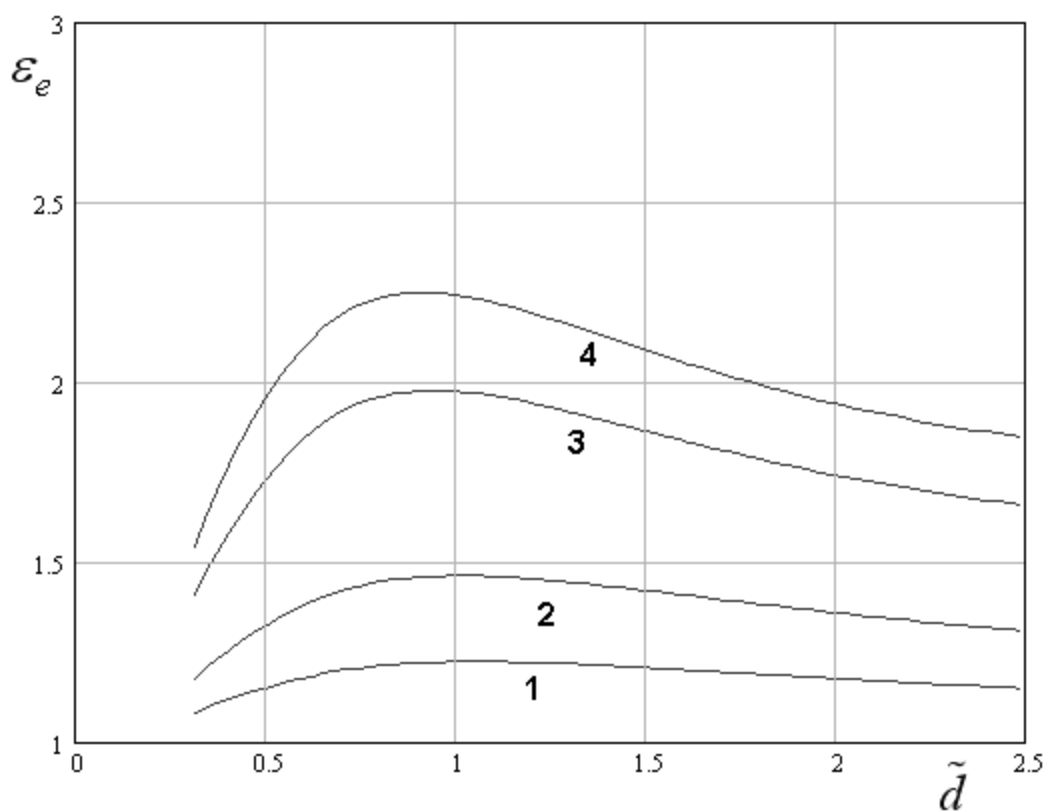
Таким образом, мы видим, что изменение эффективной проницаемости неизбежно сопровождается внесением в поле волны материала с существенно более высокими потерями, что неизбежно вызывает рост ее затухания. Поэтому возникает естественное противоречие между двумя показателями качества ПЛВ: эффективной проницаемостью и затуханием. Указанное противоречие заставляет нас анализировать поведение двух параметров одновременно.

Мы ограничились анализом примеров, в которых пластина выполнена из материала с  $\operatorname{tg} \delta = 10^{-4}$ , а тонкий слой из материала с  $\operatorname{tg} \delta_s = 10^{-3}$ . Отметим также, что частотную зависимость эффективной проницаемости удобно описывать с помощью параметра  $\tilde{d}$ , в то время как частотную зависимость затухания правильнее описывать с использованием частоты  $f$ . Причина такого отличия состоит в том, что коэффициент замедления пусть приближенно, но масштабируется параметром  $\tilde{d}$ . В тоже время затухание не инвариантно по отношению к преобразованию исходных параметров структуры, которое происходит при использовании  $\tilde{d}$ .

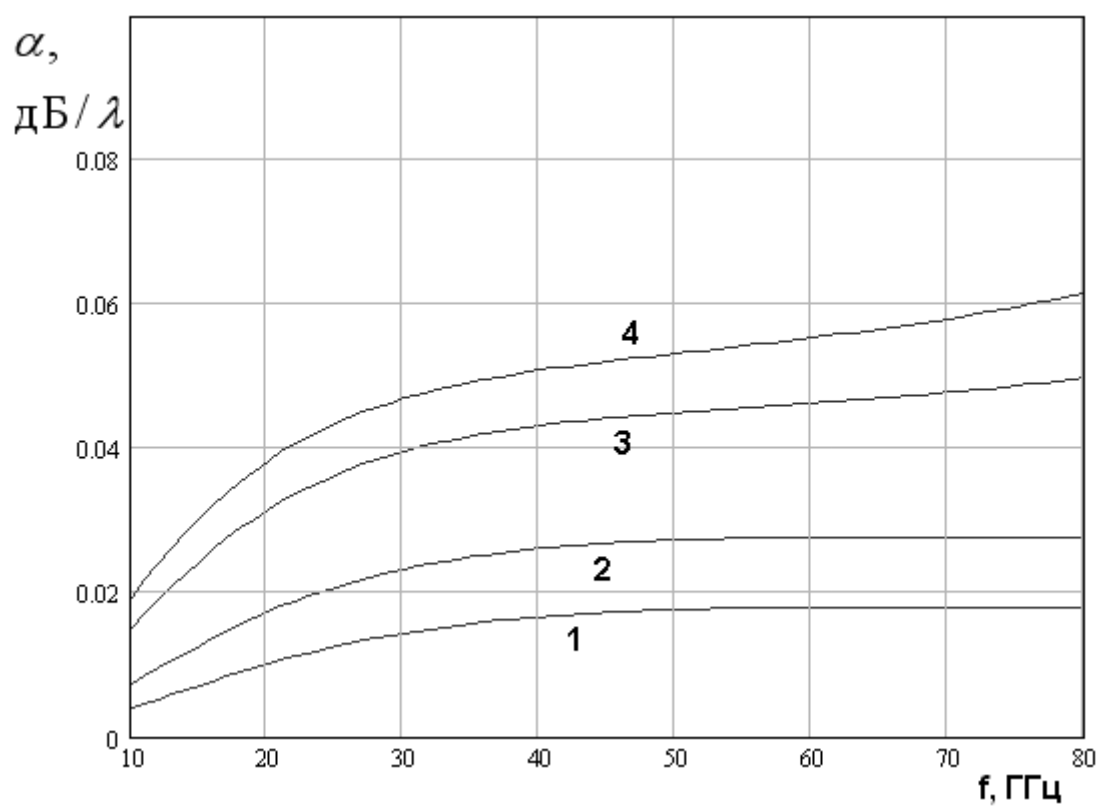
Кроме того, в рассмотренных в предыдущих разделах структурах с металлическими элементами для правильной оценки затухания принципиально важно именно значение частоты, а не производного от нее параметра  $\tilde{d}$  вследствие скин-эффекта в металле, из-за которого его поверхностное сопротивление растет с ростом частоты как  $\sqrt{f}$ . Другими словами, затухание волны структуры с металлическими элементами не подчиняется принципу электродинамического подобия [52]. Таким образом, для корректного сравнения результатов данного раздела с результатами



предыдущих разделов также целесообразно использовать для описания затухания непосредственно частоту.

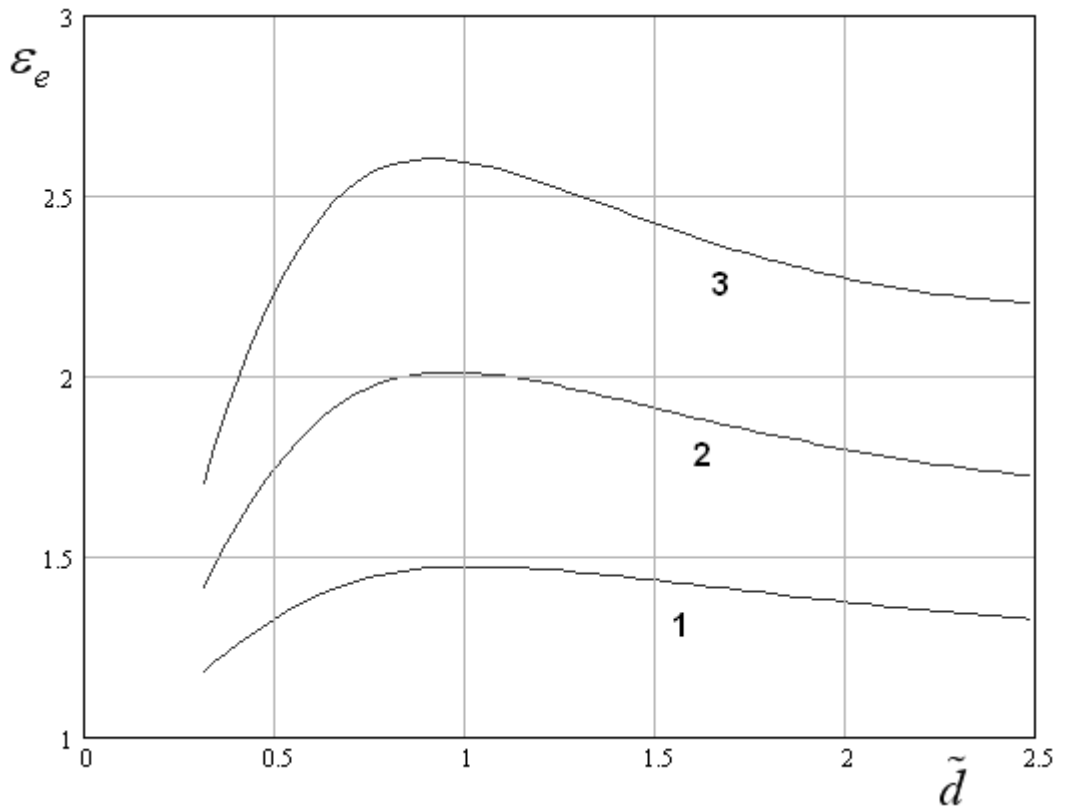


а

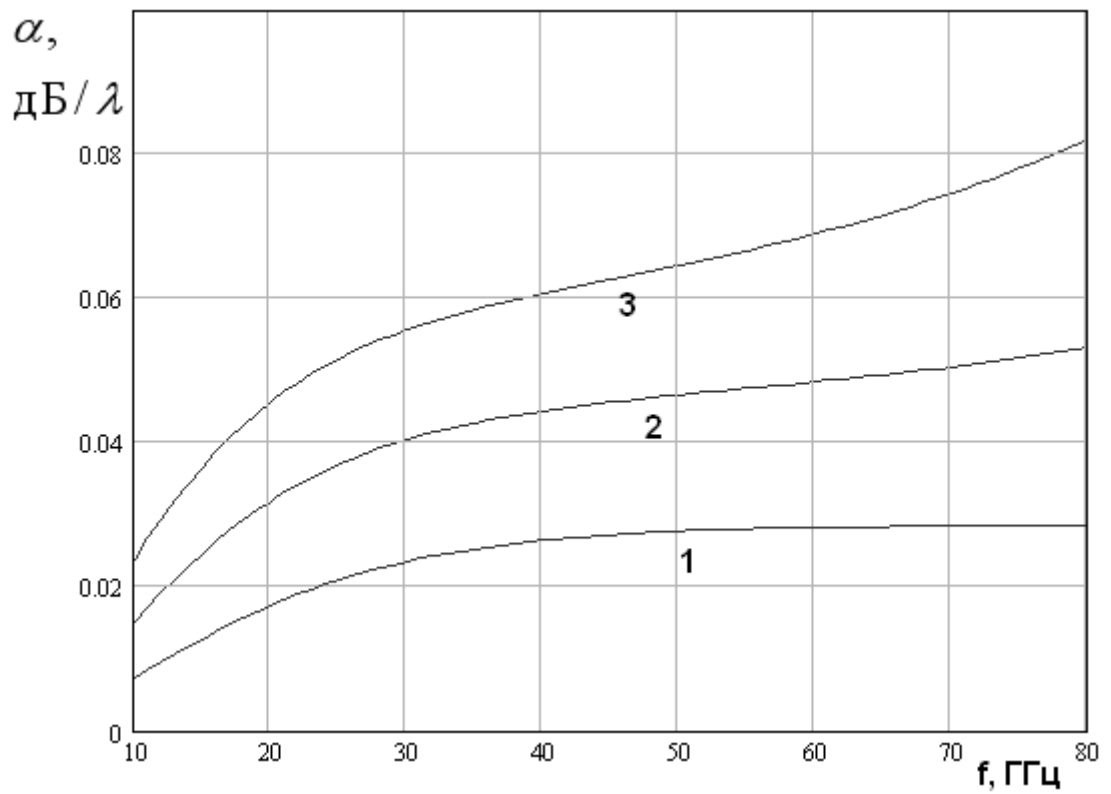


б

Рис. 2.6.3. Частотные зависимости эффективной проницаемости и затухания при  $\epsilon_s = 50$ ,  $d_s = 0.01, 0.02, 0.04, 0.05$



а



б

Рис. 2.6.4. Частотные зависимости эффективной проницаемости и  
затухания  $\epsilon_s = 100$ ,  $d_s = 0.01, 0.02, 0.03$

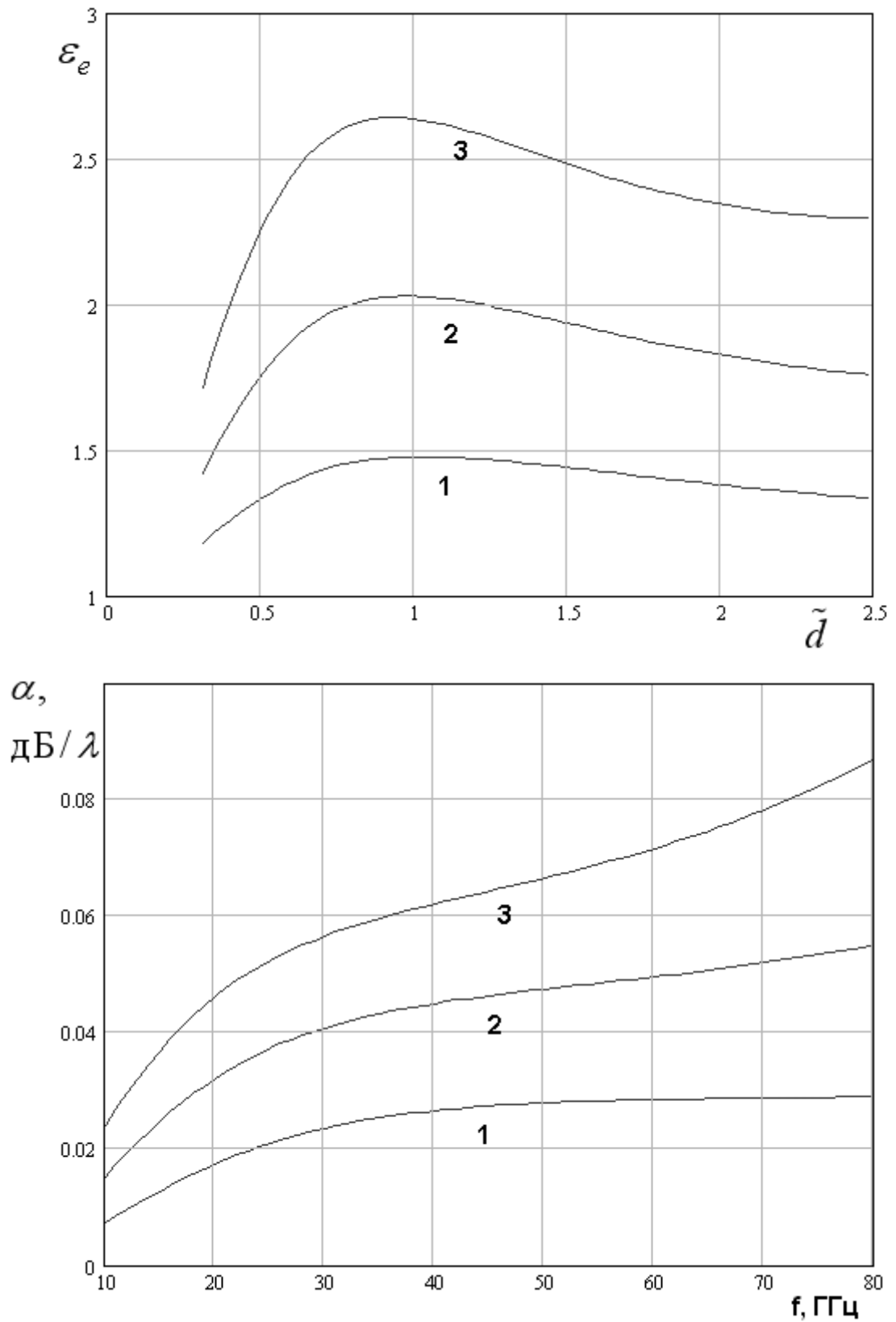


Рис. 2.6.5. Частотные зависимости эффективной проницаемости и  
затухания при  $\epsilon_s = 200$ ,  $d_s = 0.005, 0.01, 0.015$

На рис. 2.6.3 – 2.6.5 а,б показаны частотные зависимости эффективной проницаемости и затухания  $H_1$  - волны при разных значениях диэлектрической проницаемости слоя  $\epsilon_s$  и его толщины  $d_s$ . Кривые с разными номерами соответствуют разным значениям толщины слоя, которые приведены в подписях к рисункам. Рисунки 2.6.3 – 2.6.5 а соответствуют эффективной проницаемости, а рис. 2.6.3 – 2.6.5 б затуханию.

Цель анализа кривых на рис. 2.6.3 – 2.6.5 состоит в том доказательстве утверждения о том, что достижение заданного значения эффективной проницаемости происходит независимо от проницаемости слоя при одинаковом значении затухания волны, которое определяется только потерями в слое. От диэлектрической проницаемости зависит только толщина слоя, при которой эффективная проницаемость ПлВ достигает заданного значения.

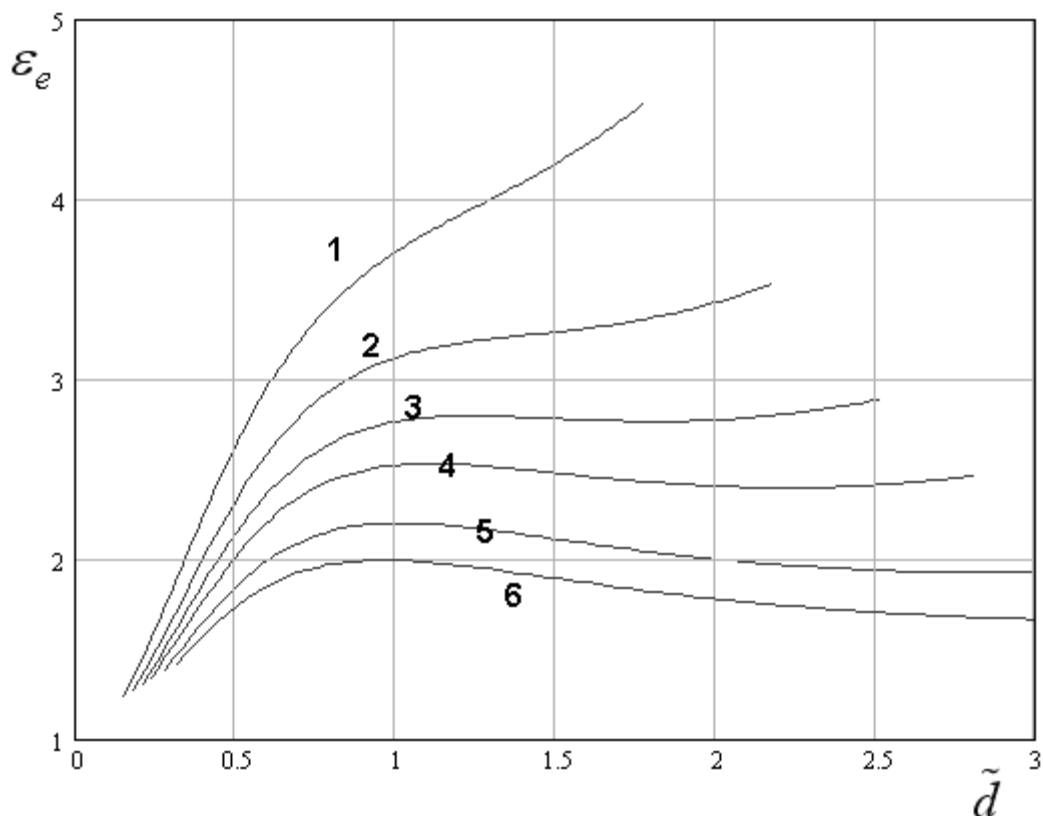
Возьмем в качестве заданного значения эффективную проницаемость равную двум, которая, как уже отмечалось раньше имеет важное значения для построения линз Люнеберга [80]. Отметим также, что зависимость  $\epsilon_e$  от частоты имеет максимум, в окрестности которого данный параметр слабо меняется в относительно широком диапазоне изменения  $\tilde{d}$ . Обозначим значение  $\tilde{d}$ , соответствующее максимуму  $\epsilon_e$  через  $\tilde{d}_0$  и будем считать его центром рабочего диапазона ПлВ. Обозначим также максимальное значение эффективной проницаемости как  $\epsilon_m$ . Рассмотрим при каком затухании выполняется условие  $\epsilon_m = 2$ .

Нетрудно увидеть, что это условие выполняется для  $\epsilon_s = 50$  при  $d_s = 0.04$  (кривая 3), для  $\epsilon_s = 100$ , при  $d_s = 0.02$  (кривая 2) и для  $\epsilon_s = 200$  при  $d_s = 0.01$  (кривая 3). Отметим, что произведение  $\epsilon_s d_s$  остается для всех примеров постоянным и равным двум. При этом затухание

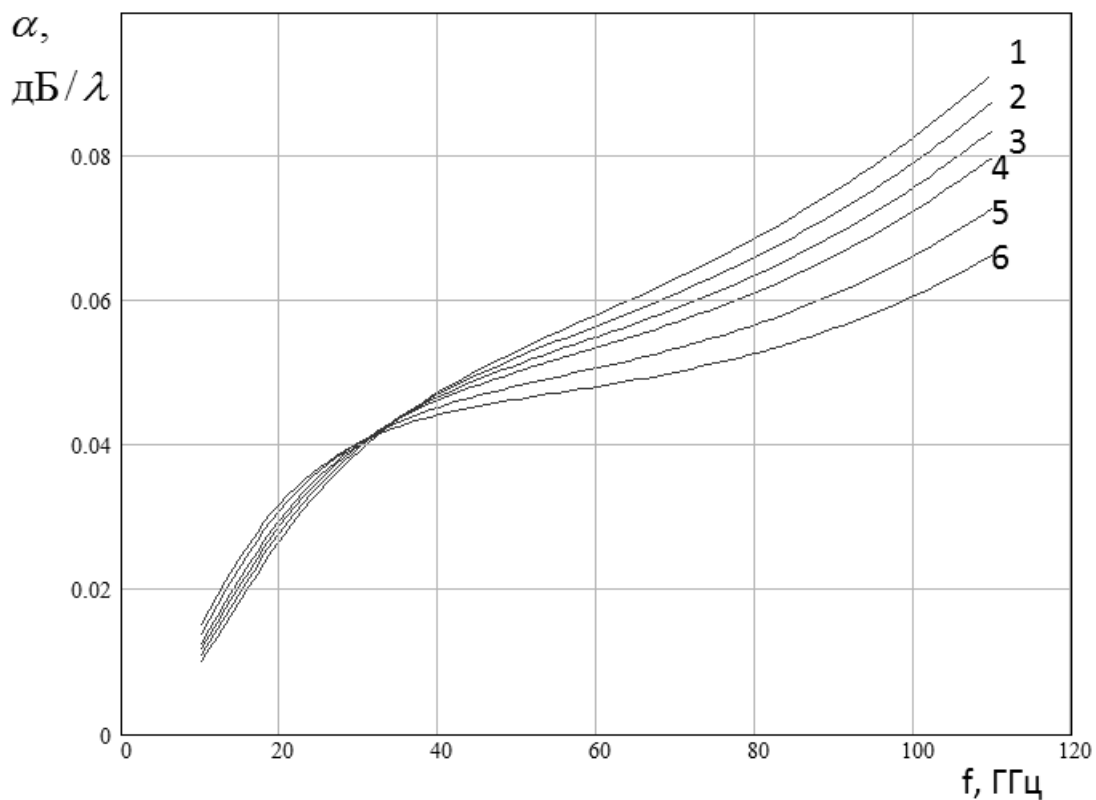
в децибелах на длину волны также почти не меняется и равно примерно 0.043. Напомним, что данный результат получен для  $\text{tg}\delta_s = 10^{-3}$ . С учетом того, что  $\text{tg}\delta_s \gg \text{tg}\delta$  затухание пропорционально  $\text{tg}\delta_s$ . Поэтому провести его оценку для других материалов с другим  $\text{tg}\delta_s$  не составляет труда.

Из результатов анализа кривых на рис. 2.6.3 – 2.6.5 отметим также достаточно слабую частотную зависимость затухания  $H_1$  - волны, которое практически постоянно в диапазоне с почти трехкратным перекрытием. Заметное уменьшение затухания происходит на низких частотах, когда волна становится слабозамедленной. При этом большая доля ее энергии сосредоточена в свободном пространстве, в котором тепловые потери отсутствуют. Уменьшение затухания в слабозамедленном волноводе является известным эффектом, отмеченным в книге [20].

На рис. 2.6.6 а,б показаны частотные зависимости эффективной проницаемости и затухания.



а

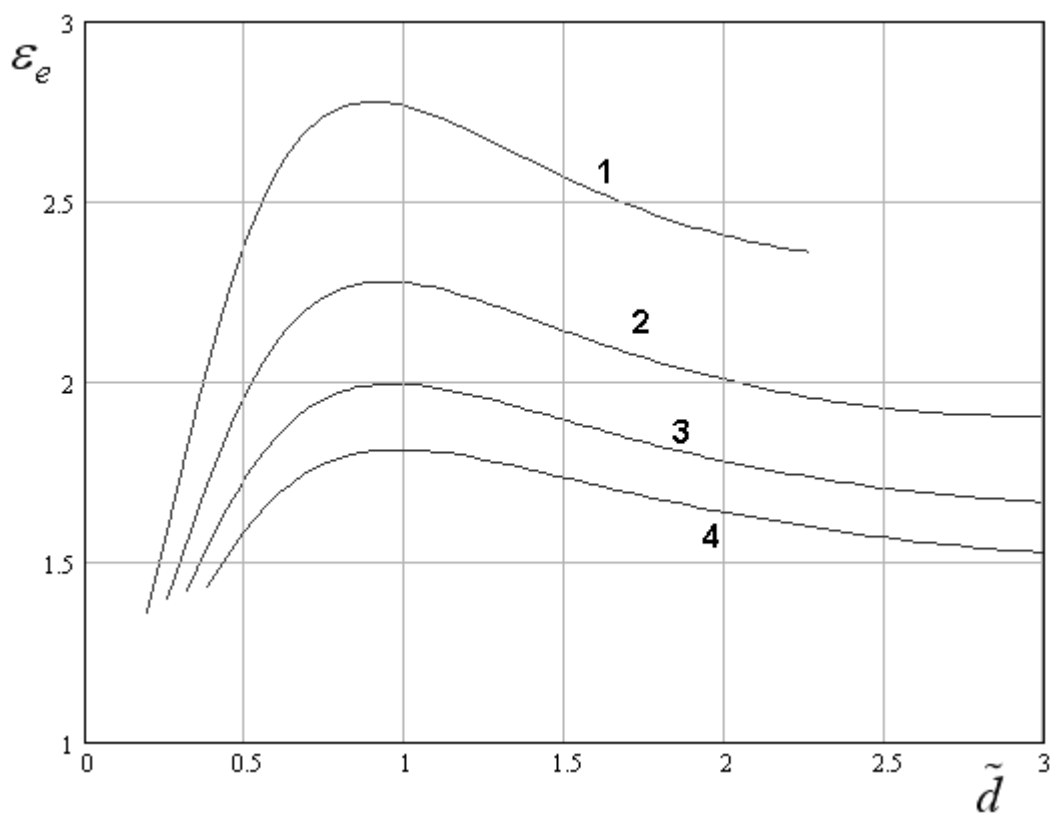


б

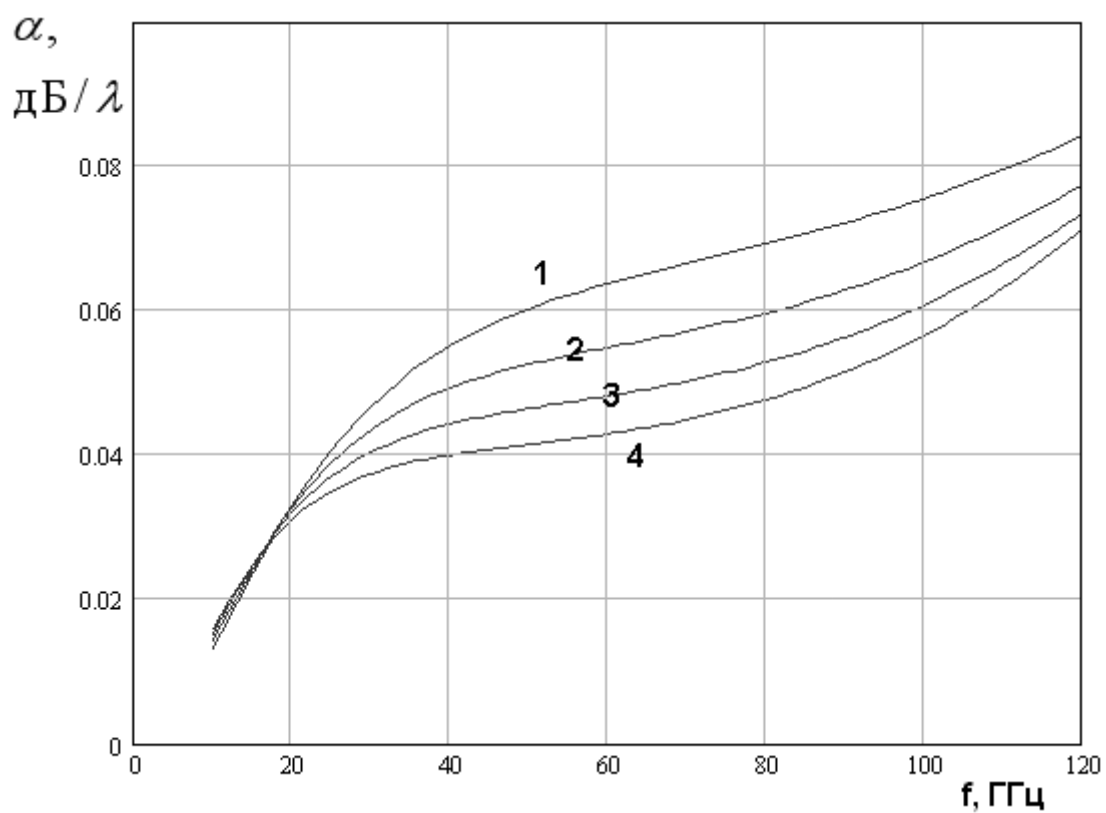
Рис. 2.6.6. Частотные зависимости эффективной проницаемости и затухания при  $\varepsilon = 3, 4, 5, 6, 8, 10$

Кривые 1 - 6 получены при  $\varepsilon_s = 100$ ,  $d_s = 0.02$ ,  $\text{tg}\delta_s = 10^{-3}$ ,  $\text{tg}\delta = 10^{-4}$ ,  $\varepsilon = 3, 4, 5, 6, 8, 10$ . Интересно, что большие значения эффективной проницаемости достигаются на подложках с меньшим  $\varepsilon$ , поскольку замедление волны при увеличении проницаемости  $\varepsilon$  в подложке без слоя растет быстрее, чем в подложке со слоем. Затухание при вариации параметра  $\varepsilon$  меняется слабее, чем эффективная проницаемость. Обращает на себя внимание существование области частот, в которой зависимость затухания от проницаемости подложки практически полностью исчезает.

Важно также отметить изменения в характере поведения частотной зависимости  $\varepsilon_e$  при вариации проницаемости подложки  $\varepsilon$ . При малых значениях  $\varepsilon$  частотная зависимость  $\varepsilon_e$  не имеет экстремума. Она описывается монотонной функцией.



а



б

Рис. 2.6.7. Частотные зависимости эффективной проницаемости и затухания при  $d = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$

Начиная с  $\varepsilon = 5$  у частотной зависимости эффективной проницаемости появляется участок, на котором она практически остается неизменной. Причем диапазон частот, в котором наблюдается данный эффект весьма широк. Отношение верхней и нижней частот диапазона, в котором эффективная проницаемость имеет колебания не большие 5% может быть близок к четырем. Другими словами, полоса рабочих частот ПЛВ близка к двум октавам. Следует отметить, что с прикладной точки зрения это очень большая полоса частот.

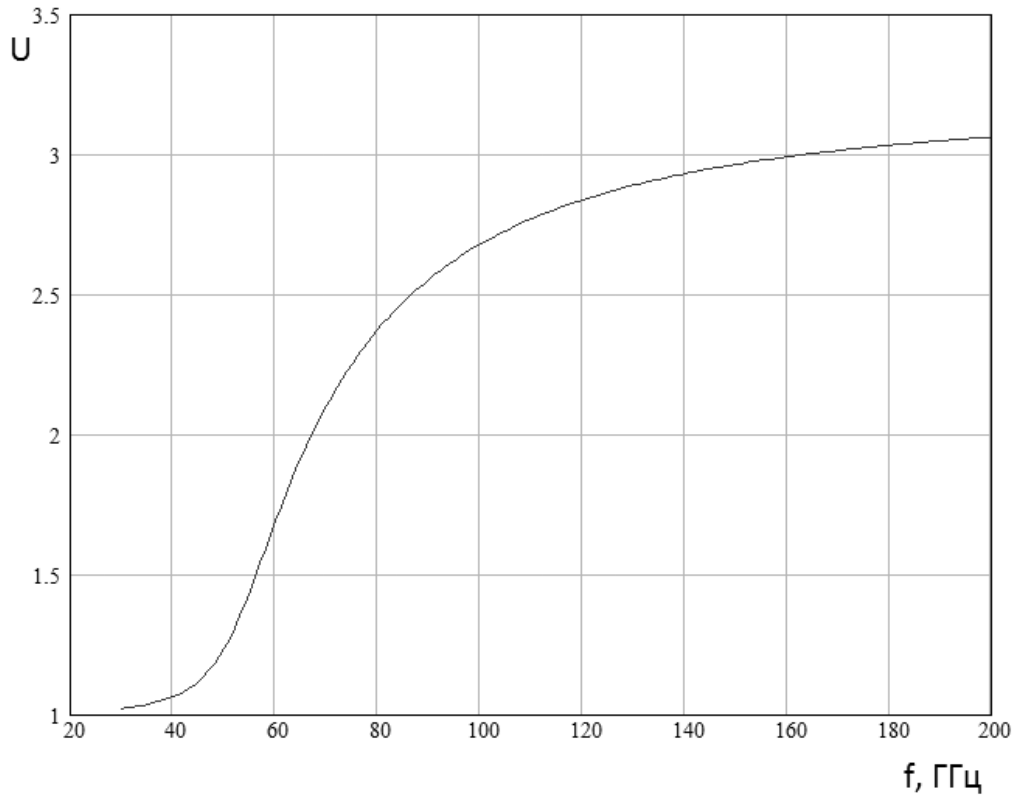
Дальнейшее увеличение проницаемости подложки приводит к сужению указанной полосы частот. В этой области параметров горизонтальный участок исчезает, а в частотной зависимости эффективной проницаемости проявляется один экстремум, в точке которого она достигает максимума. Следует отметить, что полоса рабочих частот при этом по-прежнему достигает весьма больших значений. Она может быть близка к октаве.

На рис. 2.6.7 а,б показаны частотные зависимости эффективной проницаемости и затухания  $H_1$  - волны. Кривые 1 - 4 получены при  $\varepsilon_s = 100$ ,  $d_s = 0.02$ ,  $\text{tg}\delta_s = 10^{-3}$ ,  $\text{tg}\delta = 10^{-4}$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$ . Из рис. 2.6.7 а видно, что изменение толщины диэлектрической пластины почти не меняет положение максимума кривой. Меняется только максимальное значение  $\varepsilon_e$ , которое уменьшается с ростом толщины подложки.

*E* - волны. Начнем исследование поведения *E* – волн ПЛВ с качественного анализа частотных зависимостей коэффициента замедления и затухания основной  $E_1$  - волны, которые отличаются от аналогичных зависимостей для  $H_1$  = волны.



На рис. 2.6.8 а,б показаны зависимости коэффициента замедления  $U$  и затухания на длину волны. Кривые получены при  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $\varepsilon_s = 100$ ,  $d_s = 0.02$ ,  $\text{tg}\delta_s = 10^{-3}$ ,  $\text{tg}\delta = 10^{-4}$ .



а

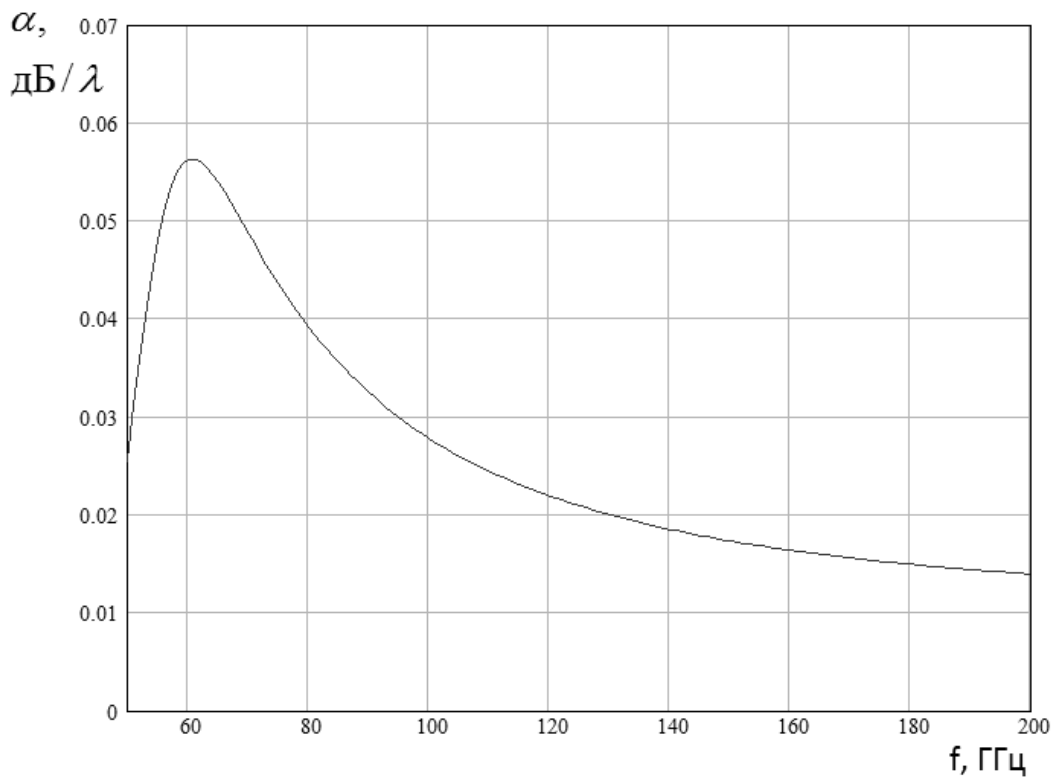


Рис. 2.6.8. Частотные зависимости коэффициента замедления и затухания

$E_1$  - волны

Обращает на себя внимание наличие участка с большой крутизной частотной зависимости коэффициента замедления. Его существование характерно именно для  $E$  - волн, что отмечается в работе [20], в которой рассматриваются волны диэлектрической пластины без дополнительных тонких слоев. Аналогичное поведение коэффициента замедления сохраняется при их наличии. Большая крутизна указанной частотной зависимости означает рост группового замедления волны, которое пропорционально производной от коэффициента замедления по частоте [20]. Уменьшение групповой скорости приводит к увеличению затухания, выражающееся (см. рис. 2.6.8 а) в появлении максимума в его частотной зависимости. Отметим, что указанный максимум  $E$  расположен в том же диапазоне, в котором наблюдается наибольшая крутизна частотной зависимости параметра  $U$ . Существование максимума затухания является важной отличительной особенностью волн электрического типа, поскольку у волн магнитного типа он отсутствует.

Следующий рис. 2.6.9 служит обоснованием утверждения, которое было уже доказано ранее для  $H_1$  - волны, о том, что коэффициент замедления и эффективная проницаемость определяются произведением параметров тонкого слоя  $\varepsilon_s d_s$ . Точки получены для  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $\varepsilon_s = 100$ ,  $d_s = 0.00735$ , а кривая для  $\varepsilon_s = 50$ ,  $d_s = 0.0146$ . Видно, что точки и кривая с хорошей точностью совпали. При этом в обоих случаях произведение  $\varepsilon_s d_s$  постоянно и равно 0.735.

На рис. 2.6.9 в качестве параметра эквивалентного частоте используется, как и в других разделах второй главы нормированная толщина подложки  $\tilde{d}$ .

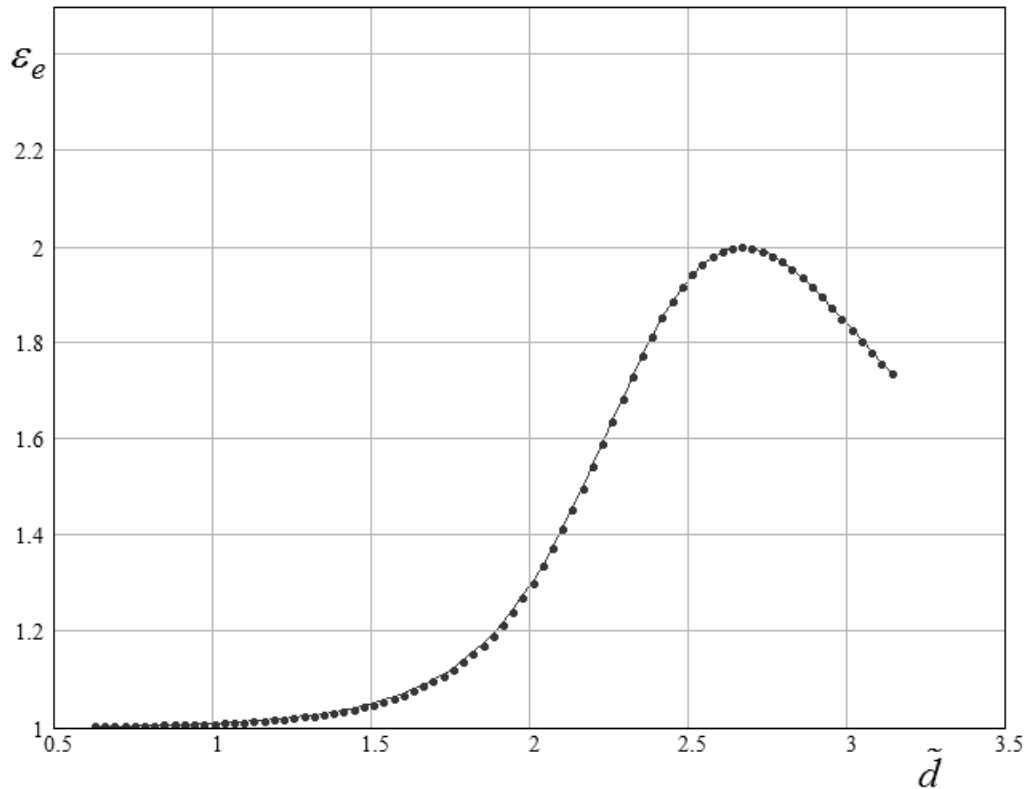


Рис. 2.6.9. Частотная зависимость эффективной проницаемости  $E_1$  - волны

Исследуем далее влияние на эффективную проницаемость и затухание основной  $E_1$  - волны толщины диэлектрического слоя  $d_s$ . На рис. 2.6.10 показана ее зависимость от нормированной толщины подложки ПЛВ  $\tilde{d}$  при разных значениях  $d_s$ . Кривые 1 – 4 получены при  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $\varepsilon_s = 100$ ,  $d_s = 0.005, 0.01, 0.02, 0.03$ . Обращает на себя внимание наличие максимума частотной зависимости  $\varepsilon_e$ . Положение максимума и значение в нем эффективной проницаемости  $\varepsilon_m$  зависят от  $d_s$ . Увеличение толщины тонкого слоя смещает максимум в область низких частот. При этом максимальное значение проницаемости  $\varepsilon_m$  увеличивается.

Следует отметить два важных отличия в поведении  $E_1$  - волны от ее аналога магнитного типа. Первое отличие состоит в том, что положение максимума сильно смещено в область высоких частот.

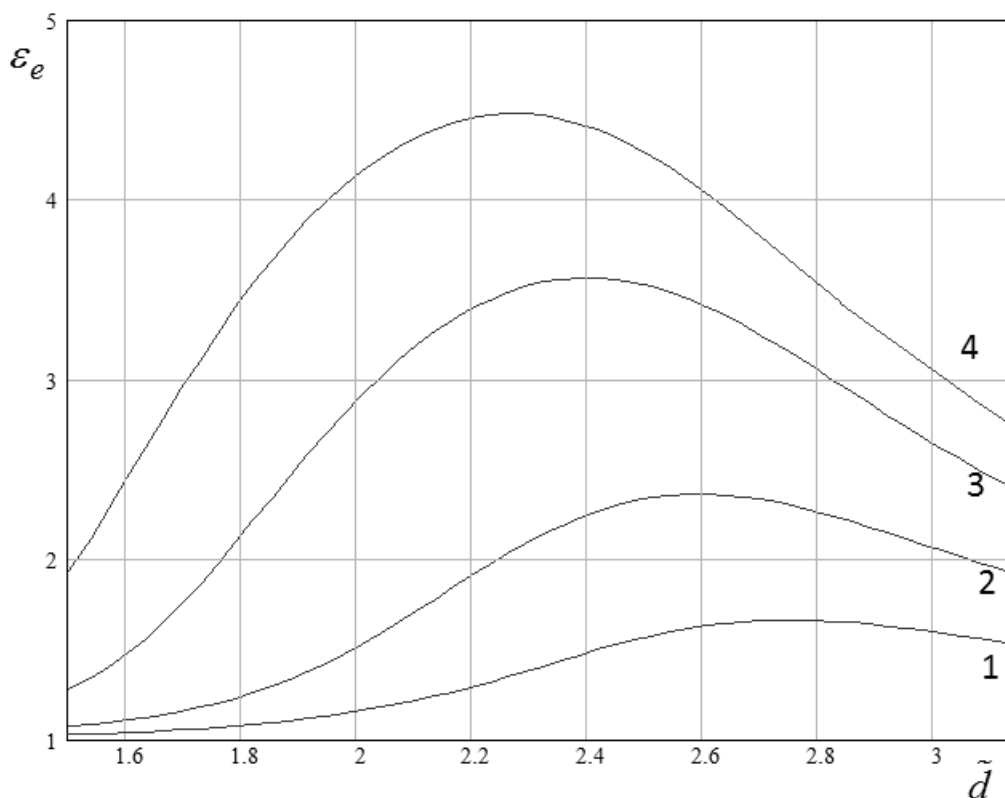
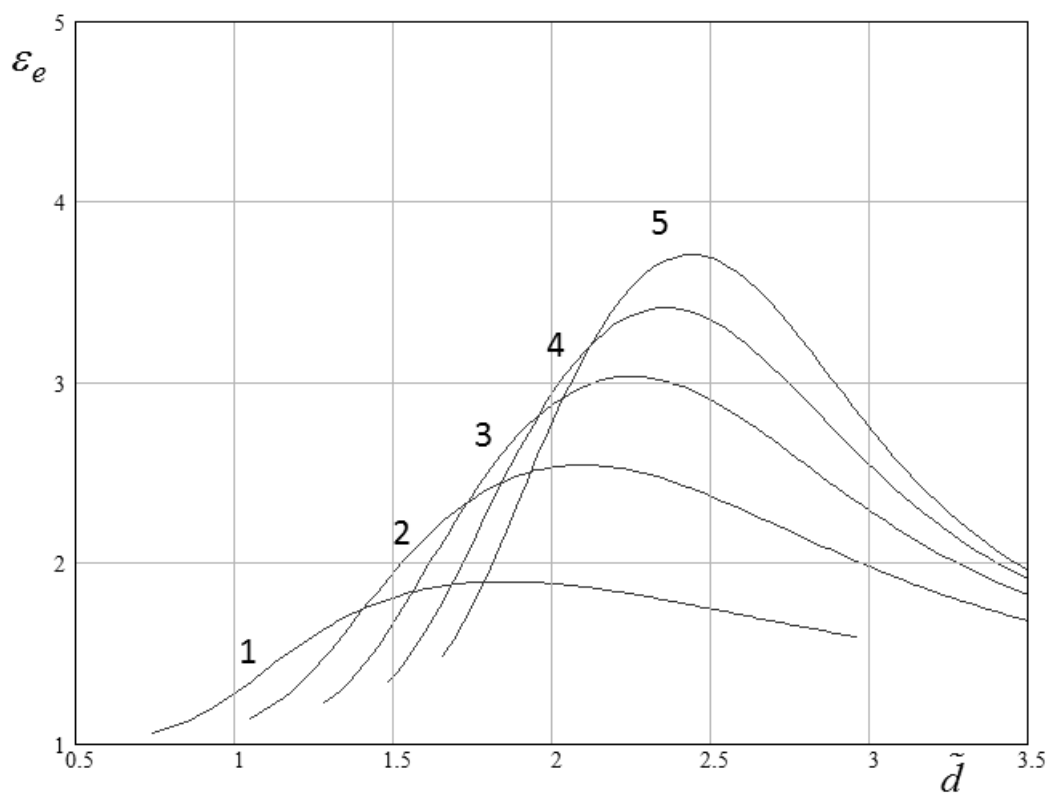


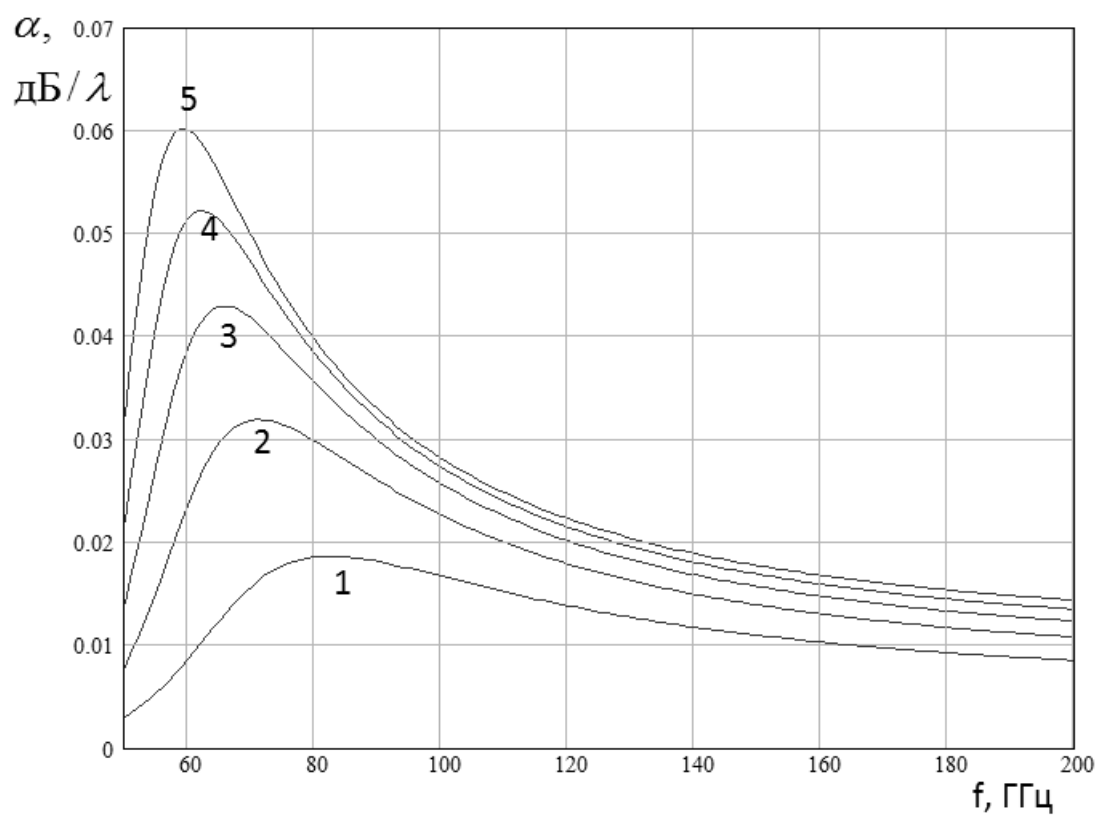
Рис. 2.6.10. Частотная зависимость эффективной проницаемости  $E_1$  - волны при разных толщинах диэлектрического слоя

Если у  $H_1$  - волны максимум располагался при  $\tilde{d}$  близких к единице, то у  $E_1$  - волны он находится в диапазоне 2.3 – 2.8. Также следует отметить, что полоса частот, в которой эффективную проницаемость можно считать неизменной у  $E$  - волн заметно уже, чем у  $H$  - волн. Отсюда можно сделать вывод о том, что при помощи  $E$  - волн имеется возможность продвинуться в область существенно более высоких частот, но за счет ухудшения диапазонных свойств.

Исследуем далее влияние на  $E_1$  - волну ПЛВ параметров диэлектрической пластины: ее проницаемости  $\epsilon$  и толщины  $d$ . На рис. 2.6.11 а,б показаны частотные зависимости ее эффективной проницаемости и затухания. Кривые 1 – 5 получены для  $\epsilon = 3, 5, 7, 9, 11$ ,  $d = 0.5$ ,  $\epsilon_s = 100$ ,  $d_s = 0.02$ .



а



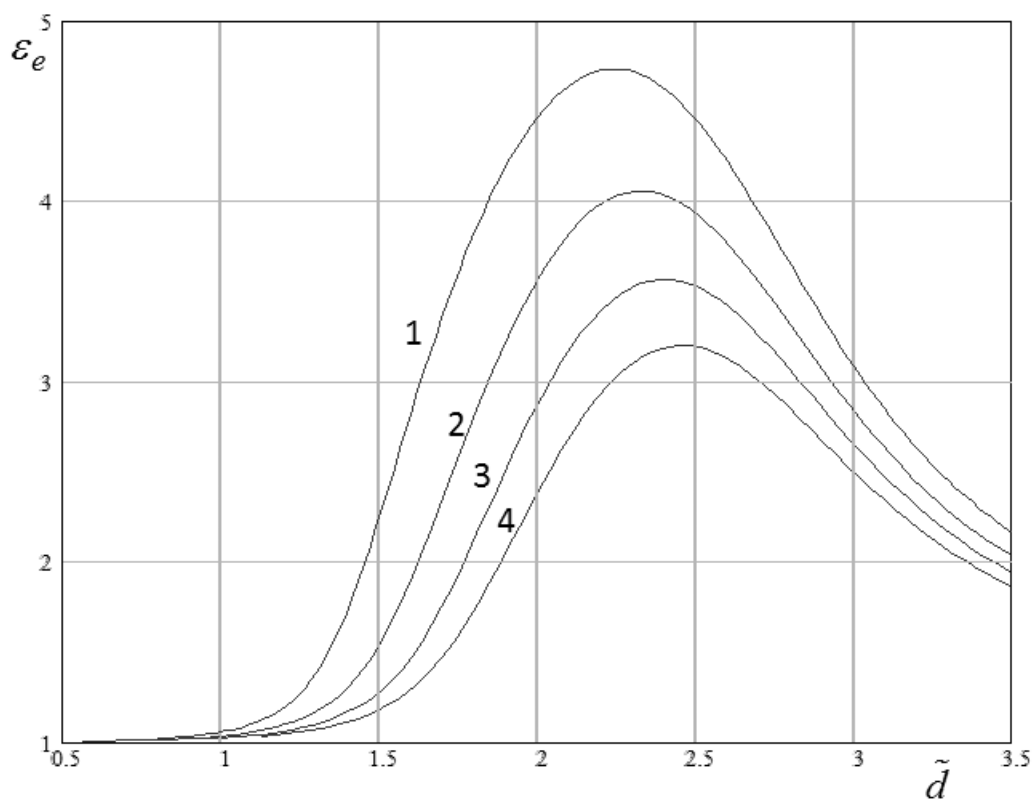
б

Рис. 2.6.11. Частотные зависимости эффективной проницаемости и затухания при разной проницаемости пластины

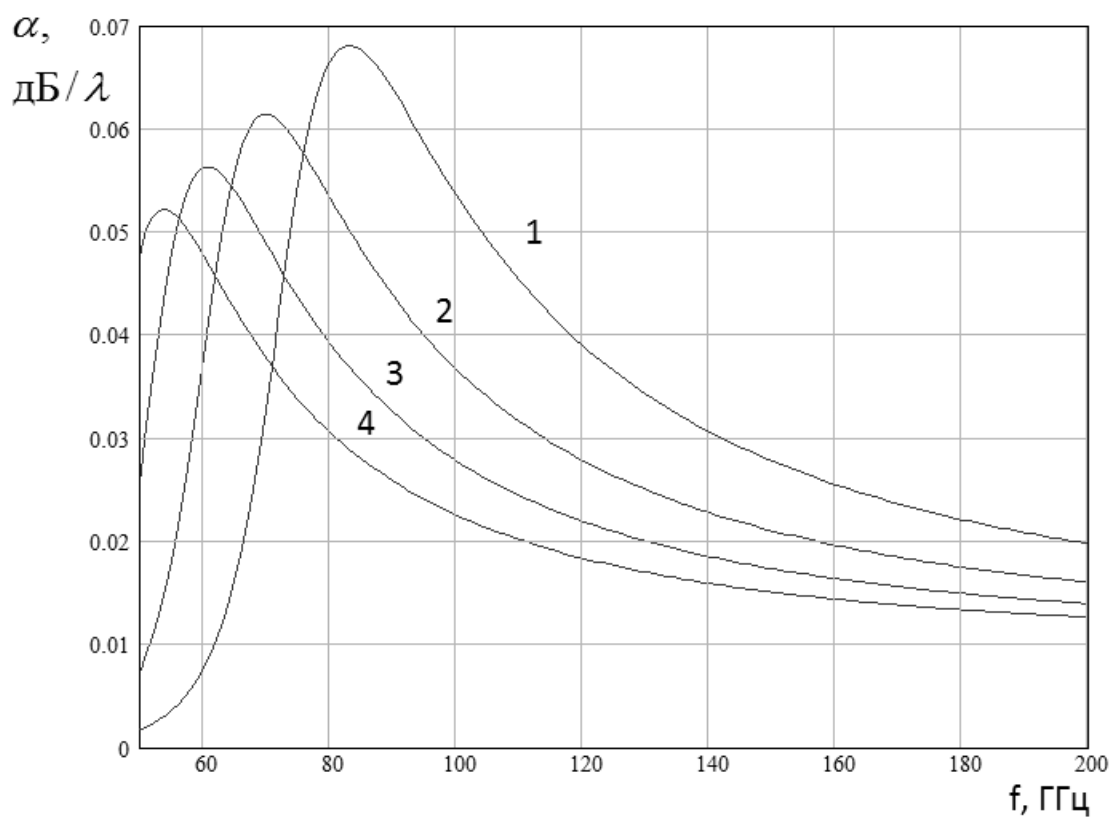
Можно отметить, что диэлектрическая проницаемость пластины влияет на эффективную проницаемость  $E_1$  - волны иначе, чем в случае  $H_1$  - волны. Во-первых, качественно эффективная проницаемость ведет себя при всех значениях  $\varepsilon$  одинаково: кривая имеет один максимум. В тоже время, при анализе основной волны магнитного типа было показано, что изменение параметра  $\varepsilon$  приводит к качественному изменению характера соответствующих зависимостей: от монотонного до экстремального через кривые с широким участком слабой частотной зависимости. Во-вторых, увеличение проницаемости подложки приводит к увеличению эффективной проницаемости  $E_1$  - волны, тогда как для  $H_1$  - волны она уменьшалась с ростом  $\varepsilon$ .

Далее отметим, что затухание  $E_1$  - волны также зависит от диэлектрической проницаемости пластины иначе, чем затухание  $H_1$  - волны. В случае волны электрического типа она увеличивается с ростом  $\varepsilon$ , а в случае волны магнитного типа затухание, наоборот, уменьшается в области высоких частот, хотя и не очень сильно.

Причина разного поведения магнитных и электрических волн, скорее всего, связана с отмеченными выше отличиями в зависимостях коэффициентов замедления волн разных типов от частоты, а также с разной степенью влияния тонкого слоя на их параметры. Влияние слоя пропорционально компоненте электрического поля касательной к его плоскости. У волн магнитного типа такой компонентой оказывается основная поперечная компонента поля. У волн электрического типа слою параллельна продольная компонента, которая сильно меняется в диапазоне частот. В частности, на низких частотах она много меньше поперечной компоненты. Поэтому  $E$  - волны «ощущают» присутствие диэлектрических слоев на относительно высоких частотах, на которых продольная компонента поля сравнима с поперечной.



а



б

Рис. 2.6.12. Частотные зависимости эффективной проницаемости и затухания при разной толщине пластины

Этим можно, в частности, объяснить сильное смещение максимума эффективной проницаемости  $E_1$  - волны в область высоких частот по сравнению с  $H_1$  - волной. Сумма всех указанных выше факторов в результате приводит к существенным отличиям в поведении электрических и магнитных волн ПлВ.

На рис. 2.6.12 показаны частотные зависимости эффективной проницаемости и затухания  $E_1$  - волны. Кривые 1 – 4 получены для  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$ ,  $\varepsilon_s = 100$ ,  $d_s = 0.02$ . Влияние толщины диэлектрической пластины на эффективную проницаемость  $E_1$  - волны качественно похоже на случай  $H_1$  - волны, в котором увеличение толщины подложки приводит к уменьшению параметра  $\varepsilon_e$ . Говорить о сходстве и отличиях влияния толщины подложки на затухание волн разных типов затруднительно, так как они имеют существенно разный характер частотных зависимостей.



## 2.7. Волны в ИПВ ПЛВ

В этом разделе мы рассмотрим волны в однородной периодической структуре, образованной решеткой металлических цилиндров, которые расположены в ПВ (см. рис. 2.7.1). Такие структуры упоминались во введении. Они нашли широкое применение при проектировании ИС коротковолновой части СМД и ММД, в том числе ИС оптического типа.

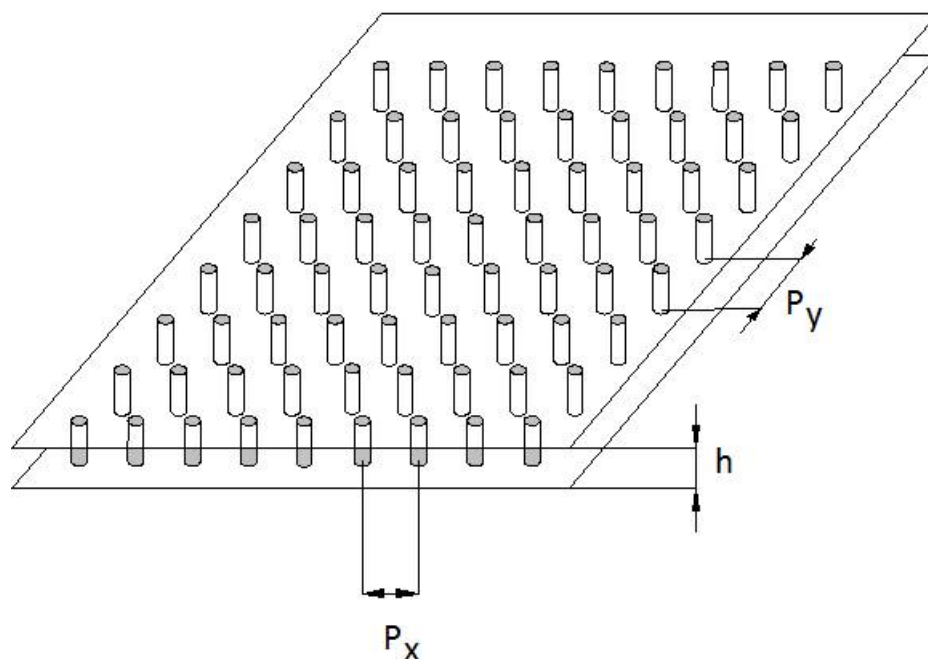


Рис. 2.7.1. ИПВ ПЛВ

В настоящее время можно утверждать, что в результате исследования различных структур на основе металлических цилиндров интегрированных в диэлектрическую подложку создана новая технология ИС СВЧ, которую для краткости мы назовем ИПВ технологией. Для обозначения технологии ИС данного вида мы используем аббревиатуру ИПВ - интегрированный в подложку волновод в силу широкого распространения данного термина в литературе (чаще используется английский термин *substrate integrated waveguide*). При этом мы должны иметь в виду, что в рамках этой технологии могут создаваться далеко не только волноводы, но существенно более широкий класс элементов и устройств. Общим их признаком является

применение в качестве основного формообразующего элемента цилиндра в виде металлизированного отверстия в подложке. Поэтому аббревиатуру ИПВ не следует понимать узко, имея ввиду, что она используется не только для обозначения определенного типа волноводов, а более широкого класса структур. С учетом сказанного выше будем называть для краткости структуру, изображенную на рис. 2.7.1 ИПВ ПлВ.

Отметим также, что конструктивно ИПВ ПлВ достаточно сильно отличаются от ПлВ с тонкими пленками, которые анализировались в разд. 2.1 - 2.6. Структурные отличия определяют отличия в методах электродинамического моделирования. Кроме того, такие ПлВ имеют существенно иные характеристики собственных волн, чем волны в ПлВ с тонкими пленками. Используются они также иначе. Тем не менее, ИПВ структуры нашли широкое применение в ИО СВЧ и обойти их вниманием было бы неправильно.

Сложность модели ИПВ ПлВ существенно зависит от радиуса цилиндра  $R$ . Мы ограничимся сравнительно простым случаем тонких цилиндров, для которых выполняется следующее неравенство:

$$R / \lambda \ll 1, \quad (2.7.1)$$

где  $\lambda$  - длина волны в среде, заполняющей ПВ. Без потери общности будем рассматривать случай воздушного заполнения. Переход к заполнению ПВ средой с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  можно без труда осуществить увеличивая частоту в  $\sqrt{\varepsilon}$  раз.

Также будем рассматривать одноволновый ПВ, в котором распространяется одна основная Т - волна. Такой режим обеспечивается при выполнении неравенства:

$$h < \lambda / 2. \quad (2.7.2)$$

Также ограничимся анализом в отсутствие тепловых потерь.

На рис. 2.7.2 показана исследуемая структура в декартовой системе координат. Введем нумерацию элементов решетки в прямоугольной сеткой. Пусть номер  $n$  описывает положение элемента по оси  $Ox$ , а  $m$  - по оси  $Oy$ .

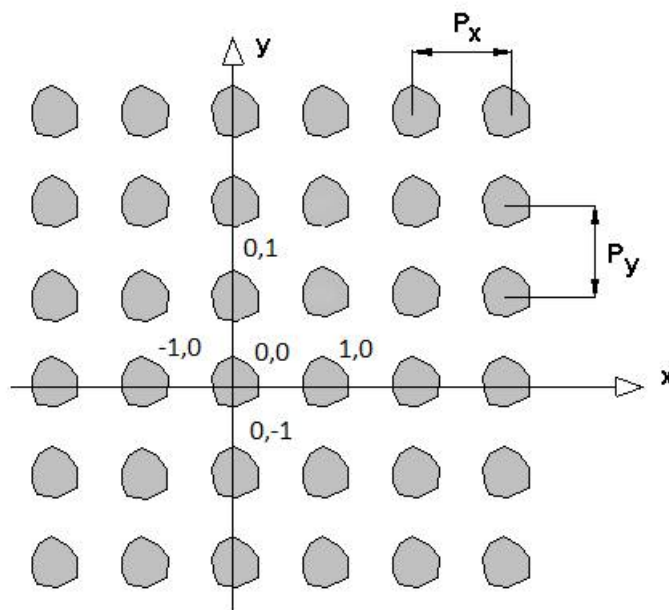


Рис. 2.7.2. Исследуемая структура

Тогда каждому элементу соответствуют два индекса  $n, m$ . Форма цилиндра может отличаться от круговой, как показано на рис. 2.7.2. Прямоугольная сетка имеет разные периоды по двум осям координат:  $P_{x,y}$ . Поскольку цилиндры однородны вдоль оси  $Oz$ , то распределение поля в структуре вдоль нее совпадает с распределением поля Т - волны, то есть постоянно вне зависимости от координат  $x, y$ . Таким образом, электродинамическая задача является двумерной:

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0. \quad (2.7.3)$$

Существование решения (2.7.3) обусловлено структурой ПВ, содержащего два параллельных металлических экрана, благодаря которым в ПВ для поля имеется частное решение, содержащее одну компоненту  $E_z$ , не зависящую от  $z$ . В принципе существуют и другие решения, не удовлетворяющие условию (2.7.3), но в силу отмеченной выше однородности цилиндров вдоль оси  $Oz$  связь между частными решениями граничной задачи отсутствует и их можно анализировать независимо друг от друга.

С учетом сделанных выше замечаний, можно утверждать, что поле в структуре имеет три компоненты  $E_z, H_x, H_y$ , причем магнитное поле при помощи уравнений Максвелла выражается через компоненту  $E_z$ , которой, таким образом, достаточно для полного описания всех электромагнитных процессов.

Представим поле в структуре в виде суммы полей, рассеянных цилиндрами. Для этого нам необходимо установить связь между полем падающим на цилиндр  $E_{zi}$  и вторичным полем  $E_{zr}$ , которое порождается в результате дифракции. Возьмем ее в следующем виде:

$$E_{zr}(S) = AE_{zi}(S')H_0^{(2)}(kr), \quad (2.7.4)$$

где  $A$  - некоторая постоянная, характеризующая рассеивающие свойства цилиндра,  $k$  - волновое число свободного пространства,  $r$  - расстояние от центра цилиндра до точки наблюдения,  $H_0^{(2)}(kr)$  - функция Ганкеля второго рода нулевого порядка. Первичное поле  $E_{zi}$  берется в центре цилиндра.

Для цилиндра некруглой формы понятие центра является условным. Его можно выбирать достаточно произвольно. При этом в зависимости от выбора центра будет меняться параметр  $A$ . Параметр  $A$  находится из решения задачи о возбуждении цилиндра плоской волной. Для круговых цилиндров металлического и диэлектрического он известен [52].

Соотношение (2.7.4) выполняется только для тонких цилиндров имеющих малые электрические размеры (2.7.1). В этом случае вне зависимости от формы цилиндра рассеянное им поле описывается функцией Ганкеля второго рода нулевого порядка.

Запишем поле, падающее на  $n, m$ -ый цилиндр:

$$E_{zin,m} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} (n,m) E_{zsp,q}. \quad (2.7.5)$$

Суммирование в (2.7.5) ведется по всем индексам  $p, q$ , кроме  $p = n$  и  $q = m$ . Видно, что мы представили поле, падающее на выделенный цилиндр как сумму полей рассеянных всеми элементами периодической структуры. Подставим в формулу (2.7.5) соотношение (2.7.4):

$$E_{zin,m} = A \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} {}^{(n,m)} E_{zik,l} H_0^{(2)}(kr_{n,m,p,q}), \quad (2.7.6)$$

$$r_{n,m,k,l} = \sqrt{(x_n - x_p)^2 + (y_m - y_q)^2}.$$

Для дальнейших преобразований удобно в выражении (2.7.6) перейти к суммированию по всем индексам без исключения. Для этого можно было бы добавить и вычесть из правой части (2.7.6) слагаемое

$$E_{zin,m} = AE_{zin,m} H_0^{(2)}(kr_{n,m,n,m}).$$

Однако это невозможно, так как  $r_{n,m,n,m} = 0$ , а функция Ганкеля в нуле стремится к бесконечности. Поэтому воспользуемся следующим приемом. Сместим точку наблюдения по оси  $Ox$  на малое расстояние  $\delta$ . Тогда  $r_{n,m,n,m}$  уже не будет равен нулю и суммирование в бесконечных пределах будет возможно. При этом нам будет необходимо в конечных выражениях совершить предельный переход при  $\delta \rightarrow 0$ . В результате получаем:

$$E_{zin,m} \left(1 + AH_0^{(2)}(k\delta)\right) = A \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} E_{zip,q} H_0^{(2)}(kr_{n,m,p,q}^{\delta}) \quad (2.7.7)$$

$$r_{n,m,p,q}^{\delta} = \sqrt{(x_n - x_p + \delta)^2 + (y_m - y_q)^2}$$

Соотношение (2.7.7) представляет собой однородную СЛАУ относительно неизвестных  $E_{zin,m}$ . Непосредственное ее решение затруднительно. Поэтому преобразуем СЛАУ (2.7.7), чтобы далее получить из нее в удобном виде дисперсионное уравнение относительно неизвестной постоянной распространения волны ИПВ ПЛВ.

Дальнейшие преобразования выражения (2.7.7) связаны с использованием интегрального представления функции Ганкеля [70]:

$$H_0^{(2)}(kr_{n,m,p,q}^\delta) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i\kappa(m-q)P_y - \gamma|(n-p)P_x + \delta|)}{\gamma} d\kappa, \quad (2.7.8)$$

$$\gamma = \sqrt{\kappa^2 - k^2}.$$

Ищем неизвестные  $E_{zip,q}$  при помощи дискретного преобразования Фурье:

$$E_{zip,q} = \int_{-\pi/P_y}^{\pi/P_y} \int_{-\pi/P_x}^{\pi/P_x} E(\alpha, \zeta) \exp(-i\alpha p P_x - i\zeta q P_y) d\alpha d\zeta, \quad (2.7.9)$$

где  $E(\alpha, \zeta)$  - неизвестная спектральная плотность.

Подставим соотношения (2.7.8) и (2.7.9) в СЛАУ (2.7.7) и воспользуемся известной [59] формулой суммирования Пуассона:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-inP\beta) = \frac{2\pi}{P} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\beta - \frac{2\pi n}{P}\right), \quad (2.7.10)$$

где  $\delta(x)$  - дельта функция Дирака.

Рассмотрим правую часть системы (2.7.7). При подстановке (2.7.8) и (2.7.9) в (2.7.7) возникает следующая сумма, которая вычисляется по формуле (2.7.10):

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{-i(\zeta-\kappa)qP_y} = \frac{2\pi}{P_y} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \delta(\kappa - \kappa_q), \quad (2.7.11)$$

$$\kappa_q = \xi + \frac{2\pi q}{P_y}.$$

Благодаря соотношению (2.7.11) интеграл по  $\kappa$  сводится к ряду по  $q$ . Ряд по  $p$  вычисляется как сумма геометрической прогрессии:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nx) = \frac{1}{1 - \exp(-x)}. \quad (2.7.12)$$

В результате получаем для правой части (2.7.7) следующее выражение:

$$\frac{2iA}{P_y} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \iint_{S_{\alpha,\xi}} E(\alpha, \xi) \left[ \frac{1}{\gamma_q} \left( \frac{sh\gamma_q P_x}{ch\gamma_q P_x - \cos\alpha P_x} - 1 \right) + \frac{e^{\gamma_q \delta}}{\gamma_q} \right] e^{-ik_q m P_y - i\alpha n P_x} d\alpha d\xi, \quad (2.7.13)$$

$$\gamma_q = \sqrt{\kappa_q^2 - k^2}.$$

Отметим, что при записи формулы (2.7.13) мы оставили малый параметр  $\delta$  только в одном члене ряда с  $p = n$ , так как другие члены остаются конечными при  $\delta \rightarrow 0$ . Интегрирование в (2.7.13) ведется по всей области  $S_{\alpha,\xi}$  изменения переменных  $\alpha, \xi$  (см. формулу (2.7.9)).

Левая часть (2.7.7) приводится к виду:

$$\iint_{S_{\alpha,\xi}} E(\alpha, \xi) e^{-i\xi m P_y - i\alpha n P_x} d\alpha d\xi \left( 1 + AH_0^{(2)}(k\delta) \right). \quad (2.7.14)$$

Приравняем соотношения (2.7.13) и (2.7.14) и применим к полученному равенству двойное дискретное преобразование Фурье. Для этого умножим равенство на экспоненты вида  $e^{i\mu m P_y}$  и возьмем при помощи формулы Пуассона (2.7.10) суммы по  $n$  и  $m$ :

$$\left[ 1 + AH_0^{(2)}(k\delta) - \frac{2iA}{P_y} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma_q} \left( \frac{sh\gamma_q P_x}{ch\gamma_q P_x - \cos\alpha P_x} - 1 \right) + \frac{e^{\gamma_q \delta}}{\gamma_q} \right] E(\alpha, \xi) = 0. \quad (2.7.15)$$

Введем следующие обозначения:

$$\Phi(\alpha, \zeta) = 1 + A\Psi - \frac{2iA}{P_y} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma_q} \left( \frac{sh(\gamma_q P_x)}{ch(\gamma_q P_x) - \cos(\alpha P_x)} - 1 \right), \quad (2.7.16)$$

$$\Psi = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left( H_0^{(2)}(k_0 \delta) - \frac{2i}{P_y} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\gamma_k \delta)}{\gamma_k} \right).$$

С учетом обозначений (2.7.16) уравнение (2.7.15) записывается в компактной форме:

$$\Phi(\alpha, \zeta) E(\alpha, \xi) = 0. \quad (2.7.17)$$

Ненулевое поле соответствует ненулевым значениям функции  $E(\alpha, \xi)$ . Таким образом, условие существования нетривиальных решений в рассматриваемой структуре приобретает вид:

$$\Phi(\alpha, \zeta) = 0. \quad (2.7.18)$$

Уравнение (2.7.18) является искомым дисперсионным уравнением, которое описывает постоянные распространения собственных волн ИПВ ПлВ.

Получим для параметра  $\Psi$  более удобное представление:

$$\Psi = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left[ H_0^{(2)}(k_0 \delta) - \frac{2i}{P_y} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\mu_q \delta)}{\mu_q} - \frac{2i}{P_y} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left( \frac{\exp(-\gamma_q \delta)}{\gamma_q} - \frac{\exp(-\mu_q \delta)}{\mu_q} \right) \right], \quad (2.7.19)$$

где

$$\mu_q = \sqrt{\left( \alpha + \frac{2\pi q}{P_y} \right)^2 + \nu^2}, \quad (2.7.20)$$

$\nu$  - постоянная, выбираемая из следующего неравенства:

$$K_0(\nu P_y) \ll 1, \quad (2.7.21)$$

где  $K_0(x)$  - функция Макдональда. Слагаемое, стоящее в (2.7.19) в круглых скобках представляет собой ряд, сходящийся при любых  $\delta$ . Поэтому его предел вычисляется просто, полагая  $\delta=0$ . Чтобы вычислить предел оставшейся части требуется найти сумму ряда, содержащего  $\mu_k$ . Эта сумма известна [62]:

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\mu_q \delta)}{\mu_q} = \frac{P_y}{\pi} \left( K_0(\nu \delta) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} {}^{(0)}K_0(|m| P_y \alpha) \right). \quad (2.7.22)$$

Неравенство (2.7.21) позволяет нам отбросить сумму в формуле (2.7.22) и ограничиться одним слагаемым. После этого не составляет труда вычислить предел в выражении (2.7.19). Для этого достаточно воспользоваться



представлениями для функций Ханкеля и Макдональда в виде степенных рядов [70]. Окончательно для  $\Psi$  получается следующая формула:

$$\Psi = 1 - \frac{2i}{\pi} \ln\left(\frac{k}{v}\right) - \frac{2i}{P_y} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\gamma_q} - \frac{1}{\mu_q} \right). \quad (2.7.23)$$

В дисперсионное уравнение (2.7.18) входят две неизвестные  $\alpha, \xi$ . Они имеют смысл проекций волнового вектора собственной волны ИПВ ПлВ на оси координат  $x, y$ . Такая интерпретация этих параметров следует из интегрального представления поля (2.7.9). Фиксированной комбинации параметров  $\alpha, \xi$  соответствует решение в виде бегущей волны, у которой постоянные распространения по осям координат равны этим параметрам. В тоже время постоянные, определяющие скорость изменения фазы в соответствующих направлениях являются проекциями волнового вектора.

Особенностью рассматриваемого случая является то, что мы с самого начала не фиксировали направление распространения собственной волны, как это было сделано в других разделах второй главы. В принципе мы могли это сделать и сейчас с учетом того, что ИПВ ПлВ является изотропной в плоскости  $XOY$  структурой, но мы выбрали более общий способ вывода дисперсионного уравнения. При электрически малых периодах решетки, формирующей ИПВ ПлВ полученное общее решение не отличается от частного случая. Однако, мы с самого начала не накладывали никаких ограничений на периоды  $P_{x,y}$ . Поэтому уравнение (2.7.18) позволяет описывать эффекты, обусловленные периодичностью структуры, в частности формирование полос запираения и прозрачности. При периодах сравнимых с длиной волны постоянная распространения ИПВ ПлВ может зависеть от направления распространения. Поэтому в таких случаях использование двух переменных, описывающих волновой вектор оправданно.

Параметр  $A$  в наиболее интересном случае круговых металлических цилиндров радиуса  $R$  определяется следующим соотношением [81]:

$$A = -\frac{1}{1 - \frac{2i}{\pi} \ln \frac{k\gamma R}{2}}, \quad (2.7.24)$$

где  $\gamma = e^C$ ,  $C$  - постоянная Эйлера.

С учетом соотношений (2.7.24), (2.7.23) дисперсионное уравнение для ИПВ ПЛВ с металлическими цилиндрами приобретает следующий вид:

$$\frac{1}{\pi} \ln \left( \frac{v\gamma R}{2} \right) - \frac{1}{P_y} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\gamma_q} \frac{sh\gamma_q P_x}{ch\gamma_q P_x - \cos \alpha P_x} - \frac{1}{\mu_q} \right) = 0. \quad (2.7.28)$$

Интересно рассмотреть дисперсионное уравнение для структуры с малыми в электрическом смысле периодами. Отметим, что при условии

$$kP_{x,y} \ll 1 \quad (2.7.29)$$

Для гиперболических функций, входящих в выражение (2.7.28) можно записать следующее приближенное равенство:

$$sh(\gamma_q P_x) \approx ch(\gamma_q P_x) \gg 1, \quad q \neq 0. \quad (2.7.30)$$

Также отметим, что для выполнения неравенства (2.7.21) параметр  $v$  должен расти обратно пропорционально периоду  $P_y$ . Поэтому введем новый параметр  $\tilde{v}$ :

$$v = \frac{2\pi\tilde{v}}{P_y}. \quad (2.7.31)$$

При помощи соотношения (2.7.30) получаем:

$$\frac{1}{\pi} \ln \left( \frac{\pi\tilde{v}\gamma R}{P_y} \right) - \frac{1}{P_y} \left( \frac{1}{\gamma_0} \frac{sh\gamma_0 P_x}{ch\gamma_0 P_x - \cos \alpha P_x} - \frac{1}{\mu_0} \right) - \frac{1}{\pi} \sum_{q=1}^{\infty} \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{\sqrt{q^2 + \tilde{v}^2}} \right) = 0. \quad (2.7.32)$$

Представим гиперболические и тригонометрические функции в виде разложений в ряд Тейлора, ограничиваясь главными членами разложений:

$$\frac{1}{\pi} \ln \left( \frac{\pi \tilde{\nu} \gamma R}{P_y} \right) - \frac{1}{(\xi^2 + \alpha^2 - k^2) P_x P_y} + \frac{1}{2\pi \tilde{\nu}} - \frac{1}{\pi} \sum_{q=1}^{\infty} \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{\sqrt{q^2 + \tilde{\nu}^2}} \right) = 0. \quad (2.7.33)$$

Из уравнения (2.7.33) видно, что проекции волнового вектора  $\alpha, \xi$  входят в уравнение в виде суммы квадратов, которая равны квадрату модуля волнового вектора. Введем аналогично разд. 2.1 – 2.6 эффективную проницаемость волны  $\varepsilon_e$ :

$$\xi^2 + \alpha^2 = k^2 \varepsilon_e. \quad (2.7.34)$$

Уравнение (2.7.33) можно аналитически решить относительно эффективной проницаемости:

$$\varepsilon_e = 1 + \frac{1}{\left( \frac{1}{\pi} \ln \left( \frac{\pi \tilde{\nu} \gamma R}{P_y} \right) + \frac{1}{2\pi \tilde{\nu}} - \frac{1}{\pi} \sum_{q=1}^{\infty} \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{\sqrt{q^2 + \tilde{\nu}^2}} \right) \right) P_x P_y k^2}. \quad (2.7.35)$$

В изотропной структуре периоды  $P_{x,y}$  одинаковы и равны  $P$ . В этом случае выражение для эффективной проницаемости приобретает следующий вид:

$$\varepsilon_e = 1 + \frac{1}{\left( \frac{1}{\pi} \ln \left( \frac{\pi \tilde{\nu} \gamma R}{P} \right) + \frac{1}{2\pi \tilde{\nu}} - \frac{1}{\pi} \sum_{q=1}^{\infty} \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{\sqrt{q^2 + \tilde{\nu}^2}} \right) \right) (kP)^2}. \quad (2.7.36)$$

Выражение, стоящее в круглых скобках в знаменателе (2.7.36) не зависит от  $\tilde{\nu}$  при  $\tilde{\nu} \geq 1$ . Важно отметить, что при малых радиусах цилиндров это выражение меньше нуля. Поэтому на низких частотах эффективная проницаемость отрицательна и при  $f \rightarrow 0$  стремится по модулю к бесконечности.

Положим в соотношении (2.7.36)  $\tilde{\nu} = 1$  численно определим получаемый при этом ряд. Несложные расчеты позволяют получить для эффективной проницаемости простое приближенное выражение:

$$\varepsilon_e = 1 + \frac{1}{\frac{1}{\pi} \ln\left(\frac{2\pi R}{P}\right)(kP)^2}. \quad (2.7.37)$$

Из него, в частности, можно найти критическую частоту  $f_c$ , начиная с которой эффективная проницаемость становится положительной величиной:

$$f_c = \frac{c}{2\pi P} \sqrt{-\frac{\pi}{\ln\left(\frac{2\pi R}{P}\right)}}. \quad (2.7.38)$$

Рассмотрим пример расчета эффективной проницаемости ИПВ ПлВ. На рис. 2.7.3 показана зависимость от частоты эффективной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_e$  для ИПВ ПлВ со следующими параметрами:  $2R = 0.05$ ,  $P_y = P_x = 3$ . Все размеры приведены в миллиметрах.

Из рис. 2.7.3 хорошо видно, что на низких частотах  $\varepsilon_e$  оказывается меньше нуля. Существенно, что отрицательной диэлектрической проницаемость будет вплоть до нулевой частоты. Начиная с критической частоты равной 22 ГГц диэлектрическая проницаемость оказывается положительной величиной. Отрицательная  $\varepsilon_e$  делает постоянную распространения волны в среде мнимой, а саму волну нераспространяющейся, запредельной. Ее поле экспоненциально затухает. Подобные волны встречаются также в плазме [82]. Таким образом, мы можем сделать вывод о том, что при  $f < f_c$  ИПВ ПлВ демонстрирует свойства искусственного металла, в котором существуют только экспоненциально затухающие волны. При этом в металле с конечной проводимостью скорость затухания волны определяется потерями в среде. В ИПВ ПлВ она не связана с диссипацией

электромагнитной энергии, а зависит от периода решетки и радиуса цилиндров.

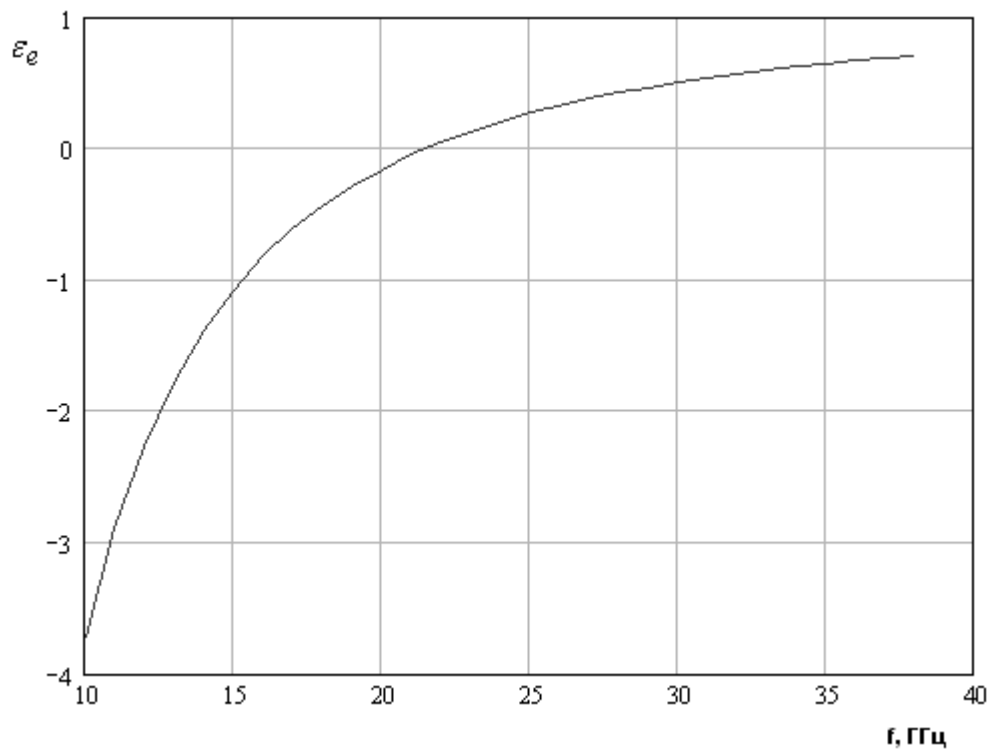


Рис. 2.7.3. Эффективная диэлектрическая проницаемость ИПВ ПлВ

С точки зрения теории периодических структур [68] появление области частот, в которой волна имеет мнимую постоянную распространения не является неожиданным эффектом. Такие области получили название полос запираения, запрещенных зон и т.д. Часто их появление связывают с эффектом Брэгговского отражения, при котором волны от слабоотражающих неоднородностей складываются в фазе. В соответствии с такой элементарной трактовкой запрещенные зоны должны возникать при периоде решетки кратном половине длины волны в среде, в которой она расположена.

Однако, как видно из рис. 2.7.3 в нашем случае ситуация совершенно иная. Запрещенная зона имеет весьма большую ширину. В рассмотренном примере ее нижняя частота равна нулю, а верхняя частота 22 ГГц. При этом эффект синфазного сложения отраженных волн должен проявиться на частоте 50 ГГц. Таким образом, запрещенная зона ИПВ ПлВ сильно смещена в

область низких частот. Ее ширина существенно зависит от радиуса цилиндров  $R$ .

На рис. 2.7.4 показана частотная зависимость эффективной проницаемости. Кривые 1 - 3 получены для  $P_y = P_x = 3$  и  $R = 0.025, 0.05, 0.01$ . Видно, что критическая частота смещается вверх при увеличении радиуса  $R$ .

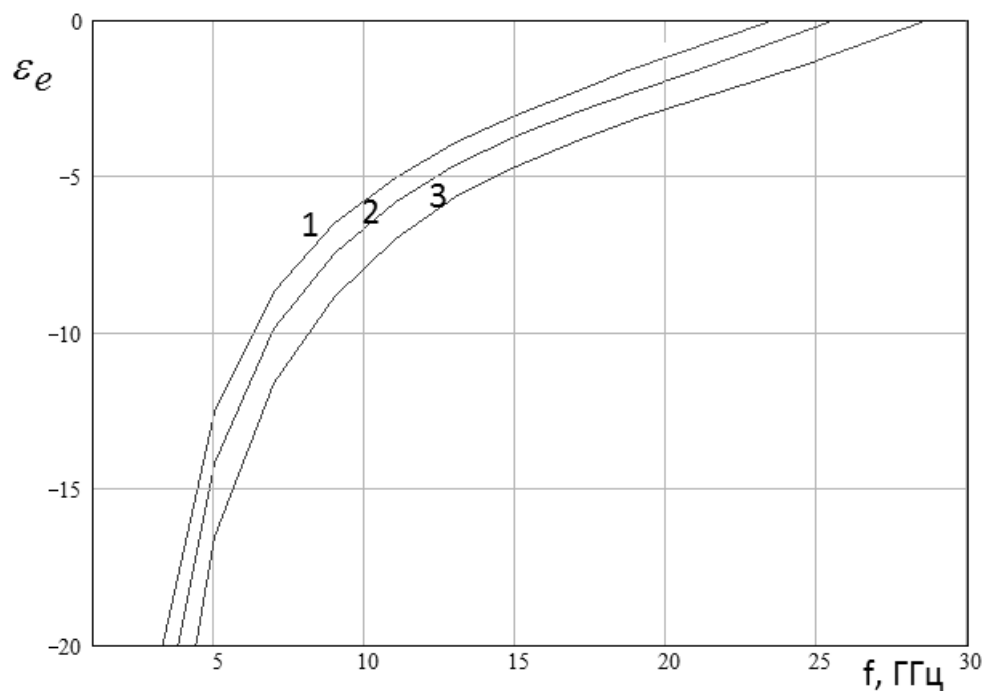


Рис. 2.7.4. Частотная зависимость эффективной проницаемости при разных радиусах цилиндров

Введем далее безразмерные параметры  $\chi$  и  $d$ :

$$\chi = k_c P, \tag{2.7.39}$$

$$d = \frac{D}{P},$$

где  $D = 2R$ ,  $k_c$  - волновое число свободного пространства на частоте  $f_c$ .

Параметр  $\chi$  - безразмерная нормированная критическая частота ИПВ ПлВ.

Он аналогичен параметру  $\tilde{d}$ , который использовался в разд. 2.1 - 2.6. На рис. 2.7.5 представлена полученная численно кривая зависимости параметра  $\chi$  от

параметра  $d$ . Кривая получена для ИПВ ПЛВ с одинаковыми периодами  $P_{x,y} = P$ .

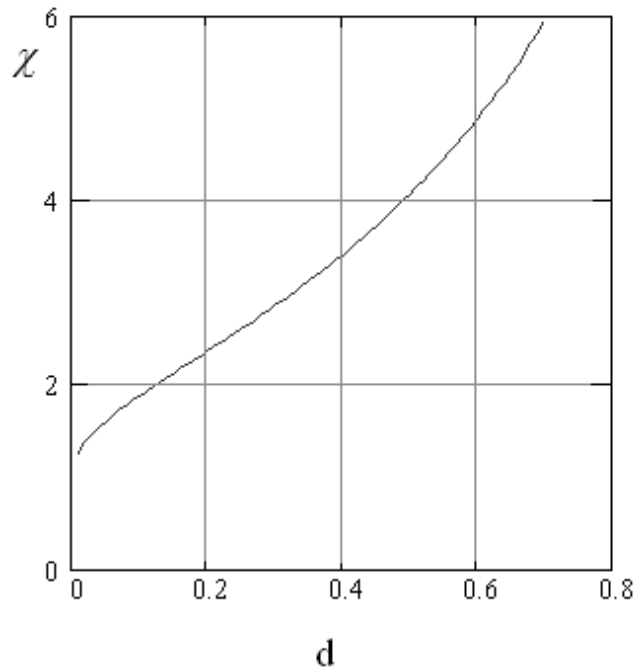


Рис. 2.7.5. Зависимость параметра  $\chi$  от нормированного диаметра цилиндра

Отметим важное практическое значение кривой представленной на рис. 2.7.5. При ее помощи мы можем определить критическую частоту  $f_c$  для структуры с любыми значениями  $R$  и  $P$ . Учитывая практическую значимость указанной зависимости, мы построили аппроксимацию кривой  $\chi(d)$ . Ниже приводится аппроксимирующая функция:

$$\chi(d) = \frac{p_1}{\ln\left(\frac{1}{d}\right) + p_0} + p_2, \quad (2.7.40)$$

$$\bar{p} = (0.27, 3.371, 0.566),$$

Функция (2.7.40) аппроксимирует функцию, полученную численно с относительной погрешностью не превышающей 0.5% в диапазоне изменения  $d$  от 0 до 0.8. Отметим, что численные результаты, использованные для

построения аппроксимации (2.7.40) были получены при помощи модели ИПВ ПлВ, не имеющей ограничений на диаметр металлических цилиндров. Подробно она описана в книге [83].

Во введении данной книги отмечалось, что ПлВ могут рассматриваться как двумерные искусственные среды, которые в последнее время принято называть метаматериалами. С этих позиций изученные в разд. 2.1 - 2.6 структуры являются прозрачными искусственными средами. Основное практическое назначение таких сред при построении устройств ИО СВЧ является преломление волн, которое наиболее эффективно используется для создания планарных линз.

ИПВ ПлВ занимает особое положение среди других ПлВ, так как преимущественно он используется как непрозрачная отражающая среда похожая на металл. Свойство квазиметалла реализуется в области параметров, в которой распространяющиеся волны в волноводе отсутствуют. В этой области ИПВ ПлВ может эффективно отражать электромагнитные волны, а на его основе можно создавать планарные зеркала. По этой причине наибольший интерес при исследовании ПлВ данного типа представляет решение задач, связанных не с распространением волн, а с их отражением от границ ПлВ. Задачи рассеяния будут рассмотрены нами в третьей главе.



### 3. Дифракция волн на границах ПлВ

В третьей главе будут рассмотрены вопросы взаимодействия электромагнитных волн на границах ПлВ. В общем случае такая граница может иметь сложную форму. Однако, основные закономерности рассеяния волн ПлВ проявляются на прямолинейной границе, разделяющей два полубесконечных ПлВ. Важно, что для такой идеализированной структуры может быть получено аналитическое решение. В третьей главе представлены решения для следующих комбинаций полубесконечных ПлВ: двух изотропных ПлВ, полубесконечного анизотропного ПлВ и диэлектрической пластины, полубесконечного ИПВ ПлВ и диэлектрической пластины. Все дифракционные задачи решены методом Винера - Хопфа.

#### 3.1. Дифракция электромагнитных волн на границе двух изотропных ПлВ

Рассмотрим структуру изображенную на рис. 3.1. Она состоит из двух полубесконечных ПлВ, образованных путем нанесения на поверхности диэлектрической пластины тонких изотропных пленок, под которыми понимаем обсуждавшиеся в главах 1 и 2 решетки и тонкие слои диэлектриков. Граница раздела ПлВ имеет прямолинейную форму. Пусть она возбуждается одной из собственных волн полупространства при  $x < 0$ , которая набегаёт на границу раздела, расположенную при  $x = 0$  под произвольным углом  $\varphi$ . Рассматриваем структуру без тепловых потерь.

Тонкие пленки описываем при помощи импедансных граничных условий, обсуждавшихся в главе 1. При этом мы полагаем, что разные ПлВ характеризуются разными значениями импедансов  $Z_{1,2}$ .

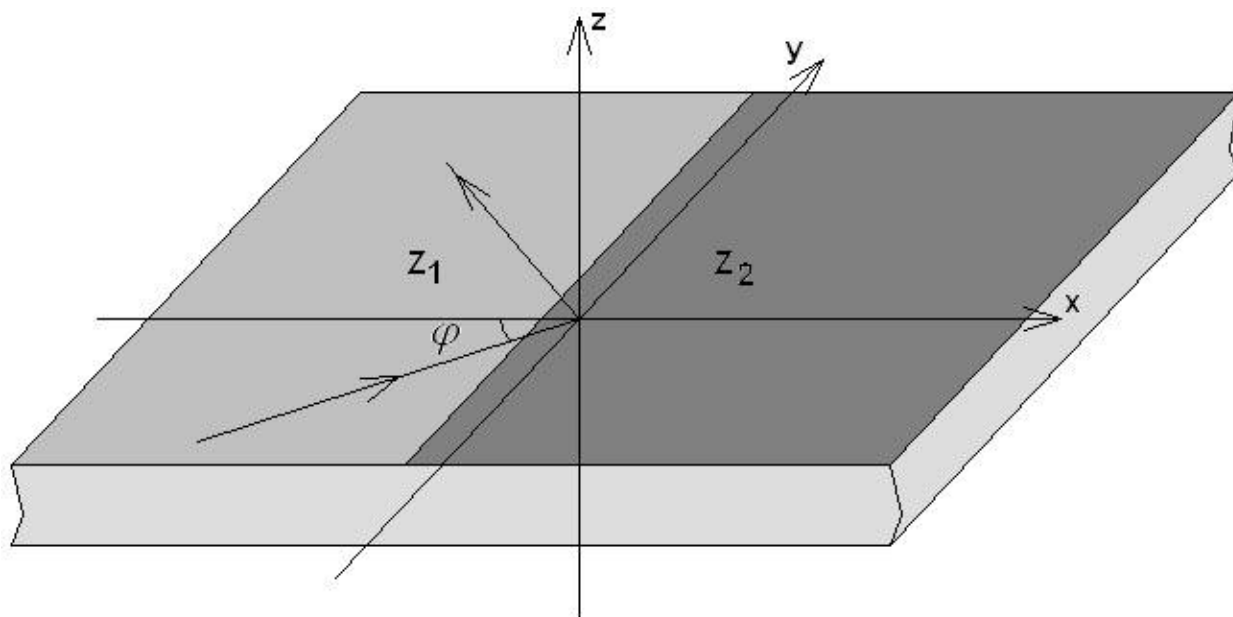


Рис. 3.11. Граница раздела двух незранированных ПлВ

Отметим, что изучение дифракции волн на границе двух ПлВ играет весьма большую роль при построения физической картины формирования полей в элементах ИО СВЧ. Поэтому часто структуры аналогичные показанной на рис. 3.1.1 и соответствующие им дифракционные задачи называют ключевыми.

*Вывод системы интегральных уравнений.* На рис. 3.1.2 показана ключевая структура с плоскими экранами, которые являются моделью корпуса интегральной схемы. Кроме того, они могут использоваться для борьбы с излучением в свободное пространство, которое возникает на стыке двух сред. Поэтому далее мы будем рассматривать структуру с экранами. При этом переход к открытой структуре может быть легко получен при стремлении расстояния  $a$  к бесконечности (см. рис. 3.1.2).

Рассматриваем симметричную относительно плоскости  $z = 0$  структуру. Ее анализ можно свести к решению двух независимых задач [32]. Первая из них соответствует структуре с электрической в плоскости  $z = 0$  стенкой, а вторая с магнитной. Их анализ проводится аналогично. Поэтому подробно рассмотрим только структуру с электрической стенкой. Отличия, характерные для структуры с магнитной стенкой, будут отмечены отдельно.

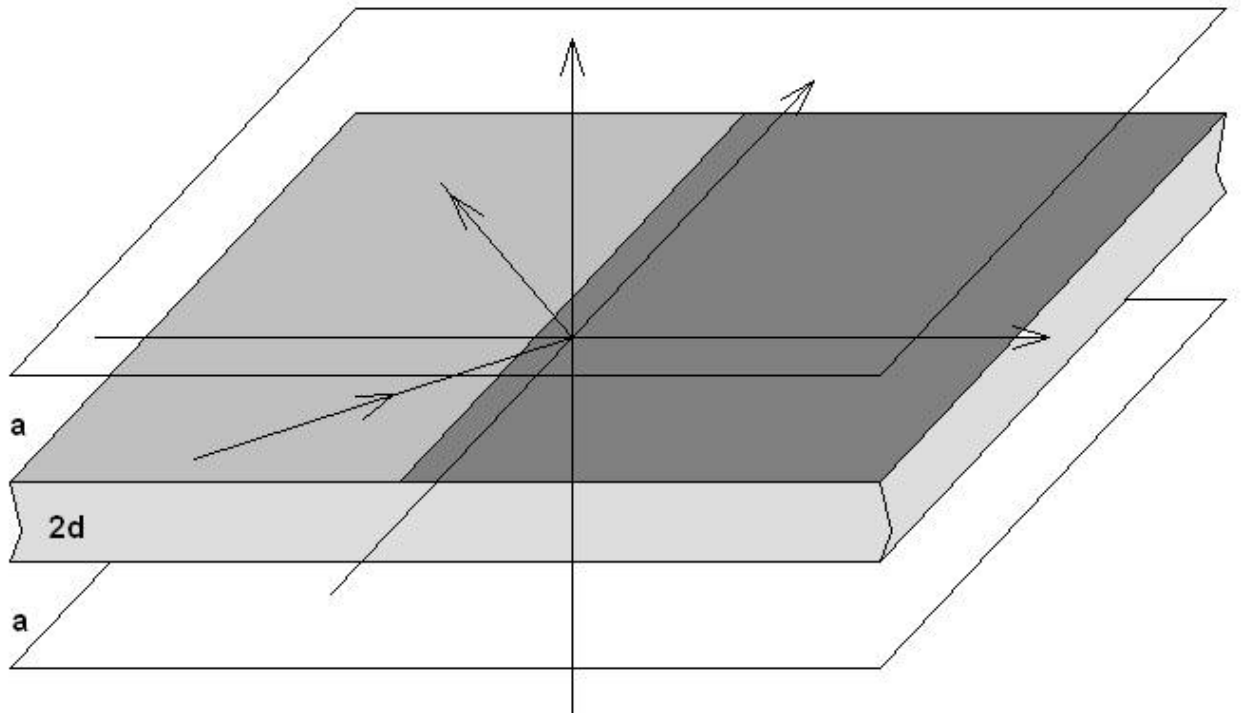


Рис. 3.1.2. Граница раздела двух экранированных ПЛВ

Поля при  $z = \frac{d}{2}$  удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$H_{x+} - H_{x-} = YE_y, \quad (3.1.1)$$

$$H_{y+} - H_{y-} = -YE_x,$$

$$E_{x+} = E_{x-},$$

$$E_{y+} = E_{y-},$$

где индекс  $+$  соответствует полю при  $z = d/2 + 0$ , а  $-$  соответствует полю при  $z = d/2 - 0$ ,  $Y$  - проводимость пленки, связанная с ее импедансом:  $Y = 1/Z$ . В области  $x < 0$  импеданс имеет значение  $Z_1$ , а при  $x > 0$  он равен  $Z_2$ . Поскольку рассматриваем структуру без тепловых потерь, то проводимости  $Y_{1,2}$  являются мнимыми величинами:

$$Y_{1,2} = iB_{1,2}. \quad (3.1.2)$$

Из главы 1 следует, что параметры  $B_{1,2}$  не являются постоянными числами. В общем случае их необходимо понимать как достаточно сложные

дифференциальные операторы, действующие на компоненты полей. Наличие дифференциального оператора в граничных условиях может быть весьма серьезной проблемой при решении электродинамической задачи. Однако в рассматриваемом случае ситуация облегчается тем, что все поля в структуре мы будем представлять в виде интегралов Фурье. При этом хорошо известно, что дифференцирование интеграла Фурье эквивалентно алгебраическому преобразованию подынтегральной функции. Поэтому операторы, стоящие в граничных условиях сводятся к функциям  $B_{1,2}$  от спектральных параметров интегралов Фурье, что существенно упрощает формулировку и решение граничной задачи.

В общем случае в пластине с импедансными пленками могут распространяться две и более волн. Наибольший интерес представляет основная волна. Волны в изотропных планарных волноводах разделяются на магнитные и электрические волны, которые также называют  $H$  и  $E$  – волнами [20]. Магнитные волны имеют нулевую компоненту  $E_z$ , а электрические нулевую компоненту  $H_z$ . В структуре с электрической стенкой при  $z = 0$  основной будет электрическая волна. Следуя работе [20], считаем эту волну  $E_1$  – волной. Волны более высокого порядка имеют индексы 2,3,... и т.д. При этом в структуре с электрической стенкой существуют волны с нечетными индексами.

Наряду с электрическими волнами в пластине существуют магнитные волны, которые обозначим как  $H_n$  – волны. В структуре с электрической стенкой при  $z = 0$  существуют магнитные волны с четными индексами.

В структуре с магнитной стенкой, наоборот, распространяются магнитные волны с нечетными и электрические волны с четными индексами. При этом основной волной является  $H_1$  – волна.

Пусть на границу двух планарных сред набегают основная волна, компонента которой  $E_{z0}$  зависит от координат следующим образом:

$$E_{z0} = e_0 e^{-i\kappa_1 x - i\beta y}, \quad (3.1.3)$$

где  $\kappa_1, \beta$  - проекции волнового вектора волны на оси координат  $0x$  и  $0y$ . Они связаны с постоянной распространения волны  $\gamma_1$ :

$$\gamma_1 = \sqrt{\kappa_1^2 + \beta^2}. \quad (3.1.4)$$

Падающая волна удовлетворяет граничным условиям при  $x < 0$ . Скачок импеданса при  $x = 0$  приводит к появлению рассеянных волн разных типов. Экранированная структура имеет дискретный спектр, содержащий распространяющиеся и запердельные волны. Наибольший интерес представляют распространяющиеся волны. Их возбуждение на границе сред удобно описывать матрицей рассеяния, состоящей из коэффициентов отражения и передачи.

Дифракцию падающей волны на скачке импеданса будем описывать с помощью системы интегральных уравнений. Вывод указанной системы проведем по следующей схеме. На первом этапе предположим, что скачок импеданса отсутствует и импеданс для всех  $x$  от минус до плюс бесконечности равен  $Z_1$ . Далее введем при  $x > 0$ ,  $z = d/2$  поверхностные токи с компонентами  $I_{x,y}^e$  и решим задачу о возбуждении однородной по оси  $0x$  структуры этими токами. При помощи найденных полей удовлетворим граничным условиям при  $x > 0$ . В результате получим искомую систему интегральных уравнений относительно токов  $I_{x,y}^e$ .

Основным этапом описанной выше схемы является решение задачи возбуждения пластины с импедансными пленками заданными токами. Его можно выполнить, используя тензорную функцию Грина такой структуры. В явном виде найти выражение для функции Грина в известной литературе нам не удалось. Однако ее вывод нетрудно осуществить, так как пластина с

импедансными пленками относится к классу плоско - слоистых структур, для которых известны простые алгоритмы вывода тензорной функции Грина [84].

Опуская промежуточные этапы, приведем окончательное выражение для интересующей нас комбинации компонент поля:

$$\vec{F}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}(\kappa) \vec{I}(x') e^{-i\kappa(x-x')} d\kappa dx', \quad (3.1.5)$$

$$\vec{I} = \begin{pmatrix} I_x^e \\ I_y^e \end{pmatrix}, \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix},$$

$$\hat{G}(\kappa) = \frac{1}{\kappa^2 + \beta^2} \begin{bmatrix} \kappa^2 G_e + \beta^2 G_h & \kappa\beta(G_e - G_h) \\ \kappa\beta(G_e - G_h) & \kappa^2 G_h + \beta^2 G_e \end{bmatrix},$$

$$G_e(\kappa) = \frac{D_{e2}(\kappa)}{D_{e1}(\kappa)},$$

$$G_h(\kappa) = \frac{D_{h2}(\kappa)}{D_{h1}(\kappa)},$$

$$D_{e1,2} = \varepsilon p \operatorname{sh} p a \cos q \frac{d}{2} - q \sin q \frac{d}{2} \left( \operatorname{ch} p a + \frac{\tilde{B}_{e1,2} p}{k} \operatorname{sh} p a \right),$$

$$D_{h1,2} = \sin q \frac{d}{2} (p \operatorname{ch} p a - \tilde{B}_{h1,2} k \operatorname{sh} p a) + q \cos q \frac{d}{2} \operatorname{sh} p a,$$

$$p = \sqrt{\kappa^2 + \beta^2 - k^2},$$

$$q = \sqrt{\varepsilon k^2 - \kappa^2 - \beta^2},$$

$$\tilde{B}_{1,2} = B_{1,2} W_0,$$

где  $k$  - волновое число свободного пространства,  $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость пластины,  $W_0$  - волновое сопротивление свободного пространства. Параметры  $\tilde{B}_{e,h}$  возникают в результате

применения дифференциальных операторов, стоящих в граничных условиях к соответствующим компонентам полей. Они являются функциями переменных  $\beta, \kappa$ , в соответствии с замечаниями приведенными выше. Конкретный вид этих параметров зависит от вида граничных условий. Ниже мы приведем их для некоторых видов пленок, обсуждавшихся в главе 1.

Функции  $F_{x,y}$  определяются через комбинации компонент полей следующим образом:

$$F_x = H_{y-} - H_{y+} - Y_2 E_x, \quad (3.1.6)$$

$$F_y = H_{x+} - H_{x-} - Y_2 E_y.$$

В соотношениях (3.1.6) под компонентами полей понимаются вторичные поля, порожденные электрическими токами. Полное поле содержит также поле падающей волны.

Подставим далее формулы (3.1.5) в граничные условия (3.1.1) при  $x > 0$  и при этом получим искомую систему интегральных уравнений:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}(\kappa) \vec{I}(x') e^{-i\kappa(x-x')} d\kappa dx' = (Y_{2,0} - Y_{1,0}) e^{-i\kappa_1 x} \vec{e}_0, \quad (3.1.7)$$

$$x > 0,$$

$$e_0 = \begin{pmatrix} e_{0x} \\ e_{0y} \end{pmatrix},$$

где  $e_{0x,y}$  - амплитуды компонент электрического поля  $E_{0x,y}$  падающей волны. Отметим, что в формулах (3.1.5) – (3.1.7) опущена общая для всех полей функция  $\exp(-i\beta y)$ , описывающая их зависимость от координаты  $y$ . Параметры  $Y_{1,2,0}$  являются результатом применения дифференциальных операторов из граничных условий к первичному полю. Поскольку мы рассматриваем падение на границу ПлВ основной волны E типа, то для них  $Y_{1,2,0} = iB_{e1,2,0}$ . Отличие параметров  $B_{e1,2,0}$  от введенных выше величин

$B_{e1,2}$  состоит в том, что переменная  $k$  в них равна волновому числу падающей волны  $k_1$ .

Для структуры с магнитной стенкой система интегральных уравнений имеет вид аналогичный (3.1.7). Исключение составляют выражения для функций  $D_{e1,2}$  и  $D_{h1,2}$ , которые приводятся ниже:

$$D_{e1,2} = \varepsilon p \operatorname{sh} p a \sin q \frac{d}{2} + q \cos q \frac{d}{2} \left( \operatorname{ch} p a + \frac{\tilde{B}_{e1,2} p}{k} \operatorname{sh} p a \right), \quad (3.1.8)$$

$$D_{h1,2} = \cos q \frac{d}{2} (p \operatorname{ch} p a - \tilde{B}_{h1,2} k \operatorname{sh} p a) - q \sin q \frac{d}{2} \operatorname{sh} p a.$$

Кроме того, в правую часть системы интегральных уравнений входят параметры  $B_{h1,2,0}$ .

Приведем в явном виде выражения параметров  $B_{e,h}$  для пленок разных видов.

Индуктивная изотропная решетка:

$$B_e = -\frac{1}{X_{v0}} \frac{1 - \frac{\gamma^2}{\beta_p^2}}{1 - \frac{\gamma^2}{\beta_0^2}}, \quad (3.1.9)$$

$$B_h = -\frac{1}{X_{v0}}.$$

Емкостная изотропная решетка:

$$B_e = Y_{v0}, \quad (3.1.10)$$



$$B_h = Y_{v0} \frac{1 - \frac{\gamma^2}{\beta_0^2}}{1 - \frac{\gamma^2}{\beta_p^2}}.$$

Тонкий диэлектрический слой:

$$B_e = \omega \varepsilon \varepsilon_0 d, \quad (3.1.11)$$

$$B_h = \frac{d}{\omega \mu_0} (\varepsilon k^2 - \gamma^2),$$

$$\gamma = \sqrt{\kappa^2 + \beta^2}.$$

Смысл параметров, входящих в выражения (3.1.9) – (3.1.11) поясняется в первой главе.

*Решение системы интегральных уравнений.* Будем решать систему (3.1.7) методом Винера – Хопфа [65]. Применим к ней преобразование Фурье по всему бесконечному интервалу изменения переменной  $x$ . Для этого нам необходимо доопределить интеграл в левой части (3.1.7) при  $x < 0$ :

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}(\kappa) \vec{I}(x') e^{-i\kappa(x-x')} d\kappa dx' = \vec{F}(x), \quad x < 0, \quad (3.1.12)$$

где  $\vec{F}(x)$  - неизвестная вектор – функция отличная от нуля в отрицательном полупространстве.

С учетом соотношения (3.1.12) можем применить к системе (3.1.7) преобразование Фурье:

$$\hat{G}(\kappa) \vec{J}_+(\kappa) = \vec{f}_-(\kappa) + \frac{\Delta B_0}{\kappa_1 - \kappa} \vec{e}_0, \quad (3.1.13)$$

$$\vec{J}_+(\kappa) = \int_0^{\infty} I(x) e^{i\kappa x} dx,$$

$$\vec{f}_-(\kappa) = \int_{-\infty}^0 F(x)e^{i\kappa x} dx,$$

$$\Delta B_0 = B_{2,0} - B_{1,0}.$$

Индексы  $\pm$  показывают, что данная функция регулярна соответственно в верхней и нижней полуплоскостях комплексной переменной  $\kappa$ .

Система функциональных уравнений (3.1.13) относится к классу систем Винера – Хопфа. Сложность их решения состоит в том, что для него требуется найти факторизацию матрицы функций  $\hat{G}(\kappa)$ . В отличие от случая одной функции общей схемы факторизации матрицы не существует [65].

Тем не менее, задачи аналогичные решению системы (3.1.13) в литературе рассматривались. Они соответствуют частным видам структур, показанных на рис. 3.1.1, 3.1.2, когда импедансы  $Z_{1,2}$  принимали некоторые фиксированные значения. В работе [85] рассмотрен случай  $Z_1 = 0$ ,  $Z_2 = \infty$ . В работе [27] проанализирована структура с  $Z_2 = 0$ ,  $Z_1 = \infty$ .

Для аналитического решения граничной задачи применялись разные подходы. В работе [85] найдена факторизация матрицы – функций частного вида. Метод, который будем использовать в нашей работе, наиболее близок к описанному в [85].

Введем новые неизвестные функции:

$$J_{e+}(\kappa) = \kappa J_{x+}(\kappa) + \beta J_{y+}(\kappa), \quad (3.1.14)$$

$$J_{h+}(\kappa) = \beta J_{x+}(\kappa) - \kappa J_{y+}(\kappa),$$

$$f_{e+}(\kappa) = \kappa f_{x+}(\kappa) + \beta f_{y+}(\kappa),$$

$$f_{h+}(\kappa) = \beta f_{x+}(\kappa) - \kappa f_{y+}(\kappa),$$

а также новые известные функции, связанные с падающей волной:

$$e_{0e}(\kappa) = \kappa e_{0x} + \beta e_{0y}, \quad (3.1.15)$$

$$e_{0h}(\kappa) = \beta e_{0x} - \kappa e_{0y}.$$

Тогда с учетом выражений для тензора  $\hat{G}(\kappa)$  (3.1.5) мы можем получить следующие функциональные уравнения:

$$G_e(\kappa)J_{e+}(\kappa) = f_{e-}(\kappa) + \frac{\Delta B_{0e}}{\kappa_1 - \kappa} e_{0e}, \quad (3.1.16)$$

$$G_h(\kappa)J_{h+}(\kappa) = f_{h-}(\kappa) + \frac{\Delta B_{0h}}{\kappa_1 - \kappa} e_{0h}.$$

Из соотношений (3.1.16) следует, что система функциональных уравнений (3.1.13) разделилась при помощи новых функций (3.1.14) и (3.1.15) на два независимых уравнения. Их решение можно проводить по стандартной методике. Важным моментом решения является определение поведения неизвестных функций на бесконечности.

Известно, что обе компоненты электрического тока на кромке с импедансными граничными условиями стремятся к постоянной величине при  $x \rightarrow 0$  [65]. Этот вывод был получен для традиционного импеданса, не зависящего от спектральных параметров. Основанием для его применения к пленкам, которые описываются дифференциальными операторами в граничных условиях, является то, что поведение полей при  $x \rightarrow 0$  определяется поведением их Фурье образов на бесконечности. Следовательно, существенными оказываются пределы функций  $B_{e,h}$  при  $\kappa \rightarrow \infty$ . Из выражений (3.1.9) – (3.1.11) видно, что, по крайней мере, для изотропных решеток на бесконечности они стремятся к константам. Это делает возможным считать, что поля на границе двух ПЛВ с изотропными решетками ведут себя также как в окрестности кромок пленок с постоянными импедансами.

Формально такой вывод неприменим к тонкому слою диэлектрика, так как у этой структуры  $B_h \rightarrow \infty$  при  $\kappa \rightarrow \infty$ . Однако, обычно тонкие слои

выполняются из диэлектриков с большой проницаемостью  $\varepsilon \gg 1$ , для которых зависимость импеданса от переменной  $\gamma$  незначительна. Поэтому с хорошей точностью их можно описывать постоянными параметрами  $B_{e,h}$ . Кроме того, схема решения, которая приводится при незначительной коррекции может быть использована и при  $B_h \rightarrow \infty$ . Поэтому далее мы будем исходить из того, что функции  $B_{e,h}$  стремятся к константам на бесконечности, а токи при  $x \rightarrow 0$ .

Используя теорему абелева типа [65], определяем поведение Фурье – образов тока при  $|\kappa| \rightarrow \infty$ :

$$J_{x,y+}(\kappa) \rightarrow \kappa^{-1}. \quad (3.1.17)$$

Из выражений (3.1.14) следует, что:

$$J_{e,h+}(\kappa) \rightarrow \kappa^0. \quad (3.1.18)$$

Аналогично можно показать, что функции  $f_{e,h+}(\kappa)$  также стремятся на бесконечности к константам. Поведение функций  $G_{e,h}(\kappa)$  на бесконечности можно определить непосредственно из формул (3.1.5):

$$G_{e,h+}(\kappa) \rightarrow \kappa^0. \quad (3.1.19)$$

В работе [65] показано, что факторизация функций  $G_{e,h}(\kappa)$  вида:

$$G_{e,h}(\kappa) = G_{e,h+}(\kappa)G_{e,h-}(\kappa) \quad (3.1.20)$$

может быть получена при помощи общей теоремы о факторизации:

$$G_{e,h+}(\kappa) = G_{e,h-}(-\kappa) = \exp\left(\frac{1}{2\pi i} \int_{C_+} \frac{\ln G_{e,h}(\alpha)}{\alpha - \kappa} d\alpha\right). \quad (3.1.21)$$

Интегрирование в формуле (3.1.21) ведется по контуру  $C_+$ , который проходит параллельно действительной оси. При этом точка  $\alpha = \kappa$  лежит выше контура интегрирования, а все особенности функций  $G_{e,h}(\alpha)$ ,

лежащие в нижней полуплоскости расположены ниже контура  $C_+$ . Важно, что ограниченная при  $|\kappa| \rightarrow \infty$  функция имеет ограниченные на бесконечности плюс - и минус-функции, если они получены по формуле (3.1.21). На основании этого мы можем сделать вывод о том, что:

$$G_{e,h\pm}(\kappa) \rightarrow \kappa^0. \quad (3.1.22)$$

Разделим далее уравнения (3.1.16) на  $G_{e,h-}(\kappa)$ :

$$G_{e+}(\kappa)J_{e+}(\kappa) = \frac{f_{e-}(\kappa)}{G_{e-}(\kappa)} + \frac{\Delta B_{0e}}{\kappa_1 - \kappa} \frac{e_{0e}}{G_{e-}(\kappa)}, \quad (3.1.23)$$

$$G_{h+}(\kappa)J_{h+}(\kappa) = \frac{f_{h-}(\kappa)}{G_{h-}(\kappa)} + \frac{\Delta B_{0h}}{\kappa_1 - \kappa} \frac{e_{0h}}{G_{h-}(\kappa)}.$$

Видно, что слагаемое в левой части является плюс функцией, а первое слагаемое в правой части минус - функцией. Второе слагаемое не является ни плюс ни минус - функцией, так как полюс при  $\kappa = \kappa_1$  расположен в нижней полуплоскости.

Отметим, что мы решаем нашу задачу для зависимости от времени  $\exp(i\omega t)$ . В этом случае постоянная распространения волны, бегущей в сторону положительных  $x$  описывается экспонентой  $\exp(-ikx)$ , а ее постоянная распространения  $\kappa$  имеет положительную действительную часть и отрицательную мнимую часть. На основании этого сделан вывод о том, что  $\text{Im}\kappa_1 < 0$ .

Вычитая и прибавляя к уравнениям (3.1.23) слагаемые вида

$$\frac{\Delta B_{0e,h}}{\kappa_1 - \kappa} \frac{e_{0e,h}}{G_{e,h-}(\kappa_1)},$$

мы можем сгруппировать плюс-функции в левой части уравнений, а минус-функции в правой:

$$G_{e,h+}(\kappa)J_{e,h+}(\kappa) - \frac{\Delta B_{0e,h}}{\kappa_1 - \kappa} \frac{e_{0e,h}}{G_{e,h-}(\kappa_1)} = \frac{f_{e-}(\kappa)}{G_{e-}(\kappa)} + \frac{\Delta B_{0e,h}}{\kappa_1 - \kappa} \left( \frac{e_{0e,h}}{G_{e,h-}(\kappa)} - \frac{e_{0e,h}}{G_{e,h-}(\kappa_1)} \right) \quad (3.1.24)$$

Нетрудно показать при помощи формул (3.1.17) – (3.1.22), что функции, стоящие в левой и правой частях уравнений (3.1.24), ведут себя на бесконечности как  $\kappa^0$ . Тогда на основании обобщенной теоремы Лиувилля можно сделать вывод, что правая и левая части соотношений (3.1.24) равны константам  $C_{e,h}$ . Например, для левых частей (3.1.24) получаем:

$$G_{e,h+}(\kappa)J_{e,h+}(\kappa) - \frac{\Delta B_{0e,h}}{\kappa_1 - \kappa} \frac{e_{0e,h}}{G_{e,h-}(\kappa_1)} = C_{e,h}. \quad (3.1.25)$$

Постоянные  $C_{e,h}$  пока неизвестны. Мы определим их из дополнительных условий. Из выражений (3.1.25) находим преобразования Фурье от токов:

$$J_{e,h+}(\kappa) = \frac{\Delta B_{0e,h}}{\kappa_1 - \kappa} \frac{e_{0e,h}}{G_{e,h-}(\kappa_1)G_{e,h+}(\kappa)} + \frac{C_{e,h}}{G_{e,h+}(\kappa)}. \quad (3.1.26)$$

Найдем теперь исходные функции  $J_{x,y+}(\kappa)$ :

$$J_{x+}(\kappa) = \frac{\kappa J_{e+} + \beta J_{h+}}{\kappa^2 + \beta^2}, \quad (3.1.27)$$

$$J_{y+}(\kappa) = \frac{\beta J_{e+} - \kappa J_{h+}}{\kappa^2 + \beta^2}.$$

Из соотношений (3.1.27) видно, что функции  $J_{x,y+}(\kappa)$  в общем случае имеют полюсы в положительной полуплоскости при  $\kappa = \pm i\beta$ . Полюс при  $\kappa = i\beta$  противоречит определению плюс-функции переменной  $\kappa$ , как функции регулярной в верхней полуплоскости. Наличие полюса при

$\kappa = -i\beta$  также недопустимо, поскольку он приводит к появлению полюса в нижней полуплоскости у функций  $f_{x,y-}(\kappa)$ . Потребуем равенства нулю выражений, стоящих в числителях в формулах (24) при  $\kappa = \pm i\beta$ :

$$iJ_{e+}(i\beta) + J_{h+}(i\beta) = 0, \quad (3.1.28)$$

$$iJ_{e+}(-i\beta) - J_{h+}(i\beta) = 0.$$

Выражения (3.1.28) можно рассматривать в качестве системы линейных алгебраических уравнений относительно постоянных  $C_{e,h}$ . Такая система может быть легко решена:

$$C_{e,h} = \frac{\Delta_{e,h}}{\Delta}, \quad (3.1.29)$$

$$\Delta_e = q_1 G_{e+}(-i\beta) - q_2 G_{e+}(i\beta),$$

$$\Delta_h = iq_2 G_{h+}(i\beta) + iq_1 G_{h+}(-i\beta),$$

$$\Delta = i(G_{h+}(i\beta)G_{e+}(-i\beta) + G_{h+}(-i\beta)G_{e+}(i\beta)),$$

$$q_{1,2} = \mp \frac{i\Delta B_{0e}e_{0e}(\pm i\beta)G_{h+}(\pm i\beta)}{(\kappa_1 \mp i\beta)G_{e-}(\kappa_1)} - \frac{\Delta B_{0h}e_{0h}(\pm i\beta)G_{e+}(\pm i\beta)}{(\kappa_1 \mp i\beta)G_{h-}(\kappa_1)}.$$

Соотношения (3.1.26) и (3.1.29) полностью определяют искомые функции  $J_{e,h+}(\kappa)$  и  $J_{x,y+}(\kappa)$ . Применяя обратное преобразование Фурье, находим электрические токи:

$$\vec{I}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{J}_+(\kappa) e^{-i\kappa x} d\kappa. \quad (3.1.30)$$

Далее нам также потребуется выражение для вектор-функции  $\vec{F}(x)$ :

$$\vec{F}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}(\kappa) \vec{J}_+(\kappa) e^{-i\kappa x} d\kappa. \quad (3.1.31)$$

С помощью граничных условий можно показать, что при  $x < 0$  вектор-функция  $\vec{F}(x)$  пропорциональна электрическому полю:

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = (Y_1 - Y_2) \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \quad (3.1.32)$$

На основании соотношения (3.1.32) мы можем использовать выражение (3.1.31) для определения электрического поля в области  $x < 0$ .

*Параметры рассеяния структуры.* В отличие от решения систем интегральных и функциональных уравнений рассмотренного в разд. 3 вывод выражений для элементов матрицы рассеяния, соответствующих разным типам симметрии относительно плоскости  $z = 0$ , имеет ряд важных отличий. Поэтому последовательно получим необходимые соотношения сначала для структуры с электрической стенкой в плоскости симметрии, а потом с магнитной.

При размещении в плоскости  $z = 0$  электрической стенки основной волной оказывается  $E_1$  – волна электрического типа. При  $x < 0$  она характеризуется постоянной распространения  $K_1$  вдоль оси  $0x$ . Пусть при  $x > 0$  основная волна описывается постоянной распространения  $K_2$ . Отметим, что функции  $D_{e1,2}(K)$  имеют нули в точках, совпадающих с постоянными распространения вдоль оси  $0x$  электрических волн соответственно в левом и правом полупространствах.

Из выражений (3.1.26) видно, что функции  $J_{e,h+}(K)$  имеют полюсы, лежащие в нижней полуплоскости переменной  $K$ , причем они совпадают с нулями функций  $D_{e2}(K)$  и  $D_{h2}(K)$ , лежащими в той же полуплоскости. Вычеты в этих полюсах описывают собственные волны среды при  $x > 0$ , бегущие вдоль оси  $0x$  в положительном направлении. Таким образом, для вычисления тока интересующей нас волны при  $x > 0$  достаточно найти вычет подынтегральной функции в формуле (3.1.30), который соответствует



этой волне. Наибольший практический интерес представляет основная волна среды с постоянной распространения  $\kappa_2$ . Эту волну можно назвать прошедшей волной. Найдем далее компоненту тока  $I_x$  прошедшей волны:

$$I_{xt} = -i \operatorname{Res}(J_{x+}(\kappa_2)) e^{-i\kappa_2 x}, \quad (3.1.33)$$

где символ  $\operatorname{Res}$  означает вычет функции. Индекс  $t$  показывает, что данная величина соответствует прошедшей волне. С учетом соотношений (3.1.26) и (3.1.27) можно получить развернутое выражение для  $I_{xt}$ :

$$I_{xt} = -i \frac{\kappa_2 \operatorname{Res}(J_{e+}(\kappa_2))}{\kappa_2^2 + \beta^2} e^{-i\kappa_2 x}, \quad (3.1.34)$$

$$\operatorname{Res}(J_{e+}(\kappa)) = \left( \frac{\Delta B_{0e}}{\kappa_1 - \kappa_2} \frac{e_{0e}}{G_{e-}(\kappa_1)} + C_e \right) \frac{1}{G'_{e+}(\kappa_2)},$$

где  $G'_{e+}$  - производная от функции по своему аргументу.

Для вычисления поля отраженной волны воспользуемся выражением (3.1.31). Отраженной волне соответствует полюс функции  $D_{e1}(\kappa)$  в точке  $-\kappa_1$ , лежащей в верхней полуплоскости переменной  $\kappa$ . Полюс в этой точке имеют все элементы тензора  $\hat{G}(\kappa)$ . Найдем теперь компоненту электрического поля отраженной волны  $E_{xr}$ :

$$E_{xr} = -\frac{1}{B_{10e} - B_{20e}} \frac{\kappa_1 J_{e+}(-\kappa_1)}{\kappa_1^2 + \beta^2} \frac{D_{e2}(-\kappa_1)}{D'_{e1}(-\kappa_1)} e^{i\kappa_1 x}. \quad (3.1.35)$$

Соотношения (3.1.34) и (3.1.35) описывают отдельные компоненты поля отраженной и прошедшей волн. Отметим, что параметры рассеяния определяются не через компоненты поля, а через энергетические характеристики волн. Поэтому для их определения необходимо использовать соотношения, связывающие компоненты поля волн, с мощностью переносимой ими вдоль оси  $0x$ . Эти соотношения нетрудно получить из анализа собственных волн планарных сред.

Коэффициент передачи  $T$  из среды при  $x < 0$  в среду, расположенную при  $x > 0$ , запишем следующим образом:

$$T = \sqrt{\frac{P_t}{P_i}} e^{i(\arg(E_{zt}) - \arg(E_{zi}))}, \quad (3.1.36)$$

где  $P_t$  - мощность прошедшей волны,  $P_i$  - мощность падающей волны,  $E_{zt,i}$  - компонента электрического поля  $E_z$  прошедшей и падающей волны. Фазы в соответствии с определением матрицы рассеяния определяются через поперечные компоненты электрического поля [32].

Аналогично записывается коэффициент отражения  $R$ :

$$R = \sqrt{\frac{P_r}{P_i}} e^{i(\arg(E_{zr}) - \arg(E_{zi}))}, \quad (3.1.37)$$

где  $P_r$  и  $E_{zr}$  - мощность и соответствующая компонента поля отраженной волны. Входящие в определения параметров рассеяния  $R, T$  мощности  $P_{r,t,i}$  пропорциональны компонентам поля и токам собственных волн ПлВ, то есть связаны с ними при помощи нормировочных коэффициентов. Выражения для них можно получить, используя результаты главы 2. В явном виде мы их не приводим.

Для структуры с магнитной стенкой в плоскости симметрии постоянные распространения  $K_{1,2}$  являются нулями функций  $D_{h1}(K)$  и  $D_{h2}(K)$ . Кроме того, для описания отраженной и прошедшей волн в данном случае удобнее использовать компоненту поля  $E_y$  и тока  $I_y$ . Отметим, что выбор компонент, описывающих отраженную и прошедшую волны, произволен. Мы отдали предпочтение компонентам, которые не обращаются в нуль при  $\beta = 0$ . Их можно найти непосредственно из выражений приведенных в разд. 2 и 3.

С учетом сделанных замечаний находим ток прошедшей волны  $I_{yt}$  и поле отраженной волны  $E_{yr}$ :

$$I_{yt} = -i \operatorname{Res}(J_{y+}(\kappa_2)) e^{-i\kappa_2 x}, \quad (3.1.38)$$

$$I_{yt} = i \frac{\kappa_2 \operatorname{Res}(J_{h+}(\kappa_2))}{\kappa_2^2 + \beta^2} e^{-i\kappa_2 x},$$

$$\operatorname{Res}(J_{h+}(\kappa)) = \left( \frac{\Delta B_{0h}}{\kappa_1 - \kappa_2} \frac{e_{0h}}{G_{h-}(\kappa_1)} + C_h \right) \frac{1}{G'_{h+}(\kappa_2)},$$

$$E_{yr} = \frac{1}{B_{10h} - B_{20h}} \frac{\kappa_1 J_{h+}(-\kappa_1)}{\kappa_1^2 + \beta^2} \frac{D_{h2}(-\kappa_1)}{D'_{h1}(-\kappa_1)} e^{i\kappa_1 x}.$$

Для магнитных волн также можно записать выражения аналогичные формулам (3.1.36) и (3.1.37) заменив в них компоненты  $E_z$  на  $E_y$ .

*Факторизация функций.* Для использования полученных выше результатов необходимо выполнить факторизацию (3.1.20). Она выполняется по формуле (3.1.21). Однако непосредственно использовать ее для численных расчетов невозможно, так как под интегралом стоит функция с особенностями, которая достаточно медленно убывает на бесконечности. Рассмотрим далее алгоритм факторизации, позволяющий обойти указанные трудности.

На первом этапе введем следующие функции:

$$Q_{e,h}(\kappa) = G_{e,h}(\kappa) \prod_i \frac{\kappa^2 - \kappa_{1,i}^2}{\kappa^2 - \kappa_{2,i}^2}, \quad (3.1.39)$$

где  $\kappa_{1,i}$  - волновые числа распространяющихся волн в среде при  $x < 0$ , а  $\kappa_{2,i}$  - волновые числа распространяющихся волн в среде при  $x > 0$ . Отметим, что распространяющиеся волны имеют действительные постоянные распространения. Отсюда следует, что функции  $Q_{e,h}(\kappa)$  в отличие от исходных функций  $G_{e,h}(\kappa)$  не имеют нулей и полюсов вблизи

действительной оси. Поэтому, проводить факторизацию функций  $Q_{e,h}(\kappa)$  при помощи соотношения (3.1.21) намного удобнее. Важно, что при этом факторизацию произведения, стоящего в формуле (36) нетрудно провести, так как оно легко разделяется на сомножители регулярные в верхней и нижней полуплоскостях. Таким образом, факторизация функций  $G_{e,h}(\kappa)$  сводится к факторизации функций  $Q_{e,h}(\kappa)$ :

$$G_{e,h\pm}(\kappa) = Q_{e,h\pm}(\kappa) \prod_i \frac{\kappa \mp \kappa_{2,i}}{\kappa \mp \kappa_{1,i}}. \quad (3.1.40)$$

Применим к функциям  $Q_{e,h}(\kappa)$  соотношение (3.1.21):

$$Q_{e,h+}(\kappa) = \exp\left(\frac{1}{2\pi i} \int_{ic-\infty}^{ic+\infty} \frac{\ln Q_{e,h}(\alpha)}{\alpha - \kappa} d\alpha\right). \quad (3.1.41)$$

Постоянная  $c$  определяет контур интегрирования  $C_+$  и ее выбираем, как отмечено выше, исходя из следующих неравенств:

$$\kappa < c < \chi, \quad (3.1.42)$$

где  $\chi$  максимальное значение мнимой части особых точек функций  $Q_{e,h}(\kappa)$ , лежащих в нижней полуплоскости переменной  $\kappa$ . Отметим, что в структуре без тепловых потерь функции  $Q_{e,h}(\kappa)$  могут иметь особенности лежащие на действительной оси. В этом случае (см. [65]) искусственно вводят малые потери, которые затем устремляют к нулю. Введение тепловых потерь позволяет сместить особые точки с действительной оси и интегрировать вдоль нее функции из соотношения (3.1.41).

Учтем четность функций  $Q_{e,h}(\kappa)$  и перейдем к интегрированию в (3.1.41) по полубесконечному интервалу:

$$Q_{e,h+}(\kappa) = \exp\left(\frac{1}{\pi i} \int_0^{\infty} \frac{\kappa \ln Q_{e,h}(\alpha)}{\alpha^2 - \kappa^2} d\alpha\right). \quad (3.1.43)$$

Интеграл в выражении (3.1.43) пока брать численно невозможно, так как он содержит особенность в точках  $\alpha = \pm\kappa$ . Их можно устранить, вычитая из подынтегральной функции следующие функции  $V_{e,h}(\alpha)$ :

$$V_{e,h}(\alpha) = v^2 \ln Q_{e,h}(\kappa) \left( \frac{1}{(\alpha - \kappa)((\alpha - \kappa)^2 + v^2)} - \frac{1}{(\alpha + \kappa)((\alpha + \kappa)^2 + v^2)} \right). \quad (3.1.44)$$

Нетрудно убедиться, что функции  $V_{e,h}(\alpha)$  ведут себя при  $\alpha \rightarrow \pm\kappa$  так же как подынтегральная функция в формуле (3.1.43). Поэтому разность этих функций уже не будет иметь полюсов. Сомножители, содержащие действительную постоянную  $v$ , обеспечивают достаточно быстрое убывание функций  $V_{e,h}(\alpha)$  на бесконечности. Эту постоянную выбирают произвольно из удобства численных расчетов.

Интеграл от функций  $V_{e,h}(\alpha)$  берем по теореме Коши о вычетах:

$$\int_0^{\infty} V_{e,h}(\alpha) d\alpha = \frac{\pi i}{2} \ln Q_{e,h}(\kappa). \quad (3.1.45)$$

Теперь соотношение (3.1.43) можно привести к виду еще более удобному для численных расчетов:

$$Q_{e,h+}(\kappa) = \exp \left( \frac{1}{\pi i} \int_0^{\infty} \left( \frac{\kappa \ln Q_{e,h}(\alpha)}{\alpha^2 - \kappa^2} - V_{e,h}(\alpha) \right) d\alpha + \frac{\ln Q_{e,h}(\kappa)}{2} \right). \quad (3.1.46)$$

Соотношение (3.1.46) можно преобразовать, если учесть асимптотическое поведение функций  $Q_{e,h}(\kappa)$  на бесконечности. Приведем его без доказательства:

$$Q_{e,h}(\alpha) \rightarrow 1 + \frac{Q_{ae,h}}{|\alpha|}, \quad (3.1.47)$$

где  $Q_{ae,h}$  - постоянные, не зависящие от  $\alpha$ .

Введем следующие функции:

$$A_{e,h}(\alpha) = \frac{Q_{ae,h}}{(\alpha^2 + \xi^2)^{3/2}}. \quad (3.1.48)$$

Асимптотическое поведение функций  $A_{e,h}(\alpha)$  совпадает с поведением подынтегральной функции из формулы (3.1.46). Интеграл от функций  $A_{e,h}(\alpha)$  берем аналитически:

$$\int_0^{\infty} A_{e,h}(\alpha) d\alpha = \frac{Q_{ae,h}(\kappa)}{\xi^2}. \quad (3.1.49)$$

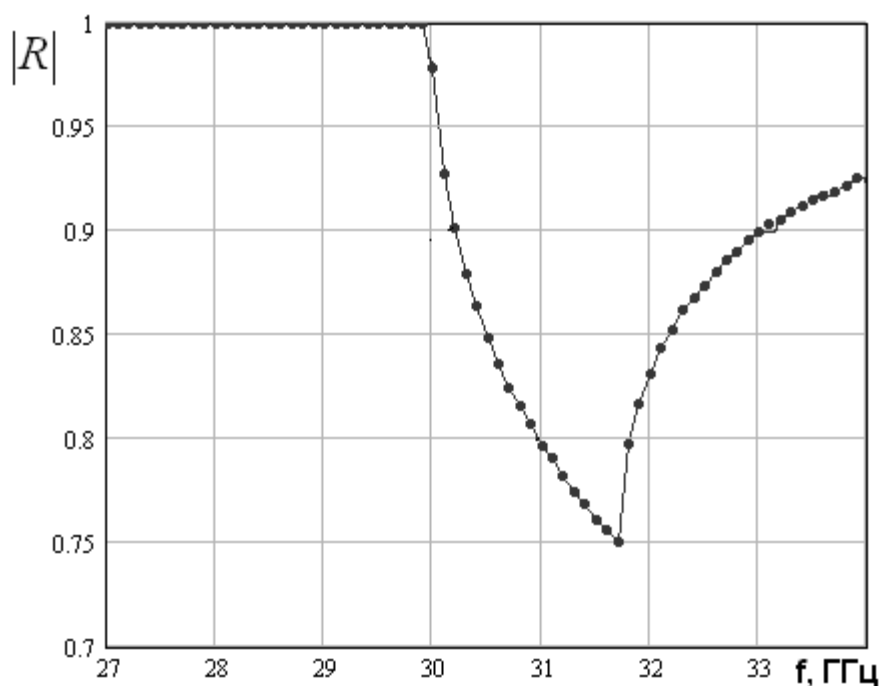
С учетом последних преобразований мы приходим к окончательному выражению для функций  $Q_{e,h+}(\kappa)$ :

$$Q_{e,h+}(\kappa) = \exp \left( \frac{1}{\pi i} \int_0^{\infty} \left( \frac{\kappa \ln Q_{e,h}(\alpha)}{\alpha^2 - \kappa^2} - V_{e,h}(\alpha) - A_{e,h}(\alpha) \right) d\alpha + \frac{\ln Q_{e,h}(\kappa)}{2} + \frac{\kappa Q_{ae,h}}{\pi i \xi^2} \right). \quad (3.1.50)$$

Параметр  $\xi$  выбираем из условия быстрой сходимости интеграла в соотношении (3.1.50).

*Примеры численных расчетов.* Рассмотрим некоторые численные результаты, полученные для ряда частных структур. Интересно сравнить результаты наших расчетов с полученными в работе [27] для экранированной структуры с  $X_1 \rightarrow \infty$ ,  $X_2 = 0$  и магнитной стенкой в плоскости симметрии. Данная структура получила название ключевой структуры для щелевых интегральных схем. Она формируется двумя полубесконечными металлическими проводниками, симметрично расположенными на разных сторонах диэлектрической пластины.

На рис. 3.1.3 приведена частотная зависимость модуля коэффициента отражения  $R$ . Кривая и точки на рис. 3.1.3 получены при  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 1$ ,  $a = 5$ ,  $\beta = 0$ . Все размеры здесь и далее приведены в миллиметрах. Точки 1 соответствуют результатам работы [27], сплошная кривая рассчитана по приведенным выше формулам. Видно хорошее совпадение точек 1 и кривой 2, подтверждающее достоверность предложенного алгоритма решения граничной задачи.



*Рис. 3.1.3. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения в структуре с импедансами  $X_1 \rightarrow \infty$ ,  $X_2 = 0$  и магнитной стенкой в плоскости симметрии*

Резкие изломы кривой 2 соответствуют появлению в структуре распространяющихся типов волн высшего порядка. На низких частотах они отсутствуют и поэтому модуль коэффициента отражения равен единице.

На рис. 3.1.4 также показана частотная зависимость модуля коэффициента отражения, которая соответствует структуре с  $X_1 \rightarrow \infty$ , изотропной решетке при  $x > 0$  и магнитной стенке в плоскости симметрии.

Решетка характеризуется импедансом  $X_{v0}$ , который больше нуля для индуктивной решетки и меньше нуля для емкостной решетки. Рассматривается нормальное падение волны при  $\beta = 0$ . Кривые 1 – 4 получены для  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 1$ ,  $a = 5$ ,  $X_{v0}/W_0 = 0.5, 0.25, -0.4, -0.5$ .

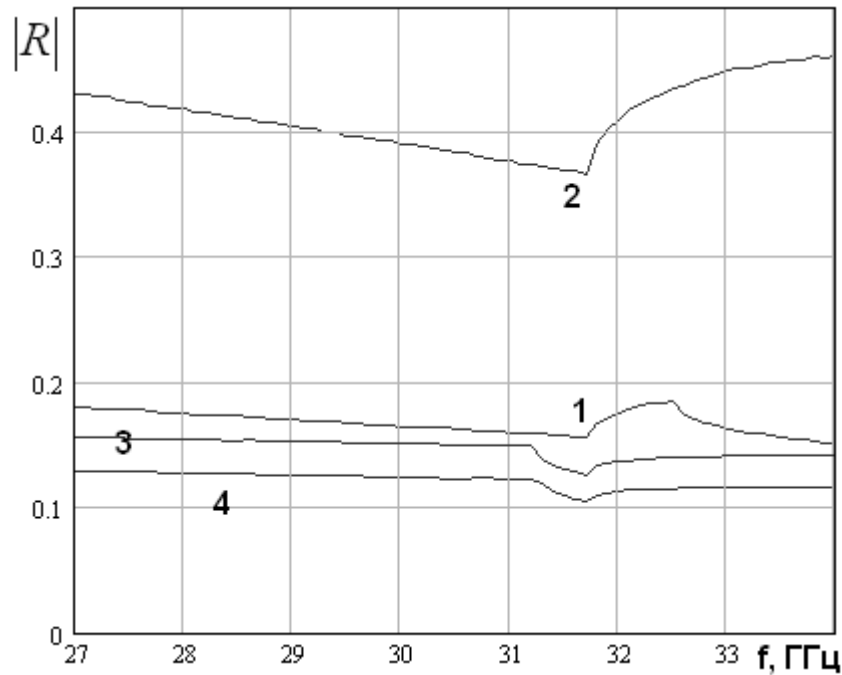


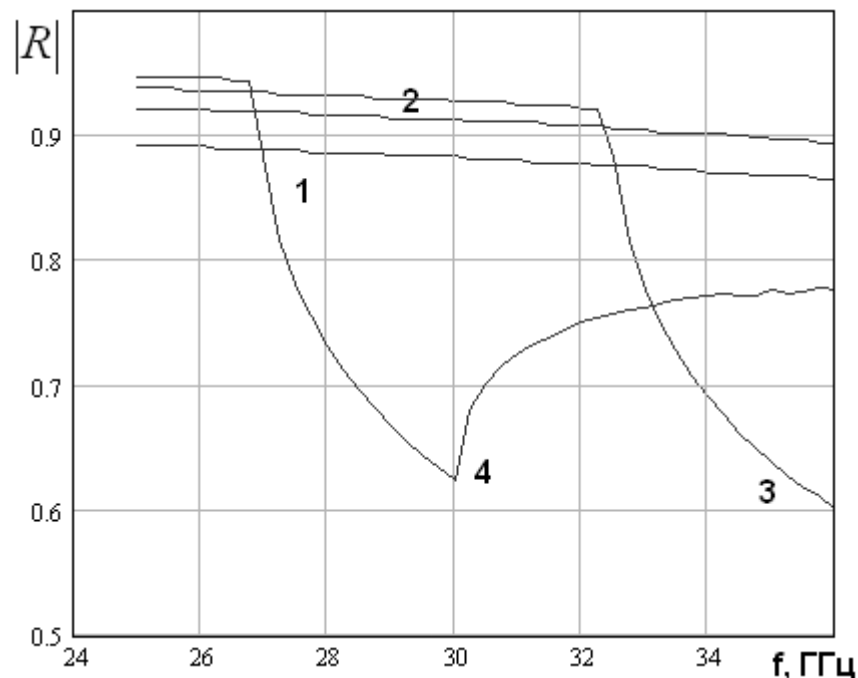
Рис. 3.1.4. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения в структуре с импедансами  $X_1 \rightarrow \infty$ ,  $X_2 \neq 0$  и магнитной стенкой в плоскости симметрии

Видно, что абсолютные значения модуля коэффициента отражения существенно меньше, чем в рассмотренном выше случае. Уменьшение коэффициента отражения связано с тем, что при  $X_{v0} = 0$  свойства волн в средах при  $x > 0$  и при  $x < 0$  очень сильно различаются. В частности, как отмечалось выше, при выбранной толщине подложки  $d$  и при размере  $a$  меньшем половины длины волны в свободном пространстве в области  $x > 0$  распространяющихся волн магнитного типа нет. По этой причине граница раздела двух сред представляет резкую нерегулярность, которая может приводить даже к полному отражению падающей  $H_1$  – волны (см. рис. 3.1.3).



Если импеданс  $X_{v0}$  отличен от нуля, то в среде при  $x > 0$  может распространяться основная волна по своим свойствам близкая к набегающей  $H_1$  – волне. В частности, они имеют близкие коэффициенты замедления. В этом случае энергия  $H_1$  – волны преимущественно преобразуется в энергию такой же волны в области  $x > 0$ , а коэффициент отражения существенно уменьшается. Резкие изломы кривых на рис. 3.1.4 аналогично кривым на рис. 3.1.3 соответствуют появлению распространяющихся волн высших порядков.

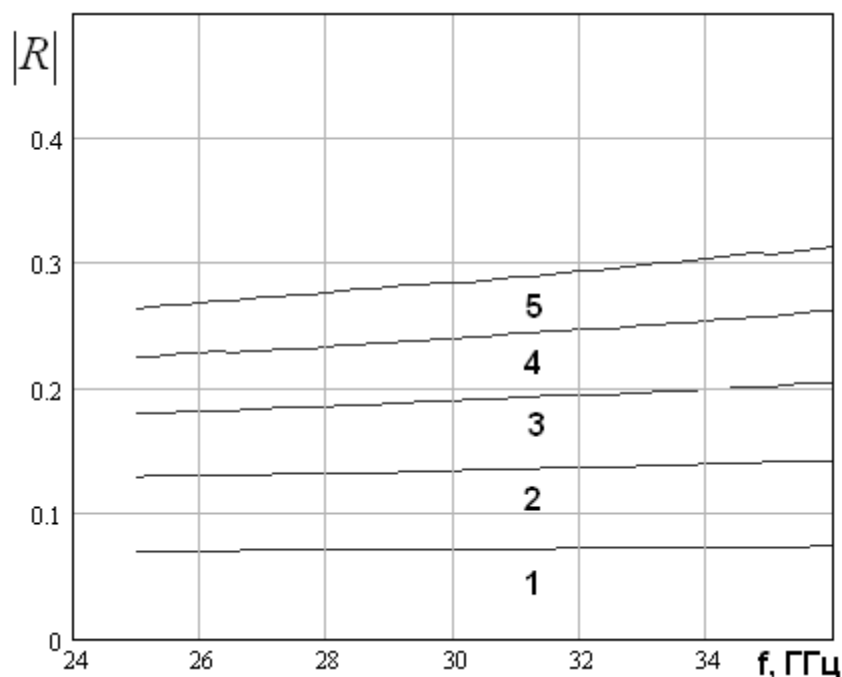
На рис. 3.1.5, 3.1.6 показаны кривые указанной зависимости, полученные для структуры с  $X_1 = 0$  и электрической стенкой в плоскости симметрии.



*Рис. 3.1.5. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения в структуре с импедансами  $X_2 \rightarrow \infty$ ,  $X_1 = 0$  и электрической стенкой в плоскости симметрии*

График на рис. 3.1.5 соответствует  $X_2 \rightarrow \infty$ , а график на рис. 3.1.6 конечным значениям импеданса  $X_2$ . Кривые 1 – 4 на рис. 3.1.5 получены для  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $a = 2,3,4,5$ ,  $\beta = 0$ . Они позволяют оценить эффективность отражения  $T$  - волны в структуре, которая названа ключевой

структурой для полосковых интегральных схем. Она рассматривалась в работе [85].



*Рис. 3.1.6. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения в структуре с импедансами  $X_2 \neq \infty$ ,  $X_1 = 0$  и электрической стенкой в плоскости симметрии*

Видно, что с увеличением частоты модуль коэффициента отражения уменьшается. Причем при достаточно толстой по отношению к длине волны подложке он существенно отличается от единицы. Наличие экрана не позволяет устранить снижение коэффициента отражения, которое уменьшается только с уменьшением толщины пластины  $d$ . В этом состоит принципиальное отличие дифракции электрических волн от дифракции магнитных волн. Это отличие обусловлено отсутствием эффективных магнитных экранов, препятствующих распространению волн электрического типа. В тоже время при использовании доступных электрических экранов мы делаем запредельными только магнитные волны. Поэтому с их помощью можно обеспечить эффективное отражение магнитных волн даже в структурах с достаточно большими электрическими размерами по оси  $Oz$ .

Кривые на рис. 3.1.6 получены для  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 0.5$ ,  $a = 2$ ,  $\beta = 0$  и индуктивной решетке при  $x > 0$  ( $X_2 > 0$ ), которая характеризуется параметром  $X_{v0}$ . Кривые 1 - 5 соответствуют  $X_{v0}/W_0 = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ . В структуре с индуктивным импедансом могут распространяться волны близкие к  $T$  – волнам. При увеличении импеданса их коэффициент замедления растет, что приводит к следующему из рис. 3.1.6 росту модуля коэффициента отражения.

Важным вопросом для ИО СВЧ является соответствие реальной трехмерной структуры в виде комбинации ПЛВ и ее модели в виде совокупности двумерных областей с разными эффективными материальными параметрами. Такая модель интегрального квазиоптического устройства обсуждалась во введении данной книги. Рассмотрим ее еще раз на примере планарной линзы, показанной на рис. В8. Она состоит из двух ПЛВ. Один из них - это диэлектрическая пластина, а второй диэлектрическая пластина с нанесенными на ее поверхности тонкими пленками. Граница, разделяющая два ПЛВ имеет сложную форму, обеспечивающую фокусирующие свойства линзы.

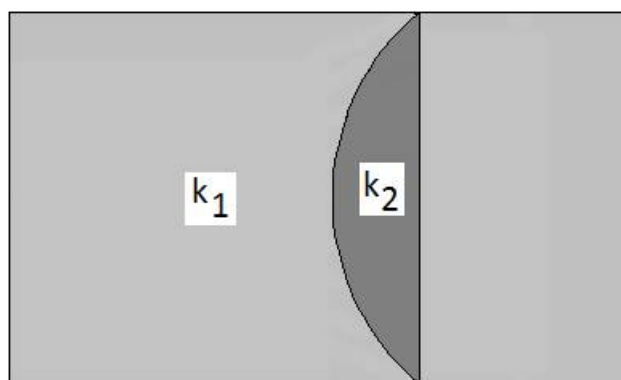


Рис. 3.1.7. Двумерная модель планарной линзы

Мы можем поставить в соответствие такой трехмерной структуре двумерную структуру, показанную на рис. 3.1.7. Она представляет собой среду с волновым числом  $k_1$ , в которой расположена область, имеющая

форму планарной линзы и волновое число  $k_2$ . Волновые числа  $k_{1,2}$  определяются коэффициентами замедления волн ПлВ  $U_{1,2}$ :

$$k_{1,2} = kU_{1,2}. \quad (3.1.51)$$

Изотропная среда описывается двумя параметрами: диэлектрической и магнитной проницаемостью. Формула (3.1.51) позволяет нам найти только лишь произведение эффективных параметров  $\varepsilon_e, \mu_e$ :

$$U^2 = \varepsilon_e \mu_e. \quad (3.1.52)$$

При этом по отдельности они остаются неопределенными. Для того, чтобы их найти можно воспользоваться решенной выше в данном разделе задачей о падении волны ПлВ на границу раздела и поставить ей в соответствие решение задачи о падении плоской волны на границу двух сред с материальными параметрами  $\varepsilon_e, \mu_e$ . Приравнивая значения коэффициентов отражения, полученных при помощи двух моделей, мы можем получить второе уравнение и найти обе неизвестные величины.

С точки зрения адекватного описания распространения волн ПлВ в пределах однородной области двумерная модель не вызывает вопросов. Действительно, распределение поля волны ПлВ в плоскости волновода описывается двумерным уравнением, в которое входит параметр  $k_e = kU$ . Такое уравнение совпадает с волновым уравнением для двумерной среды. Однако, дифракция волн на границе двух ПлВ имеет намного более сложный характер, чем их рассеяние на границе двух сред. Поэтому коэффициенты отражения и прохождения, полученные при помощи разных моделей могут иметь качественно и количественно разное поведение.

В связи с изложенным выше, представляют интерес ответы на два вопроса. Первый из них - насколько правильно описывает простая модель в виде двух сред рассеяние волн на границе ПлВ. Второй состоит в том каким образом можно ее скорректировать, чтобы добиться соответствия простой модели и строгой теории.

Изучим на первом этапе указанную проблему для  $E$  - волн. Будем исследовать открытую структуру, которая возбуждается волной, падающей по нормали к границе раздела ПЛВ. При нормальном падении модуль коэффициента отражения  $R_a$  волны в двумерной структуре, независимо от ее поляризации определяется известным образом:

$$R_a = \left| \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} \right|, \quad (3.1.53)$$

Сравним его с модулем коэффициента отражения  $R$ , полученным из строгого решения. Начнем с анализа наиболее простой ключевой структуры для полосковых схем, которая характеризуется импедансами  $X_1 = 0$ ,  $X_2 = \infty$ . Ее конструкция была описана выше.

На рис. 3.1.8 показана частотная зависимость модуля коэффициента отражения при толщине диэлектрической пластины  $d = 2$  и относительной проницаемости  $\varepsilon = 10$ . Кривые 1 и 2 соответствуют строгой и приближенной моделям. Видно, что на низких частотах две модели дают существенно отличающиеся результаты. Коэффициент отражения, полученный по строгой теории стремится по модулю к единице, а тот же коэффициент по приближенной модели стремится к величине равной  $\frac{\sqrt{\varepsilon} - 1}{\sqrt{\varepsilon} + 1}$ . При увеличении частоты кривые 1 и 2 сближаются.

Причину такого поведения кривых на рис. 3.1.8 можно понять, анализируя частотную зависимость коэффициентов замедления основных волн ПЛВ в областях 1 и 2. Эта зависимость представлена на рис. 3.1.9. Она получена для параметров, приведенных выше. Кривые 1 и 2 соответствуют волнам в областях 1 и 2. Отметим, что в области 1 основной является  $T$  - волна ПВ, а в области  $E_1$  - волна диэлектрической пластины. Коэффициент замедления  $T$  - волны не зависит от частоты и равен  $\sqrt{\varepsilon}$ , а коэффициент замедления  $E_1$  - волны увеличивается с ростом частоты.

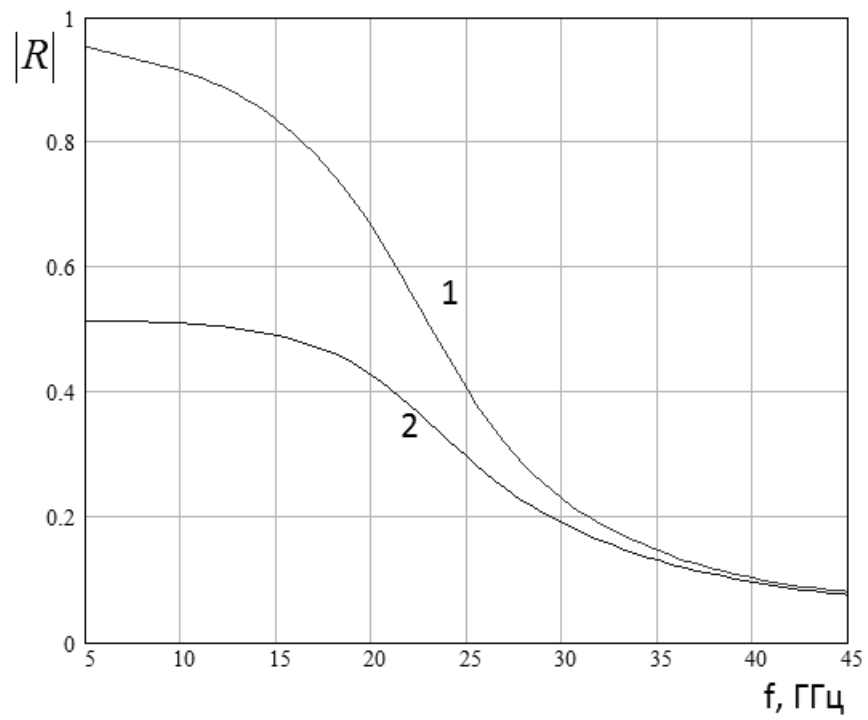


Рис. 3.1.8. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения при  $X_1 = 0, X_2 = \infty$

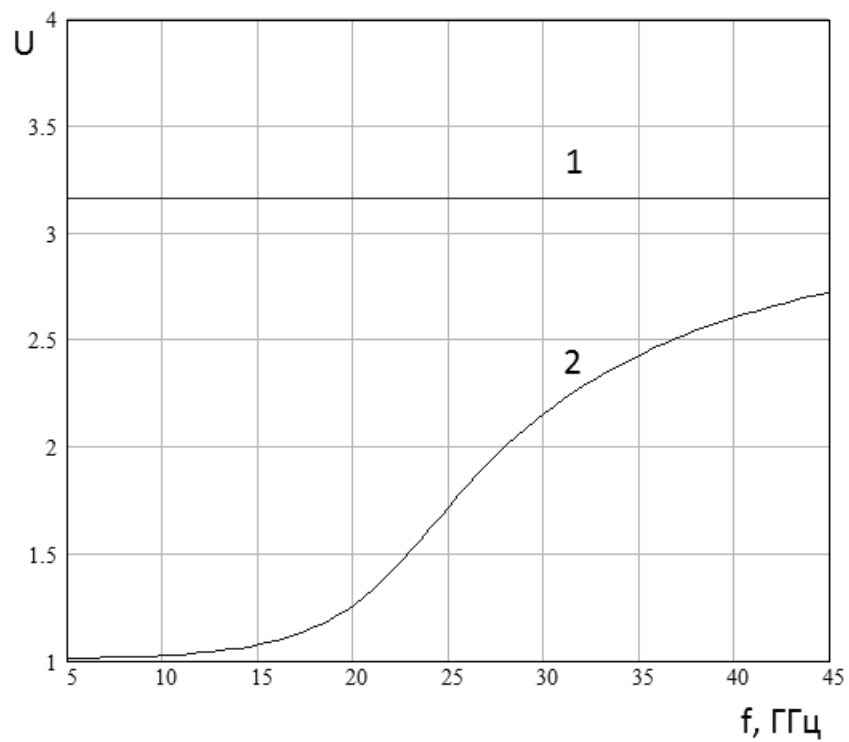


Рис. 3.1.9. Частотная зависимость коэффициента замедления

Сопоставляя кривые на рис. 3.1.8 и 3.1.9 можно сделать следующие выводы. Приближенная модель дает результаты близкие к точным только тогда когда волны в обоих ПЛВ имеют достаточно большое замедление.

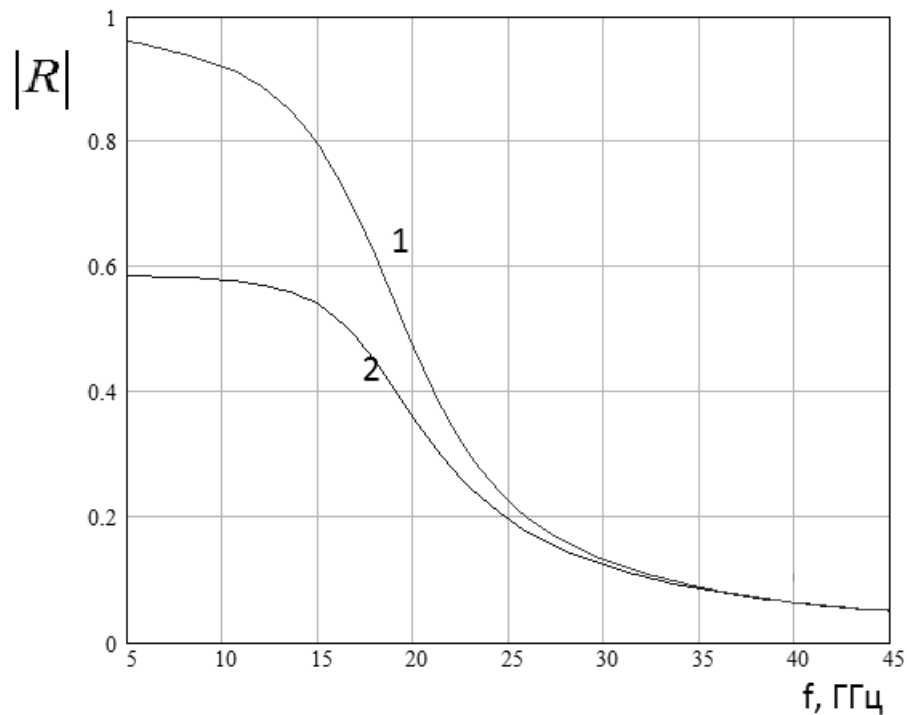


Рис. 3.1.10. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения при  $X_1 = 0, X_2 = \infty$

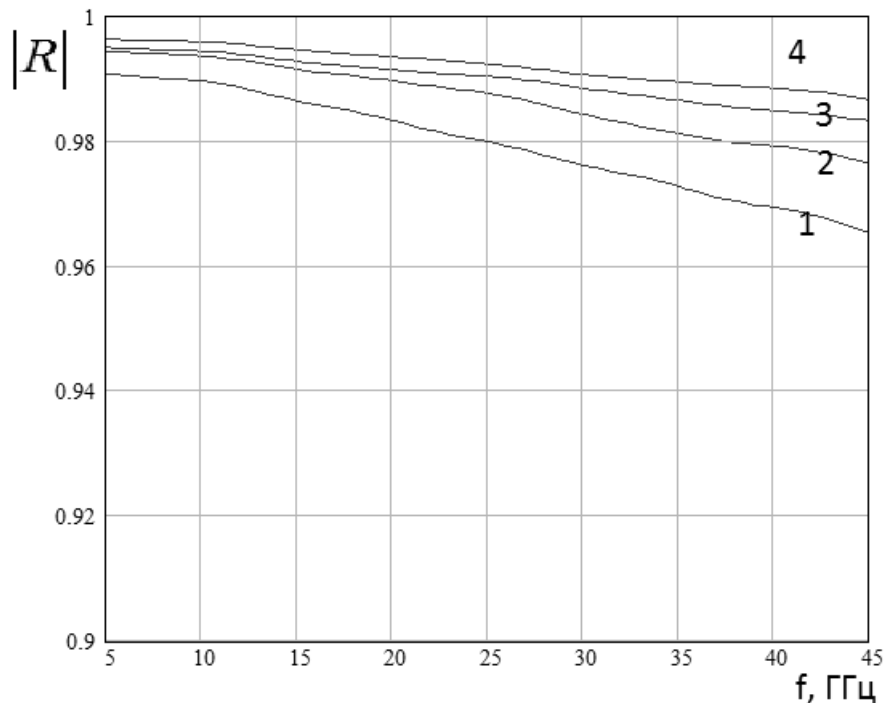
Подтверждением этого предположения служит рис. 3.1.10, на котором показана частотная зависимость коэффициента отражения для  $\varepsilon = 15$ . Видно, что кривые 1 и 2 сближаются на более низких частотах, чем на рис. 3.1.9 вследствие того, что коэффициент замедления  $E_1$  - волны начинает быстро расти на более низких частотах, чем раньше.

Сформулированный выше вывод оказывается верным для всех видов тонких пленок и волн всех поляризации. Причина такого эффекта связана с влиянием излучения в свободное пространство. Как неоднократно отмечалось в главе 2, если волна имеет коэффициент замедления близкий к единице, то она является неустойчивой. В первую очередь, она плохо возбуждается, что выражается в том, что существенная часть мощности источника тратится на

возбуждение волн излучения. В рассматриваемом случае роль источника играет волна ПлВ при  $x < 0$ .

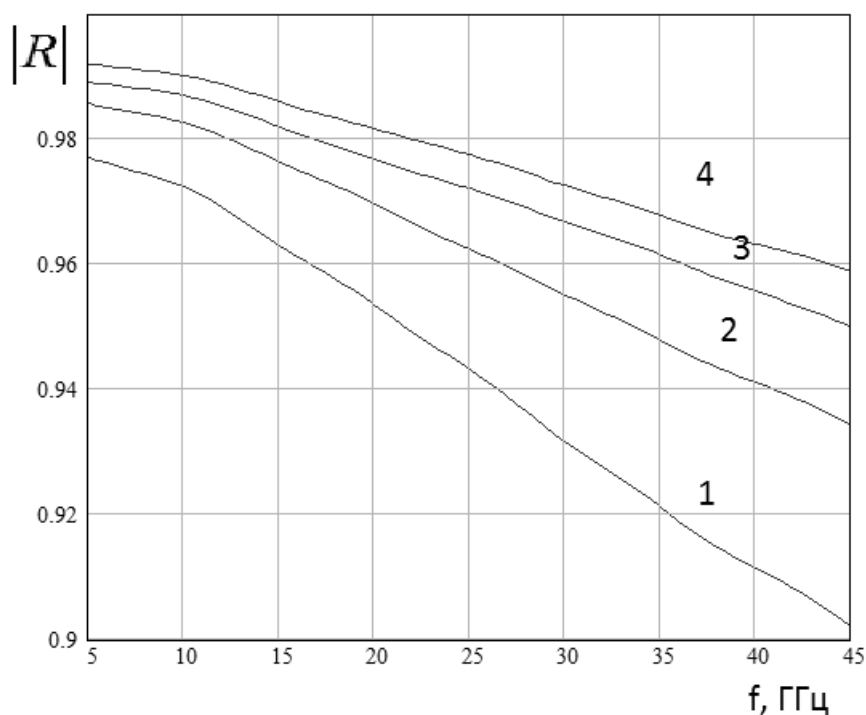
На высоких частотах, когда коэффициент замедления  $E_1$  - волны достигает достаточно больших значений, дифракционная картина сводится к взаимодействию двух волн разных ПлВ и по этой причине приближенная модель дает результаты близкие к точному решению. В соответствии с изложенной концепцией можно легко объяснить лучшее совпадение двух подходов при больших диэлектрических проницаемостях пластины.

Из представленных выше численных результатов можно также сделать еще один практически важный вывод. Обрыв полосковых металлических проводников на относительно низких частотах используется как полностью отражающая поверхность. Применительно к ИО СВЧ он мог бы выполнить функцию зеркала для  $T$  - волн. Однако, на сравнительно высоких частотах такое использование полосковой структуры требует уменьшения толщины диэлектрической подложки.



а





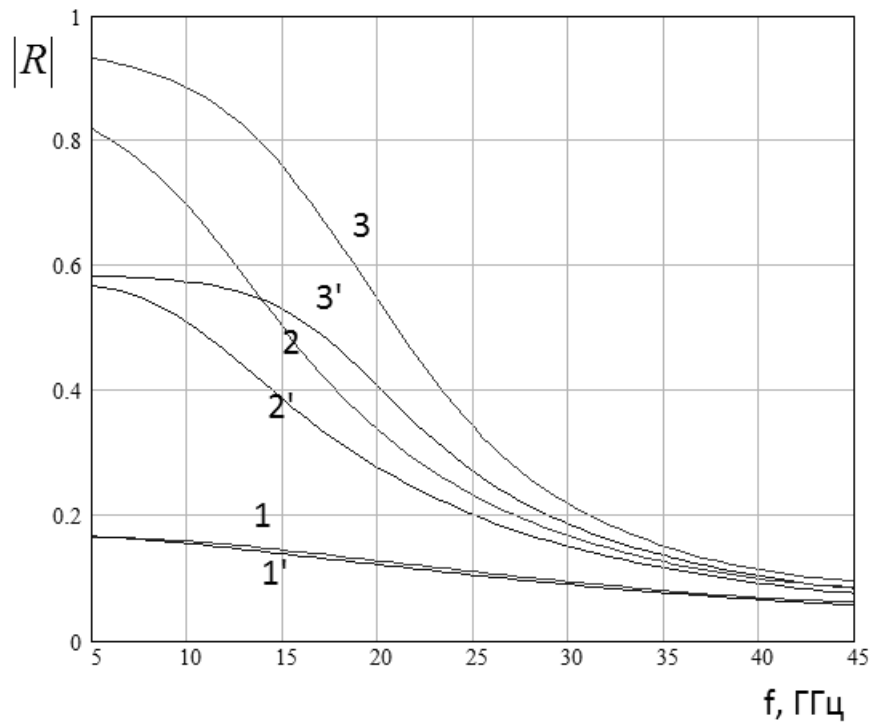
б

Рис. 3.1.11. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения при  $\varepsilon = 2, 5, 10, 15$ ,  $d = 0.1, 0.3$

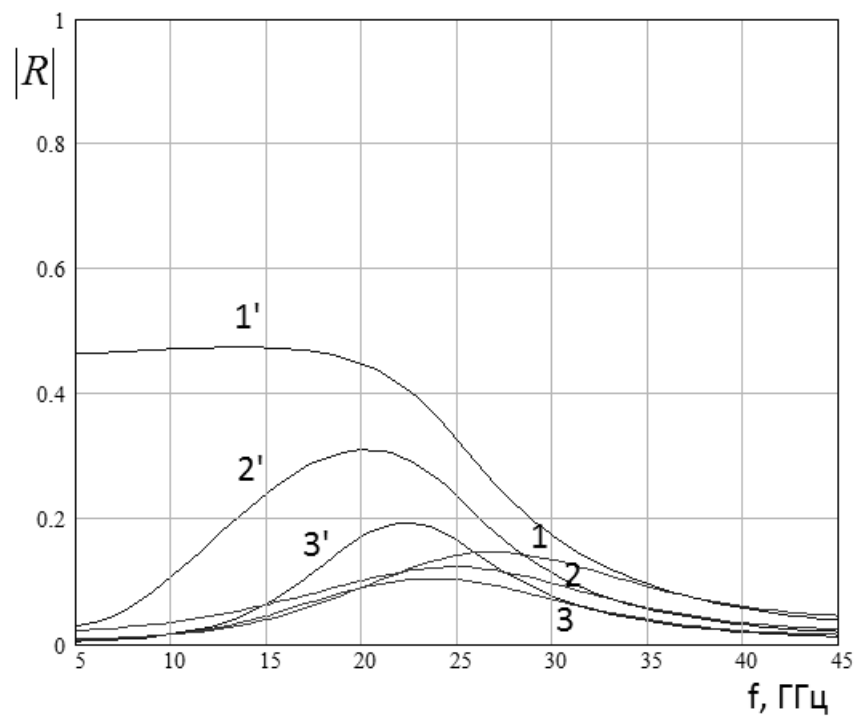
На рис. 3.1.11 а,б показана частотная зависимость модуля коэффициента отражения, полученная при помощи строгого решения. Кривые 1 - 4 получены для  $\varepsilon = 2, 5, 10, 15$ . Рис. 3.1.11 а соответствует  $d = 0.1$ , а рис. 3.1.11 б -  $d = 0.3$ . Видно, что для того, чтобы модуль коэффициента отражения не опускался ниже 0.98 на частоте 30 ГГц необходимо применение подложки тоньше 0.1. Таким образом, отношение  $d/\lambda$  должно быть меньше 0.01, что весьма сложно выполнить в ММД. По этой причине уже в верхней части сантиметрового диапазона для создания планарных зеркал вместо обрыва полосковых проводников используют ИПВ структуры, о которых мы будем говорить в разд. 3.3.

Отметим, что переход от металлических проводников к индуктивным решеткам не может внести существенных отличий в дифракционную картину для  $E$  - волн, так как их свойства весьма слабо меняются при переходе от

сплошного металла к решетке (см. разд. 2.3). Поэтому нам целесообразно рассмотреть рассеяние  $E$  - волн на полубесконечных емкостных решетках.



а



б

Рис. 3.1.12. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения при

$$X_{v0}/W_0 = -0.2, -0.5, -0.9$$

На рис. 3.1.12 а,б показана частотная зависимость модуля коэффициента отражения для структуры с емкостной решеткой. Кривые 1 - 3 получены по строгой модели, а 1' - 3' по приближенной для решетки с  $X_{v0}/W_0 = -0.2, -0.5, -0.9$ . Проницаемость пластины  $\varepsilon = 15$ , ее толщина  $d = 1.5$ . Кривые на рис. 3.1.12 а соответствуют  $X_1 = 0$ , а на рис. 3.1.12  $X_1 = \infty$ .

Кривые на рис. 3.1.12 а,б подтверждают общую закономерность указанную выше. Приближенное соотношение для коэффициента отражения совпадает с точным решением при условии достаточно большого замедления взаимодействующих волн в обоих ПлВ. С хорошей точностью это происходит при коэффициентах замедления больших 1.5 (см. кривые 1, 1' на рис. 3.1.12 а).

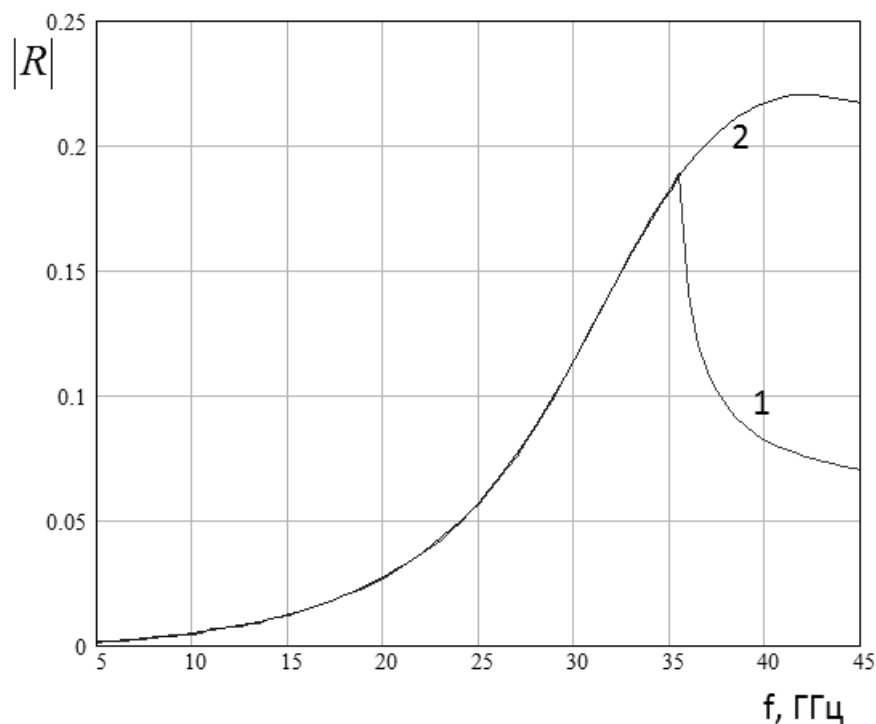
Далее приведем без вывода удобное соотношение для модуля коэффициента отражения при нормальном падении ( $\beta = 0$ ), которое следует из точного электродинамического решения для экранированной структуры:

$$|R| = \left| \prod_n \frac{U_{1,m} + U_{1,n}}{U_{1,m} - U_{1,n}} \frac{U_{1,m} - U_{2,n}}{U_{1,m} + U_{2,n}} \right|, \quad (3.1.54)$$

где  $U_{1,m}$  - коэффициент замедления падающей волны ПлВ при  $x < 0$ ,  $U_{1,n}$  - коэффициенты замедления других распространяющихся волн того же ПлВ,  $U_{2,n}$  - коэффициенты замедления распространяющихся волн ПлВ при  $x > 0$ .

Произведение (3.1.54) берется по всем распространяющимся волнам обоих ПлВ. Множитель, соответствующий  $n = m$  и стремящийся к бесконечности из произведения исключается. Из соотношения (3.1.54) следует, что в одноволновом режиме, который выполняется в обоих ПлВ модуль коэффициента отражения в точности совпадает с приближенной формулой (3.1.53).

На рис. 3.1.13 представлена частотная зависимость модуля коэффициента отражения полученная при  $X_{v0}/W_0 = -0.6$ ,  $X_1 = \infty$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 1$ ,  $a = 1$ . Кривая 1 соответствует строгому, а кривая 2 приближенному решениям.



*Рис. 3.1.13. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения для экранированной структуры*

Видно, что до частоты 36 ГГц обе кривые совпали, так как в этом диапазоне выполняется одноволновый режим. На частотах выше 36 ГГц во втором ПлВ распространяется волна высшего типа. Ее появление сопровождается резким изломом. При этом приближенное решение сильно отличается от точного.

Может возникнуть впечатление, что применение экранированных структур решает проблему соответствия двумерной модели трехмерному оригиналу, по крайней мере, в одноволновом режиме. Такое утверждение оказывается справедливым лишь относительно модулей коэффициентов отражения и прохождения, которые, действительно, точно описываются простыми формулами, полученными для границы раздела двух сред. Однако, если речь идет о фазах параметров рассеяния, то они могут сильно отличаться от значений, которые дает приближенная модель.

Причина фазовых расхождений обусловлена тем, что приближая к границе двух ПлВ экраны мы трансформируем волны излучения в реактивные

волны высших типов волн ПлВ, которые возбуждаются вблизи границы их раздела. Возбуждение таких волн всегда сопровождается изменением фаз параметров рассеяния распространяющихся волн, которые учитывают реактивную энергию, запасенную вблизи неоднородности.

Тем не менее, отсутствие излучения облегчает применение двумерной модели для описания явлений на границе двух ПлВ даже несмотря на отмеченное выше расхождение фазовых характеристик. Однако для корректного ее использования модель должна быть скорректирована. В простом виде, когда она сводится только к границе раздела двух сред, использовать модель можно в ограниченном числе случаев, например, когда волны имеют большое замедление (см. выше). Один из возможных способов коррекции двумерной модели будет рассмотрен в разд. 3.4.

Отметим, что анализ рассеяния  $H$  - волн не вносит существенных изменений по сравнению с анализом  $E$  - волн, представленным выше. Поэтому подробно останавливаться на этом вопросе не имеет смысла.

### 3.2. Дифракция электромагнитных волн на границе анизотропного ПЛВ

В данном разделе мы рассмотрим задачу о падении волны диэлектрической пластины на прямолинейную границу анизотропного ПЛВ, который образован расположенными на поверхностях пластины одинаковыми ЧПР. Для описания решеток целесообразно было бы воспользоваться граничными условиями полученными в разд. 1.2. Однако, это сильно затрудняет получение аналитического решения дифракционной задачи. Поэтому мы будем использовать более простые граничные условия, получившие название условий анизотропной проводимости [56]. Они получаются из ЭГУ, выведенных в разд. 1.2 в предельном случае, когда период решетки стремится к нулю. При этом ее проводимость вдоль металлических лент стремится к бесконечности, а поперек лент к нулю. Благодаря этому в плоскости решетки электрические токи имеют только одну компоненту, направленную вдоль лент. Наличие одной компоненты тока на решетке позволяет свести граничную задачу к одному интегральному уравнению, которой затем решается аналитически методом Винера - Хопфа. Более общий случай, соответствующий точным ЭГУ сводится к системе интегральных уравнений. К сожалению, в отличие от структуры, рассмотренной в разд. 3.1 для анизотропного ПЛВ не удастся воспользоваться аналогичным преобразованием неизвестных функций и решить систему аналитически. Поэтому нам приходится использовать более простые и менее точные граничные условия. Отметим, что возможные количественные погрешности, возникающие при этом не меняют качественную картину взаимодействия волн на границе двух ПЛВ.

Исследуемая структура показана на рис. 3.2.1. Решетка расположена в области  $x > 0$ . Толщина пластины  $d$ , а ее относительная проницаемость  $\varepsilon$ . Структура может быть экранированной или открытой, но симметричной относительно плоскости симметрии пластины. Расстояние от пластины до экрана (в экранированной структуре) обозначено как  $a$ .

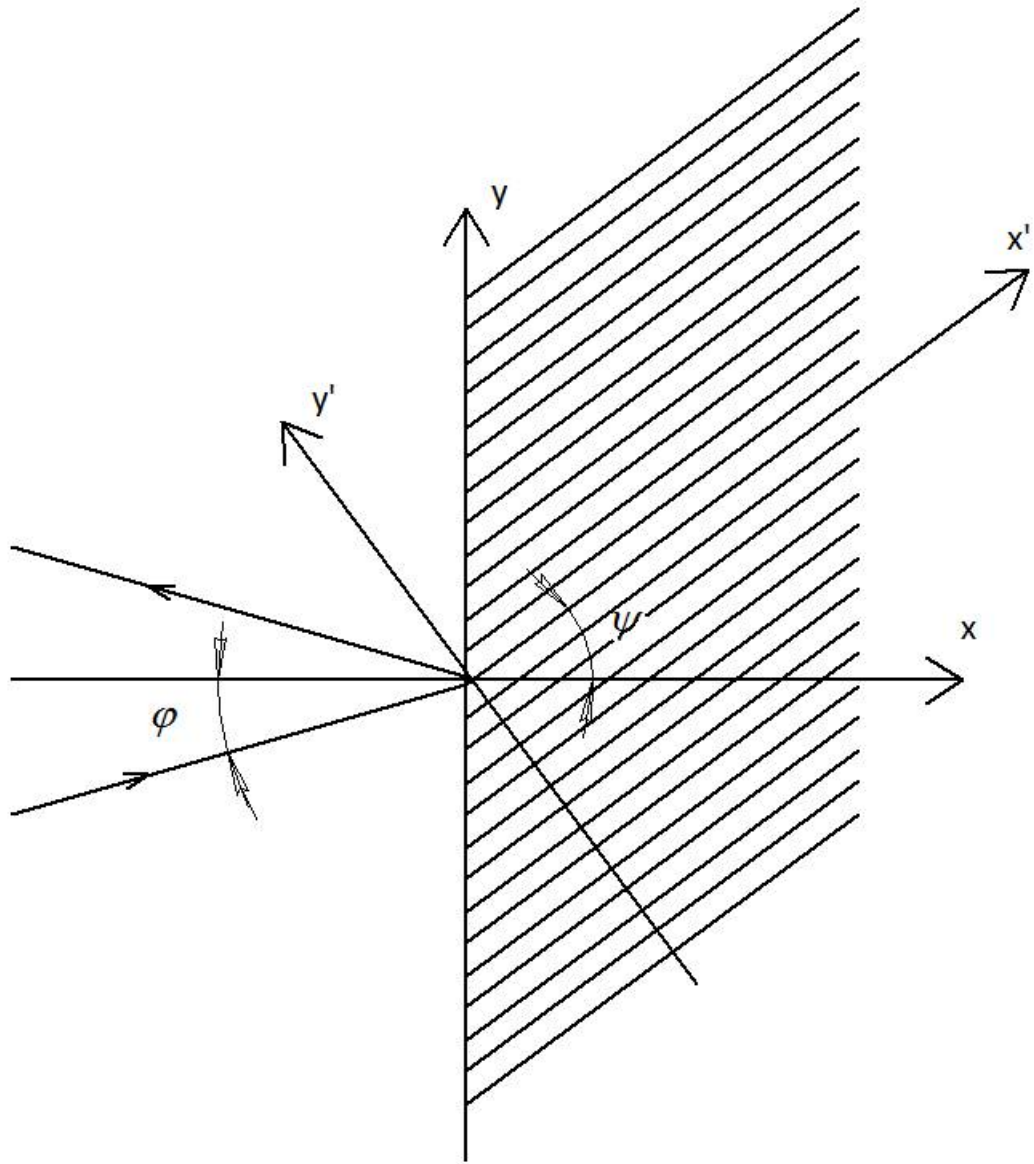


Рис. 3.2.1. Исследуемая структура

Решетка описывается упомянутыми выше условиями анизотропной проводимости:

$$E_{x'} = 0, \tag{3.2.1}$$

$$\Delta H_{x'} = 0,$$

$$\Delta E_{y'} = 0.$$

Условия (3.2.1) установлены при  $|z| = d/2$ . Символ  $\Delta$  означает разность значений соответствующей компоненты поля взятой внутри и вне пластины.

На решетки, расположенные при  $x > 0$ , падает одна из собственных волн диэлектрической пластины. Это может быть волна как электрического, так и магнитного типов. Для нас наибольший интерес представляет падение основных  $E_1$  и  $H_1$  - волн. Поэтому, если обратное не оговорено, то мы будем считать, что структура возбуждается основной волной.

Зависимость поля падающей волны от координат  $x, y$  описывается экспоненциальной функцией. Для вывода интегрального уравнения нам потребуется компонента  $E_{0x'}$ :

$$E_{0x'} = e_0 e^{-i\kappa_1 x - i\beta y}. \quad (3.2.2)$$

Выражение (3.2.2) может использоваться как при падении волн электрического типа, так и магнитного. Волновые числа падающей волны связаны с углом падения  $\varphi$ :

$$\kappa_1 = \gamma_1 \cos \varphi, \quad (3.2.3)$$

$$\beta = \gamma_1 \sin \varphi,$$

где  $\gamma_1$  - постоянная распространения волны.

Из условий (3.2.1) следует, что поле может иметь разрыв компоненты  $H_{y'}$ , что эквивалентно наличию электрического тока  $I_{x'}$ . Поэтому будем решать электродинамическую задачу по следующей схеме. Заменим решетку листком электрического тока  $I_{x'}$ . Отметим, что его зависимость от координаты  $y$ , также, как и всех других компонент поля задается падающей волной и имеет вид  $e^{-i\beta y}$ . Поэтому далее этот множитель мы будем опускать. В этом случае ток зависит только от координаты  $x$ . Далее найдем поле, которое возбуждает ток, используя функцию Грина диэлектрической пластины. Важно, что решение задачи о возбуждении пластины удовлетворяет граничным условиям на ее поверхностях и уравнениям Максвелла. Таким образом, нам остается выполнить только условия на решетке (3.2.1). Причем два последних условия выполняются автоматически. Нам остается



удовлетворить только лишь первому из граничных условий. В результате мы получаем искомое интегральное уравнение относительно функции  $I_{x'}$ .

Функция Грина описывается интегралом Фурье аналогичным по структуре выражению (3.1.5):

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}(\kappa) \vec{I}(x') e^{-i\kappa(x-x')} d\kappa dx', \quad (3.2.4)$$

$$\vec{I} = \begin{pmatrix} I_x^e \\ I_y^e \end{pmatrix}, \quad \vec{E} = \begin{pmatrix} E_{x'} \\ E_{y'} \end{pmatrix},$$

$$\hat{G}(\kappa) = \frac{1}{\kappa^2 + \beta^2} \begin{bmatrix} \kappa^2 G_e + \beta^2 G_h & \kappa\beta(G_e - G_h) \\ \kappa\beta(G_e - G_h) & \kappa^2 G_h + \beta^2 G_e \end{bmatrix},$$

$$G_e(\kappa) = \frac{\phi(\kappa)}{D_e(\kappa)},$$

$$G_h(\kappa) = \frac{\phi(\kappa)}{D_h(\kappa)},$$

$$D_e = \begin{cases} \left( \varepsilon \frac{p}{q} \operatorname{sh}pa \sin q \frac{d}{2} + \cos q \frac{d}{2} \operatorname{ch}pa \right) k^2, \\ \left( \varepsilon \frac{p}{q} \operatorname{sh}pa \cos q \frac{d}{2} - \sin q \frac{d}{2} \operatorname{ch}pa \right) k^2, \end{cases}$$

$$D_h = \begin{cases} \left( q \sin q \frac{d}{2} \operatorname{sh}pa - p \cos q \frac{d}{2} \operatorname{ch}pa \right) p, \\ \left( q \cos q \frac{d}{2} \operatorname{sh}pa + p \sin q \frac{d}{2} \operatorname{ch}pa \right) p, \end{cases}$$

$$\phi(\kappa) = ikW_0 \begin{cases} p \operatorname{sh}pa \cos q \frac{d}{2}, \\ p \operatorname{sh}pa \sin q \frac{d}{2}, \end{cases}$$

$$p = \sqrt{\kappa^2 + \beta^2 - k^2},$$

$$q = \sqrt{\varepsilon k^2 - \kappa^2 - \beta^2},$$

где  $k$  - волновое число свободного пространства,  $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость пластины,  $W_0$  - волновое сопротивление свободного пространства. Верхние строки в формулах (3.2.4) соответствуют падению на решетки основной  $H_1$  - волны пластины, а нижние  $E_1$  - волны.

Для вывода интегрального уравнения воспользуемся следующими соотношениями:

$$I_x = I_{x'} \cos \psi, \quad (3.2.5)$$

$$I_y = I_{y'} \sin \psi,$$

$$E_{x'} = E_x \cos \psi + E_y \sin \psi.$$

Далее выразим токи в системе координат  $xuz$  через токи в развернутой системе координат  $ixy$  и, наоборот, выразим поля в развернутой системе через поля в системе  $xuz$ , добавим к электрическому полю поле падающей волны и подставим полученные соотношения в первое равенство (3.2.1). В результате получаем интегральное уравнение:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} I_{x'}(x') \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{\kappa}^2 G_e + \tilde{\beta}^2 G_h}{\kappa^2 + \beta^2} e^{-i\kappa(x-x')} d\kappa dx' = -e_0 e^{-i\kappa_1 x},$$

$$x > 0,$$

$$\tilde{\kappa} = \kappa \cos \psi + \beta \sin \psi, \quad (3.2.6)$$

$$\tilde{\beta} = \beta \cos \psi - \kappa \sin \psi.$$

Нетрудно увидеть, что функцию, стоящую в интеграле по переменной  $\kappa$  можно записать следующим образом:

$$F(\kappa) = \frac{\tilde{\kappa}^2 G_e + \tilde{\beta}^2 G_h}{\kappa^2 + \beta^2} = \frac{D_{eh}(\kappa)}{(\kappa^2 + \beta^2) D_e(\kappa) D_h(\kappa)}, \quad (3.2.7)$$

$$D_{eh}(\kappa) = \varphi \left( \tilde{\kappa}^2 G_e + \tilde{\beta}^2 G_h \right).$$

Функция  $D_{eh}(\kappa)$  пропорциональна дисперсионному уравнению собственных волн пластины с ЧПР (см. разд. 2.2). Таким образом, в числителе функции  $F(\kappa)$  стоит функция, нули которой совпадают с корнями дисперсионного уравнения ПлВ при  $x > 0$ , а в знаменателе находится функция, нули которой совпадают с корнями дисперсионных уравнений  $E$  и  $H$  - волн диэлектрической пластины, то есть ПлВ при  $x < 0$ .

Может показаться, что функция  $F(\kappa)$  имеет полюса при  $\kappa = \pm i\beta$ . Однако, это не так, поскольку имеет место следующее соотношение, в выполнении которого можно убедиться непосредственной подстановкой:

$$G_e(\pm i\beta) = G_h(\pm i\beta). \quad (3.2.8)$$

Решение интегрального уравнения (3.2.6) можно получить при помощи стандартной методики, характерной для метода Винера - Хопфа [65]. Для этого необходимо доопределить интеграл в левой части уравнения при  $x < 0$ :

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} I_{x'}(x') \int_{-\infty}^{\infty} F(\kappa) e^{-i\kappa(x-x')} d\kappa dx' = H(x), \quad x < 0. \quad (3.2.9)$$

Неизвестная функция  $H(x)$  равна нулю при  $x > 0$ .

Далее применим к уравнению (3.2.6) преобразование Фурье на всем бесконечном интервале изменения переменной  $x$ :

$$F(\kappa) i_+(\kappa) = h_-(\kappa) + \frac{e_0}{i(\kappa - \kappa_1)}, \quad (3.2.10)$$

$$i_+(\kappa) = \int_0^{\infty} I_{x'}(x) e^{i\kappa x} dx,$$

$$h_-(\kappa) = \int_{-\infty}^0 H(x) e^{i\kappa x} dx,$$

$$\frac{e_0}{i(\kappa - \kappa_1)} = -e_0 \int_0^{\infty} e^{i(\kappa - \kappa_1)x} dx.$$

Индексы  $\pm$  показывают, что данная функция регулярна соответственно в верхней или в нижней полуплоскости переменной  $\kappa$ .

Используем далее факторизацию функции  $F(\kappa)$  следующего вида:

$$F(\kappa) = F_+(\kappa)F_-(\kappa). \quad (3.2.11)$$

Запишем при помощи соотношения (3.2.11) функциональное уравнение (3.2.10) в модифицированной форме:

$$F_+(\kappa)i_+(\kappa) = \frac{h_-(\kappa)}{F_-(\kappa)} + \frac{e_0}{i(\kappa - \kappa_1)F_-(\kappa)}. \quad (3.2.12)$$

Второе слагаемое в правой части (3.2.12) не является ни плюс ни минус функцией, так как полюс при  $\kappa = \kappa_1$  расположен в нижней полуплоскости. Такое поведение постоянной распространения волны ПЛВ  $\kappa_1$  может быть получено добавлением в структур малых потерь. Поскольку волна с постоянной  $\kappa_1$  распространяется в положительном направлении, то потери приводят к появлению у параметра  $\kappa_1$  небольшой отрицательной мнимой части, которая обеспечивает затухание волны в области  $x > 0$ . Поэтому функция  $\kappa - \kappa_1$  относится к плюс функциям.

Устраним из второго слагаемого в правой части (3.2.12) полюс при  $\kappa = \kappa_1$ , используя тождественные преобразования:

$$\begin{aligned} F_+(\kappa)i_+(\kappa) - \frac{e_0}{i(\kappa - \kappa_1)F_-(\kappa_1)} = \\ = \frac{h_-(\kappa)}{F_-(\kappa)} + \left( \frac{e_0}{i(\kappa - \kappa_1)F_-(\kappa)} - \frac{e_0}{i(\kappa - \kappa_1)F_-(\kappa_1)} \right). \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

Видно, что в левой части выражения (3.2.13) стоят плюс функции, а в правой минус функции. Ниже мы покажем, что они убывают на

бесконечности. Поэтому в силу теоремы Лиувилля [65] левая и правая части уравнения (3.2.13) равны нулю.

Таким образом, находим преобразование Фурье неизвестной функции  $i_+(\kappa)$ :

$$i_+(\kappa) = \frac{e_0}{i(\kappa - \kappa_1)F_-(\kappa_1)F_+(\kappa)}. \quad (3.2.14)$$

При помощи обратного преобразования Фурье получаем электрический ток:

$$I_{x'}(x) = \frac{e_0}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\kappa x}}{(\kappa - \kappa_1)F_-(\kappa_1)F_+(\kappa)} d\kappa. \quad (3.2.15)$$

Компонента поля  $E_{x'}$  находится при помощи выражения (3.2.4):

$$E_{x'} = \frac{e_0}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F_-(\kappa)}{(\kappa - \kappa_1)F_-(\kappa_1)} e^{-i\kappa x} d\kappa. \quad (3.2.16)$$

Важным этапом решения является определение поведения неизвестных функций  $i_+(\kappa)$  и  $h_-(\kappa)$  на бесконечности. Для решения этой задачи нам потребуется знание асимптотического поведения функций  $F_{\pm}(\kappa)$ . Его можно установить при помощи формул (3.2.4). Для этого необходимо учесть, что при  $|\kappa| \rightarrow \infty$  выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} p &\sim |\kappa|, \\ q &\sim i|\kappa|, \\ \tilde{\kappa}, \tilde{\beta} &\sim \kappa. \end{aligned} \quad (3.2.17)$$

При помощи соотношений (3.2.17) получаем:

$$F(\kappa) \sim |\kappa|. \quad (3.2.18)$$

Из общей теоремы о факторизации функции [65] следует, что если функция стремится на бесконечности к константе, то и соответствующие

плюс и минус функции ведут себя как постоянные. Из данного результата можно сделать вывод о поведении функций  $F_{\pm}(\kappa)$ :

$$F_{\pm}(\kappa) \sim |\kappa|^{1/2}. \quad (3.2.19)$$

Интересно, что, вообще говоря, асимптотика функции  $F(\kappa)$  зависит от угла  $\psi$ . В частности, результат (3.2.19) верен для всех  $\psi$  кроме  $\psi = 0$ . При нулевом угле наклона лент решетки функций  $F_{\pm}(\kappa)$  имеют место следующие результаты:

$$F(\kappa) \sim |\kappa|^{-1}, \quad (3.2.20)$$

$$F_{\pm}(\kappa) \sim |\kappa|^{-1/2}.$$

Смена поведения исследуемых функций обусловлена изменением поведения на бесконечности функции  $\tilde{\beta}$ , которая при  $\psi = 0$  пропорциональна  $\kappa^0$ .

При любом конечном значении угла  $\psi$  формула (3.2.19) правильно описывает асимптотики функций  $F_{\pm}(\kappa)$ . Поэтому в дальнейшем мы будем использовать ее.

Из соотношения (3.2.14) получаем:

$$i_+(\kappa) \sim |\kappa|^{-3/2}. \quad (3.2.21)$$

Аналогично из уравнения (3.2.13) следует:

$$h_-(\kappa) \sim |\kappa|^{-1/2}. \quad (3.2.22)$$

Подставляя полученные асимптотики в уравнение (3.2.22), можно убедиться, что обе его части стремятся к нулю и, следовательно, решение уравнения (3.2.14) получено корректно.

Для определения компоненты поля отраженной волны мы можем замкнуть контур интегрирования в (3.2.16) в верхней полуплоскости и найти вычет подынтегральной функции в точке  $\kappa = -\kappa_1$ :

$$E_{x'r} = -e_0 \frac{\text{Res}(F_-(-\kappa_1))}{2\kappa_1 F_-(\kappa_1)} e^{i\kappa_1 x}. \quad (3.2.23)$$

Электрический ток прошедшей в область  $x > 0$  находим из выражения (3.2.15), замыкая контур интегрирования в нижней полуплоскости и вычисляя вычет в точке  $\kappa = \kappa_2$ , где  $\kappa_2$  нуль функции  $D_{eh}(\kappa)$ , соответствующий проекции волнового числа основной волны ПлВ с решетками:

$$I_{x't}(x) = -\frac{e_0}{(\kappa_2 - \kappa_1)} \text{Res}\left(\frac{1}{F_+(\kappa_2)}\right) \frac{e^{-i\kappa_2 x}}{F_-(\kappa_1)}. \quad (3.2.24)$$

Факторизация функции  $F(\kappa)$  (3.2.11) осуществляется стандартным образом [65]. К ней применима методика описанная в разд. 3.1. Единственное отличие, связанное со спецификой решаемой задачи состоит в том, что функция  $D_{eh}(\kappa)$  не является четной функцией. Поэтому переход в интеграле к полубесконечному интервалу должен осуществляться немного другим способом, который, однако, отличается от рассмотренного в разд. 3.1 непринципиальными деталями.

Исследуем подробно рассеяние  $H_1$  - волны диэлектрической пластины на полубесконечных решетках. Соотношение (3.2.23) описывает поле компоненты  $E_{x'}$  отраженной волны. В тоже время, для определения коэффициента отражения удобнее использовать поперечную относительно оси  $0x$  компоненту  $E_x$ .

Указанные компоненты связаны следующим простым соотношением:

$$E_{x'} = \frac{E_x}{\gamma} (\beta \cos \psi - \kappa \sin \psi). \quad (3.2.25)$$

С учетом формулы (3.2.25) получаем выражение для коэффициента отражения  $H_1$  - волны  $R$ :

$$R = -\frac{\text{Res}(F_-(-\kappa_1))}{2\kappa_1 F_-(\kappa_1)} \frac{\beta \cos \psi - \kappa_1 \sin \psi}{\beta \cos \psi + \kappa_1 \sin \psi}. \quad (3.2.26)$$

Выражение для модуля коэффициента отражения в экранированной структуре можно существенно упростить, имея ввиду, что он определяется только распространяющимися волнами как в области  $x < 0$ , так и при  $x > 0$ :

$$R = \left| \frac{\beta \cos \psi - \kappa_1 \sin \psi}{\beta \cos \psi + \kappa_1 \sin \psi} \prod_{n=2}^N \frac{\kappa_{1,1} + \kappa_{1,n}}{\kappa_{1,1} - \kappa_{1,n}} \prod_{n=1}^M \frac{\kappa_{1,1} - \kappa_{2r,n}}{\kappa_{1,1} + \kappa_{2r,n}} \right|, \quad (3.2.27)$$

где  $\kappa_{1,1}$  - волновое число вдоль оси  $0x$  падающей из области 1 ( $x < 0$ ) волны,  $\kappa_{1,n}$  - аналогичные волновые числа для распространяющихся в той же области волн (полагаем, что их число равно  $N$ ),  $\kappa_{2r,n}$  - волновые числа распространяющихся в области 2 ( $x > 0$ ) волн (общее число  $M$ ). Указанное выше свойство коэффициента отражение известно в литературе, посвященной решению граничных задач для экранированных полубесконечных структур методом Винера - Хопфа [50].

Важно отметить, что в силу несимметрии функции  $D_{eh}(\kappa)$  относительно точки  $\kappa = 0$ , волновые числа у волн, распространяющихся в положительном и отрицательном направлениях могут отличаться по модулю. В этом сказывается принципиальное отличие анизотропной структуры от изотропной. Для того, чтобы отличать такие волны и их волновые числа друг от друга мы вводим дополнительные индексы  $t, r$  соответствующие волнам, бегущим в вдоль оси  $0x$  в положительном и отрицательном направлениях. Таким образом,  $\kappa_{2r,n}$  - это волновые числа волн, бегущих в отрицательном направлении. Именно эти волновые числа входят в минус функцию  $F_-(\kappa)$ .

Выделим из произведений в (3.2.27) основную волну в области 2:

$$R = \left| \frac{\beta \cos \psi - \kappa_1 \sin \psi}{\beta \cos \psi + \kappa_1 \sin \psi} \frac{\kappa_{1,1} - \kappa_{2r,1}}{\kappa_{1,1} + \kappa_{2r,1}} \prod_{n=2}^N \frac{\kappa_{1,1} + \kappa_{1,n}}{\kappa_{1,1} - \kappa_{1,n}} \prod_{n=2}^M \frac{\kappa_{1,1} - \kappa_{2r,n}}{\kappa_{1,1} + \kappa_{2r,n}} \right|. \quad (3.2.28)$$

В главе 2 было показано, что основная  $H_1$  - волна ПЛВ с ЧПР близка по своим свойствам к волне среды с принудительным преломлением. Одним из основных свойств этой волны является особая зависимость ее постоянной



распространения от направления волнового вектора. Преобразуем далее соотношение (3.2.28) в предположении, что зависимость постоянной распространения волны в ПлВ с ЧПР в точности соответствует среде с принудительным преломлением.

Для этого нам необходимо получить соотношение для волнового числа  $\kappa_{2r,1}$ . Рассмотрим векторную диаграмму, показанную на рис. 3.2.2. Для определения параметра  $\kappa_{2r,1}$  воспользуемся следующими соотношениями между волновыми векторами и волновыми числами. Первое из них состоит в том, что проекция волнового вектора волны в ПлВ с ЧПР  $\vec{\gamma}_{2r,1}$  на ось  $Oy$  равна  $\beta$ . Его же проекция на ось  $Ox$  отрицательна и равна  $\kappa_{2r,1}$ .

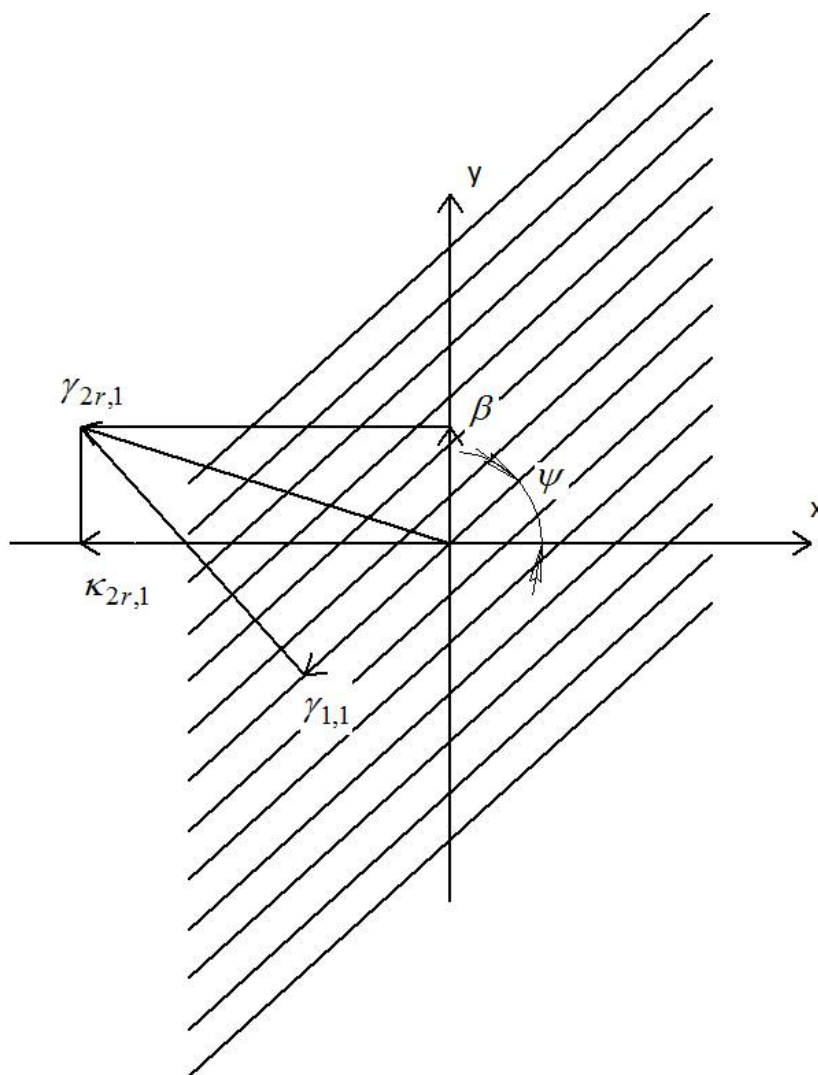


Рис. 3.2.2. Векторная диаграмма волны в ПлВ с ЧПР

Основным соотношением, определяющим особые свойства среды с принудительным преломлением является то, что проекция волнового вектора на оси лент равна по модулю постоянной распространения  $H_1$  - волны диэлектрической пластины  $\gamma_{1,1}$ . Используем указанные выше равенства, а также соотношение (3.2.3) и получаем:

$$\kappa_{2r,1} = \gamma_{1,1} \frac{1 + \sin \varphi \sin \psi}{\cos \psi}. \quad (3.2.29)$$

Подставим выражения (3.2.29) и (3.2.3) в (3.2.28):

$$R = \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\varphi - \psi}{2} \right) \operatorname{tg} \left( \frac{\varphi + \psi}{2} \right) \prod_{n=2}^N \frac{\kappa_{1,1} + \kappa_{1,n}}{\kappa_{1,1} - \kappa_{1,n}} \prod_{n=2}^M \frac{\kappa_{1,1} - \kappa_{2r,n}}{\kappa_{1,1} + \kappa_{2r,n}} \right|. \quad (3.2.30)$$

В одноволновом режиме в обоих ПлВ произведения в формуле (3.2.30) исчезают и мы получаем окончательное выражение для модуля коэффициента отражения:

$$R = \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\varphi - \psi}{2} \right) \operatorname{tg} \left( \frac{\varphi + \psi}{2} \right) \right|. \quad (3.2.31)$$

Обращает на себя внимание четная зависимость модуля коэффициента отражения от угла  $\varphi$ , которая непосредственно следует из соотношения (3.2.31). Несимметрия структуры относительно плоскости  $XOZ$  не нарушает симметрию зависимости коэффициента отражения от угла падения. На первый взгляд это нелогичный результат. Однако, он следует из общих закономерностей дифракции плоских волн на структурах с плоскими границами [86]. В частности, четность функции  $R(\varphi)$  является следствием взаимности структуры, которая никак не зависит от ее симметрии.

Мы можем рассматривать нашу структуру как некоторый СВЧ многополюсник, в котором каждая плоская волна со своим направлением распространения образует вход. Если мы имеем падающую и отраженную волны, то есть волны с разным направлением распространения, поскольку

падающая волна бежит под углом  $\varphi$ , а отраженная под углом  $-\varphi$ , то наш СВЧ многополюсник оказывается четырехполюсником с двумя входами. При таком подходе коэффициент отражения играет роль коэффициента передачи через четырехполюсник. Известно, что у взаимного четырехполюсника элементы матрицы рассеяния (коэффициенты передачи)  $S_{12}$  и  $S_{21}$  равны. В нашем случае это означает, что  $R(\varphi) = R(-\varphi)$ , то есть, что функция  $R(\varphi)$  четная.

Зависимость модуля коэффициента отражения от угла падения показана на рис. 3.2.3.

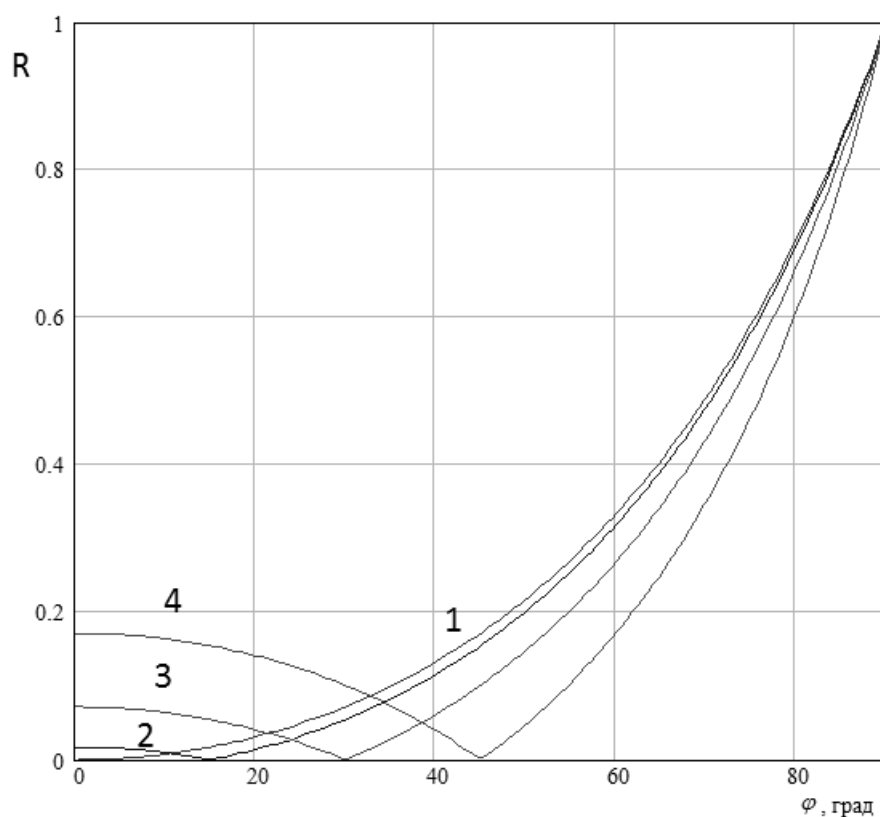


Рис. 3.2.3. Зависимость модуля коэффициента отражения от угла падения

Кривые 1 - 4 получены для  $\psi = 0, 15, 30, 45^\circ$ . Интересно, что представленные кривые не зависят от частоты. Их поведение определяется исключительно геометрией структуры. Такой результат, конечно, является следствием принятого выше приближения. Более точный подход должен

показать некоторые изменения, связанные с частотой. Однако, они будут носить характер малой поправки.

Из рис. 3.2.3 видно, что коэффициент отражения обращается в нуль при  $\varphi = \psi$ . В силу четности функции  $R(\varphi)$  он равен нулю также при  $\varphi = -\psi$ . Отсутствие отраженной волны в первом случае не вызывает удивления, так как он соответствует падению волны вдоль лент решетки. При этом электрическое поле падающей волны перпендикулярно лентам. Поэтому токи на решетке не наводятся и волна не возмущается. Об этом также свидетельствует тот факт, что постоянная распространения волны ПлВ с ЧПР в этом направлении совпадает с постоянной распространения волны пластины без решеток.

Обращение в нуль коэффициента отражения при  $\varphi = -\psi$  нельзя объяснить отсутствием токов на металлических лентах, так как в этом случае электрическое поле падающей волны имеет компоненту, ориентированную вдоль оси  $0x'$  и, следовательно, в плоскости решетки существуют вторичные токи. Однако, они не возбуждают отраженную волну, так как они оказываются перпендикулярными ее электрическому полю (см. рис. 3.2.4). Известно [87], что коэффициент возбуждения волны пропорционален скалярному произведению стороннего тока на ее электрическое поле. В силу их ортогональности отмеченной выше такое скалярное произведение равно нулю.

Описанный выше эффект аналогичен эффекту Брюстера [66], который наблюдается при дифракции плоской вертикально поляризованной волны на границе раздела двух диэлектриков. Благодаря эффекту Брюстера среда с принудительным преломлением оказывается весьма хорошо согласованной для волн магнитного типа.

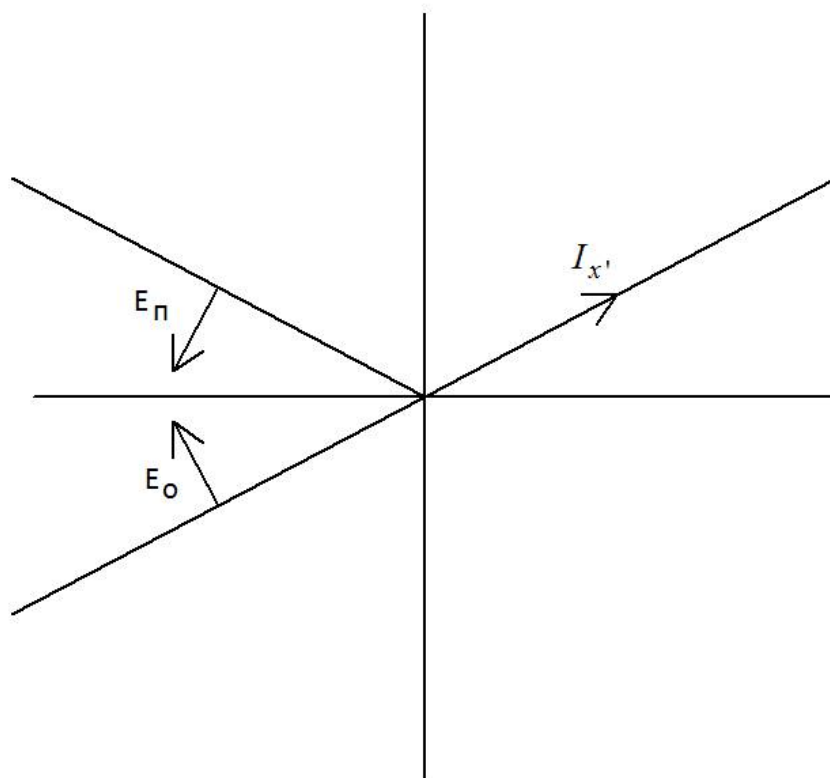


Рис. 3.2.4. Эффект Брюстера

Выше мы в основном интересовались дифракцией основной волны магнитного типа. Для волн электрического типа более актуальна задача о дифракции волн ПВ на ПлВ с ЧПР, тогда как выше рассматривалось рассеяния волн диэлектрической пластины более характерное для  $H$  - волн. Следует отметить, что анализ указанной структуры может быть проведен полностью аналогично рассмотренному выше случаю. Его отличие состоит в том, что интегральное уравнение теперь удобнее записывать не относительно электрического тока, а относительно магнитного, который также имеет одну компоненту, направленную вдоль металлических лент. Он отличен от нуля в области  $x > 0$ . Появление магнитного тока связано с отличием компоненты электрического поля  $E_{y'}$  от нуля в плоскости решетки, которое можно рассматривать как магнитный ток, текущий по поверхности идеального проводника.

Получаемое в результате применения метода Винера - Хопфа решение имеет такую же структуру, как и решение полученное выше, за исключением того, что функции  $D_e, D_h$  и  $D_{eh}$  будут иметь несколько другой вид. Интересно также, что выражение для модуля коэффициента отражения  $T$  - волны ПВ не отличается от формулы (3.2.31). Таким образом, мы можем сделать вывод, что и в этом случае имеется эффект Брюстера, улучшающий согласование границы двух ПЛВ. При этом необходимо иметь ввиду, что зависимость постоянной распространения от направления распространения у волн электрического типа отличается от аналогичной зависимости волн в среде с принудительным преломлением значительно сильнее, чем в случае волн магнитного типа. Поэтому точность соотношения (3.2.31) для  $T$  - волны ПВ ниже, чем для  $H_1$  - волны диэлектрической пластины.

Вопрос соответствия электродинамического решения двумерной модели, который обсуждался в разд. 3.1 остается актуальным и для анизотропных ПЛВ. Однако, в этом случае он усложняется тем, что сама двумерная модель при условии, что одно из полупространств заполнено средой с принудительным преломлением, до конца не определена. Если исходить из поведения коэффициента отражения в одноволновом режиме (см. рис. 3.2.3), то наиболее близка к рассматриваемой трехмерной структуре решетка из полубесконечных металлических пластин, которая возбуждается плоской волной свободного пространства. Эта задача рассмотрена, например, в работе [50].

Из представленного в указанной работе решения следует, что для периода структуры меньше половины длины волны в свободном пространстве, который соответствует одноволновому режиму в обоих полубесконечных областях, модуль коэффициента отражения описывается соотношением (3.2.31), если мы говорим о падении на решетку волны магнитного типа (электрическое поле вдоль ребер пластин равно нулю).

Таким образом, мы можем сделать вывод, что свойства ПЛВ с ЧПР и с волнами магнитного типа близки к свойствам двумерной среды с принудительным преломлением, которая образована металлическими пластинами. При достаточно малом периоде между пластинами распространяется только основная  $T$  - волна ПВ с постоянной распространения равной волновому числу свободного пространства  $k$ . Важно, что сходство свойств двух столь разных структур наблюдается не только с точки зрения распространения собственных волн, но и с точки зрения дифракции на границе двух областей.

### 3.3. Дифракция волн на границе ИПВ ПлВ

В данном разделе мы рассмотрим проблему дифракции основной  $T$  - волны ПВ на полубесконечной решетке металлических цилиндров, расположенных внутри ПВ. Как уже отмечалось выше (см. разд. 2.7) решетка цилиндров формирует ИПВ ПлВ, который нашел широкое применение в рамках ИПВ технологии ИО СВЧ в качестве квазиметаллической искусственной среды, полностью отражающей электромагнитные волны.

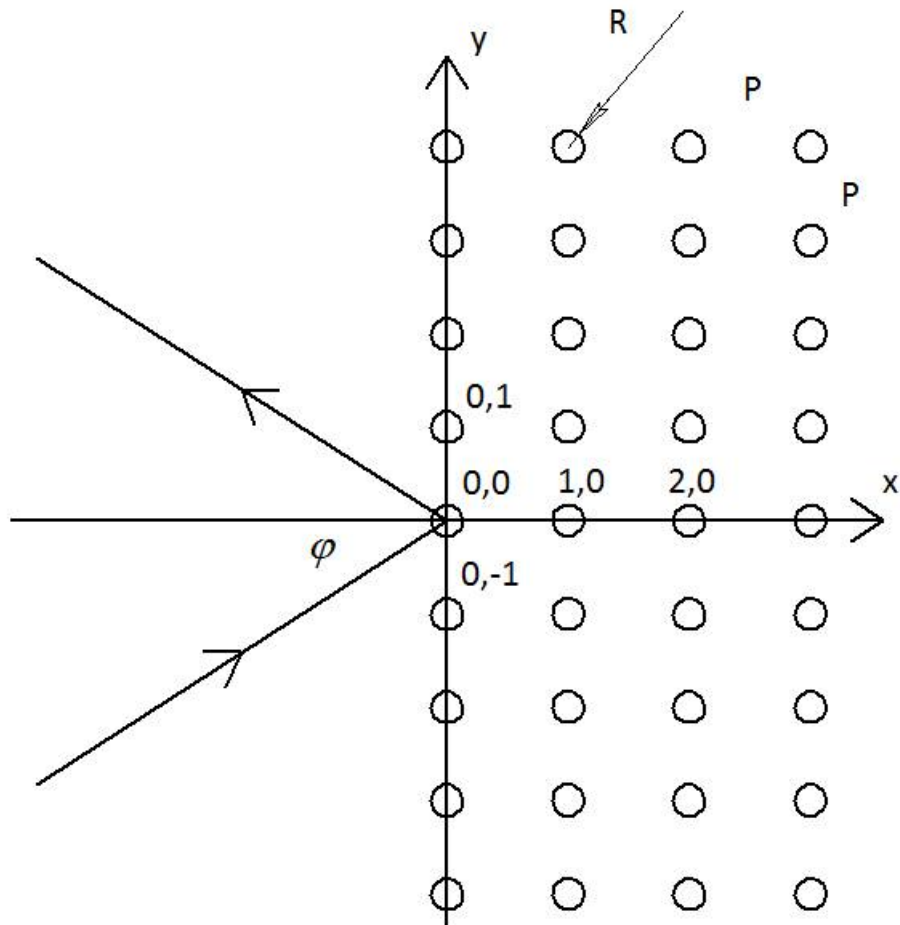


Рис. 3.3.1. Дифракция  $T$  - волны ПВ на полубесконечной решетке

Анализируемая двумерная структура показана на рис. 3.3.1. Переход от трехмерного ПВ к двумерной модели связан с особыми свойствами поля  $T$  - волны ПВ, которое не отличается от поля в двумерной среде. В силу



однородности металлических цилиндров вдоль оси  $Oz$  этим свойством обладает не только собственная волна ПВ, но и рассеянное цилиндрами поле.

Поскольку  $T$  - волна ПВ имеет одну компоненту электрического поля  $E_z$ , которая не зависит от координаты  $z$ , то в силу принципа зеркального изображения [52] металлические экраны ПВ можно удалить, а поле  $T$  - волны продолжить за пределы ПВ, ограниченного высотой  $h$  вдоль оси  $Oz$  от минус до плюс бесконечности, сохранив при этом независимость поля от координаты  $z$ . Таким образом совершается переход от конечной по оси  $Oz$  структуры к бесконечному двумерному пространству.

В силу однородности цилиндров по оси  $Oz$  рассеянное ими электрическое поле также имеет одну компоненту  $E_z$ , которая по-прежнему не меняется вдоль оси  $Oz$  и поэтому аналогично полю  $T$  - волны его можно продолжить вдоль указанной оси за пределы ПВ, удаляя из структуры металлические экраны.

Переход от ПВ к двумерной структуре может быть обоснован строго, исходя из анализа поля ПВ в виде разложения по полям его собственных волн. Данное обоснование можно найти, например, в работе [62]. Приведенные выше качественные рассуждения помогают понять физический смысл указанного перехода.

Таким образом, далее мы будем рассматривать рассеяния плоской волны, имеющей три компоненты поля  $H_x, H_y, E_z$  на решетке из металлических цилиндров радиуса  $R$ . Решетка характеризуется периодом  $P$ . При этом мы ограничимся случаем одинаковых периодов вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$ .

Поле падающей волны имеет следующий вид:

$$E_z = e_0 e^{-\gamma_0 x - i\kappa_0 y}, \quad (3.3.1)$$

где

$$\kappa_n = k \sin \varphi + \frac{2\pi n}{P}, \quad (3.3.2)$$

$$\gamma_n = \sqrt{\kappa_n^2 - k^2},$$

$$n = \dots, -1, 0, 1, \dots$$

Положение цилиндра в решетке будем описывать двумя индексами  $p, q$ . Координата центра цилиндра по оси  $Ox$  равна  $pP$ , а по оси  $Oy$   $qP$ . Считаем, что решетка полубесконечна по оси  $Ox$ , то есть  $p = 0, 1, \dots$  и бесконечна по оси  $Oy$ , то есть  $q = \dots, -1, 0, 1, \dots$ .

По аналогии с разд. 2.7 будем рассматривать тонкие металлические цилиндры. Для тонкого цилиндра рассеянное им поле  $E_{zs}$  можно записать через падающее внешнее поле  $E_{zi}$  в центре цилиндра следующим образом:

$$E_{zs} = AE_{zi}H_0^{(2)}(kr), \quad (3.3.3)$$

$$A = -\frac{1}{1 - \frac{2i}{\pi} \ln \frac{k\gamma R}{2}}, \quad (3.3.4)$$

где  $\gamma = e^C$ ,  $C$  - постоянная Эйлера,  $k$  - волновое число свободного пространства,  $r$  - расстояние от центра цилиндра до точки наблюдения,  $H_0^{(2)}(kr)$  - функция Ганкеля второго рода нулевого порядка.

Наша следующая задача состоит в выводе СЛАУ, которая описывает рассеяние волн решеткой. Дальнейшие преобразования напоминают вывод дисперсионного уравнения ИПВ ПлВ из разд. 2.7.

Запишем поле, падающее на  $n, m$ -ый цилиндр:

$$E_{zin,m} = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} {}^{(n,m)}E_{zsp,q} + e_0 e^{-\gamma_0 nP - i\kappa_0 mP}, \quad (3.3.5)$$

$$n = 0, 1, \dots,$$

$$m = \dots - 1, 0, 1, \dots$$

Суммирование в (3.3.5) ведется по всем индексам  $p, q$ , кроме  $p = n$  и  $q = m$ . Видно, что мы представили поле, падающее на выделенный цилиндр

как сумму полей рассеянных всеми цилиндрами в структуре плюс поле падающей волны. Подставим в формулу (3.3.5) соотношение (3.3.4):

$$E_{zin,m} = A \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} {}^{(n,m)} E_{zip,q} H_0^{(2)}(kr_{n,m,p,q}) + e_0 e^{-\gamma_0 nP - i\kappa_0 mP},$$

$$r_{n,m,p,q} = \sqrt{(x_n - x_p)^2 + (y_m - y_q)^2},$$

$$n = 0, 1, \dots,$$

$$m = \dots - 1, 0, 1, \dots \quad (3.3.6)$$

Для дальнейших преобразований удобно в выражении (3.3.6) перейти к суммированию по всем индексам без исключения. Для этого можно было бы добавить и вычесть из правой части (3.3.6) слагаемое

$$E_{zin,m} = AE_{zin,m} H_0^{(2)}(kr_{n,m,n,m}).$$

Однако это невозможно, так как  $r_{n,m,n,m} = 0$ , а функция Ганкеля в нуле стремится к бесконечности. Поэтому воспользуемся приемом, описанным в разд. 2.7. Сместим точку наблюдения по оси  $Ox$  на малое расстояние  $\delta$ . Тогда  $r_{n,m,n,m}$  уже не будет равен нулю и суммирование в бесконечных пределах будет возможно. При этом нам будет необходимо в конечных выражениях совершить предельный переход при  $\delta \rightarrow 0$ . В результате получаем:

$$E_{zin,m} \left( 1 + AH_0^{(2)}(k\delta) \right) = A \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} E_{zip,q} H_0^{(2)}(kr_{n,m,p,q}^{\delta}) + e_0 e^{-\gamma_0 nP - i\kappa_0 mP},$$

$$r_{n,m,p,q}^{\delta} = \sqrt{(x_n - x_p + \delta)^2 + (y_m - y_q)^2},$$

$$n = 0, 1, \dots,$$

$$m = \dots - 1, 0, 1, \dots$$

Соотношение (3.3.7) представляет собой неоднородную СЛАУ относительно неизвестных  $E_{zin,m}$ . Непосредственное ее решение затруднительно. Дальнейшие преобразования выражения (3.3.7) связаны с

использованием условия периодичности по оси  $0y$ , которые имеют следующий вид:

$$\vec{E}_{p,q} = \vec{E}_p e^{-i\kappa_0 q P}, \quad (3.3.8)$$

где под  $\vec{E}_{p,q}$  мы понимаем любую компоненту поля или тока в периоде структуры, который описывается индексами  $p, q$ .

Воспользуемся также интегральным представлением функции Ганкеля [70]:

$$H_0^{(2)}(kr_{n,m,p,q}^\delta) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i\kappa(m-q)P - \gamma|(n-p)P + \delta|)}{\gamma} d\kappa, \quad (3.3.9)$$

$$\gamma = \sqrt{\kappa^2 - k^2}.$$

Подставим соотношения (3.3.8) и (3.3.9) в СЛАУ (3.3.7) и воспользуемся известной [64] формулой суммирования Пуассона:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-inP\beta) = \frac{2\pi}{P} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\beta - \frac{2\pi n}{P}\right), \quad (3.3.10)$$

где  $\delta(x)$  - дельта функция Дирака.

Рассмотрим правую часть системы (3.3.7). При подстановке (3.3.8) и (3.3.9) в (3.3.7) возникает следующая сумма, которая вычисляется по формуле (3.3.10):

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{-i(\kappa - \kappa_0)qP} = \frac{2\pi}{P} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \delta(\kappa - \kappa_q). \quad (3.3.11)$$

Благодаря соотношению (3.3.11) интеграл по  $\kappa$  сводится к ряду по  $q$ . В результате получаем для СЛАУ следующее выражение:

$$E_{zin} \left(1 + AH_0^{(2)}(k\delta)\right) - \frac{2iA}{P} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} E_{zip} \frac{e^{-\gamma_q|(n-p)P + \delta|}}{\gamma_q} = \quad (3.3.12)$$

$$= e_0 e^{-\gamma_0 n P}.$$

$$n = 0, 1, \dots,$$

$$m = \dots - 1, 0, 1, \dots$$

Введем следующее обозначение:

$$G_{n-p} = \left(1 + AH_0^{(2)}(k\delta)\right) \delta_{n,p} - \frac{2iA}{P} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_q |(n-p)P+\delta|}}{\gamma_q}, \quad (3.3.13)$$

где  $\delta_{n,p}$  - символ Кронекера. С учетом обозначения (3.3.13) СЛАУ (3.3.12) приобретает компактный вид:

$$\sum_{p=0}^{\infty} G_{n-p} E_{zip} = e_0 e^{-\gamma_0 n P}, \quad (3.3.14)$$

$$n = 0, 1, \dots$$

Полученная нами СЛАУ может быть решена методом Винера - Хопфа. Для этого воспользуемся дискретным преобразованием Фурье. Прежде чем применить его определим ряд, стоящий в левой части (3.3.14) при отрицательных  $n$ :

$$\sum_{p=0}^{\infty} G_{n-p} E_{zip} = H_n, \quad (3.3.15)$$

где  $H_n$  - неизвестная последовательность чисел, которые равны нулю при  $n \geq 0$ .

Теперь мы можем применить к СЛАУ (3.3.14) дискретное преобразование Фурье, так как ряд определен для всех значений  $n$ . В результате получаем:

$$G(\alpha) e_+(\alpha) = h_-(\alpha) + e_0 \frac{1}{1 - e^{P(i\alpha - \gamma_0)}}, \quad (3.3.16)$$

$$e_+(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} E_{zin} e^{i\alpha n P},$$

$$h_-(\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{-1} H_n e^{i\alpha n P},$$

$$G(\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n e^{i\alpha n P}.$$

Функция  $G(\alpha)$  вычисляется при помощи соотношения (3.3.13):

$$G(\alpha) = 1 + AH_0^{(2)}(k\delta) - \frac{2iA}{P_y} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma_q} \left( \frac{\text{sh}\gamma_q P}{\text{ch}\gamma_q P - \cos\alpha P} - 1 \right) + \frac{e^{\gamma_q \delta}}{\gamma_q}. \quad (3.3.17)$$

Нетрудно убедиться в том, что функция  $G(\alpha)$  совпадает с функцией  $\Phi(\alpha, \zeta)$  введенной в разд. 2.7. Поэтому вычислением предела при  $\delta \rightarrow 0$  мы можем не заниматься. Воспользуемся уже готовым результатом из разд. 2.7:

$$G(\alpha) = 1 + A\Psi - \frac{2iA}{P} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma_q} \left( \frac{\text{sh}(\gamma_q P)}{\text{ch}(\gamma_q P) - \cos(\alpha P)} - 1 \right), \quad (3.3.18)$$

$$\Psi = 1 - \frac{2i}{\pi} \ln\left(\frac{k}{v}\right) - \frac{2i}{P} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\gamma_q} - \frac{1}{\mu_q} \right).$$

Параметры  $v, \mu_q$  определены в разд. 2.7.

Функция  $G(\alpha)$  является мероморфной функцией переменной  $\alpha$ , то есть она имеет особенности только в виде нулей и полюсов. Ее полюса  $\alpha_p$  находятся из следующего уравнения:

$$\text{ch}(\gamma_q P) - \cos(\alpha P) = 0,$$

которое имеет решение:

$$\alpha_{p,q} = \pm \sqrt{k^2 - \kappa_q^2} + \frac{2\pi m}{P}, \quad (3.3.19)$$

$$m = \dots -1, 0, 1, \dots$$

Следует отметить, что анализируемая функция является периодической функцией с периодом  $2\pi/P$ . По этой причине ее полюса периодически повторяются вдоль действительной оси переменной  $\alpha$ . Если нас интересует только период функции отвечающий неравенству:

$$|\operatorname{Re} \alpha| < \pi / P, \quad (3.3.20)$$

то в формуле (3.3.19) можно положить  $m = 0$ .

Нетрудно увидеть, что полюса (3.3.19) являются волновыми числами гармоник Флоке вдоль оси  $0x$ . Знак плюс соответствует гармоникам распространяющимся в положительном, а минус в отрицательном направлениях вдоль оси  $0x$ .

Нули функции  $G(\alpha) - \alpha_z$  дают нам волновые числа собственных волн ИПВ ПлВ, распространяющихся как в положительном, так и в отрицательном направлениях. Они также как и полюса расположены на комплексной плоскости симметрично относительно начала координат. Данный вывод относительно нулей функции  $G(\alpha)$  следует из того, что она совпадает с левой частью дисперсионного уравнения собственных волн ИПВ ПлВ, полученного в разд. 2.7.

Важной особенностью дискретного преобразования Фурье является периодичность Фурье образов с периодом  $2\pi / P$ . Отметим, что эта периодичность наблюдается только вдоль действительной оси на комплексной плоскости переменной  $\alpha$ . Данное замечание относится ко всем функциям, входящим в уравнение (3.3.16). Периодичность Фурье образов является следствием пространственной периодичности рассматриваемой структуры.

Указанное выше свойство позволяет нам рассматривать функции, входящие в уравнение (3.3.16) лишь в полосе (3.3.20). В этом случае мы можем решить его стандартным для метода Винера - Хопфа образом, предполагая, что факторизация функции  $G(\alpha)$  следующего вида известна:

$$G(\alpha) = G_+(\alpha)G_-(\alpha). \quad (3.3.21)$$

Отметим также, что Фурье образ поля падающей волны является плюс функцией, так как постоянная  $\gamma_0$  имеет положительную действительную

часть. Такой вывод можно сделать предполагая наличие в структуре малых тепловых потерь.

С учетом сделанных выше замечаний получаем:

$$\begin{aligned}
 G_+(\alpha)e_+(\alpha) - e_0 \frac{1}{1 - e^{P(i\alpha - \gamma_0)}} \frac{1}{G_-(-i\gamma_0)} = \\
 = \frac{h_-(\alpha)}{G_-(\alpha)} + e_0 \frac{1}{1 - e^{P(i\alpha - \gamma_0)}} \left( \frac{1}{G_-(\alpha)} - \frac{1}{G_-(-i\gamma_0)} \right).
 \end{aligned}
 \tag{3.3.22}$$

В левой части уравнения (3.3.22) стоят плюс функции, а в правой минус функции. Предполагая, что выполняются стандартные требования к функциональному уравнению (см. разд. 3.1 и 3.2), запишем его решение для функции  $e_+(\alpha)$ :

$$e_+(\alpha) = e_0 \frac{1}{1 - e^{P(i\alpha - \gamma_0)}} \frac{1}{G_-(-i\gamma_0)G_+(\alpha)}.
 \tag{3.3.23}$$

Напомним, что функция  $e_+(\alpha)$  является дискретным преобразованием Фурье от падающего на металлические цилиндры поля. Вторичное, то есть рассеянное ими поле определяется соотношением (3.3.3). Найдем падающие на цилиндры поля  $E_{zin}$ , выполняя обратное преобразование Фурье:

$$E_{zin} = \frac{P}{2\pi} \int_{-\pi/P}^{\pi/P} e_+(\alpha) e^{-i\alpha nP} d\alpha.
 \tag{3.3.24}$$

Воспользуемся интегральным представлением функции Ганкеля (3.3.9), подставим соотношение (3.3.24) в условие (3.3.3) и осуществим суммирование по всем цилиндрам. В результате мы получаем следующее выражение для вторичного электрического поля в структуре:

$$\begin{aligned}
 E_z = \frac{AiP}{2\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi/P}^{\pi/P} e_+(\alpha) e^{-i\alpha nP} d\alpha e^{-ik_0 mP} \\
 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-ik(y - mP) - \gamma|x - nP|)}{\gamma} dk.
 \end{aligned}
 \tag{3.3.25}$$



Выполним суммирование по  $m$  при помощи теоремы Пуассона (3.3.11):

$$E_z = \frac{Ai}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\pi/P}^{\pi/P} e_+(\alpha) e^{-i\alpha nP} d\alpha \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i\kappa_m y - \gamma_m |x - nP|)}{\gamma_m}. \quad (3.3.26)$$

При  $x < 0$  модуль в формуле (3.3.26) раскрывается и сумма по  $n$  вычисляется аналитически:

$$E_z = \frac{Ai}{\pi} \int_{-\pi/P}^{\pi/P} e_+(\alpha) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\kappa_m y + \gamma_m x}}{\gamma_m (1 - e^{-(i\alpha + \gamma_m)P})} d\alpha. \quad (3.3.27)$$

Из соотношения (3.3.27) видно, что ряд по  $m$  является разложением поля по пространственным гармоникам Флоке в области  $x < 0$ . Отраженная волна соответствует нулевой пространственной гармонике. Поэтому для определения ее поля нам достаточно учесть один член ряда из (3.3.27).

Интеграл по переменной  $\alpha$  вычисляем по теореме Коши. Для этого замкнем контур интегрирования, как показано на рис. 3.3.2. Замыкаем контур интегрирования в верхней полуплоскости, чтобы обеспечить экспоненциальное убывание подынтегральной функции при  $\text{Im } \alpha \rightarrow \infty$ . Интегралы по вертикальным прямым в сумме равны нулю в силу периодичности подынтегральной функции. Также нулевой вклад дает интеграл по горизонтальному участку контура интегрирования в силу отмеченного выше экспоненциального убывания подынтегральной функции. Таким образом, мы можем сделать вывод, что исходный интеграл по действительной оси равен интегралу по контуру, который, в свою очередь равен вычету в полюсе при  $\alpha = i\gamma_0$ .

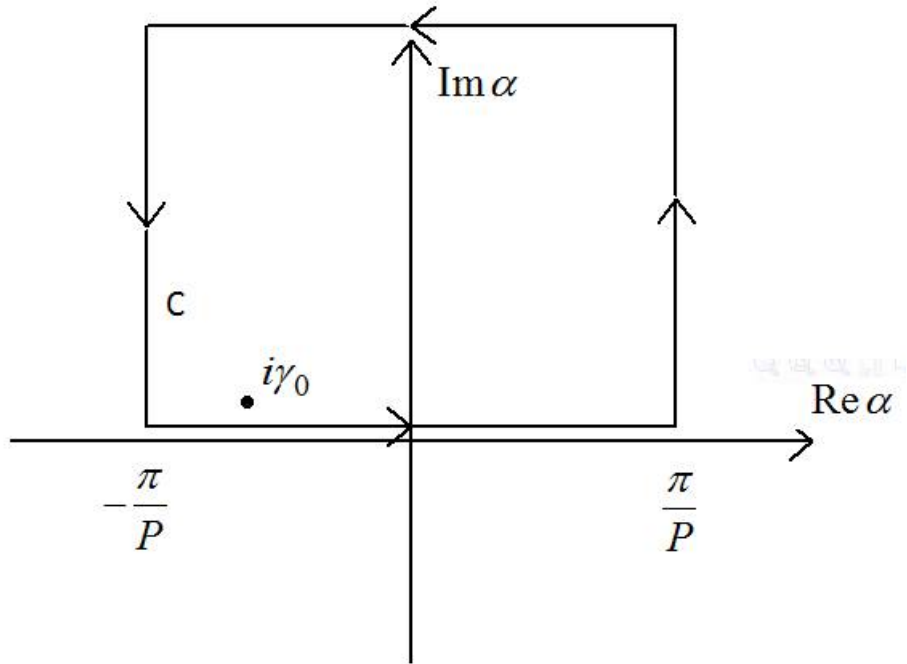


Рис. 3.3.2. Контур интегрирования

Функция  $e_+(\alpha)$  полюсов в верхней полуплоскости не имеет. Поэтому единственной особенностью оказывается полюс функции  $\frac{1}{1 - e^{-(i\alpha + \gamma_0)P}}$ .

Таким образом по теореме Коши получаем выражение для электрического поля  $E_{zr}$  отраженной волны:

$$E_{zr} = 2iAe_+(i\gamma_0) \frac{e^{-i\kappa_0 y + \gamma_0 x}}{\gamma_0 P}. \quad (3.3.28)$$

Беря отношение полей падающей и отраженной волн, получаем формулу для коэффициента отражения  $R$ :

$$R = \frac{2iAe_+(i\gamma_0)}{\gamma_0 P}. \quad (3.3.29)$$

Для вывода удобного выражения для коэффициента отражения мы можем воспользоваться следующим полезным соотношением, которое непосредственно следует из формулы (3.3.18):

$$\text{Res}G(i\gamma_0) = -\frac{2A}{P^2} \frac{1}{\gamma_0}. \quad (3.3.30)$$

При помощи соотношения (3.3.30), а также очевидного равенства:

$$\operatorname{Res}G(i\gamma_0) = G_+(i\gamma_0)\operatorname{Res}G_-(i\gamma_0) \quad (3.3.31)$$

Получаем новое выражение для коэффициента отражения:

$$R = -\frac{iP \operatorname{Res}G_-(i\gamma_0)}{(1 - e^{-2\gamma_0 P})G_-(-i\gamma_0)}. \quad (3.3.32)$$

Рассмотрим далее проблему факторизации функции  $G(\alpha)$ . Она имеет некоторые особенности по сравнению со случаями рассмотренными в разд. 3.1 и 3.2. Мы уже ссылались на общую теорему о факторизации функции [65]. Однако, непосредственно применить ее к функции периодической вдоль действительной оси не удастся. Устранить эту проблему можно воспользовавшись подходом описанным в работе [88].

Факторизация (3.3.21) может быть получена при помощи упомянутой общей теоремы о факторизации, которая дает следующий результат:

$$z_{\pm}(\alpha) = e^{\pm \frac{1}{2\pi i} \int_{id_{\pm} - \infty}^{id_{\pm} + \infty} \frac{\ln z(\kappa)}{\kappa - \alpha} d\kappa}, \quad (3.3.33)$$

где  $d_{\pm}$  любые числа, удовлетворяющие неравенству:

$$\tau_- < d_+ < \operatorname{Im} \alpha < d_- < \tau_+, \quad (3.3.35)$$

$z(\alpha)$  - факторизуемая функция.

Числа  $\tau_{\pm}$  имеют следующий смысл. Мы предполагаем наличие в структуре конечных потерь. Их появление приводит к смещению возможных особенностей функции  $z(\alpha)$  с действительной оси на плоскость комплексного переменного. В отсутствие потерь обсуждаемые особенности лежат на действительной оси. В результате смещения у функции  $z(\alpha)$  возникает полоса регулярности, определяемая указанными числами:

$$\tau_- < \operatorname{Im} \alpha < \tau_+, \quad (3.3.36)$$

$$\tau_- < 0,$$

$$\tau_+ > 0.$$

Соотношение (3.3.33) можно преобразовать к более удобному виду, используя периодичность функции  $z(\alpha)$ . Для этого бесконечный интервал интегрирования нужно разбить на бесконечную сумму конечных интервалов:

$$z_{\pm}(\alpha) = e^{\pm \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{id_{\pm} - \frac{\pi - 2\pi n}{P}}^{id_{\pm} + \frac{\pi + 2\pi n}{P}} \frac{\ln z(\kappa)}{\kappa - \alpha} d\kappa}. \quad (3.3.37)$$

Введем замену переменных:

$$\kappa = \xi + \frac{2\pi n}{P}.$$

Тогда соотношение (3.3.37) приобретает следующий вид:

$$z_{\pm}(\alpha) = e^{\pm \frac{1}{2\pi i} \int_{id_{\pm} - \frac{\pi}{P}}^{id_{\pm} + \frac{\pi}{P}} \ln z(\xi) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\xi + \frac{2\pi n}{P} - \alpha} d\xi}. \quad (3.3.38)$$

Ряд в формуле (3.3.38) суммируется аналитически [69]:

$$z_{\pm}(\alpha) = e^{\pm \frac{P}{4\pi i} \int_{id_{\pm} - \frac{\pi}{P}}^{id_{\pm} + \frac{\pi}{P}} \ln z(\xi) \operatorname{ctg} \left( \frac{\xi - \alpha}{2} P \right) d\xi}. \quad (3.3.39)$$

Соотношение (3.3.39) полностью решает задачу факторизации периодической функции. Его можно использовать для численной факторизации по аналогии с подходом, описанным в разд. 3.1. Отличие состоит только в том, что интегрирование в бесконечных пределах заменяется интегрированием по конечному интервалу.

При факторизации функции  $G(\alpha)$  мы также можем использовать свойство ее мероморфности. Известно, что мероморфная функция может быть представлена в виде бесконечного произведения по ее нулям и полюсам [89]:

$$G(\alpha) = G(0) \prod_{n=-\infty}^{\infty} \prod_{m=0}^{\infty} \frac{1 - \frac{\alpha}{\frac{2\pi n}{P} + \xi_m}}{1 - \frac{\alpha}{\frac{2\pi n}{P} + q_m}} \frac{1 - \frac{\alpha}{\frac{2\pi n}{P} - \xi_m}}{1 - \frac{\alpha}{\frac{2\pi n}{P} - q_m}}, \quad (3.3.40)$$

где  $\xi_m$  - нули функции, а  $q_m$  - ее полюса, которые связаны с постоянными  $\gamma_m$  соотношением:

$$q_m = -i\gamma_m. \quad (3.3.41)$$

Отметим, что произведение по индексу  $n$  связано с периодичностью функции  $G(\alpha)$ .

Произведения по  $n$  записываются в компактном виде:

$$\prod_{n=-\infty}^{\infty} 1 - \frac{\alpha}{\frac{2\pi n}{P} - \xi_m} = \frac{1 - e^{iP(\alpha - \xi_m)}}{1 - e^{-iP\xi_m}}, \quad (3.3.42)$$

$$\prod_{n=-\infty}^{\infty} 1 - \frac{\alpha}{\frac{2\pi n}{P} + \xi_m} = \frac{1 - e^{-iP(\alpha + \xi_m)}}{1 - e^{-iP\xi_m}}.$$

Подставим формулы (3.3.42) в (3.3.40):

$$G(\alpha) = G(0) \prod_{m=0}^{\infty} \frac{(1 - e^{-iPq_m})^2 (1 - e^{iP(\alpha - \xi_m)}) (1 - e^{-iP(\alpha + \xi_m)})}{(1 - e^{-iP\xi_m})^2 (1 - e^{iP(\alpha - q_m)}) (1 - e^{-iP(\alpha + q_m)})}. \quad (3.3.43)$$

Можно убедиться, что первое соотношение из (3.3.42) определяет плюс функцию ограниченную в верхней полуплоскости, а второе минус функцию также ограниченную, но в нижней полуплоскости переменной  $\alpha$ . На основании этого вывода мы можем найти искомые плюс и минус функции:

$$G_+(\alpha) = \sqrt{G(0)} \prod_{m=0}^{\infty} \frac{(1 - e^{-iPq_m}) (1 - e^{iP(\alpha - \xi_m)})}{(1 - e^{-iP\xi_m}) (1 - e^{iP(\alpha - q_m)})}, \quad (3.3.44)$$

$$G_-(\alpha) = \sqrt{G(0)} \prod_{m=0}^{\infty} \frac{(1 - e^{-iPq_m}) (1 - e^{-iP(\alpha + \xi_m)})}{(1 - e^{-iP\xi_m}) (1 - e^{-iP(\alpha + q_m)})}.$$

Получим выражения для функций, входящих в формулу (3.3.32):

$$\begin{aligned} \text{Res}G_-(i\gamma_0) &= \\ &= \frac{\sqrt{G(0)} \left(1 - e^{iP(q_0 - \xi_0)}\right) \left(1 - e^{-iPq_0}\right)}{iP \left(1 - e^{-iP\xi_0}\right)} \prod_{m=1}^{\infty} \frac{\left(1 - e^{-iPq_m}\right) \left(1 - e^{iP(q_0 - \xi_m)}\right)}{\left(1 - e^{-iP\xi_m}\right) \left(1 - e^{iP(q_0 - q_m)}\right)}, \end{aligned} \quad (3.3.45)$$

$$\begin{aligned} G_-(-i\gamma_0) &= \\ &= \frac{\sqrt{G(0)} \left(1 - e^{-iP(q_0 + \xi_0)}\right) \left(1 - e^{-iPq_0}\right)}{1 - e^{-2iPq_0} \left(1 - e^{-iP\xi_0}\right)} \prod_{m=1}^{\infty} \frac{\left(1 - e^{-iPq_m}\right) \left(1 - e^{-iP(q_0 + \xi_m)}\right)}{\left(1 - e^{-iP\xi_m}\right) \left(1 - e^{-iP(q_0 + q_m)}\right)}. \end{aligned}$$

Теперь не составляет труда получить выражение для коэффициента отражения:

$$R = - \frac{\left(1 - e^{-iP(q_0 + \xi_0)}\right)}{\left(1 - e^{iP(q_0 - \xi_0)}\right)} \prod_{m=1}^{\infty} \frac{\left(1 - e^{iP(q_0 - \xi_m)}\right) \left(1 - e^{-iP(q_0 + q_m)}\right)}{\left(1 - e^{-iP(q_0 + \xi_m)}\right) \left(1 - e^{iP(q_0 - q_m)}\right)}. \quad (3.3.46)$$

При выводе соотношения (3.3.46) было принято во внимание, что  $-i\gamma_0 = q_0$ .

Параметр  $q_0 = \sqrt{k^2 - \kappa_0^2}$  является действительным числом при любом угле падения волны на решетку металлических цилиндров. В тоже время, параметр  $\xi_0$ , который является проекцией волнового вектора волны ИПВ ПлВ на ось  $Ox$  может быть как мнимым, так и действительным. Мнимым при любых углах падения он остается в том случае, когда в ИПВ ПлВ отсутствуют распространяющиеся волны. Если, например, в этом ПлВ существует одна основная распространяющаяся волна, то при некоторых относительно малых углах падения соответствующий ей параметр  $\xi_0$  будет действительным. При увеличении угла падения он будет уменьшаться и после наступления полного внутреннего отражения примет мнимое значение.

Обратим внимание на то, что для мнимых  $\xi_m = -i\xi'_m$  выполняется равенство:

$$\left| \frac{\left(1 - e^{iP(q_0 - \xi_m)}\right)}{\left(1 - e^{-iP(q_0 + \xi_m)}\right)} \right| = 1. \quad (3.3.47)$$

Аналогичный результат имеет место для сомножителей с мнимыми  $q_m$ . Поскольку типовой ситуацией для анализируемой структуры является отсутствие распространяющихся гармоник Флоке кроме нулевой при  $x < 0$  и полное отсутствие распространяющихся волн при  $x > 0$ , то мы можем сделать вывод, что в этом режиме модуль коэффициента отражения равен единице и он полностью характеризуется своей фазой.

При наличии в области  $x > 0$  основной распространяющейся волны модуль коэффициента отражения определяется первым сомножителем:

$$|R| = \left| \frac{\left(1 - e^{-iP(q_0 + \xi_0)}\right)}{\left(1 - e^{iP(q_0 - \xi_0)}\right)} \right|. \quad (3.3.48)$$

Также интересно отметить, что при малых периодах решетки экспоненты можно разложить в ряды Тейлора и ограничиться линейными по  $P$  слагаемыми. В этом случае все формулы, полученные в данном разделе приобретают вид характерный для непрерывных полубесконечных структур (см. разд. 3.1, 3.2), то есть свойства решетки цилиндров как периодической структуры становятся несущественными.

На практике для создания эффективных отражателей на основе ИПВ ПлВ используют структуры конечной длины, состоящие из  $N$  слоев. Такая возможность определяется быстрым затуханием основной волны ИПВ ПлВ, когда периодическая структура находится в полосе запираания. Более того, часто используют отражающую стенку в виде одного слоя из металлических цилиндров. При этом правда приходится уменьшать период решетки.

В силу большой практической значимости отражателя в виде одного слоя цилиндров для технологии ИПВ далее мы рассмотрим задачу о падении

на него плоской волны и получим выражения для элементов матрицы рассеяния: коэффициентов отражения  $R$  и прохождения  $T$ .

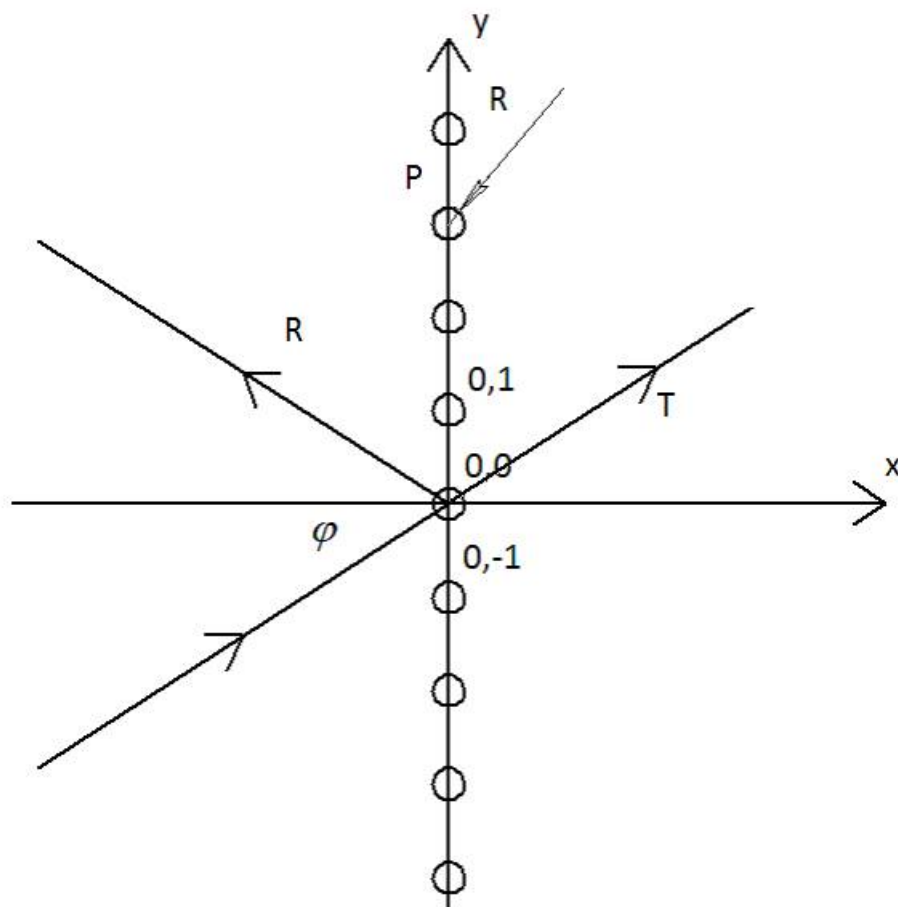


Рис. 3.3.3. Дифракции на слое из металлических цилиндров

Решение поставленной выше задачи на первом этапе мало отличается от представленного выше. Найдем падающее на произвольный цилиндр поле, воспользовавшись соотношением аналогичным (3.3.5). При этом будем проводить суммирование только по индексу  $q$ . Суммирование по индексу  $p$  отсутствует, так как мы имеем дело с одним рядом цилиндров. Далее вводится небольшое смещение  $\delta$  и учитывается периодичность структуры и поля вдоль оси  $Oy$  (3.3.8).

Периодичность позволяет свести по теореме Пуассона сумму по индексу  $q$  к сумме по полям пространственных гармоник Флоке. Результатом



всех описанных выше преобразований является алгебраическое уравнение относительно падающего на цилиндр с номером  $q = 0$  поле  $E_{zi}$

$$E_{zi} \left( 1 + AH_0^{(2)}(k\delta) \right) - \frac{2iA}{P} E_{zi} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_q |\delta|}}{\gamma_q} = e_0. \quad (3.3.49)$$

Находим его решение:

$$E_{zi} = \frac{e_0}{\left( 1 + AH_0^{(2)}(k\delta) \right) - \frac{2iA}{P} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_q |\delta|}}{\gamma_q}}. \quad (3.3.50)$$

Нам необходимо совершить предельный переход в формуле (3.3.50) при  $\delta \rightarrow 0$ . Применяя методику описанную в разд. 2.7, получаем:

$$E_{zi} = \frac{e_0}{1 + A \left( 1 - \frac{2i}{\pi} \ln \left( \frac{k}{\nu} \right) - \frac{2i}{P} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\gamma_q} - \frac{1}{\mu_q} \right) \right)}. \quad (3.3.51)$$

$$A = - \frac{1}{1 - \frac{2i}{\pi} \ln \frac{k\gamma R}{2}}.$$

Вторичное поле рассеянное цилиндрами записывается следующим образом:

$$E_{zs} = \frac{AiE_{zi}}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-ik_0 m P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-ik(y - mP) - \gamma |x|)}{\gamma} d\kappa. \quad (3.3.52)$$

Из теоремы Пуассона следует:

$$E_{zs} = \frac{2AiE_{zi}}{P} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-ik_q y - \gamma_q |x|)}{\gamma_q}. \quad (3.3.53)$$

Подставим в формулу (3.3.53) выражение (3.3.51):

$$E_{zs} = e_0 \frac{\frac{2i}{P} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-ik_q y - \gamma_q |x|)}{\gamma_q}}{\frac{1}{A} + \left( 1 - \frac{2i}{\pi} \ln\left(\frac{k}{v}\right) - \frac{2i}{P} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\gamma_q} - \frac{1}{\mu_q} \right) \right)}. \quad (3.3.54)$$

Выделим в (3.3.54) поле отраженной и прошедшей волн, которое соответствует нулевой гармонике Флоке:

$$E_{zr} = e_0 \frac{\frac{2i}{P\gamma_0} e^{\gamma_0 x}}{\frac{1}{A} + \left( 1 - \frac{2i}{\pi} \ln\left(\frac{k}{v}\right) - \frac{2i}{P} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\gamma_q} - \frac{1}{\mu_q} \right) \right)}, \quad (3.3.55)$$

$$E_{zt} = e_0 \frac{\frac{2i}{P\gamma_0} e^{-\gamma_0 x}}{\frac{1}{A} + \left( 1 - \frac{2i}{\pi} \ln\left(\frac{k}{v}\right) - \frac{2i}{P} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\gamma_q} - \frac{1}{\mu_q} \right) \right)}.$$

Далее нам не составляет труда найти коэффициенты отражения и прохождения:

$$R = -\frac{1}{1+Z}, \quad (3.3.56)$$

$$T = \frac{Z}{1+Z},$$

$$Z = -iPq_0 \left( \frac{1}{\pi} \ln \frac{v\gamma R}{2} + \frac{1}{P\mu_0} - \frac{1}{P} \sum_{q=-\infty}^{\infty} {}^{(0)} \left( \frac{1}{\gamma_q} - \frac{1}{\mu_q} \right) \right).$$

Параметр  $Z$  в формулах (3.3.56) имеет смысл нормированного сопротивления решетки цилиндров. Символ  $(0)$  означает, что суммирование ведется по всем индексам, кроме нулевого. Нетрудно убедиться, что параметры рассеяния удовлетворяют известному соотношению:

$$1 + R = T, \quad (3.3.57)$$

которое соответствует четырехполюснику в виде параллельно включенного в ЛП сопротивлению. Также нетрудно увидеть, что импеданс  $Z$  имеет чисто мнимый характер, типичный для структур без тепловых потерь:

$$Z = iX. \quad (3.3.58)$$

Данный вывод справедлив для решеток с достаточно малым периодом, у которых отсутствуют распространяющиеся гармоники Флоке высших типов. Напомним, что параметр  $\nu$  выбирается произвольно из неравенства, которое приведено в разд. 2.7:

$$K_0(\nu P) \ll 1, \quad (3.3.59)$$

где  $K_0(x)$  - функция Макдональда.

На рис. 3.3.4 показана зависимость модуля коэффициента отражения от параметра  $kP$  пропорционального частоте. Кривые 1 - 3 получены для  $P = 5, R = 0.25, 0.5, 0.75$ .

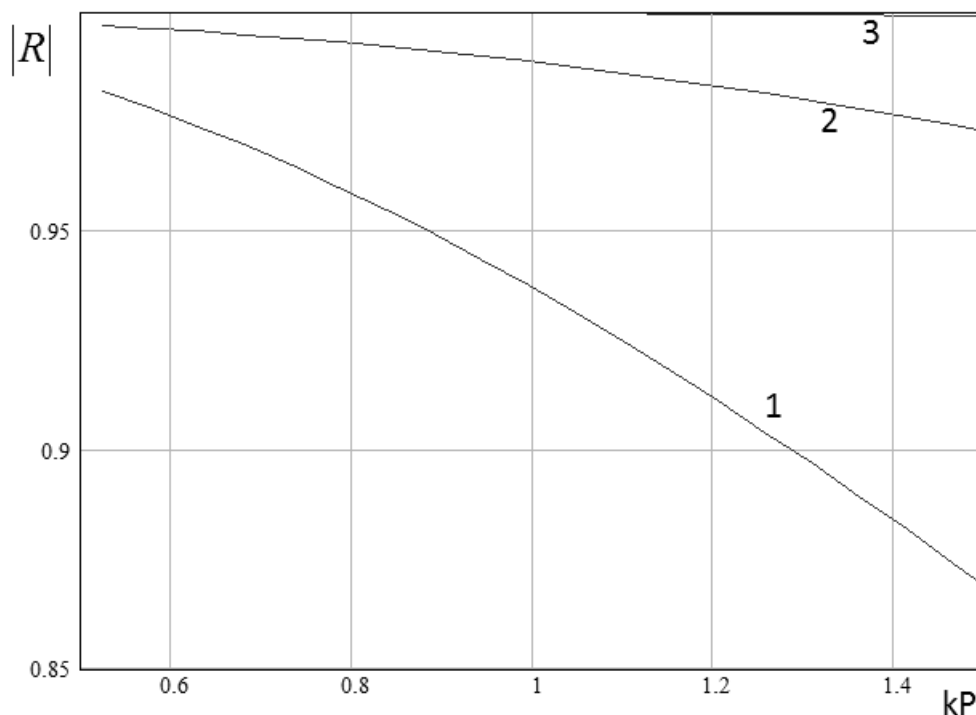


Рис. 3.3.4. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения

Видно, что достижение коэффициента отражения близкого по модулю к единице требует выполнения условия  $P \ll \lambda$  и достаточно большого радиуса цилиндров. Следует отметить, что отличие данного параметра от единицы

приводит к при создании ИПВ волноводов к вытеканию основной волны, то есть появлению у ее постоянной распространения мнимой части, обусловленной потерями на излучение. Поэтому требования к уровню коэффициента отражения весьма велики. Если речь идет о создании отражателя, то они не столь жесткие, так как потери вызванные однократным отражением не столь велики как накапливающиеся при распространении потери.

### 3.4. Двумерная модель границы ПлВ

В разд. 3.1 - 3.3 мы обсуждали возможность использования модели ПлВ в виде двумерной среды. Если исключить анизотропные ПлВ, для которых обоснование модели в виде двумерной среды представляет определенную сложность, то описание изотропных ПлВ при помощи такой модели представляется вполне оправданным. Однако, использовать ее уже для стыка двух ПлВ можно только при выполнении ряда дополнительных условий, которые обсуждались в разд. 3.1. При этом мы можем обеспечить близость только модулей параметров рассеяния границы ПлВ и границы раздела двух сред. Гарантировать близость фазовых характеристик в двумерной модели и трехмерной исходной структуре мы не в состоянии.

Причина такого положения заключается в разном характере дифракционных явлений в разных структурах. В двумерной модели имеет место возбуждение только отраженной и прошедшей волн, которые наряду с падающей волной формируют полное поле. Дифракционная картина в трехмерной структуре намного сложнее, так как в месте с указанными волнами также возбуждается бесконечный набор волн высших типов, если речь идет об экранированной структуре или набор волн непрерывного спектра в открытых ПлВ. В любом случае мы видим, что полное поле не сводится исключительно к трем волнам одного типа. Оно имеет существенно более сложный характер. Поэтому правильно описать все особенности дифракции в ПлВ при помощи простой модели в виде границы раздела двух сред невозможно.

Тем не менее, наличие простой модели, позволяющей качественно и на приемлемом уровне количественно описывать сложные дифракционные явления выглядит очень привлекательно. Перед нами стоит задача коррекции двумерной модели таким образом, чтобы, сохраняя по возможности ее простоту, ввести в нее новые элементы, позволяющие устранить недостатки отмеченные выше.

Отметим, что рассматриваемая ниже модель может быть использована для экранированных структур, функционирующих в одноволновом режиме. В принципе возможно расширение предлагаемой модели и на открытые и на многоволновые структуры. Однако, как показывает практика, в этих случаях уже двумерная модель становится слишком сложной так, что теряется смысл ее использования.

Итак, пусть мы имеем два одноволновых ПлВ с прямолинейной границей. Будем ставить им в соответствие двумерную структуру изображенную на рис. 3.4.1.

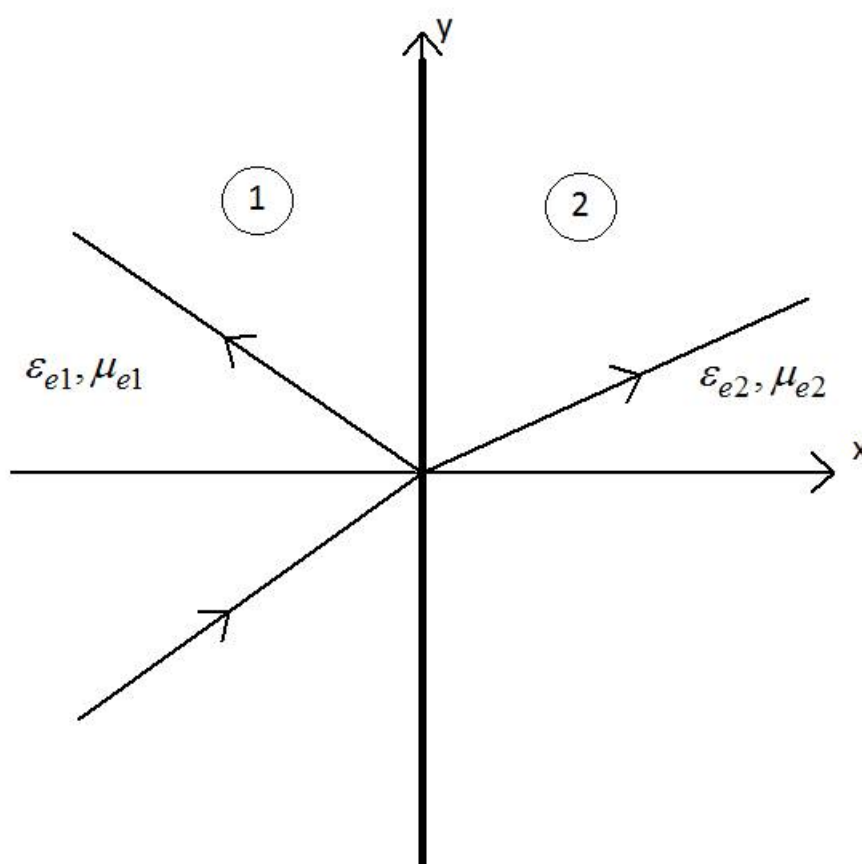


Рис. 3.4.1. Двумерная модель

Она представляет собой два полупространства с эффективными материальными параметрами  $\varepsilon_e, \mu_e$ . При этом одно из соотношений для их выбора заключается в равенстве коэффициентов замедления волн в двумерных средах и основных распространяющихся волн ПлВ:

$$\varepsilon_e \mu_e = U^2, \quad (3.4.1)$$

где  $U$  - коэффициент замедления волны ПлВ.

Новым элементом, отличающим рассматриваемую модель от обсуждавшейся в разд. 3.1 является бесконечно тонкая пленка, расположенная при  $x = 0$ . На этой пленке возможны разрывы тангенциальных компонент электромагнитного поля, которые эквивалентны электрическим и магнитным токам, текущим по пленке.

Будем исходить из того, что матрица рассеяния границы двух ПлВ известна. Предположим также, что волны при  $x > 0$  и  $x < 0$  относятся к волнам одно и того же типа, то есть к электрическим или магнитным волнам. В принципе это необязательное условие. Однако, во-первых, оно отвечает типовой ситуации, встречающейся на практике, а во-вторых, оно несколько упрощает математические преобразования и удобно для демонстрации предлагаемого метода. Для определенности считаем, что речь идет о волнах электрического типа, которые имеют в двумерной структуре компоненты  $H_x, H_y, E_z$ .

Матрица рассеяния  $S$  связывает амплитуды отраженных  $U_r$  и падающих  $U_i$  волн при  $x = 0$ . При этом под падающими понимаем волны бегущие к границе структуры, а под отраженными бегущие от нее. Амплитуды волн в технике СВЧ традиционно определяются через переносимую волной мощность:

$$U = \sqrt{\frac{1}{2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} E_z H_y^* dz \right|} e^{i \arg E_z}. \quad (3.4.2)$$

Нетрудно увидеть, что при таком определении амплитуды волны ПлВ квадрат ее модуля равен мощности, переносимой волной в сечении волновода. При этом интегрирование по сечению волновода сводится к интегралу по координате  $z$ . Таким образом, говоря о мощности, мы имеем ввиду удельную

мощность на единицу длины вдоль оси  $Oy$ . В нашем случае волны бегут вдоль оси  $Ox$ .

С учетом определения (3.4.2) матрица рассеяния связывает амплитуды волн следующим образом:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1i} \\ U_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1r} \\ U_{2r} \end{bmatrix}, \quad (3.4.3)$$

где индексы 1,2 соответствуют волнам в области 1 и 2 при  $x = 0$ .

Наша задача состоит в том, чтобы выбрать параметры двумерной модели таким образом, чтобы ее матрица рассеяния совпадала бы с матрицей  $S$  трехмерной структуры.

Введем для плоских волн энергетическое определение амплитуд аналогичное (3.4.2):

$$U = \frac{1}{2} \left| E_z H_y^* \right| e^{i \arg E_z}. \quad (3.4.4)$$

В двумерном случае компоненты электрического и магнитного полей связаны простым соотношением:

$$H_y = \frac{1}{i\omega\mu_0\mu_e} \frac{\partial E_z}{\partial x}. \quad (3.4.5)$$

При помощи (3.4.4) получаем:

$$E_{z1i,r} = \sqrt{\frac{k_1 W_1}{q_1}} U_{1i,r}, \quad (3.4.6)$$

$$E_{z2i,r} = \sqrt{\frac{k_2 W_2}{q_2}} U_{2i,r},$$

$$q_{1,2} = \sqrt{k_{1,2}^2 - \beta^2},$$

где  $k_{1,2}$ ,  $W_{1,2}$  - волновые числа и волновые сопротивления в областях 1 и 2,  $\beta$  - проекция волнового вектора на ось  $Oy$ , которая определяет угол падения волны,  $E_{z1,2,i,r}$  - компоненты электрического поля отраженной и падающей



волн в областях 1 и 2. Из условия непрерывности поля при  $x = 0$  следует, что волновые вектора волн в обоих полупространствах имеют одинаковые проекции на ось  $Oy$ .

Из соотношения (3.4.5) следует:

$$H_{y1i,r} = \mp \sqrt{\frac{q_1}{k_1 W_1}} U_{1i,r}, \quad (3.4.7)$$

$$H_{y2i,r} = \pm \sqrt{\frac{q_2}{k_2 W_2}} U_{2i,r}.$$

Найдем параметры пленки при  $x = 0$  из условия равенства матриц рассеяния в трехмерной структуре  $S$  и в двумерной модели  $S^m$ . Отметим, что при его выполнении двумерная модель становится полностью эквивалентна исходной прямолинейной границе ПЛВ с точки зрения амплитуд рассеянных волн.

Трехмерная структура содержит наряду с распространяющимися запердельные волны, поле которых экспоненциально затухает при удалении от места возбуждения. Поэтому поле можно разделить на две части: дальнее поле, которое формируется распространяющимися волнами и ближнее поле, соответствующее нераспространяющимся волнам. Мы видим, что на границе ПЛВ имеет место ситуация полностью аналогичная периодических решеткам (см. главу 1), в которых также поле разделяется на дальнее и ближнее, что создает условия для формулировки ЭГУ для дальнего поля, которое в большинстве ситуаций представляет наибольший интерес. В данном случае мы будем действовать аналогично, то есть сначала получим ЭГУ для плоских волн двумерной модели. Затем при помощи преобразования Фурье выведем условия для произвольного поля и, наконец, распространим их на структуры с криволинейной границей.

Исходя из условия равенства матриц рассеяния, мы можем записать для амплитуд падающих и отраженных плоских волн соотношение полностью

тождественное (3.4.3). Выразим амплитуды волн через тангенциальные компоненты поля при помощи соотношений (3.4.6), (3.4.7):

$$U_{1i} = \frac{1}{2\sqrt{Z_1}}(E_{z1} - Z_1 H_{y1}), \quad (3.4.8)$$

$$U_{1r} = \frac{1}{2\sqrt{Z_1}}(E_{z1} + Z_1 H_{y1}),$$

$$U_{2i} = \frac{1}{2\sqrt{Z_2}}(E_{z2} + Z_2 H_{y2}),$$

$$U_{2r} = \frac{1}{2\sqrt{Z_2}}(E_{z2} - Z_2 H_{y2}),$$

$$Z_{1,2} = \frac{k_{1,2} W_{1,2}}{q_{1,2}}.$$

Отметим, что поля  $E_{z1,2}$ ,  $H_{y1,2}$  понимаются как сумма полей отраженной и падающей волн в соответствующих областях.

Подставим соотношения (3.4.8) в выражение (3.4.3). Введем следующие обозначения:

$$\vec{e}_\tau = \begin{bmatrix} E_{z1} \\ E_{z2} \end{bmatrix}, \quad (3.4.9)$$

$$\vec{h}_\tau = \begin{bmatrix} -H_{y1} \\ H_{y2} \end{bmatrix},$$

$$z_0 = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & Z_2 \end{bmatrix}.$$

В результате получаем:

$$\vec{e}_\tau = -(S + E)^{-1}(S + E)Z_0\vec{h}_\tau. \quad (3.4.10)$$

Обозначим матрицу, стоящую в правой части (3.4.10) через  $Z_s$ :

$$z_s = -(S + E)^{-1}(S + E)z_0. \quad (3.4.11)$$

Теперь мы можем записать граничные условия для тангенциальных компонент полей плоских волн:

$$\vec{e}_\tau = z_s \vec{h}_\tau. \quad (3.4.12)$$

Чтобы перейти к граничным условиям для поля общего вида нам необходимо учесть то обстоятельство, что до сих пор мы имели дело с решением, полученным для отдельно взятой плоской волны, которая характеризуется волновым числом  $\beta$ . Полное поле является суперпозицией парциальных плоских волн:

$$\vec{E}_\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{e}_\tau(\beta) e^{-i\beta y} d\beta, \quad (3.4.13)$$

$$\vec{H}_\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{h}_\tau(\beta) e^{-i\beta y} d\beta,$$

где  $\vec{E}_\tau$ ,  $\vec{H}_\tau$  - векторы, в которые входят компоненты поля общего вида, являющиеся произвольными функциями координаты  $y$ .

Введем следующее обозначение:

$$Z_s(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} z_s(\beta) e^{-i\beta y} d\beta. \quad (3.4.14)$$

Применим к равенству (3.4.12) преобразование Фурье. Тогда с учетом соотношений (3.4.13) и (3.4.14) получаем:

$$\vec{E}_\tau = \int_{-\infty}^{\infty} Z(y - y') \vec{H}_\tau(y') dy'. \quad (3.4.15)$$

При записи выражения (3.4.15) мы предполагали, что в общем случае элементы матрицы  $z_s$  являются функциями волнового числа  $\beta$ .

Формула (3.4.15) является искомым граничным условием для поля произвольного вида на границе двух ПлВ. Нетрудно увидеть, что данные ЭГУ

не являются локальными поскольку компоненты поля связаны интегральным оператором.

Наличие интегрального оператора в граничных условиях представляет определенную сложность для формулировки и решения электродинамических задач. Способы их преодоления рассмотрены в работе [54]. Следует отметить, что большинство проблем появляется при попытке применения в структурах с нелокальными граничными условиями разложений поля на контурах пересекающих границу. Типичным примером такого разложения является представление поля в волноводе в виде спектра собственных волн. Однако, для оптических и квазиоптических структур такие подходы не являются типичными. Поэтому многих трудностей, связанных с нелокальностью граничных условий здесь можно избежать.

Из соотношения (3.4.14) видно, что причина нелокальности оператора, стоящего в (3.4.15) является зависимость матрицы  $z_s$  от параметра  $\beta$ . В работе [54] отмечалось, что в случае, когда дальнее поле, для которого вводятся ЭГУ (3.4.15), включает все распространяющиеся в структуре волны, элементы матрицы  $z_s$  мнимые и их зависимости от аргумента  $\beta$  не имеют на действительной оси точек ветвления. Такое поведение элементов матрицы позволяет с хорошей точностью описывать их мероморфными функциями, что весьма удобно при их практическом использовании.

Отметим, что для ИПВ ПЛВ при условии, что в решетке металлических цилиндров отсутствуют распространяющиеся волны, ситуация с граничными условиями существенно упрощается. Так матрица рассеяния сводится к одному элементу - коэффициенту отражения, а матрица  $z_s$  также вырождается в одно число, имеющее смысл входного импеданса структуры, который определяется для  $T$  - волны ПВ.

Граничные условия (3.4.15) могут быть без труда распространены на неплоские поверхности. При этом под  $\vec{E}_\tau$ ,  $\vec{H}_\tau$  следует понимать векторы, включающие тангенциальные компоненты полей, а вместо координат  $y, y'$

использовать координаты  $s, s'$ , которые отсчитываются вдоль границы, на которой устанавливаются ЭГУ.

Мы видим, что предложенные ЭГУ вместе с моделью ПЛВ в виде двумерной среды позволяют нам свести трехмерную граничную задачу к эквивалентной ей двумерной задаче. Платой за простоту двумерной задачи являются более сложные нелокальные граничные условия.

## 4. Планарные зеркала

В четвертой главе будут рассмотрены планарные зеркала, являющиеся важной составной частью элементной базы ИО СВЧ. В разд. 4.1 мы кратко остановимся на простейших однослойных зеркалах. Для волн электрического типа они выполняются в виде ИПВ структур, чаще всего в виде однослойной решетки металлических цилиндров. При этом распространение волн происходит в ПВ. Для волн магнитного типа роль зеркала играют полубесконечные металлизации симметрично нанесенные на поверхности диэлектрической пластины, в которой происходит распространение волн.

В разд. 4.2 мы проведем анализ двухслойного планарного зеркала с классической конструкции типа пилбокс [28]. Будет построена математическая модель зеркала на основе решения граничной задачи методом Винера - Хопфа, с помощью которой проводится анализ двух режимов работы устройства.

В разд. 4.3 рассматривается важный для ИО СВЧ вопрос об особенностях синтеза поверхности планарного зеркала. Эта задача решается достаточно просто в традиционной оптике и СВЧ технике, так как отражение волн происходит от металлических поверхностей, не имеющих пространственной дисперсии коэффициента отражения. В ИО СВЧ в качестве отражателей применяются сложные структуры, в которых коэффициент отражения может сильно зависеть от угла падения волны, что является признаком его пространственной дисперсии.

В разд. 4.4 анализируются некоторые варианты построения двухзеркальных систем, в частности рассматривается однослойная схема Кассегрена и двухслойная апланатическая система.

### 4.1. Однослойные планарные зеркала для электрических и магнитных волн

В данном разделе мы изучим свойства планарных зеркал двух типов, которые используются для отражения  $E$  и  $H$  - волн. В общем случае планарное зеркало может иметь сложную форму, обеспечивающую требуемый вид преобразования волнового пучка. В оптике и антенной технике [1] находят применение параболические, эллиптические, гиперболические зеркала и зеркала более сложной формы. Выбор формы зеркала часто называют задачей его синтеза. Она детально рассмотрена в литературе [1]. Для планарных зеркал применимы методы, развитые для объемных структур. Особенность, которую вносит конструкция планарного зеркала, не связана с его формой. Она определяется свойствами отражающей поверхности. Для простоты будем рассматривать плоские поверхности, а вопросы учета кривизны обсудим позднее.

Оптические свойства плоского планарного зеркала могут быть описаны коэффициентом отражения  $R$  плоской волны, падающей на зеркало под произвольным углом падения  $\varphi$ . Нас интересуют как его модуль, так и фаза. Отличие  $|R|$  от единицы определяет потери в зеркале, а зависимость фазы от угла падения описывает явление пространственной дисперсии коэффициента отражения [90]. Отметим, что в классических металлических зеркалах пространственная дисперсия отсутствует, поскольку при любом угле  $\varphi$  фаза коэффициента отражения равна  $\pi$ . В планарных зеркалах указанный эффект может играть существенную роль. Причина его появления связана с возбуждением на границе зеркала реактивных волн, которые могут менять свою структуру при изменении угла падения и, соответственно, изменять фазу коэффициента отражения.

В целом явление пространственной дисперсии следует рассматривать как нежелательный эффект, усложняющий процедуру синтеза поверхности зеркала, которая не описывается каноническими кривыми: параболой, эллипсом, гиперболой. Поэтому при выборе параметров планарного зеркала следует стремиться к минимизации пространственной дисперсии.

Рассмотрим планарные зеркала для волн электрического типа. Как уже отмечалось в разд. 3.3 они создаются на основе ИПВ структур, показанных на рис. 4.1.1. Приближенная теория ИПВ структур была изложена в разд. 3.3. Воспользуемся ее результатами для оценки технических параметров планарного зеркала, образованного бесконечной по оси  $Oy$  решеткой металлических цилиндров, включающей  $N$  слоев. Напомним, что ИПВ структуры формируются в ПВ, который представляет собой диэлектрическую подложку с металлизированными поверхностями. В ПВ распространяется основная Т – волна. Ее дифракция на однородных по оси  $Oz$  цилиндрах сводится к двумерной задаче. Поэтому высота ПВ  $h$  не влияет на решение и далее мы ее не приводим.

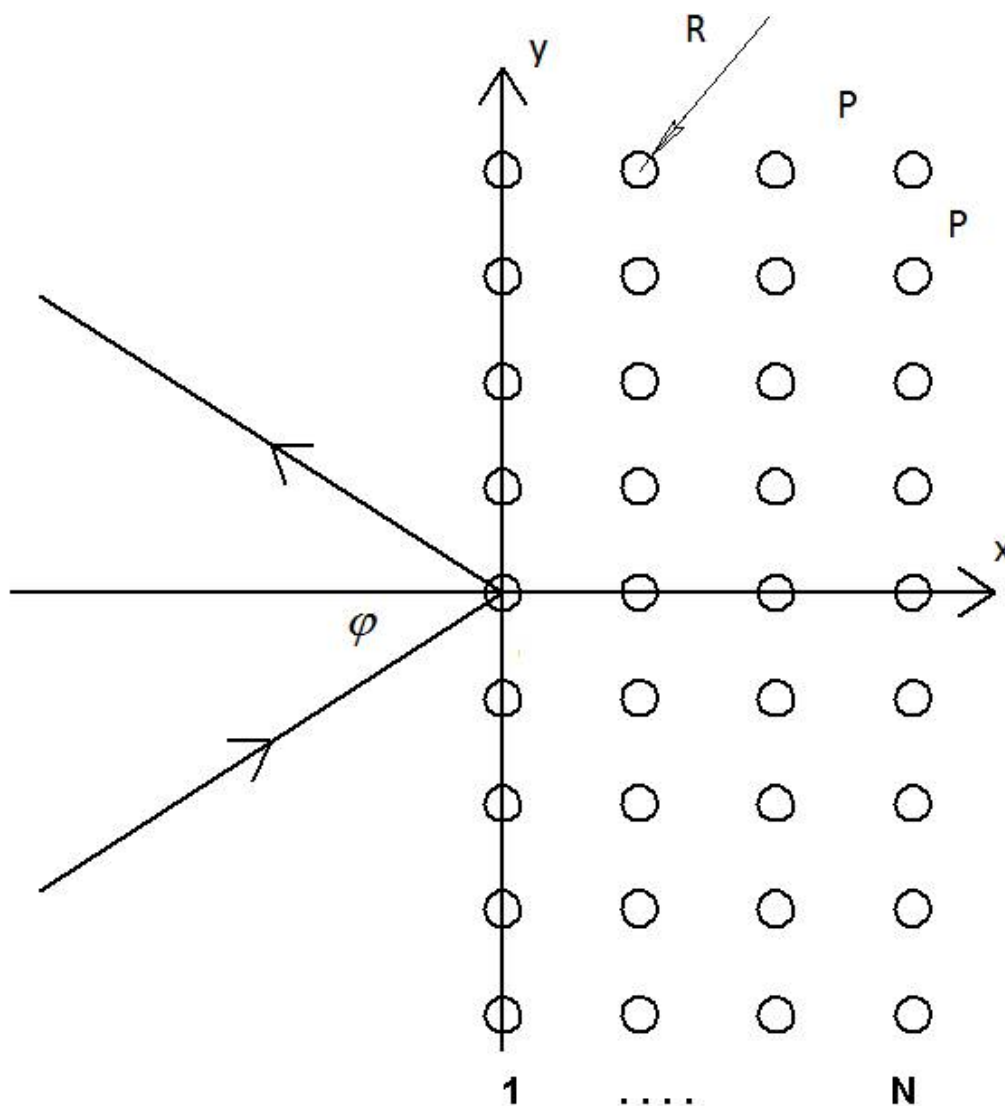


Рис. 4.1.1. Планарное зеркало на ИПВ структуре



Для эффективной работы ИПВ зеркала необходимо, в первую очередь обеспечить высокий уровень отражения от него. Этот результат может быть получен двумя путями. Первый состоит в увеличении коэффициента заполнения решетки, то есть отношения радиуса цилиндров  $r$  к периоду решетки  $P$ . Второй путь – это увеличение числа слоев  $N$ .

Кривые 1 – 3 на рис. 4.1.2 и 4.1.3 показывают, как меняются параметры планарного зеркала при изменении отношения  $r/P$ .

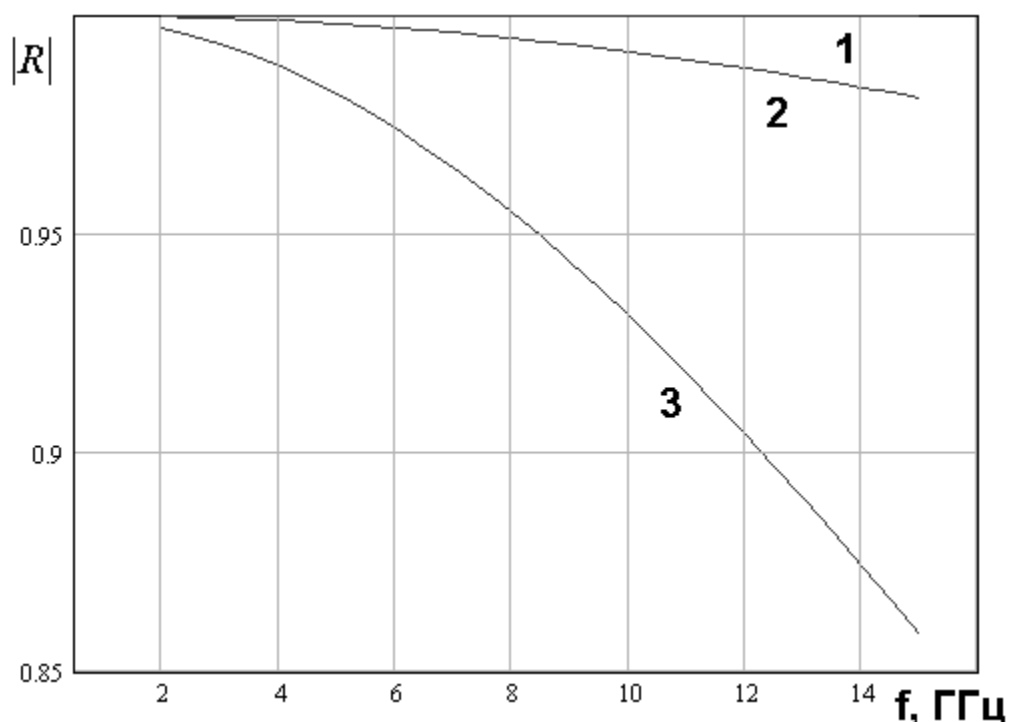
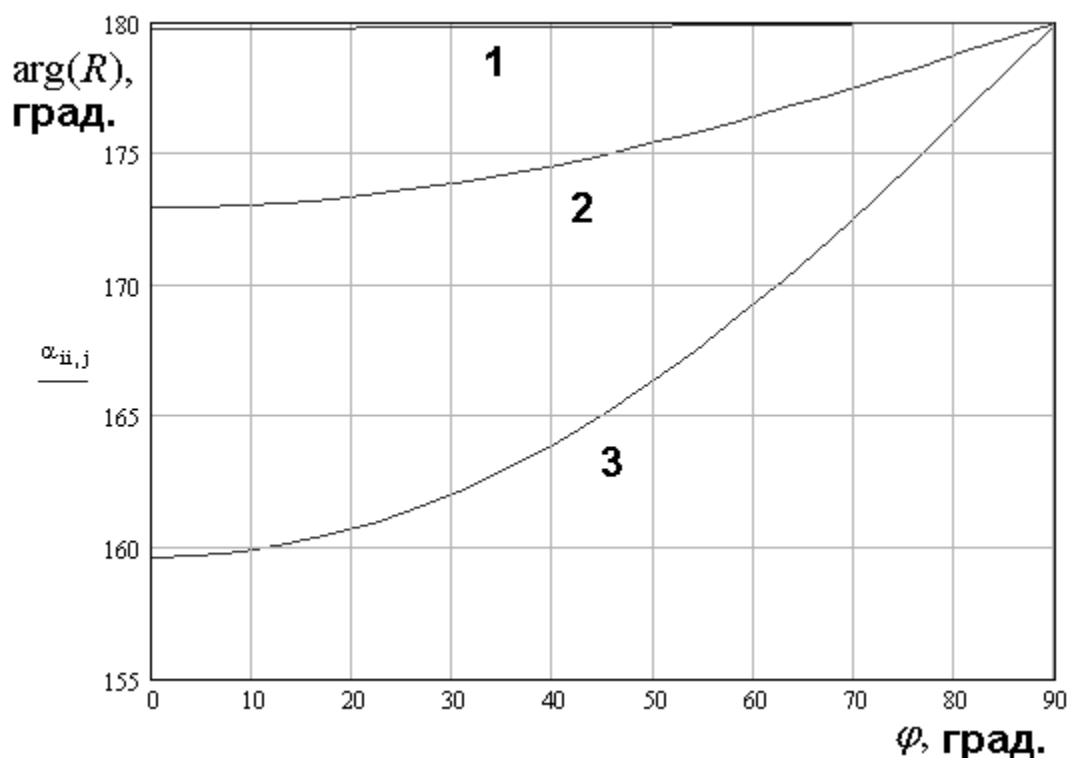


Рис. 4.1.2. Зависимость модуля коэффициента отражения ИПВ зеркала от частоты

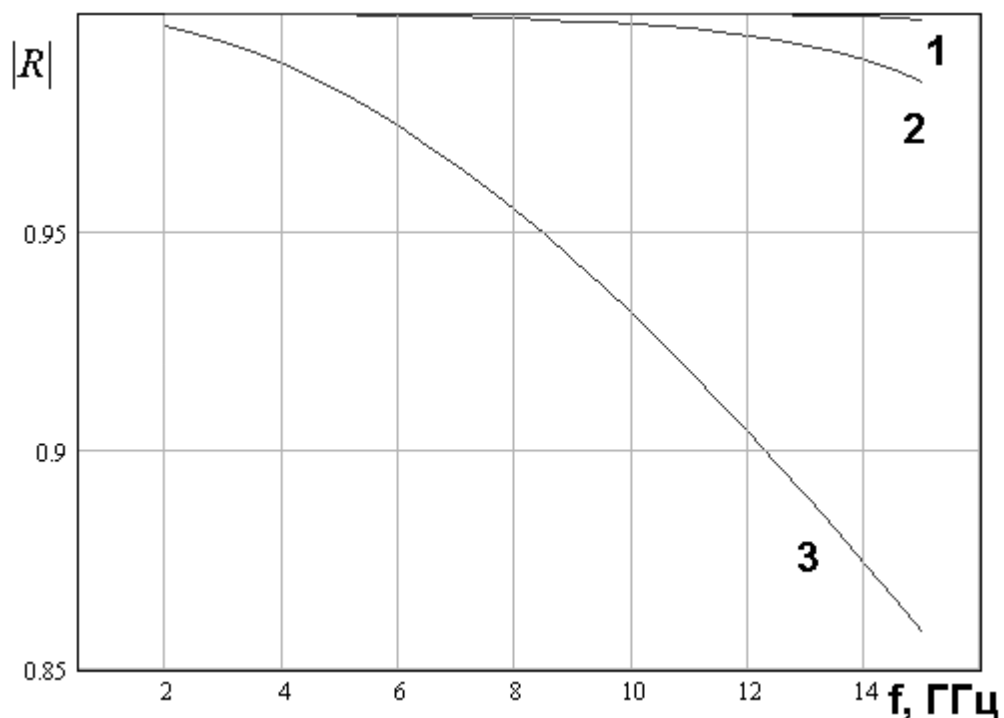
На рис. 4.1.2 показана частотная зависимость модуля коэффициента отражения однослойного зеркала. Кривые 1 – 3 получены для  $P = 1.5, 3, 5$ ,  $r = 0.25$ ,  $N = 1$ ,  $f = 9.5$  ГГц. Рассматриваем ПВ с воздушным заполнением. На рис. 4.1.3 показана зависимость фазы коэффициента отражения  $\arg R$  от угла падения. Кривые 1 – 3 соответствуют параметрам приведенным выше.



*Рис. 4.1.3. Зависимость фазы коэффициента отражения однослойного зеркала от угла падения плоской волны*

Видно, что увеличение отношения  $r/P$  приводит к росту модуля коэффициента отражения. При этом одновременно уменьшается степень зависимости его фазы от угла  $\varphi$ . Таким образом, мы добиваемся не только увеличения энергетической эффективности планарного зеркала, но и уменьшаем пространственную дисперсию коэффициента отражения, что, как отмечалось выше, является положительным фактором.

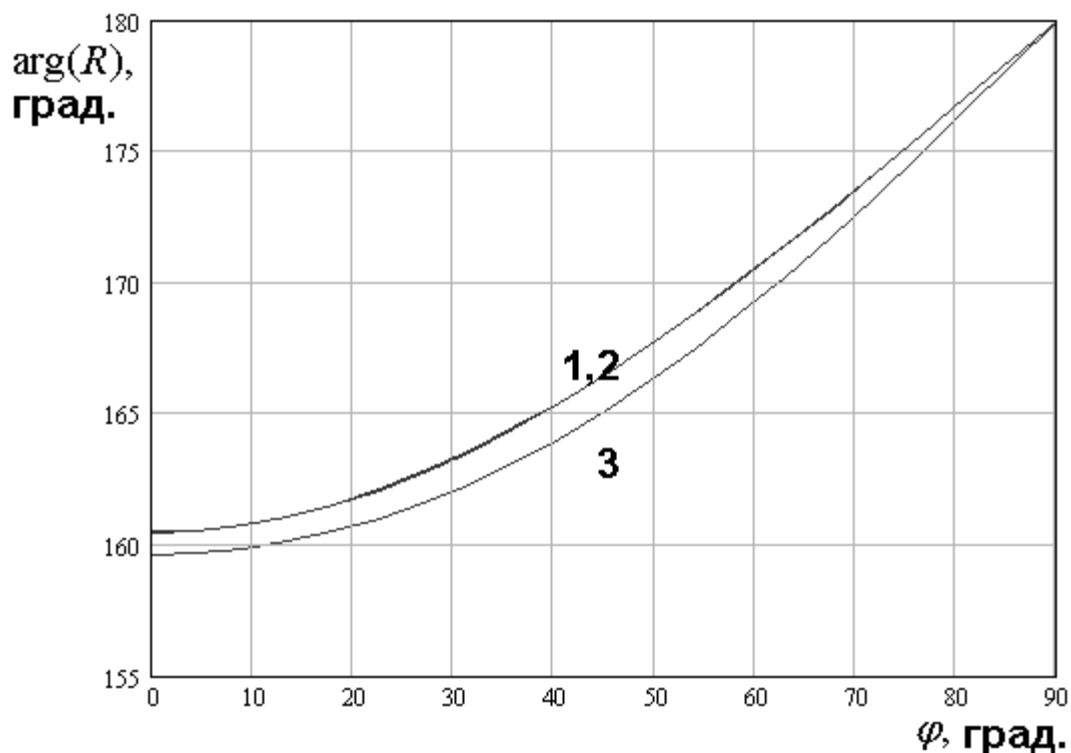
На рис. 4.1.4 показана частотная зависимость модуля коэффициента отражения многослойного ИПВ зеркала. Кривые 1 – 3 получены при  $P = 5$ ,  $r = 0.25$ ,  $N = 1, 2, 3$ ,  $f = 9.5$ . Нетрудно увидеть, что увеличение числа слоев с точки зрения энергетической эффективности эквивалентно увеличению коэффициента заполнения однослойной решетки. Однако, с точки зрения пространственной дисперсии они неэквивалентны.



*Рис. 4.1.4. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения многослойного ИПВ зеркала*

На рис. 4.1.5 показана зависимость фазы коэффициента отражения многослойного ИПВ зеркала от угла падения. Кривые 1 – 3 получены для параметров представленных выше. Видно, что в отличие от кривых на рис. 4.1.3 они слабо меняются при увеличении параметра  $N$ . Поэтому зависимость фазы коэффициента отражения от угла падения остается почти такой же как у однослойного зеркала с относительно малым коэффициентом заполнения.

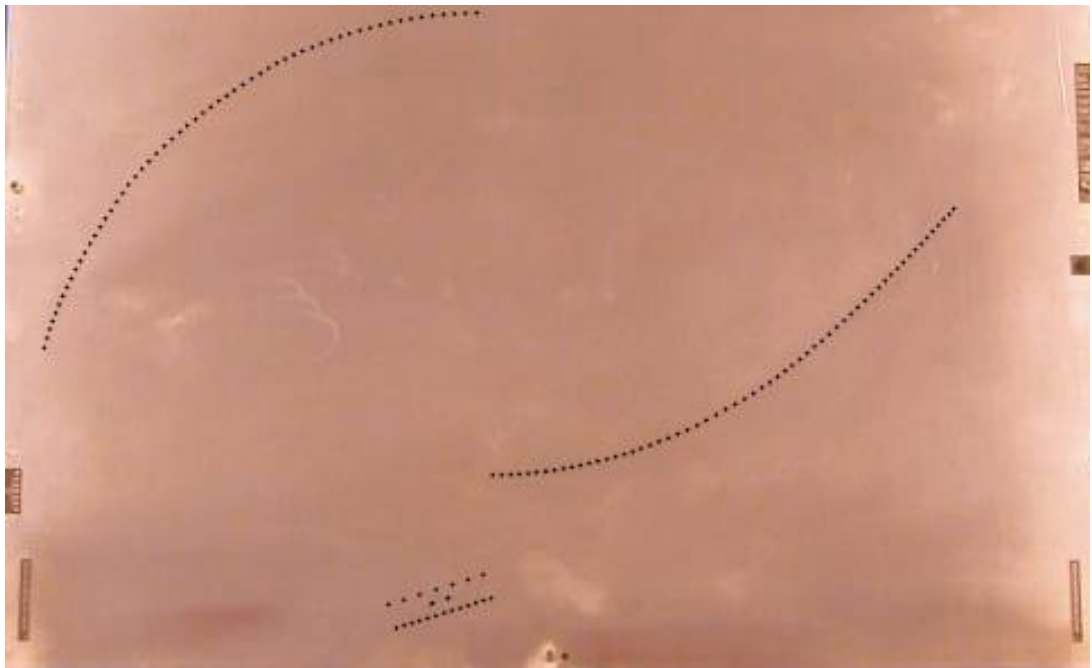
Интересно, что энергетическая эффективность практически полностью определяется числом цилиндров на единицу длины вдоль оси  $Oy$ . Отличие между однослойным и многослойным зеркалами только в разном способе их размещения. При этом пространственная дисперсия определяется периодом решетки. Поскольку в многослойном зеркале период остается постоянным, то увеличение коэффициента отражения происходит без уменьшения пространственной дисперсии.



*Рис. 4.1.5. Зависимость фазы коэффициента отражения многослойного зеркала от угла падения плоской волны*

Таким образом, мы убедились в том, что однослойные ИПВ поверхности являются удобным инструментом для создания планарных зеркал. Пространственная дисперсия коэффициента отражения в них выражена слабо. Поэтому их синтез осуществляется при помощи традиционной теории. На рис. 4.1.6 показан пример двухзеркальной системы Кассегрена, которая использована в многолучевой антенне диапазона 8 мм [91]. Металлические цилиндры здесь выполнены в виде металлизированных отверстий в диэлектрической подложке.

Создание системы металлизированных отверстий относится к числу стандартных операций технологии печатных схем. Считается, что ее использование не приводит к увеличению стоимости устройства по сравнению с использованием тонких пленок.



*Рис. 4.1.6. Двухзеркальная система Кассегрена на основе ИПВ планарных зеркал*

Здесь, однако, уместно сказать, что продвижение ИПВ структур на частоты выше 70 ГГц наталкивается на определенные технологические проблемы, которые связаны с необходимостью уменьшения периода решетки и, следовательно, уменьшения радиуса металлизированных отверстий. Появление этих трудностей делает актуальной задачу поиска планарных структур эффективно отражающих волны электрического типа, которые могут быть изготовлены методами пленочной технологии без нарушения однородности диэлектрической подложки. Пример такой структуры будет обсуждаться в разд. 4.2.

Отражение волн магнитного типа осуществляется за счет создания запердельных областей [27]. На рис. 4.1.7 показана такая структура. Она представляет собой экранированный ПлДВ, на поверхности которого нанесены полубесконечные металлизации. Пусть на обрывы металлизаций набегают плоская  $H_1$  - волна диэлектрической пластины. Эффективность

функционирования такой структуры в качестве планарного зеркала будем описывать при помощи коэффициента отражения  $R$ .

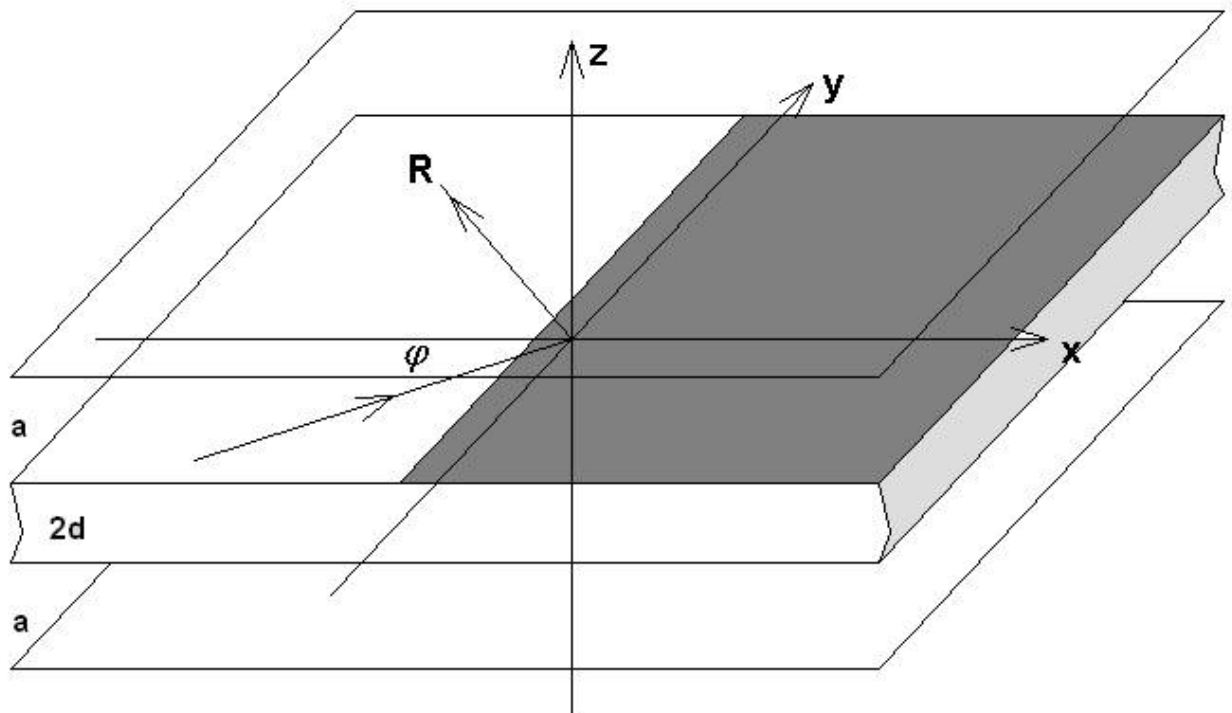


Рис. 4.1.6. Планарное зеркало для  $H$  - волн

Эффективное отражение наблюдается при выполнении следующих неравенств:

$$a < \lambda/2, \quad (4.1.1)$$

$$2d < \lambda/2\sqrt{\varepsilon},$$

где  $a$  - расстояние от диэлектрической пластины до экрана,  $2d$  - ее толщина, а  $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость,  $\lambda$  - длина волны в свободном пространстве.

При выполнении неравенств (4.1.1) в ПВ при  $x > 0$  отсутствуют распространяющиеся волны за исключением Т - волн ПВ, которые распространяются на любых частотах вплоть до нулевой. Они относятся к волнам электрического типа, тогда как падающая  $H_1$  - волна является волной магнитного типа. Поэтому в отсутствие электромагнитной связи между волнами двух указанных типов  $H_1$  - волна должна отразиться со

сто процентной эффективностью, поскольку при  $x > 0$  распространяющиеся волны магнитного типа отсутствуют.

Однако, говорить об отсутствии связи между электрическими и магнитными волнами можно только при нормальном падении  $H_1$  - волны ( $\varphi = 0$ ). При произвольном угле падения она существует. Рассмотрим численные результаты, позволяющие оценить энергетическую эффективность планарного зеркала для  $H$  - волн и влияние пространственной дисперсии на его характеристики.

Типичная зависимость модуля коэффициента отражения от угла падения показана на рис. 4.1.7.

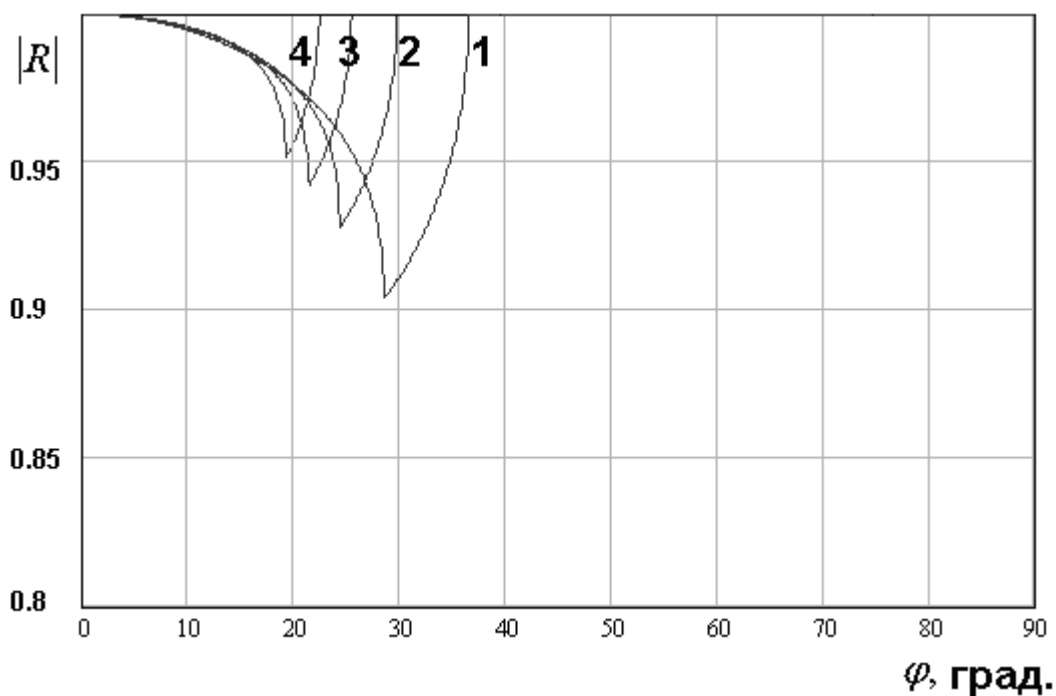


Рис. 4.1.7. Зависимость модуля коэффициента отражения от угла падения  $H_1$  - волны

Кривые 1 – 4 получены при  $\varepsilon = 6, 8, 10, 12$ ,  $d=0.5$ ,  $a=3.5$ ,  $f=35$  ГГц. Можно выделить следующие области на кривых 1 – 4. Первая область – область малых углов  $\varphi$ . Видно, что в ней модуль коэффициента отражения мало отличается от единицы. При  $\varphi = 0$  имеется точное равенство. Как отмечалось выше, при нормальном падении связь электрических и

магнитных волн отсутствует. Поэтому поскольку в области  $x > 0$  нет распространяющихся магнитных волн вся энергия падающей  $H_1$  - волны переходит в энергию отраженной волны того же типа.

Вторая область характеризуется быстрым уменьшением модуля коэффициента отражения, который при  $\varepsilon = 6$  может падать до значения 0.9, а также резкими изломами кривых. Эту область можно назвать переходной. В ней структура переходит в режим полного внутреннего отражения.

Для выяснения причин появления резких изломов нам необходимо рассмотреть состав распространяющихся в структуре волн. Мы уже отмечали наличие при  $x > 0$  распространяющихся Т – волн ПВ. В области  $|z| < d$  существует Т – волна заполненного ПВ с коэффициентом замедления равным  $\sqrt{\varepsilon}$ , а в области  $|z| > d$  имеется Т – волна с коэффициентом замедления равным единице. Кроме того, при  $x < 0$  наряду с основной  $H_1$  - волной имеется  $E_2$  - волна. В принципе, уменьшая размеры  $a, d$  мы можем сделать  $E_2$  - волну нераспространяющейся. Однако, как мы увидим ниже, в этом нет практического смысла. Более того, это можно сделать только за счет существенного уменьшения коэффициента замедления  $H_1$  - волны.

На первый взгляд с точки зрения потерь энергии при отражении наибольшую опасность представляет Т – волна заполненного ПВ с наибольшим коэффициентом замедления. Однако это не так, поскольку рассматриваемая структура симметрична относительно плоскости ХОУ. Поэтому при сохранении симметрии связь  $H_1$  - волны с Т – волной этого ПВ отсутствует при любых углах падения. Относительно ПВ при  $|z| > d$  симметрии нет. Поэтому для  $\varphi \neq 0$  в них возможно возбуждение Т – волн, снижающих коэффициент отражения  $R$ .

Важно отметить также следующую особенность в поведении  $E_2$  - волны. Для пластин с достаточно большой проницаемостью  $\varepsilon$  в рабочем



диапазоне частот ее коэффициент замедления  $U_e$  близок к единице, но меньше ее. Поэтому при увеличении угла падения  $\varphi$  первой в режим нераспространения переходит  $E_2$  - волна, а затем аналогичный переход происходит с Т – волной.

Запишем выражение для критического угла  $\varphi_{ec}$  для  $E_2$  - волны:

$$\varphi_{ec} = \arcsin \frac{U_e}{U_h}, \quad (4.1.2)$$

где  $U_h$  - коэффициент замедления  $H_1$  - волны. Аналогично для критического угла падения для Т – волны  $\varphi_{tc}$  получаем:

$$\varphi_{tc} = \arcsin \frac{1}{U_h}. \quad (4.1.3)$$

Своего минимума модуль коэффициента отражения достигает при  $\varphi = \varphi_{ec}$ . При  $\varphi \geq \varphi_{tc}$  наблюдается режим полного внутреннего отражения, в котором  $|R| = 1$ .

Таким образом, мы видим, что изломы кривых на рис. 4.1.7 связаны с переходом волн электрического типа при  $x < 0$  и  $x > 0$  из режима распространения в режим нераспространения.

Отметим, что важную роль в повышении энергетической эффективности планарного зеркала данного вида играет  $E_2$  - волна. Оказывается, что величина модуля коэффициента отражения при  $\varphi = \varphi_{ec}$  определяется значением коэффициента замедления данной волны. Чем ближе он к единице, тем меньше падение коэффициента отражения.

Объяснение этого эффекта можно найти, рассматривая частотную зависимость параметра  $U_e$ , а также структуру поля  $E_2$  - волны. На рис. 4.1.8 показана указанная зависимость. Кривые 1 – 3 получены при  $d = 0.75$ ,  $a = 3.5$ ,  $\varepsilon = 6, 8, 10$ .

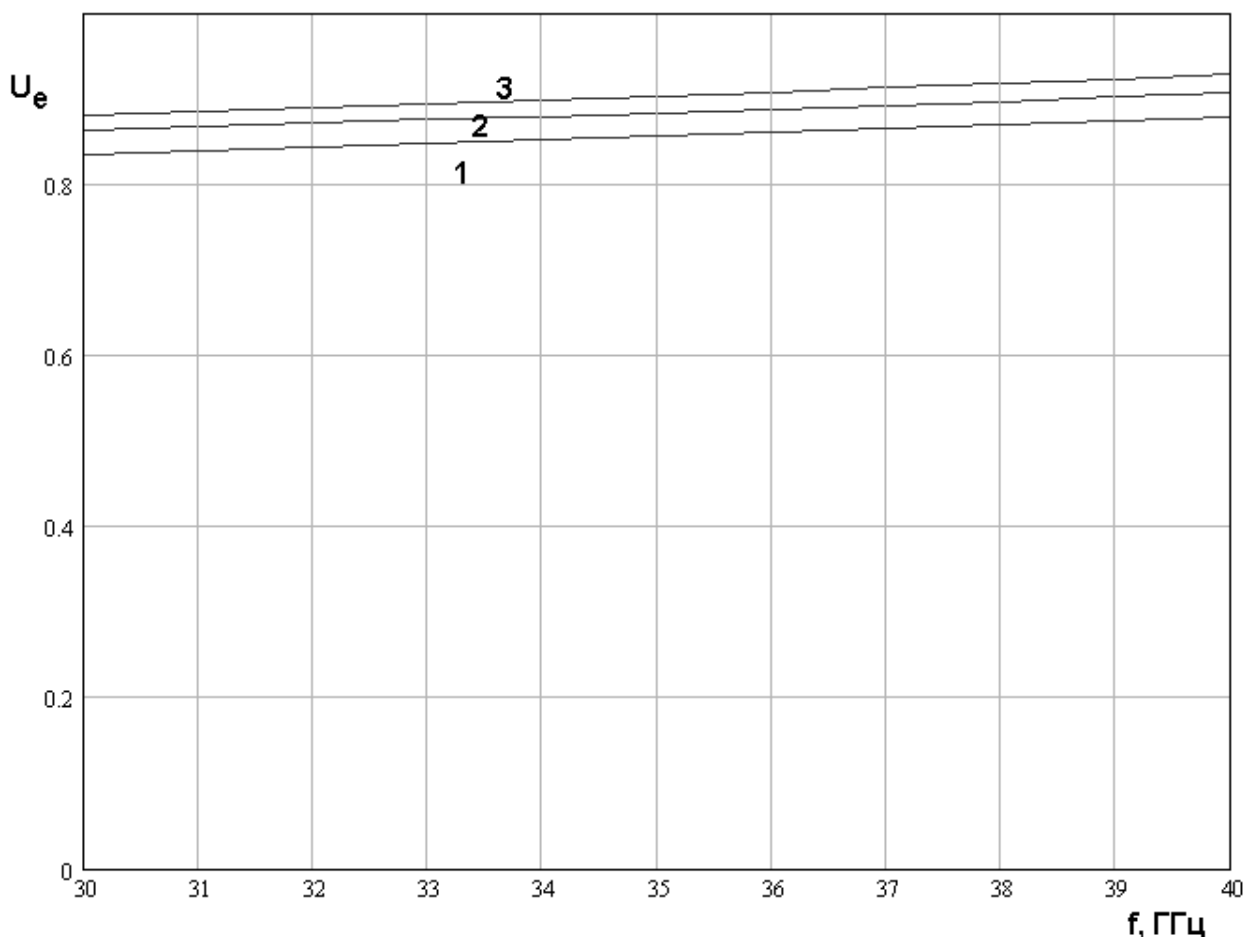


Рис. 4.1.8. Частотная зависимость коэффициента замедления  $E_2$  - волны

Видно, что коэффициент замедления слабо зависит от частоты, а при увеличении проницаемости пластины он становится ближе к единице. Близость коэффициента замедления  $E_2$  - волны к единице, то есть коэффициенту замедления Т - волны незаполненного ПВ позволяет утверждать, что структуры полей обеих волн также близки. Имеет смысл также напомнить, что на границе воздух - диэлектрик нормальная компонента электрического поля в диэлектрике в  $\epsilon$  раз меньше чем в воздухе. Поэтому поле  $E_2$  - волны для пластины с большой проницаемостью концентрируется преимущественно в воздухе. Поэтому ее коэффициент замедления близок к единице, а поле слабо зависит от координаты  $z$  также как и поле Т - волны.

Таким образом, мы видим, что в структуре при  $x < 0$  и  $x > 0$  имеются две волны электрического типа с близкими параметрами. Близость коэффициентов замедления и структур полей указанных волн является условием их слабой связи с  $H_1$  - волной, а, следовательно, высокой энергетической эффективности планарного зеркала.

Качественно это утверждение можно объяснить, проводя следующий мысленный эксперимент. Рассмотрим падение на границу зеркала  $E_2$  - волны. Очевидно, что большая часть ее энергии трансформируется в энергию волны с близкой структурой поля. Такой волной является  $T$  - волна. Из закона сохранения энергии следует, что при этом преобразование энергии в  $H_1$  - волну будет малым эффектом. Из принципа взаимности следует, что и в обратную сторону при падении  $H_1$  - волны преобразование энергии в волны электрического типа будет также мало.

Приведенные выше качественные рассуждения позволяют лучше понять характер кривых показанных на рис. 4.1.7. Таким образом, мы можем сделать вывод, что при правильном выборе параметров планарное зеркало для волн магнитного типа может иметь достаточно высокую энергетическую эффективность за исключением, быть может, узкого диапазона углов, соответствующих переходной области.

На рис. 4.1.9 показана зависимость фазы коэффициента отражения от угла падения, которая позволяет оценить пространственную дисперсию планарного зеркала. Кривые 1 – 4 получены для  $\varepsilon = 6, 8, 10, 12$ ,  $d=0.5$ ,  $a=3.5$ ,  $f=35$  ГГц. Следует сказать, что по сравнению с ИПВ зеркалом данный эффект проявляется значительно сильнее, что говорит об актуальности решения задачи о корректном учете этого явления при проектировании планарных зеркал. Теория этого вопроса будет изложена в разд. 4.6.

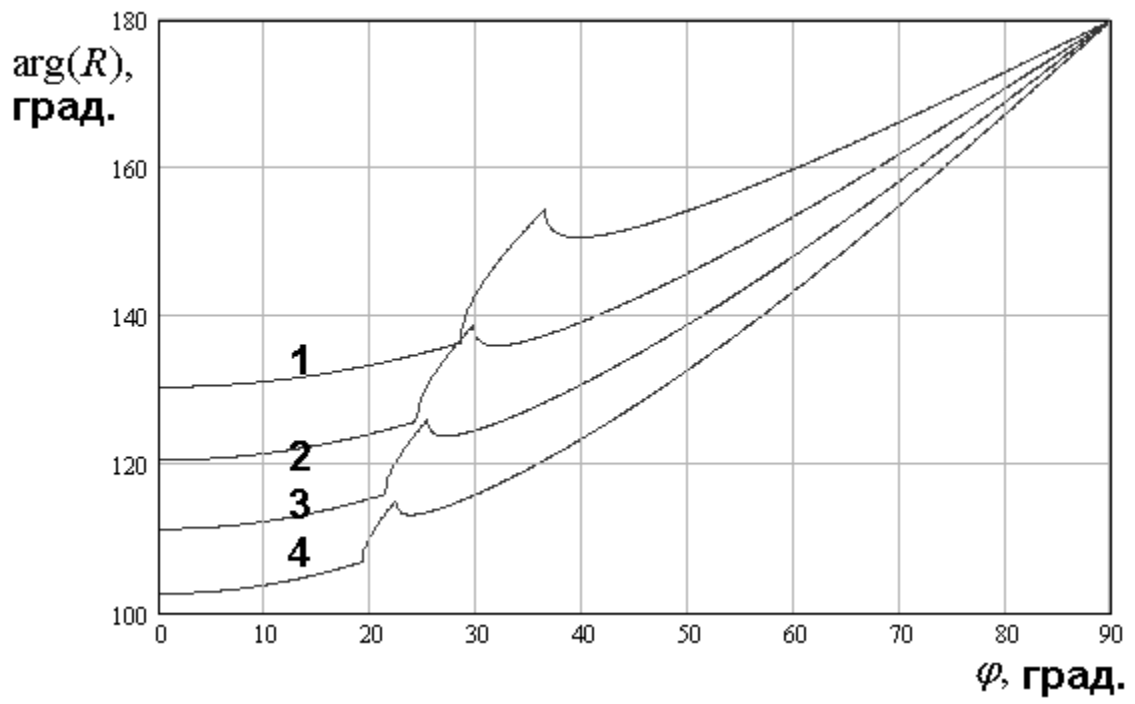
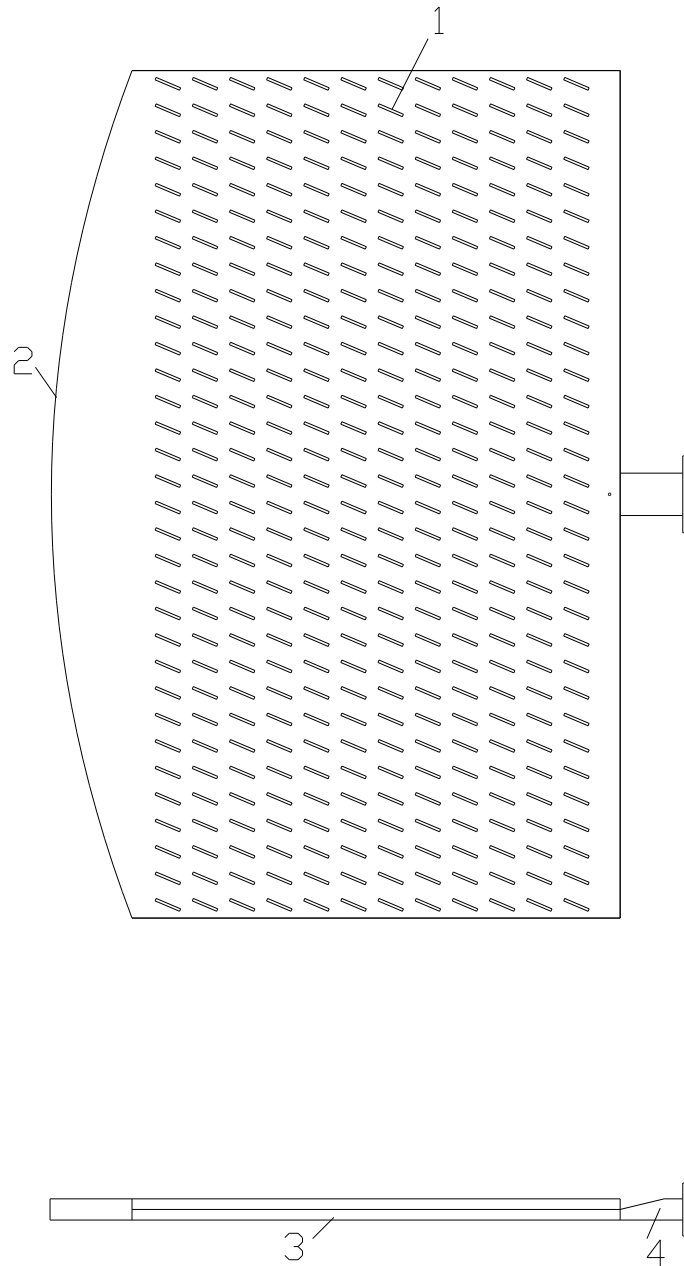


Рис. 4.1.9. Зависимость фазы коэффициента отражения от угла падения

## 4.2. Двухслойное планарное зеркало типа пилбокс

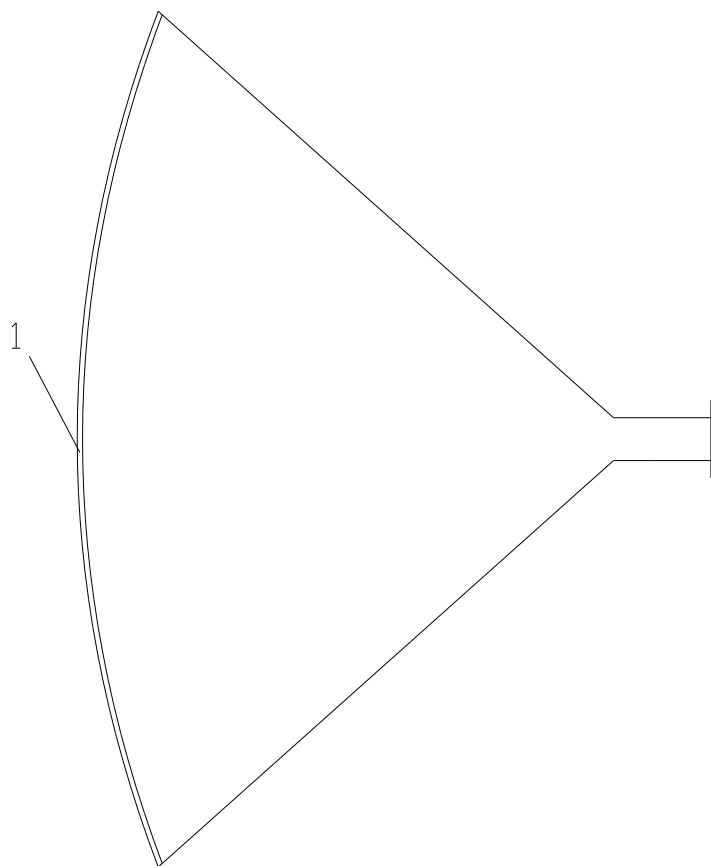
*Планарные антенны с двухслойными планарными зеркалами.* Двухслойные зеркала широко используются при построении планарных антенн (см. например [23]), о которых мы еще будем говорить в последующих главах. Поэтому прежде чем переходить к изложению теории двухслойных планарных зеркал для лучшего понимания особенностей их конструкции рассмотрим несколько примеров практического использования.



*Рис. 4.2.1. Антенная решетка на основе ПВ с зеркальным квазиоптическим возбудителем*

Конструкция антенной решетки на основе ПВ с квазиоптическим зеркальным возбудителем показана на рис. 4.2.1. Она состоит из следующих элементов: щелевой решетки 1, межслойного перехода 2, планарного рупора 3 и возбуждающего волновода 4.

Рассмотрим принципы функционирования элементов антенны. Допустим, что она работает в передающем режиме. Тогда сигнал поступает на волновод 4, который переходит в планарный рупор. Вид на планарный рупор сверху показан на рис. 4.2.2.



*Рис. 4.2..2. Планарный рупор*

Он представляет собой Н-плоскостной рупор, который с высотой  $a$ . Внутри рупора пространство может быть заполнено диэлектриком с относительной проницаемостью  $\varepsilon$ . Возбуждается рупор волноводом, а заканчивается он вертикальным зеркалом, имеющим в Н-плоскости параболический или близкий к параболическому профиль. Фокус параболы совпадает с фазовым центром цилиндрической волны рупора. Верхняя стенка

рупора не имеет электрического контакта с параболическим зеркалом. Их разделяет щель связи шириной  $S$ . Волновод 4 (рис. 4.2.1) возбуждает в планарном рупоре цилиндрическую волну, которая имеет одну компоненту электрического поля перпендикулярную плоскости рупора. В силу граничных условий указанная компонента обращается в нуль на вертикальных стенках рупора. Цилиндрическая волна доходит до планарного зеркала и щели связи и претерпевает там два преобразования. Первое: она отражается назад и ее фазовый фронт преобразуется из цилиндрического в плоский, второе: она переходит с нижнего слоя на верхний. Таким образом, на верхнем слое мы получаем широкий волновой пучок с плоским фазовым фронтом, который набегаем на решетку слева.

Рассмотренная выше антенна содержит в качестве излучающей структуры щелевую решетку на ПВ. Не трудно увидеть, что вместо нее можно было использовать также волноводно - щелевую решетку, у которой открытые концы волноводов располагаются в плоскости параллельной фазовому фронту пучка, создаваемого на выходе планарного зеркала (см. рис. 4.2.3 а). Возможна также комбинация квазиоптического зеркального возбуждателя с решеткой на ИПВ, которая показана на рис. 4.2.3 б.

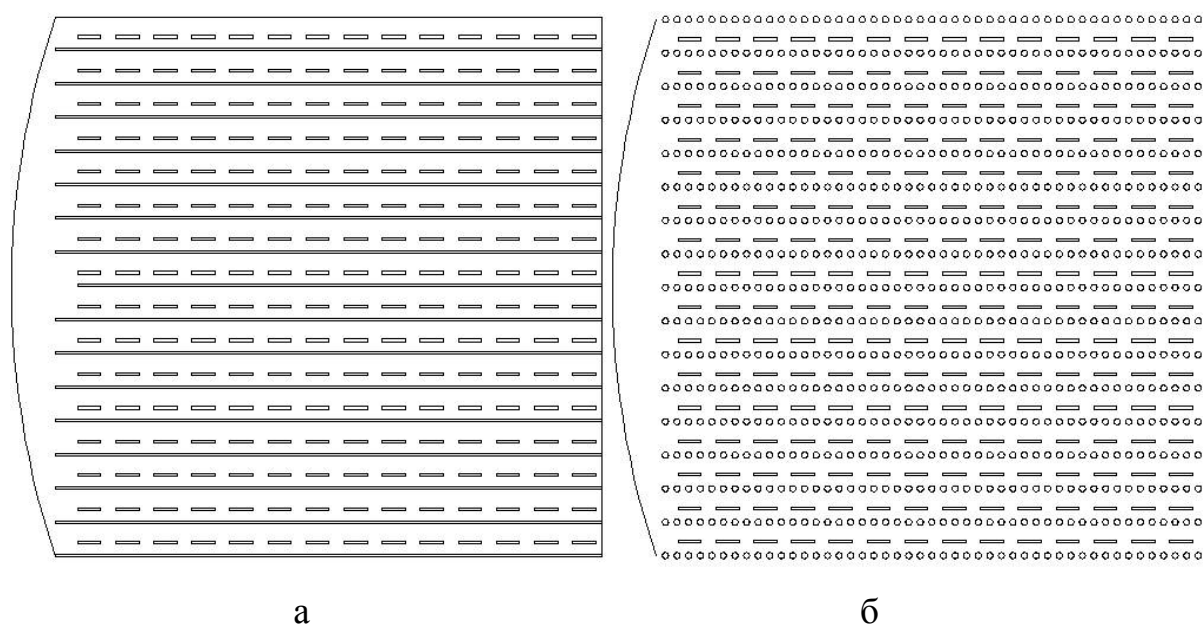


Рис. 4.2.3. ВЩР и решетка на ИПВ волноводах с зеркальным квазиоптическим возбуждителем

Мы видим, что двухслойное планарное зеркало представляет собой структуру, состоящую из вертикальной металлической стенки и щели связи, которая соединяет два ПВ, расположенных один над другим так, что они имеют общий экран. Стенка и щель связи изогнуты вдоль некоторой кривой, которая, как мы убедимся ниже, может быть близка, например, к параболе.

Отметим следующие моменты. Данное зеркало выполнено на основе ПВ и, следовательно, работает на  $T$  - волнах. В отличие от однослойных зеркал отражение падающих на него волн происходит одновременно с их переходом с одного слоя структуры на другой. Поэтому отраженные волны распространяются в другой области пространства по отношению к падающим волнам. Именно это свойство планарных зеркал обусловило большой интерес к их применению на практике. Благодаря разделению в пространстве падающих и отраженных волн полностью решается проблема затенения зеркала облучателем, характерная для объемных и однослойных планарных зеркал. Нетрудно увидеть, что снятие проблемы затенения позволяет создавать компактные и эффективные оптические системы, которые нереализуемы в однослойном варианте.

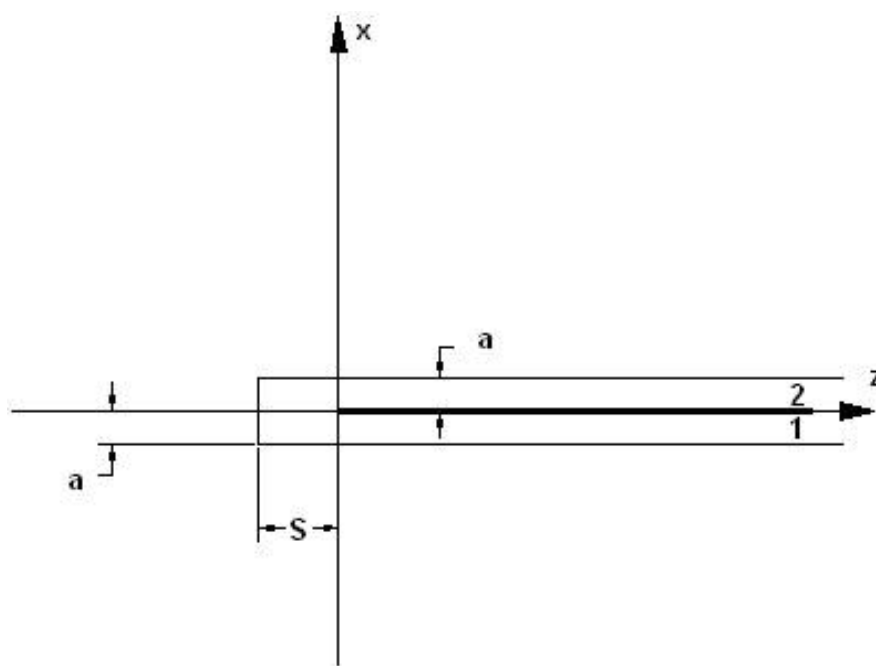
Интересно отметить, что двухслойные зеркала были известны в антенной технике весьма давно [28]. Они получили название пилбокс (pillbox). В начальный период идея зеркала такого типа никак не связывалась с интегральной технологией и ИО СВЧ. Эта связь возникла значительно позднее при построении печатных антенн ММД и особенно многолучевых печатных антенн, в которых применение двухслойных планарных зеркал позволяет упростить конструкцию и улучшить важные ПК.

В данном разд. 4.2 мы рассмотрим теорию двухслойного планарного зеркала типа пилбокс. Будем решать, аналогично разд. 4.1 задачу математического моделирования этой структуры в два этапа. Сначала опишем зеркало прямолинейной формы, а затем учтем его кривизну. В разд. 4.2 будет обсуждаться первая из этих задач.



*Прямолинейное двухслойное зеркало.* Поперечное сечение исследуемой структуры показано на рис. 4.2.4. Она бесконечна по оси  $Oy$  и может возбуждаться собственными волнами ПВ со стороны входов 1 и 2, набегающими на нее под произвольными углами. Под углом падения мы понимаем угол между направлением распространения волны в плоскости  $YOZ$  и осью  $Oz$ .

Поскольку главной задачей прямолинейного двухслойного планарного зеркала является передача энергии с одного слоя на другой, то его уместно также называть межслойным переходом. Нашей задачей является создание математической модели межслойного перехода, позволяющей осуществлять выбор его параметров. Критерием для выбора параметров является требование согласования структуры.



*Рис. 4.2.4. Межслойный переход*

Для построения математической модели отметим следующее обстоятельство. Данную структуру можно рассматривать как совокупность двух элементов. Первый элемент – это линейный волноводный тройник, то есть сочленение трех волновода (два с высотой равной  $a$  и один с высотой  $2a$ ). Волновод с высотой  $2a$  расположен при  $z < 0$ , а волноводы с высотой  $a$

расположены при  $z > 0$ . Второй элемент – это короткозамкнутый отрезок волновода двойной высоты длиной  $S$ . Отметим, что линейный волноводный тройник неоднократно рассматривался в литературе (например, в книге [92]). И его матрица рассеяния может считаться известной.

Межслойный переход симметричен относительно плоскости  $YOZ$ . Поэтому его можно анализировать независимо для случаев четного и нечетного возбуждения, размещая в плоскости симметрии последовательно магнитную и электрическую стенки. В обоих случаях мы имеем дело с парциальными двухполюсниками, которые характеризуются одним элементом матрицы рассеяния. Для четного возбуждения это коэффициент отражения  $S_{11ч}$ , а для нечетного –  $S_{11н}$ . При нечетном возбуждении (электрическая стенка в плоскости симметрии) структура парциального двухполюсника тривиальна – это отрезок закороченного волновода длиной  $S$ . Найти его матрицу рассеяния не составляет труда:

$$S_{11н} = -\exp(-2i\kappa S), \quad \kappa = k \cos(\varphi), \quad (4.2.1)$$

где  $k$  – волновое число среды, заполняющей плоские волноводы, а  $\varphi$  – угол падения волны.

В случае нечетного возбуждения парциальный двухполюсник имеет более сложную структуру, показанную на рис. 4.2.5. Верхняя стенка ПВ на участке 1 – идеально проводящая стенка, а на участке 2 – это идеальная магнитная стенка. Как уже говорилось выше, мы рассматриваем структуру, показанную на рис. 4.2.4 как совокупность двух СВЧ многополюсников: сочленения двух ПВ с электрической ( $z > 0$ ) и магнитной ( $z < 0$ ) верхними стенками и отрезка короткозамкнутого волновода длиной  $S$ . Решение электродинамической задачи для первого многополюсника представлено в [92]. Матрица рассеяния отрезка короткозамкнутого волновода находится тривиально.

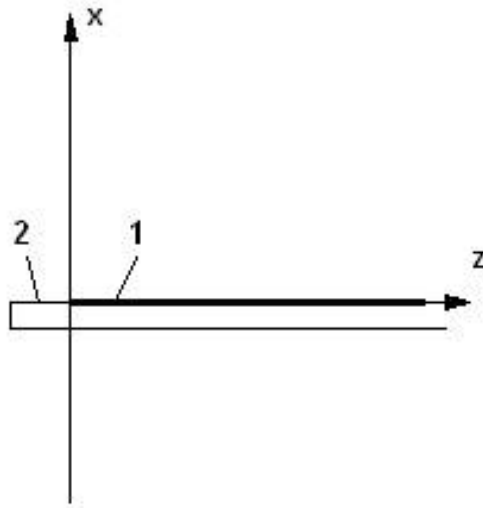


Рис. 4.2.5. Парциальный двухполюсник при нечетном возбуждении

Особенностью данной структуры является то, что нерегулярность при  $z=0$  возбуждает в волноводе с магнитной стенкой, вообще говоря, бесконечный спектр собственных волн, среди которых распространяющихся волн может не быть вовсе. Будем рассматривать две ситуации: в данном волноводе вообще нет распространяющихся волн и в нем имеется одна такая волна. Распространяющиеся волны отсутствуют при выполнении следующего неравенства:

$$a < \frac{\lambda}{4\sqrt{\varepsilon}}, \quad (4.2.2)$$

где  $\lambda$  - длина волны в свободном пространстве, а  $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей плоский волновод. Одна распространяющаяся волна существует при выполнении следующего неравенства:

$$\frac{\lambda}{4\sqrt{\varepsilon}} < a < \frac{3\lambda}{4\sqrt{\varepsilon}}. \quad (4.2.3)$$

Строго говоря, все волны, возбужденные в волноводе с магнитной стенкой взаимодействуют с вертикальной стенкой, расположенной при  $z = -S$ . Однако большинство из них успевает затухнуть на отрезке волновода длиной  $S$  до такой степени, что токи, наводимые ими на вертикальной стенке

пренебрежимо малы. Вклад реактивных волн в суммарный коэффициент отражения пропорционален параметру  $\delta$ , определяемому следующим образом:

$$\delta = \exp(-2k_{cn}S), k_{cn} = \sqrt{\left(\frac{\pi\left(n + \frac{1}{2}\right)}{a}\right)^2 - \kappa^2}, n = 0, 1, \dots \quad (4.2.4)$$

где  $k_{cn}$  – постоянные распространения собственных волн волновода с верхней магнитной стенкой. Расчеты показали, что параметр  $\delta$  при оптимальных значениях  $S$  не превышает 0.01 для всех  $n \geq 1$  и, следовательно, на этом уровне точности взаимодействием с короткозамыкателем всех волн кроме волны с  $n=0$  можно пренебречь. Таким образом, мы приходим к одноволновой модели взаимодействия двух нерегулярностей. Тогда, используя теорию СВЧ многополюсников [32], можно записать выражение для  $S_{11ч}$ :

$$S_{11ч} = S_{11s} - \frac{S_{12s}^2 \exp(-2k_{c0}S)}{1 + S_{22s} \exp(-2k_{c0}S)}, \quad (4.2.5)$$

где  $S_{ijs}$  – элементы матрицы рассеяния стыка двух волноводов с электрической и магнитной стенками. Выражения для  $S_{ijs}$  получаются из решения задачи, представленного в [92]:

$$\begin{aligned}
S_{11s} &= -\frac{k_{s0} - k_{c0}}{k_{s0} + k_{c0}} \frac{F(k_{s0})}{F(-k_{s0})}, k_{sn} = \sqrt{\left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 - \kappa^2}, n = 0, 1, \dots, \\
S_{22s} &= \frac{k_{s0} - k_{c0}}{k_{s0} + k_{c0}} \frac{F(-k_{c0})}{F(k_{c0})}, \\
S_{12s} &= \sqrt{1 - |S_{11s}|^2} \exp(i(\varphi_{11s} + \varphi_{22s} - \pi)), \\
F(x) &= \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \frac{x}{ik_{cn}}}{1 + \frac{x}{ik_{sn}}} \frac{1 + \frac{xa}{i\pi n}}{1 + \frac{xa}{i\pi\left(n + \frac{1}{2}\right)}} \frac{\Gamma\left(1 + \frac{xa}{i\pi}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2} + \frac{xa}{i\pi}\right)},
\end{aligned} \tag{4.2.6}$$

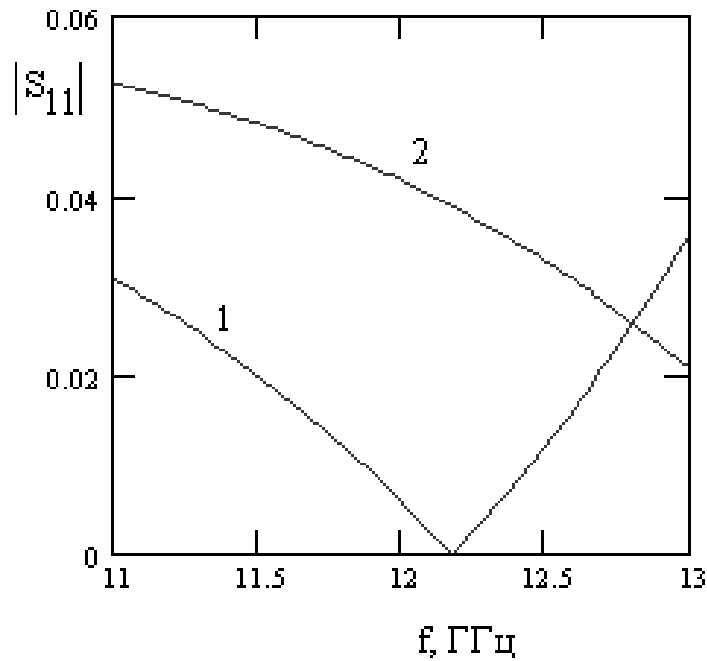
где  $\Gamma(x)$  - Гамма функция,  $\varphi_{ijs}$  - фазы соответствующих элементов  $S_{ijs}$ .

Теперь не составляет труда получить выражения для матрицы рассеяния межслойного перехода в целом. Для этого следует воспользоваться методом симметрии:

$$\begin{aligned}
S_{11} &= \frac{S_{11ч} + S_{11н}}{2}, \\
S_{12} &= \frac{S_{11ч} - S_{11н}}{2}.
\end{aligned} \tag{4.2.7}$$

Рассмотрим далее характеристики перехода в двух разных режимах: первый режим соответствует неравенству (4.2.2). Назовем его статическим режимом. Второй режим соответствует неравенству (4.2.3). Назовем его динамическим режимом.

На рис. 4.2.6 представлена частотная зависимость коэффициента отражения от перехода при нормальном падении волны – кривая 1 и падении под углом  $30^\circ$  – кривая 2. Переход имеет следующие геометрические параметры:  $a=5$ ,  $S=2.7$ , заполнение волноводов – воздушное. Из рисунка видно, что при правильном выборе параметров перехода возможно хорошее согласование в достаточно широком диапазоне частот. Изменение угла падения нарушает идеальное согласование. Тем не менее, абсолютное значение коэффициента отражения не превышает 0.06.

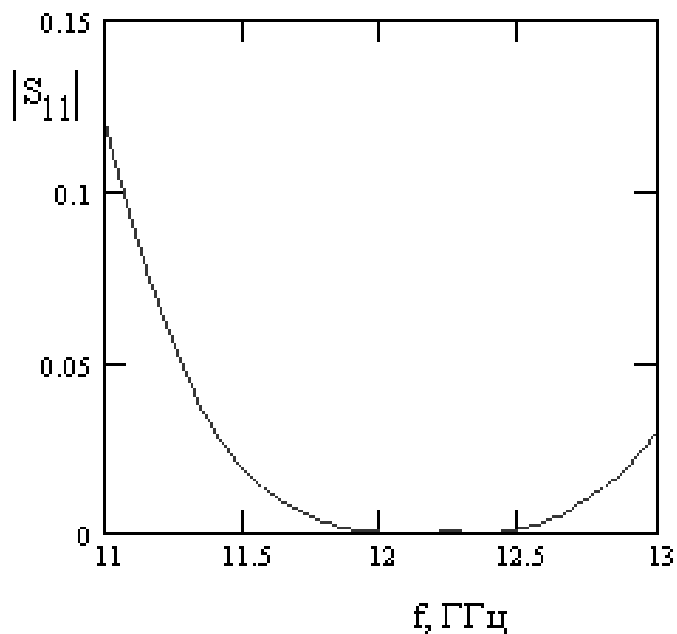


*Рис. 4.2.6. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения межслойного перехода в статическом режиме*

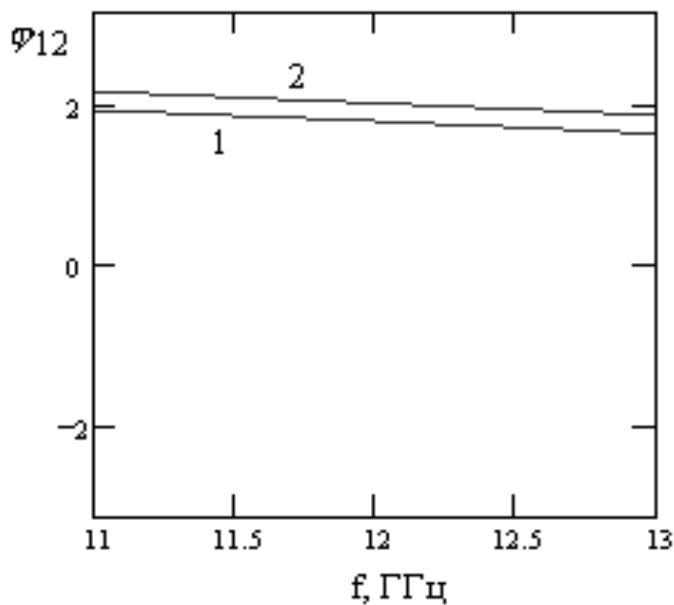
В динамическом режиме также возможно хорошее согласование перехода, но оно достигается при существенно больших значениях  $S$ . На рис. 4.2.7 показана частотная зависимость коэффициента отражения для  $a=10$  и  $S=28.2$ . Из рисунка видно, переход согласован в некоторой полосе частот, которая уже полосы согласования в статическом режиме. Если не обращать внимание на проблемы, связанные с созданием ПВ на тонких подложках, то предпочтительнее выглядит статический режим, так как в нем размеры перехода меньше, а полоса рабочих частот больше.

Важной характеристикой перехода является зависимость фазы коэффициента прохождения  $\varphi_{12}$  от угла падения. Вообще говоря, если эта зависимость существенна, то профиль зеркала должен быть не параболическим, а несколько иным. Отличие формы зеркала от параболической должно компенсировать фазовые искажения, связанные с зависимостью  $\varphi_{12}$  от угла падения волны. На рис. 4.2.8 показаны две частотные зависимости  $\varphi_{12}$ , полученные для нормального падения – кривая 1 и падения под углом  $30^\circ$  – кривая 2. Кривые 1,2 рассчитаны для планарного

зеркала в статическом режиме со следующими параметрами  $a=5$ ,  $S=2.7$ ,  $\varepsilon = 1$ . Из графиков видно, что разница фаз в этом случае не превышает  $0.2$  или  $11.5^\circ$ . Погрешность в  $11.5^\circ$  допустима при проектировании зеркальных антенн и поэтому зависимость фазы от угла падения можно не учитывать при проектировании зеркала.



*Рис. 4.2.7. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения межслойного перехода в динамическом режиме*



*Рис. 4.2.8. Зависимость фазы коэффициента прохождения от частоты*

Отметим, что данный вывод не относится к динамическому режиму, в котором эффект зависимости фазы коэффициента прохождения от угла падения значительно сильнее и пренебрегать им невозможно. Пример зависимости фазы  $\varphi_{12}$  от угла падения  $\varphi$  приведен на рис. 4.2.9. Кривая получена для  $a=10$  и  $S=28.2$ , то есть для межслойного перехода в динамическом режиме.

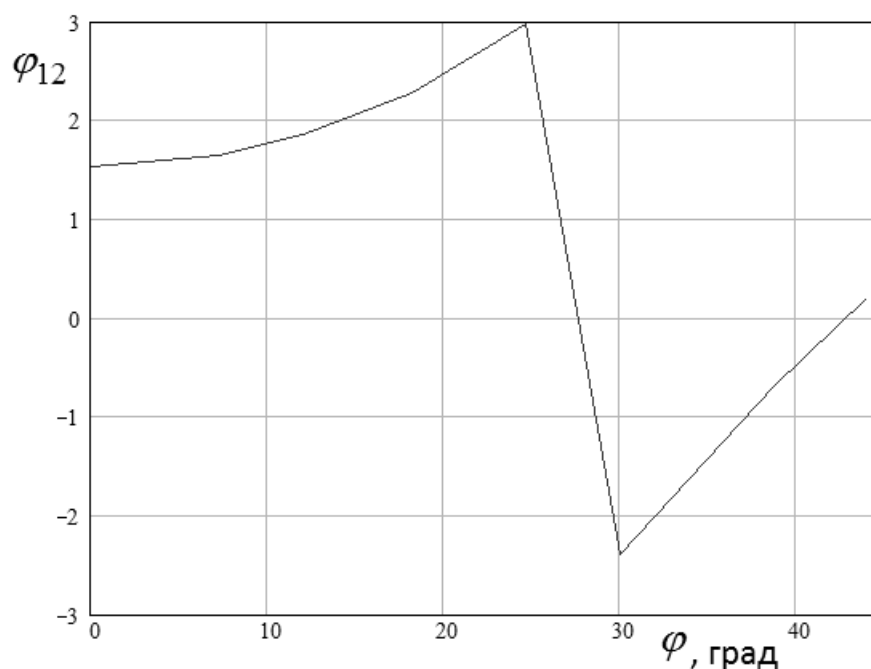


Рис. 4.2.9. Зависимость фазы коэффициента прохождения от угла падения

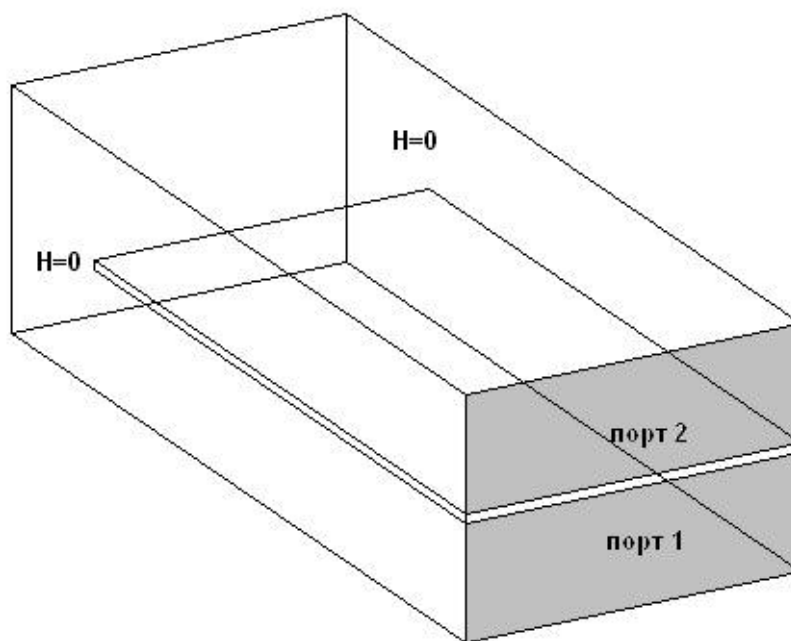
*Методы численного исследования межслойного перехода.* Развитая выше на основе аналитического решения методом Винера - Хопфа теория имеет ограничения на область своего применения, связанную с конечной толщиной экрана, разделяющего два ПВ. В большинстве случаев толщина металлизации много меньше высоты ПВ. Однако, на относительно высоких частотах, когда возникает необходимость уменьшения толщины диэлектрического слоя она может иметь сопоставимое с ней значение.

В подобных случаях анализ межслойного перехода может быть проведен с использованием систем электродинамического моделирования таких, например, как HFSS [42]. Рассмотрим некоторые возможности анализа межслойного перехода с помощью HFSS.



Мы можем выделить две основные проблемы. Одна из них связана с тем, что рассматриваемая структура относится к числу идеализированных двумерных структур бесконечных вдоль оси  $Oy$ . В тоже время, численный метод конечных элементов, лежащий в основе HFSS может использоваться только при условии ограниченного объема, в котором ищется электромагнитное поле. Таким образом, перед нами стоит задача ограничения структуры по оси  $Oy$ . Другая сложность обусловлена необходимостью анализа наклонного падения волны на межслойный переход.

Обе сформулированные выше задачи легко решаются при нормальном падении волны. В этом случае поле не меняется вдоль оси  $Oy$ . Поэтому в любой плоскости параллельной плоскости  $XOZ$  можно разместить магнитные стенки, которые не приведут к его искажению. Например, мы можем использовать две стенки при  $y = \pm d/2$ . В этом случае анализ перехода сводится к исследованию сочленения TEM волноводов, которое показано на рис. 4.2.10.



*Рис. 4.2.10. Сочленение TEM волноводов*

Анализ такой структуры не представляет труда для HFSS, который может определить матрицу рассеяния сочленения, которое содержит два

порта 1 и 2 (см. рис. 4.2.10). Элементы этой матрицы совпадают с параметрами рассеяния межслойного перехода при условии одноволнового режима в ТЕМ волноводе.

Модель перехода в виде сочленения волноводов позволяет также анализировать наклонное падение волн. В этом случае на боковых стенках структуры изображенной на рис. 4.2.10 необходимо установить, так называемые, периодические граничные условия [93]. Такую возможность предоставляет HFSS. Вообще говоря, периодические граничные условия предназначены для анализа бесконечных периодических структур, например, антенных решеток. Однако, их можно использовать также для расчета полей в однородных бесконечных структурах аналогичных межслойному переходу. Для этого мы можем разбить непрерывную структуру на бесконечную последовательность одинаковых отрезков и рассматривать каждый из них как период. В этом случае справедливы указанные выше условия, которые связывают поля на границах периода друг с другом. При этом поля отличаются только фазовым множителем, величина которого задается полем возбуждения в виде плоской волны.

Поле падающей волны зависит от  $y$  как  $\exp(-iky \cos \varphi)$ . Поэтому разность фаз  $\Delta\varphi$  между полями на границах периода равна  $-kP \cos \varphi$ , где  $P$  - длина отрезков, на которые разбита однородная структура. Она используется в качестве параметра периодических граничных условий. Отметим, что выбор величины  $P$  абсолютно произволен. Результат решения не должен от нее зависеть. Такое положение легко объясняется с позиции представления поля периодической структуры в виде ряда по гармоникам Флоке [59].

В нашем случае мы имеем дело с периодичностью по оси  $Oy$ . Поэтому в самом общем виде зависимость поля от  $y$  описывается рядом:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{-ik_n y}, \quad (4.2.8)$$

$$\kappa_n = k \cos \varphi + \frac{2\pi n}{P}.$$

Ряды типа (4.2.8) неоднократно встречались в этой книге. Видно, что период входит только члены ряда с  $n \neq 0$ . Иными словами, поле нулевой гармоники от периода не зависит. Отметим также, что поле падающей волны с точки зрения разложения (4.2.8) относится к полю нулевой гармоники.

В периодической структуре произвольного типа падающая волна возбуждает все возможные гармоники Флоке. Однако, мы имеем дело с особой структурой, а именно у которой период однороден вдоль оси  $Oy$ . В ней возбуждение гармоник высших порядков не происходит. Поэтому вторичное поле вместе с первичным являются полями нулевой гармоники и, следовательно, от периода не зависят.

Данный вывод с теоретической точки зрения абсолютно справедлив. Однако, на практике при численной реализации решения условие однородности периода вдоль оси  $Oy$  нарушается. В первую очередь, это происходит при дискретизации пространства на элементарные ячейки. Их размеры и форма могут меняться вдоль оси  $Oy$ , что может быть причиной возбуждения высших гармоник Флоке. Естественно, что при сгущении сетки этот эффект должен стремиться к нулю. Однако, во избежании проблем с ним лучше выбирать период  $P$  меньшим половины длины волны в среде заполняющей межслойный переход. Такой выбор тем более целесообразен, что уменьшение размера анализируемой структуры всегда приводит к уменьшению затрат компьютерного времени.

В системах электродинамического моделирования, в которых отсутствуют периодические граничные условия также можно анализировать наклонное падение  $T$  - волны на межслойный переход. Для этого можно воспользоваться структурой на рис. 4.2.10, но снять ограничения на размер волновода по оси  $Oy$  -  $d$ .

Известно, что в ТЕМ волноводе могут распространяться волны, имеющие вариации поля по оси  $Oy$ . Их постоянные распространения  $\gamma_n$  определяются следующим образом:

$$\gamma_n = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi n}{d}\right)^2}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (4.2.9)$$

Из соотношения (4.2.9) видно, что основной Т – волне соответствует номер  $n = 0$ . Если размер  $d$  выбрать достаточно большим, то ТЕМ волновод будет иметь несколько распространяющихся волн. Каждой из них соответствует свой угол падения на межслойный переход  $\varphi_n$ . Это следует из известной концепции собственных волн волновода принадлежащей Бриллюэну [66]. Углы падения определяются следующим образом:

$$\varphi_n = \arctg \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{kd}{\pi n}\right)^2 - 1}}. \quad (4.2.10)$$

Таким образом, возбуждая сочленение ТЕМ волноводов не только основной, но и высшими типами волн и находя для них параметры рассеяния, мы решаем задачу о возбуждении межслойного перехода волнами, падающими под углами определяемыми формулой (4.2.10). При этом мы получаем решение только для ограниченного дискретного множества углов падения.

В рамках HFSS анализ многоволновой структуры сводится к определению ее обобщенной матрицы рассеяния, которая учитывает не только основной, но и высшие типы волн. Важно также отметить, что в силу однородности структуры вдоль оси  $Oy$  и ортогональности собственных волн ТЕМ волновода дифракция на сочленении не будет приводить к связи волн с разным числом вариаций по оси  $Oy$ .

#### 4.3. Учет пространственной дисперсии коэффициента отражения при синтезе планарного зеркала

В предыдущих разделах четвертой главы при анализе прямолинейных зеркал мы несколько раз сталкивались с проблемой зависимости фазы коэффициента отражения от угла падения. В случае двухслойного зеркала мы говорили о зависимости фазы коэффициента передачи, но это отличие не имеет принципиального значения. Оно связано лишь с тем, что в однослойных и двухслойных зеркалах фазу отраженной волны определяют разные элементы матрицы рассеяния. Поэтому дальше мы будем говорить о коэффициенте отражения.

Пусть отражатель с прямолинейной границей характеризуется коэффициентом отражения  $R(\varphi_i)$ , который в общем случае является функцией угла падения  $\varphi_i$ . Для рефлектора в виде металлической стенки коэффициент отражения равен минус единице вне зависимости от угла падения. В тоже время, для планарных отражателей характерна существенная зависимость фазы коэффициента отражения от угла падения. Отметим, что при этом его модуль может оставаться равным, или, по крайней мере, близким к единице, что является следствием отсутствия потерь в структуре.

Поэтому зеркала традиционной формы, которые получаются в предположении независимости фазы от угла падения: параболической, эллиптической, гиперболической и т.д. должны быть скорректированы с учетом отмеченного выше эффекта. Его уместно назвать эффектом пространственной дисперсии коэффициента отражения [94] по аналогии с пространственной дисперсией поверхностного импеданса [54]. Таким образом, целью данного раздела является коррекция процедуры синтеза форма планарного зеркала с учетом эффекта пространственной дисперсии коэффициента отражения.

Следует также сказать, что пространственная дисперсия коэффициента отражения проявляется в более широком классе структур, чем пространственная дисперсия импеданса, хотя оба этих эффекта связаны друг с другом. В частности, поверхность с локальными импедансными граничными условиями уже имеет коэффициент отражения, зависящий от угла  $\varphi_i$ , хотя величина импеданса от него не зависит.

*Модель планарного зеркала.* В первой части разд. 4.3 обсудим модель планарного зеркала.

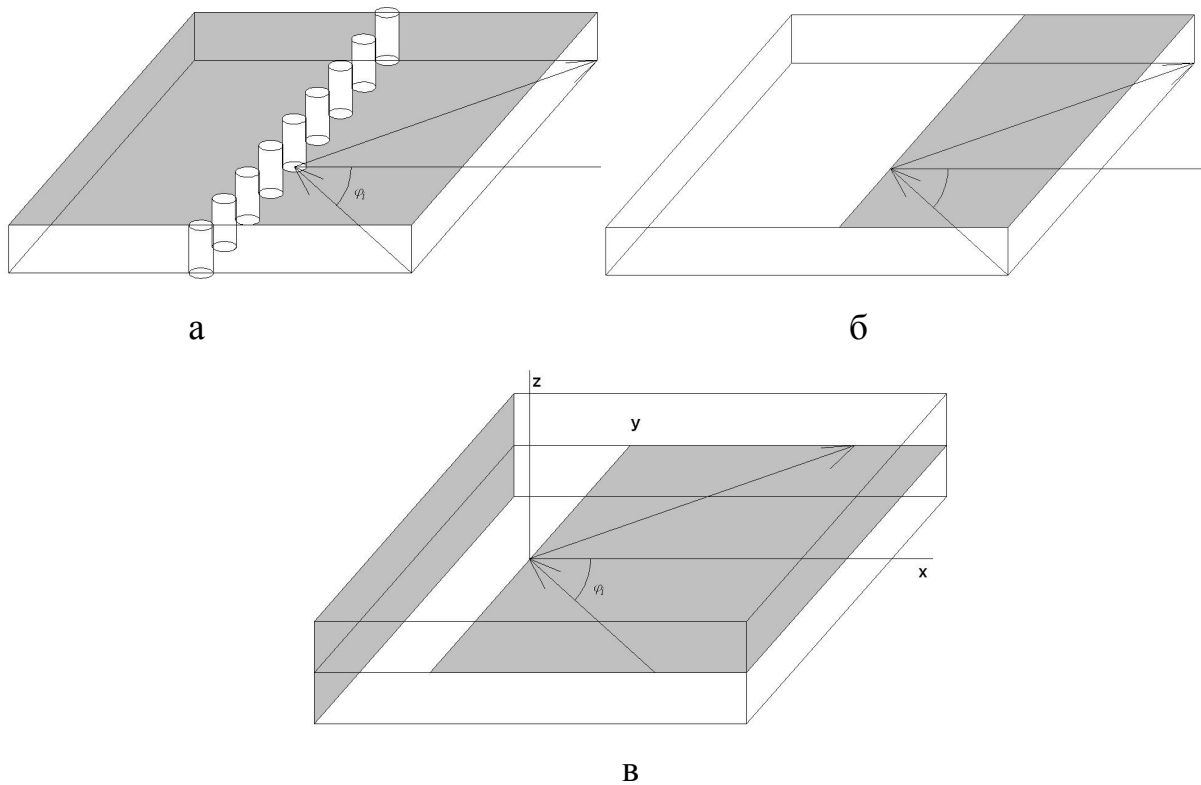


Рис. 4.3.1. Планарные рефлекторы

На рис. 4.3.1 показаны конструкции ряда планарных зеркал, которые обсуждались в разд. 4.1 - 4.5. Все они отражают двумерные волны, распространяющиеся в ПлВ. ПлВ может быть выполнен различным образом. Наиболее часто используемыми вариантами являются ПВ и ПлДВ. В первом случае речь идет о пластине с металлизированными поверхностями, в которой распространяются двумерные Т – волны. Во втором случае о диэлектрической пластине с поверхностными Е или Н – волнами. Все изображенные на рис.

4.3.1 а – в структуры выполнены на основе ПВ. На рис. 4.3.1 а показан отражатель в виде периодической решетки из металлических цилиндров, на рис. 4.3.1 б в виде обрыва проводника ПВ, на рис. 4.3.1 в показано двухслойное планарное зеркало.

Отметим известный факт, состоящий в том, что волны ПЛВ могут быть описаны как волны двумерной однородной среды с эффективной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_e$  [20]:

$$\varepsilon_e = \frac{\gamma^2}{k^2}, \quad (4.3.1)$$

где  $\gamma$  - постоянная распространения волны ПЛВ,  $k$  - волновое число свободного пространства. В двумерной среде могут распространяться волны Е и Н – типов. Тип волны в двумерной среде задается типом волны в исходном ПЛВ. Например, Т – волны эквивалентны Е – волнам двумерной среды. Мы ограничим наш анализ случаем Е – волн. Напомним, что модель ПЛВ в виде двумерной среды с эффективными параметрами мы уже неоднократно использовали в других главах данной книги. Поэтому приводим ее без дополнительного обоснования.

Для нас важно, что вне зависимости от структуры зеркала его реакция на падение плоской волны с углом падения  $\varphi_i$  может быть описана в виде коэффициента отражения  $R(\varphi_i)$ , модуль которого мы полагаем равным единице. Фаза коэффициента отражения зависит от положения отсчетной плоскости.

Вообще говоря, вблизи границы планарного зеркала поле имеет сложную структуру, которая зависит от конструкции зеркала. Появление сложного ближнего поля обусловлено возбуждением на указанной границе всего спектра собственных волн ПЛВ. Однако, на некотором удалении от места возбуждения эти волны быстро затухают и полное поле формируется только полем отраженной волной, того же типа, что и падающая волна, но

распространяющаяся в обратном направлении. Описанное выше разделение поля в окрестности границы ПлВ на ближнее и дальнее использовалось нами в главе 3. Там же было показано, что дальнее поле практически без потери точности описывается в рамках двумерной модели, в которой область занятая ПлВ заменяется двумерной средой с эквивалентными параметрами (4.3.1), а граница зеркала моделируется стенкой с коэффициентом отражения  $R(\varphi_i)$ . Будем далее анализировать планарные зеркала при помощи указанной двумерной модели. В этом случае конструкция зеркала влияет только на вид функции  $R(\varphi_i)$ .

Говоря о коэффициенте отражения от планарного зеркала, мы предполагаем, что оно возбуждается плоской волной. Далее найдем отраженное поле  $E_{zr}$  в более общем случае, когда падающее поле  $E_{zi}$  имеет произвольный вид. Для этого представим его в виде интеграла Фурье:

$$E_{zi} = \int_{-\infty}^{\infty} e_i(\beta) e^{-i\beta y + iqx} d\beta, \quad (4.3.2)$$

$$q = \sqrt{k^2 \varepsilon_e - \beta^2},$$

где  $e_i(\beta)$  - спектральная плотность падающего поля. Отсчетная плоскость расположена при  $x = 0$ .

Учитывая, что каждая парциальная плоская волна из разложения (4.3.2) отражается с коэффициентом отражения  $R(\beta)$ , то для отраженного поля получаем следующее выражение:

$$E_{zr} = \int_{-\infty}^{\infty} e_i(\beta) R(\beta) e^{-i\beta y - iqx} d\beta. \quad (4.3.3)$$

Спектральный параметр  $\beta$  связан с углом падения следующим образом:

$$\beta = k \sqrt{\varepsilon_e} \sin \varphi_i. \quad (4.3.4)$$



Запишем отраженное поле непосредственно в отсчетной плоскости:

$$E_{zr} = \int_{-\infty}^{\infty} e_i(\beta) R(\beta) e^{-i\beta y} d\beta. \quad (4.3.5)$$

Выразим функцию  $e_i(\beta)$  через падающее поле при  $x = 0$ :

$$e_i(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{zi}(y') e^{i\beta y'} dy'. \quad (4.3.6)$$

Подставим формулу (4.3.6) в (4.3.5):

$$E_{zr} = \int_{-\infty}^{\infty} E_{zi}(y') G(y - y') dy', \quad (4.3.7)$$

$$G(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\beta) e^{-i\beta y} d\beta. \quad (4.3.8)$$

Выражение (4.3.7) является интегральным представлением отраженного поля. Если функция  $R(\beta)$  постоянна, то есть не зависит от угла падения, то ядро интегрального представления  $G(y)$  превращается в дельта функцию, а отраженное поле определяется значением падающего поля в точке наблюдения. В общем случае функция  $G(y)$  отлична от дельта функции и выражение (4.3.7) описывает нелокальную связь отраженного и падающего полей.

Учтем далее особенность поля в квазиоптических устройствах, которыми являются планарные зеркала. Она состоит в том, что спектр, так называемой геометрооптической части поля всегда ограничен следующим интервалом:

$$|\beta| < k_e, \quad (4.3.9)$$

$$k_e = k \sqrt{\varepsilon_e}.$$

Ограничение спектра поля интервалом (4.3.9) означает, что мы исключаем из анализа реактивные затухающие волны, как правило, локализованные вблизи источника. Поскольку в квазиоптических устройствах

расстояние от источника до отражателя весьма велико, то вклад указанных волн пренебрежимо мал и принятое допущение вполне оправданно. С учетом сделанных замечаний мы можем модифицировать выражение (4.3.8):

$$G(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-k_e}^{k_e} R(\beta) e^{-i\beta y} d\beta. \quad (4.3.10)$$

Нам теперь осталось обобщить соотношение (4.3.7) для случая изогнутой поверхности рефлектора.

Введем, как показано на рис. 4.3.2 локальную систему координат  $nSZ$ , связанную с поверхностью рефлектора.

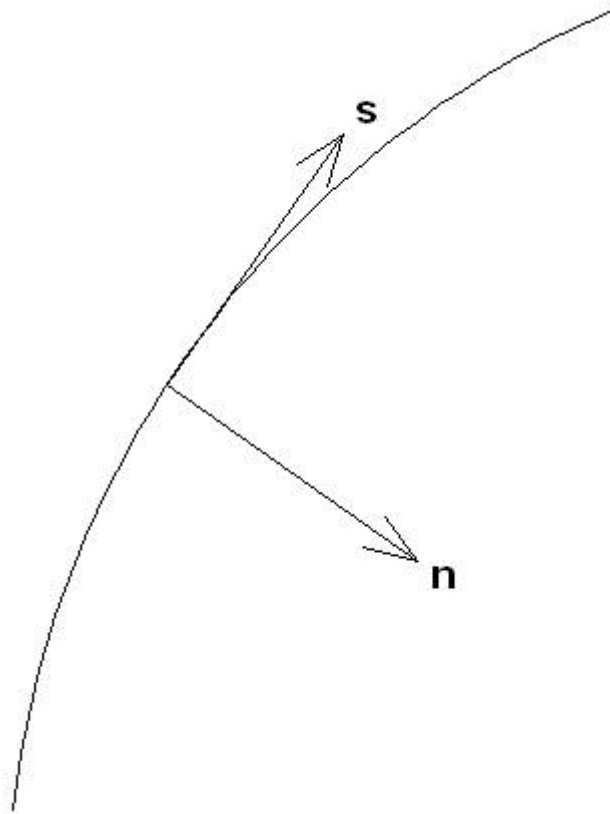


Рис. 4.3.2. Локальная система координат

Во введенной системе координат  $nSZ$  соотношение (4.3.7) записывается следующим образом:

$$E_{zr} = \int_{-\infty}^{\infty} E_{zi}(s') G(s - s') ds'. \quad (4.3.11)$$

Выражение (4.3.11) справедливо только для поверхностей с большим радиусом изгиба, при котором соотношение (4.3.8) остается в силе. Важно, что именно такие поверхности используются для построения квазиоптических зеркал.

*Анализ отраженного поля.* Продолжим во второй части разд. 4.3 анализ отраженного поля с помощью соотношения (4.3.11). На первом этапе рассмотрим на типичном примере поведение функции  $G(s)$ .

В качестве отражающей структуры используем диэлектрический слой, расположенный на металлической поверхности. Его коэффициент отражения записывается следующим образом [66]:

$$R(\beta) = \frac{iX(\beta)q - 1}{iX(\beta)q + 1}, \quad (4.3.12)$$

$$X(\beta) = p \operatorname{tg} pd,$$

$$p = \sqrt{k^2 \varepsilon - \beta^2},$$

где  $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость слоя, а  $d$  - его толщина. Для простоты полагаем, что эффективная проницаемость среды, в которой расположена отражающая структура равна единице.

На рис. 4.3.3 показана зависимость модуля функции  $G(s)$ , нормированного на его значение в точке  $s = 0$ . Кривые 1 – 3 получены для  $d = 4, 4.5, 5$ ,  $\varepsilon = 6$ ,  $f = 30$  ГГц.

Видно, что функция  $G(s)$  достаточно сильно локализована в окрестности точки  $s = 0$ . При увеличении толщины слоя степень локализации уменьшается.

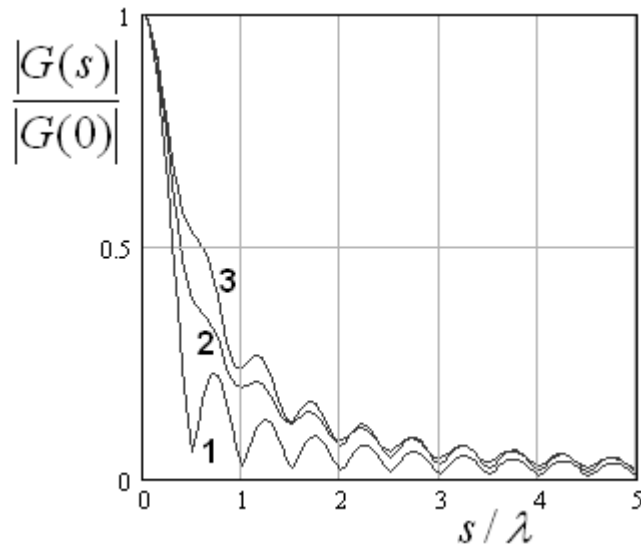


Рис. 4.3.3. Ядро интегрального оператора

Такое поведение ядра интегрального оператора (4.3.11) позволяет нам использовать для описания поля  $E_{zi}(s')$  разложение в ряд Тейлора в окрестности точки  $s' = s$ . При этом мы будем отдельно рассматривать модуль и фазу поля:

$$E_{zi}(s) = |E_{zi}(s)|e^{i\phi_i(s)}. \quad (4.3.13)$$

Целесообразность выделения модуля и фазы поля обусловлена тем, что модуль поля на поверхности зеркала, как правило, меняется значительно медленнее фазы. Поэтому с учетом локализации ядра интегрального оператора мы можем считать его постоянным:

$$|E_{zi}(s')| = |E_{zi}(s)|. \quad (4.3.14)$$

Фазу падающего поля представим в виде разложения в ряд Фурье:

$$\phi_i(s') = \phi_i(s) + (s' - s)\phi_i'(s) + \frac{(s' - s)^2}{2}\phi_i''(s) + \dots, \quad (4.3.15)$$

где  $\phi_i'(s)$  и  $\phi_i''(s)$  - первая и вторая производные от фазы в точке  $s' = s$ .

Оставим в разложении (4.3.15) три первых члена. Отметим, что производная от фазы падающего поля с геометрической точки зрения [1]

связана с касательной компонентой волнового вектора луча, падающего на зеркало в точке с координатой  $S$  :

$$\phi'_i(s) = -k_{\tau i}. \quad (4.3.16)$$

Введем также обозначение:

$$a = \frac{\phi''_i(s)}{2}. \quad (4.3.17)$$

Запишем далее выражение (4.3.11) с учетом сделанных преобразований:

$$E_{zr} = E_{zi}(s) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_{\tau i}s} e^{ias^2} G(s) ds. \quad (4.3.18)$$

Представим второй экспоненциальный множитель в формуле (4.3.18) в виде ряда:

$$e^{ias^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ia)^n s^{2n}}{n!}. \quad (4.3.19)$$

Интеграл, стоящий в правой части выражения (4.3.18) можно преобразовать следующим образом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_{\tau i}s} s^{2n} G(s) ds = \begin{cases} i^{2n} \frac{\partial^{2n}}{\partial k_{\tau i}^{2n}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_{\tau i}s} G(s) ds, & n \neq 0, \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_{\tau i}s} G(s) ds, & n = 0. \end{cases} \quad (4.3.20)$$

С учетом соотношений (4.3.8), (4.3.19) и (4.3.20) формула (4.3.18) принимает следующий вид:

$$E_{zr} = E_{zi}(s) \left( R(k_{\tau i}) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-a)^n}{n!} \frac{\partial^{2n} R(k_{\tau i})}{\partial k_{\tau i}^{2n}} \right). \quad (4.3.21)$$

Первое слагаемое в формуле (4.3.21) соответствует геометрооптическому описанию поля. В соответствии с ним отраженное поле равно падающему, умноженному на коэффициент отражения. При этом коэффициент отражения берется для угла падения, равного углу падения луча,

падающего на зеркало в данной точке его поверхности. Добавка к геометрической оптике описывается суммой, в которую входят производные от коэффициента отражения.

Для удобства использования в выражении для фазы отраженного поля  $\phi_r$  можно выделить в явном виде фазу падающего поля:

$$\phi_r = \phi_i + \psi(k_{ti}), \quad (4.3.22)$$

$$\psi(k_{ti}) = \phi_R + \Delta\phi,$$

$$\Delta\phi = \arg\left(1 + \frac{1}{R(k_{ti})} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-a)^n}{n!} \frac{\partial^{2n} R(k_{ti})}{\partial k_{ti}^{2n}}\right).$$

где  $\phi_R$  - фаза коэффициента отражения.

*Синтез фокусирующего рефлектора.* Применим полученное соотношение (4.3.21) для решения задачи синтеза фокусирующего рефлектора из поверхности с коэффициентом отражения (4.3.12).

Процедура синтеза поясняется на рис. 4.3.4. Точка  $x = F$  является точкой фокуса, в которую должны сходиться лучи, отраженные от рефлектора при падении на него плоской волны, распространяющейся вдоль оси  $Ox$ .

Пусть в фокусе рефлектора расположен точечный источник, облучающий зеркало. Потребуем выполнения условия для фазы отраженного поля, обеспечивающего преобразование волны точечного источника в плоскую волну. Для этого нам необходимо учесть, что

$$\phi_i = -kr(\alpha). \quad (4.3.23)$$

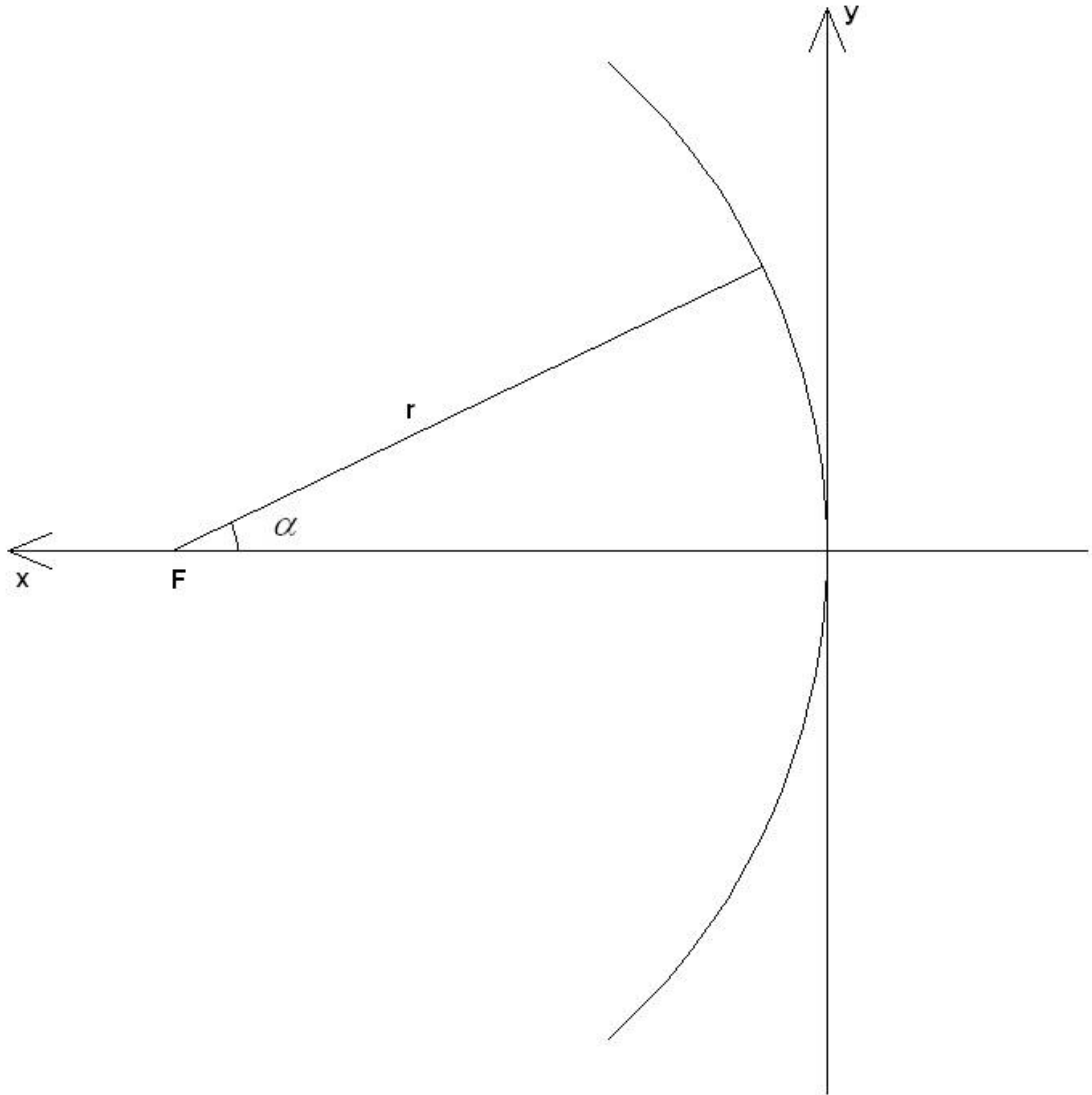


Рис. 4.3.4. Синтез поверхности фокусирующего рефлектора

Принимая во внимание соотношение (4.3.23), получаем:

$$kr - \psi(k_{\bar{t}i}) = kF - \psi(0) + k(F - r \cos \alpha). \quad (4.3.24)$$

Из формулы (4.3.24) находим радиус  $r$  :

$$r = \frac{2Fk + (\psi(k_{\bar{t}i}) - \psi(0))}{(1 + \cos \alpha)k}. \quad (4.3.25)$$

Соотношение (4.3.25) записано с учетом того, что при  $\alpha = 0$ , луч падает на зеркало по нормали, то есть  $k_{\bar{t}i} = 0$ . В отсутствие зависимости фазы  $\psi$  от падающего поля уравнение (4.3.25) совпадает с уравнением параболического рефлектора [1].

Отметим, что выражение (4.3.25) является трансцендентным уравнением относительно радиуса  $r$ , так как фаза  $\psi$  зависит от компоненты волнового вектора  $k_{ti}$ , которая, в свою очередь, связана с углом  $\alpha$  и радиусом  $r$ . Несложные геометрические построения позволяют получить указанную связь:

$$k_{ti} = \frac{r'}{\sqrt{r'^2 + r^2}}, \quad (4.3.26)$$

$$r' = \frac{dr}{d\alpha}.$$

Из формул (4.3.26) видно, что в уравнение (4.3.25) входит производная от радиуса по углу. Для решения задачи синтеза нами использовалась следующая итерационная схема:

$$r_n = \frac{2F}{(1 + \cos \alpha_n)} + \frac{\psi_n - \psi_0}{(1 + \cos \alpha_n)k}, \quad (4.3.27)$$

$$\psi_n = \psi(k_{ti,n-1}),$$

$$\psi_0 = \psi(0),$$

$$k_{ti,n} = \frac{r_n - r_{n-1}}{\sqrt{(r_n - r_{n-1})^2 + (\Delta\alpha r_n)^2}},$$

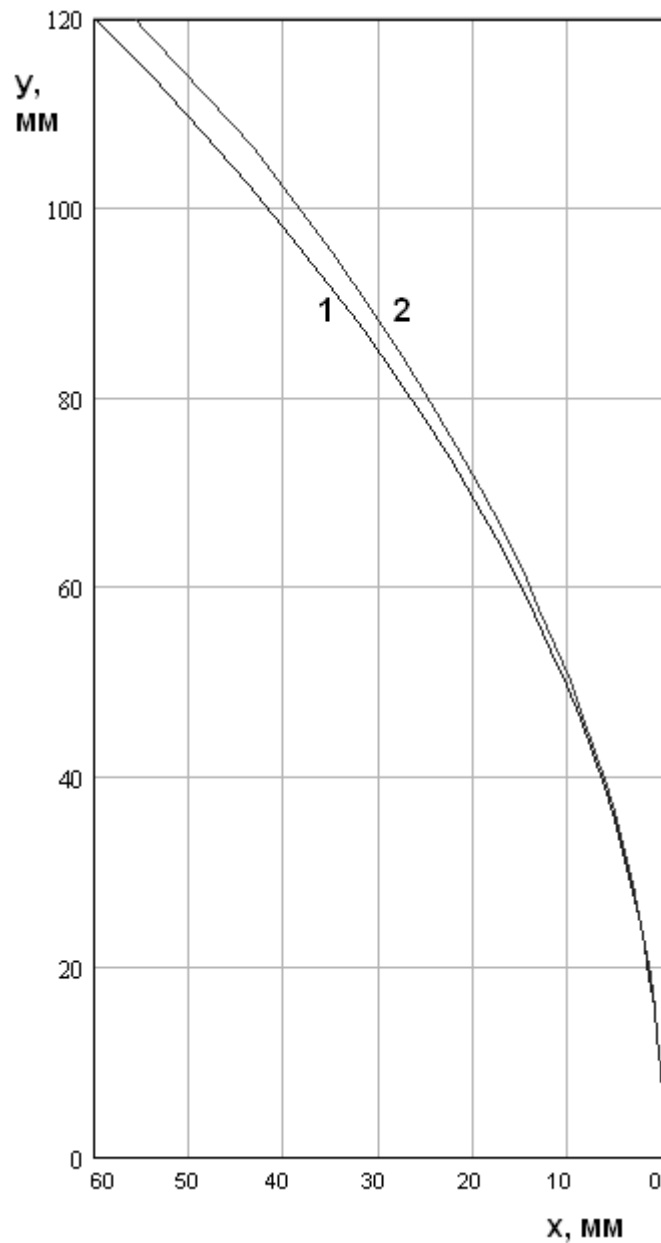
$$\alpha_n = n\Delta\alpha.$$

Шаг итерационной схемы  $\Delta\alpha$  выбирается в ходе численных экспериментов. В качестве начальных условий использовались следующие соотношения:

$$r_0 = F, \quad (4.3.28)$$

$$r_1 = \frac{2F}{1 + \cos \alpha_1}.$$



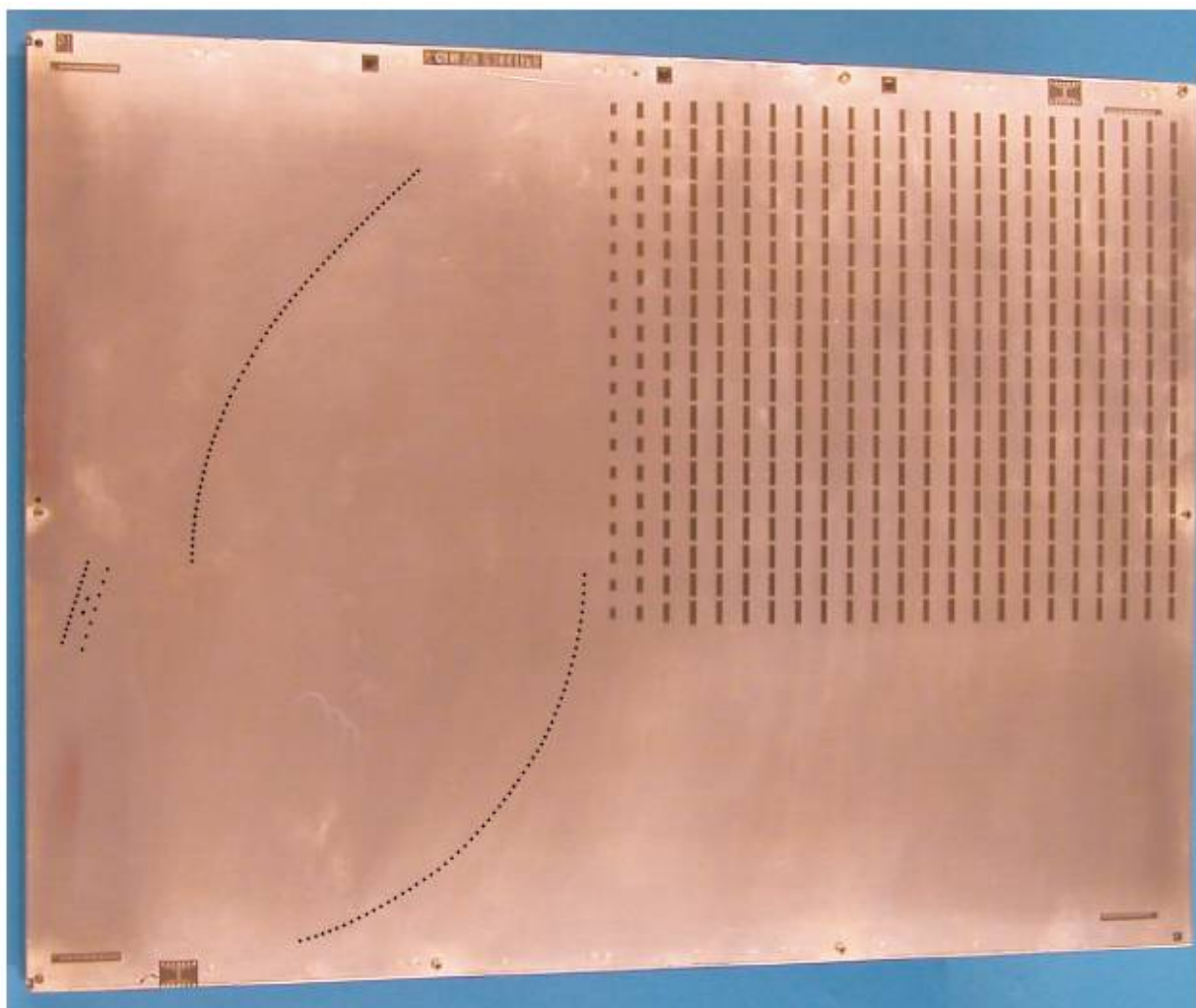


*Рис. 4.3.5. Синтезированный фокусирующий рефлектор*

На рис. 4.3.5 показан профиль синтезированного рефлектора (кривая 2), полученный при  $\varepsilon = 6$ ,  $d = 5$ ,  $f = 30$  ГГц,  $F = 60$  мм. Кривая 1 соответствует профилю параболического зеркала с тем же фокусным расстоянием. Нетрудно увидеть, что отличие двух зеркал особенно при больших углах  $\alpha$  может быть весьма существенным.

#### 4.4. Двухзеркальные планарные системы

*Постановка задачи.* В ИО СВЧ наряду с одиночными планарными рефлекторами нашли применение более сложные многозеркальные системы [91], [95]. В принципе число зеркал не ограничено. Однако, на практике используются системы, содержащие максимум два рефлектора. В литературе имеются сообщения о применении однослойных двухзеркальных устройств [91], которые используются в многолучевой антенне.



*Рис. 4.4.1. Многолучевая антенна с двухзеркальным возбудителем целевой решетки*

На рис. 4.4.1 приводится фотография такой системы. Видно, что планарные зеркала выполнены по технологии ИПВ. Они образуют двухзеркальную антенну, построенную по схеме Кассегрена [32], которая используется в качестве облучателя целевой решетки. Нетрудно увидеть, что

применение однослойных зеркал приводит к увеличению габаритов всего устройства в целом. Важно также, что из-за эффекта затенения приходится использовать несимметричные вырезки, то есть офсетные зеркала, которые имеют больший уровень аберраций по сравнению с симметричными рефлекторами.

Из приведенного примера видно, что возможности однослойных зеркал для построения сложных многоэлементных систем весьма ограничены. Существенно большие перспективы имеют двухслойные зеркала, не имеющие эффекта затенения.

В разд. 4.2 показано, что двухслойные планарные зеркала в наиболее интересном статическом режиме функционирования хорошо согласованы в широком диапазоне частот и углов падения, а фаза коэффициента передачи из одного слоя в другой слабо зависит от угла падения волны. Поэтому такое зеркало можно рассматривать как традиционное двумерное металлическое зеркало, имея в виду, что отраженные от него лучи распространяются в другом слое и не взаимодействуют с элементами, расположенными в слое, в котором распространяются падающие на него лучи. На основе двухслойных планарных зеркал можно создавать многозеркальные системы, обладающие уникальными свойствами.

В данном разделе мы обсудим конструкцию и технические характеристики новой двухзеркальной системы [95], которая может быть реализована только при использовании двухслойных зеркал. Ее исследование в трехмерном варианте бессмысленно, так как субрефлектор имеет размеры сопоставимые с размерами главного зеркала. В традиционном исполнении такая система неработоспособна. В тоже время в многослойном варианте она не только нормально функционирует, но также имеет характеристики сканирования лучшие, чем у многих аналогов.

Будем анализировать характеристики сканирования новой апланатической двухзеркальной системы Шварцшильда, сравнивая их с характеристиками однозеркальной системы с параболическим зеркалом и

параболического зеркала с плоским субрефлектором. Анализ указанных структур проводился в рамках двумерной модели. Эффект пространственной дисперсии коэффициента отражения не учитывался, так как в зеркалах, описанных в разд. 4.1 - 4.4 он весьма мал. В данном разделе также приводятся результаты оптимизации указанных систем по совокупности ПК, которые позволяют оценить их потенциально достижимые значения.

Известно, что одним из факторов, ограничивающих сектор обзора многолучевых зеркальных систем, являются aberrации наклонных лучей в области фокусировки зеркал. Виды aberrаций и их характеристики в зависимости от схемы зеркальной системы описываются в рамках геометрической оптики теорией aberrаций третьего и пятого порядка [96].

В планарных, или двумерных, зеркальных системах, в отличие от трехмерных, в силу геометрии отсутствует астигматизм, как aberrация сагиттальных и косых лучей. Существуют только aberrации меридиональных (или тангенциальных) лучей. К таким aberrациям, прежде всего, относятся aberrации в виде комы и эти aberrации преобладают в однозеркальных системах с параболическим зеркалом и классических двухзеркальных системах, образующие которых являются кривыми второго порядка. Из теории aberrаций [96] следует, что при небольших углах зрения кома в двухзеркальной системе Кассегрена такая же, как и в одиночном параболоиде при одинаковых фокусных расстояниях. При больших углах зрения (несколько десятков градусов) с увеличением фокусного расстояния величина комы в системе Кассегрена становится больше, чем в параболическом зеркале [97]. Следовательно, при выборе схемы зеркал среди двухзеркальных систем с главным параболическим зеркалом предпочтение следует отдать параболическому зеркалу с плоским субрефлектором.

В апланатических системах, образующие которых удовлетворяют условию синусов Аббе, кома третьего порядка устранена, и существуют лишь aberrации высших порядков [97]. При больших углах зрения и малых продольных размерах (когда продольный размер соизмерим или меньше

поперечного размера главного зеркала) и малых относительных фокусных расстояниях эти aberrации становятся заметными и именно они определяют качество изображения квазиоптической системы.

Исходя из приведенных рассуждений, для исследования были выбраны три типа зеркальных систем: апланатическая двухзеркальная система Шварцшильда, однозеркальная система с параболическим зеркалом и параболическое зеркало с плоским субрефлектором. Основное внимание при исследовании было сосредоточено на апланатической системе, как системе с наименьшими aberrациями, а анализ систем с параболическим зеркалом проведен для сравнения.

*Методы моделирования зеркальных систем.* Исследование зеркальной системы целесообразно проводить в два этапа. На первом этапе в приближении геометрической оптики (ГО) необходимо выполнить анализ возможных aberrаций и исследовать зависимость их величин от геометрических параметров зеркал. Основным методом, применяемым на этом этапе, это – метод трассировки лучей, который позволяет учитывать все aberrации, возникающие в системе, в том числе и высших порядков, когда не применимы приближенные соотношения теории aberrаций [96]. Следует отметить, что метод трассировки лучей широко используется в геометрической оптике в двух своих вариантах. Эти варианты отличаются направлением хода лучей в зеркальной системе.

В оптической теории aberrаций принято использовать схему трассировки, при которой рассматриваются лучи, падающие на главное зеркало под углом к оси зеркала. Эти лучи, пройдя квазиоптическую систему, фокусируются в некоторой области, называемой областью рассеяния, создавая тот или иной вид каустики. В этом случае анализ пятна рассеяния позволяет исследовать возникающие aberrации. Весьма значимый результат трассировки данного вида – это возможность определения оптимального положения элементов облучающей системы в качестве начального

приближения для дальнейшей полной оптимизации численными методами на основе физической оптики.

Во втором варианте схемы трассировки рассматриваются лучи, выходящие из точки, вынесенной из фокуса, которые проходят через квазиоптическую систему и, в конечном итоге, пересекают плоскость апертуры главного зеркала. На этом варианте трассировки основан апертурный метод Кирхгофа, в котором интегрируется поле в апертуре с полученным амплитудным и фазовым распределением и далее рассчитывается ДН и коэффициент использования поверхности (КИП) системы. При этом в результате оптимизации определяются координаты, угол наклона и ширина ДН облучателя при заданном отклонении луча [98]. Для полной оптимизации к этим четырем параметрам необходимо добавить основные геометрические параметры зеркал: расстояние между зеркалами, положение первичного фокуса и эквивалентное фокусное расстояние (в апланатической системе – фокальный радиус). Мы будем использовать обе схемы трассировки лучей: первого типа – для анализа aberrаций и определения оптимального положения облучателей и второго типа – для полной оптимизации системы с целью получения максимальных углов отклонения лучей.

Схема двухзеркальной системы Шварцшильда и ход лучей в ней приведены на рис. 4.4.2. Координаты образующих вспомогательного и главного зеркала двухзеркальной апланатической системы, удовлетворяющих условию синусов, определяются формулами [1]:

$$x_1 = f + \rho \cos \alpha; \quad y_1 = \pm \rho \sin \alpha,$$

$$\rho^{-1} = \frac{1}{d} \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{d-f} \left(1 - \frac{f_1}{d} \sin^2 \frac{\alpha}{2}\right)^{f_1/(f_1-d)} \left(\cos^2 \frac{\alpha}{2}\right)^{-d/(f_1-d)}, \quad (4.4.1)$$

$$x = f + \rho \cos \alpha - \left(d - \rho \sin^2 \frac{\alpha}{2}\right) \left[1 - \left(\frac{(\rho - f_1) \sin \alpha}{2(d - \rho \sin^2 \frac{\alpha}{2})}\right)^2\right],$$

$$y = f_1 \sin \alpha ,$$

$$f_1 = \frac{D}{2 \sin \alpha_m},$$

где  $x, y$  – декартовы координаты главного зеркала,  $\alpha, \rho$  – полярные координаты субрефлектора,  $f_1$  – фокальный радиус,  $\alpha_m$  – угол, под которым виден край субрефлектора из точки фокуса,  $d$  – расстояние между зеркалами,  $f$  – осевое расстояние от главного зеркала до фокуса (или фокальный отрезок).

На рис. 4.4.2 используются нормированные координаты. Нормировка проводится на размер главного зеркала  $D$ , который таким образом, в нормированных координатах всегда равен единице.

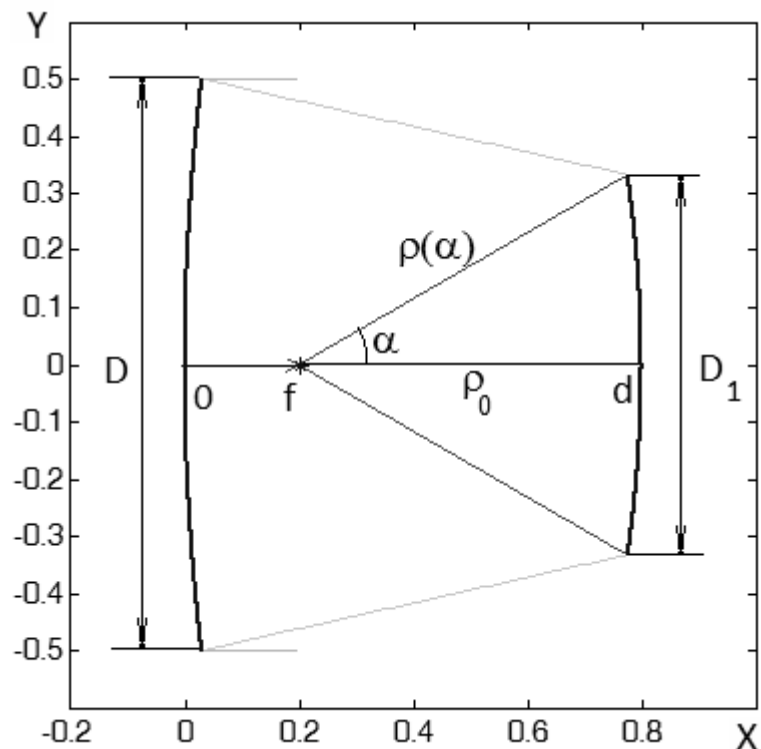


Рис. 4.4.2. Схема двухзеркальной системы Шварцшильда

На этапе оптимизации зеркальной системы будем использовать, как указывалось выше, трассировку лучей от облучателя, смещенного из фокуса до апертуры главного зеркала. Особенностью трассировки в системе с образующими в виде трансцендентных кривых (4.4.1), в отличие от кривых

второго порядка, является отсутствие аналитического решения для координат точек пересечения лучей с главным зеркалом. Функциональную зависимость между декартовыми координатами главного зеркала, заданную в (4.4.1) в параметрическом виде, можно представить в виде ряда:

$$x = \frac{1}{2^2} \frac{f_1 - \rho_0}{f_1 d} \cdot y^2 - \frac{1}{2^5} \frac{\rho_0}{f_1^3 d} \cdot y^4 - \frac{1}{3 \cdot 2^7} \frac{\rho_0 (f_1 + 4d)}{f_1^5 d^2} \cdot y^6 + \dots \quad (4.4.2)$$

В этом случае в качестве начального приближения можно использовать координаты пересечения лучей с кривой, описываемой полиномом (4.4.2).

Трассировка лучей от смещенного облучателя до выходной апертуры позволяет в приближении ГО находить амплитудное  $A(y, \delta x, \delta y, \delta \alpha, m)$  и фазовое  $\varphi(y, \delta x, \delta y, \delta \alpha, m)$  распределения в апертуре главного зеркала. Они используются далее для определения поля излучения. В приближении интеграла Кирхгофа поле излучения всей системы в дальней зоне записывается в виде:

$$E(\theta, \delta x, \delta y, \delta \alpha, m) = \int_{-D/2}^{D/2} A(y, \delta x, \delta y, \delta \alpha, m) \exp\{i\varphi(y, \delta x, \delta y, \delta \alpha)\} \exp(-iky \sin \theta) dy \quad (4.4.3)$$

где  $k = 2\pi / \lambda$ ,  $\lambda$  - длина волны,  $\delta x, \delta y, \delta \alpha$  - координаты и угол поворота оси ДН облучателя,  $\theta$  - угол, описывающий положение точки наблюдения.

Распределение квадрата амплитуды в апертуре выражается через ДН облучателя  $f_0(\alpha, m)$  в виде:

$$A(y, \delta x, \delta y, \delta \alpha, m)^2 = \cos \theta \cdot |f_0\{\alpha(y, \delta x, \delta y, \delta \alpha, m)\}|^2 \cdot d\alpha / dy, \quad (4.4.4)$$

производная  $d\alpha / dy$  вычисляется при трассировке лучей.

При численных расчетах нами использовалась ДН планарного облучателя с размером  $b = m\lambda$  и косинусоидальным распределением амплитуды поля вдоль апертуры в виде:

$$f_0(\alpha, m) = \frac{\cos(\pi m \sin \alpha)}{1 - (2m \sin \alpha)^2} \cos^2 \alpha / 2. \quad (4.4.5)$$



При  $m = 2$  ширина ДН (4.4.5) примерно равна  $60^\circ$  по уровню -10дБ.

*Качественная характеристика двухзеркальной апланатической системы Шварцшильда.* При наклонном падении лучей в апланатической системе с образующими (4.4.1) возникают aberrации различных типов, характер которых зависит от геометрических параметров зеркал и угла наклона лучей. В этом нетрудно убедиться, выполнив трассировку лучей. Для иллюстрации возможных видов aberrаций выберем четыре апланатические системы 1 - 4 с нормированными параметрами:

1.  $d=0.4, f=0.05, f_1 = 1$ ;
2.  $d=0.3, f=0.03, f_1 = 0.52$ ;
3.  $d=0.8, f= -0.1, f_1 = 0.7$ ;
4.  $d=0.12, \rho_0 = 1, f_1 = 1$ .

Схемы трассировки лучей в этих системах для угла  $\theta = 20^\circ$  изображены, соответственно, на рис. 4.4.3-4.4.6.

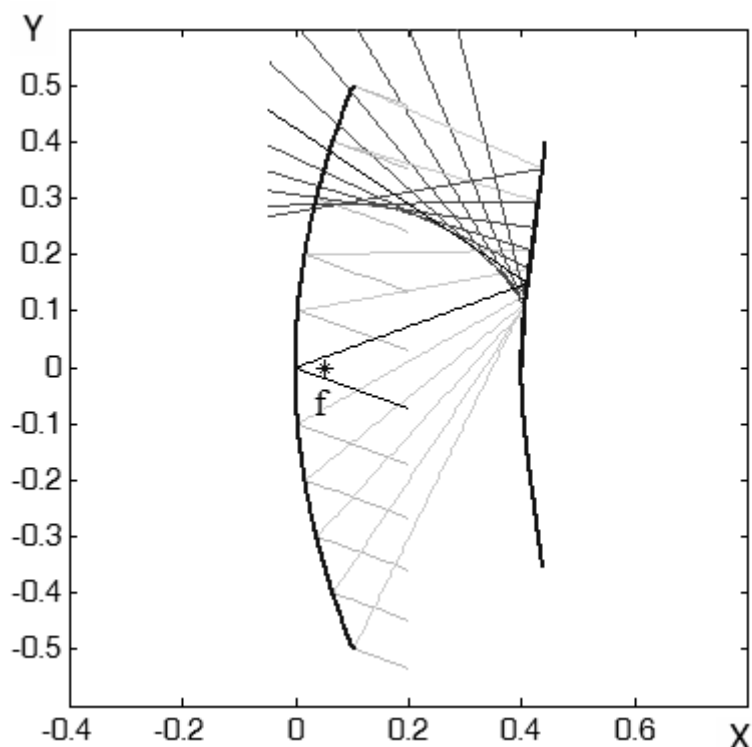
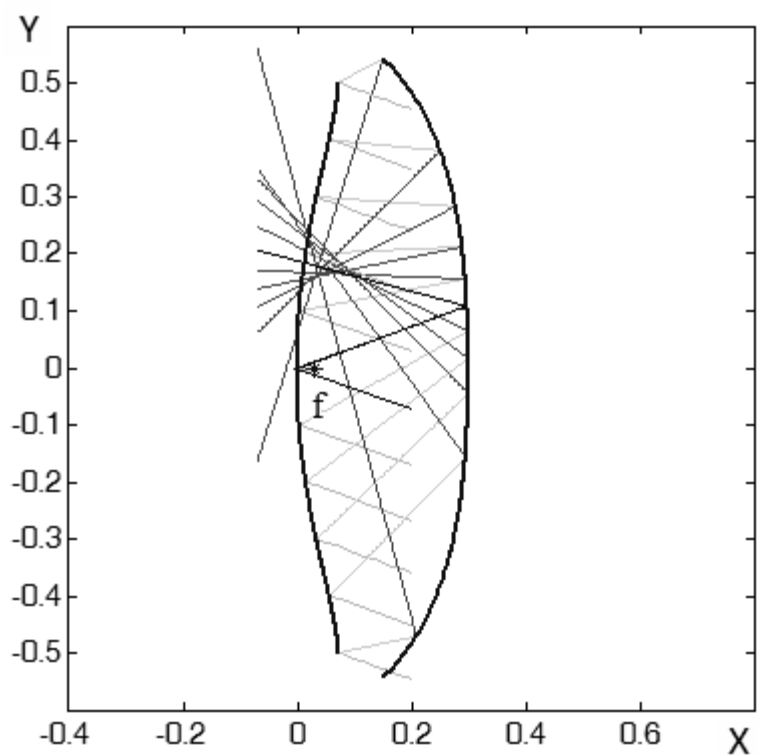
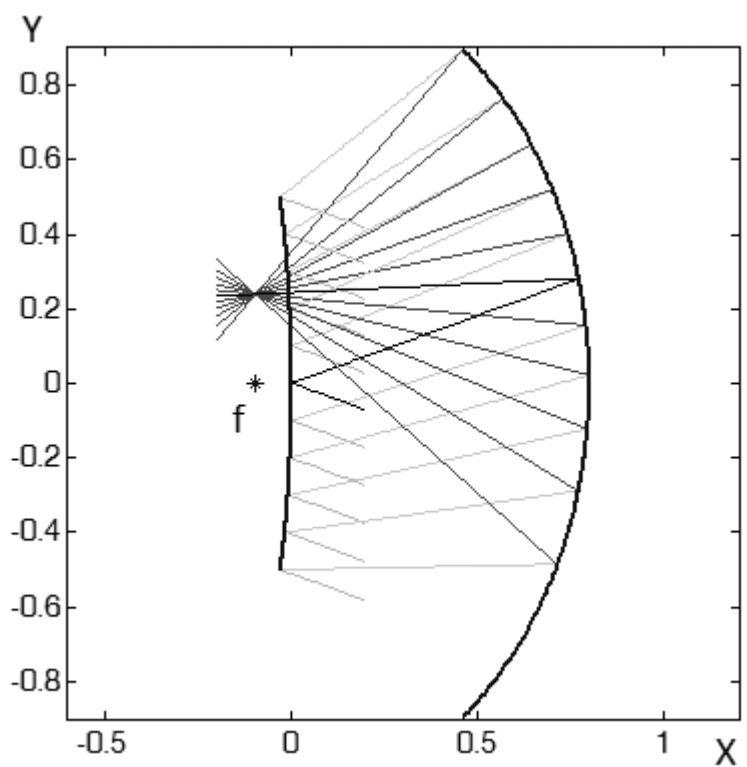


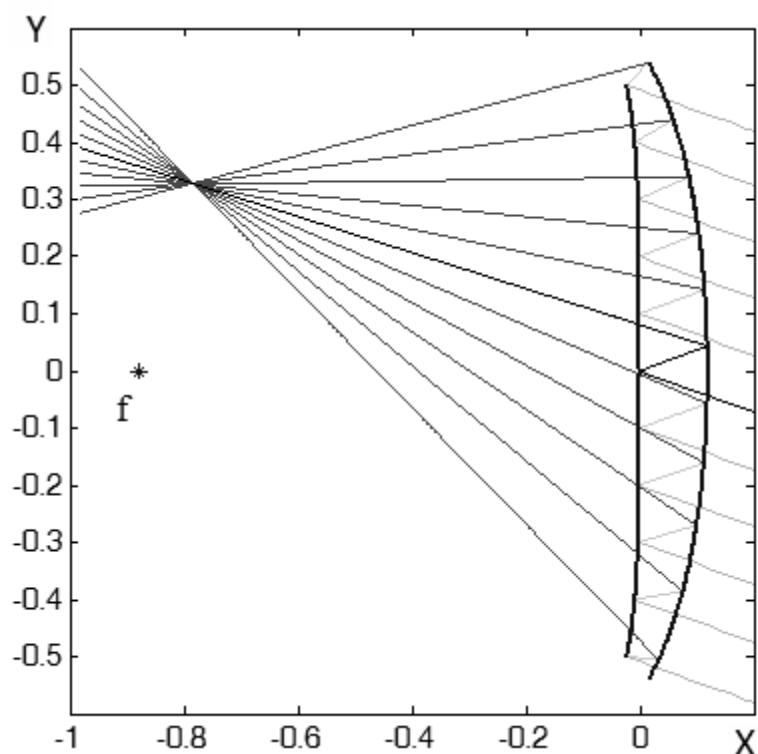
Рис. 4.4.3. *Ход лучей в системе 1*



*Рис. 4.4.4. Ход лучей в системе 2*



*Рис. 4.4.5. Ход лучей в системе 3*



*Рис. 4.4.6. Ход лучей в системе 4*

Как видно из рисунков, aberrации могут иметь выраженный несимметричный характер в виде “комы” (см. рис. 4.4.3), симметричный характер в виде боковой сферической aberrации (см. рис. 4.4.5), а также может наблюдаться смешение этих двух видов (см. рис. 4.4.4).

В качестве интегральной меры поперечных aberrаций в области фокусировки в работе [97] предложено выбрать среднеквадратичное отклонение точек пересечения пар зональных лучей от главного (или центрального) луча. При минимизации среднеквадратичного отклонения лучей (или среднеквадратичной aberrации (СКА)) можно определить параметры зеркальной системы с минимальными поперечными несимметричными aberrациями. Введение такого критерия позволяет провести анализ aberrаций для больших углов отклонения лучей при изменении геометрии зеркал и получить асимптотические формулы для параметров, характеризующих области с минимальными aberrациями.

Исследование aberrаций в двухзеркальной апланатической системе Шварцшильда методом минимизации СКА было проведено в работе [97], и

мы ограничимся здесь только кратким изложением основных результатов. Анализ показал, что в апланатической системе выделяются две области минимальных aberrаций: область 1 с относительно большими расстояниями между зеркалами ( $d > 0.6$ ) и область 2 “тонких” зеркальных систем с минимально возможным расстоянием между зеркалами  $d < 0.2$  и большими продольными размерами  $\rho_0 = d - f$ . Этим областям соответствуют системы 3 и 4, ход лучей в которых показан на рис. 4.4.5 и 4.4.6.

Для обеих этих областей характерны следующие закономерности:

1. Первичный фокус расположен за главным зеркалом ( $f < 0$ ),
2. Aberrации растут с уменьшением продольного размера системы, максимальные aberrации наблюдаются при малых расстояниях от первичного фокуса до вспомогательного зеркала  $\rho_0 = d - f$ ,
3. Оптимальный фокальный радиус растет пропорционально продольному размеру системы.

Отличительной особенностью области 1 ( $d > 0.6$ ) (см. рис. 4.4.5) является большой поперечный размер вспомогательного зеркала (иногда в полтора – два раза превышающий размер главного зеркала) с дополнительными участками образующей, которые необходимы для эффективного перехвата отклоненных лучей. Ограничение на размер вспомогательного зеркала снижает эффективность системы из-за неполного освещения главного зеркала.

В тонких системах при близком расположении зеркал ( $d < 0.2$ ) (см. рис. 4.4.6) требуемый размер вспомогательного зеркала примерно равен размеру главного. Следует ожидать, что в планарных системах с учетом этих факторов лучшими характеристиками при сканировании будут обладать “тонкие” системы (“тонкие” – с точки зрения расстояния между зеркалами, а не по критерию малого продольного размера всей системы с учетом фокальной кривой).

*Формулировка задачи оптимизации планарной апланатической зеркальной системы по совокупности ПК.* В этом разделе мы уже не в первый раз в

рамках данной книги обращаемся к теории векторной оптимизации. В данном разделе мы опишем постановку оптимизационной задачи применительно к двухзеркальным планарным системам. Формулировка оптимизационной задачи заключается в определении следующих групп параметров: ПК, характеризующих качество работы устройства, свободных параметров, вариация которых меняет ПК и позволяет проводить оптимизацию, условий, при которых функционирует оптимизируемое устройство и ограничений на параметры.

ПК традиционно формулируются исходя из технических требований, предъявляемых к устройству. При этом следует иметь в виду, что ПК - это числовой параметр, который монотонно меняется при изменении качества системы (чаще всего монотонно уменьшается при улучшении системы). Таким образом, формулируя ПК мы формулируем целевую функцию, которую необходимо максимально уменьшать или увеличивать в ходе оптимизации. При формулировке ПК мы будем ориентироваться на применение зеркальной системы для целей обзора пространства. В этом случае одним из основных требований к зеркальной системе является требование широкоугольности, то есть возможность формирования множества лучей в широком секторе углов при заданном электрическом размере главного зеркала  $D/\lambda$ .

Свойство широкоугольности количественно можно описать при помощи максимального угла отклонения  $\theta_m$  главного луча ДН, которая формируется главным зеркалом системы. Угол  $\theta_m$  задает сектор обзора рассматриваемой оптической системы.

Наряду с сектором обзора свойство широкоугольности можно охарактеризовать числом лучей в указанном секторе  $N_b$ . Этот показатель не является независимым, он равен отношению угла отклонения луча  $\theta_m$  к ширине луча по уровню половинной мощности  $2\theta_{0.5}$ . В дальнейшем мы будем использовать оба параметра для оптимизации зеркальной системы.

При отклонении ДН, как отмечалось выше, возникают аберрации. Негативное их влияние на работу устройства проще всего учесть при помощи энергетического параметра, аналогичного КИП, который широко используется в теории апертурных антенн [32]. Поскольку мы имеем дело с двумерными структурами, то непосредственно применить стандартное определение КИП не удастся. Вместо него мы введем эквивалентный параметр - коэффициент эффективности  $K_e$ :

$$K_e = \frac{|E|_{\max}^2}{\pi \int_0^{\pi} |f_o(\alpha)|^2 d\alpha}, \quad (4.4.6)$$

где  $E_{\max}$  - максимальное значение амплитуды поля излучения  $E(\theta, \delta x, \delta y, \delta \alpha, m)$ . Оно соответствует максимуму ДН, который достигается при  $\theta = \theta_0$ ,  $\theta_0$  - текущий угол отклонения главного луча ДН. При отклонении главного луча ДН коэффициент эффективности уменьшается, что негативно влияет на качество работы зеркальной системы. Поэтому целесообразно потребовать достижения максимального коэффициента эффективности в секторе углов отклонения главного луча  $\theta_0 \leq \theta_m$ .

Известно [1], что аберрации в зеркальных системах могут быть уменьшены за счет увеличения фокусного расстояния, то есть за счет увеличения габаритных размеров системы. Поэтому предъявим к рассматриваемой системе требование минимизации габаритных размеров.

Исходя из перечисленных выше требований введем следующие ПК:

1. ПК, характеризующий энергетическую эффективность:  $K$  - нормированный минимальный коэффициент эффективности зеркальной системы в секторе углов  $\theta_0 \leq \theta_m$ , выраженный в децибелах. Нормировку проводим на значение коэффициента эффективности при  $\theta_0 = 0$ . При таком

определении ПК он описывает падение коэффициента эффективности в секторе обзора.

2. ПК, характеризующий широкоугольность:  $\theta_m$  – максимальный угол отклонения луча, соответствующий минимальному коэффициенту эффективности или число лучей в секторе обзора  $N_b$ .

3. ПК, характеризующий габаритные размеры системы:  $D/H$ ,  $H$  – продольный размер:

$$H = \begin{cases} X_{\max}, & \text{при } f \geq 0 \\ \rho_0 = X_{\max} - f, & \text{при } f \leq 0 \end{cases} \quad (4.4.7)$$

где  $X_{\max}$  – максимальное значение продольной координаты вспомогательного зеркала, причем для вогнутого зеркала  $X_{\max} = d$ , для выпуклого зеркала  $X_{\max} > d$ . При выбранной нормировке всех геометрических параметров на поперечный размер главного зеркала  $D$  отношение  $D/H$  показывает во сколько раз площадь, занимаемая зеркальной системой, включая вспомогательное зеркало и облучающую систему, меньше единичной площади. Таким образом, качество зеркальной системы монотонно увеличивается при уменьшении первого и третьего ПК и увеличении второго ПК.

Перечислим свободные параметры двухзеркальной апланатической системы, влияющие на ПК:

1. Независимые конструктивные параметры:  $d$  – расстояние между зеркалами;  $f$  – фокальный отрезок, характеризующий положение первичного фокуса;  $\rho_0$  – расстояние от первичного фокуса до вспомогательного зеркала;  $f_1$  – фокальный радиус, равный в параксиальном приближении коэффициенту пропорциональности между поперечным смещением источника из фокуса  $\delta y$  и смещением луча  $\delta\theta$ :  $\delta y = f_1 \delta\theta$ .

2. Зависимые конструктивные параметры:  $D_1$  – поперечный размер вспомогательного зеркала;  $\delta y, \delta x, \delta \alpha$  – поперечное и продольное смещение источника из фокуса, угол наклона оси ДН источника для получения максимальной эффективности  $K_e$  при заданном угле зрения  $\theta$ .

3. Дифракционный параметр – электрический размер главного зеркала  $D/\lambda$ .

Несмотря на то, что фокальный радиус  $f_1$ , в соответствии с законом отображения апланатической системы, однозначно определяет максимальный угловой размер вспомогательного зеркала  $\alpha_{\max} = \arcsin(0.5/f_1)$ , а ширина ДН облучателя по заданному уровню должна соответствовать угловому размеру зеркала, параметр  $m$ , характеризующий ширину ДН, также был выбран параметром оптимизации. Это связано с тем, что оптимальный уровень облучения на краю зеркала определяется компромиссом между стремлением получить наилучшее амплитудное распределение при заданной ДН облучателя и, в то же время, ограничить уровень фазовых aberrаций краевых лучей. При формировании лучей с большими углами отклонения уровень облучения главного зеркала получается ниже общепринятого уровня -10 дБ.

Далее следует ввести ограничения на параметры системы – поперечный размер вспомогательного зеркала не должен превышать размер главного зеркала, то есть его максимальный поперечный размер равен 1. Это ограничение связано с традиционным определением коэффициента эффективности по главному зеркалу. В противном случае возникает необходимость переопределения коэффициента эффективности. Из этого требования следуют ограничение на максимальный размер вспомогательного зеркала  $D_1 \leq 1$  и ограничение на предельное смещение источника из фокуса  $\delta y \leq 0.5$ .

Первое ограничение снижает коэффициент эффективности системы, так как без дополнительных участков вспомогательного зеркала (как это следует из лучевой картины) наблюдается неполное освещение главного

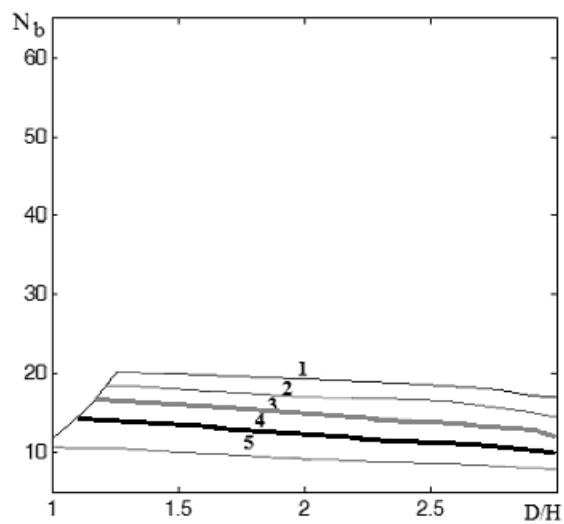
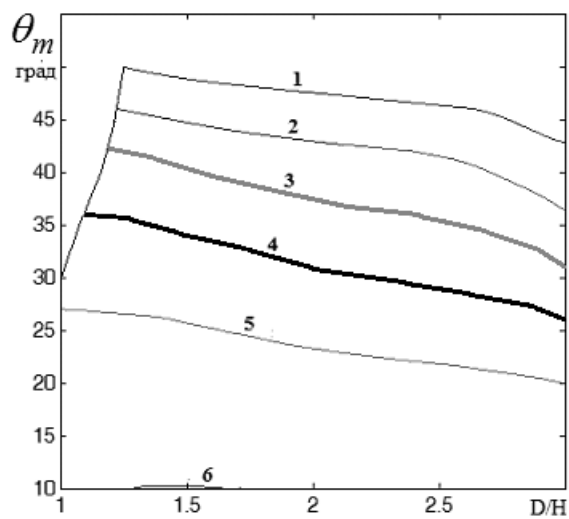


зеркала. Второе ограничение приводит к ограничению максимального угла зрения, так как при необходимом смещении облучателя из фокуса для обеспечения заданного угла отклонения луча координаты оптимальной фокальной кривой лежат вне определенных границ системы.

*Результаты оптимизации.* Оптимизация апланатической системы Шварцшильда проводилась следующим образом. ПК  $\theta_m$  и отношение  $D/H$  фиксировались. Затем, варьируя свободные параметры  $d, f, f_1, \delta y, \delta x, \delta \alpha, m$ , находился максимальный коэффициент эффективности  $K_e$ . Оптимизация повторялась для разных комбинаций ПК  $\theta_m, D/H$ . Представленная выше процедура поиска оптимальных решений в теории векторной оптимизации соответствует методу рабочих характеристик, описанному в [75].

Нетрудно заметить, что в результате описанного выше процесса мы получаем не единственное оптимальное решение, а множество решений. Данный результат типичен для оптимизации по совокупности ПК или векторной оптимизации. Наличие множества оптимальных решений отражает противоречивость проектной ситуации, в которой улучшение одного ПК приводит к ухудшению других. Получаемое в результате множество получило название МНХ или множества Парето.

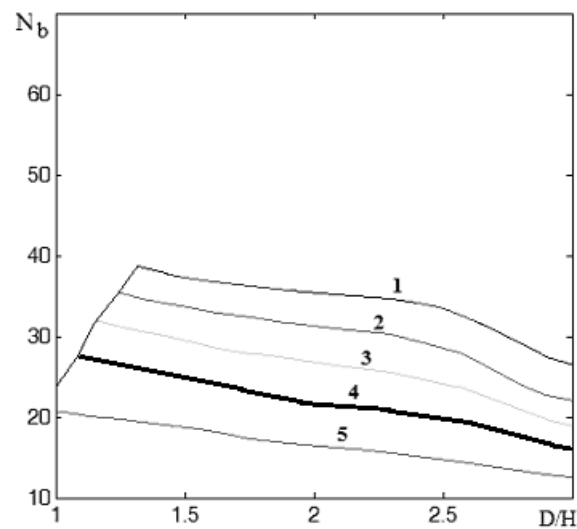
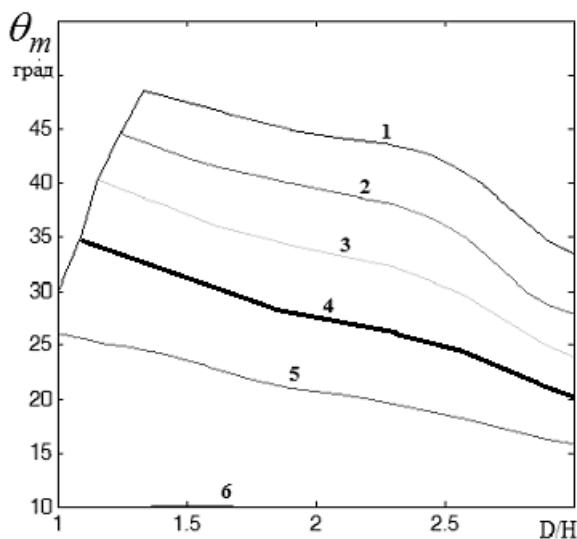
Решения из МНХ обладают следующим свойством: для любого варианта, принадлежащего МНХ из множества допустимых решений нельзя найти ни одного лучшего по всем ПК. Поиск решений, оптимальных по Парето, позволяет сократить область возможного выбора. Анализ формы МНХ позволяет исследовать характер технических противоречий в рассматриваемой системе.



а)

б)

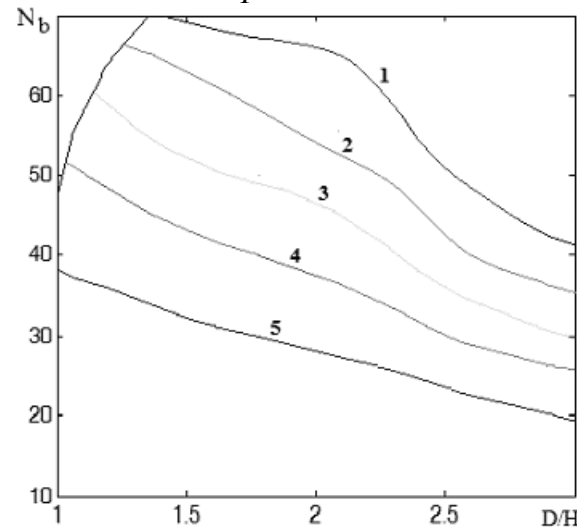
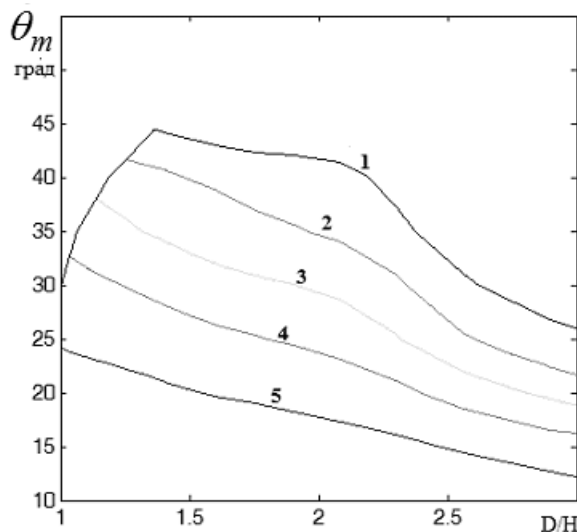
Рис. 4.4.7. МНХ для апланатической системы при  $D/\lambda = 25$



а)

б)

Рис. 4.4.8. МНХ для апланатической системы при  $D/\lambda = 50$



а)

б)

Рис. 4.4.9. МНХ для апланатической системы при  $D/\lambda = 100$

Результаты векторной оптимизации зеркальной апланатической системы Шварцшильда для трех значений электрического размера главного зеркала  $D/\lambda = 25, 50, 100$  с использованием критерия Парето в виде МНХ приведены на рис. 4.4.7-4.4.9. Вдоль осей координат на этих рисунках отложены значения ПК: по осям абсцисс – отношение  $D/H$ , характеризующее продольный размер системы, по осям ординат – угол отклонения луча  $\theta_m$  (рис. 7а-9а) и число лучей в секторе обзора  $N_b$  (рис. 4.4.7 б-4.4.9 б).

Величины падения коэффициента эффективности  $K$  (в дБ) изображены в виде линий уровня, соответствующих значениям от -3 дБ до -0.5 дБ с шагом 0.5 дБ. На верхней границе области нехудших решений – предельно допустимый уровень  $K = -3$  дБ. Левая граница области соответствует ограничению на максимальное поперечное смещение облучателя, равное, с учетом принятой нормировки, 0.5. Как видно из рисунков, с ростом отношения  $D/\lambda$  при заданных продольном размере и величине коэффициента эффективности уменьшается максимальный угол отклонения луча  $\theta_m$ , но при этом растет число лучей  $N_b$  в секторе обзора.

На рис. 4.4.10-4.4.11 приведены, соответственно, зависимости оптимальных параметров зеркал  $f, f_1$  от величины  $D/H$ , при этом для всех решений в этой области продольный размер равен  $H = \rho_0$ .

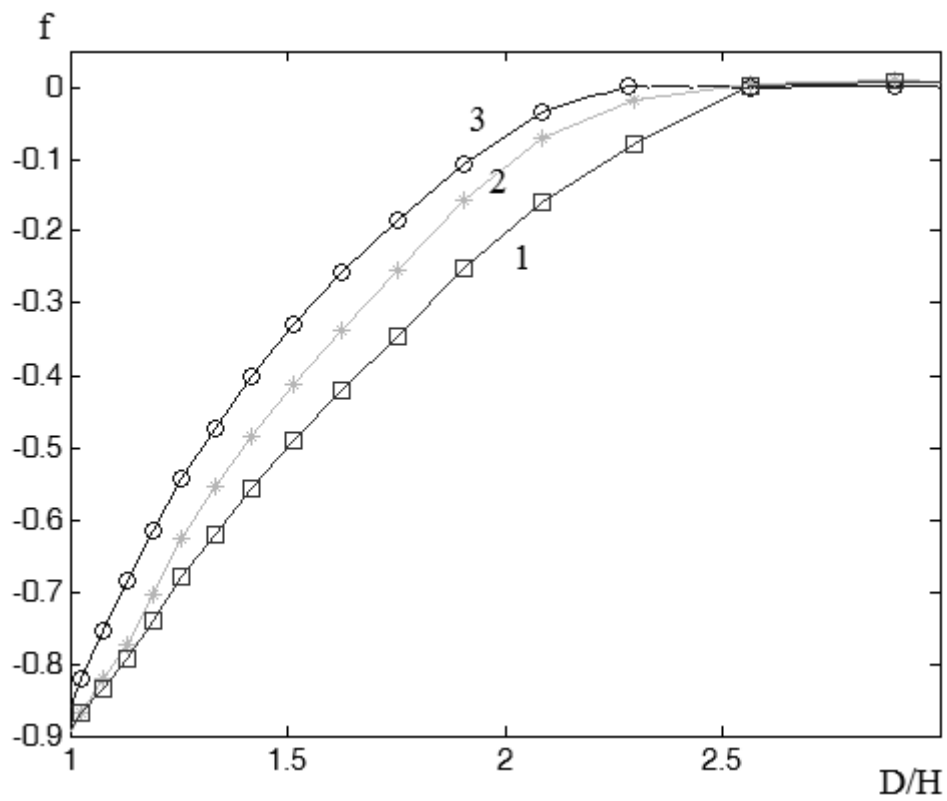


Рис. 4.4.10. Зависимость оптимального фокусного расстояния от  $D/H$

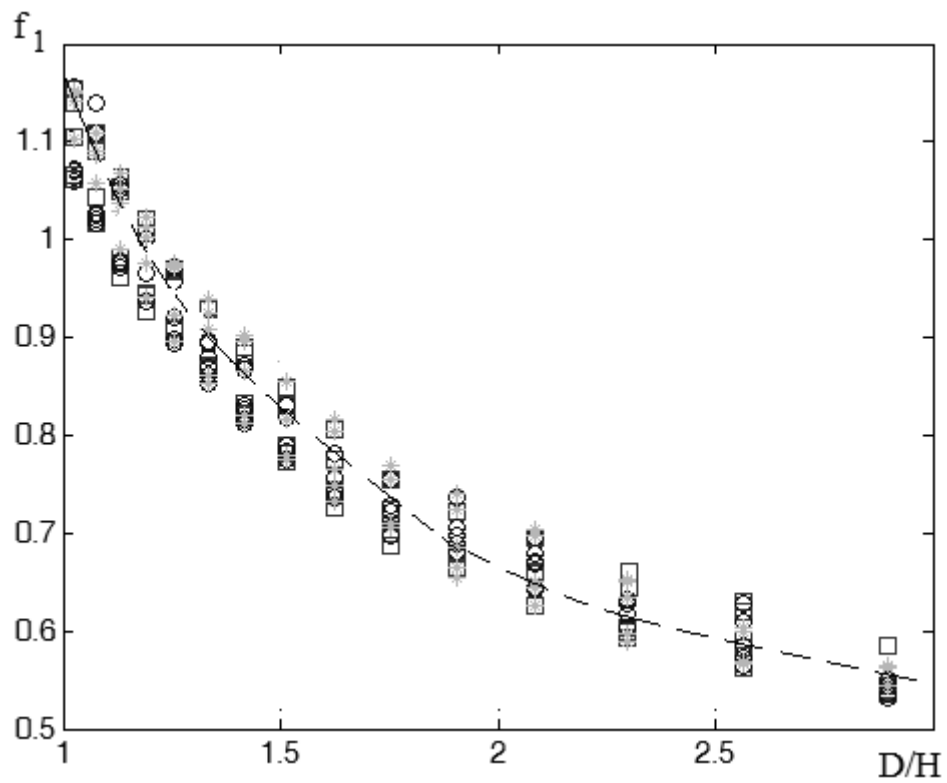


Рис. 4.4.11. Зависимость оптимального фокусного радиуса от  $D/H$

На рис. 4.4.10 зависимостям  $f(D/H)$ , изображенным кривыми 1-3 (усредненными для углов  $\theta_m=10^\circ\dots50^\circ$ ) соответствуют значения  $D/\lambda=25, 50, 100$ . На рис. 4.4.11 зависимости  $f_1(D/H)$  для  $D/\lambda=25, 50, 100$  изображены, соответственно, значками о,\*,□. Случайный разброс кривых для различных значений угла  $\theta_m$  объясняется несовершенством многопараметрической оптимизации при существовании множества локальных максимумов оптимизируемой функции. Усредненная зависимость параметров зеркал  $f_1(\rho_0)$  в этой области хорошо аппроксимируется линейной функцией

$$f_1 = 0.96\rho_0 + 0.23. \quad (4.4.8)$$

Как следует из данных на рис. 4.4.8-4.4.11, результаты оптимизации, полученные в приближении физической оптики, хорошо согласуются с результатами минимизации СКА [97] в приближении геометрической оптики. Прежде всего заметим, что во всей области нехудших решений оптимальное положение фокуса на оси системы находится либо за главным зеркалом ( $f < 0$ ) либо в вершине главного зеркала ( $f = 0$ ). Максимальные значения углов отклонения лучей достигаются именно в области “тонких” зеркальных систем, то есть с малыми расстояниями между зеркалами  $d < 0.25$ , но с большими продольными размерами  $\rho_0 > 0.6$ . Еще одна область параметров зеркальных систем ( $\rho_0 > 0.6, d > 0.6$ ) с минимальными aberrациями не вошла при отборе в область “нехудших” решений. Это объясняется упомянутым выше характерным для этой области противоречием между требуемым минимальным уровнем aberrаций и необходимым размером вспомогательного зеркала.

Отметим, что в оптимальной зеркальной системе при уменьшении продольного размера уменьшается фокальный радиус  $f_1$ . Из этого следует, что системы с минимальными продольными габаритами должны иметь значения  $f_1 = 0.51\dots0.65$  и, соответственно, большие угловые размеры

вспомогательного зеркала. Ширина ДН облучателей для эффективного облучения зеркал должна быть выбрана не менее  $120^\circ \dots 150^\circ$  по уровню -10 дБ. Для оптимальных широкоугольных систем характерны значения фокального радиуса  $f_1 = 0.8 \dots 1.2$  и, соответственно, узкие ДН облучателей. Как показали исследования, худшие решения соответствуют относительно длиннофокусным системам (со значениями фокального радиуса  $f_1 > 0.8$ ), с малыми расстояниями между зеркалами  $d < 0.4$ , с малыми расстояниями между облучателем и вспомогательным зеркалом  $\rho_0 < 0.4$ .

Приведем характеристики сканирования двух апланатических систем, имеющих одинаковые коэффициенты эффективности. На рис. 4.4.12 представлены образующие, ход лучей и оптимальная фокальная кривая в системе с максимальным углом отклонения лучей при заданном уровне падения коэффициента эффективности  $K=0.5$ , при  $D/\lambda=100$  (система 1). Параметры системы:  $d=0.268$ ,  $\rho_0 = 0.755$ ,  $f_1 = 0.85$ . На рис. 4.4.13 приведены образующие и лучевая картина в системе с малым (но не минимальным) продольным размером (система 2). Параметры системы:  $d=0.333$ ,  $f=0$ ,  $f_1 = 0.536$ .

На рис. 4.4.14 изображены зависимости  $K(\theta_m)$  выбранных систем (кривые 1,2 - для системы 1, кривые 3,4 - для системы 2; кривые 1,3 при  $D/\lambda=25$  и кривые 2,4 - при  $D/\lambda=100$ ). Из данных на рисунке следует, что секторы обзора приведенных систем при  $D/\lambda = 100$  отличаются почти в 2 раза, при  $D/\lambda = 25$  преимущество системы с большим продольным размером не столь существенно. Максимальный полный сектор обзора ( $2\theta_m$ ) в планарной апланатической системе с электрическим размером главного зеркала  $D/\lambda = 100$ , по уровню  $K=0.5$ , может достигать  $90^\circ$  и содержать около 70 лучей.

Рассмотренные примеры апланатических систем хорошо иллюстрируют характер технических противоречий типичных для этого класса структур. Система 1 обладает сравнительно большими габаритными размерами, но выигрывает по сектору сканирования, в то время как система 2 имеет меньшие габариты, но уступает по характеристикам сканирования особенно при больших отношениях  $D/\lambda$ .

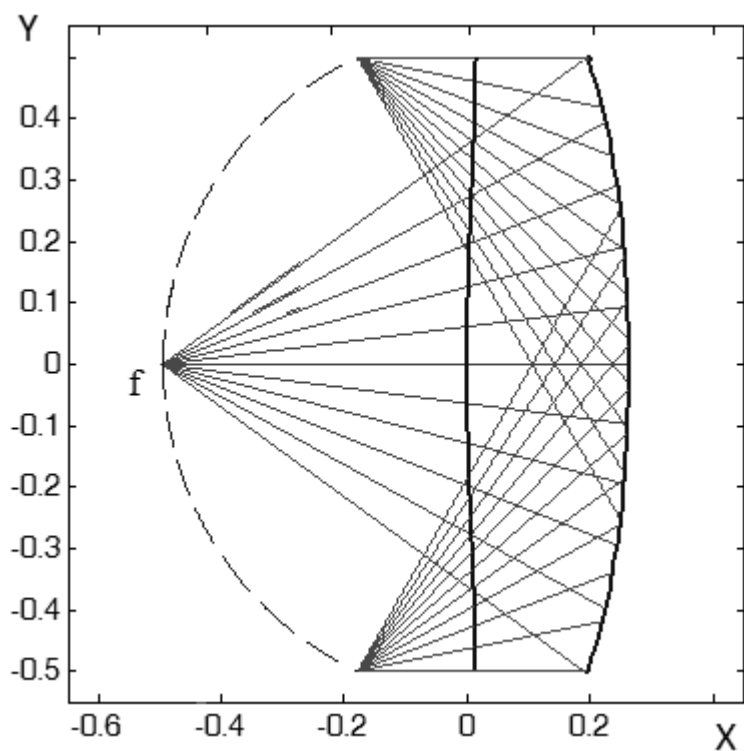


Рис. 4.4.12. Ход лучей в системе 1

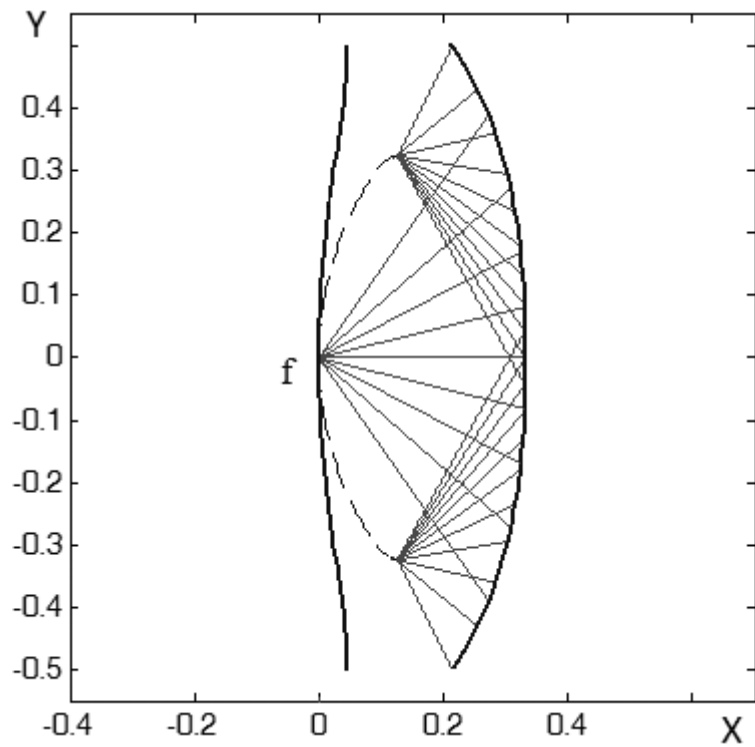


Рис. 4.4.13. Ход лучей в системе 2

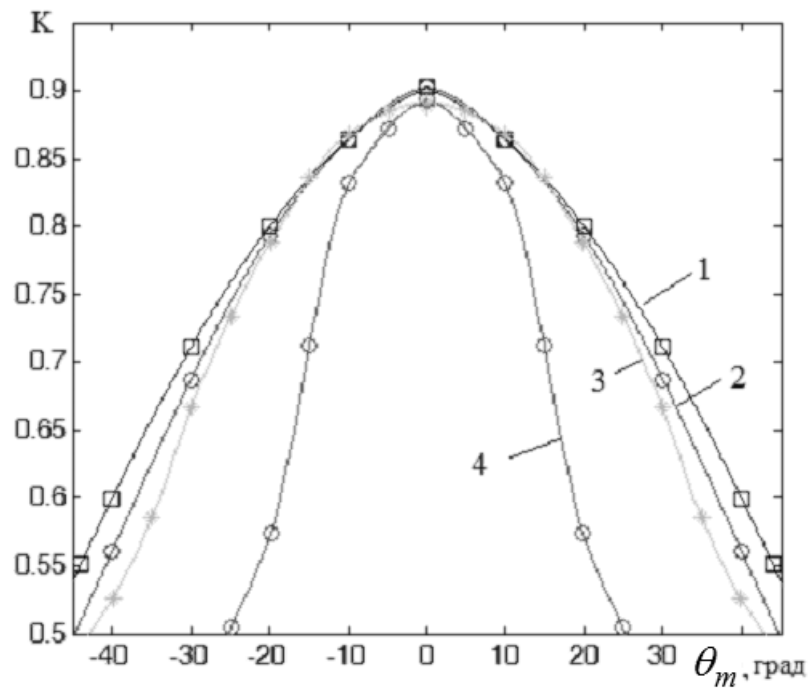


Рис. 4.4.14. Зависимость коэффициента эффективности  $K$  от угла  $\theta_m$

Сравнение зеркальных систем. Для сопоставления на рис. 4.4.15-4.4.20 приведены результаты оптимизации однозеркальной системы (параболическое зеркало – рис. 4.4.15-4.4.17) и двухзеркальной системы с



параболическим главным зеркалом и плоским субрефлектором (рис. 4.4.18-4.4.20) для трех значений  $D/\lambda = 25, 50, 100$ . Продольный размер этих систем  $H$  в однозеркальной системе равен  $F$ , в двухзеркальной, соответственно,  $F/2$ .

Из анализа данных на рисунках следует: при небольших электрических размерах главного зеркала ( $D/\lambda = 25$  и меньше) по величине сектора обзора эти системы могут быть сравнимы с апланатической системой, однозеркальная система – в области  $0.75 < H < 1.0$ , двухзеркальная – в области  $0.3 < H < 0.45$ . В то же время при больших электрических размерах главного зеркала апланатическая зеркальная система значительно превосходит системы с параболическим зеркалом.

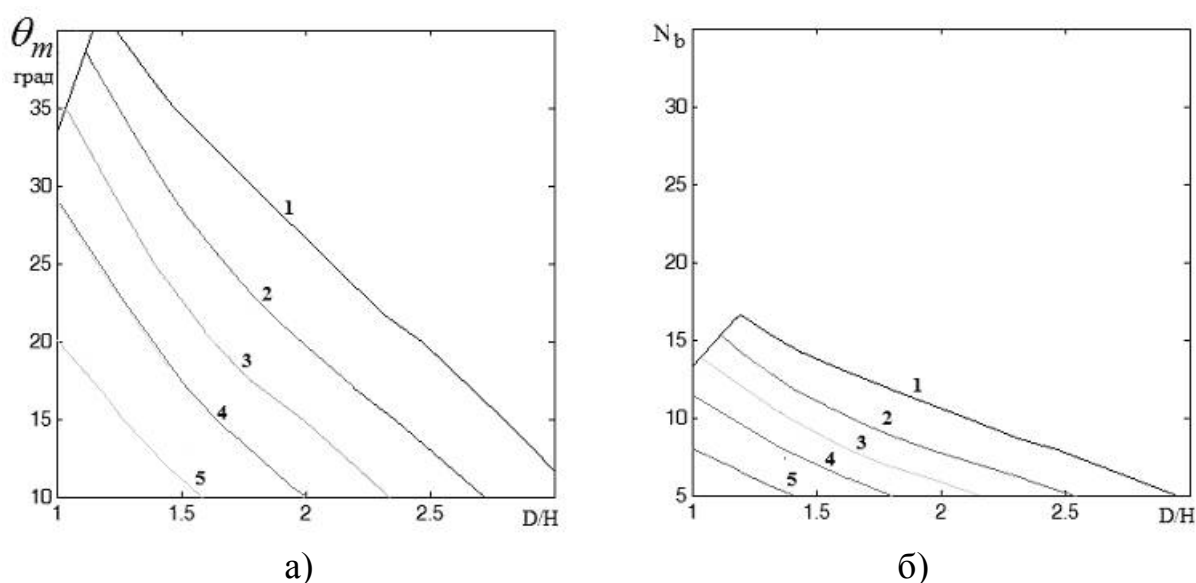


Рис. 4.4.15. МНХ параболического зеркала при  $D/\lambda = 25$

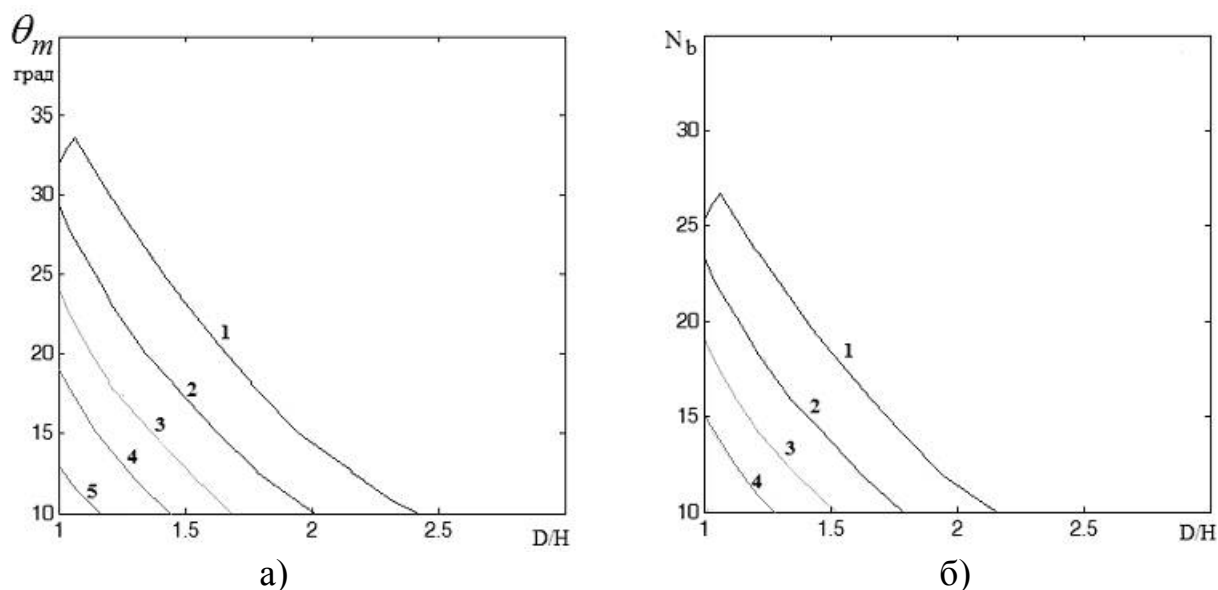
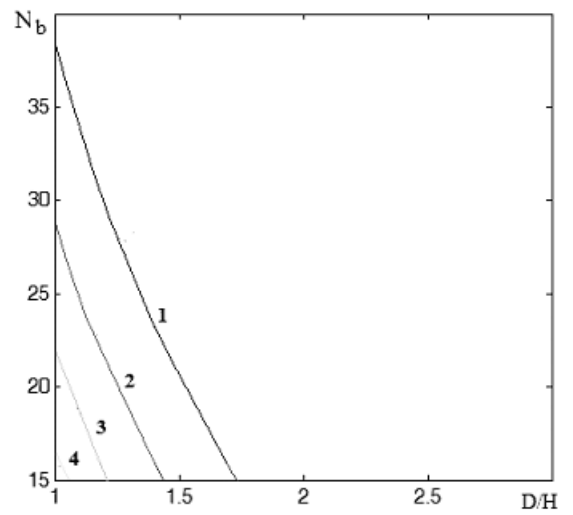
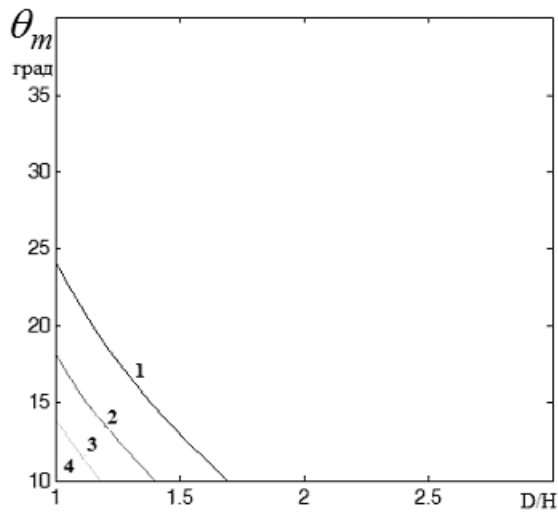


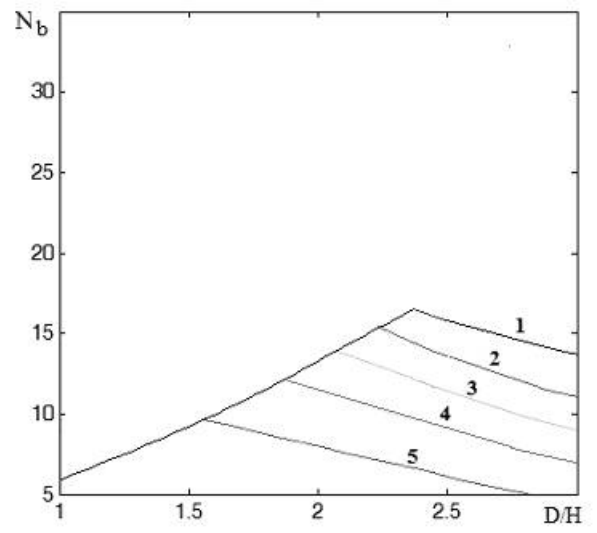
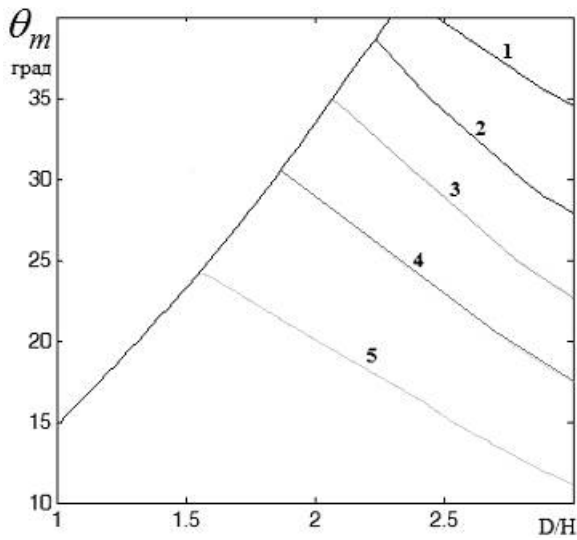
Рис. 4.4.16. МНХ параболического зеркала при  $D/\lambda = 50$



а)

б)

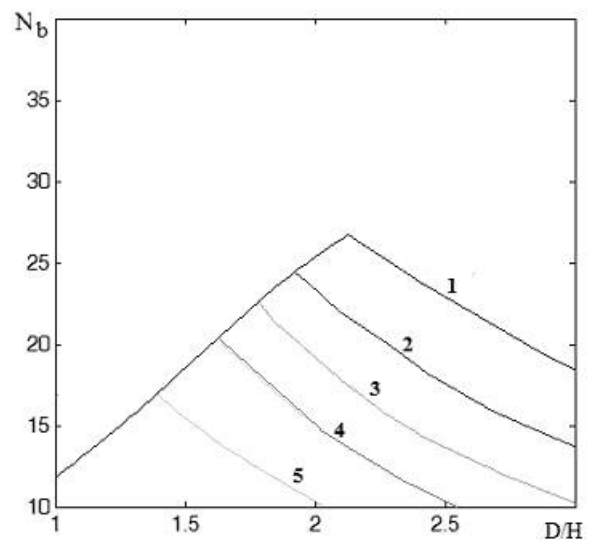
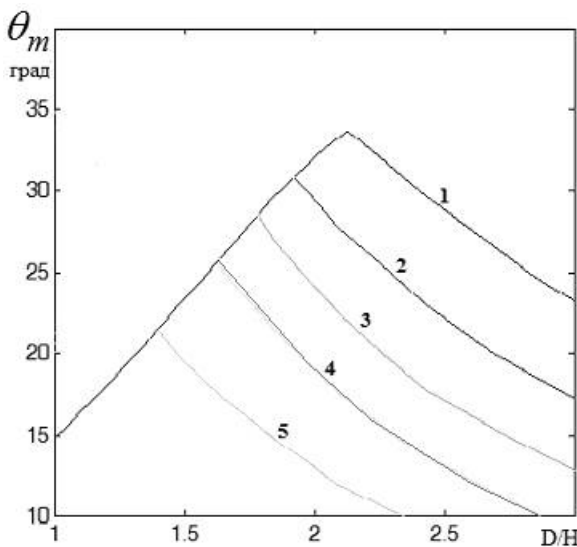
Рис. 4.4.17. МНХ параболического зеркала при  $D/\lambda = 100$



а)

б)

Рис. 4.4.18. МНХ системы с плоским субрефлектором при  $D/\lambda = 25$



а)

б)

Рис. 4.4.19. МНХ системы с плоским субрефлектором при  $D/\lambda = 50$

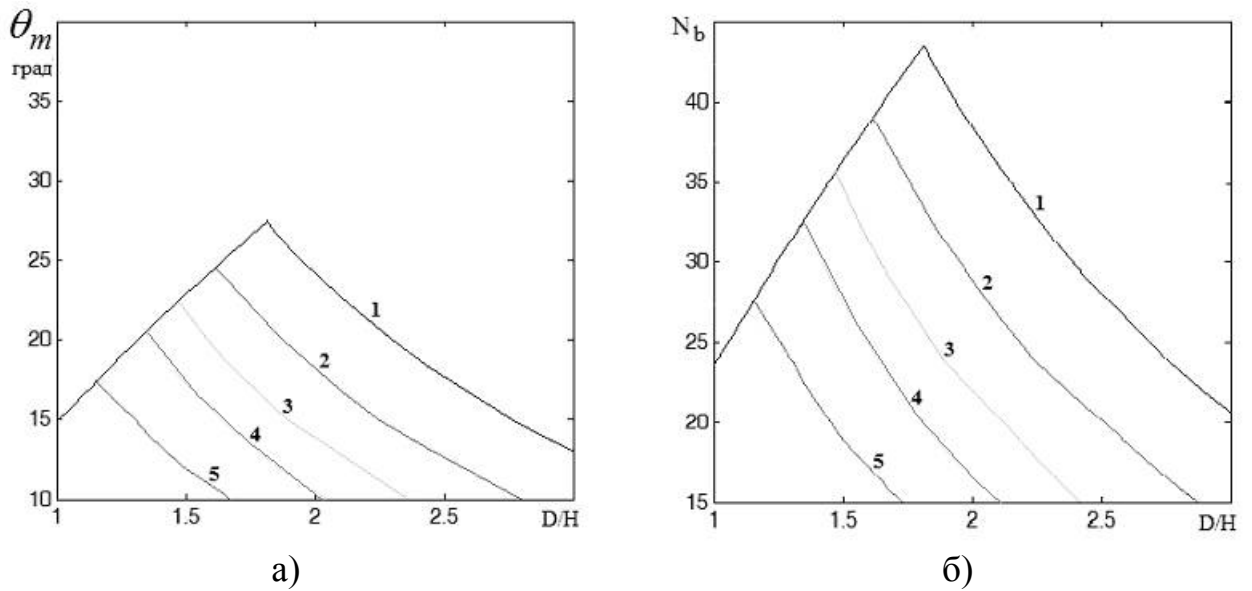


Рис. 4.4.20. МНХ системы с плоским субрефлектором при  $D/\lambda = 100$

Приведенные выше результаты показывают, что двумерные апланатические зеркальные системы имеют существенные преимущества перед однозеркальными системами, а также перед двухзеркальными неапланатическими системами. Реализация апланатических систем методами ИО СВЧ не представляет большого труда при использовании двухслойных зеркал.

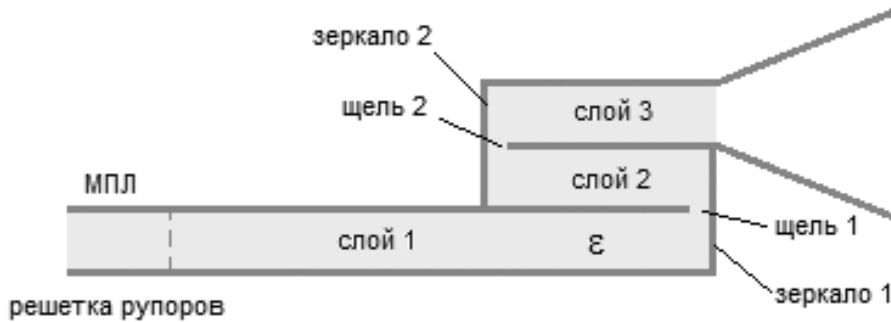
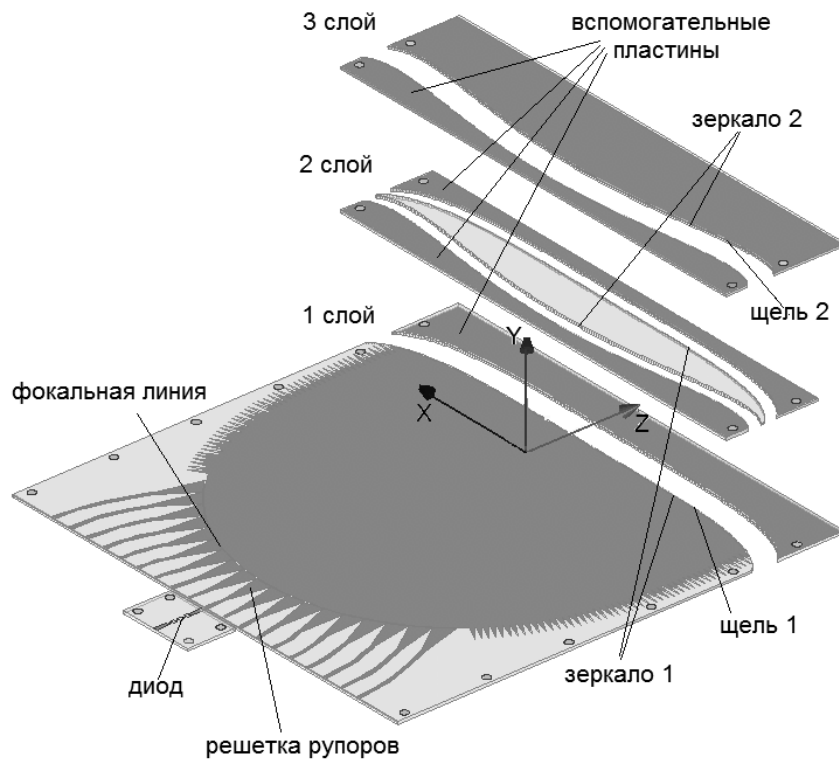


Рис. 4.4.21. Структурная схема зеркальной системы



*Рис. 4.4.22. Структура слоев зеркальной системы*

Приведем пример экспериментально исследованной многолучевой антенны с двумя двухслойными зеркалами. Более детально она будет обсуждаться в главе 9. Здесь мы ограничимся только демонстрацией структурной схемой зеркальной системы, которая показана на рис. 4.4.21 и структурой слоев, показанной на рис. 4.4.22.

## 5. Планарные линзы

В пятой главе мы рассмотрим планарные линзы. К ним относятся: линзы на основе изотропных однородных двумерных сред, градиентные линзы на основе неоднородных изотропных сред, линзы на основе анизотропных сред, двухслойные линзы.

Проектирование планарных линз, выполненных из однородных изотропных материалов, мало отличается от проектирования аналогичных объемных структур, которые широко применяются в оптике и СВЧ технике. Оно включает ряд стандартных этапов: синтез поверхностей линзы, которые обеспечивают требуемые оптические свойства, анализ линзы с синтезированными поверхностями, согласование поверхностей линзы с целью минимизации потерь на отражение. Все эти этапы подробно описаны в книгах, ставших уже классическими (см. например [1], [99]). Мы не будем подробно останавливаться на их описании, а ограничимся кратким изложением в разд. 5.1 основных подходов, позволяющих решать практически важные задачи.

В разд. 5.2 мы остановимся на расчете и проектировании классических линз с принудительным преломлением, у которых связь между ЛП, формирующими линзу отсутствует.

В разд. 5.3 обсуждаются линзы на основе анизотропных ленточных ЧПР. На первом этапе мы рассмотрим синтез идеальных линз с данного типа. Далее мы обсудим методы учета неидеальности реальных линз, в частности, искажения, обусловленные связью волноведущих каналов, образующих среду с принудительным преломлением, отражения, возникающие на границе и внутри линзы и т.д.

В разд. 5.4 будут анализироваться линзы Люнеберга, представляющие наибольший интерес среди, так называемых, градиентных линз. Мы кратко изложим основные принципы синтеза линз Люнеберга, а затем рассмотрим возможные их реализации при помощи пленочных структур. Также мы

обсудим ряд известных вариантов двумерных линз Люнеберга, которые, строго говоря, не являются планарными, но могут представлять интерес для построения устройств ИО СВЧ.

Разд. 5.5 посвящен анализу двухслойных линз Люнеберга. Как и в случае с двухслойными зеркалами, двухслойные линзы решают проблему затенения оптической системы системой облучателей. Применение двухслойных линз Люнеберга позволяет расширить сектор обзора вплоть до полного сектора в  $360^\circ$ .

### 5.1. Некоторые виды линз на основе изотропных, однородных материалов и синтез их поверхностей

Начнем с самой простой одноповерхностной линзы, имеющей один фокус, который располагается в точке  $f$  с координатами  $z_f = -f - d$ ,  $x_f = 0$  (см. рис. 5.1.1). Напомним, что в планарной линзе роль окружающей среды играет ПЛВ, в котором распространяется волна с коэффициентом замедления  $U_0$ . Линза представляет собой область пластины с измененными свойствами. Коэффициент замедления волны в ней  $U$  отличается от  $U_0$ . Для синтеза оптических устройств важно отношение  $U/U_0$ , квадрат которого мы рассматривали в главе 3 как эффективную диэлектрическую проницаемость линзы  $\varepsilon_e$ , которая в общем случае может быть как больше, так и меньше единицы.

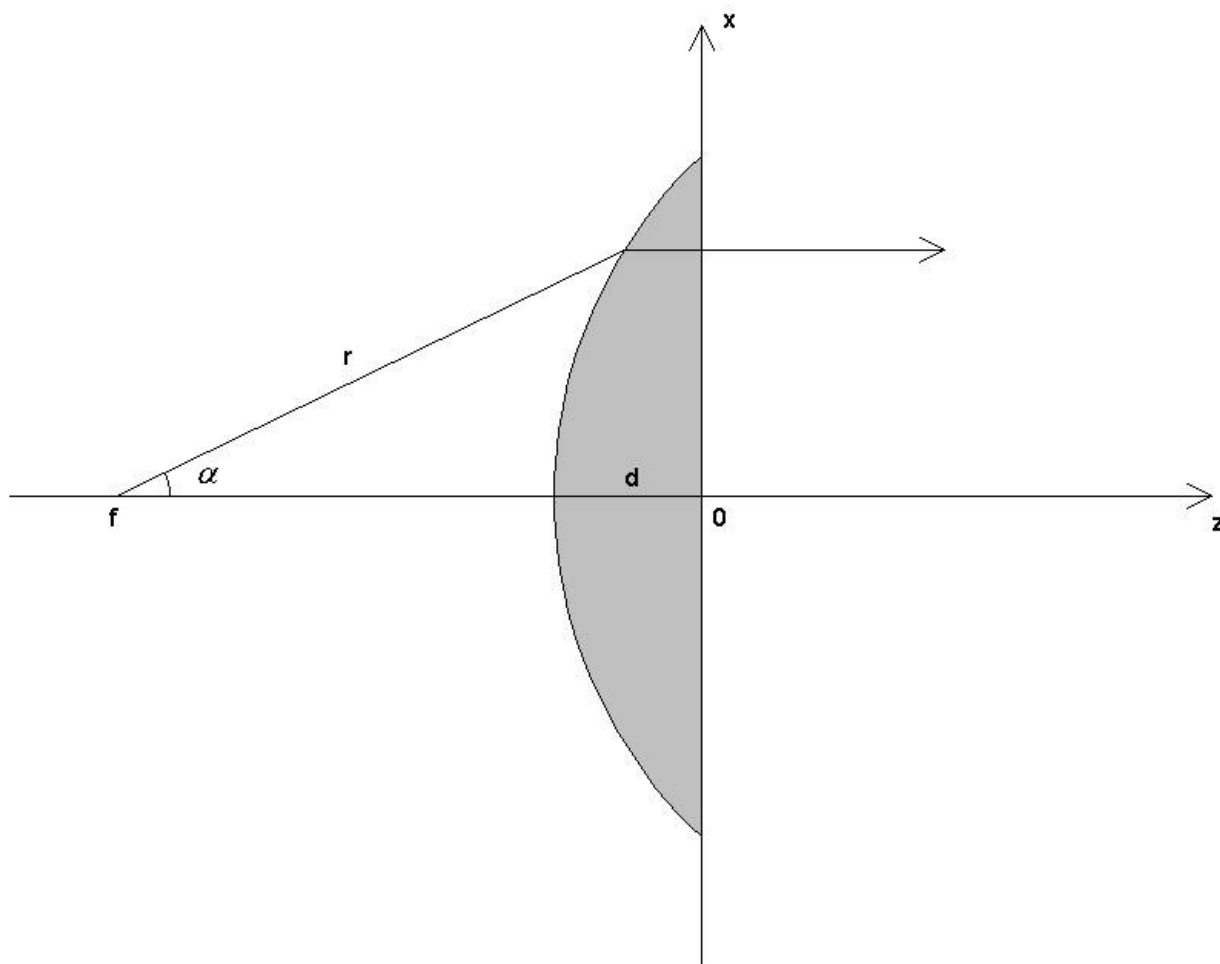


Рис. 5.1.1. Одноповерхностная линза

По аналогии с оптикой мы можем также ввести эффективный коэффициент преломления  $n_e$  равный корню квадратному из эффективной проницаемости.

Синтез линзы изображенной на рис. 5.1.1 проводим из условия преобразования цилиндрического фазового фронта точечного источника, расположенного в фокусе линзы в плоский фронт в области  $z > 0$ . Такое преобразование требует равенства оптических путей всех лучей, вышедших из точки  $f$  под произвольными углами  $\alpha$  и прошедших до плоскости  $z = 0$ . В полярной системе координат, центр которой совмещен с точкой  $f$  указанное условие записывается следующим образом:

$$r + (f + d - r \cos \alpha) n_e = f + d n_e, \quad (5.1.1)$$

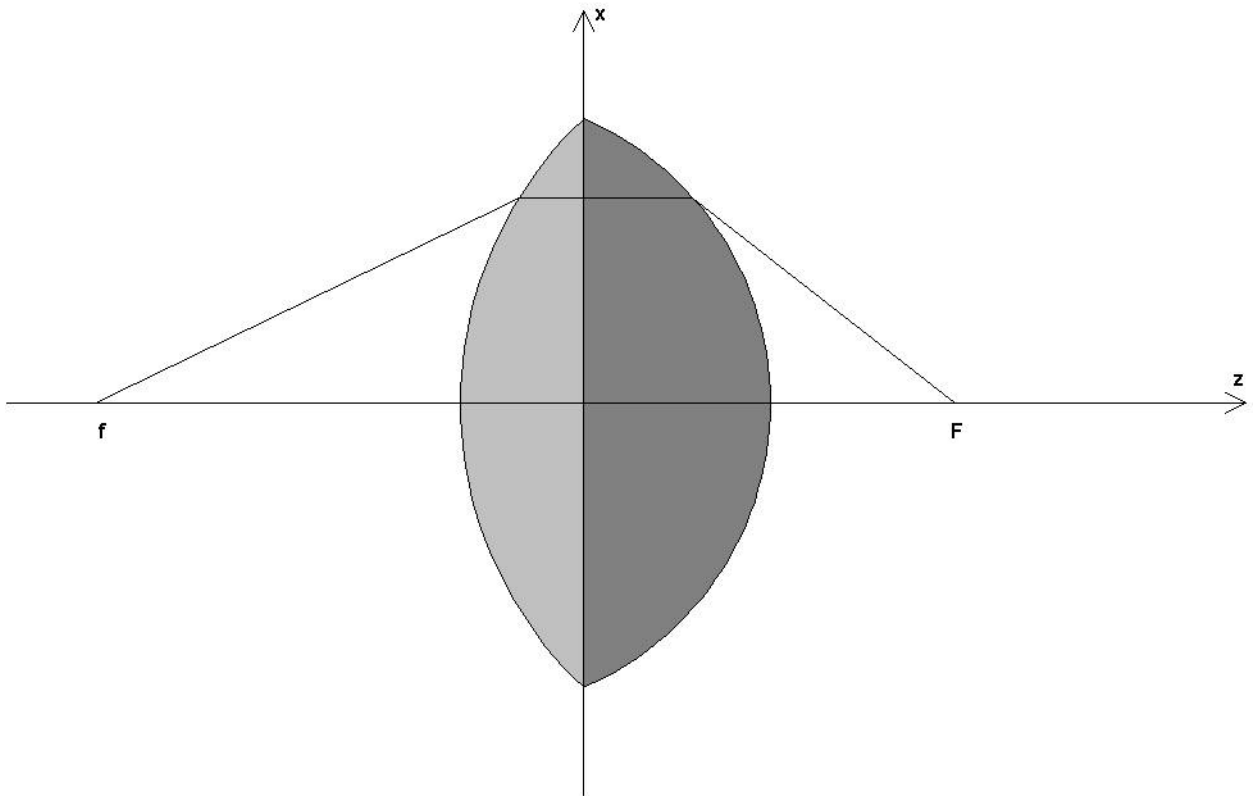
где  $r$  - расстояние от фокуса до поверхности линзы.

Из соотношения (5.1.1) находим переменную  $r$  :

$$r = \frac{(n_e - 1)f}{n_e \cos \alpha - 1}. \quad (5.1.2)$$

При  $n_e > 1$  уравнение (5.1.2) описывает линзу с гиперболической поверхностью. При  $n_e < 1$  мы получаем известное решение в виде эллипса [1].

Комбинация двух одноповерхностных линз рассматриваемого вида позволяет создавать линзы с двумя фокусами, расположенными на конечных расстояниях. На рис. 5.1.2 приведен пример такой структуры.



*Рис. 5.1.2. Двухповерхностная линза, образованная двумя одноповерхностными линзами*

Мы использовали две гиперболические линзы с фокусными расстояниями  $f$  и  $F$  для создания линзы, фокусирующей волны из одной фокальной точки в другую.



Известно еще одно решение, обеспечивающее фокусировку из одной точки в другую, которое получило название овала Декарта [1] (см. рис. 5.1.3).

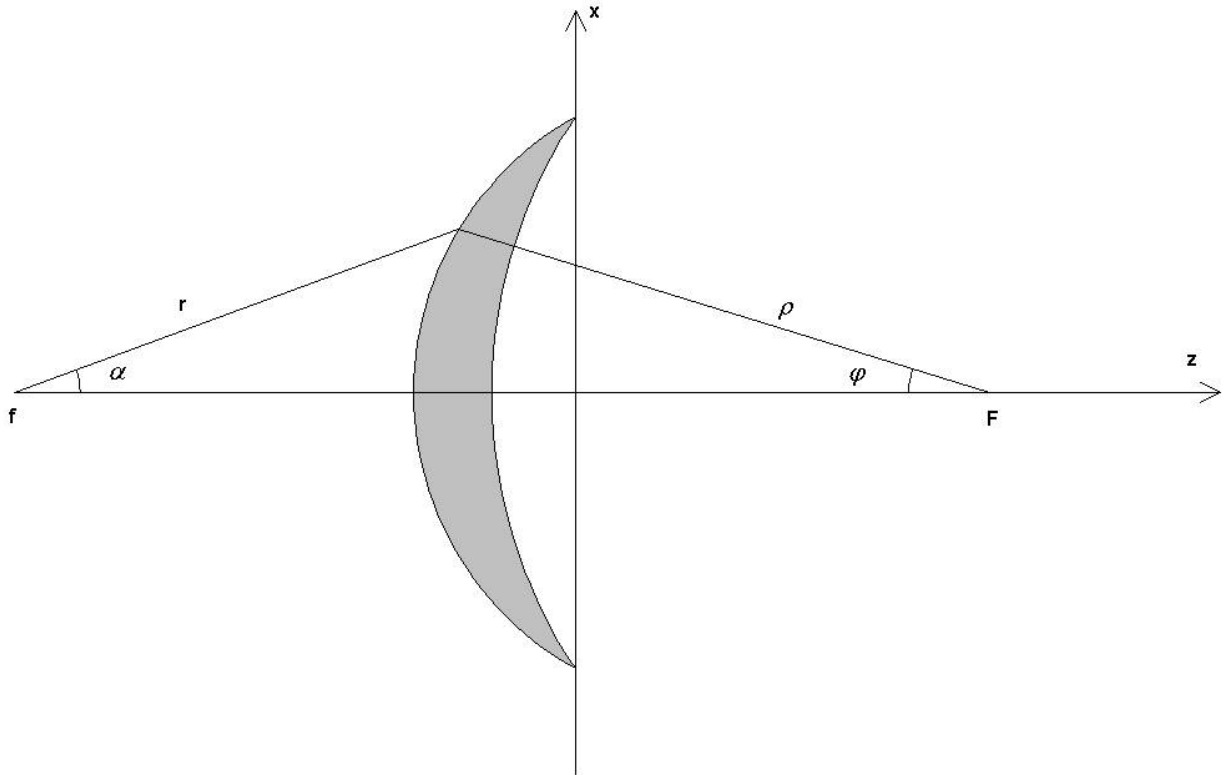


Рис. 5.1.3. Линза типа овал Декарта

Формально линза, изображенная на рис. 5.1.3 является двухповерхностной, однако поверхность ближняя к точке  $F$  является окружностью с центром в указанной точке. Она не участвует в преломлении лучей, которые падают на нее по нормали.

Синтез линз данного вида сводится к определению профиля левой поверхности, которая описывается кривой  $r(\alpha)$  или  $\rho(\varphi)$ . Его можно провести без учета влияния правой поверхности, переходя к структуре, изображенной на рис. 5.1.4, в которой преломленные лучи распространяются в однородной среде с постоянным коэффициентом преломления  $n_e$ .

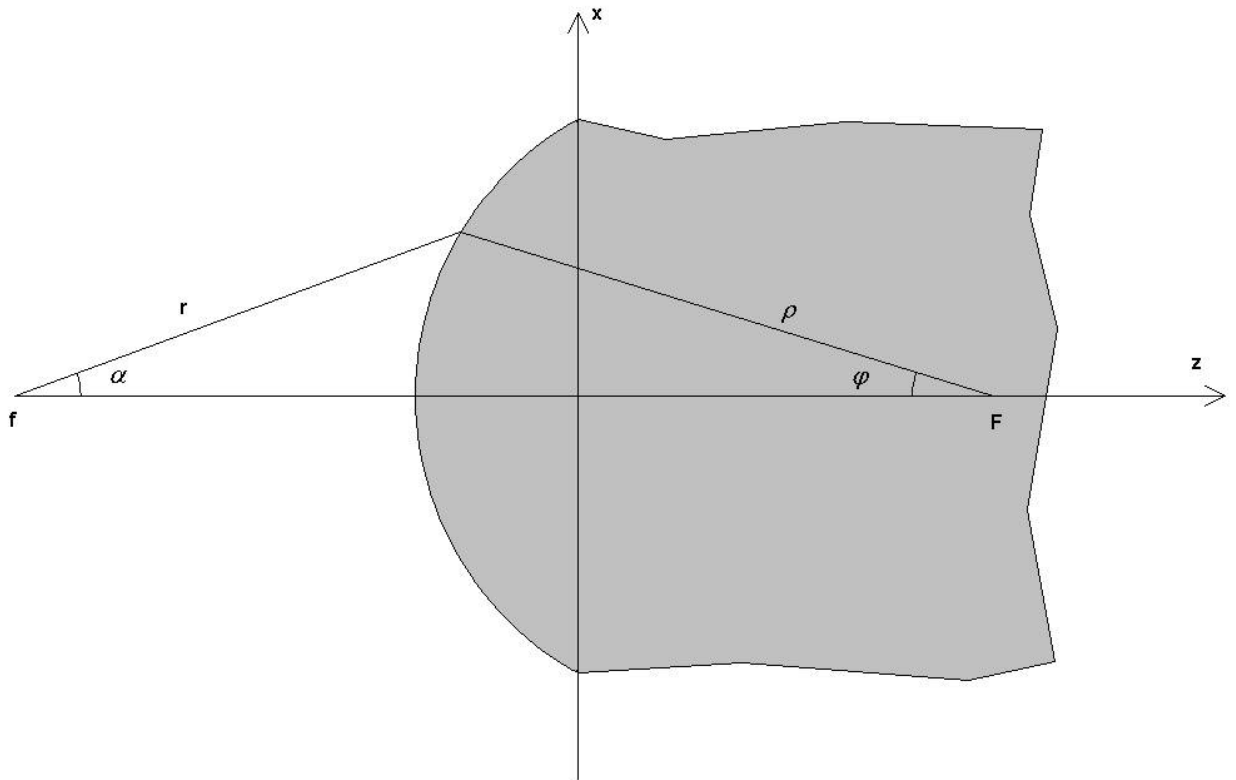


Рис. 5.1.4. Синтез левой поверхности овала Декарта

Условие, ограничивающее длины оптических путей лучей, исходящих из точки  $f$  и фокусирующихся в точке  $F$  имеет следующий вид:

$$r + \rho n_e = f + F n_e. \quad (5.1.3)$$

Несложные геометрические построения позволяют получить еще два условия:

$$r \sin \alpha = \rho \sin \varphi, \quad (5.1.4)$$

$$r \cos \alpha + \rho \cos \varphi = f + F.$$

Исключая из уравнения (5.1.3) при помощи (5.1.4) переменные  $\rho, \varphi$ , получаем уравнение, выражающее  $r$  через  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} r^2 (n_e^2 - 1) - 2r \left[ (f + F) n_e^2 \cos \alpha - (f + F n_e) \right] + \\ + \left[ (f + F)^2 n_e^2 - (f + F n_e)^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.1.5)$$

Одноповерхностные линзы обеспечивают точную фокусировку поля только в одной точке. Поэтому решение весьма актуальной задачи обзора

пространства в последовательном (сканирование) или в параллельном (многолучевой режим) режимах при помощи одноповерхностных линз может быть получено лишь в весьма ограниченном секторе углов.

Препятствуют расширению сектора обзора оптические aberrации, возникающие при смещении источника из точки идеальной фокусировки. Мы уже сталкивались с этой проблемой при обсуждении апланатической двухзеркальной системы в главе 4. Уменьшение aberrаций достигается применением более сложных, чем одноповерхностные линзы систем: апланатических и полифокальных.

Под апланатической оптической системой понимают систему, удовлетворяющую условию синусов Аббе [1]. Она обеспечивает минимум aberrаций при небольших локальных смещениях источника перпендикулярно оптической оси системы, например, линзы. Полифокальные линзы имеют две и больше точек точной фокусировки. Например, бифокальная линза имеет две такие точки, которые расположены симметрично относительно оптической оси структуры. В принципе полифокальные системы обеспечивают дополнительное снижение aberrаций в заданном секторе обзора, по сравнению с апланатическими линзами и зеркальными системами.

Рассмотрим алгоритм синтеза поверхностей апланатической линзы из однородного изотропного диэлектрика. Он подробно описан в работе [99] для случая линзы, у которой один фокус стремится на бесконечность. Синтез поверхностей сводится в этом случае к решению следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{d\gamma} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta - \frac{1}{n_e}}, \quad (5.1.6)$$

где  $r$  - расстояние от фокальной точки  $S$  (см. рис. 5.1.5) до левой поверхности линзы.

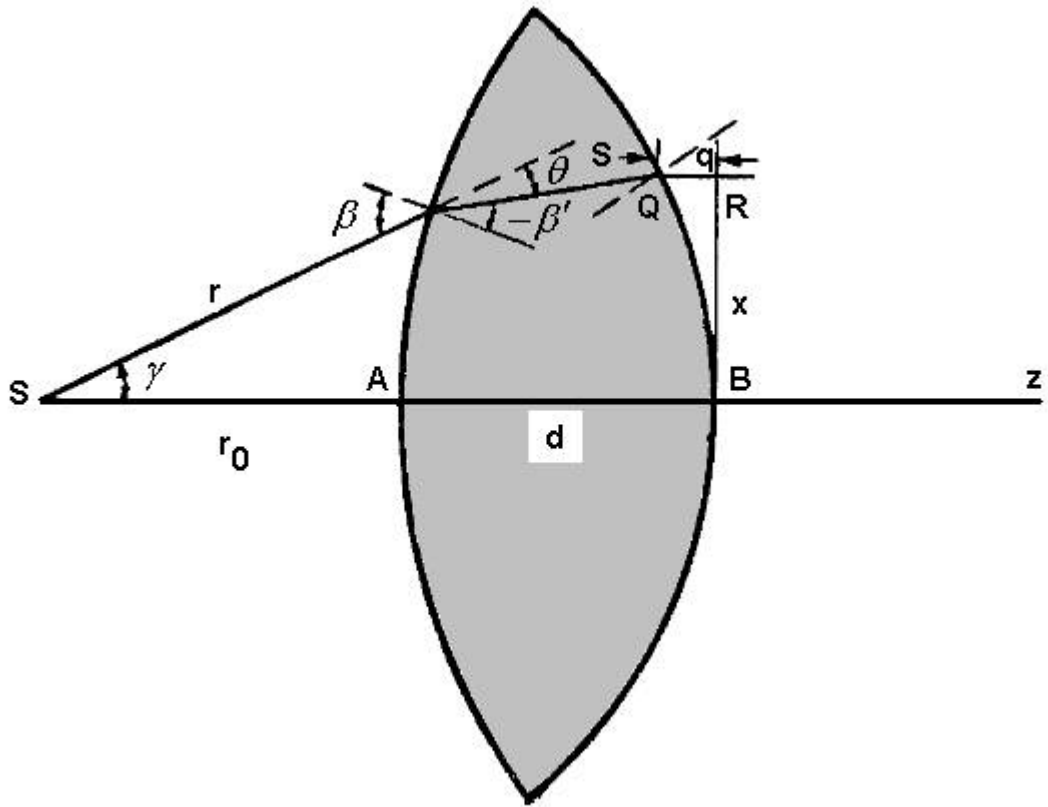


Рис. 5.1.5. Синтез апланатической линзы

Входящие в уравнение (5.1.6) параметры задаются следующими соотношениями:

$$x = f \sin \gamma, \quad (5.1.7)$$

$$r \cos \gamma + s \cos(\gamma - \beta + \beta') + q = r_0 + d,$$

$$r \sin \gamma + s \sin(\gamma - \beta + \beta') = x,$$

$$\theta = \beta - \beta',$$

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{d\gamma} = \operatorname{tg} \beta.$$

Очевидно, что решение уравнений (5.1.6), (5.1.7) может быть получено только численным путем.

Синтезу различных типов диэлектрических линз посвящена весьма обширная литература, к которой мы отсылаем читателя, желающего более подробно ознакомиться с этой проблемой.

Говоря о синтезе планарных линз, следует подчеркнуть особенности, которые отличают их от объемных аналогов. Они связаны с двумя обстоятельствами. Первое мы уже отметили выше. Оно состоит в том, что проницаемость, как материала линзы, так и окружающей среды определяется нетривиально путем решения дисперсионных уравнений для соответствующих ПлВ. В результате эффективная проницаемость и коэффициент преломления сложным образом зависят от параметров структуры и частоты. Эти зависимости влияют на ПК линзы и их необходимо учитывать при ее проектировании.

Второй важный фактор состоит в том, что преломление и отражение волн на границе ПлВ существенно отличается от их дифракции на границе двух диэлектриков. Если этим отличием пренебречь, то процедура синтеза линзы не отличается от традиционного подхода представленного выше. Однако, как видно из результатов главы 3 на границе ПлВ могут возникать явления нехарактерные для границы двух сред. К ним относятся излучение в свободное пространство, преобразование в паразитные типы волн и пространственная дисперсия коэффициента прохождения.

Поскольку параметры ПлВ всегда стараются выбирать так, что во всех областях распространяются только основные волны, то эффект преобразования волн на границе двумерных сред не является существенным для проектирования планарных линз.

Излучение в свободное пространство безусловно влияет на характеристики линзы, снижая ее энергетическую эффективность. Однако, оно никак не сказывается на процедуре синтеза ее поверхностей, которая выполняется исключительно исходя из фазовых соотношений. Наиболее эффективным средством уменьшения радиационных потерь на границах ПлВ является переход к волноводам с повышенным замедлением и к экранированным структурам (см. главу 3).

Пространственная дисперсия коэффициента прохождения волны через границу двух ПлВ непосредственно влияет на фазовые характеристики

волновых пучков и в строгой постановке ее необходимо учитывать при синтезе линзы.

В главе 4 мы обсуждали явление пространственной дисперсии коэффициента отражения. В разд. 4.6 был предложен метод ее учета при синтезе зеркал. Пространственная дисперсия коэффициента прохождения имеет аналогичную природу. Внешне она выражается в зависимости фазы коэффициента прохождения  $T$  от угла падения  $\varphi_i$ . Физически появление такой зависимости обусловлено возбуждением вблизи границы ПлВ сложного ближнего поля, которое меняется в зависимости от угла падения. Его изменения приводят к изменению параметров рассеяния границы. На границе раздела двух сред фаза коэффициента прохождения постоянна и равна нулю.

Если будем учитывать указанную выше зависимость, то, например, при синтезе одноповерхностной линзы мы должны изменить уравнение (5.1.1) следующим образом:

$$r + (f + d - r \cos \alpha)n_e + \frac{\varphi_T(\varphi_i) + \varphi_T(0)}{k} = f + dn_e + \frac{2\varphi_T(0)}{k}, \quad (5.1.8)$$

где  $\varphi_T(\varphi_i)$  - фаза коэффициента прохождения волны через левую поверхность линзы,  $\varphi_i$  - угол падения волны на указанную поверхность. При записи соотношения (5.1.8) мы учли, что на вторую поверхность все лучи падают по нормали ( $\varphi_i=0$ ).

Нетрудно увидеть, что при  $\varphi_T(\varphi_i)=\text{const}$  дополнительные слагаемые в (5.1.8) обращаются в нуль и это выражение совпадает с уравнением (5.1.1). Учет фазовых добавок в уравнении синтеза поверхности линзы значительно усложняет его решение, поскольку зависимость фазы от угла может быть получена только в результате сложной численной процедуры. Кроме того, угол падения выражается через расстояние  $r$  и угол  $\alpha$  весьма непростым образом. К счастью во многих практически важных случаях пространственная дисперсия коэффициента прохождения, как и

пространственная дисперсия коэффициента отражения в зеркальных системах выражена относительно слабо.

Облегчает ситуацию то, что зависимость  $\varphi_T(\varphi_i)$  описывается четной функцией в силу симметрии задачи о падении волны на прямолинейную границу изотропных ПЛВ. Если мы имеем дело с симметричной линзой или зеркалом, то в результате зависимость фазы коэффициента прохождения от угла  $\alpha$  также описывается четной функцией. Поэтому в разложении в ряд Тейлора функции  $\varphi_T(\alpha)$  линейное слагаемое отсутствует, а квадратичный член мал при достаточно малых углах  $\alpha$ . Это дает нам основание пренебрегать явлением пространственной дисперсии при проектировании достаточно длиннофокусных линз и зеркал, поскольку углы падения лучей на соответствующие поверхности у них малы.

В общем виде ответить на вопрос о необходимости полноценного учета явления пространственной дисперсии затруднительно. Для этого необходимо знать конкретную зависимость  $\varphi_T(\varphi_i)$ , чтобы оценить величину изменения фазы лучей преломленных на границах линзы. На практике, если она не превосходит  $20-30^\circ$ , то ее влияние на эффективность работы устройства незначительно и им можно пренебречь.

В некоторых зеркалах, например в двухслойном зеркале, функционирующем в динамическом режиме вариации фазы могут быть существенными и необходим их строгий учет. В главе 4 было показано, что эффективным и простым средством коррекции формы зеркала может служить сдвиг отсчетной плоскости, в которой определяется фаза коэффициента отражения. Если удастся найти такое ее положение, при котором фаза соответствующего элемента матрицы рассеяния слабо зависит от угла падения, то синтез зеркала можно проводить традиционным образом, но уже не для его физической поверхности, а для виртуальной линии, вдоль которой изгибается отсчетная плоскость. При этом поверхность, вдоль которой изгибается зеркало, находится в предположении о большом радиусе

ее изгиба из синтезированной поверхности. Аналогичный подход, видимо, может быть использован и при синтезе линз.



## 5.2. Линзы с принудительным преломлением на основе изолированных ЛП

В этом и следующем разделах мы обсудим планарные линзы с принудительным преломлением. К ним относятся линзы Ротмана и линзы с принудительным преломлением на основе ЧПР. Первыми в антенной технике начали использоваться линзы Ротмана [25]. Они выполнялись в виде микрополосковых схем. Линзы с принудительным преломлением на основе ЧПР [14] являются логическим продолжением линз Ротмана. Они с успехом могут использоваться на сравнительно более высоких частотах.

Линза с принудительным преломлением представляет собой две решетки излучателей, расположенные вдоль искривленных поверхностей (см. рис. 5.2.1). Излучатели соединены при помощи ЛП, как показано на рис. 5.2.1.

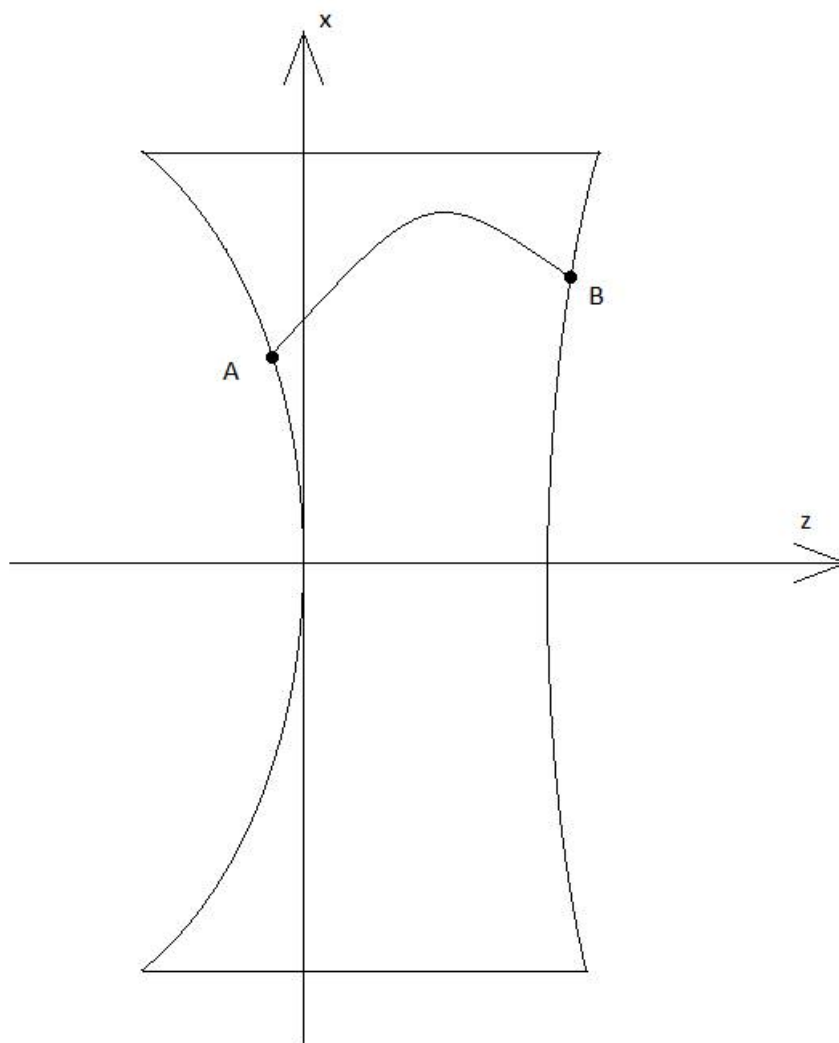


Рис. 5.2.1. Линза с принудительным преломлением

При этом точки А и В могут располагаться на разных расстояниях от оси  $Oz$ , а ЛП может соединять указанные точки вдоль любой траектории.

В планарном варианте в качестве ЛП чаще всего используют МПЛ. В этом случае решетки представляют собой решетки полосковых рупоров, излучающие в ПВ, расположенные слева и справа от линзы. Интерес к полосковым ЛП понятен, поскольку их применение обеспечивает высокую технологичность и низкую стоимость устройства. Кроме того, использование полосковых ЛП позволяет простыми средствами осуществлять изгибы соединительных ЛП практически произвольным образом.

Тем не менее, известны примеры линз с принудительным преломлением на основе волноводов и, в частности, ИПВ [38]. Их появление связано с продвижением в ММД, в котором полосковые ЛП имеют недопустимо высокие потери. Следует отметить терминологическую путаницу в обсуждаемом вопросе. Например, в книге [1] все конструкции построенные по принципу, который поясняется на рис. 5.2.1, рассматриваются как линзы с принудительным преломлением. Однако во многих работах (см. например [25]) для их обозначения используют термин линза Ротмана. При этом чаще всего под линзами Ротмана понимаются полосковые планарные структуры. В тоже время, как отмечено выше, мы можем встретить использование термина линза Ротмана применительно к волноводным ЛП.

С нашей точки зрения термин линза с принудительным преломлением наиболее точно отражает основные особенности структур данного типа, так как все они отличаются тем, что волны внутри линзы распространяются в направлениях, задаваемых не законом преломления Снеллиуса, а теми или иными конструктивными элементами. При этом структуры, которые принято обозначать как линзы Ротмана, отличаются тем, что они образованы изолированными ЛП: полосковыми ЛП, волноводами, ИПВ и т.д. Поэтому далее мы будем для обозначения этого класса структур будем использовать термин линзы с принудительным преломлением на основе изолированных

ЛП. К ним относятся, как мы видим и структуры, которые принято называть линзами Ротмана.

Линзы на основе ЧПР в идеальном случае также относятся к линзам с принудительным преломлением, поскольку волны в них распространяются вдоль металлических лент. Однако, в этих структурах отсутствуют изолированные ЛП. Поэтому мы выделяем их в отдельный класс линз, которые с точки зрения электрических характеристик близки к линзам на основе изолированных ЛП, но конструктивно отличаются от них весьма существенно.

Концепция линзы Ротмана, как отмечалось выше, исходит из того, что образующие ее ЛП не имеют друг с другом электромагнитной связи. Поэтому вся энергия поступившая в линзу в точке  $A$  с точностью до тепловых потерь поступит в точку  $B$ . При этом набег фаз между точками  $A$  и  $B$  -  $\varphi_{ab}$  равен произведению постоянной распространения  $\gamma$  на длину ЛП  $L$ :

$$\varphi_{ab} = \gamma L. \quad (5.2.1)$$

Наиболее общим типом линзы Ротмана является, так называемая линза "шнурок от ботинка" [1], которая показана на рис. 5.2.2. Она имеет четыре фокуса в точках  $F_{1,2}$  и  $G_{1,2}$ :

$$F_{1,2} = (-f \cos \alpha, \pm f \sin \alpha), \quad (5.2.2)$$

$$G_{1,2} = (-g \cos \beta, \pm g \sin \beta).$$

Точки на левой поверхности  $P(x, y)$  соединяются с точками на правой поверхности  $Q(x', y')$  отрезками ЛП длиной  $L$ . В плоскости симметрии толщина линзы равна  $d_0$ , а длина соединительной линии -  $L_0$ .

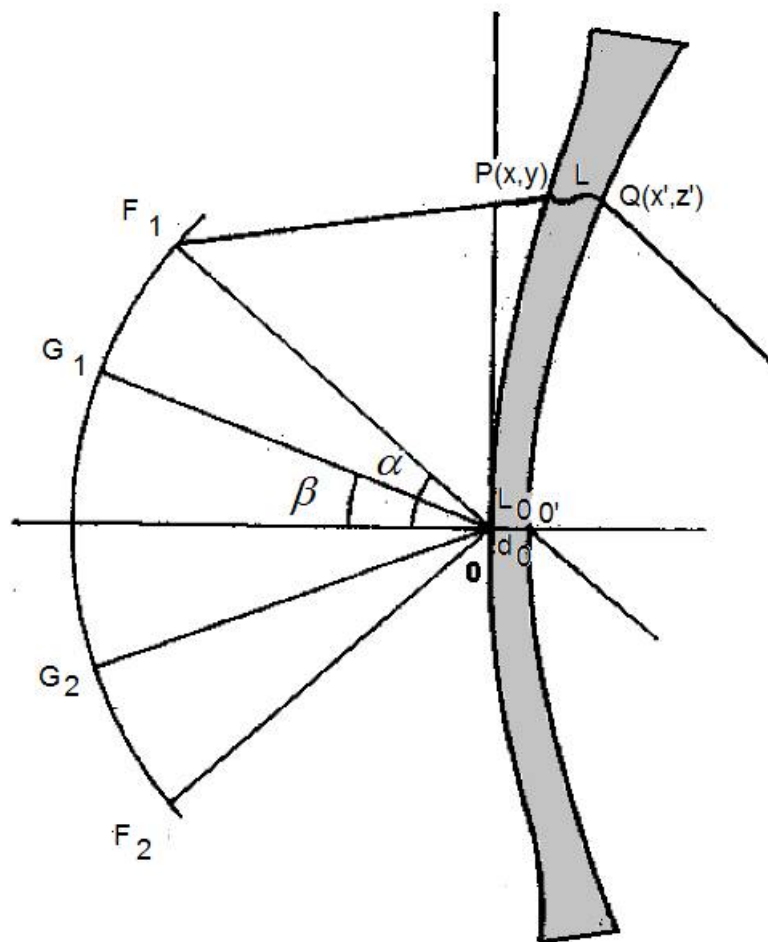


Рис. 5.2.2. Линза типа "шурок от ботинка"

Уравнения для синтеза такой линзы представлены в [1]. Приводим их без вывода для случая  $\gamma = k$ , который без труда обобщается на случай произвольной постоянной распространения:

$$\frac{F_2P - F_1P}{\sin \alpha} = \frac{G_2P - G_1P}{\sin \beta}, \tag{5.2.3}$$

$$x' = \frac{d_0 + (G_2P + G_1P - 2g) - (F_2P + F_1P - 2f)}{2(\cos \beta - \cos \alpha)},$$

$$y' = \frac{F_2P - F_1P}{\sin \alpha},$$

$$L = \frac{L_0 + (G_2P + G_1P - 2g) \cos \alpha - (F_2P + F_1P - 2f) \cos \beta}{2(\cos \beta - \cos \alpha)}.$$

Выражения (5.2.3) представляют собой систему трансцендентных уравнений. Первое уравнение описывает левую границу линзы. Второе и третье уравнения описывают правую ее границу. Наконец, четвертое уравнение задает длину ЛП.

Широко используются в антенной технике более простые бифокальные линзы с принудительным преломлением (см. рис. 5.2.3).

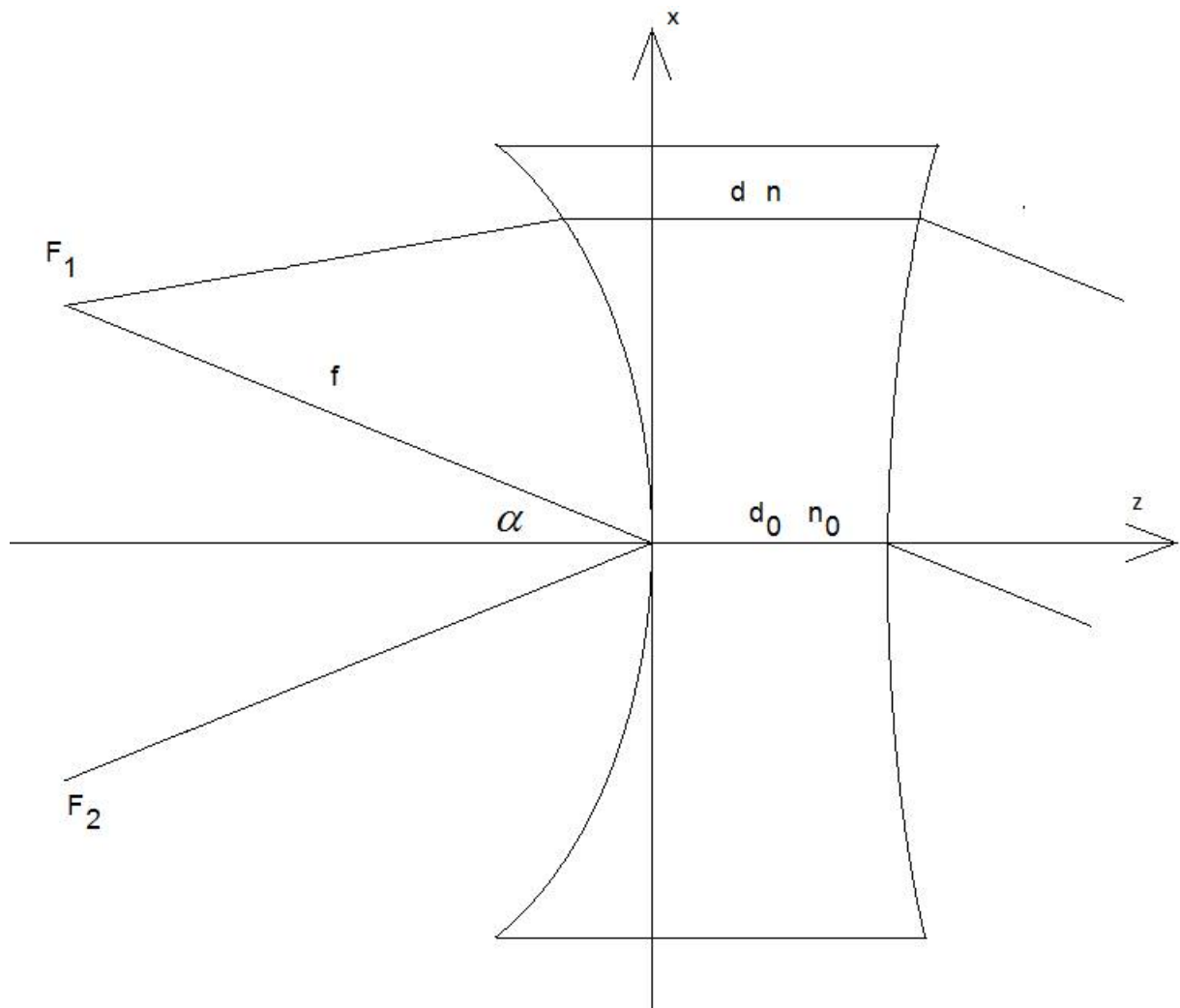


Рис. 5.2.3. Бифокальная линза с принудительным преломлением

Левая поверхность такой линзы является эллипсом:

$$z^2 + 2fz \cos \alpha + x^2 \cos^2 \alpha = 0, \quad (5.2.4)$$

который имеет фокусы в точках  $F_{1,2}$  (см. рис. 5.2.3).

Правая поверхность линзы задается следующим уравнением:

$$\gamma_0 d_0 - \gamma d + k(d - d_0 + z) \cos \alpha = 0. \quad (5.2.5)$$

Здесь  $\gamma_0$  - постоянная распространения в ЛП при  $x = 0$ ,  $\gamma$  - постоянная распространения при произвольной координате  $x$ , аналогично  $d$  - толщина линзы, являющаяся функцией  $x$ ,  $d_0 = d(0)$ . В бифокальной линзе точки  $A$  и  $B$  (см. рис. 5.2.1) имеют одинаковые координаты  $x$ .

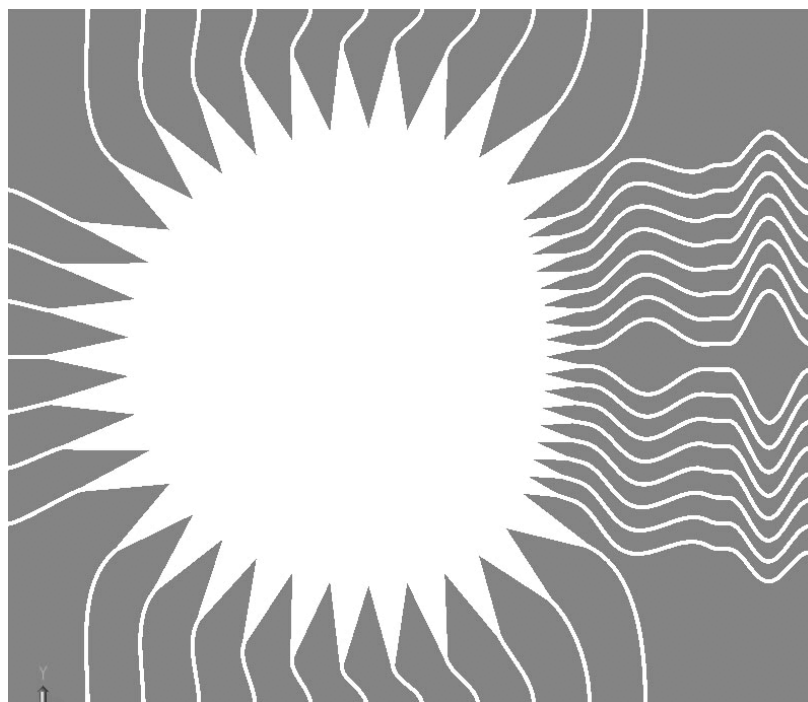
Отметим, что расположение точек  $A$  и  $B$  на одном уровне по оси  $Ox$  не обязательно означает, что ЛП вытянута вдоль прямой  $AB$ . Она может быть изогнута произвольным образом и, следовательно, иметь длину  $L$  большую толщины линзы  $d$ . Синтез линзы при этом не меняется за исключением того, что под  $\gamma$  мы будем понимать не реальную постоянную распространения ЛП, а эквивалентную постоянную распространения  $\gamma_e$ :

$$\gamma_e = \gamma \frac{L}{d}. \quad (5.2.6)$$

Уравнение (5.2.5) содержит одну степень свободы, которая позволяет накладывать на линзу дополнительные условия и получать профиль правой границы и распределение постоянной распространения по оси  $Ox$ . Например, мы можем потребовать, чтобы указанная граница имела прямолинейную форму. При этом  $z + d = d_0$ . Тогда из уравнения (5.2.5) мы находим функцию  $\gamma(x)$ .

*Полосковые линзы с принудительным преломлением.* Как отмечалось выше чаще всего, по крайней мере, в относительно длинноволновых диапазонах линзы на основе изолированных ЛП реализуются в виде полосковых печатных структур. Ниже мы обсудим особенности их проектирования.

Типичный пример линзы Ротмана представлен на рис. 5.2.4. Собственно линза расположена в правой части рисунка. Она представляет собой решетку полосковых рупоров, размещенных вдоль эллипса в соответствии с уравнением (5.2.4). Таким образом, речь идет о бифокальной линзе.



*Рис. 5.2.4. Топология полосковой линзы с принудительным преломлением*

В левой части рисунка располагается решетка полосковых рупоров, излучающих в ПВ, расположенный между ней и линзой Ротмана. Эта решетка формирует многоканальный облучатель линзы. Решетки в верхней и нижней частях рисунка играют вспомогательную роль. Их выходные линии нагружены на согласованные нагрузки, в которых должны поглощаться волны отраженные от поверхности линзы.

Требуемая задержка волн внутри линзы Ротмана обеспечивается полосковыми ЛП, которые изогнуты достаточно сложным образом. При проектировании полосковой линзы Ротмана важной задачей является разрешение противоречия связанного с выбором периода решетки полосковых рупоров. С одной стороны, его нежелательно делать большим половины длины основной Т-волны в ПВ, которая равна  $\lambda / 2\sqrt{\varepsilon}$ , где  $\lambda$  - длина волны в свободном пространстве,  $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость подложки ПВ. Ограничение периода сверху обусловлено обычными для излучающих решеток факторами. Так как волны могут падать на поверхность линзы и излучаться из нее под достаточно произвольными

углами, то исключить появление побочных дифракционных максимумов можно только, выполняя неравенство:

$$P < \frac{\lambda}{2\sqrt{\varepsilon}}. \quad (5.2.7)$$

Неравенство (5.2.7) обеспечивает отсутствие дифракционных максимумов для любых углов излучения и падения волн. Часто выполнение условия (5.2.7) оказывается излишним, например, в случае длиннофокусных линз, в которых углы падения близки к нормальным. Тогда неравенство (5.2.7) можно ослабить, убрав двойку в знаменателе. Тем не менее, в любом случае имеются достаточно жесткие ограничения на период решетки.

Из рис. 5.2.4 видно, что все полосковые рупора ориентированы по нормали к поверхности линзы.

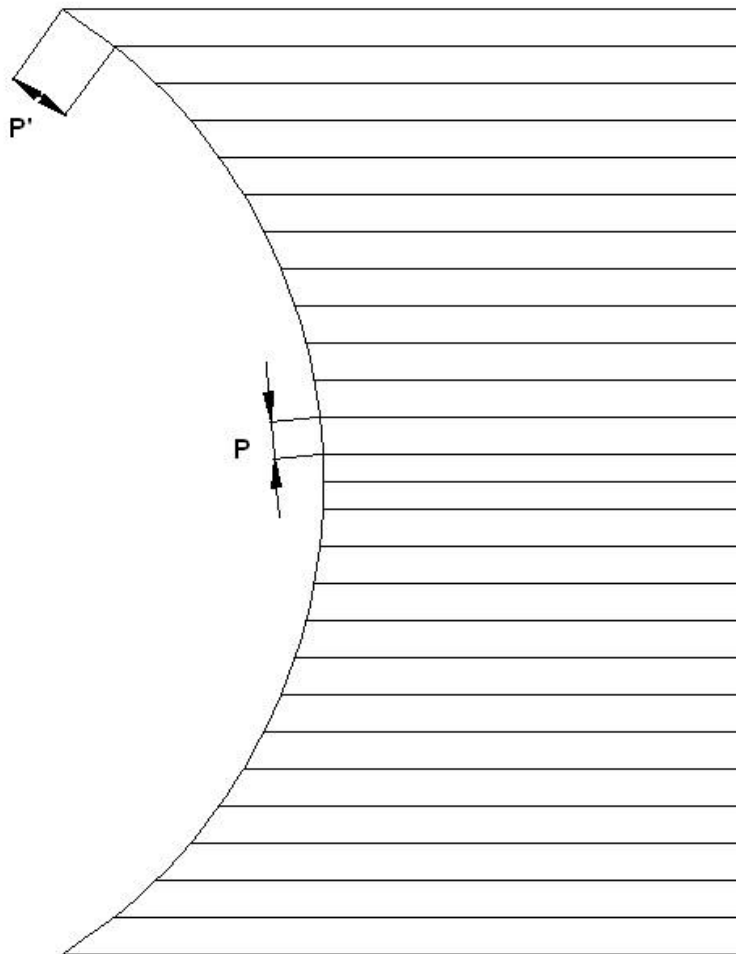


Рис. 5.2.5. Увеличение периода решетки



Такое расположение рупоров позволяет избежать эффекта увеличения периода решетки на периферийных участках линзы, которое характерно имеет место при расположении рупоров вдоль горизонтальной оси. Этот эффект объясняется на рис. 5.2.5 Видно, что при ориентации ЛП по горизонтали расстояние  $P$ , являющееся периодом излучающей решетки в центральной части линзы меньше  $P'$  - периода на ее краю.

С другой стороны, нам необходимо обеспечить требуемую задержку волн. Практически единственным средством решения этой задачи является увеличение длины полосковой ЛП. Однако, чем меньше период решетки, тем меньше места для размещения изогнутых ЛП. Важно отметить, что возможности сближения линий, находящихся в соседних периодах также весьма ограничены, поскольку между ними возникает электромагнитная связь, которая нарушает основное допущение, использованное при синтезе линзы.

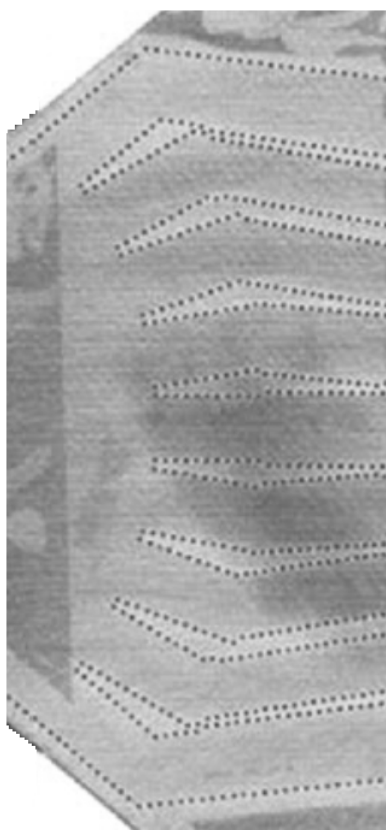
Описанное выше противоречие сравнительно легко преодолевается на низких частотах, поскольку в длинноволновых диапазонах толщина подложки полосковой ЛП  $h$  много меньше длины волны в свободном пространстве и в ПВ. В этом случае оказывается, что период решетки полосковых рупоров  $P$  существенно больше  $h$ . В тоже время, ширина полосковой ЛП тесно связана с ее высотой  $h$ . Например, при  $\varepsilon = 10$  у МПЛ с сопротивлением 50 Ом она равна толщине подложки. Мы видим, что на низких частотах период решетки много больше ширины ЛП. Благодаря этому у нас имеются широкие возможности для размещения на периоде решетки изогнутой ЛП, обеспечивающей требуемую задержку и достаточно далеко расположенной от ЛП на соседних периодах.

С повышением частоты, однако, ситуация меняется. В принципе она оставалась бы неизменной, если бы с уменьшением длины волны происходило пропорциональное уменьшение толщины подложки. Однако, начиная с некоторого предела, это становится крайне затруднительно. Во-первых, по конструктивным соображениям, поскольку тонкие подложки

теряют свои механические свойства. Во-вторых, с уменьшением толщины подложки растёт затухание волны полосковой ЛП и, следовательно, тепловые потери в линзе, которые в ММД могут быть весьма существенными.

Таким образом, мы можем констатировать, что, начиная с некоторой частоты, линзы с принудительным преломлением, в которых связь между каналами их образующими подавляется за счет пространственного разнесения ЛП становятся нереализуемыми. Альтернативным вариантом для создания линзы с принудительным преломлением является применение ЧПР, о которых мы будем говорить в разд. 5.4.

Полосковым линзам Ротмана посвящено большое число работ, к которым мы отсылаем читателей, интересующихся подробностями их теории и практического использования (см. например [100]).



*Рис. 5.2.6. Линза на основе ИПВ*

Сейчас мы рассмотрим более детально другой способ построения линз Ротмана, связанный с применением ИПВ. Связь между ИПВ даже в случае наличия у них общих стенок может быть подавлена уменьшением расстояния

между металлическими цилиндрами, образующими стенку (см. главу 4). При этом ее электродинамические свойства будут мало отличаться от свойств идеально проводящей поверхности. Также стоит отметить, что затухание в ИПВ существенно меньше, чем в полосковых линиях. Поэтому линзы Ротмана на их основе потенциально имеют лучшие перспективы в ММД, чем традиционные полосковые линзы. Вместе с тем применение волноводных ЛП порождает другие проблемы, обусловленные ограничениями на размеры волновода. Анализ их влияния на выходные характеристики устройства будет представлен ниже.

Пример линзы Ротмана на ИПВ показан на рис. 5.2.6 [38]. Мы рассмотрим более простой вариант, в котором будут использоваться прямолинейные волноводы. Он показан на рис. 5.2.7.

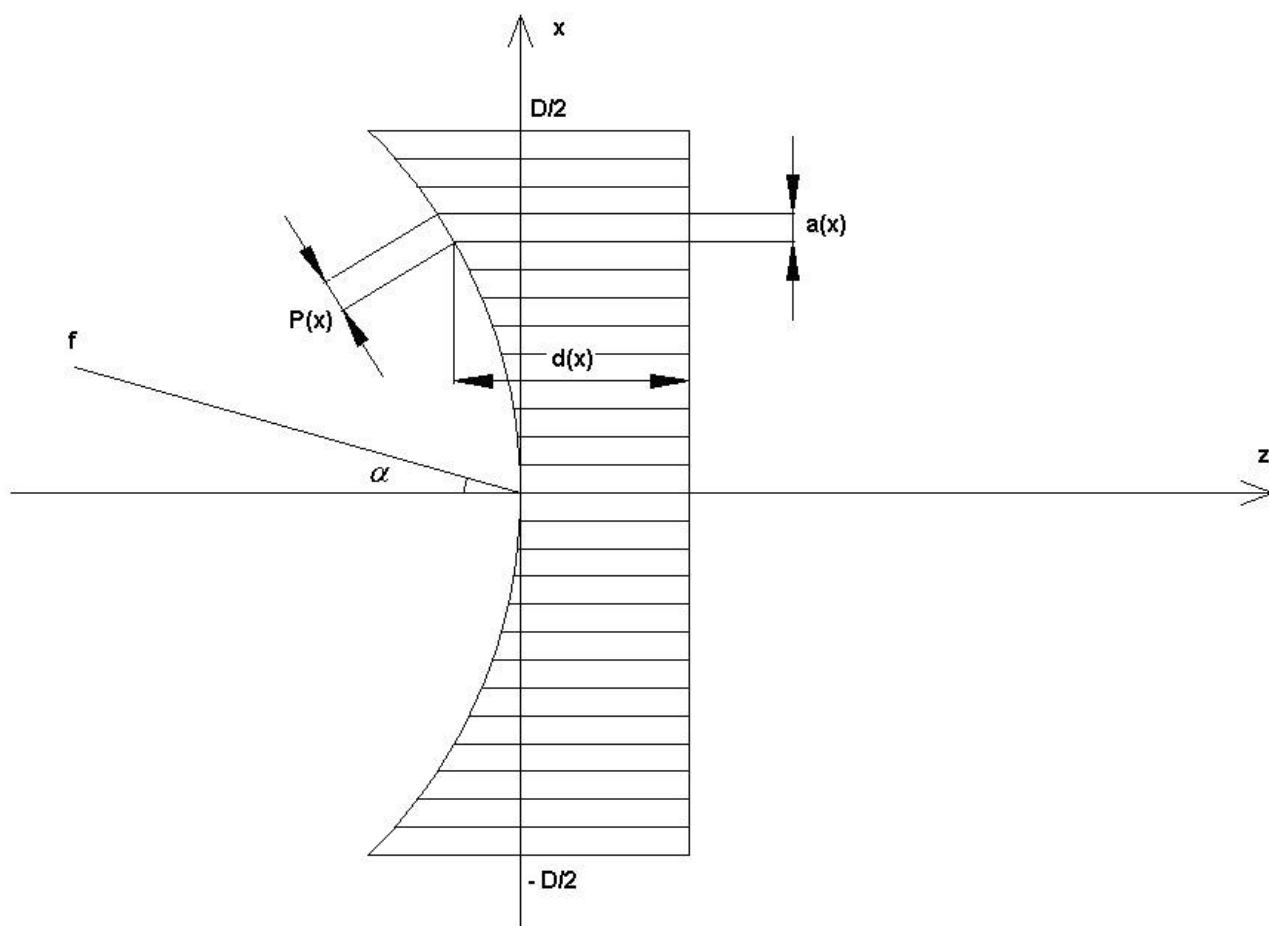


Рис. 5.2.7. Модель линзы Ротмана на ИПВ

Для простоты анализа линзы на ИПВ воспользуемся относительно простой моделью ИПВ, в рамках которой полупрозрачную стенку из металлических цилиндров мы заменим непрозрачной бесконечно тонкой металлической стенкой. Такая замена допустима для волноводов образованных цилиндрами с малым электрическим радиусом, которые расположены с малым по отношению к длине волны периодом.

В этом случае мы приходим к линзе Ротмана, которая образована  $H$  - плоскостной решеткой металлических волноводов. Пространство внутри и вне волноводов заполнено средой с проницаемостью  $\varepsilon$  подложки ПВ, на основе которого выполнена анализируемая структура. Для простоты мы можем положить ее равной единице, поскольку в силу однородности диэлектрического заполнения переход к случаю  $\varepsilon \neq 1$  может быть осуществлен простым увеличением рабочей частоты в  $\sqrt{\varepsilon}$  раз.

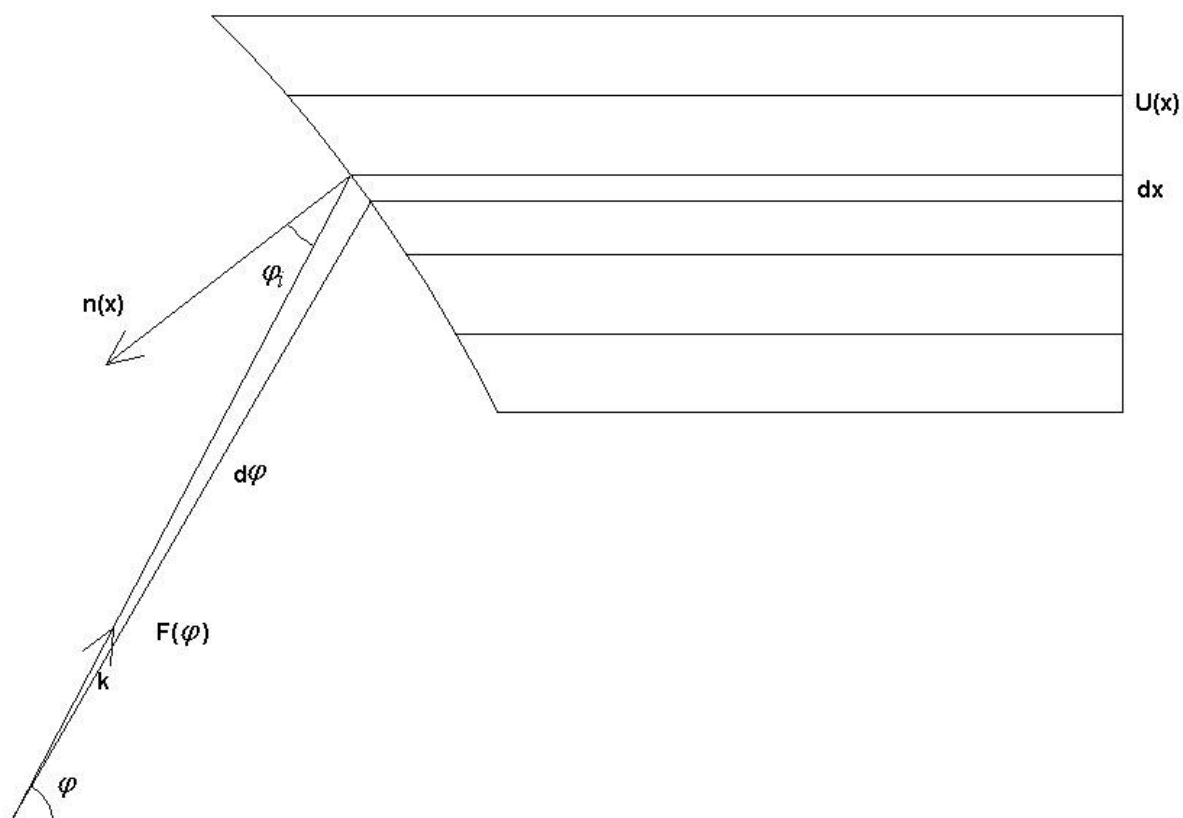


Рис. 5.2.8. Определение угла падения

Расчет линзы Ротмана выполним по следующей схеме. Разместим в некоторой точке  $S$  с координатами  $x_S, z_S$  источник, который будем описывать при помощи его ДН  $F(\varphi)$ . Угол  $\varphi$  показан на рис. 5.2.8. Под ДН мы понимаем функцию, определенную для основной  $T$  - волны ПВ. Она описывает поле на значительном расстоянии от источника. Использовать его для расчета поля вблизи левой поверхности линзы допустимо только при условии  $kf \gg 1$  ( $k$  - волновое число свободного пространства), которое почти всегда выполняется.

Для решения задачи о прохождении волн свободного пространства внутрь линзы используем комбинированный подход. В рамках этого подхода представим поле, падающее на линзу в виде совокупности лучей. Все они исходят из точки  $S$  и характеризуются волновым вектором  $\vec{k}$ , направление которого задается углом  $\varphi$  (см. рис. 5.2.8). Амплитуда луча определяется ДН источника.

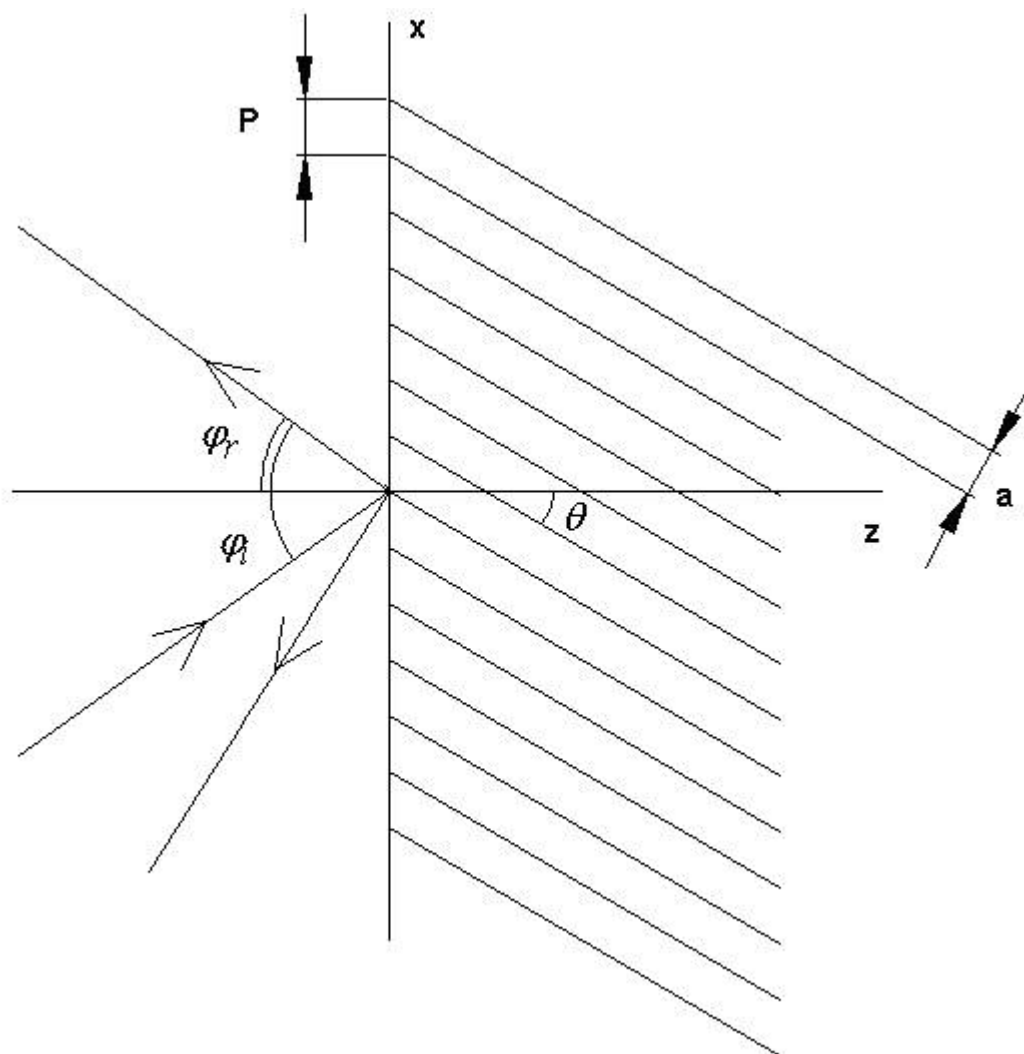
Каждый луч падает на линзу в некоторой точке с координатой  $x$ . Пусть  $\vec{n}(x)$  - вектор единичной нормали к поверхности линзы в этой точке. Тогда не составляет труда найти угол падения  $\varphi_i$  на линзу:

$$\cos \varphi_i = -\frac{(\vec{n}|\vec{k})}{|\vec{n}||\vec{k}|}. \quad (5.2.8)$$

Для оценки мощности прошедшей в волновод считаем поверхность линзы в точке падения луча локально плоской. Тогда коэффициент прохождения луча будет совпадать с коэффициентом прохождения плоской волны, падающей на границу между свободным пространством и решеткой ПВ, которая показана на рис. 5.2.9.

Задача о возбуждении решетки плоской волной решена в работе [50], на которую мы будем ориентироваться при создании математической модели линзы.

Зная коэффициент прохождения, не составляет труда определить амплитудно – фазовое распределение поля на правой поверхности линзы.



*Рис. 5.2.9. Решетка ПВ*

Для расчета амплитуды луча вышедшего из линзы на ее правой поверхности мы также можем использовать теорию, разработанную в работе [50]. Для этого нам необходимо найти угол излучения из решетки. Это можно сделать, дифференцируя фазовое распределение вдоль поверхности линзы. Таким образом, мы находим полное геометрикооптическое поле на поверхности, из которой происходит излучение в свободное пространство. Это поле мы будем использовать для определения энергетических параметров линзы. Более подробно описанная выше схема будет изложена по ходу решения.

На рис. 5.2.7 показана линза, имеющая плоскую правую поверхность. В общем случае она может иметь произвольную форму, хотя удобство прямолинейной границы очевидно. Поэтому мы ограничим наш анализ этим частным случаем.

Тогда уравнение (5.2.5) принимает следующий вид:

$$U_0 d_0 - U d = 0, \quad (5.2.9)$$

где  $U = \gamma / k$  - коэффициент замедления волны ИПВ. Из соотношения (5.2.9) находим:

$$U = \frac{U_0}{1 + \cos \alpha \left( \frac{f - \sqrt{f^2 - x^2}}{d_0} \right)}. \quad (5.2.10)$$

При выводе формулы (5.2.10) принято во внимание, что

$$d = d_0 + \cos \alpha \left( f - \sqrt{f^2 - x^2} \right). \quad (5.2.11)$$

На рис. 5.2.10 представлена типичная зависимость нормированного коэффициента замедления  $U / U_0$  от координаты  $x$ . Кривые 1 – 3 получены для  $d_0 = 10, 20, 30$ ,  $f = 60$ ,  $\alpha = 20^\circ$ . Видно, что уменьшение толщины линзы требует большего диапазона изменения коэффициента замедления.

Способ создания переменного замедления – использование волноводов переменной ширины  $a(x)$ . Известна зависимость коэффициента замедления от  $a$ :

$$U = \sqrt{1 - \left( \frac{\pi}{ka} \right)^2}. \quad (5.2.12)$$

При помощи соотношения (5.2.12) нетрудно получить зависимость  $a(x)$ . Зависимость безразмерной электрической ширины волновода  $ka$

показана на рис. 5.2.11. Кривые 1 – 3 получены для параметров приведенных выше. Параметр  $U_0=0.8$ .

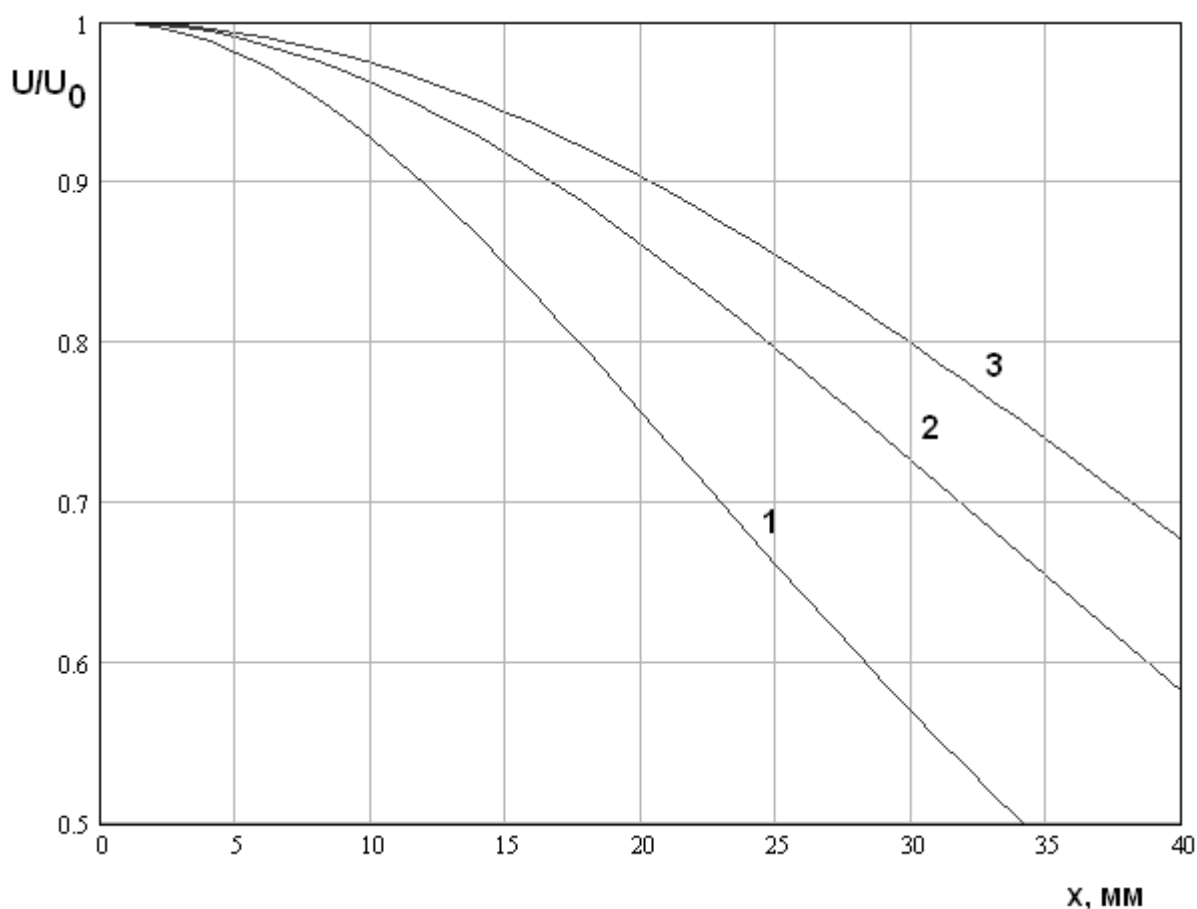


Рис. 5.2.10. Зависимость нормированного коэффициента замедления от координаты  $x$

Электрическая ширина волновода изменяется между двумя предельными значениями:  $\pi$  и  $2\pi$ . Нижняя граница соответствует критическому режиму для основной волны, а верхняя граница появлению волны высшего типа. Приближение к любой из двух границ нежелательно. Например, частотная зависимость коэффициента замедления вблизи нижнего предела становится весьма резкой. Поэтому линза, содержащая узкие волноводы будет весьма узкополосной. Чтобы избежать этого эффекта целесообразно использовать не очень тонкие линзы.



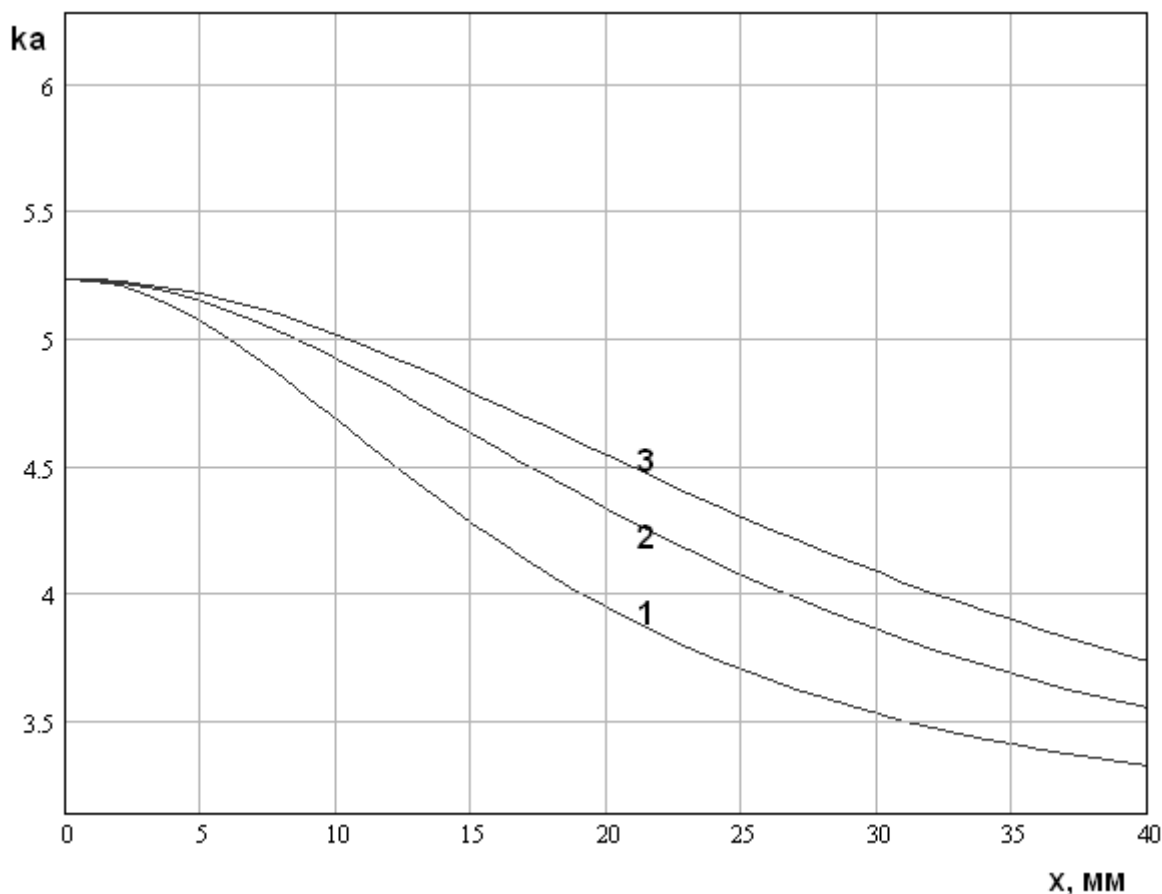


Рис. 5.2.11. Зависимость ширины волновода от координаты  $x$

После определения ширин волноводов не составляет большого труда из очевидных геометрических построений найти зависимость  $P(x)$ . Она показана для электрического периода  $kP$  на рис. 5.2.12 для параметров приведенных выше. Видно, что уменьшение размера волновода, необходимое для создания требуемого распределения постоянной распространения полностью скомпенсировало увеличение периода за счет наклона волноводов относительно поверхности линзы. В результате при увеличении координаты  $x$  мы видим даже некоторое уменьшение периода относительно его значения при  $x = 0$ . Однако, как видно из рис. 5.2.12 электрический период  $kP$  всегда больше  $\pi$ . Поэтому при достаточно больших углах падения на такой решетке могут возбуждаться пространственные гармоники высших порядков.

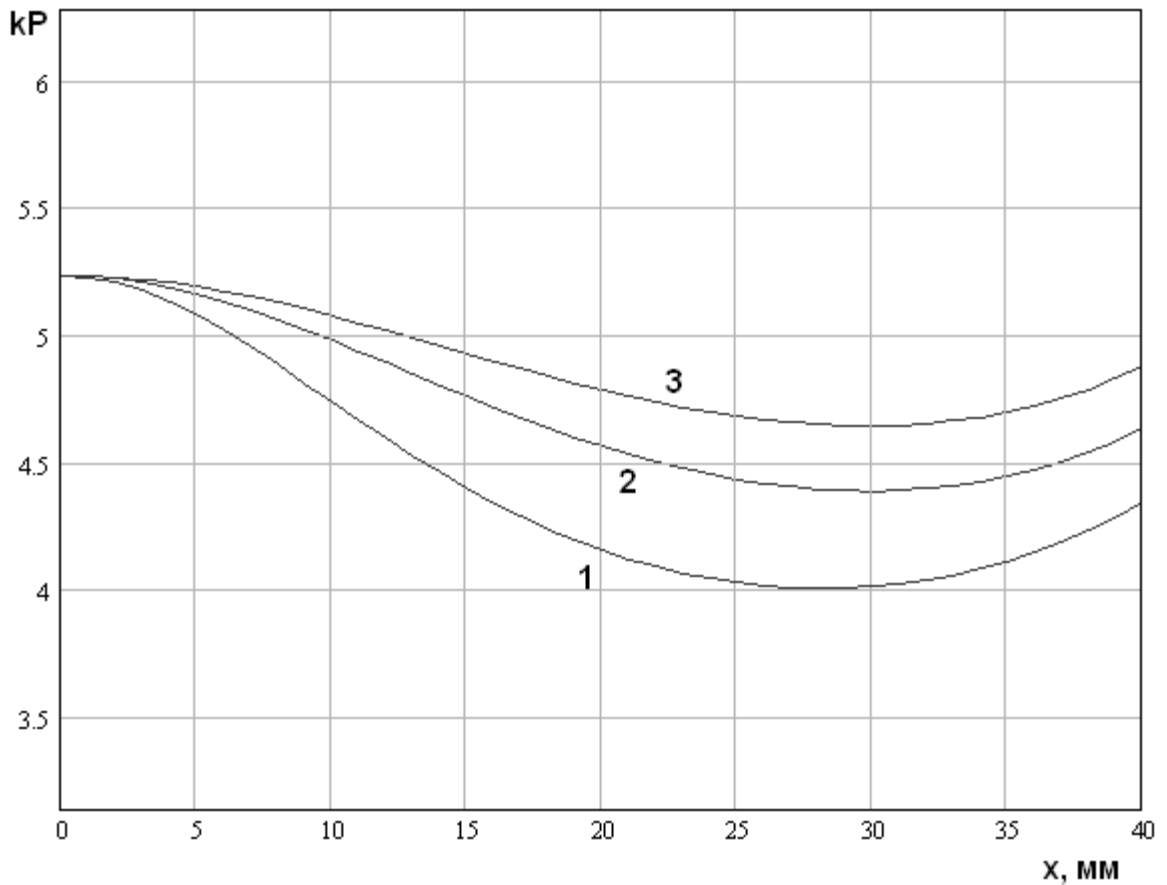


Рис. 5.2.12. Зависимость электрического периода решетки на левой границе линзы от координаты  $x$

После того как внутренние параметры линзы определены, мы можем перейти к расчету амплитудно-фазового распределения на ее правой границе. Несложные геометрические преобразования позволяют найти связь между углом  $\varphi$ , который задает направление излучения из источника с координатой  $x$ , в которой луч пересекает левую границу линзы:

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{\cos \alpha \left( f - \sqrt{f^2 - x^2} \right) + z_z}{x - x_s}. \quad (5.2.13)$$

Выражение (5.2.13) принято называть в оптике законом отображения, который связывает угол  $\varphi$  и координату  $x$ . Закон отображения позволяет выразить амплитуду поля на правой границе линзы  $V(x)$  через ДН  $F(\varphi)$ . Для этого воспользуемся законом сохранения энергии в лучевой трубке (см.

рис. 5.2.8). На выходе из источника она имеет вид сектора шириной  $d\varphi$ , а в линзе пучка параллельных лучей шириной  $dx$ . Из закона сохранения энергии следует соотношение:

$$|F(\varphi)T_1(\varphi_i)T_2(\varphi_{rad})|^2 d\varphi = |V(x)|^2 dx, \quad (5.2.14)$$

где  $T_1(\varphi_i)$  - коэффициент прохождения через левую границу линзы, являющийся функцией угла падения  $\varphi_i$ ,  $T_2(\varphi_{rad})$  - коэффициент прохождения через правую границу, как функция угла излучения  $\varphi_{rad}$ . Из соотношения (5.2.14) находим:

$$|V(x)| = |F(\varphi)T_1(\varphi_i)T_2(\varphi_{rad})| \sqrt{\frac{d\varphi}{dx}}. \quad (5.2.15)$$

Производная в выражении (5.2.15) находится при помощи формулы (5.2.13). В общем случае КПД линзы  $\eta$  без учета тепловых потерь можно найти по следующей формуле:

$$\eta = \frac{\int_{-D/2}^{D/2} |V(x)|^2 dx}{2\pi \int_0^{\varphi_{max}} |F(\varphi)|^2 d\varphi}. \quad (5.2.16)$$

КПД отличен от единицы вследствие потерь на отражение от поверхностей линзы и излучения части энергии за ее границы. Предположим, что мы используем идеальный облучатель:

$$|F(\varphi)| = \begin{cases} \frac{|V_0(x)|}{\sqrt{\frac{d\varphi}{dx}}}, & \varphi_{min} \leq \varphi \leq \varphi_{max}, \\ 0, & \varphi > \varphi_{max}, \varphi_{min} > \varphi, \end{cases} \quad (5.2.17)$$

где  $\varphi_{min} = \varphi(-D/2)$ ,  $\varphi_{max} = \varphi(D/2)$ .

В соотношении (5.2.17)  $|V_0(x)|$  - идеальное амплитудное распределение на выходе линзы. Из формулы (5.2.17) видно, что идеальный облучатель

направляет всю энергию на поверхность линзы. Эффект переизлучения отсутствует. Использование идеального облучателя позволяет нам не учитывать потери, обусловленные неоптимальным облучением линзы и сосредоточиться на потерях, обусловленных ее конструкцией. В частности, полагая  $|V_0(x)| = const$ , мы получаем линзу с равномерным амплитудным распределением, которая имеет максимальную апертурную эффективность. Для ее оценки введем обычным образом [32] апертурный коэффициент использования поверхности (КИП)  $K$ :

$$K = \frac{\left| \int_{-D/2}^{D/2} |V(x)| e^{i\psi(x) - ikx \sin \theta_0} dx \right|^2}{\int_{-D/2}^{D/2} |V(x)|^2 dx}, \quad (5.2.18)$$

где  $\psi(x)$  - фазовое распределение на правой границе линзы,  $\theta_0$  - заданный угол излучения из линзы. Он определяется углом выхода луча, проходящего через центр линзы, который в свою очередь, определяется положением облучателя:

$$\operatorname{tg} \theta_0 = -\frac{x_s}{z_s}. \quad (5.2.19)$$

При использовании идеального облучателя, формирующего равномерное амплитудное распределение формула для КИП упрощается:

$$K = \frac{\left| \int_{-D/2}^{D/2} |T_1 T_2| e^{i\psi(x) - ikx \sin \theta_0} dx \right|^2}{D \int_{-D/2}^{D/2} |T_1 T_2|^2 dx}. \quad (5.2.20)$$

Также можно преобразовать соотношение для КПД:

$$\eta = \frac{1}{D} \int_{-D/2}^{D/2} |T_1 T_2|^2 dx. \quad (5.2.21)$$

Общий КИП, учитывающий неидеальность фазового распределения и потери на отражение, описывается произведением  $K\eta$ .

Рассмотрим далее численный пример исследования характеристик линзы на ИПВ. Она имеет следующие параметры:  $f = 120$ ,  $D = 120$ ,  $\alpha = 10^0$ ,  $U_0 = 0.75$ ,  $d_0 = 20$ .

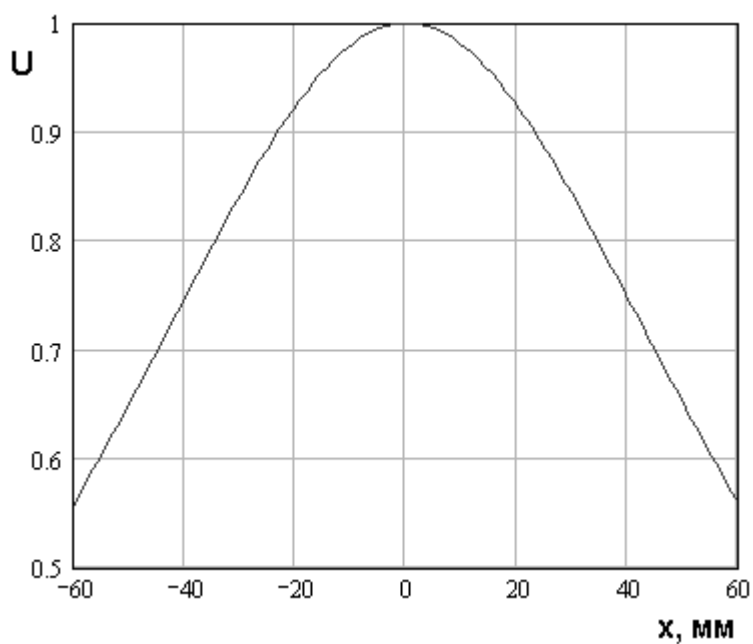


Рис. 5.2.13. Зависимость коэффициента замедления ИПВ в поперечном сечении линзы на частоте  $f_0 = 34$  ГГц

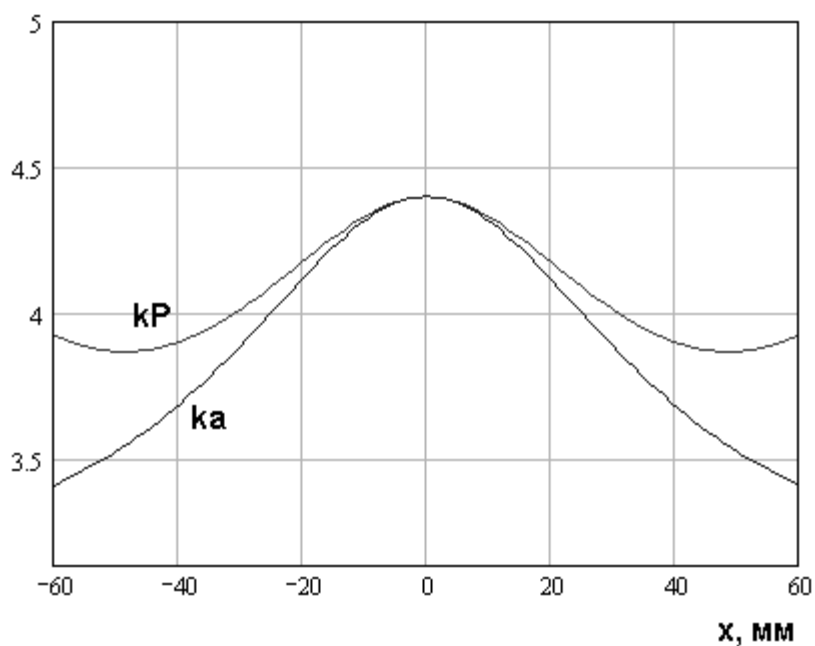


Рис. 5.2.14. Зависимость параметров  $kP$  и  $ka$  в поперечном сечении линзы на частоте  $f_0 = 34$  ГГц

Центральная частота, на которой осуществлялся синтез линзы  $f_0 = 34$  ГГц. На этой частоте было получено распределение нормированного коэффициента замедления показанное на рис. 5.2.13.

На рис. 5.2.14 показаны распределения по поперечному сечению линзы электрического периода решетки  $kP$  на левой границе устройства и электрического размера ИПВ  $ka$ . Волновое число  $k$  рассчитывалось на частоте 34 ГГц. Отметим, что на краях линзы параметр  $ka$  близок к предельному значению равному  $\pi$  даже на центральной частоте рабочего диапазона.

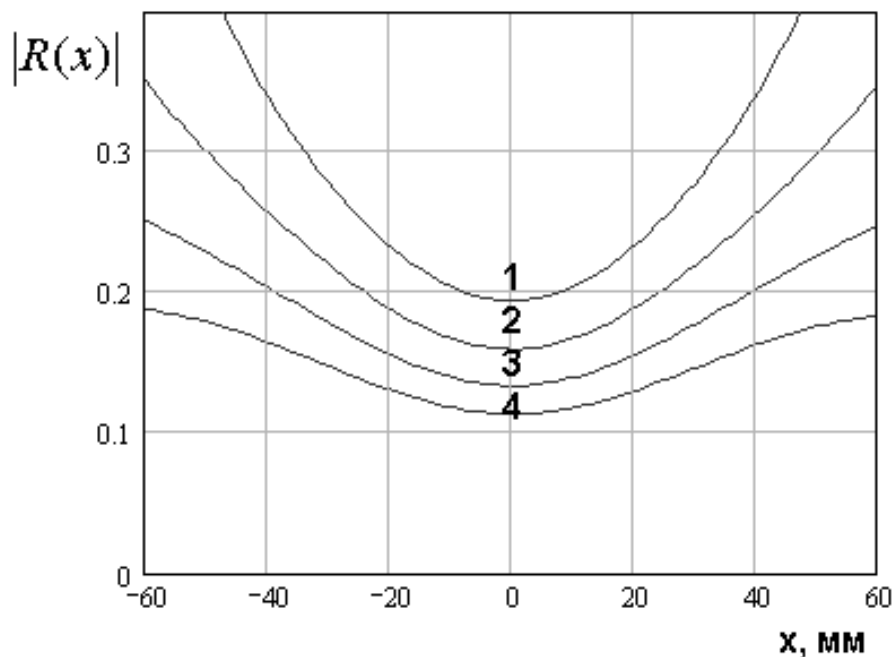


Рис. 5.2.15. Распределение модуля коэффициента отражения от левой поверхности линзы на частотах  $f = 32, 34, 36, 38$  ГГц,  $\gamma = 15^\circ$

На рис. 5.2.15 показано распределение модуля коэффициента отражения от левой границы линзы, рассчитанное для лучей, создаваемых точечным источником, смещенным от оси линзы на угол  $\gamma = 15^\circ$ . Кривые 1 – 4

соответствуют  $f = 32, 34, 36, 38$  ГГц. Видно, что коэффициент отражения уменьшается с ростом частоты. На низких частотах он быстро возрастает особенно на краях линзы, что связано с тем, что ИПВ в этих областях на низких частотах приближаются к режиму отсечки основной волны.



*Рис. 5.2.16. Зависимость угла падения волны на левую поверхность линзы от координаты  $x$  при  $\gamma = 15^0$*

Интересно, что угол падения для разных лучей, исходящих от точечного источника падают на линзу под близкими углами (см. рис. 5.2.16). Поэтому угол падения мало влияет на распределение коэффициента отражения.

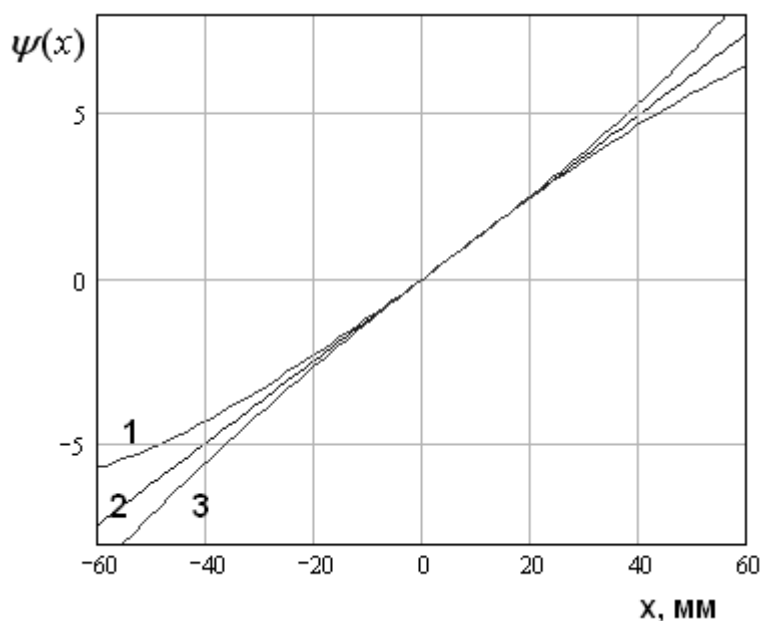


Рис. 5.2.17. Распределение фазы на правой поверхности линзы при  $\gamma = 10^0$

Основными факторами, определяющими его величину являются угол наклона ИПВ  $\theta$  и ширина ИПВ  $a$ .

Важнейшим фактором, определяющим потери КИП линзы являются фазовые искажения. На рис. 5.2.17 показано распределение фазы на правой поверхности. Кривые 1 – 3 получены для  $f = 33,34,35$  ГГц,  $\gamma = 10^0$ . Видно, что на центральной частоте фаза линейно зависит от координаты. Это является следствием того, что при  $\gamma = 10^0$  точечный источник попадает в фокус линзы. Однако, идеальная линейная зависимость имеет место только на частоте синтеза линзы 34 ГГц. При ее смещении замедление в каналах меняется и условия идеальной работы линзы нарушаются.



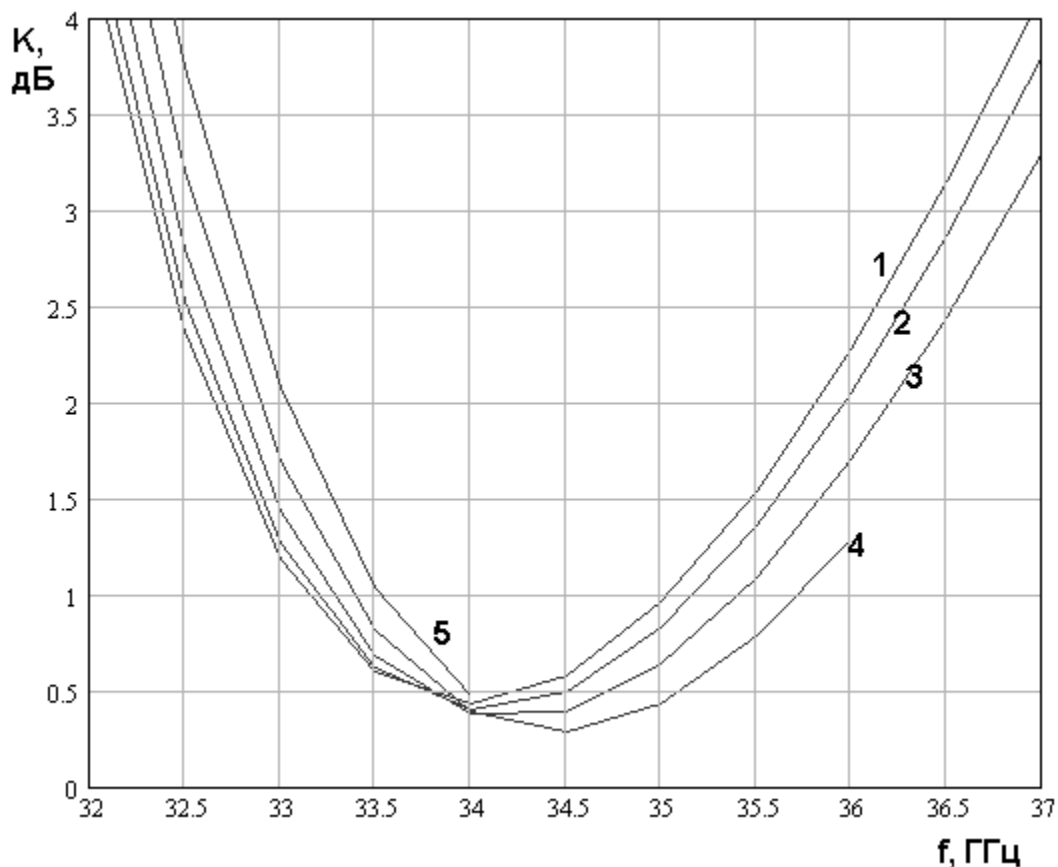


Рис. 5.2.18. Частотная зависимость общего КИП линзы для  $\gamma = 5, 10, 15, 20, 25^\circ$

Интегральной характеристикой, описывающей качество работы устройства является КИП. На рис. 5.2.18 показана частотная зависимость КИП. Кривые 1 – 5 получены для углов  $\gamma = 5, 10, 15, 20, 25^\circ$ . КИП на рис. 5.2.18 выражен в децибелах и положителен. Поэтому правильнее эту величину называть потерями КИП.

Видно, что в окрестности центральной частоты 34 ГГц потери КИП близки к 0.3 дБ, то есть относительно малы. Интересно, что их минимум смещен в область высоких частот, что связано с тем, что с повышением частоты потери на отражение уменьшаются. Потери КИП, обусловленные фазовыми искажениями растут при удалении от центральной частоты в обе стороны.

Из рис. 5.2.18 видно, что кривые 4,5 соответствующие относительно большому углу отклонения источника обрываются в области высоких частот. Это связано с тем, что в области этих частот решетка на правой границе линзы становится многоволновой, то есть в ее ДН появляется побочный дифракционный максимум. Мы считаем, что эта область не является рабочей. Таким образом, можно сделать вывод, что со стороны высоких частот рабочий диапазон линзы ограничен не только ростом потерь КИП, но и искажениями ДН линзы.

Полученные результаты говорят о том, что линза на ИПВ имеет не только ограниченный диапазон рабочих частот, но и ограниченный диапазон углов отклонения источника, то есть ограниченный сектор обзора. Для рассмотренного выше примера он составляет величину  $40^{\circ}$ . Здесь можно отметить, что углы, о которых мы говорили – это углы излучения в ПВ, имеющий диэлектрическую проницаемость большую единицы. Если затем энергия излучается в свободное пространство, то при этом происходит дополнительное преломление лучей, которое приводит к расширению сектора обзора в соответствии с законом Снеллиуса [66]. Например, при  $\varepsilon = 2$  сектор обзор в свободном пространстве шире сектора внутри ПВ примерно в  $\sqrt{2}$  раз. В рабочем секторе углов  $\gamma$  относительная полоса рабочих частот по уровню потерь в 1 дБ не превышает 10%.

Отметим, что решение задачи о падении волны на решетку ИПВ, которое мы использовали для оценки характеристик линзы будет подробно рассмотрено в главе 6, в которой обсуждаются многоканальные облучатели интегральных линз и зеркал. То же самое относится и к решетке полосковых рупоров, которая формирует границы полосковых линз.

### 5.3. Линзы на основе ЧПР

В этом разделе мы рассмотрим линзы на основе ЧПР. В идеальной ситуации их следует отнести к линзам с принудительным преломлением. Под идеальной ситуацией мы понимаем выполнение условий, при которых диэлектрическая пластина с ЧПР на ее поверхностях демонстрирует свойства среды с принудительным преломлением. В разд. 2.5 показано, что для магнитных волн указанные условия выполняются при  $\tilde{d}_0 = \pi / \sqrt{2}$ , где  $\tilde{d}$  - нормированная толщина пластины. Для электрических волн близость к среде с принудительным преломлением наблюдается при  $\tilde{d} \rightarrow 0$ , то есть при стремлении частоты к нулю.

В разд. 2.5 пластина с ЧПР рассмотрена с двух точек зрения. В рамках первой концепции она представляет единую двумерную направляющую структуру, которую можно считать однородной двумерной средой. В рамках второй концепции данная структура исследуется как система связанных ЛП, которые описываются системой уравнений (2.5.6), в которую входят в качестве параметров линейные коэффициенты связи. Их значения могут быть найдены из решений для собственных волн, полученных при помощи двух указанных моделей.

Проектирование линз на основе ЧПР включает стандартные этапы: синтез линзы, позволяющий найти форму ее поверхностей и анализ линзы, необходимый для определения ее диапазонных, сканирующих и энергетических характеристик. Относительно синтеза данного вида линз можно сказать, что он проводится в предположении об идеальных свойствах пластины с ЧПР и поэтому ничем не отличается от рассмотренного в разд. 5.3.

Однако, конструктивная реализации линзы с ЧПР существенно отличается от ее полоскового аналога. Проблема состоит в том, что в классическом случае предполагается существование электрически несвязанных ЛП, которые могут быть изогнуты произвольным образом. За

счет изгибов ЛП создается необходимая задержка волн внутри линзы. Данное допущение выполняется на низких частотах, когда расстояние между ЛП существенно меньше их ширины. Однако, на относительно высоких частотах ширина металлических лент, образующих ЧПР не может быть существенно меньше ее периода, поскольку он уже достаточно мал по отношению к длине волны в диэлектрике. Попытка выполнить ЧПР с лентами много уже периода быстро натолкнется на технологические ограничения.

Создание задержки в линзах с ЧПР осуществляется средствами отличными от традиционных линз Ротмана. Получаемые структуры правильнее всего можно охарактеризовать как неоднородные среды с принудительным преломлением. При этом основное средство создания неоднородностей - это изгиб лент ЧПР. В неоднородных структурах с ЧПР возникают новые проблемы конструктивно - технологического характера, которые необходимо учитывать при синтезе линз. Мы рассмотрим их на примере бифокальной линзы для  $H$  - волн.

Анализ линз с ЧПР целесообразно проводить по схеме приведенной в разд. 5.3. Для его реализации необходимо предварительно решить две задачи: о падении волны на границу линзы и о распространении волн внутри линзы. Первая из них решена в разд. 3.2, а вторая в разд. 2.5. Для оценки параметров волн, проходящих внутри линзы мы воспользуемся моделью пластины с ЧПР в виде системы связанных волноводов. Она позволит нам определить амплитудно - фазовые искажения в раскрыве линзы, обусловленные неидеальностью среды с принудительным преломлением.

Существенным фактором, который также следует учитывать при проектировании рассматриваемого вида линз являются отражения, возникающие при прохождении волн через неоднородную структуру на основе ЧПР. Для их учета в данном разделе будет разработана приближенная модель.

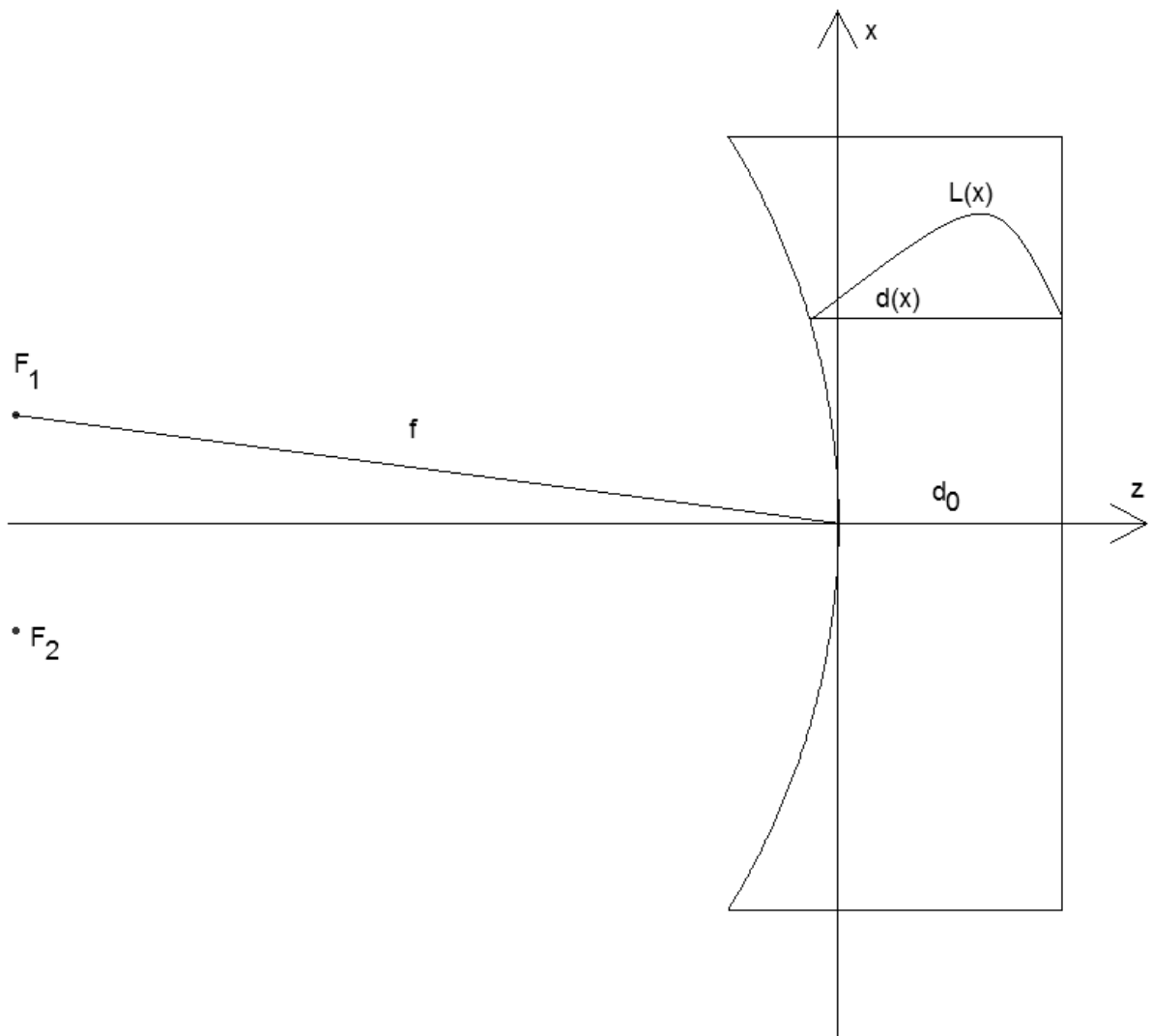


Рис. 5.3.1. Бифокальная линза с принудительным преломлением

Рассмотрим особенности проектирования линз с ЧПР на примере бифокальной линзы с принудительным преломлением, которая изображена на рис. 5.3.1. Полагаем, как и в разд. 5.3, что внешняя, то есть правая поверхность линзы является плоской. Считаем для определенности, что структура работает на  $H$  - волнах. В этом случае на частоте, соответствующей равенству  $\tilde{d} = \tilde{d}_0$  (см. выше) эффективная проницаемость окружающей линзу среды и проницаемость среды с принудительным преломлением  $\varepsilon_e$  совпадают и равны  $U_h^2$ , где  $U_h$  - коэффициент замедления  $H_1$  - волны диэлектрической пластины.

Под проницаемостью среды с принудительным преломлением мы понимаем параметр, определяющий набег фазы вдоль оси анизотропии среды. В случае среды на основе ЧПР эта ось параллельна осям металлических лент. Таким образом, на частоте  $f_0$ , на которой пластина с ЧПР тождественная среде с принудительным преломлением, постоянная распространения волны или другими словами проекция ее волнового вектора на ось анизотропии не зависит от направления волнового вектора и равна  $kU_h$ , где  $k$  - волновое число свободного пространства.

Из равенства эффективных проницаемостей двух сред следует, что фазовые задержки лучей, исходящих из фокусов линзы  $F_{1,2}$  определяются исключительно геометрическими факторами. Будем синтезировать линзу для частоты  $f_0$ , которая, очевидно будет центральной частотой ее рабочего диапазона.

Стандартная процедура синтеза [1] позволяет нам определить ее левую поверхность, которая описывается эллипсом (5.3.4). Также при помощи соотношений (5.3.5) и (5.3.6) находим длины линий, соединяющих точки на левой и правой поверхностях линзы:

$$L(x) = L_0. \quad (5.3.1)$$

Из уравнения (5.3.1) следует, что длина линии постоянна во всех сечениях линзы и равна длине при  $x = 0$  -  $L_0$ . Напомним, что указанная линия соединяет точки, расположенные на расстоянии  $d(x)$ . Поэтому она должна удовлетворять следующему неравенству:

$$L(x) \geq d(x), \quad (5.3.2)$$

$$d(x) = d_0 + \cos \alpha \left( f - \sqrt{f^2 - x^2} \right).$$

Максимальную толщину  $d_m$  линза имеет на краю при  $x = D/2$ :

$$d_m = d_0 + \cos \alpha \left( f - \sqrt{f^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2} \right). \quad (5.3.3)$$

Если при  $x = D/2$  точки на разных поверхностях линзы соединить по кратчайшему расстоянию, то есть по прямой, то нетрудно увидеть, что

$$L_0 = d_m. \quad (5.3.4)$$

Выбор параметра  $L_0$  в соответствии с формулой (5.3.4) обеспечивает минимальную длину линии при  $x = 0$ . Таким образом, уравнение для длин линий приобретает следующий вид:

$$L(x) = d_m. \quad (5.3.5)$$

Для выполнения условия (5.3.5) будем использовать неоднородную решетку, в которой оси металлических лент имеют разное направление в зависимости от координаты  $z$ , как показано на рис. 5.3.2.

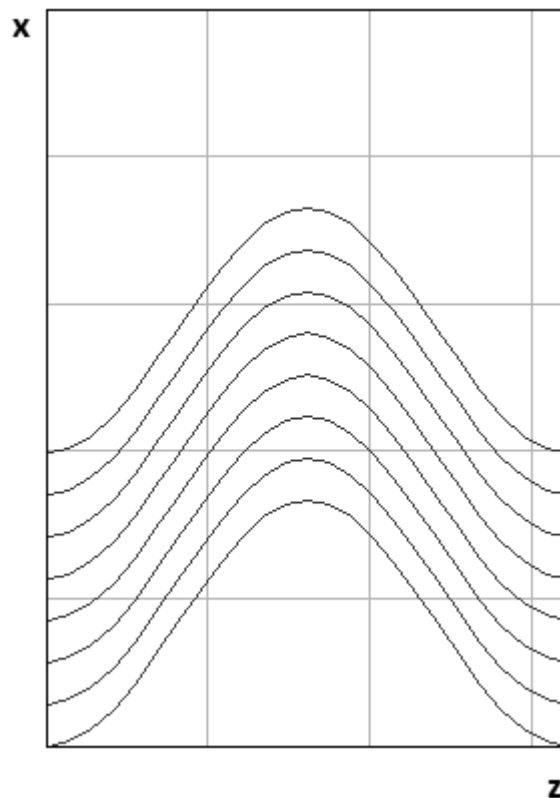


Рис. 5.3.2. ЧПР с переменными параметрами

Пусть неоднородная решетка находится в области  $0 \leq z \leq d_0$ , а в области  $z < 0$  ленты решетки ориентированы вдоль оси  $Oz$ . Тогда положение оси ленты будем описывать при помощи функции  $x_s(z_s, x_0)$ , где  $x_s, z_s$  - координаты произвольной точки на оси ленты, а  $x_0$  - координата оси ленты при  $z_s = 0$ .

Нетрудно убедиться, что длина ленты при фиксированном значении  $x_0$  описывается следующим соотношением:

$$L(x_0) = d(x_0) - d_0 + \int_0^{d_0} \sqrt{1 + \left(\frac{dx_s}{dz_s}\right)^2} dz_s. \quad (5.3.6)$$

Функцию  $x_s(z_s, x_0)$  можно задавать достаточно произвольным образом. При этом она должна удовлетворять уравнению (5.3.5), из которого получаем эквивалентное ему соотношение:

$$\int_0^{d_0} \sqrt{1 + \left(\frac{dx_s}{dz_s}\right)^2} dz_s = d_m + d_0 - d(x_0). \quad (5.3.7)$$

Из рис. 5.3.2 видно, что увеличение угла наклона осей лент относительно оси  $Oz$  приводит к уменьшению расстояния между ними, что можно рассматривать как уменьшение периода ЧПР, который становится функцией координаты  $z$ :

$$P(z_s) = \frac{P_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{dx_s}{dz_s}\right)^2}}, \quad (5.3.8)$$

где  $P_0$  - период решетки с горизонтальными лентами.

Эффект уменьшения периода неоднородной ЧПР необходимо учитывать при конструировании линзы, так как период  $P_0$  ограничен условием

$$P_0 < \frac{\lambda}{2\sqrt{\varepsilon}}, \quad (5.3.9)$$



ставящим жесткие ограничения на ширины лент и расстояния между ними на достаточно высоких частотах и при высокой относительной проницаемости диэлектрической пластины. На практике период решетки приходится выбирать еще меньшим, чем диктуется условием (5.3.9), чтобы иметь некоторый запас по частотному диапазону. Уменьшение периода неоднородной решетки естественно ставит еще более жесткие ограничения на ее параметры.

Для количественной оценки эффекта уменьшения периода ЧПР удобно ввести минимальный период  $P_m$ :

$$P_m = \min P(z_s), \quad (5.3.10)$$

$$0 \leq z_s \leq d_0.$$

Рассмотрим зависимость этого параметра для конкретного вида функции  $x_s(z_s, x_0)$ :

$$x_s(z_s, x_0) = \frac{h(x_0)}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi M z_s}{d_0} \right) \right), \quad (5.3.11)$$

где  $h(x_0)$  находится из уравнения (5.3.6), а  $M$  - целое число.

Внешний вид осей лент, описываемых уравнением (5.3.11) в центральной части линзы показан на рис. 5.3.3. Линза имеет следующие параметры:  $f = 60$ ,  $d_0 = 16$ ,  $\alpha = 10^\circ$ ,  $M = 5$ .

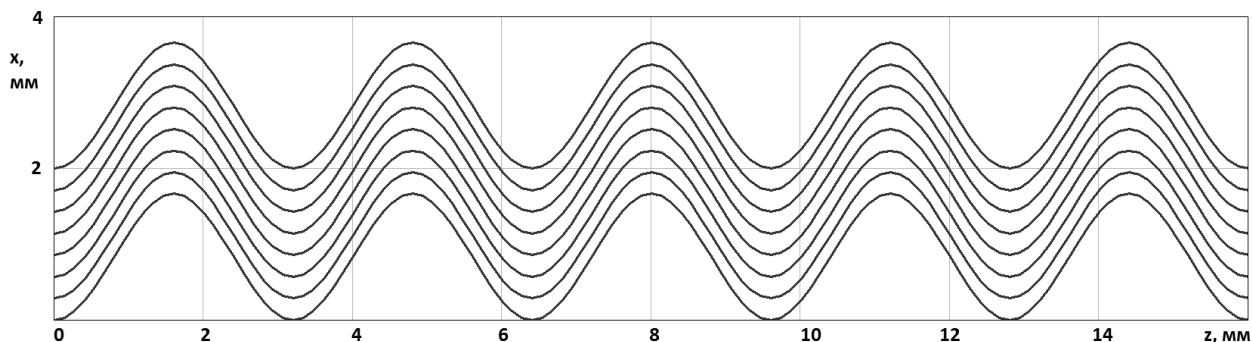


Рис. 5.3.3. Оси лент ЧПР в центральной части линзы

Видно, что параметр  $M$  задает число вариаций параметров ЧПР на участке  $0 \leq z \leq d_0$ . Зависимость параметра  $h$  от координаты  $x$ , полученная из решения уравнения (5.3.7) показана на рис. 5.3.4.

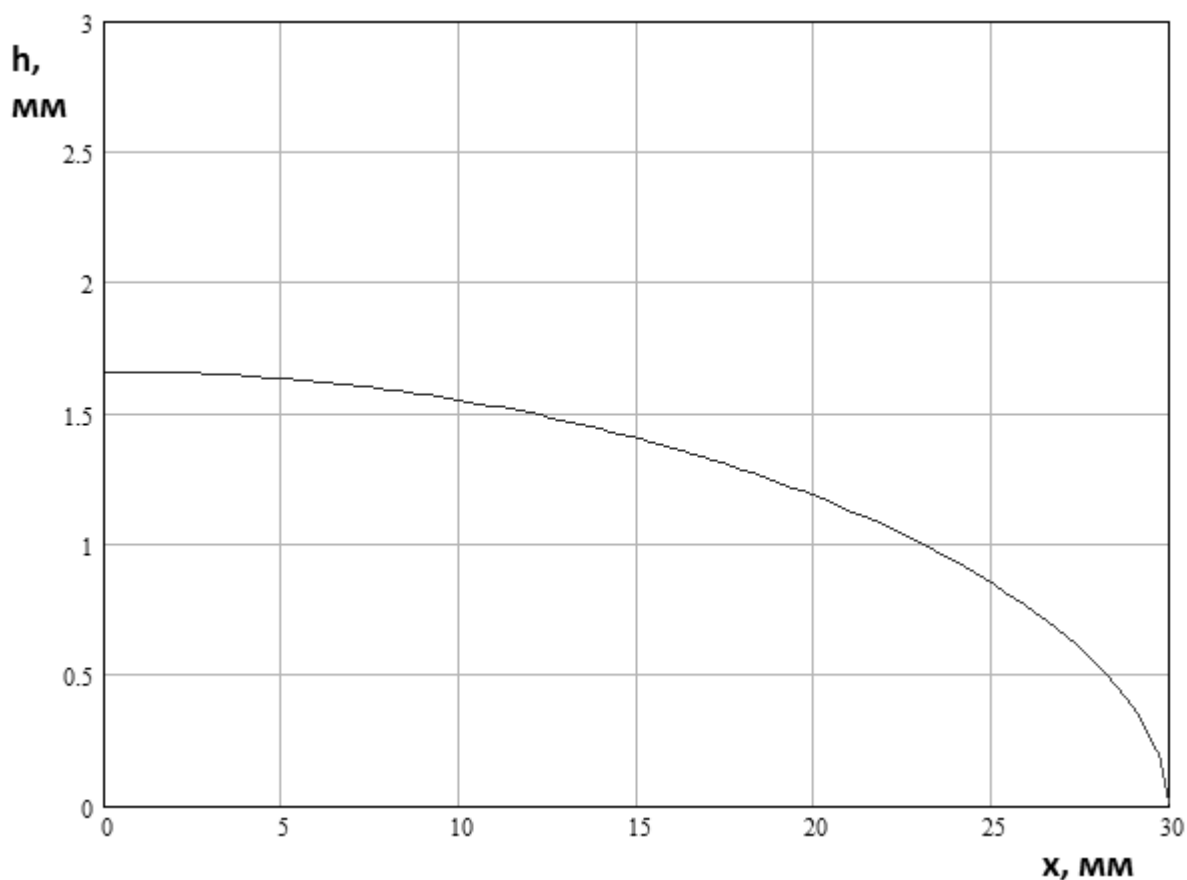


Рис. 5.3.4. Зависимость параметра  $h$  от координаты  $x$

Видно, что на границе линзы амплитуда колебаний лент равна нулю, то есть, как и предполагалось, в этом месте линия вырождается в прямую. Зависимость параметра  $P_m$  от координаты  $x$ , полученная для параметров линзы, приведенных выше и периода решетки  $P_0=0.25$  представлена на рис. 5.3.5. Интересно, что указанный параметр практически не зависит от числа вариаций осей лент вдоль линзы  $M$ . Он полностью определяется параметрами линзы:  $f, d_0, \alpha$ .

На рис. 5.3.6 показана зависимость минимального периода ЧПР от координаты  $x$ , рассчитанная для разных фокусных расстояний линзы. Кривые 1 - 3 соответствуют  $f = 40, 60, 90$ .

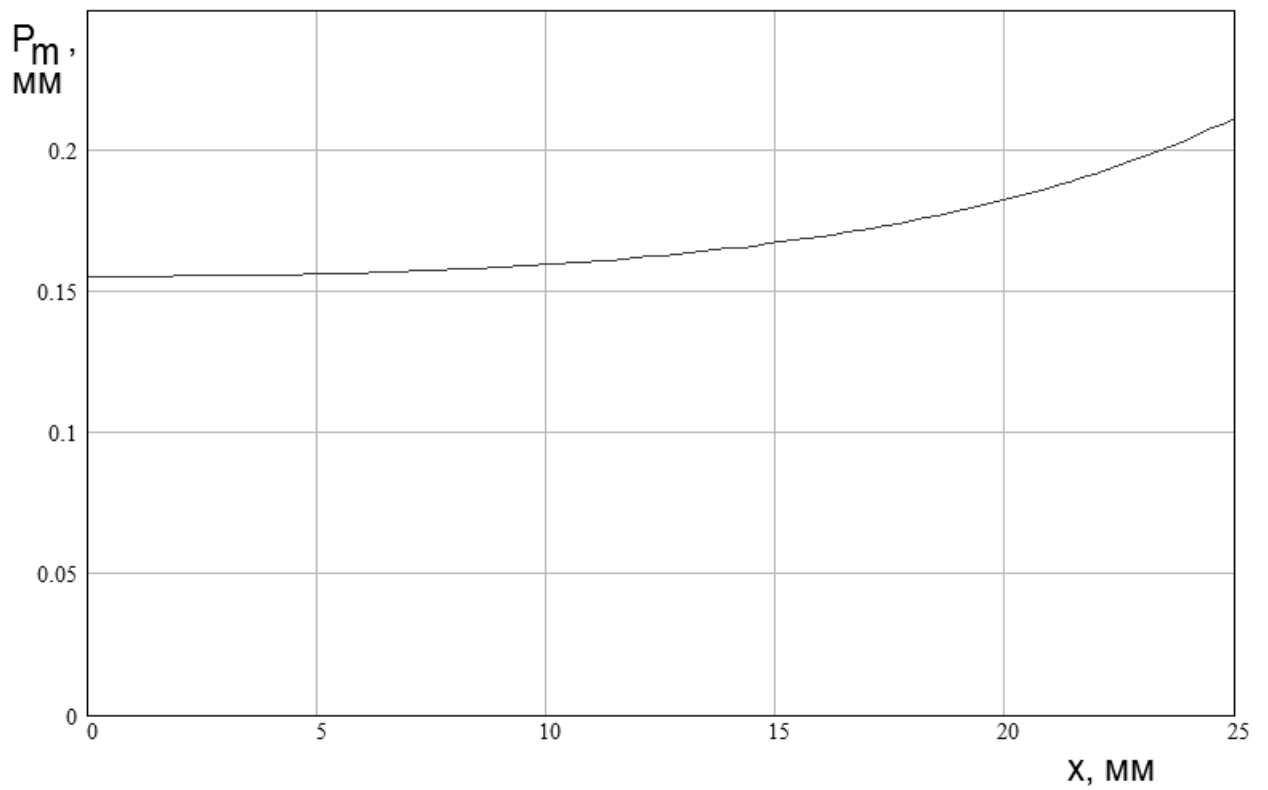


Рис. 5.3.5. Зависимость минимального периода ЧПР от координаты  $x$

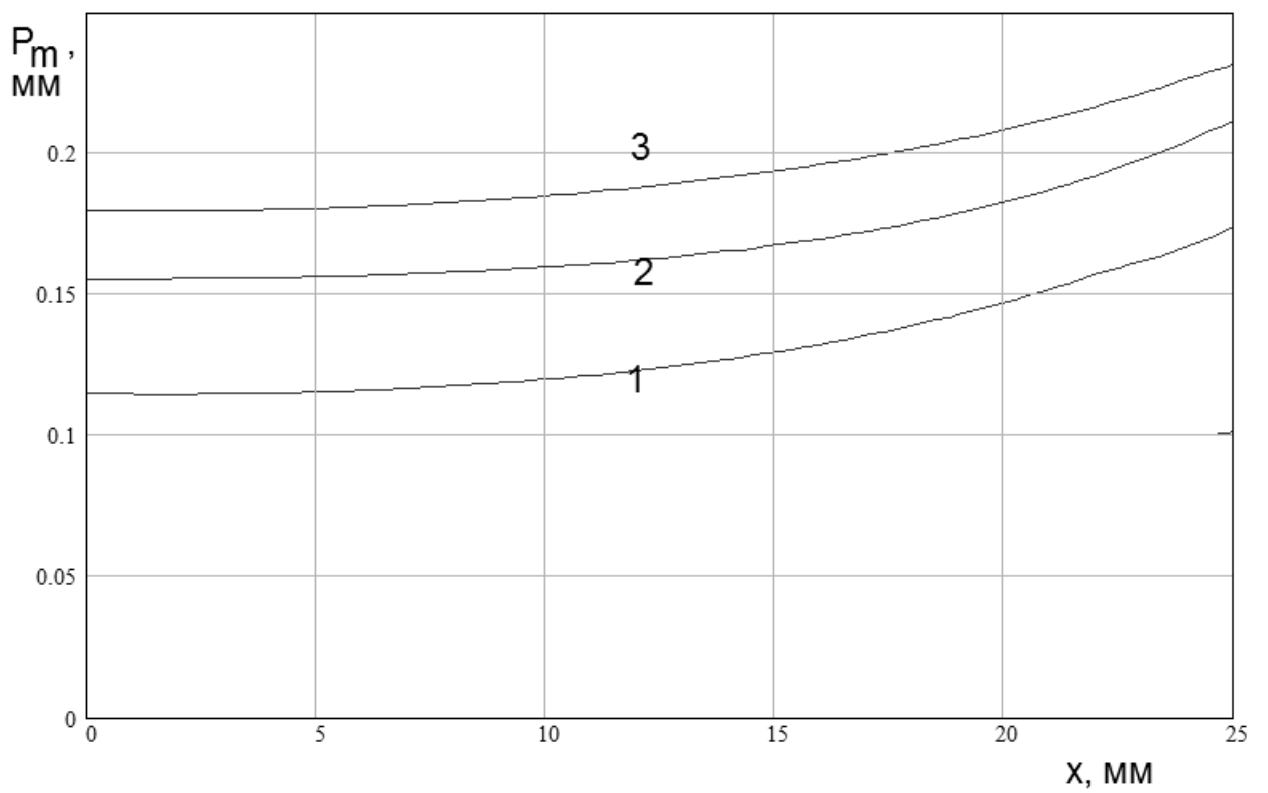


Рис. 5.3.6. Зависимость минимального периода ЧПР от координаты  $x$  при разных фокусных расстояниях линзы

Видно, что уменьшение фокусного расстояния приводит к уменьшению параметра  $P_m$ . Аналогично он ведет при уменьшении толщины линзы  $d_0$ .

Таким образом, мы видим, что попытка уменьшить размеры оптической системы за счет укорочения фокуса и уменьшения ее толщины наряду с другими проблемами обостряют также проблему технологической реализации из-за появления в ЧПР малых зазоров и узких проводников.

Изучим далее влияние на характеристики линзы неидеальности двумерной среды на основе пластины с ЧПР. Для этого нам необходимо провести анализ аналогичный представленному в разд. 5.3. Разместим в точке  $x_s, z_s$  элементарный источник, который облучает левую поверхность линзы, на которой формируется амплитудно - фазовое распределение поля  $u(s_1)$ , где  $s_1$  - координата на левой поверхности линзы. Она равна длине дуги кривой, описывающей эту поверхность от некоторой условной точки, которую мы считаем нулевой до точки наблюдения.

Идеальная среда с принудительным преломлением трансформирует распределение  $u(s_1)$  в распределение  $u(s_2)$  на правой границе, где  $s_2$  - координата аналогичная  $s_1$ , но на правой границе. В нашем частном случае переменная  $s_2$  совпадает с декартовой координатой  $x$  из-за того, что линза имеет прямолинейную правую границу. Функции  $u(s_1)$  и  $u(s_2)$  связаны следующим образом:

$$u(s_2) = u(s_1) \sqrt{\frac{ds_1}{ds_2}} e^{i\varphi(s_1)}, \quad (5.3.12)$$

где  $\varphi(s_1)$  - фаза, которую приобретает волна внутри среды с принудительным преломлением.

Идеальный облучатель, о котором мы говорили в разд. 5.3 формирует амплитудное распределение  $u(s_1)$  такое, что по модулю функция  $u(s_2)$

постоянна. Ее фаза меняется по закону близкому к линейному. Если источник находится в одном из фокусов, то оно точно описывается линейной функцией:

$$u(s_2) = u_0 e^{i\varphi(s_1) \pm iks_1 \sin \alpha}, \quad (5.3.13)$$

где  $u_0$  - амплитудный множитель.

Интересно отметить, что множитель  $\varphi(s_1)$  не зависит от координаты  $s_1$ , так как задержка волны во всех сечениях линзы постоянна (5.3.5). Таким образом, в рамках принятых допущений мы можем сделать вывод, что прохождение поля точечного источника через линзу с изогнутой поверхностью, выполненной из идеальной среды с принудительным преломлением эквивалентно задаче о прохождении пучка параллельных лучей через плоский слой однородной среды с принудительным преломлением, как показано на рис. 5.3.7.

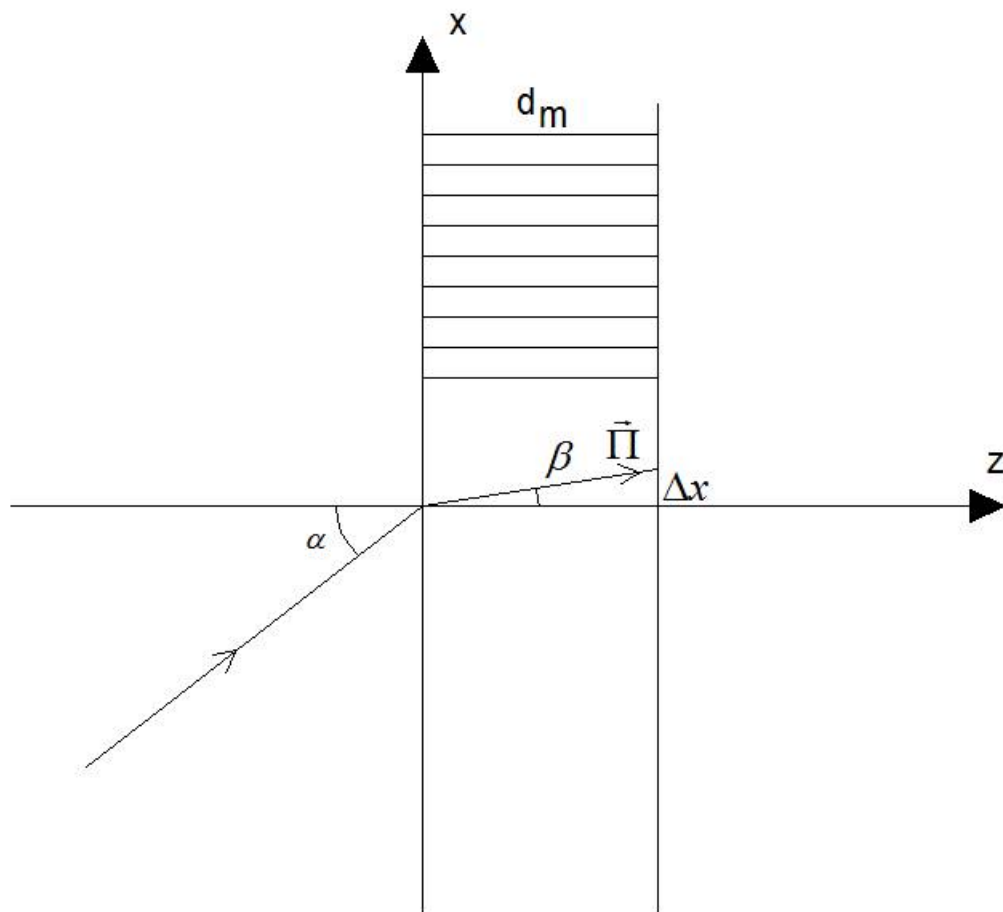


Рис. 5.3.7. Эквивалентный слой среды с принудительным преломлением

Действительно, пучок параллельных лучей, падающих на границу слоя под углом  $\alpha$  создает распределение поля с линейной зависимостью фазы от координаты. Это распределение передается на правую границу с добавкой фазы и без изменения амплитуды. Поэтому оно полностью совпадает с распределением, которое описывается соотношением (5.3.13).

Будем рассматривать структуру изображенную на рис. 5.3.7 как эквивалентную схему исходной линзы с криволинейной поверхностью. Используем ее для моделирования более сложной ситуации, в которой среда внутри слоя не является идеальной средой с принудительным преломлением.

Исследование свойств среды с принудительным преломлением на основе ЧПР, представленное в разд. 2.5 позволяет нам предсказать ряд эффектов, связанных с ее неидеальностью. К их числу относится эффект смещения волнового пучка по оси  $Ox$ . В идеальной среде вектор Пойнтинга  $\vec{P}$  волны вне зависимости от направления волнового вектора  $\vec{\gamma}$  направлен вдоль металлических лент, то есть он параллелен оси  $Oz$ . В реальной структуре, использующей ЧПР имеется некоторая зависимость вектора  $\vec{P}$  от вектора  $\vec{\gamma}$ . По этой причине вектор Пойнтинга ориентирован под некоторым углом  $\beta$  относительно оси  $Oz$  (см. рис. 5.3.7). Неравенство нулю угла  $\beta$  приводит к смещению пучка на расстояние  $\Delta x$ :

$$\Delta x = d_m \operatorname{tg} \beta. \quad (5.3.14)$$

Кроме смещения пучка происходит деформация его формы и, следовательно, появляются искажения амплитудно - фазового распределения на правой границе слоя. Одним из основных эффектов здесь является расширение пучка, которое происходит благодаря распределенной связи каналов, формирующих среду с принудительным преломлением. Оно может быть описано в рамках модели бесконечного по оси  $Ox$  слоя неидеальной среды, который возбуждается заданным распределением поля на левой границе. Такое приближение соответствует линзе с частичным облучением

левой границы, при котором даже расширившийся пучок "не чувствует" присутствия границ по оси  $Ox$ .

Поскольку частичное использование поверхности линзы нежелательно, то возникают эффекты, связанные со взаимодействием расширенного пучка с границами линзы. Для их описания необходимо ограничить слой не только по оси  $Oz$ , но и по оси  $Ox$ .

Ограничимся анализом первых двух эффектов, оставаясь в рамках модели бесконечного слоя (см. рис. 5.3.7). Для его описания используем теорию связанных волн [11]. Мы уже применяли ее в разд. 2.5 при исследовании однородной среды на основе ЧПР, которую мы рассматривали как систему связанных волноводов, расположенных с периодом  $P$  равным периоду ЧПР. Оси волноводов совпадали с осями металлических лент.

Напомним, что в соответствии с указанной теорией распространение волн в структуре описывается системой дифференциальных уравнений (2.5.6) относительно амплитуд волн в волноводах  $V_n$ , являющихся функциями координаты  $z$ ,  $n$  - номер волновода. В разд. 2.5 система была решена для случая квазипериодического режима, в котором амплитуды волн связаны соотношением (2.5.8). В этом режиме решение задачи имеет вид собственной волны с постоянной распространения  $\beta$  вдоль оси  $Oz$ :

$$\beta = \beta_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos knP, \quad (5.3.15)$$

где  $C_n$  - линейный коэффициент связи между волноводами, отстоящими друг от друга на  $n$  периодов,  $\beta_0$  - постоянная распространения уединенного волновода,  $K$  - заданный параметр, определяющий разность фаз между волнами в соседних волноводах.

В разд. 2.5 параметры, входящие в соотношение (5.3.15) определялись из сравнения выражения (5.3.15) с результатами электродинамического

анализа структуры. Таким образом, мы можем считать коэффициенты связи и постоянную распространения известными.

Поле собственной волны в структуре неограниченной по оси  $Oz$  записывается для фиксированного значения  $\kappa$  следующим образом:

$$V_n(z) = A(\kappa)e^{-i\beta z - i\kappa n P}, \quad (5.3.16)$$

где  $A(\kappa)$  - произвольный амплитудный множитель, в общем случае зависящий от параметра  $\kappa$ .

Полное поле представляется суперпозицией полей собственных волн (5.3.16) с разными параметрами  $\kappa$ :

$$V_n(z) = \int_{-\pi/P}^{\pi/P} A(\kappa)e^{-i\beta z - i\kappa n P} d\kappa. \quad (5.3.17)$$

Рассмотрим решение вспомогательной задачи о возбуждении одного из каналов системы связанных волноводов. Пусть этот канал имеет номер  $m$ . Пусть в сечении  $z = 0$  он возбуждается волной единичной амплитуды. В этом случае амплитуды волн при  $z > 0$  мы можем описать соотношением (5.3.17), а при  $z < 0$  для них справедливо следующее представление:

$$V_n = \begin{cases} 1, & n = m, \\ 0, & n \neq m. \end{cases} \quad (5.3.18)$$

Приравняем соотношения (5.3.17) и (5.3.18) при  $z = 0$ :

$$\int_{-\pi/P}^{\pi/P} A(\kappa)e^{-i\beta z - i\kappa n P} d\kappa = \begin{cases} 1, & n = m, \\ 0, & n \neq m. \end{cases} \quad (5.3.19)$$

Из уравнения (5.3.19) находим функцию  $A(\kappa)$ :

$$A(\kappa) = e^{i\kappa m P}, \text{ при } |\kappa| \leq \pi/P, \quad (5.3.20)$$

$$A(\kappa) = 0, \text{ при } |\kappa| > \pi/P.$$

Тогда амплитуды волн в произвольном сечении можно записать следующим образом:



$$V_n(z) = \int_{-\pi/P}^{\pi/P} e^{-i\beta z - ik(n-m)P} d\kappa. \quad (2.4.21)$$

Для того, чтобы найти поле на правой границе слоя нам достаточно положить в (5.3.21)  $z = d_m$ .

При возбуждении слоя пучком параллельных лучей необходимо в формуле (5.3.21) провести суммирование по  $m$  с соответствующим весом:

$$V_n(z) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{-ik \sin \alpha m P} \int_{-\pi/P}^{\pi/P} e^{-i\beta z - ik(n-m)P} d\kappa, \quad (5.3.22)$$

где  $\alpha$  - угол падения пучка на слой.

Суммирование в (5.3.22) ведется в конечных пределах от нуля до  $M - 1$ , которые определяются размерами области, облучаемой пучком. В нашем приближении она равна размеру линзы по оси  $Ox$  -  $D$ . За пределами этой области интенсивность поля в пучке равна нулю. Таким образом

$$M = [D/P]. \quad (5.3.23)$$

Квадратные скобки в формуле (5.3.23) означают взятии целой части.

Рассмотрим два примера расчета прохождения пучка через слой среды с принудительным преломлением на основе ЧПР. Как отмечалось выше, эти слои являются моделями бифокальных линз. При этом линза для  $H$  - волн располагается в среде с эффективной проницаемостью равной квадрату коэффициента замедления  $H_1$  - волны диэлектрической пластины толщиной  $d$  и относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , а линза для  $E$  - волн находится в среде с эффективной проницаемостью равной квадрату коэффициента замедления  $T$  - волны ПВ, то есть  $\varepsilon$ . Указанный ПВ выполнен на основе пластины с параметрами обозначенными выше.

В наших примерах  $\varepsilon = 9.8$ ,  $d = 0.5$ . Также зафиксируем период ЧПР  $P = 0.2$  и коэффициент заполнения  $\xi = 0.5$ . Пусть обе линзы имеют одинаковый размер по оси  $Ox$   $D = 60$ . Будем варьировать параметр  $d_m$  (см. выше) и угол падения волны  $\alpha$ . Наша задача состоит в том чтобы оценить

искажения пучка, возникающие в результате прохождения через слой. На левой границе слоя пучок имеет равномерное амплитудное распределение.

На первом этапе проведем расчет коэффициентов связи первых пяти порядков для  $E$  и  $H$  - волн. На рис. 5.3.8 представлены частотные зависимости нормированных коэффициентов связи для  $H$  - волн, а на рис. 4.5.9 для  $E$  - волн.

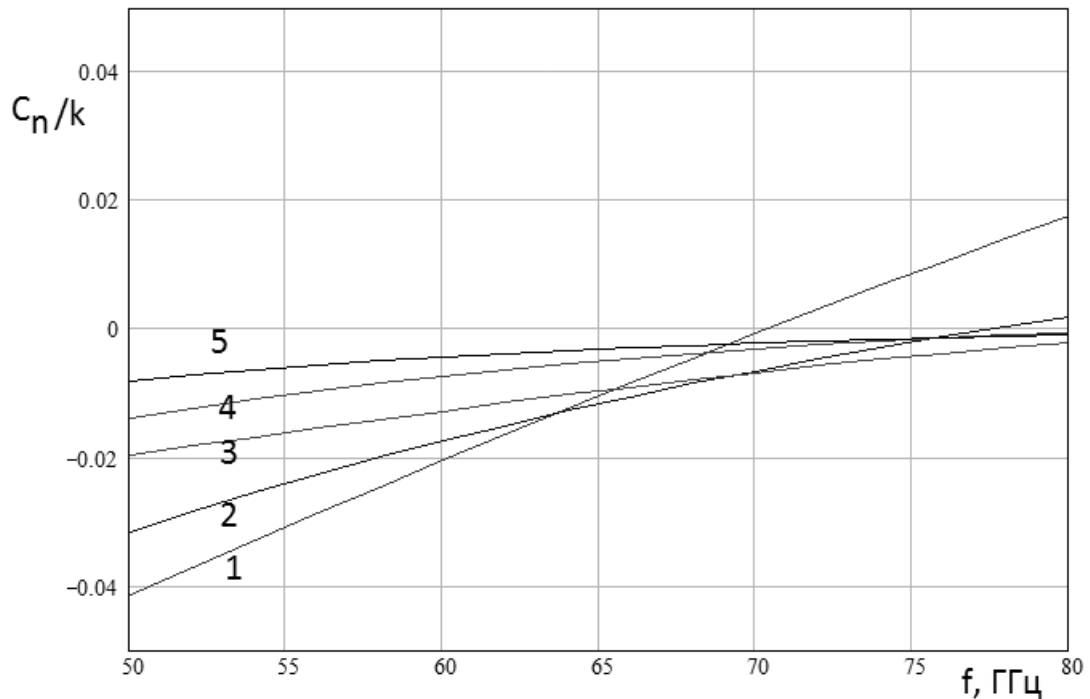


Рис. 5.3.8. Частотная зависимость нормированных коэффициентов связи для  $H$  - волн

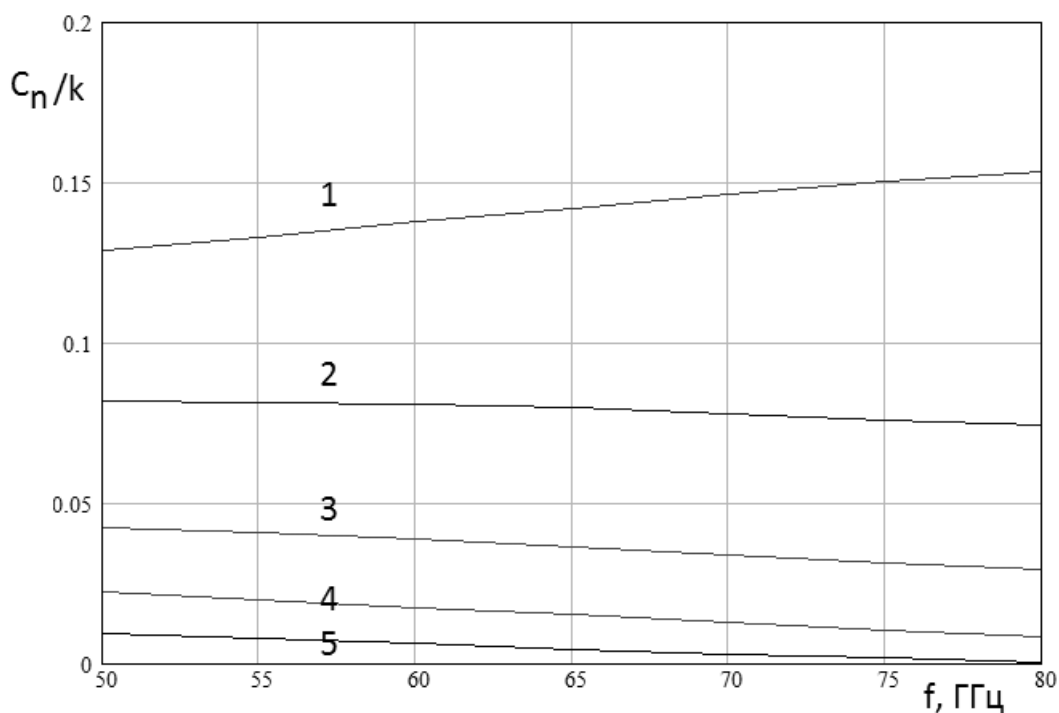


Рис. 5.3.9. Частотная зависимость нормированных коэффициентов связи для  $E$ -волн

Расчеты проводились в диапазоне частот 50-80 ГГц. Коэффициенты связи нормированы на волновое число свободного пространства  $k$ . Кривые 1 – 5 соответствуют параметрам  $C_1 – C_5$ . Видно, что поведение коэффициентов связи у волн разных типов существенно отличается. Для  $E$ -волн они сравнительно слабо зависят от частоты, а для  $H$ -волн наблюдается частота, примерно равная 70 ГГц, в окрестности которой коэффициенты связи малы. Причины появления такой области частот обсуждались в главе 2. Также можно отметить, что в среднем по диапазону частот коэффициенты связи магнитных волн почти на порядок меньше коэффициентов связи электрических волн. Поэтому для них мы можем ожидать больших искажений пучка, падающего на слой.

Рассмотрим далее изменения амплитудного распределения пучка, возникающие при прохождении слоя толщиной  $d_m$ . На рис. 5.3.10 и 5.3.11 показано распределение поля на правой границе слоя соответственно для электрических и магнитных волн. Кривые 1 – 4 получены при

$d_m = 0, 10, 20, 30$ ,  $\alpha = 0$ ,  $f = 70$  ГГц. На рис. 5.3.10 и 5.3.11 представлено распределение поля при положительных значениях координаты  $x$ . В силу симметрии структуры поле при  $x < 0$  является зеркальным отражением поля при  $x > 0$ .

Видно, что при  $d_m = 0$  распределение имеет идеальную прямоугольную форму. Увеличение толщины слоя приводит к размыванию границы пучка, которое происходит в пределах некоторой переходной области. Ее ширина увеличивается с ростом толщины слоя. При  $d_m = 30$  у  $E$ -волн она достигает 15 мм. Для  $H$ -волн ширина переходной области существенно меньше. В центральной части пучка искажения амплитудного распределения несущественны.

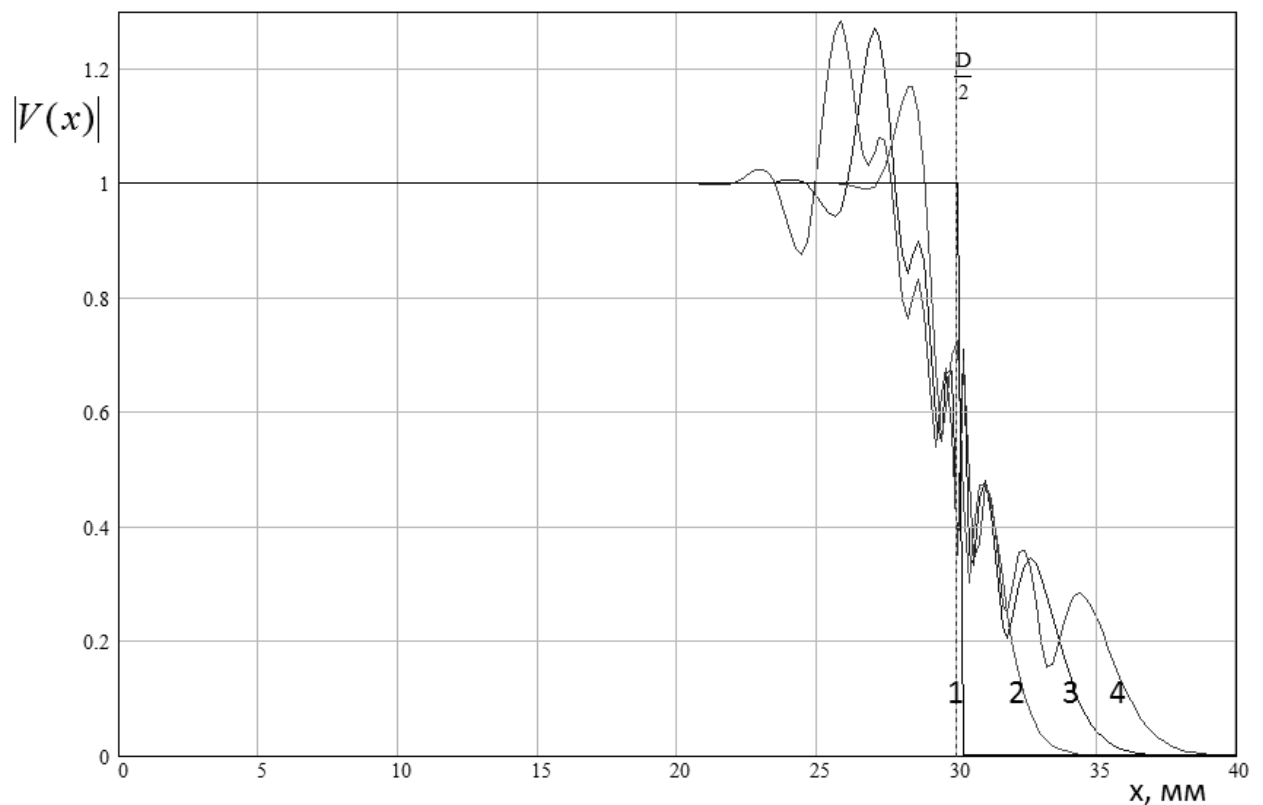


Рис. 5.3.10. Амплитудное распределение поля  $E$ -волн на выходе слоя при разных его толщинах

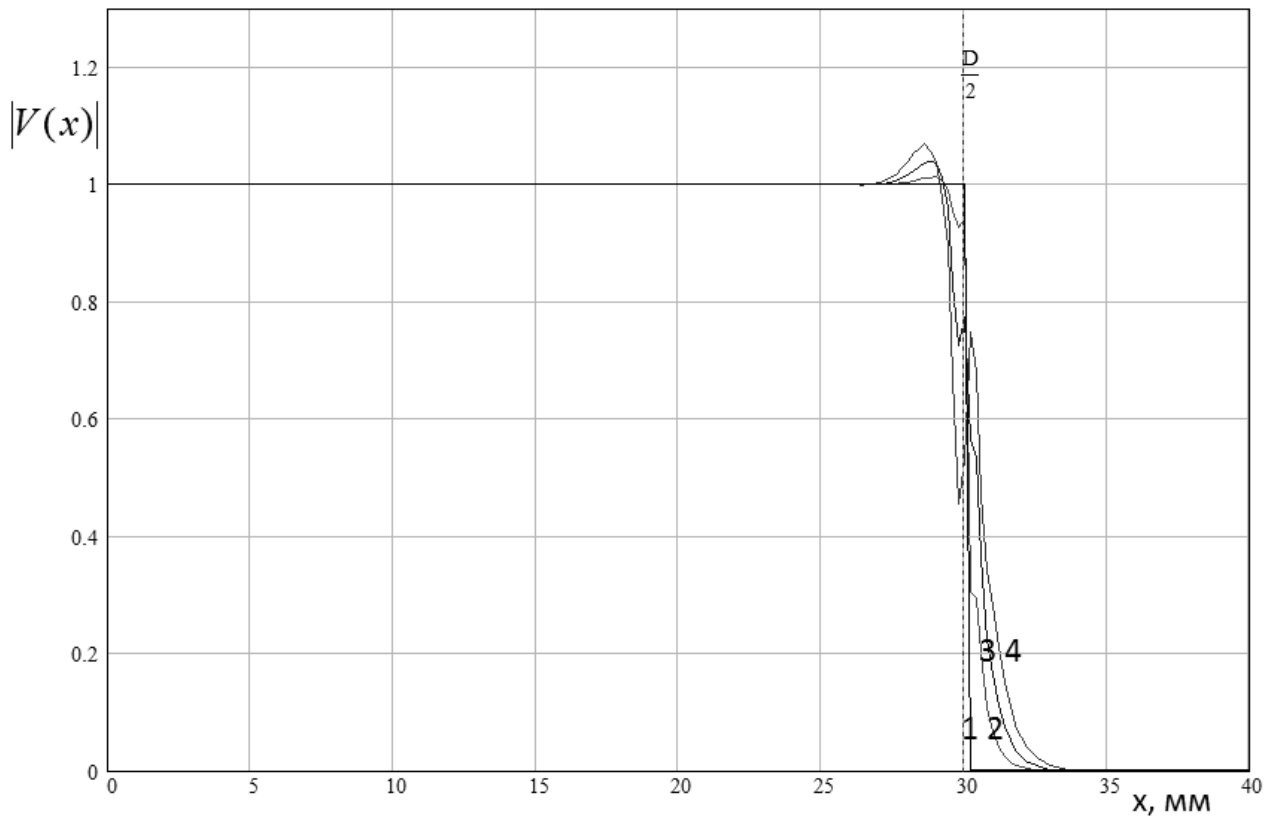


Рис. 5.3.11. Амплитудное распределение поля  $H$  - волн на выходе слоя при разных его толщинах

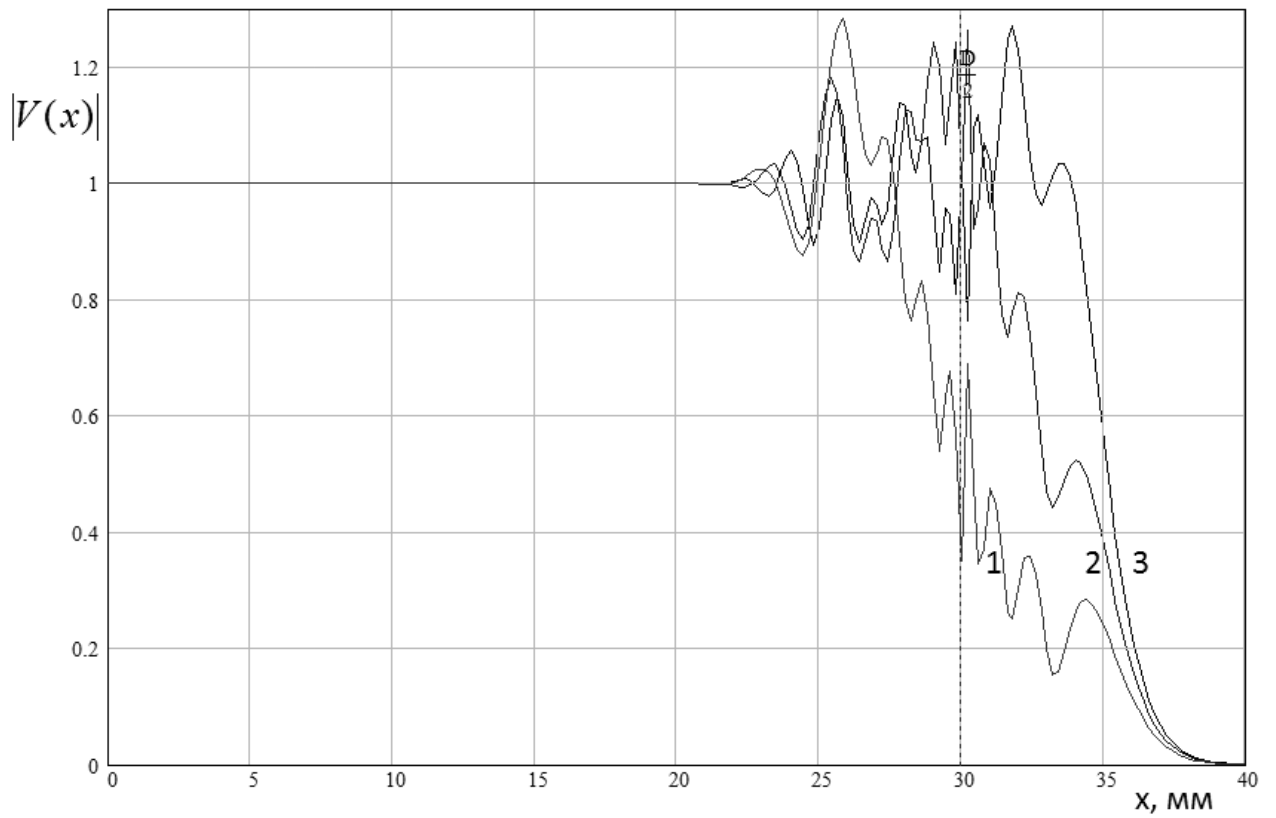


Рис. 5.3.12. Амплитудное распределение поля  $E$  - волн на выходе слоя при разных углах падения

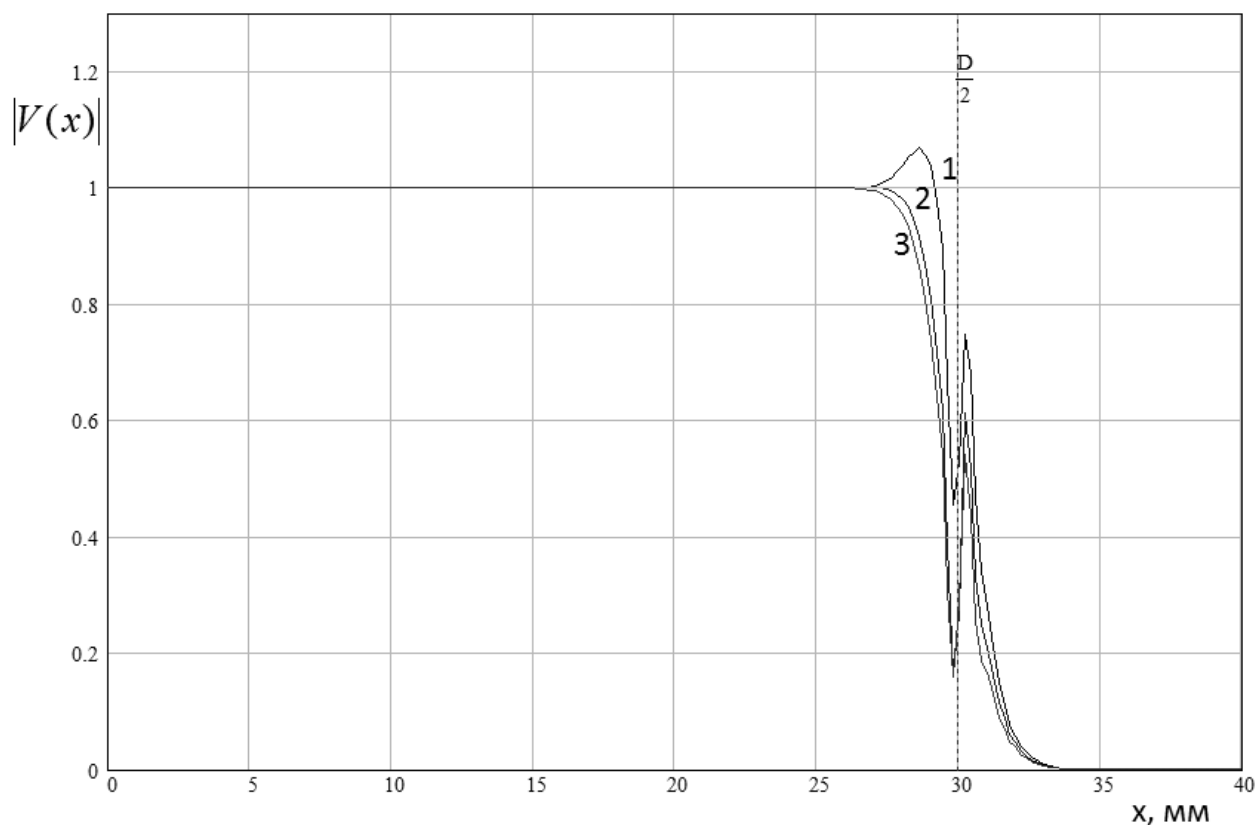


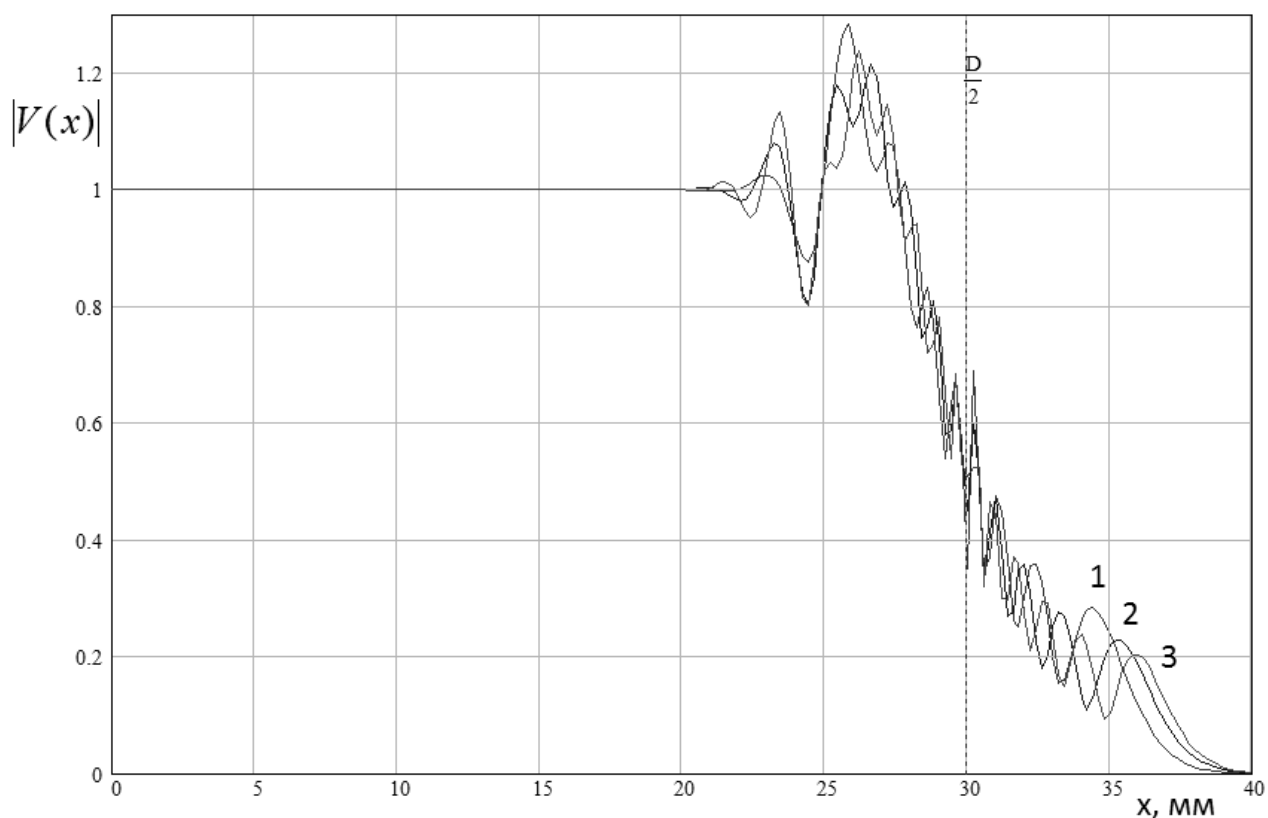
Рис. 5.3.13. Амплитудное распределение поля  $H$  - волн на выходе слоя при разных углах падения

На рис. 5.3.12, 5.3.13 показано амплитудное распределение на выходе слоя для  $E$  и  $H$  - волн соответственно. Кривые 1 – 3 на рис. 5.3.12 получены при  $d_m = 30$ ,  $\alpha = 0,15,30^0$ ,  $f = 50$  ГГц, а на рис. 5.3.13 при  $d_m = 30$ ,  $\alpha = 0,15,30^0$ ,  $f = 70$  ГГц.

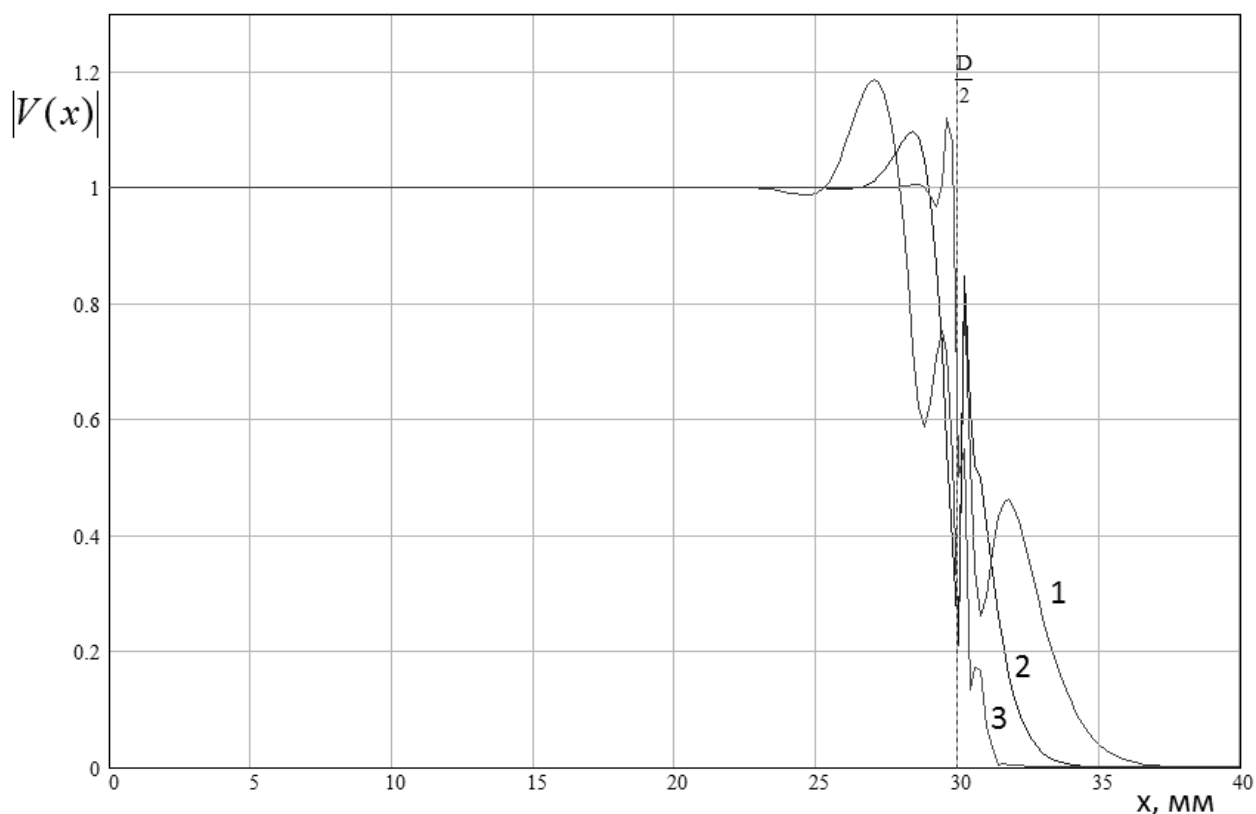
Мы можем наблюдать эффект смещения пучка в случае волн электрического типа. Он появляется при углах падения отличных от нулевого. В принципе он имеет место также и для волн магнитного типа, но проявляется он весьма слабо в силу малости коэффициентов связи.

Кривые 1 – 3 представленные на рис. 5.3.14 и 5.3.15 соответствующие  $E$  и  $H$  - волнам получены при  $d_m = 30$ ,  $\alpha = 0$ ,  $f = 50,65,80$  ГГц. С их помощью можно оценить влияние частоты на искажения амплитудного распределения.

Качественно вид пучка на выходе слоя в случае  $E$  - волн практически не меняется при изменении частоты. Объясняется это слабой частотной зависимостью коэффициентов связи, о которой мы говорили выше. Для  $H$  - волн влияние частоты сказывается сильнее вследствие более заметной частотной зависимости коэффициентов связи. Интересно отметить, что форма пучка на выходе слоя ближе всего к прямоугольной на частоте 80 ГГц. В тоже время коэффициент связи первого порядка обращается в нуль на частоте 70 ГГц. Таким образом, мы можем сделать вывод, что искажения пучка определяются в существенной степени коэффициентами связи высших порядков, которые имеют минимальные значения как раз в окрестности частоты 80 ГГц (см. рис. 5.3.8).



*Рис. 5.3.14. Амплитудное распределение поля  $E$  - волн на выходе слоя на разных частотах*



*Рис. 5.3.15. Амплитудное распределение поля  $H$  - волн на выходе слоя на разных частотах*

Представленная выше модель линзы на основе ЧПР позволяет сравнительно просто оценить влияние неидеальности среды с принудительным преломлением данного вида на функционирование линзы с неполным облучением поверхности. В частности, опираясь на графики на рис. 5.3.10 – 5.3.15, мы можем определить насколько физический размер линзы должен быть больше размера освещенной области, чтобы оставалась возможность пренебречь влиянием конечных размеров линзы на форму распределения поля на ее выходной поверхности.

Более сложной задачей, как уже отмечено выше, является учет конечных размеров линзы. Подробно рассматривать ее мы не будем, а ограничимся только описанием подхода, позволяющего, в конечном счете, получить решение.

Будем использовать модель бифокальной линзы с принудительным преломлением в виде слоя толщиной  $d_m$  (см. рис. 5.3.16). Отличие от рассмотренной выше модели состоит только в том, что слой имеет конечные



по оси  $Ox$  размеры. Целесообразно определить их через число связанных волноводов, образующих слой, равное  $2N+1$ . Смысл параметра  $N$  поясняется на рис. 5.3.16.

Амплитуды волн в волноводах при  $z=0$  определяются полем падающего на линзу пучка:

$$V_n(0) = e^{-iknP \sin \alpha}, \quad (5.3.23)$$

где  $\alpha$  - угол падения пучка.

Для решения поставленной задачи нам необходимо предварительно рассмотреть задачу о собственных волнах системы  $2N+1$  связанных волноводов. Вернемся к системе дифференциальных уравнений вида (2.5.6), которая описывает распространение волн в бесконечной по оси  $Oz$  структуре:

$$\frac{dV_n}{dz} + i \sum_{m=-N}^N C_{|n-m|} V_m = 0, \quad (5.3.24)$$

$$n = -N, \dots, N.$$

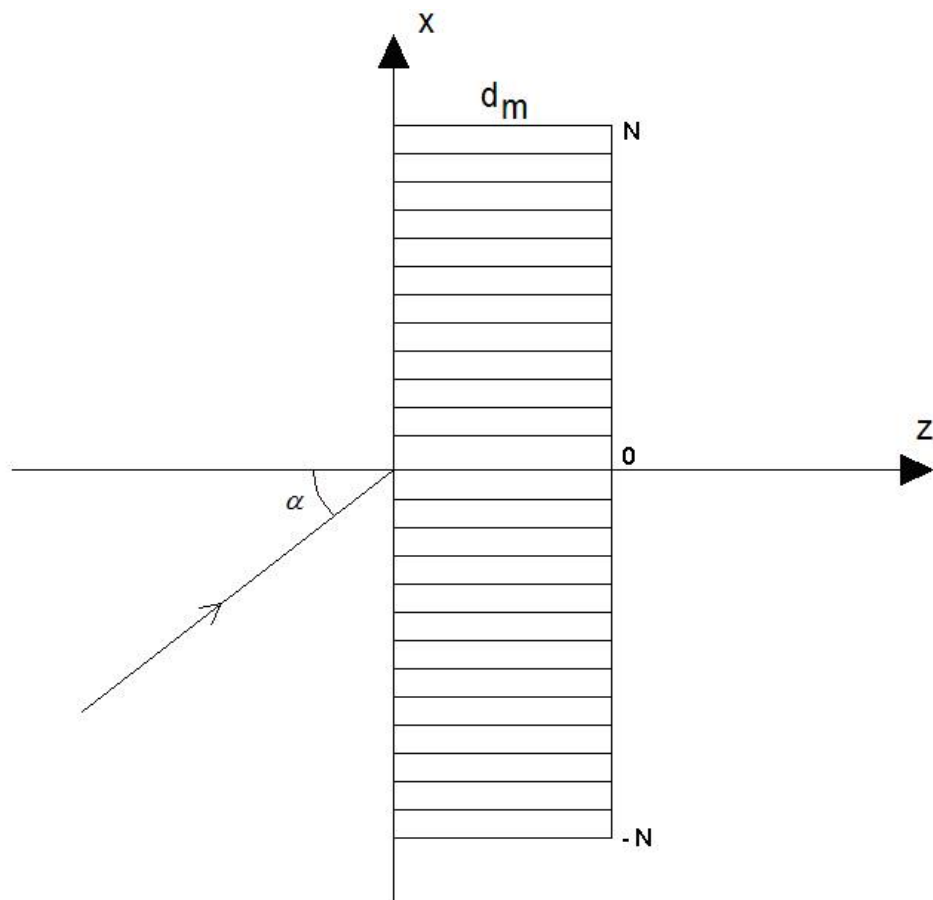


Рис. 4.5.16. Модель линзы конечных размеров

В выражении (5.3.24) под  $C_0$  мы понимаем постоянную распространению уединенного волновода  $\beta_0$ .

Ищем решение системы (5.3.24) в стандартном виде:

$$V_n(z) = A_n e^{-i\lambda z}. \quad (5.3.25)$$

Подстановка выражения (5.3.25) в (5.3.24) приводит нас к однородной СЛАУ для коэффициентов  $A_n$ , которая в матричной форме имеет следующий вид:

$$\hat{C}\vec{A} = \lambda\vec{A}, \quad (5.3.26)$$

где:

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} \beta_0 & C_1 & \dots & C_N \\ C_1 & \beta_0 & C_1 & C_{N-1} \\ \cdot & C_1 & \beta_0 & \cdot \\ C_N & C_{N-1} & \dots & \beta_0 \end{bmatrix}. \quad (5.3.27)$$

Мы пришли к классической задаче на собственные значения  $\lambda_m$  и собственные вектора  $\vec{U}_m$ ,  $m = -N, \dots, N$  матрицы  $\hat{C}$ . Допустим, что указанные значения и вектора найдены. Отметим, что собственные вектора удовлетворяют условию ортогональности [72]:

$$(\vec{U}_n \vec{U}_m) = \delta_{nm}, \quad (5.3.28)$$

где  $\delta_{nm}$  - символ Кронекера. С физической точки зрения собственные вектора описывают собственные волны системы конечного числа связанных волноводов.

Теперь мы можем представить амплитуды волн в области  $z > 0$  в виде совокупности собственных волн:

$$V_n(z) = \sum_{m=-N}^N A_m e^{-i\lambda_m z} (\vec{U}_m)_n, \quad (5.3.29)$$

где  $A_m$  - неизвестные коэффициенты.

Найдем их при помощи подстановки соотношения (5.3.29) в граничные условия (5.3.23):

$$\sum_{m=-N}^N A_m (\vec{U}_m)_n = e^{-iknP \sin \alpha}. \quad (5.3.30)$$

При помощи условия ортогональности (5.3.28) находим  $A_m$ :

$$A_m = \sum_{n=-N}^N (\vec{U}_m)_n e^{-iknP \sin \alpha}. \quad (5.3.31)$$

Соотношение (5.3.31) позволяет найти амплитуды волн в сечении  $z = d_m$ :

$$V_n(z) = \sum_{m=-N}^N \sum_{p=-N}^N (\vec{U}_m)_p (\vec{U}_m)_n e^{-ikpP \sin \alpha} e^{-i\lambda_m z}. \quad (5.3.32)$$

Формула (5.3.32) дает искомое решение поставленной выше задачи. Основную сложность в реализации данного алгоритма представляет поиск собственных векторов и собственных значений задачи (5.3.26). Проблема состоит в большой размерности матрицы  $\hat{C}$ , которая может быть причиной больших затрат компьютерных ресурсов, а также нестабильной работы алгоритма.

Рассмотрим далее проблему отражений, возникающих внутри линзы на основе ЧПР. Эти отражения обусловлены неоднородностью среды с принудительным преломлением. Вообще говоря, в линзах любого вида существуют еще отражения от границ. Оценить их влияние на работу линзы можно при помощи результатов, представленных в разд. 3.2. Приведенное в этом разделе решение дифракционной задачи дает нам коэффициент отражения волны, наклонно падающей на прямолинейную границу полубесконечной области, образованной ЧПР. Важно, что ленты ЧПР могут быть ориентированы относительно границы двух областей произвольным образом. Методика, описанная в разд. 5.3 связывает коэффициент отражения

от поверхности линзы с ее выходными характеристиками. Мы не будем еще раз описывать ее применительно к линзам на основе ЧПР, а рассмотрим новую задачу об отражениях внутри линзы или, другими словами, внутренних отражениях.

Из рис. 5.3.7 видно, что неоднородность среды обусловлена переменным вдоль оси  $Oz$  наклоном лент относительно указанной оси. Обозначим угол между осями лент и осью  $Oz$  через  $\theta$ . Очевидно, что он является функцией координаты  $z$ .

Ключевой задачей, решение которой позволит нам анализировать широкий класс неоднородных структур с ЧПР является задача о дифракции волн на изломе осей лент ЧПР (см. рис. 5.3.17).

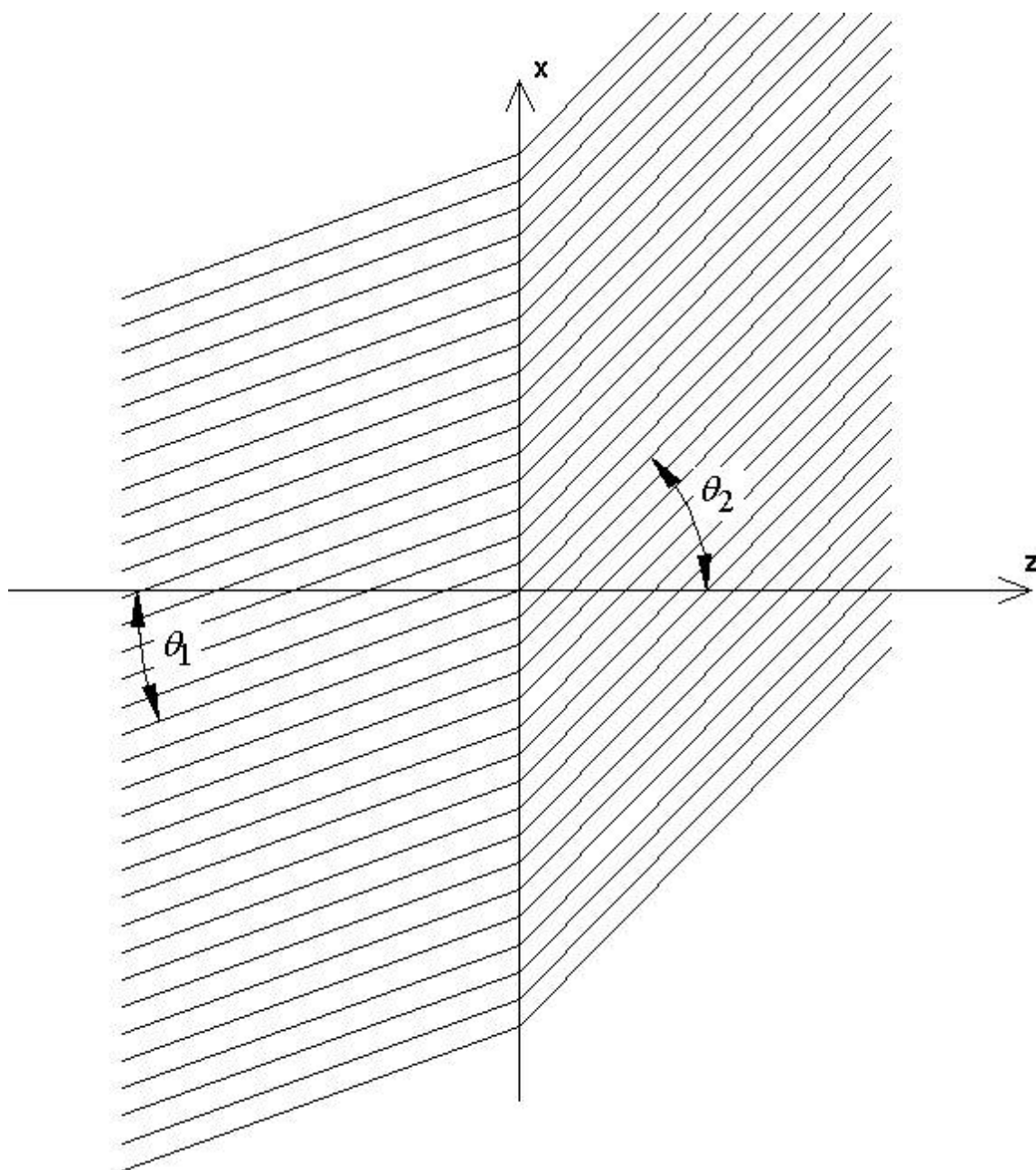


Рис. 5.3.17. Ключевая для анализа внутренних отражений структура

Точный анализ такой структуры представляет сложную электродинамическую задачу. Мы получим приближенное решение. Будем при этом опираться на результаты разд. 3.2, в котором рассматривалась задача о падении волны диэлектрической пластины на полубесконечный ПЛВ с симметрично расположенными ЧПР. Для определенности зафиксируем тип падающей волны, считая, что она является  $H_1$  - волной пластины. Ниже мы

увидим, что окончательный результат для структуры изображенной на рис. 5.3.17 может быть распространен на случай волн электрического типа.

Будем исходить из того, что как для диэлектрической пластины, так и для ПлВ с ЧПР выполняются условия одноволнового режима. В этом случае отражение и прохождение основных волн через границу ПлВ может быть описано при помощи матрицы рассеяния следующего вида:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix}. \quad (5.3.33)$$

Пусть номер 1 имеет порт образованный ПлВ с ЧПР, номер 2 соответствует порту в виде диэлектрической пластины с  $H_1$  - волной. Матрица (5.3.33) записана с учетом взаимности структуры, которая обеспечивает выполнение равенства  $S_{12} = S_{21}$ .

Достаточно строгие выражения для элементов матрицы рассеяния могут быть получены из решения представленного в разд. 3.2. Мы возьмем их в приближенном виде. Используем соотношение (3.2.31). С учетом обозначений данного раздела и несложных преобразований оно принимает следующий вид:

$$R = \frac{\cos \theta - \cos \alpha}{\cos \theta + \cos \alpha}. \quad (5.3.34)$$

Отличие формулы (5.3.34) от (3.2.31) в том, что в нем отсутствует знак модуля. Таким образом, мы пренебрегаем фазовым множителем при описании коэффициента отражения. Соотношение (5.3.34) имеет типичный для теории СВЧ ЛП вид. По структуре оно совпадает с выражением для коэффициента отражения от стыка двух ЛП с разными характеристическими сопротивлениями [32]. При этом характеристическое сопротивление диэлектрической пластины равно  $\cos \alpha$ , а ПлВ с ЧПР -  $\cos \theta$ . Теория СВЧ ЛП описывает матрицу рассеяния стыка двух ЛП без учета вклада реактивных волн, возбуждаемых на нерегулярности. Таким образом, мы можем сделать вывод, что соотношение (5.3.34) также описывает коэффициент отражения в одноволновом приближении.

В этом приближении не составляет труда записать матрицу рассеяния  $S$ :

$$S = \begin{bmatrix} -\frac{\cos \theta - \cos \alpha}{\cos \theta + \cos \alpha} & \frac{2\sqrt{\cos \theta \cos \alpha}}{\cos \theta + \cos \alpha} \\ \frac{2\sqrt{\cos \theta \cos \alpha}}{\cos \theta + \cos \alpha} & \frac{\cos \theta - \cos \alpha}{\cos \theta + \cos \alpha} \end{bmatrix}. \quad (5.3.35)$$

Рассмотрим далее вспомогательную структуру, показанную на рис. 5.3.18. Она образована двумя стыками вида ПлВ с ЧПП - диэлектрическая пластина. При этом слева расположена ЧПП с углом наклона лент  $\theta_1$ , а справа с углом наклона  $\theta_2$ . Оба стыка могут быть описаны при помощи матриц рассеяния:

$$S_1 = \begin{bmatrix} -\frac{\cos \theta_1 - \cos \alpha}{\cos \theta_1 + \cos \alpha} & \frac{2\sqrt{\cos \theta_1 \cos \alpha}}{\cos \theta_1 + \cos \alpha} \\ \frac{2\sqrt{\cos \theta_1 \cos \alpha}}{\cos \theta_1 + \cos \alpha} & \frac{\cos \theta_1 - \cos \alpha}{\cos \theta_1 + \cos \alpha} \end{bmatrix}, \quad (5.3.36)$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta_2 - \cos \alpha}{\cos \theta_2 + \cos \alpha} & \frac{2\sqrt{\cos \theta_2 \cos \alpha}}{\cos \theta_2 + \cos \alpha} \\ \frac{2\sqrt{\cos \theta_2 \cos \alpha}}{\cos \theta_2 + \cos \alpha} & -\frac{\cos \theta_2 - \cos \alpha}{\cos \theta_2 + \cos \alpha} \end{bmatrix}.$$

Для перехода от вспомогательной структуры на рис. 5.3.18 к интересующей нас ключевой структуре (см. рис. 5.3.17) необходимо совершить предельный переход при  $d \rightarrow 0$  и найти матрицу рассеяния двух каскадно соединенных четырехполюсников с матрицами рассеяния (5.3.36). Эта задача решается известным образом [32]. В результате для ключевой структуры получаем следующую матрицу рассеяния  $S_\Sigma$ :

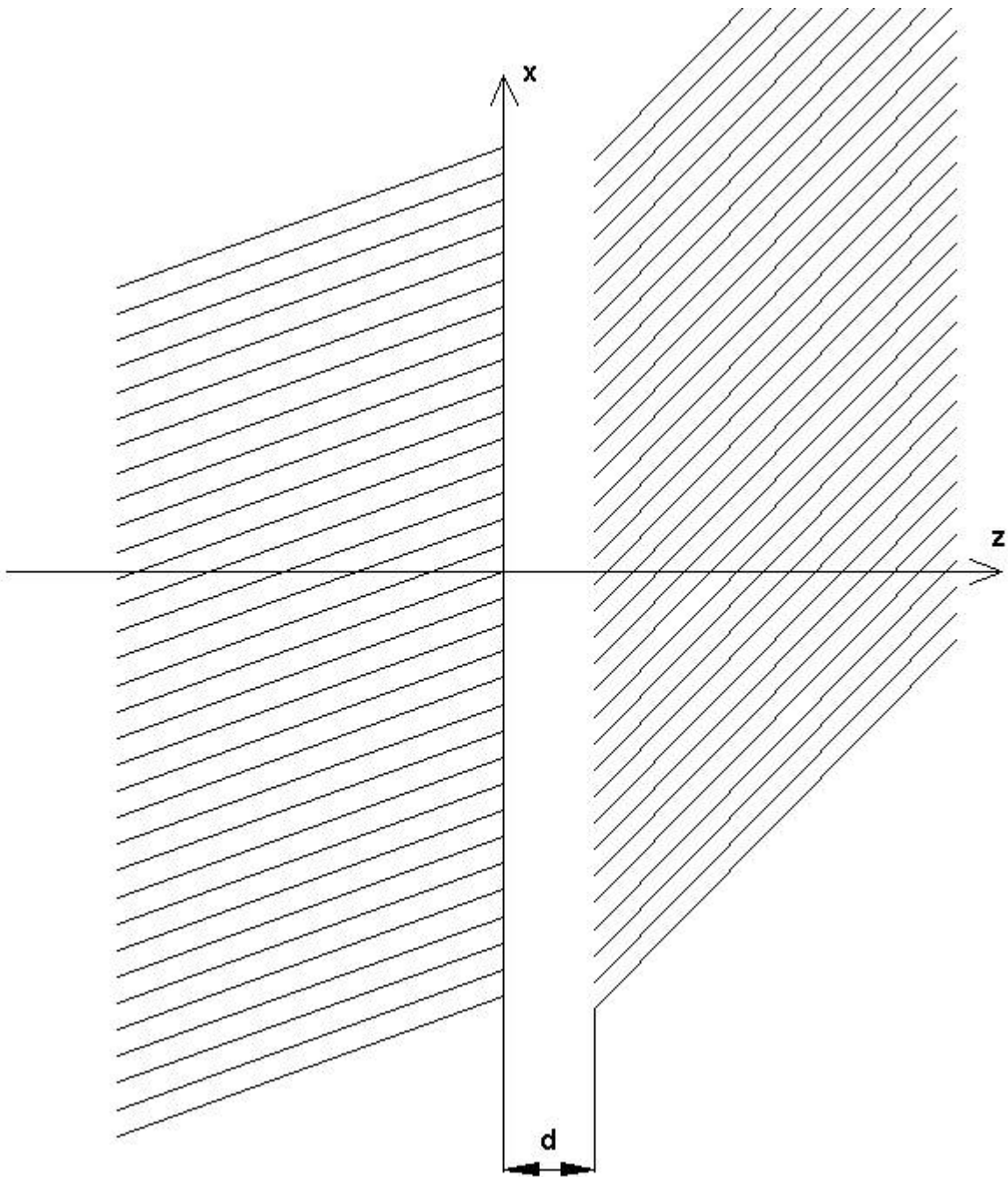


Рис. 5.3.18. Вспомогательная структура

$$S_{\Sigma} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta_2 - \cos \theta_1}{\cos \theta_2 + \cos \theta_1} & \frac{2\sqrt{\cos \theta_2 \cos \theta_1}}{\cos \theta_2 + \cos \theta_1} \\ \frac{2\sqrt{\cos \theta_2 \cos \theta_1}}{\cos \theta_2 + \cos \theta_1} & -\frac{\cos \theta_2 - \cos \theta_1}{\cos \theta_2 + \cos \theta_1} \end{bmatrix}. \quad (5.3.37)$$



Видно, что в соотношении (5.3.37) отсутствует угол падения  $\alpha$ , а по виду оно также совпадает с матрицей рассеяния стыка двух ЛП, но уже с характеристическими сопротивлениями  $\cos \theta_{1,2}$ .

Полученный результат мы можем использовать для оценки коэффициента отражения в структуре показанной на рис. 5.3.3 или аналогичной ей. В рамках приближения (5.3.37) ее анализ сводится к анализу ЛП с переменным характеристическим сопротивлением и переменной постоянной распространения. Пусть зависимость координаты  $x$  оси ленты ЧПР от координаты  $z$  описывается функцией  $x(z)$ . Тогда угол наклона лент определяется следующим образом:

$$\theta = \arctg \frac{dx}{dz}. \quad (5.3.38)$$

Характеристическое сопротивление эквивалентной ЛП  $Z_c$  связано с углом  $\theta$ :

$$Z_c = \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2}}. \quad (5.3.39)$$

В разд. 3.2 показано, что энергия волны в ПлВ с ЧПР распространяется вдоль лент или в направлении близком к указанному. При этом проекция модуля волнового вектора волны на ось ленты близка к постоянной распространения  $H_1$  - волны диэлектрической пластины без решеток  $\gamma_h$ . Отсюда мы можем сделать вывод о том, что постоянная распространения эквивалентной ЛП  $\gamma_e$  ориентированной вдоль оси  $Oz$  равна  $\gamma_h / \cos \theta$  (см. рис. 5.3.19):

$$\gamma_e = \frac{\gamma_h}{\cos \theta}. \quad (5.3.40)$$

Приведенные выше рассуждения верны для волны ПлВ с ЧПР магнитного типа в диапазоне частот, в котором ее свойства близки к

свойствам волны, распространяющейся в идеальной среде с принудительным преломлением.

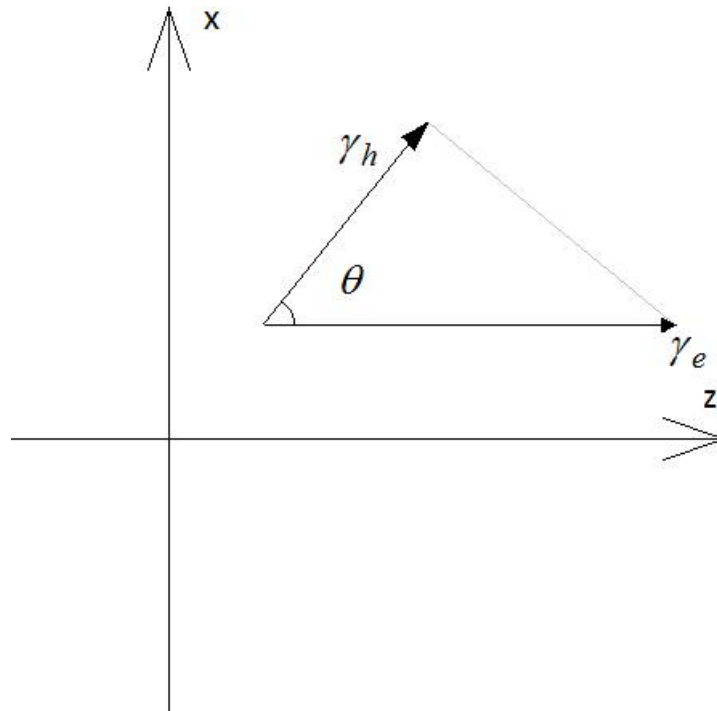


Рис. 5.3.19. Определение постоянной распространения эквивалентной ЛП

Таким образом, мы связали сопротивление и постоянную распространения эквивалентной ЛП с геометрическими параметрами ЧПР. Коэффициент отражения  $R$  ЛП с плавно изменяющимся сопротивлением описывается соотношением [32]:

$$R = \int_0^d \frac{1}{2} \frac{dZ_c(z)}{dz} e^{-2i \int_0^z \gamma_e(z') dz'} dz, \quad (5.3.41)$$

где  $d$  - длина участка с переменным сопротивлением.

Рассмотрим далее численный пример. Пусть координата оси ленты  $x$  зависит от координаты  $z$  по закону (5.3.11):

$$x = \frac{h}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi Mz}{d} \right) \right). \quad (5.3.42)$$

Видно, что изгиб осей лент описывается тригонометрической функцией. Амплитуда отклонения оси от горизонта задается параметром  $h$ . На участке длиной  $d$  укладывается  $M$  периодов тригонометрической функции.

На рис. 5.3.20 показана зависимость модуля угла наклона лент ЧПР от координаты  $z$ . Она получена для  $h = 4$ ,  $d = 30$ ,  $M = 5$ . Видно, что максимальное значение угла  $\theta$  равно  $65^\circ$ .

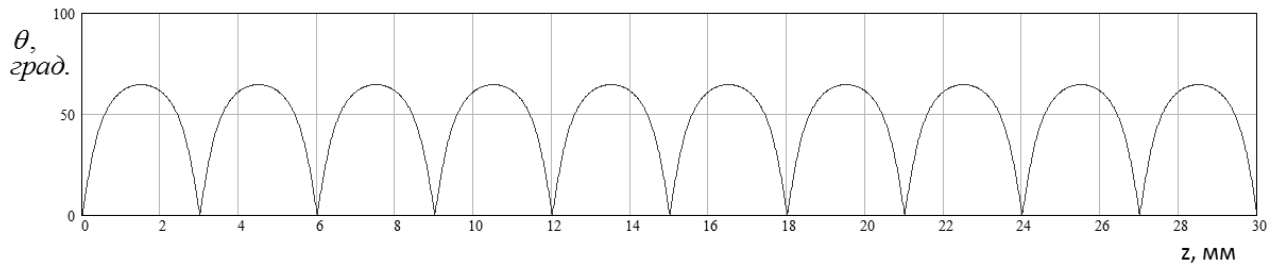


Рис. 5.3.20. зависимость угла наклона лент ЧПР от координаты  $z$

Приведенным выше параметрам соответствует частотная зависимость модуля коэффициента отражения показанная на рис. 5.3.21.

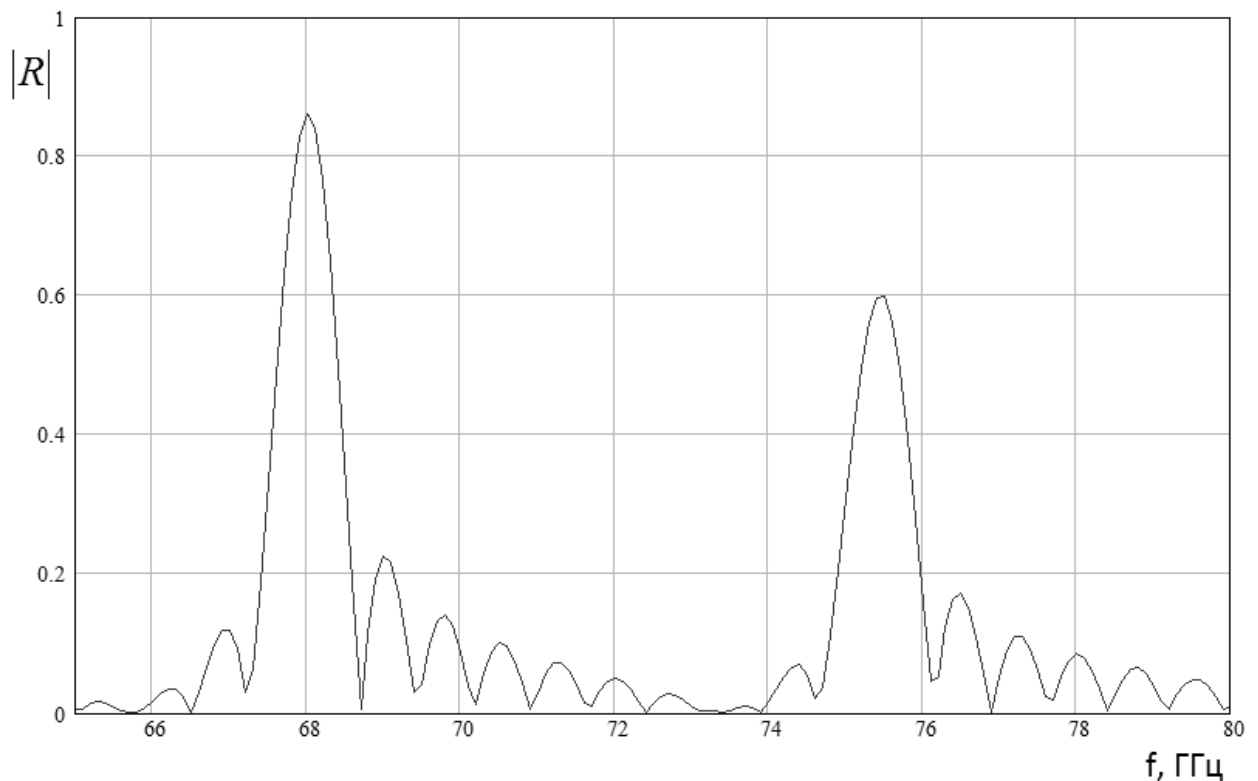


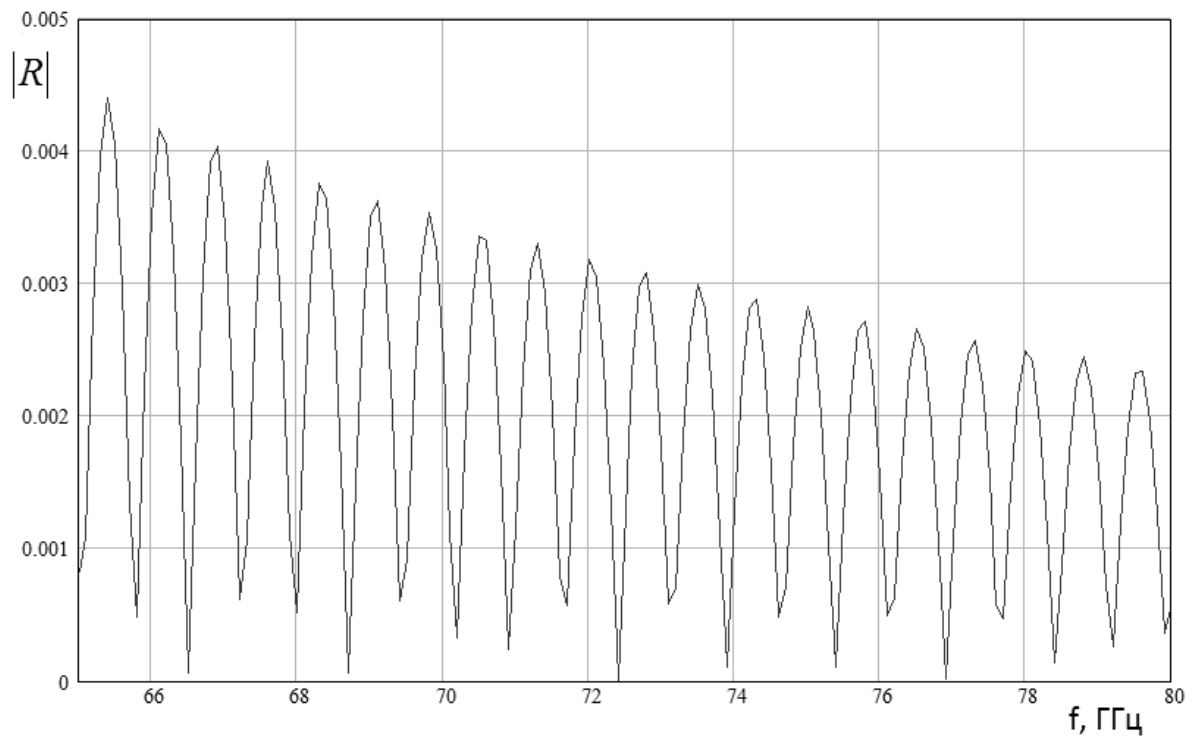
Рис. 5.3.21. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения структуры с  $M = 5$

Обращает на себя внимание наличие резких всплесков коэффициента отражения на ряде частот. Их появление обусловлено периодичностью анализируемой структуры. Из рис. 5.3.20 видно, что модуль угла наклона, который определяет зависимость характеристического сопротивления от координаты  $z$  меняется с периодом  $d/2M$ , то есть в два раза чаще, чем зависимость  $x(z)$ .

На частотах, на которых набег фазы на периоде структуры кратен  $\pi$  происходит синфазное сложение отраженных от всех периодов волн. При этом амплитуда волны отраженной от одного периода может быть весьма небольшой. Однако, их сумма приближается к единице. В теории периодических структур такой эффект интерпретируется как формирование запрещенной зоны или полосы запираения [101]. Для нас важно отметить, что определенные варианты выполнения нерегулярной ЧПР могут приводить к появлению существенных внутренних отражений, в том числе таких, которые делают нормальную работу линзы невозможной. Поэтому при конструировании линз на ЧПР следует избегать появления периодичности, которая не является необходимым условием их функционирования.

Для подтверждения этой идеи рассмотрим структуру, обеспечивающую такую же задержку волны, как и исследованная выше. У нее  $h = 20$ ,  $M = 1$ . Частотная характеристика ее модуля коэффициента отражения представлена на рис. 5.3.22. Нетрудно увидеть, что в том же частотном диапазоне, что и на рис. 5.3.21 структура имеет пренебрежимо малый коэффициент отражения.

Отметим также, что соотношение (5.3.41) следует использовать с осторожностью при описании коэффициента отражения в полосе запираения, поскольку теория ЛП с медленно меняющимися параметрами основана на суммировании волн малой амплитуды, порожденных элементарными скачками характеристического сопротивления. В запрещенной зоне отраженные волны нельзя считать малыми. Поэтому подход, при помощи которого получено выражение (5.3.41) должен быть скорректирован. Однако, такая коррекция выходит за рамки предмета этой книги.

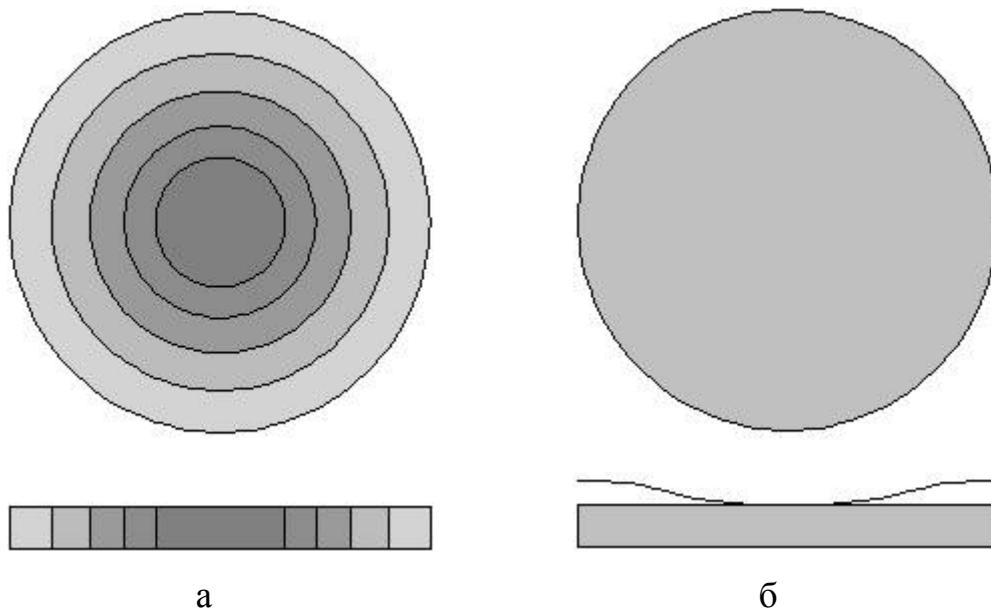


*Рис. 5.3.22. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения структуры с  $M = 1$*

#### 5.4. Линзы Люнеберга

В этом разделе мы рассмотрим ряд вопросов, связанных с расчетом и проектированием планарных линз Люнеберга. Линзы Люнеберга относятся к линзам на основе неоднородных или градиентных сред. Среди них также можно отметить линзы Микаэляна [99], Максвелла [1], Моргана [1] и т.д. Их объединяет применение сред с переменным в пространстве коэффициентом преломления. Среди градиентных линз выделяются трехмерные структуры со сферической симметрией и двумерные структуры с осевой симметрией, являющиеся планарным аналогом трехмерных линз. С точки зрения ИО СВЧ наиболее интересны планарные линзы.

*Конструкции планарных линз Люнеберга.* Линзы Люнеберга привлекают внимание потенциальной возможностью сканирования в полном секторе углов  $0 - 360^0$ . Также на их основе можно создавать многолучевые системы, ведущие обзор пространства в указанном секторе углов в параллельном режиме, когда информация одновременно передается и принимается по нескольким каналам.



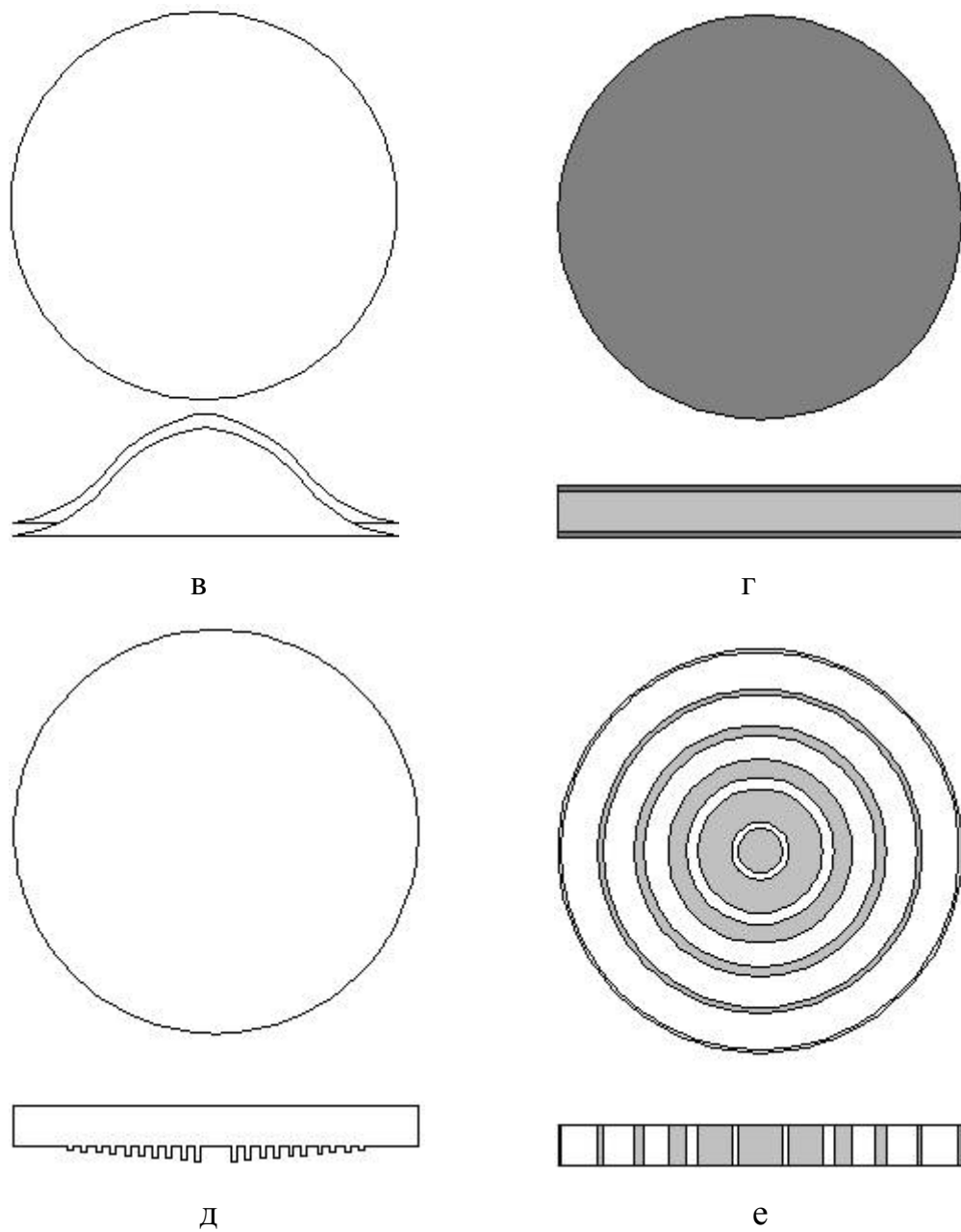


Рис. 5.4.1. Планарные линзы Лунеберга

На рис. 5.4.1 показан ряд конструкций планарных линз Лунеберга. Они представляют собой дисковые структуры, в которых тем или иным образом реализована среда с эффективной проницаемостью  $\varepsilon_e$  зависящей от радиальной координаты  $r$  следующим образом:

$$\varepsilon_e = 2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2, \quad (5.4.1)$$

где  $R$  - внешний радиус линзы.

Часто в качестве конструктивной основы планарной линзы Люнеберга применяют ПВ, то есть две параллельные металлические пластины, как показано на рис. 5.4.1 а – е за исключением рис. 5.4.1 г. В этом случае устройство работает с  $E$  - волнами, у которых вектор электрического поля перпендикулярен пластинам, если используется основная  $T$  - волна.

Неоднородная среда реализуется разными способами. На рис. 5.4.1 а показан вариант линзы Люнеберга, в котором эффективная проницаемость совпадает с реальной проницаемостью диэлектрического материала, заполняющего пространство внутри ПВ. На рисунке показана слоистая линза со ступенчатым законом изменения показателя преломления поскольку такой способ создания градиентной среды чаще всего применяется на практике.

В линзе на рис. 5.4.1 б эффективная проницаемость совпадает с квадратом коэффициента преломления  $E_1$  - волны ПВ с неполным диэлектрическим заполнением. Этот параметр зависит от расстояния между верхним экраном и диэлектриком. За счет изменения указанного расстояния создается нужный закон изменения проницаемости.

На рис. 5.4.1 в показана геодезическая линза Люнеберга. В ней задержка волн создается за счет удлинения пути их распространения в центральной части линзы. Линза может не содержать диэлектрических сред, но экраны ПВ должны быть изогнуты по определенному закону.

Линза на рис. 5.4.1 г в наибольшей степени отвечает технологическим требованиям ИО СВЧ, так как эквивалентная градиентная среда в ней создается за счет нанесения на поверхности пластины тонких пленок с переменными вдоль радиуса параметрами. В качестве таких пленок можно использовать емкостные ЧПР или тонкие слои диэлектрика с высокой проницаемостью. Отметим, что данная линза может работать как на  $E$ , так и на  $H$  - волнах.

В дециметровом и сантиметровом диапазонах находят применение линзы на основе гребенчатых замедляющих структур (см. рис. 5.4.1 д). Глубина канавок гребенчатой структуры меняет коэффициент замедления



волны, распространяющейся между ней и плоским экраном, что эквивалентно изменению эффективной проницаемости. Следует отметить, что эквивалентная двумерная среда в этом случае является анизотропной средой в силу явной геометрической анизотропии структуры. В работе [102] показано, что это не является препятствием для построения на ее основе идеальной фокусирующей системы с осевой симметрией.

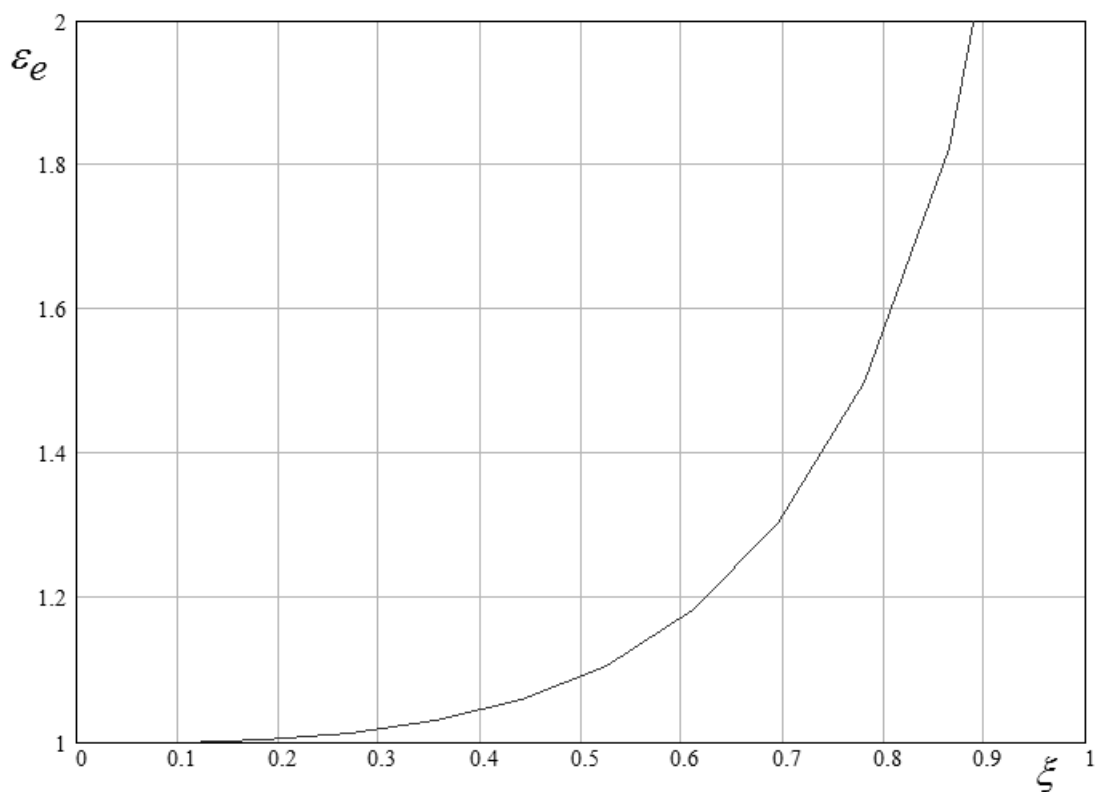
К числу анизотропных структур относится также линза, показанная на рис. 5.4.1 е. Эквивалентная среда образуется в ней системой концентрических диэлектрических колец разной толщины.

*Изотропные линзы Люнеберга. Линза на основе ЧПР.* Рассмотрим пример выполнения наиболее интересной для ИО СВЧ линзы на основе емкостной ЧПР (см. рис. 5.4.1 г), работающей на волнах электрического типа. Переменную эффективную проницаемость в этом варианте линзы можно создавать, изменяя один из двух параметров: период ЧПР -  $P$  и ее коэффициент заполнения  $\xi$ . Возможно также менять оба параметра одновременно. Напомним, что под коэффициентом заполнения мы понимаем отношение стороны металлического проводника квадратной формы к периоду решетки.

В нашем примере мы будем изменять коэффициент заполнения, оставляя период постоянным  $P = 1.5$ . Центральная частота рабочего диапазона линзы  $f_0 = 16.5$  ГГц. Параметры диэлектрической пластины, на которой выполнена линза:  $d = 2$ ,  $\varepsilon = 16$ .

На рис. 5.4.2 показана зависимость эффективной проницаемости ПЛВ с ЧПР от коэффициента заполнения. Кривая построена для центральной частоты. Мы можем с ее помощью найти зависимость параметра  $\xi$  от нормированного радиуса линзы  $r/R$ :

$$\varepsilon_e(\xi) = 2 - \left( \frac{r}{R} \right)^2. \quad (5.4.2)$$

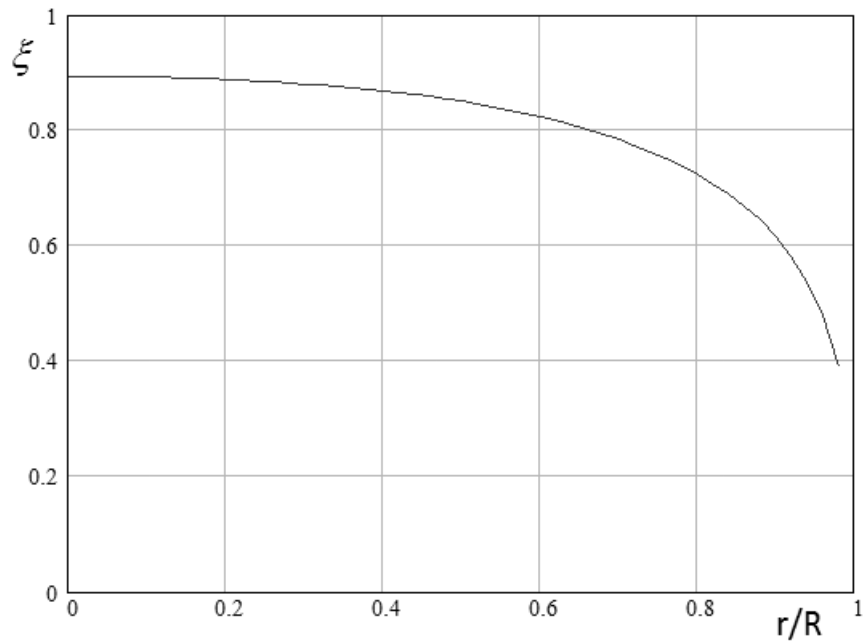


*Рис. 5.4.2. Зависимость эффективной проницаемости ПЛВ с ЧПР и  $E_1$  - волной от коэффициента заполнения ЧПР*

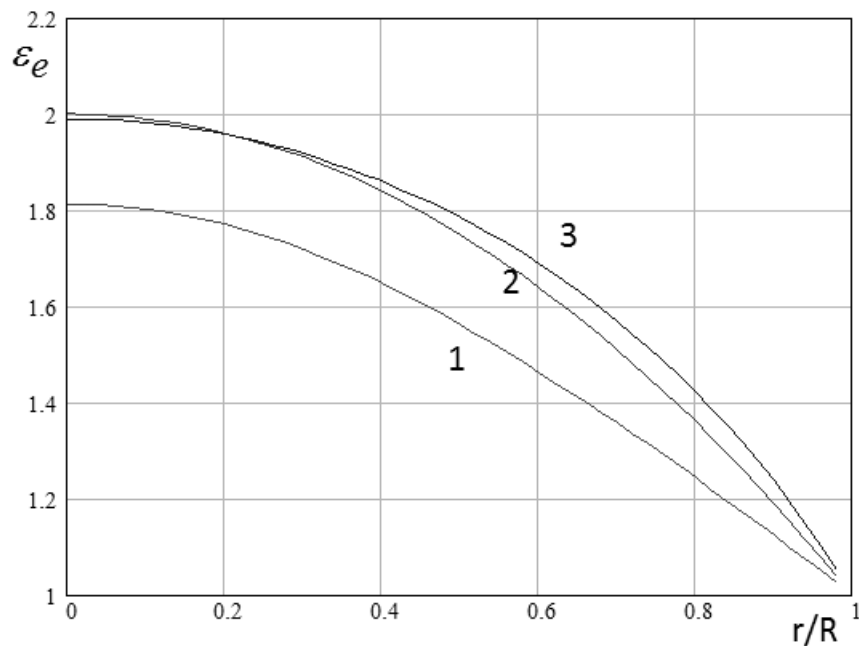
На рис. 5.4.3 представлен результат численного решения уравнения (5.4.2) в виде зависимости коэффициента заполнения от нормированного радиуса линзы Лüneберга.

Отметим, что минимальная величина зазора между проводниками ЧПР равна 0.15. Такие зазоры легко реализуются в рамках современных технологических процессов. Выполнив коэффициент заполнения в соответствии с кривой на рис. 5.4.3, мы получаем нужный закон распределения эффективной проницаемости только на центральной частоте рабочего диапазона. При отстройке от нее распределение в линзе выполняется с погрешностью.

На рис. 5.4.4 показана зависимость эффективной проницаемости от нормированного радиуса. Кривые 1 - 3 получены при  $f = 15.5, 16.5, 17.5$  ГГц.



*Рис. 5.4.3. Зависимость коэффициента заполнения ЧПР от нормированного радиуса линзы*



*Рис. 5.4.4. Зависимость эффективной проницаемости от нормированного радиуса на разных частотах*

Нетрудно видеть, что кривые 1 и 3 (особенно кривая 1) заметно отличаются от кривой 2, соответствующей идеальному распределению диэлектрической проницаемости.

Следует обратить внимание на то, что распределение  $\varepsilon_e$  в пространстве при изменении частоты остается однородным по азимутальной координате, так как осевая симметрия легко реализуется методами пленочной технологии. Таким образом, основные aberrации в линзе связаны с искажениями в радиальном распределении проницаемости. Поэтому для оценки технических параметров линзы наиболее актуальной является задача ее анализа в предположении об азимутальной симметрии структуры.

Следует отметить, что линза Люнеберга многократно исследовалась разными авторами при помощи разных методов [103] - [106]. Полное электродинамическое решение для пленочной структуры без использования ЭГУ, описывающих ЧПР, представляет собой весьма сложную задачу, требующую больших затрат компьютерных ресурсов. Упростить ситуацию может применение ЭГУ. Однако, и в этом случае остается необходимость решать существенно трехмерную граничную задачу в области с весьма большими электрическими размерами.

*Математическая модель двумерной линзы Люнеберга на основе изотропной среды.* Мы остановимся на двумерной модели линзы Люнеберга в виде цилиндра из неоднородного диэлектрика (см. рис. 5.4.5). Переход от трехмерной структуры к двумерной мы можем осуществить при помощи концепции эффективной диэлектрической проницаемости, о которой мы уже неоднократно говорили выше. Далее мы рассмотрим алгоритм решения двумерной электродинамической задачи, позволяющий с весьма небольшими затратами компьютерного времени находить характеристики излучения линзы Люнеберга при возбуждении ее заданными источниками.

Мы рассмотрим возбуждение структуры элементарным электрическим током

$$j_z^e = j^e \frac{\delta(r - R)}{R} \delta(\varphi - \varphi'), \quad (5.4.3)$$

расположенным в точке с координатами  $\varphi = \varphi'$ ,  $r = R$ . Источники более общего вида могут анализироваться аналогично.

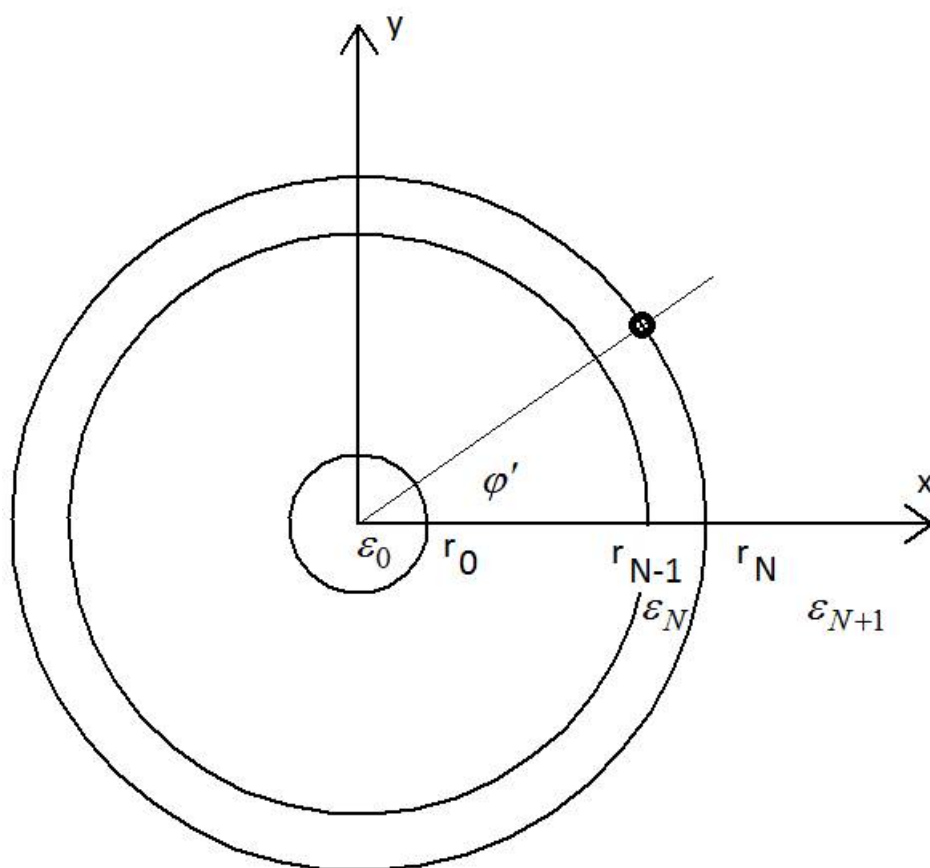


Рис. 5.4.5. Двумерная модель линзы Лунеберга

Рассматриваемая структура относится к числу слоистых структур. Их теория разработана в настоящее время достаточно подробно и на ее основе созданы эффективные численные модели, позволяющие анализировать объекты с плоскими границами, содержащие произвольное число слоев. Основная идея, обеспечивающая эффективность численных алгоритмов состоит в переходе от электродинамической задачи к эквивалентной ей задаче теории цепей СВЧ.

Аналогия между плоско - слоистыми структурами и каскадно соединенными многополюсниками известна достаточно давно [107]. Она основана на разложении поля по плоским волнам. При этом оказывается, что прохождение каждой парциальной плоской волны через набор слоев эквивалентно прохождению волны ЛП через набор четырехполюсников.

Интересующая нас структура не является плоско - слоистой, так как она обладает осевой симметрией. Для аксиально симметричных слоистых

структур также можно найти аналогию с СВЧ многополюсниками [84]. Однако, такая связь уже не столь очевидна и основана она не на разложении поля по плоским волнам, а на более естественном для полярных координат разложении по азимутальным гармоникам.

В рамках этого подхода компонента поля  $E_z$  в области с однородной проницаемостью, то есть в пределах некоторого слоя может быть представлена следующим образом:

$$E_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( A_m H_m^{(1)}(kr) + B_m H_m^{(2)}(kr) \right) e^{-im\varphi}, \quad (5.4.4)$$

где  $H_m^{(1,2)}(kr)$  - функции Ганкеля первого и второго рода. Напомним, что при выбранной зависимости от времени  $e^{i\omega t}$  функция Ганкеля первого рода описывает цилиндрическую волну, бегущую к центру, а функция второго рода волну, бегущую от центра. Таким образом, разложение (5.4.4) является представлением поля по цилиндрическим волнам, бегущим вдоль радиальной координаты в разных направлениях. Функции Ганкеля с разными порядками  $m$  соответствуют разным зависимостям поля от азимутальной координаты  $\varphi$ .

Достоинство разложения (5.4.4), в частности, состоит в том, что благодаря ортогональности функций  $\exp(-im\varphi)$  мы можем рассматривать прохождение каждой азимутальной гармоники со своим номером  $m$  через слоистую структуру независимо от гармоник с другими номерами. Для получения решения граничной задачи нам необходимо разложить поле источника в ряд аналогичный (5.4.4), решить задачу о прохождении возбужденных им в свободном пространстве цилиндрических волн через слоистую структуру и, наконец, просуммировать прошедшие волны.

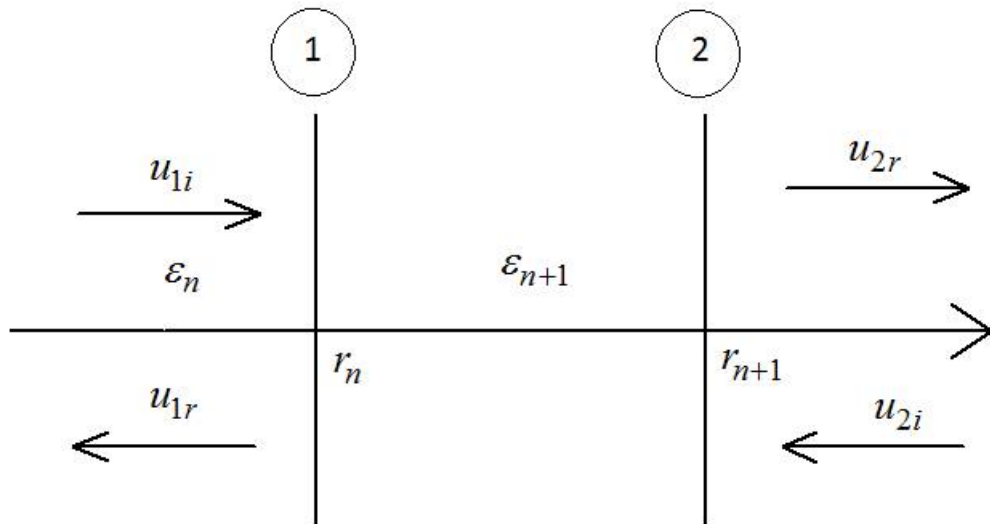


Рис. 5.4.6. Элементарный слой с номером  $n$

Рассмотрим один из слоев структуры, показанной на рис. 5.4.5. Назовем его элементарным слоем. Границы слоя расположены следующим образом. Левая граница 1 находится в слое с номером  $n$  на бесконечно малом расстоянии от точки  $r = r_n$ , в которой имеется скачок диэлектрической проницаемости. Правая граница находится в слое с номером  $n+1$  на бесконечно малом расстоянии от точки  $r = r_{n+1}$ .

Запишем поле в областях  $r < r_n$  и  $r > r_n$  в соответствии с формулой (5.4.4):

$$E_{z1n}^m = u_{1rn}^m H_m^{(1)}(k_n r) + u_{1in}^m H_m^{(2)}(k_n r), \quad (5.4.5)$$

$$E_{z2n}^m = u_{2in}^m H_m^{(1)}(k_{n+1} r) + u_{2rn}^m H_m^{(2)}(k_{n+1} r),$$

$$k_n = k \sqrt{\varepsilon_n},$$

где индекс 1 соответствует области  $r < r_n$ , а индекс 2 области  $r > r_n$ , индексы  $i, r$  показывают, что данное слагаемое описывает поле падающих и отраженных от слоя волн. В теории СВЧ многополюсников под падающими волнами понимаются волна, бегущие к слою, а под отраженными волны, бегущие от слоя.

Касательная к поверхности слоя компонента магнитного поля находится при помощи уравнений Максвелла [52]:

$$H_{z1n}^m = \left( u_{1rn}^m H_m^{(1)'}(k_n r) + u_{1in}^m H_m^{(2)'}(k_n r) \right) \frac{1}{iW_n}, \quad (5.4.6)$$

$$H_{z2n}^m = \left( u_{2in}^m H_m^{(1)'}(k_{n+1} r) + u_{2rn}^m H_m^{(2)'}(k_{n+1} r) \right) \frac{1}{iW_{n+1}},$$

где  $W_n$  - волновое сопротивление среды с проницаемостью  $\varepsilon_n$ . Штрих в формуле (5.4.6) означает производную по аргументу цилиндрической функции.

Соотношения (5.4.5), (5.4.6) записаны для азимутальной гармоники с номером  $m$ . При этом общий множитель  $\exp(-im\varphi)$  опущен. Как отмечалось выше, в силу ортогональности экспоненциальных функций мы можем удовлетворять граничным условиям при  $r = r_n$  отдельно для каждой гармоники. В результате подстановки (5.4.5), (5.4.6) в граничные условия на поверхности раздела двух сред [52] получаем:

$$u_{1rn}^m H_m^{(1)}(k_n r_n) + u_{1in}^m H_m^{(2)}(k_n r_n) = u_{2in}^m H_m^{(1)}(k_{n+1} r_n) + u_{2rn}^m H_m^{(2)}(k_{n+1} r_n), \quad (5.4.7)$$

$$\frac{u_{1rn}^m H_m^{(1)'}(k_n r_n) + u_{1in}^m H_m^{(2)'}(k_n r_n)}{W_n} = \frac{u_{2in}^m H_m^{(1)'}(k_{n+1} r_n) + u_{2rn}^m H_m^{(2)'}(k_{n+1} r_n)}{W_{n+1}}.$$

Из соотношений (5.4.7) мы можем получить связь между амплитудами отраженных и падающих волн. Запишем ее в матричной форме:

$$\hat{S}_n^m \vec{U}_{in}^m = \vec{U}_{rn}^m, \quad (5.4.8)$$

$$\vec{U}_{i,rn}^m = \begin{bmatrix} u_{1i,rn}^m \\ u_{2i,rn}^m \end{bmatrix},$$



$$\hat{S}_n^m = \begin{bmatrix} S_{11n}^m & S_{12n}^m \\ S_{21n}^m & S_{22n}^m \end{bmatrix},$$

$$\hat{S}_n^m = \left( \hat{A}_{rn}^m \right)^{-1} \hat{A}_{in}^m,$$

$$\hat{A}_{in}^m = \begin{bmatrix} \frac{H_m^{(2)}(k_n r_n)}{W_n} & -\frac{H_m^{(1)}(k_{n+1} r_n)}{W_{n+1}} \\ \frac{H_m^{(2)'}(k_n r_n)}{W_n} & -\frac{H_m^{(1)'}(k_{n+1} r_n)}{W_{n+1}} \end{bmatrix},$$

$$\hat{A}_{rn}^m = \begin{bmatrix} -\frac{H_m^{(1)}(k_n r_n)}{W_n} & \frac{H_m^{(2)}(k_{n+1} r_n)}{W_{n+1}} \\ \frac{H_m^{(1)'}(k_n r_n)}{W_n} & \frac{H_m^{(2)'}(k_{n+1} r_n)}{W_{n+1}} \end{bmatrix}.$$

Матрица  $\hat{S}_n^m$  имеет смысл матрицы рассеяния элементарного слоя для  $m$ -ой азимутальной гармоники. Перейдем далее к матрице передачи элементарного слоя  $\hat{T}_n^m$ . Для этого введем вектора  $\vec{V}_{1,2n}^m$ :

$$\vec{V}_{1n}^m = \begin{bmatrix} u_{1in}^m \\ u_{1rn}^m \end{bmatrix}, \quad \vec{V}_{2n}^m = \begin{bmatrix} u_{2rn}^m \\ u_{2in}^m \end{bmatrix}. \quad (5.4.9)$$

Вектора  $\vec{V}_{1,2n}^m$  связаны с векторами  $\vec{U}_{i,rm}^m$  следующим образом:

$$\vec{U}_{in}^m = \hat{q}_1 \vec{V}_{1n}^m + \hat{q}_2 \vec{V}_{2n}^m, \quad (5.4.10)$$

$$\vec{U}_{rn}^m = \hat{p}_1 \vec{V}_{1n}^m + \hat{p}_2 \vec{V}_{2n}^m,$$

$$\hat{q}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{q}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\hat{p}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{p}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Подставляя выражения (5.4.10) в соотношение (5.4.8), получаем искомую матрицу передачи:

$$\hat{T}_n^m \vec{V}_{1,n}^m = \vec{V}_{2,n}^m \quad (5.4.11)$$

$$\hat{T}_n^m = \left( \hat{p}_2 - \hat{S}_n^m \hat{q}_2 \right)^{-1} \left( \hat{S}_n^m \hat{q}_1 - \hat{p}_1 \right).$$

Нетрудно увидеть, что между векторами  $\vec{V}_{1,2n}^m$  соседних слоев выполняется следующее соотношение:

$$\vec{V}_{2n}^m = \vec{V}_{1n+1}^m. \quad (5.4.12)$$

Применяя его последовательно ко всем слоям, начиная с нулевого, получаем:

$$\vec{V}_{2N+1}^m = \left( \hat{T}_N^m \dots \hat{T}_0^m \right) \vec{V}_{10}^m. \quad (5.4.13)$$

Соотношение (5.4.13) дает нам прямую связь между амплитудами волн на поверхности линзы Люнеберга и в нулевом элементарном слое. Для дальнейших преобразований мы должны учесть связь между амплитудами волн в нулевом слое. Он занимает особое положение, так как в нем находится начало координат, в котором цилиндрические функции имеют особенности. Чтобы исключить поля, уходящие в бесконечность мы должны положить:

$$u_{1i0}^m = u_{1r0}^m, \quad (5.4.14)$$

Благодаря равенству (5.4.14) особенности функций Ганкеля первого и второго компенсируются.

Далее находим вектор  $\vec{V}_{2N+1}^m$ :

$$\vec{V}_{2N+1}^m = \left( \hat{T}_N^m \dots \hat{T}_0^m \right) \vec{e}, \quad (5.4.15)$$

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Из соотношения (5.4.15) получаем коэффициент отражения волны от поверхности линзы Люнеберга:

$$u_{r2N+1}^m = R^m u_{i2N+1}^m, \quad (5.4.17)$$

$$R^m = \frac{\left( \left( \hat{T}_N^m \dots \hat{T}_0^m \right) \vec{e} \right)_1}{\left( \left( \hat{T}_N^m \dots \hat{T}_0^m \right) \vec{e} \right)_2}.$$

Соотношение (5.4.17) связывает амплитуды отраженных и падающих на линзу цилиндрических волн. Для определения поля излучения линзы нам необходимо учесть присутствие источника возбуждения (5.4.3). Воспользуемся результатом работы [52]:

$$E_{z0} = -\frac{kW_0}{4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-im(\varphi-\varphi')} \begin{cases} H_m^{(2)}(kr)H_m^{(1)}(kR), & r > R, \\ H_m^{(2)}(kR)H_m^{(1)}(kr), & r < R. \end{cases} \quad (5.4.18)$$

Нетрудно получить при помощи (5.4.18):

$$u_{i2N+1}^m = -\frac{kW_0}{4} H_m^{(2)}(kR) e^{im\varphi'}. \quad (5.4.19)$$

Введем новое обозначение:

$$u_0^m = -\frac{kW_0}{4} H_m^{(1)}(kR) e^{im\varphi'}. \quad (5.4.20)$$

Теперь мы можем записать полное поле в области  $r > R$ :

$$E_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( u_0^m + R^{|m|} u_{i2N+1}^m \right) H_m^{(2)}(kr) e^{-im\varphi}. \quad (5.4.21)$$

Наибольший практический интерес представляет ДН излучения линзы Люнеберга. Ее можно рассчитать при помощи выражения (5.4.21), если воспользоваться известными асимптотическими представлениями цилиндрических функций [70]:

$$H_m^{(2)}(kr) = \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{-i(kr - \pi m / 2 - \pi / 4)}. \quad (5.4.22)$$

Подставим формулу (5.4.22) в (5.4.21) и найдем зависимость поля в дальней зоне от угла  $\varphi$ , которая описывает с точностью до постоянного множителя искомую ДН линзы  $F(\varphi)$ :

$$F(\varphi) = \sqrt{\frac{2}{\pi k}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( u_0^m + R^{|m|} u_{i2N+1}^m \right) e^{i(\pi m/2 + \pi/4)} e^{-im\varphi}. \quad (5.4.23)$$

Описанный выше подход не позволяет прямо найти поле внутри исследуемой структуры. Для решения этой задачи его необходимо незначительно модифицировать. Однако, предложенный алгоритм дает весьма эффективное в численном отношении решение наиболее интересной задачи о ДН линзы.

Рассмотрим пример расчета ДН линзы Люнеберга. Она показана на рис. 5.4.7. Нормированная ДН получена для  $R = 100$ ,  $f = 30$  ГГц,  $\varphi' = \pi$ . ДН нормирована на свое значение в точке максимума.

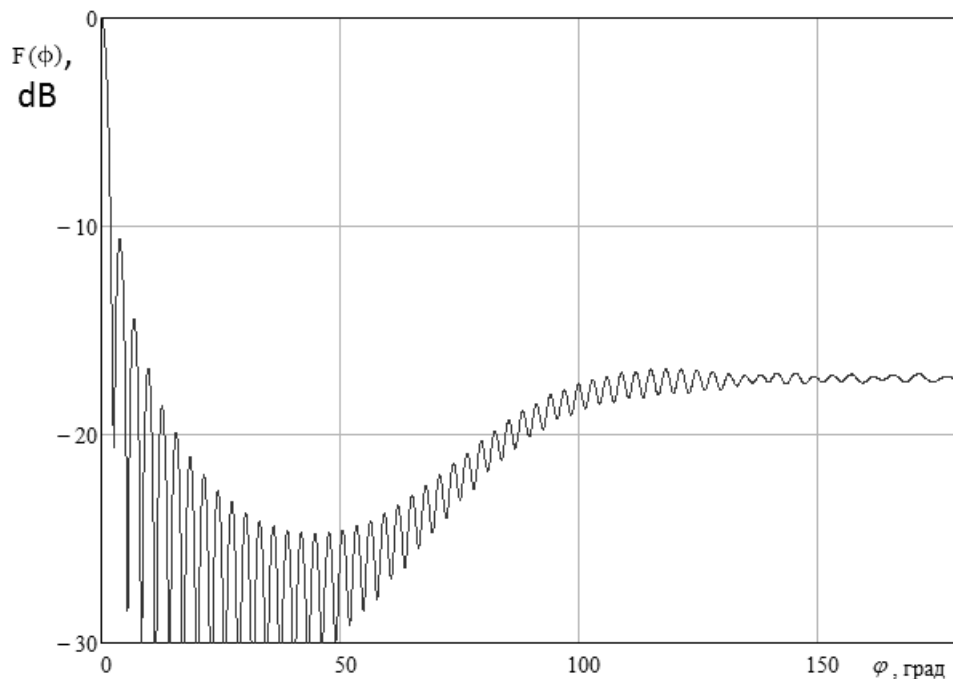


Рис. 5.4.7. ДН линзы Люнеберга

Довольно высокий уровень излучения в направлении  $\varphi = \pi$  не должен вызывать удивления. Он связан с отсутствием направленности элементарного электрического диполя, который возбуждает линзу.

Рассмотрим теперь поведение планарной линзы Люнеберга с  $E$ -волной в диапазоне частот. Выше мы рассмотрели реализацию среды с переменной проницаемостью, меняющейся в диапазоне от единицы до двух.

Будем использовать параметры ЧПР и диэлектрической пластины, полученные ранее только уменьшим их в три раза и перейдем в ММД. Теперь частота, на которой линза имеет идеальное распределение проницаемости равна 48 ГГц.

На рис. 5.4.8 представлены ДН линзы. Кривые 1 - 5 получены для частот 46,47,48,49,50 ГГц. Радиус линзы  $R = 100$ .

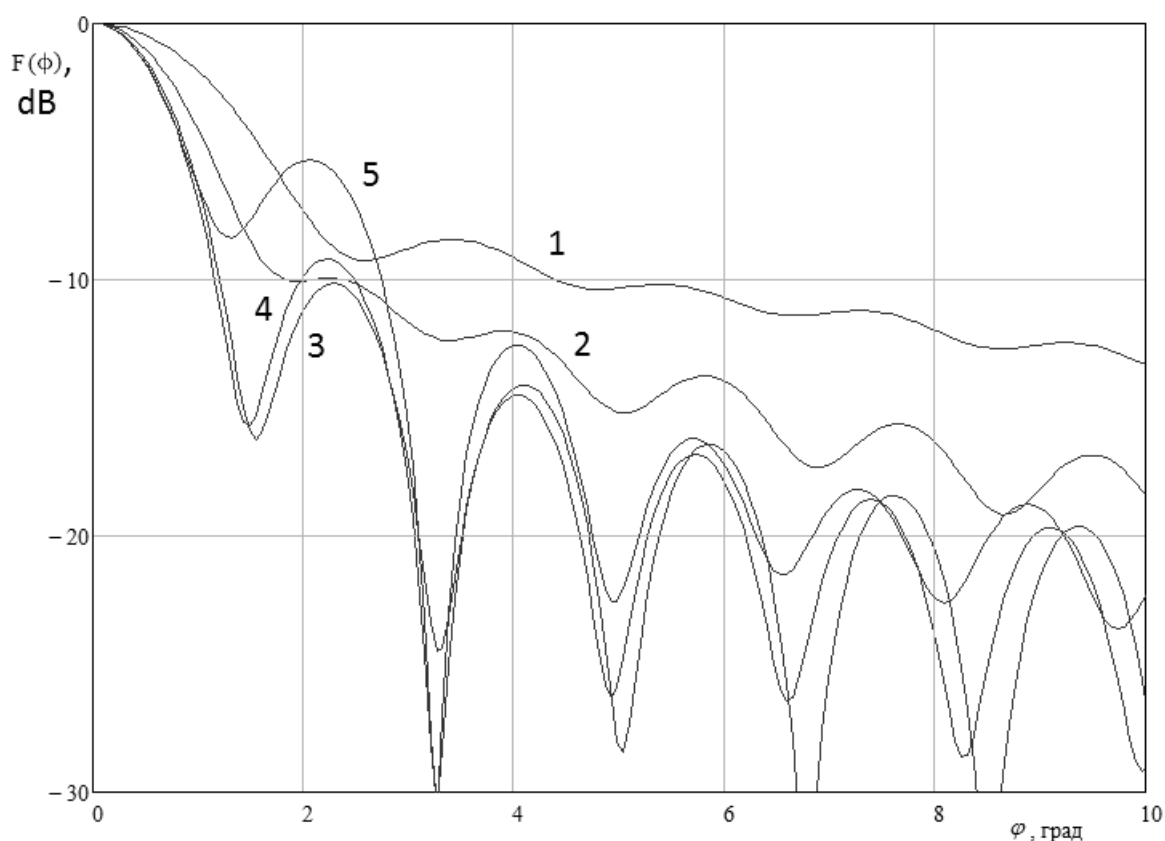


Рис. 5.4.8. ДН линзы Люнеберга с  $R = 100$  в диапазоне частот

Видно, что на центральной частоте наша структура имеет ДН, совпадающую с ДН идеальной линзы (см. рис. 5.4.7). При уменьшении частоты главный луч расширяется, боковые лепестки сливаются, а их средний уровень возрастает. Увеличение частоты не вызывает расширения главного лепестка, однако боковые лепестки существенно возрастают. Анализируя ДН на рис. 5.4.8, можно сделать вывод, что рассматриваемой устройстве сохраняет приемлемую ДН в диапазоне 2 ГГц. Относительный диапазон рабочих частот при этом составляет 5%.

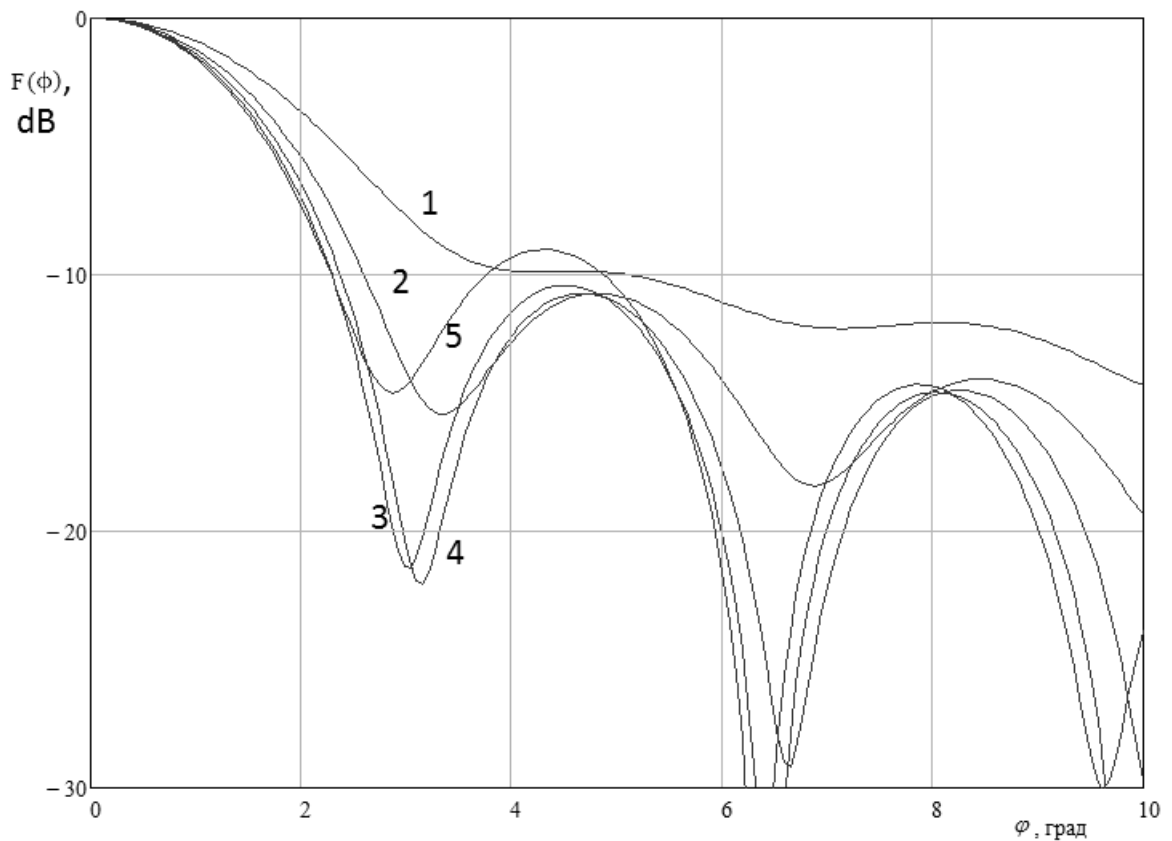


Рис. 5.4.9. ДН линзы с  $R = 50$  в диапазоне частот

При уменьшении радиуса линзы влияние неидеального распределения диэлектрической проницаемости сказывается не столь существенно, как в рассмотренном примере. На рис. 5.4.9 показаны ДН на тех же частотах для линзы с  $R = 50$ . Нетрудно увидеть, что искажения ДН, сопоставимые с приведенными на рис. 5.4.8 происходят уже в диапазоне близком к 10%.

*Анизотропные линзы Люнеберга.* Рассмотрим далее некоторые вопросы расчета и проектирования линз Люнеберга на основе анизотропных структур. Первым этапом исследования такого устройства является его синтез, то есть определение закона изменения тензора диэлектрической проницаемости  $\hat{\epsilon}_e$  или коэффициента преломления  $\hat{n}$ , которые имеют азимутальную и радиальную компоненты.

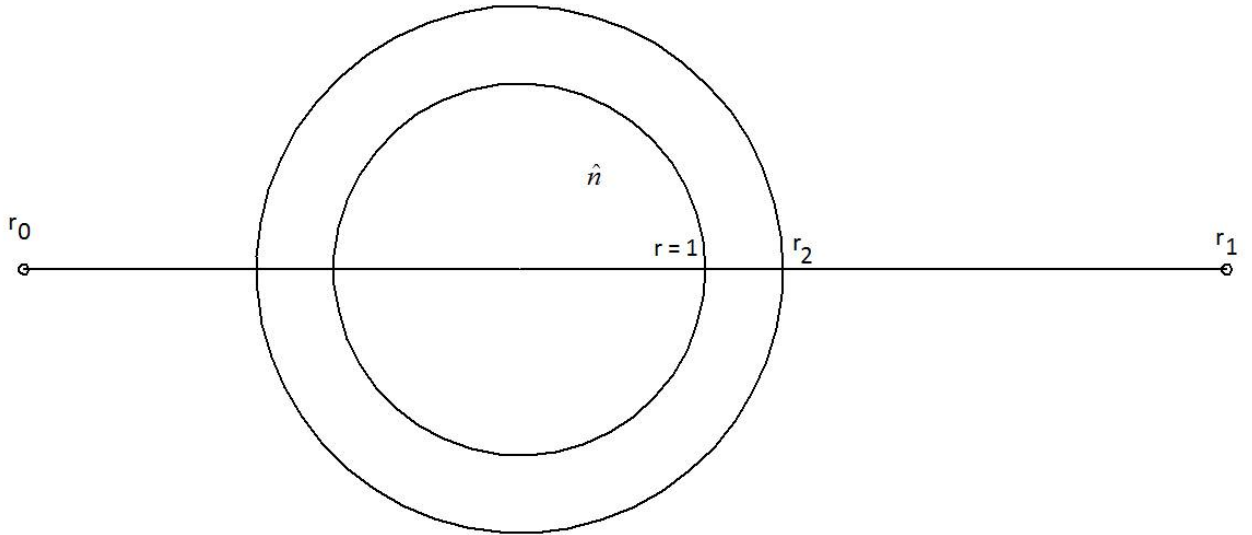


Рис. 5.4.10. Синтез анизотропной линзы Лунеберга

Впервые эта задача была решена в работе [102]. Приведем без доказательства ее основные результаты. Рассматривалась линза общего вида (см. рис. 5.4.10). Она имеет два фокуса, которые характеризуются фокусными расстояниями  $r_{0,1}$ , где  $r$  - нормированная радиальная координата. Нормировка проводится на радиус линзы  $R$ . Таким образом, на ее поверхности  $r = 1$ . Также анализируемая структура имеет оболочку радиуса  $r_2$ . Коэффициент преломления оболочки не зависит от радиуса.

Компоненты тензора  $\hat{n}$  могут быть представлены в параметрическом виде:

$$n_r = q/r, \quad n_\phi = n_r/m(r), \quad (5.4.24)$$

где

$$r = F[\ln(q) - \Psi(q) + \Omega(q)], \quad (5.4.25)$$

$$\Omega(q) = \frac{2}{\pi} \int_{r_2}^1 \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{1-q^2}{Q^2(r)-1}} \right) \cdot \frac{m(r)dr}{r}, \quad (5.4.26)$$

$$\Psi(q) = w(q, r_0) + w(q, r_1), \quad (5.4.27)$$

$$w(q, s) = \frac{1}{\pi} \int_q^1 \frac{\arcsin(c, s)dc}{\sqrt{c^2 - q^2}}, \quad (5.4.28)$$

для линзы с внешним фокусом ( $r_0 > 1$ ),

$$\Psi(q) = w(q, r_1) + w(q, 1), \quad (5.4.29)$$

$$\Omega(q) = \frac{2}{\pi} \int_{r_2}^{r_0} \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{1-q^2}{Q^2(r)-1}} \right) \cdot \frac{m(r)dr}{r} + \frac{1}{\pi} \int_{r_0}^1 \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{1-q^2}{Q^2(r)-1}} \right) \cdot \frac{m(r)dr}{r} \quad (5.4.30)$$

для линзы с внутренним фокусом ( $r_0 < 1$ ).

Функция  $F(f) = r(f)$  определяется из уравнения

$$f(r) = \int_{r_2}^r \frac{m(r)dr}{r}, \quad (5.4.31)$$

где  $m(r)$  и  $Q(r)$  - положительные кусочно-непрерывные функции, заданные, соответственно, на отрезках  $[0, 1]$  и  $[r_2, 1]$ , параметр  $q$  пробегает все значения от 0 до 1.

Необходимые и достаточные условия существования решения для линзы с внешним фокусом описываются соотношениями

$$(\arcsin(1/r_0) + \arcsin(1/r_1))/2 \geq \int_{r_2}^1 \left( \sqrt{\frac{1-q^2}{Q^2(r)-1}} \right) \cdot \frac{m(r)dr}{r} \quad (5.4.32)$$

и

$$(\pi/2 + \arcsin(1/r_1))/2 \geq \int_{r_2}^{r_0} \left( \sqrt{\frac{1-q^2}{Q^2(r)-1}} \right) \cdot \frac{m(r)dr}{r} + \frac{1}{2} \int_{r_0}^1 \left( \sqrt{\frac{1-q^2}{Q^2(r)-1}} \right) \cdot \frac{m(r)dr}{r} \quad (5.4.33)$$

для линзы с внутренним фокусом.

Как видно из формул (5.4.24), (5.4.25) решение для компонент тензора коэффициента преломления  $n_r$  и  $n_\varphi$  зависит от двух произвольных функций -  $\Omega(q)$  и  $m(r)$ .

Функция  $m(r)$  определяется конструкцией и материалом линзы, функция  $\Omega(q) = rn_r$ , где  $n_r$  - радиальная компонента тензора коэффициента преломления внутри оболочки ( $r_2 < r < 1$ ). Кроме того, решение зависит от геометрических параметров: фокусных расстояний  $r_0$  и  $r_1$ , а также радиуса оболочки  $r_2$ . При  $r_1 = \infty$ , т.е. когда на выходе линзы формируется плоский волновой фронт, функция  $w(q, r_1) = 0$ . Когда второй фокус находится на



поверхности линзы, т.е.  $r_0 = 1$ ,  $w(q, r_0) = \ln(\sqrt{1 + \sqrt{1 - q^2}})$ , а выражение для радиальной компоненты коэффициента преломления принимает вид

$$n_r(q) = \frac{1}{r_2} \exp(w(q, 1) - \Omega(q)) = \frac{1}{r_2} \left( \sqrt{1 + \sqrt{1 - q^2}} \cdot \exp(-\Omega(q)) \right) \quad (5.4.34)$$

При отсутствии оболочки ( $r_2 = 1$ ) функция  $\Omega(q) = 0$  и решение (5.4.34) приобретает вид  $n_r(q) = \sqrt{1 + \sqrt{1 - q^2}}$ , которое при отсутствии анизотропии ( $n_r = n_\phi = n$ ,  $r = \ln q$ ) переходит в классическое решение Люнеберга:  $n^2 = 2 - r^2$  для линзы с одним фокусом на поверхности, а другим - в бесконечности [99].

Распределение тензора  $\hat{n}$  может быть выполнено при помощи разных структур, например, изображенной на рис. 5.4.1 е. С точки зрения интегральной технологии предпочтительнее структура, образованная кольцами из тонких диэлектрических слоев с высокой проницаемостью. Следующим этапом исследования анизотропной линзы является определение связи тензора коэффициента преломления с геометрическими параметрами структуры образующей линзу. При решении этой задачи мы примем ряд допущений. Будем рассматривать структуры, не имеющие кривизны. Например, заменим диэлектрических кольца (см. рис. 5.4.1 е) прямолинейными слоями. Такая замена допустима только для колец с большим электрическим радиусом. Это условие выполняется для большей части линзы. Кроме того, будем рассматривать плоско - слоистую структуру с постоянными параметрами, полагая, что коэффициент преломления линзы меняется достаточно медленно.

С учетом принятых допущений ключевой задачей для линзы на основе ПВ (рис. 5.4.1 е), в котором распространяется основная  $T$  - волна, является двумерная задача, геометрия которой показана на рис. 5.4.11. На рис. 5.4.11 изображен период структуры  $P$ , образованной диэлектрическими пластинами толщиной  $d$  и проницаемостью  $\varepsilon$ . Мы ищем решение для электрических

волн с компонентами  $H_y, H_z, E_x$ . Переход к двумерной структуре для  $T$ -волн ПВ является строгим. Мы его уже неоднократно обсуждали выше.

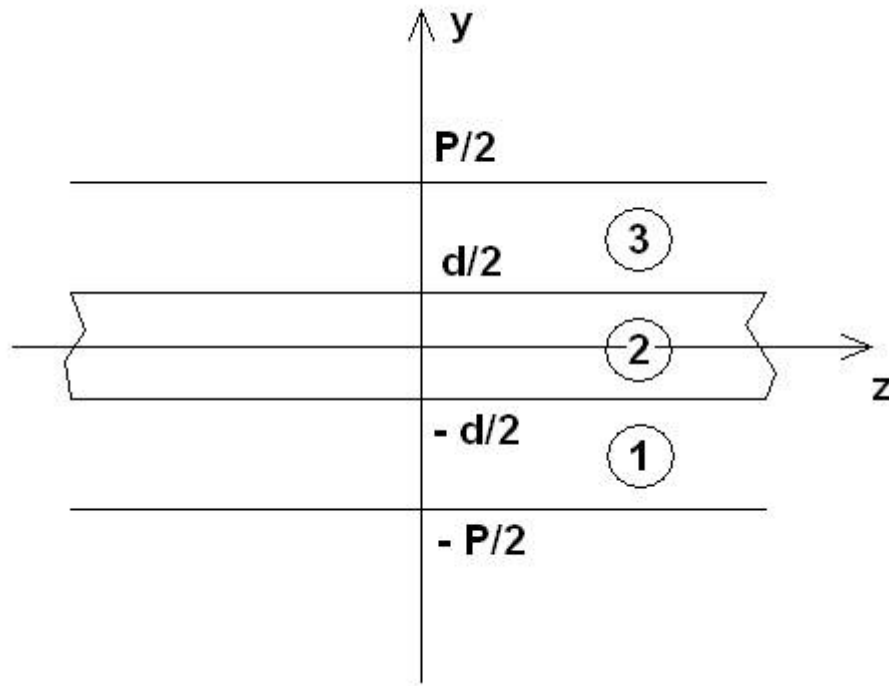


Рис. 5.4.11. Период решетки диэлектрических пластин

Анализировать пленочную структуру в рамках двумерной модели можно лишь приближенно, используя концепцию эффективной диэлектрической проницаемости.

Компоненту электрического поля  $E_x$  ищем в следующем виде:

$$E_{x1} = A \operatorname{ch} p(y + P/2) + B \operatorname{sh} p(y + P/2), \quad (5.4.35)$$

$$E_{x2} = C \cos qy + D \sin qy,$$

$$E_{x3} = E \operatorname{ch} p(y - P/2) + F \operatorname{sh} p(y - P/2),$$

$$p = \sqrt{\gamma^2 - k^2}, \quad q = \sqrt{\varepsilon k^2 - \gamma^2},$$

где  $A, B, C, D, E, F$  - неизвестные постоянные, индексы 1,2,3 соответствуют полям в разных областях (см. рис. 5.4.11),  $\gamma$  - неизвестная постоянная распространения волны,  $k$  - волновое число свободного пространства,  $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость пластины. Множитель

$\exp(-i\gamma z)$ , описывающий зависимость поля от координаты  $z$  в выражениях (5.4.35) опущен. Компоненты магнитного поля могут быть получены из (5.4.35) при помощи уравнений Максвелла.

Поля должны удовлетворять граничным условиям при  $y = \pm d/2$  и  $y = \pm P/2$ :

$$E_{x1}(-d/2) = E_{x2}(-d/2), \quad (5.4.36)$$

$$E_{x3}(d/2) = E_{x2}(d/2),$$

$$H_{z1}(-d/2) = H_{z2}(-d/2),$$

$$H_{z3}(d/2) = H_{z2}(d/2),$$

$$E_{x1}(-P/2)e^{-i\beta P} = E_{x3}(P/2), \quad (5.4.37)$$

$$H_{z1}(-P/2)e^{-i\beta P} = H_{z3}(P/2).$$

Граничные условия непрерывности тангенциальных компонент поля (5.4.36) установлены на поверхностях пластины. Условия (5.4.37) установлены на границах периода структуры. Они описывают квазипериодичность поля в решетке, которая заключается в том, что поля в соседних периодах равны друг другу с точностью до фазового множителя  $\exp(-i\beta P)$ , где  $\beta$  - постоянная задающая фазовый сдвиг между полями в соседних периодах.

Дальнейшее решение граничной задачи связано с подстановкой выражений для полей в граничные условия (5.4.36) и (5.4.37). Данная операция приводит нас к системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $A, B, C, D, E, F$ . Мы имеем шесть неизвестных и шесть уравнений. Далее воспользуемся условием существования нетривиальных решений системы, приравняв ее определитель нулю. Условие равенства определителя нулю дает нам искомое уравнение относительно постоянной распространения  $\gamma$ . Уравнения такого типа получили название

дисперсионных уравнений. Для них возможно только численное решение. Приводить в явном виде громоздкое дисперсионное уравнение мы не будем, а рассмотрим некоторые результаты его решения.

Решение дисперсионного уравнения позволяет определить зависимость постоянной распространения  $\gamma$  от параметра  $\beta$ . Физический смысл  $\beta$  состоит в том, что он является проекцией волнового вектора волны периодической структуры  $\vec{k}$  на ось  $Oy$ . Вторая его проекция на ось  $Oz$  равна  $\gamma$ .

С другой стороны, мы ставим в соответствие периодической структуре изображенной на рис. 5.4.11 однородную анизотропную среду с тензорным коэффициентом преломления  $\hat{n}$ . Анизотропия коэффициента преломления может быть следствием как анизотропии диэлектрической, так и магнитной проницаемостей. В случае  $E$ -волн анизотропия в двумерной структуре может быть обусловлена только магнитной проницаемостью.

Поэтому рассмотрим однородную среду с диагональным тензором  $\hat{\mu}$ :

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}. \quad (5.4.38)$$

Ищем решение для компоненты  $E_x$  волны электрического типа в следующем виде:

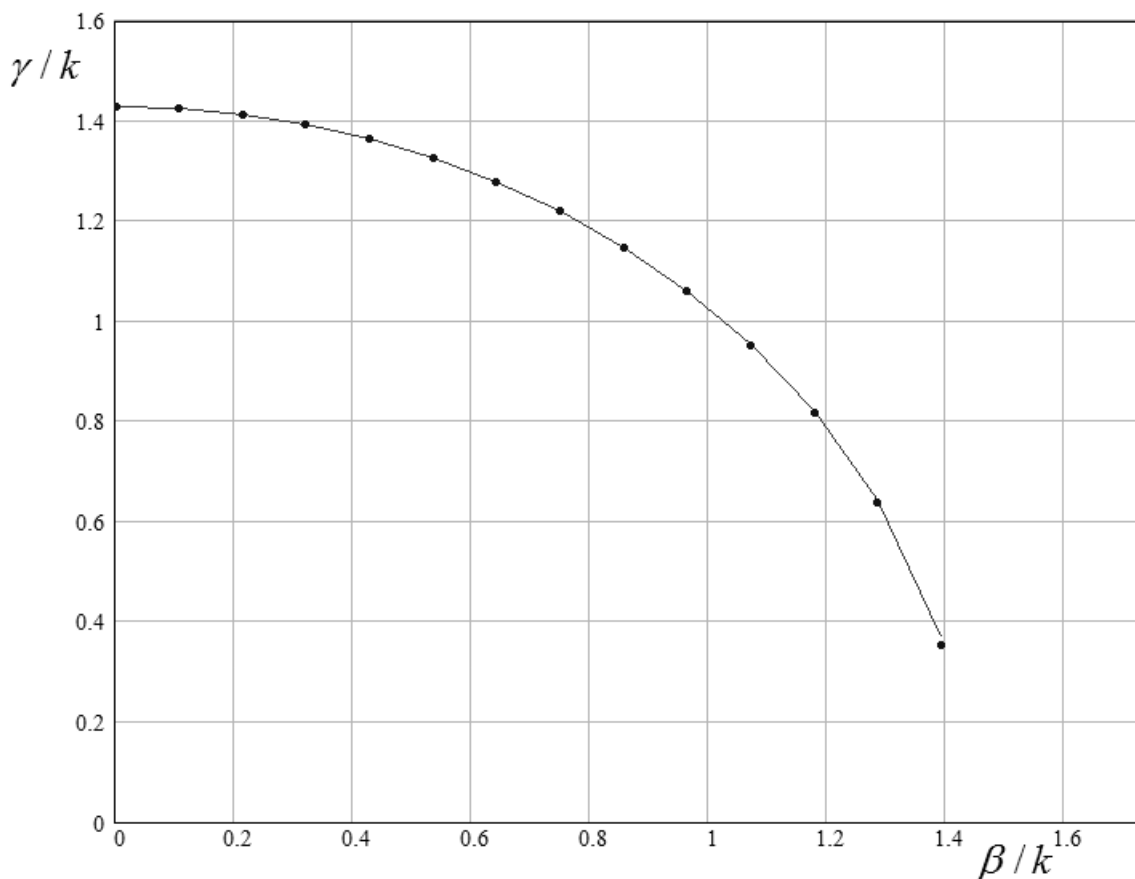
$$E_x = e^{-i\gamma_e z - i\beta y}. \quad (5.4.39)$$

Данная задача хорошо известна в электродинамике. Ее решение дает связь между постоянными распространения:

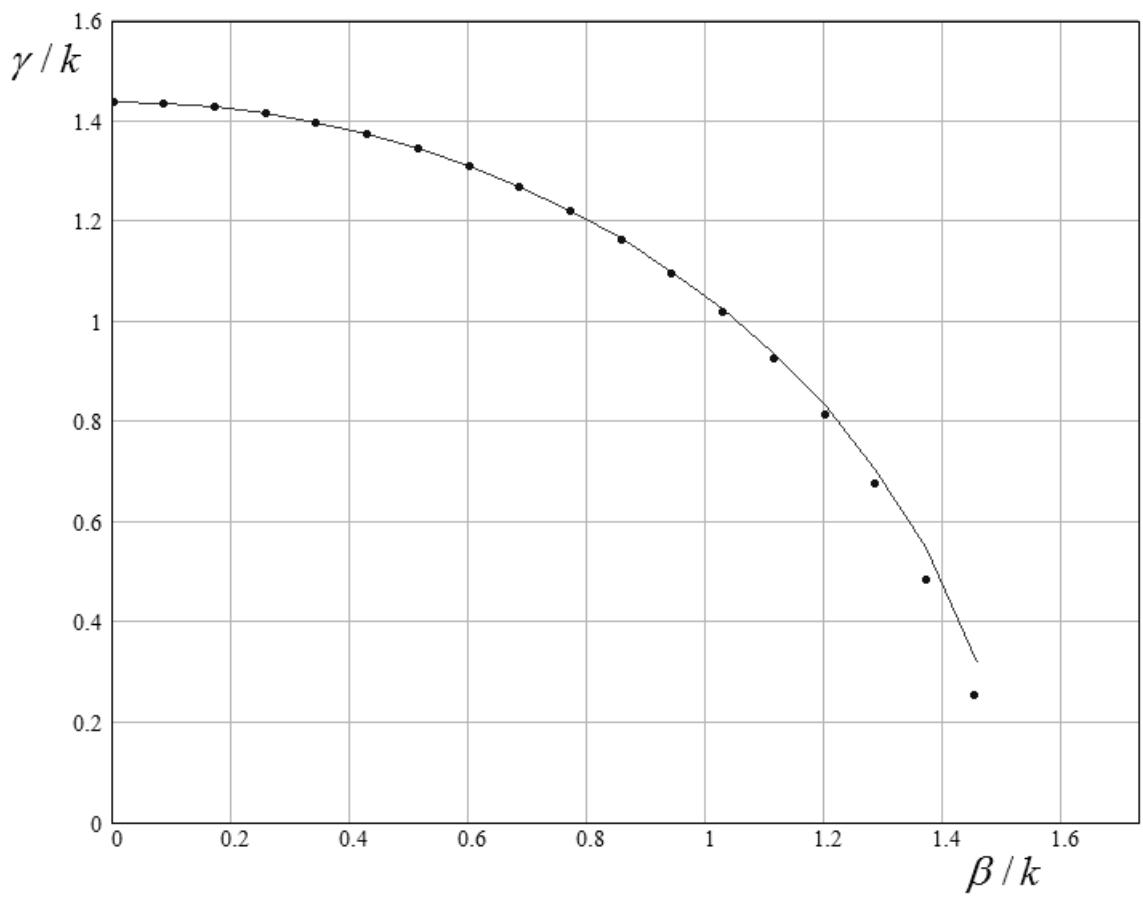
$$\gamma_e = \sqrt{\mu_y \left( k^2 - \frac{\beta^2}{\mu_z} \right)}, \quad (5.4.40)$$

где  $k$  - волновое число свободного пространства. Соотношение (5.4.40) получено в предположении равенства диэлектрической проницаемости среды единице.

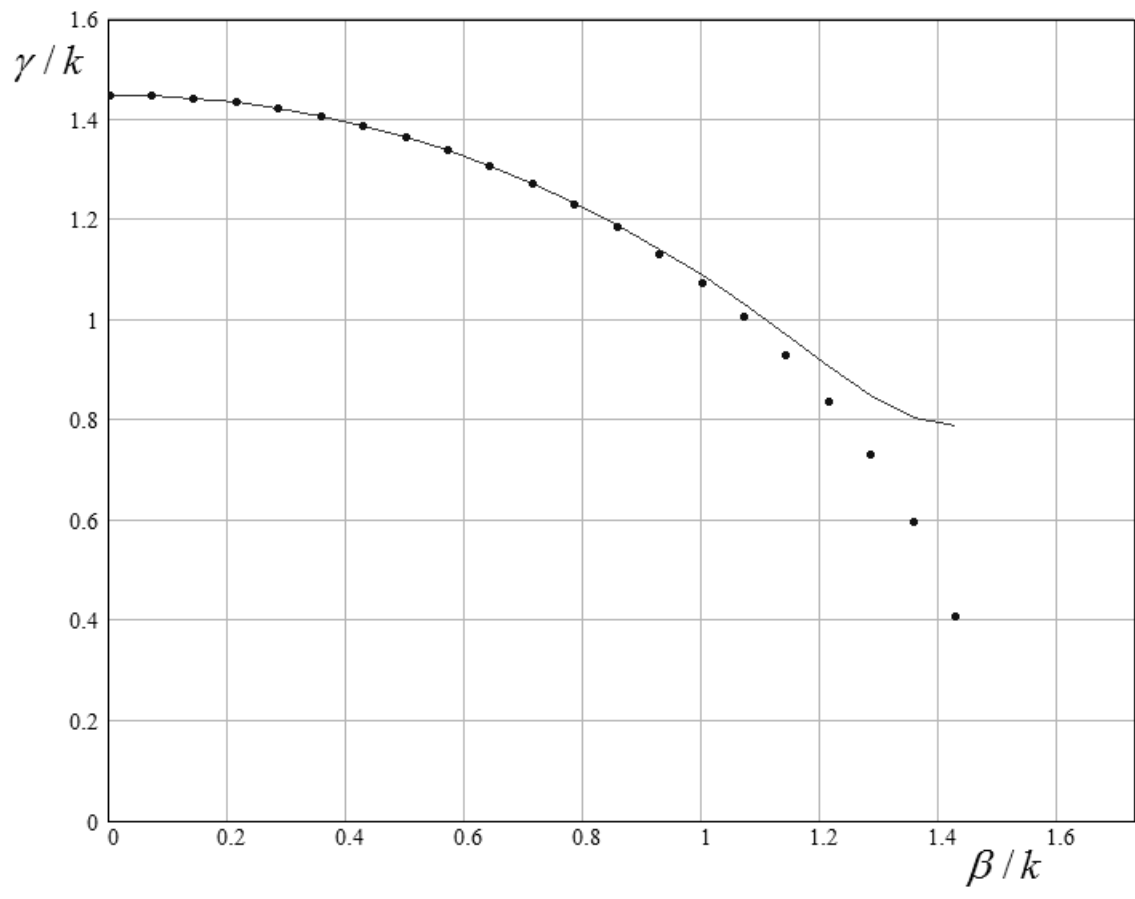
Нам необходимо выбрать параметры  $\mu_{y,z}$  таким образом, чтобы зависимость  $\gamma_e(\beta)$  наилучшим образом совпадала с решением дисперсионного уравнения  $\gamma(\beta)$ . На рис. 5.4.12 а - в показана зависимость нормированной на волновое число свободного пространства постоянной распространения вдоль оси  $Oz$  от нормированного параметра  $\beta/k$ . Кривые и точки на рис. 5.4.12 а - в получены при  $d/P = 0.5$ ,  $f = 35$  ГГц,  $\varepsilon = 2$ ,  $P = 2, 2.5, 3$  соответственно.



а



б



в

*Рис. 5.4.12. Зависимость нормированной постоянной распространения вдоль оси Oz от нормированной постоянной распространения вдоль оси Oy*

Непрерывные кривые соответствуют расчетам по точной электродинамической модели, а точки получены при помощи формулы (5.4.40). Компоненты тензора магнитной проницаемости получены путем выполнения равенства  $\gamma = \gamma_e$  в точках  $\beta = 0$  и  $\beta = k/2$ . Видно, что при относительно малом периоде структуры обе модели дают практически точно совпадающие результаты. Увеличение периода приводит к их расхождению в области больших значений  $\beta$ . При этом совпадение по-прежнему наблюдается в окрестности нуля. Описанный выше подход позволяет оценить пределы применимости описания периодических структур однородными средами.

Дальнейшее обсуждение проблем проектирования, экспериментального исследования и практического использования градиентных линз можно найти в главе 9, в которой приводится обзор последних результатов в этой области.

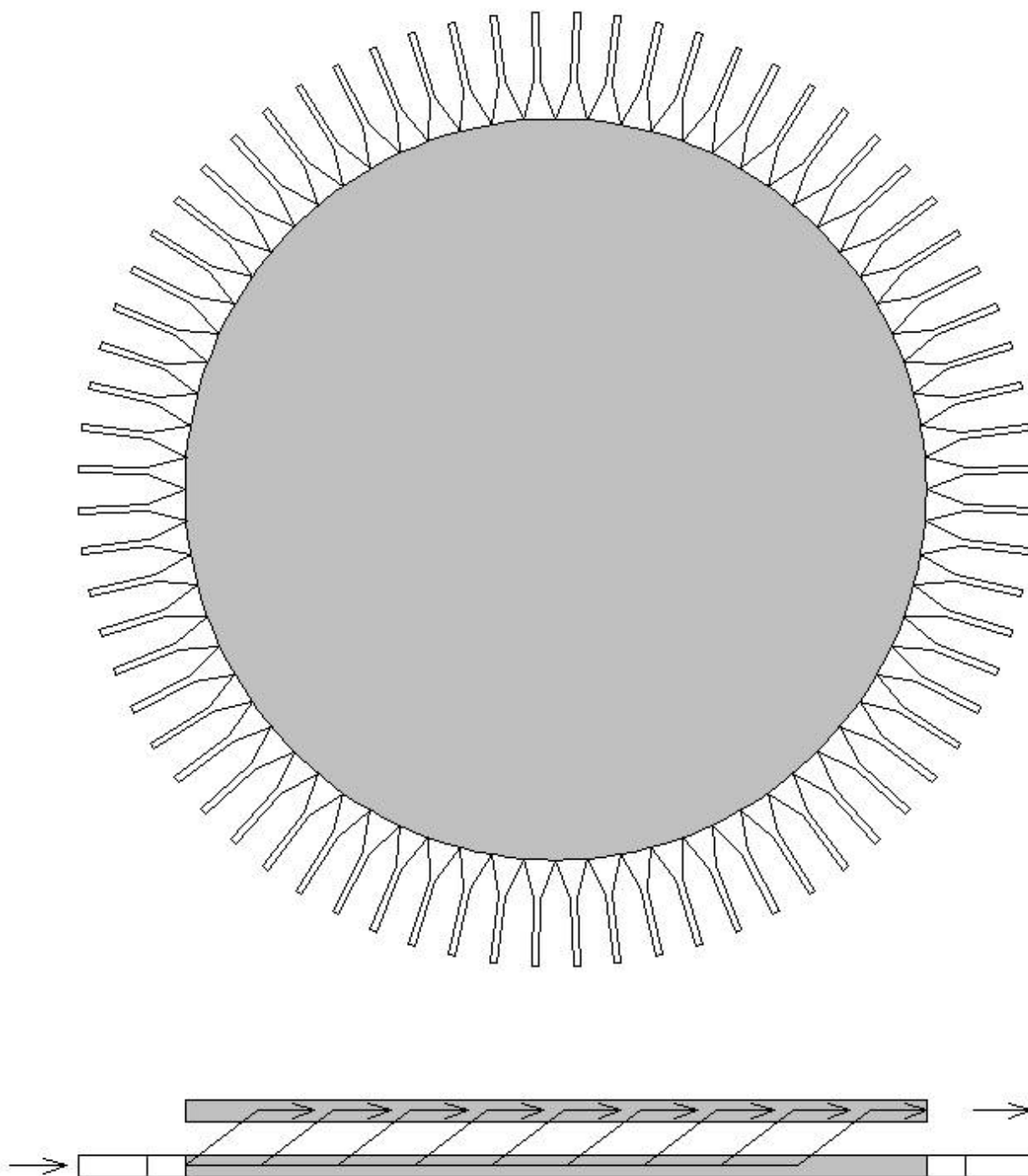
## 5.5. Двухслойные планарные линзы Люнеберга

*Постановка задачи.* Линзы Люнеберга привлекают внимание благодаря уникальной возможности обзора пространства в полном секторе азимутальных углов и углов места без уменьшения коэффициента направленного действия (КНД), обусловленного отклонением луча от некоторого направления. Двумерные или планарные линзы Люнеберга [80] потенциально обеспечивают обзор пространства в полном секторе азимутальных углов.

Следует отметить, что основное достоинство линз Люнеберга весьма непросто реализовать на практике вследствие эффекта затенения. Нетрудно увидеть, что размещение облучателей линзы вдоль всей ее образующей неизбежно приводит к тому, что сформированный одним из них луч искажается облучателями, расположенными на противоположной стороне линзы. В результате сканирование без эффекта затенения допустимо только в секторе углов близком к  $90^{\circ}$ .

В данном разделе рассматривается вариант построения линзы Люнеберга, в котором снимается проблема затенения и который увеличивает сектор обзора до  $360^{\circ}$ . Указанный положительный эффект достигается за счет использования двухслойной конструкции, которая схематично показана на рис. 5.5.1.





*Рис. 5.5.1. Структурная схема двухслойной линзы Люнеберга*

Линза состоит из двух ПЛВ. Они могут иметь различную конструкцию, например, их можно выполнить в виде ПВ, планарных диэлектрических волноводов и т.д. Важно, что их эффективная диэлектрическая проницаемость меняется от центра линзы к ее образующей по закону, который обеспечивает преобразование цилиндрической волны облучателя в плоскую волну на

выходе линзы. Также существенным фактором служит распределенная связь ПлВ. Благодаря этой связи волна по мере распространения вдоль нижнего слоя постепенно переходит на верхний слой свободный от облучателей. Задачей проектирования такой линзы является определение не только закона изменения эффективной диэлектрической проницаемости ПлВ, но и закона распределения линейного коэффициента связи между ПлВ. К выбору линейного коэффициента связи предъявляется требование полной перекачки мощности волны, сформированной облучателем на верхний слой линзы. Нетрудно увидеть, что при этом излучение в свободное пространство происходит с верхнего слоя, минуя облучатели. Таким образом, негативное влияние эффекта затенения устраняется.

В данной работе рассматривается простейший вариант выполнения двухслойной линзы, который будет описан ниже. Он не обеспечивает идеального выполнения требований фазовой коррекции волны и полной перекачки ее мощности на верхний слой. Тем не менее, далее будет показано, что снижение КНД, обусловленное указанными погрешностями весьма мало и предлагаемая линза может использоваться в практических приложениях. Отметим также, что в апертурных антеннах, к которым относится анализируемая линза, в качестве параметра, характеризующего ее эффективность часто используют, так называемый, КИП.

Исследование двухслойной линзы включает следующие этапы:

1. Исследование в рамках теории связанных волн. На этом этапе мы зададим законы распределения эффективной проницаемости и ЛКС и решим задачу об определении амплитудно – фазового распределения поля на выходе линзы, которое формируется точечным источником, расположенным на ее образующей. По найденному распределению мы найдем потери мощности, обусловленные неполной перекачкой энергии на верхний слой и потери КНД, обусловленные неидеальностью сформированного распределения поля.

2. На следующем этапе мы рассмотрим возможную реализацию линзы в виде двух связанных ПЛВ. Особенностью этих ПЛВ служит то, что их экраны выполнены в виде двумерных решеток. Параметры решеток могут меняться в плоскости линзы. Благодаря этому появляется возможность выполнения заданных на первом этапе законов изменения эффективной проницаемости и ЛКС. Также мы рассмотрим линзу с неоднородным заполнением ПЛВ.

*Структура двухслойной линзы Люнеберга.* Будем рассматривать линзу с одинаковыми ПЛВ. Благодаря этому структура имеет плоскость симметрии. Из теории связанных волн следует [11], что в симметричной структуре могут распространяться две основные волны, которые принято называть четной и нечетной. Четная волна соответствует размещению в плоскости симметрии магнитной, а нечетная волна электрической стенки. Эти волны имеют разные постоянные распространения  $\gamma_c$  и  $\gamma_n$ . Через них определяется упоминавшийся ЛКС  $C$ :

$$C = \frac{\gamma_c - \gamma_n}{2}. \quad (5.5.1)$$

Особенностью двухслойной линзы является то, что она описывается двумя эффективными проницаемостями  $\varepsilon_{ec}$  и  $\varepsilon_{en}$ , которые связаны с постоянными  $\gamma_c$  и  $\gamma_n$ :

$$\varepsilon_{ec} = \left( \frac{\gamma_c}{k} \right)^2, \quad (5.5.2)$$

$$\varepsilon_{en} = \left( \frac{\gamma_n}{k} \right)^2,$$

где  $k$  - волновое число свободного пространства.

В общем случае задача синтеза двухслойной линзы Люнеберга состоит в определении двух функций  $\varepsilon_{ec,n}(r)$ , исходя из сформулированных выше требований.

Мы упростим задачу, предполагая, что ЛКС является малым параметром:

$$\frac{C}{\gamma_{c,n}} \ll 1. \quad (5.5.3)$$

В этом случае можно предположить, что искомые распределения эффективных проницаемостей для четной и нечетной волн близки к известному решению для однослойной линзы [1]:

$$\varepsilon_{ec,n} = \varepsilon_{c,n0} \left( 2 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right), \quad (5.5.4)$$

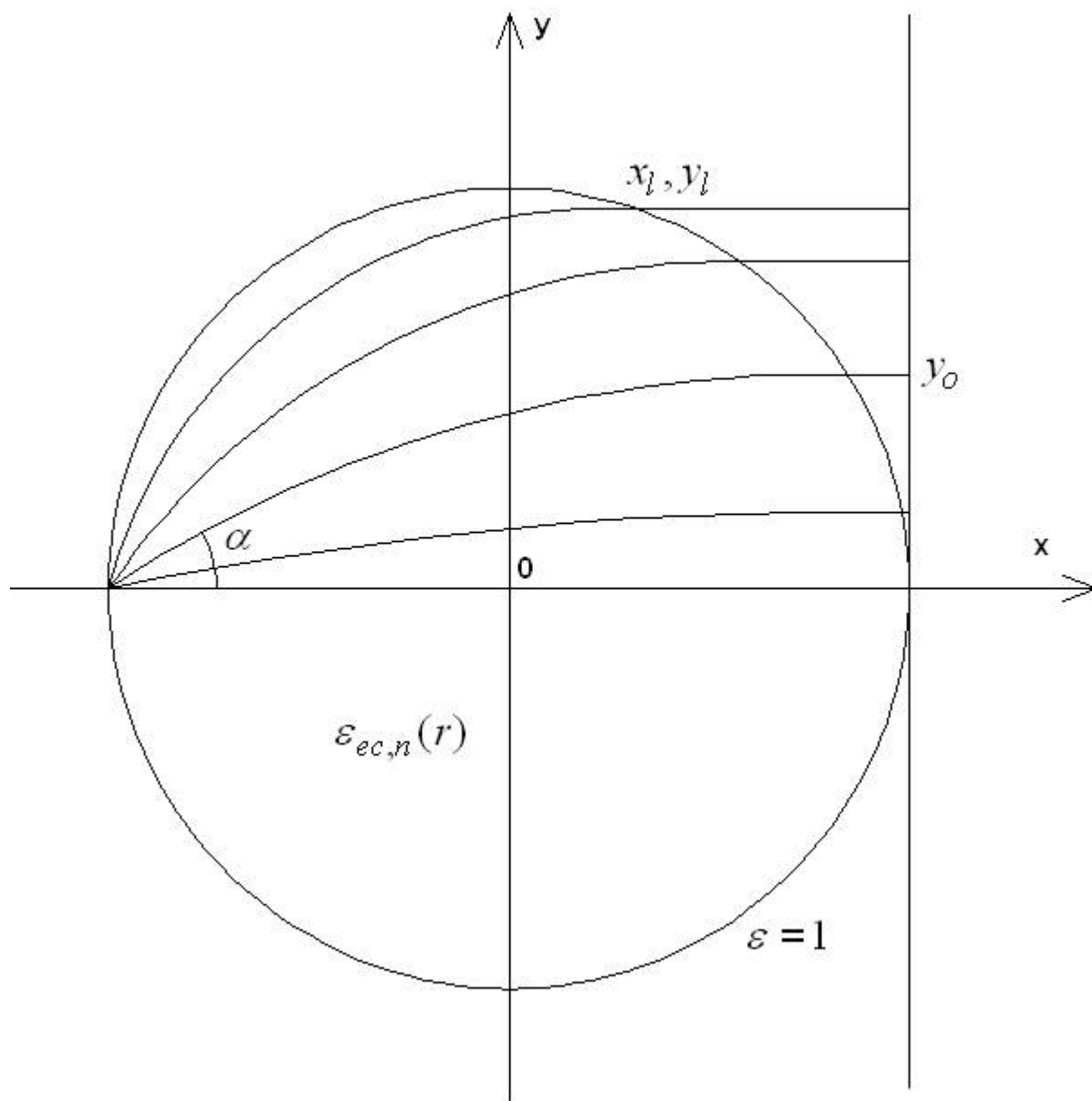
где  $\varepsilon_{c,n0}$  - параметры, которые необходимо определить ниже,  $R$  - радиус линзы. Из формул (5.5.4) видно, что принятые законы изменения эффективной проницаемости обеспечивают идеальную фокусировку как четных, так и нечетных волн, сформированных точечным источником при условии, что внешняя среда для четных волн имеет эффективную проницаемость равную  $\varepsilon_{c0}$ , а для нечетных  $\varepsilon_{n0}$ . В тоже время, с практической точки зрения внешняя среда должна иметь проницаемость равную единице, так как задачей линзы является излучение во внешнюю среду. Отличие  $\varepsilon_{c,n0}$  от единицы является источником фазовых искажений распределения поля в выходной плоскости.

Из соотношений (5.5.4) видно, что ЛКС в нашем приближении задан следующей функцией:

$$C(r) = \frac{\sqrt{\varepsilon_{c0}} - \sqrt{\varepsilon_{n0}}}{2} k \left( 2 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right). \quad (5.5.5)$$

Таким образом, для удовлетворения требований к фазовому распределению и потерям мощности мы имеем два свободных параметра  $\varepsilon_{c,n0}$ .

*Анализ линзы Люнеберга при помощи теории связанных волн.* Четная и нечетная волны в системе связанных ПЛВ являются ортогональными волнами, распространяющимися независимо друг от друга.



*Рис. 5.5.2. Лучевая структура поля в линзе Люнеберга*

Связь между ними возникает на границах ПЛВ, то есть в точке возбуждения, которая для определенности будет расположена при  $x = -R$  (см. рис. 5.5.2) и в точках выхода лучей из линзы.

Внутри линзы при  $r \leq R$  распространение волн происходит независимым образом. Источник возбуждения находится на нижнем слое. Опишем его с помощью диаграммы направленности  $F(\alpha)$ , где  $\alpha$  угол, который отсчитывается от оси  $Ox$ , как показано на рис. 2. В рамках теории связанных волн поле в нижнем волноводе, которому присвоим индекс 1 и в верхнем волноводе с индексом 2, связано с полями четной и нечетной волн следующим образом:

$$\vec{E}_{1,2} = \frac{\vec{E}_c \pm \vec{E}_n}{2}, \quad (5.5.6)$$

где  $\vec{E}_{1,2}$  вектор электрического поля в нижнем и верхнем ПЛВ, а  $\vec{E}_{c,n}$  - поля четных и нечетных волн. Поскольку в точке возбуждения поле в верхнем волноводе равно нулю, то источник можно описать двумя одинаковыми ДН для четных и нечетных волн  $F_{c,n}(\alpha)$ :

$$F_{c,n}(\alpha) = F(\alpha). \quad (5.5.7)$$

Из соотношений (5.5.6) и (5.5.7) видно, что при таком выборе ДН поле в верхнем волноводе в точке возбуждения действительно равно нулю.

Прохождение четных и нечетных волн через линзу будем описывать в приближении геометрической оптики. Траектории лучей внутри линзы известны [1]. Они задаются следующим уравнением:

$$x^2 + y^2(1 + 2\text{ctg}^2\alpha) - 2xy\text{ctg}\alpha = 0. \quad (5.5.8)$$

Координаты точек на выходе линзы  $x_l, y_l$  записываются следующим образом:

$$x_l = R\cos\alpha, \quad (5.5.9)$$

$$y_l = R\sin\alpha.$$

Отметим, что траектории лучей, соответствующие четным и нечетным волнам внутри линзы одинаковы, так как законы изменения эффективных проницаемостей (5.5.4) у них одинаковые.

На выходной поверхности линзы имеется преломление лучей. В однослойной линзе это преломление отсутствует, так как у нее эффективная проницаемость на границе равна единице. В нашем случае она немного отличается в силу соотношений (5.5.4). Поэтому для определения траекторий лучей нам необходимо оценить величину эффекта преломления. Для этого найдем фазовое распределение поля на поверхности линзы.

Данную задачу нетрудно решить, исходя из того, что законы изменения эффективной проницаемости (5.5.4) обеспечивают формирование волн с идеальным плоским фронтом в линзах, окруженных средами с проницаемостями равными  $\varepsilon_{c,n0}$ . С учетом этого фактора получаем:

$$\varphi_{c,n}(y_l) = -kR\sqrt{\varepsilon_{c,n0}} \left( \frac{\pi}{2} + \sqrt{1 - \left( \frac{y_l}{R} \right)^2} \right). \quad (5.5.10)$$

Для определения фазового распределения поля в верхнем ПЛВ на выходе линзы нам недостаточно знать фазы четных и нечетных волн (5.5.10). Нам потребуются также их амплитуды. Функция соответствия, задающая связь между координатой точки  $y_l$  и углом  $\alpha$  определена соотношениями (5.5.9). Тогда, воспользовавшись известным соотношением, являющимся выражением закона сохранения энергии [1], получаем выражения для амплитуд четной и нечетной волн  $u_{c,n}(y_l)$ :

$$u_{c,n}(y_l) = u(y_l) = \frac{F(\arcsin(y_l))}{(1 - y_l^2)^{1/4}}. \quad (5.5.11)$$

Из формул (5.5.11) следует, что амплитудные распределения обеих волн совпадают. Далее воспользуемся соотношениями (5.5.6) и найдем распределение поля в верхнем волноводе  $u_2(y_l)$ :

$$u_2(y_l) = -iu(y_l) \sin \left( CR \left( \frac{\pi}{2} + \sqrt{1 - \left( \frac{y_l}{R} \right)^2} \right) \right) e^{i\varphi_2(y_l)} \quad (5.5.12)$$

$$U_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_{c0}} + \sqrt{\varepsilon_{n0}}}{2}, \quad C = \frac{\sqrt{\varepsilon_{c0}} - \sqrt{\varepsilon_{n0}}}{2} k, \quad (5.5.13)$$

$$\varphi_2(y_l) = -kRU_0 \left( \frac{\pi}{2} + \sqrt{1 - \left( \frac{y_l}{R} \right)^2} \right). \quad (5.5.14)$$

Определяемая выражением (5.5.14) фаза позволяет найти компоненту волнового вектора  $k_s$  касательную к поверхности линзы (см. рис. 5.5.3):

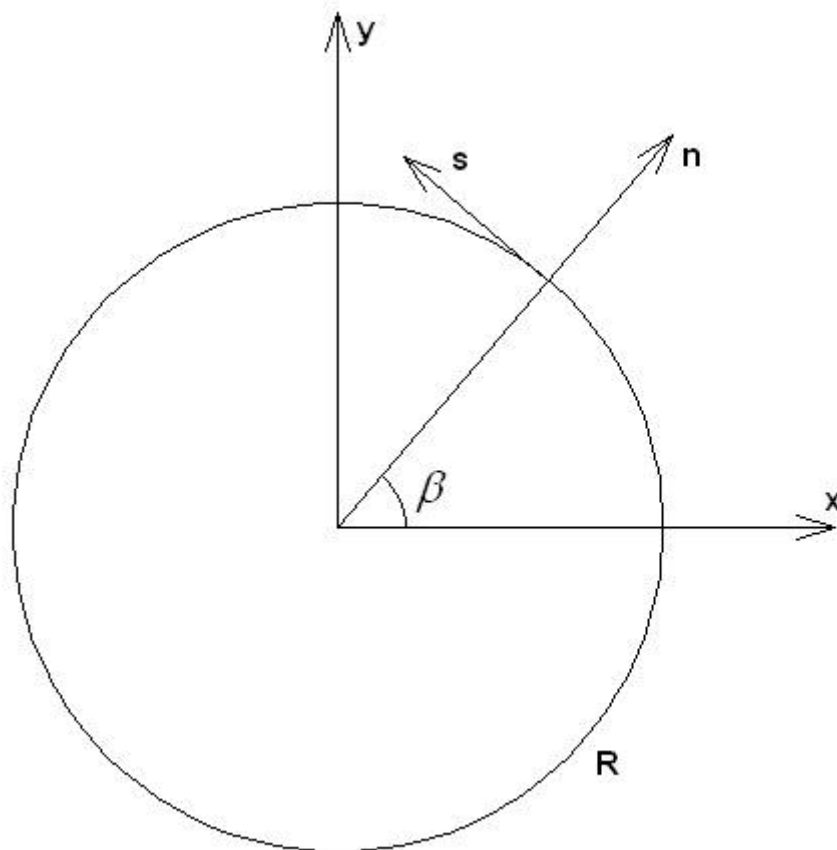


Рис. 5.5.3. Определение компонент волнового вектора



$$k_s = -\frac{d\varphi_2}{ds}. \quad (5.5.15)$$

Координата  $y_l$  связана с длиной дуги окружности  $S$ , отсчитываемой от точки  $x = R$ ,  $y = 0$  следующим образом:

$$y_l = R \sin(s/R). \quad (5.5.16)$$

С помощью формул (5.5.14) – (5.5.16) находим:

$$k_s = -kU_0 \frac{y_l}{R}. \quad (5.5.17)$$

Компонента волнового вектора для луча вне линзы  $k_n$  записывается следующим образом:

$$k_n = k \sqrt{1 - \left( U_0 \frac{y_l}{R} \right)^2}. \quad (5.5.18)$$

Компоненты волнового вектора в системе координат  $XOY$  находятся с помощью формул (5.5.17) и (5.5.18):

$$k_x = k_n \sqrt{1 - \left( \frac{y_l}{R} \right)^2} - k_s \frac{y_l}{R}, \quad (5.5.19)$$

$$k_y = k_n \frac{y_l}{R} + k_s \sqrt{1 - \left( \frac{y_l}{R} \right)^2}.$$

Можно показать, что при параметре  $U_0$  равном единице компонента  $k_y$  равна нулю. Таким образом, чтобы оценить отклонение лучей от оси  $Ox$  нам необходимо оценить величину параметра  $U_0$ . Ниже будет показано, что величина  $U_0$  отличается от единицы не более чем на одну сотую. Расчеты с помощью формулы (5.5.19) показывают, что влияние эффекта преломления лучей на границе линзы на фазу поля в плоскости  $x = R$  при таких значениях параметра  $U_0$  пренебрежимо мало. Это дает нам основание считать лучи вне

линзы Люнеберга параллельными оси  $Ox$ . Отметим, что это предположение неверно для координат  $y_l$  близких к  $R$ . Однако, эти участки линзы вносят пренебрежимо малый вклад в формирование поля излучения, так как амплитуда поля на краях линзы весьма мала при правильном выборе ДН облучателя.

С учетом сделанных выше замечаний, мы можем записать выражение для распределения поля в плоскости  $x = R$  в верхнем и нижнем волноводах:

$$u_1(y_o) = u(y_o) \cos \left( CR \left( \frac{\pi}{2} + \sqrt{1 - \left( \frac{y_o}{R} \right)^2} \right) \right) e^{i\psi(y_o)}, \quad (5.5.20)$$

$$u_2(y_o) = -iu(y_o) \sin \left( CR \left( \frac{\pi}{2} + \sqrt{1 - \left( \frac{y_o}{R} \right)^2} \right) \right) e^{i\psi(y_o)},$$

$$\psi(y_o) = -kRU_0 \left( \frac{\pi}{2} + \sqrt{1 - \left( \frac{y_o}{R} \right)^2} \right) - kR \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{y_o}{R} \right)^2} \right),$$

$$y_o = y_l.$$

Знание амплитудно – фазового распределения поля на излучающей поверхности позволяет найти параметр, характеризующий эффективность ее КИП  $K$ :

$$K = \frac{\left| \int_{-R}^R u_2(y) dy \right|^2}{2R \int_{-R}^R |u_2(y)|^2 dy}. \quad (5.5.21)$$

Относительные потери мощности  $\Delta_1$ , связанные с неполной передачей энергии в верхний волновод записываются следующим образом:

$$\Delta_1 = \frac{\int_{-R}^R |u_1(y)|^2 dy}{\int_{-R}^R |u_1(y)|^2 + |u_2(y)|^2 dy}. \quad (5.5.22)$$

Также имеются потери  $\Delta_2$ , обусловленные тем, что часть мощности, излученная источником не попадает в линзу:

$$\Delta_2 = \frac{\int_0^{\pi/2} |F(\alpha)|^2 d\alpha}{\int_0^{\pi} |F(\alpha)|^2 d\alpha}. \quad (5.5.23)$$

КПД анализируемого устройства  $\eta$  связан с потерями  $\Delta_{1,2}$ :

$$\eta = 1 - \Delta_1 - \Delta_2. \quad (5.5.24)$$

Для характеристики фазового распределения в выходной плоскости удобно ввести параметр  $\Delta\psi$ :

$$\Delta\psi = \psi(y) - \psi(0). \quad (5.5.25)$$

Для исследования амплитудного распределения нам необходимо задаться ДН облучателя. Выберем ее в виде ДН апертуры размером  $2d$ , в которой равномерно распределены элементы Гюйгенса:

$$F(\alpha) = (1 + \cos \alpha) \frac{\sin(kd \sin \alpha)}{2kd \sin \alpha}. \quad (5.5.26)$$

Рассмотрим далее зависимость характеристик линзы Люнеберга от параметров  $U_0$  и  $\Delta U$ :

$$\Delta U = \frac{\sqrt{\varepsilon_{c0}} - \sqrt{\varepsilon_{n0}}}{2}. \quad (5.5.27)$$

На рис. 5.5.4 и 5.5.5 показаны типичные примеры распределения амплитуд и фаз в выходной плоскости  $x = 0$ . Кривые на рис. 5.5.4 и 5.5.5

получены при  $kd = 2.827$ ,  $kR = 31.416$ ,  $\Delta U = 9.725 \cdot 10^{-3}$ . Кривые 1 – 3 на рис. 5.5.4 соответствуют  $U_0 = 1, 1.01, 1.02$ . Видно, что фазовая ошибка на выходе линзы существенно зависит от величины  $U_0$  и быстро растет с ростом ее отличия от единицы.

Амплитудное распределение определяется преимущественно формой ДН облучателя. При этом следует отметить всплески на краях линзы обусловленные структурой лучей (см. формулу (11)).

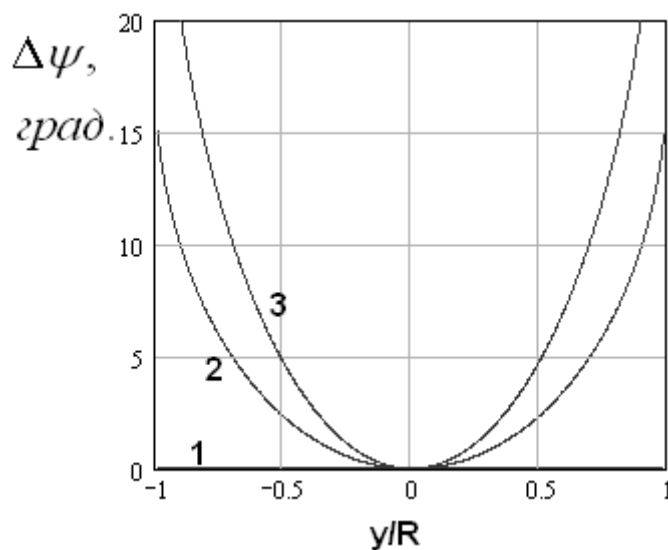


Рис. 5.5.4. Фазовое распределение на выходе линзы

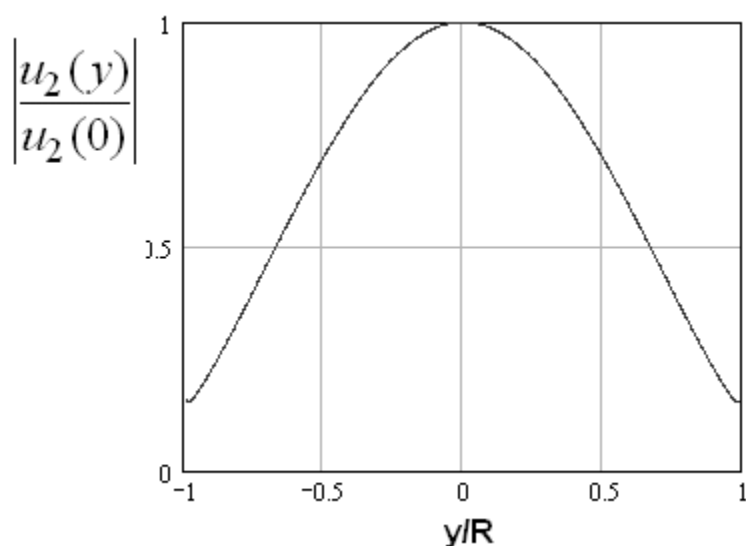


Рис. 5.5.5. Амплитудное распределение на выходе линзы при  $kd = 2.827$

На рис. 5.5.6 представлено амплитудное распределение, полученное для меньшего размера облучателя  $kd = 1.885$ . Видно, что распределение ближе к равномерному, а всплески на краях заметны отчетливее, чем на рис. 5.

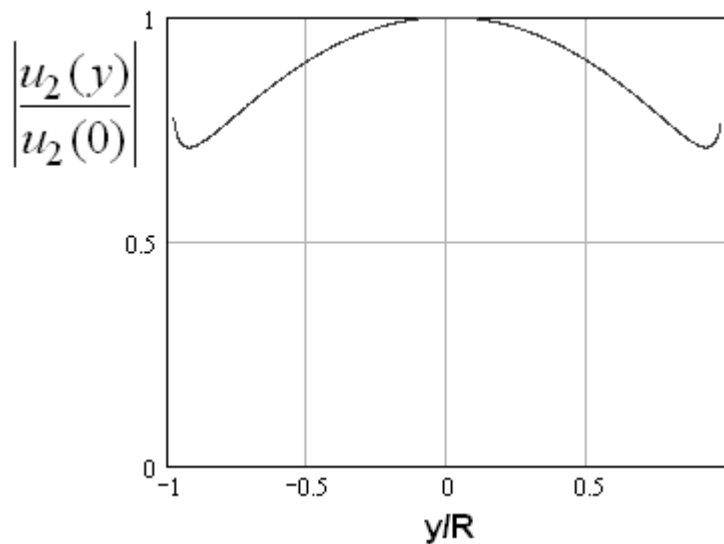


Рис. 5.5.6. Амплитудное распределение на выходе линзы при  $kd = 1.885$

Параметр  $U_0$  на амплитудное распределение влияет весьма слабо. Преимущественно от него зависит распределение фазы.

На рис. 5.5.7 показана зависимость КИП от параметра  $\Delta U$ , определяющего связь между ПЛВ. Кривые 1,2 получены при  $kd = 1.885, 2.827$  соответственно и  $U_0 = 1$ . Видно, что кривые имеют экстремум примерно при  $\Delta U = 0.0105$ . При этом облучатель меньшего размера обеспечивает более высокий КИП. Отметим, что при этом в силу известных из теории антенн закономерностей [32], уровень боковых лепестков в ДН линзы также будет выше.

Следует также отметить, что потери  $\Delta_1$ , связанные с неполной передачей энергии в верхний волновод в рассматриваемом варианте линзы составляют вблизи оптимального значения  $\Delta U$  весьма незначительную величину около 0.1 дБ.

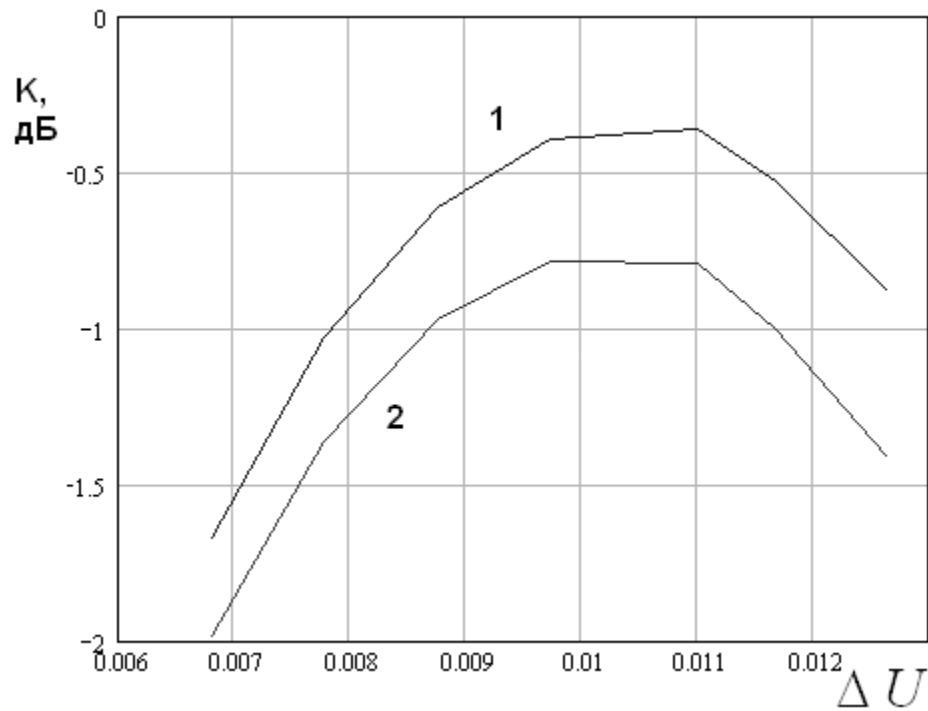


Рис. 5.5.7. Зависимость КИП от параметра  $\Delta U$

Таким образом, мы можем сделать вывод, что анализируемая линза может использоваться как антенна с достаточно высокой эффективностью, несмотря на то, что задачи формирования амплитудного и фазового распределений она решает неидеально. Тем не менее, влияние погрешностей на ее функционирование с практической точки зрения незначительно.

*Двухслойная линза Люнеберга на связанных ПлВ.* В данном разделе мы рассмотрим практическую реализацию двухслойной линзы Люнеберга в виде связанных ПлВ. Она показана на рис. 5.5.8. Структура образована двумя ПлВ с емкостными ЧПР, характеризуемыми импедансом  $X$ . ПлВ разделены индуктивной ЧПР с импедансом  $X_c$ . В идеальном случае диэлектрическая проницаемость ПлВ не зависит от координат. При этом изменение эффективной проницаемости полностью обеспечивается изменением параметров емкостных ЧПР. Однако, мы оставляем за собой возможность изменения также параметра  $\varepsilon$  в том случае, если использования ЧПР окажется недостаточно.

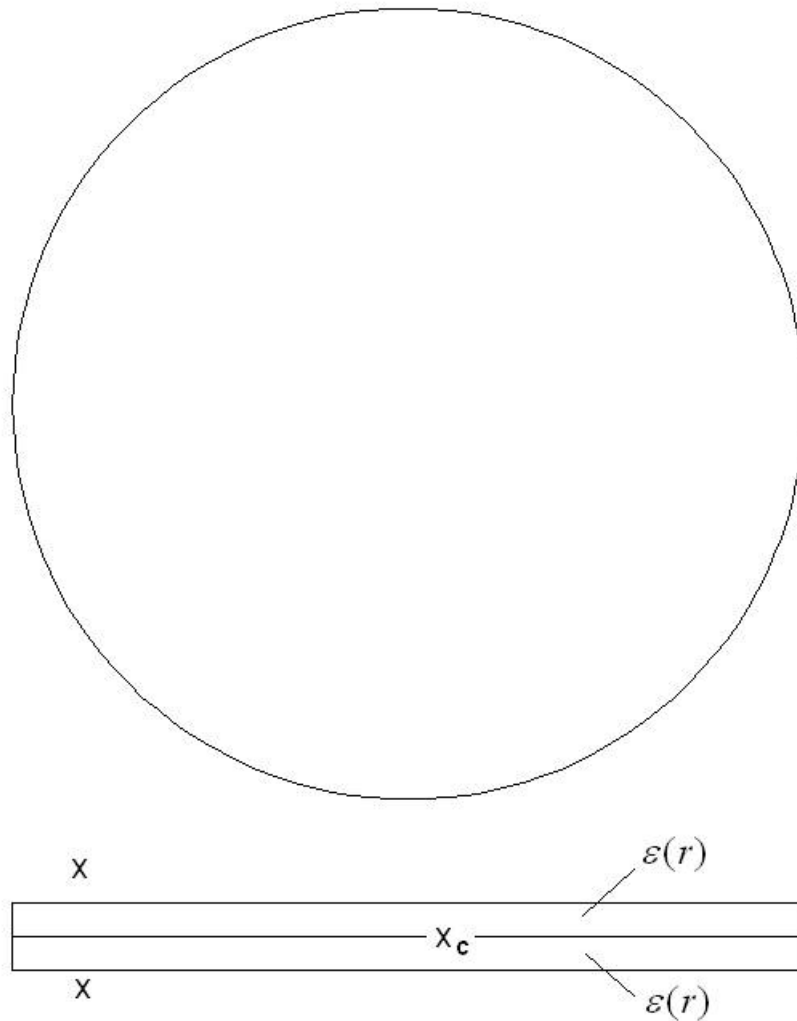


Рис. 5.5.8. Двухслойная линза Лунеберга на связанных ПЛВ

Будем анализировать структуру с  $E$  - волнами с компонентами  $E_x, E_y, H_z$  (см. рис. 5.5.9). Анализ собственных волн связанных ПВ с импедансными пленками будем проводить стандартным путем, записывая поля в частичных областях и удовлетворяя затем условиям на границах ПВ.

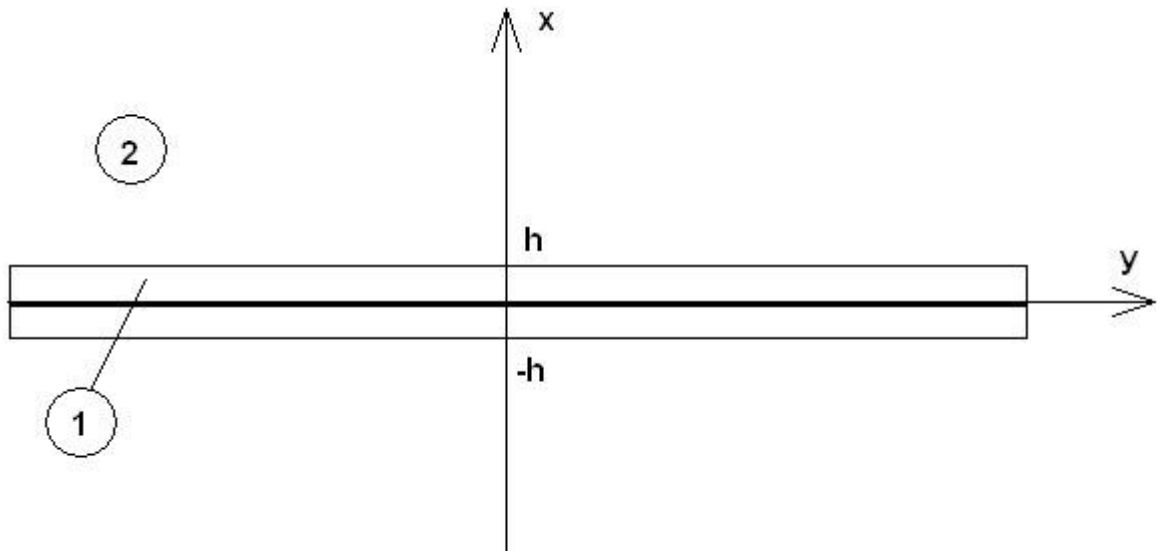


Рис. 5.5.9. Связанные ПЛВ

Структура на рис. 5.5.9 симметрична относительно плоскости YOZ. Поэтому при анализе четных волн мы можем разместить в ней магнитную стенку, а при анализе нечетных волн электрическую [32].

Граничные условия на импедансной пленке имеют следующий вид:

$$ix(H_{z-} - H_{z+}) = E_y, \quad (5.5.28)$$

$$E_{y+} = E_{y-},$$

знак плюс в формулах (5.5.28) соответствует полю на верхней поверхности пленки, а минус на нижней.

Опуская подробности решения граничной задачи, приведем окончательный результат в виде дисперсионных уравнений для четных и нечетных волн соответственно:

$$\sin q_c h \left( 1 + p_c \left( 2X_c \left( \frac{\varepsilon}{q_c} \right)^2 + B \right) \right) + \quad (5.5.29)$$

$$+ \frac{\varepsilon}{q_c} \cos(q_c kh) (2X_c (1 + p_c B) - p_c) = 0,$$

$$\varepsilon p_n \cos q_n h - q_n \sin q_n kh (1 + p_n B) = 0, \quad (5.5.30)$$



$$q_{c,n} = \sqrt{\varepsilon - U_{c,n}^2}, \quad p_{c,n} = \sqrt{U_{c,n}^2 - 1},$$

$$X_c = \frac{x_c}{W_0}, \quad B = -\frac{W_0}{x},$$

$W_0$  - волновое сопротивление свободного пространства,  $U_{c,n}$  - коэффициенты замедления четной и нечетной волн,  $x_c$  - реактивный импеданс пленки, лежащей в плоскости  $ZOY$ ,  $x$  - импеданс пленки на границе диэлектрической пластины. Отметим, что, входящие в уравнения (5.5.29), (5.5.30) импедансы являются функциями коэффициентов замедления, как это следует из результатов главы 1.

Вне линзы при  $r > R$  импедансы имеют следующие значения:  $X \rightarrow \infty$ ,  $X_c = 0$ . Таким образом, коэффициенты замедления четных и нечетных волн во внешней области одинаковы и равны коэффициенту замедления  $E_1$  диэлектрической пластины толщиной  $h$ , лежащей на металлическом экране  $U_0$ . По принципу зеркального изображения параметр  $U_0$  равен коэффициенту замедления волны диэлектрической пластины удвоенной толщины.

Уравнение (5.5.29) соответствует четным волнам, а (5.5.30) нечетным. Обычно их решают относительно эффективной проницаемости. Нас интересуют значения импедансов. Их можно аналитически найти из соотношений (26) и (27) в явном виде:

$$B_0(r) = \left( \frac{\text{ctg} q_n h}{q_n} \varepsilon p_n - 1 \right) \frac{1}{p_n}, \quad (5.5.31)$$

$$X_{c0}(r) = \frac{1}{2} \frac{\frac{\varepsilon p_c}{q_c} - \text{tg}(q_c k h)(1 + p_c B_0(r))}{\frac{\varepsilon}{q_c} (1 + p_c B_0(r)) + p_c \left( \frac{\varepsilon}{q_c} \right)^2 \text{tg}(q_c k h)}.$$

В формулах (5.5.31) мы полагаем, что эффективные проницаемости  $\varepsilon_{ec,n}$  заданы законами (5.5.4). Функции  $B_0(r)$  и  $X_{c0}(r)$  описывают зависимости реактивной проводимости и импеданса ЧПР, которые требуется реализовать при помощи ЧПР.

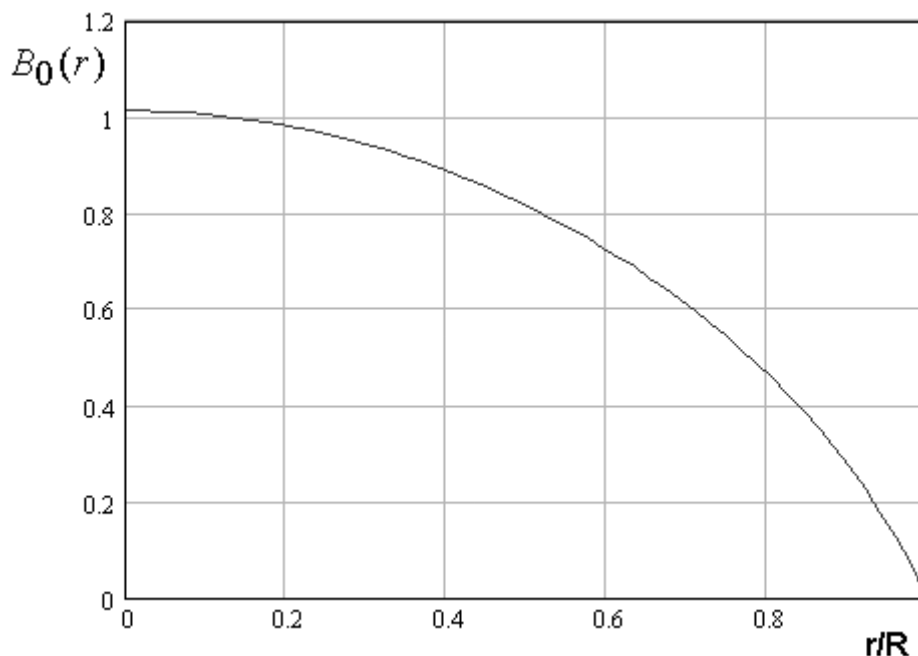


Рис. 5.5.10. Требуемая зависимость реактивной проводимости пленки на поверхности ПлВ от нормированного радиуса

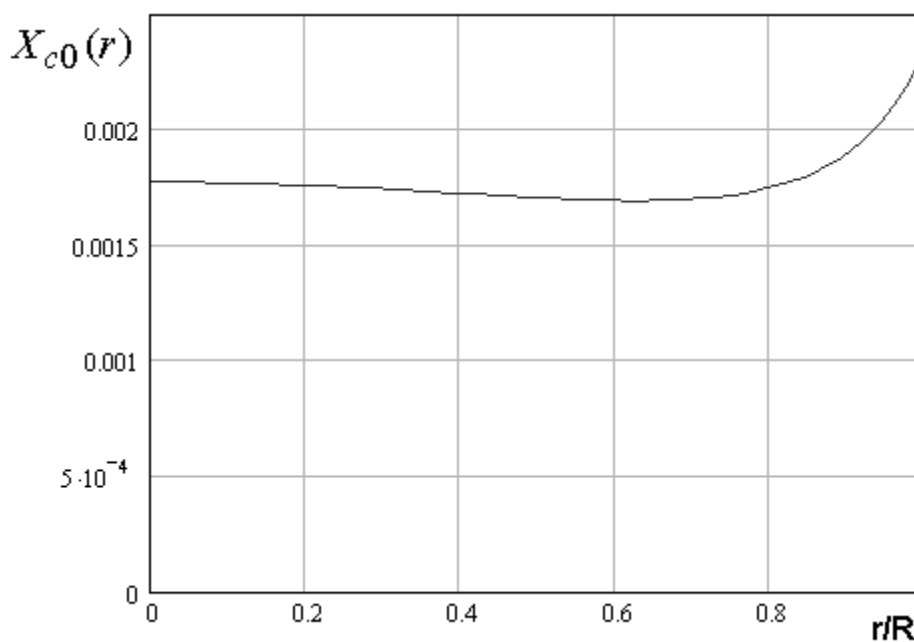


Рис. 5.5.11. Требуемая зависимость реактивной проводимости пленки между ПлВ от нормированного радиуса

На рис. 5.5.10 и 5.5.11 показаны зависимости нормированной проводимости и импеданса от нормированного радиуса  $r/R$ . Кривые получены для частоты  $f = 16.5$  ГГц,  $h = 1$ ,  $\varepsilon = 16$ ,  $R = 50$  и параметров линзы:  $U_0 = 1.007$ ,  $\Delta U = 0.00735$ .

Далее рассмотрим численный пример, показывающий возможность реализации законов изменения импедансов ЧПР (5.5.31). Для этого воспользуемся соотношениями для проводимости емкостной решетки и сопротивления индуктивной ЧПР, полученными в главе 1. Они являются функциями двух переменных: периода решетки  $P$  и коэффициента заполнения  $\xi$ . Это дает нам дополнительную степень свободы при выборе параметров ЧПР. Из рис. 5.5.10 и 5.5.11 видно, что основную проблему составляет выполнение емкостной проводимости  $B_0(r)$ , поскольку она при  $r \rightarrow R$  стремится к нулю. Если оставить параметр  $\xi$  постоянным, то ЧПР может иметь в окрестности границы линзы недопустимо малый период. Вообще говоря, область с нереализуемым значением периода в любом случае появляется. Нам важно, чтобы она занимала относительно небольшую часть линзы.

Для этого зададим закон изменения  $\xi$ :

$$\xi(r) = \xi_{\max} + \left(\frac{r}{R}\right)^2 (\xi_{\min} - \xi_{\max}), \quad (5.5.32)$$

где  $\xi_{\min, \max}$  - параметры, выбираемые в ходе численных экспериментов.

Тогда период решетки, расположенной на поверхности ПЛВ находится из численного решения уравнения:

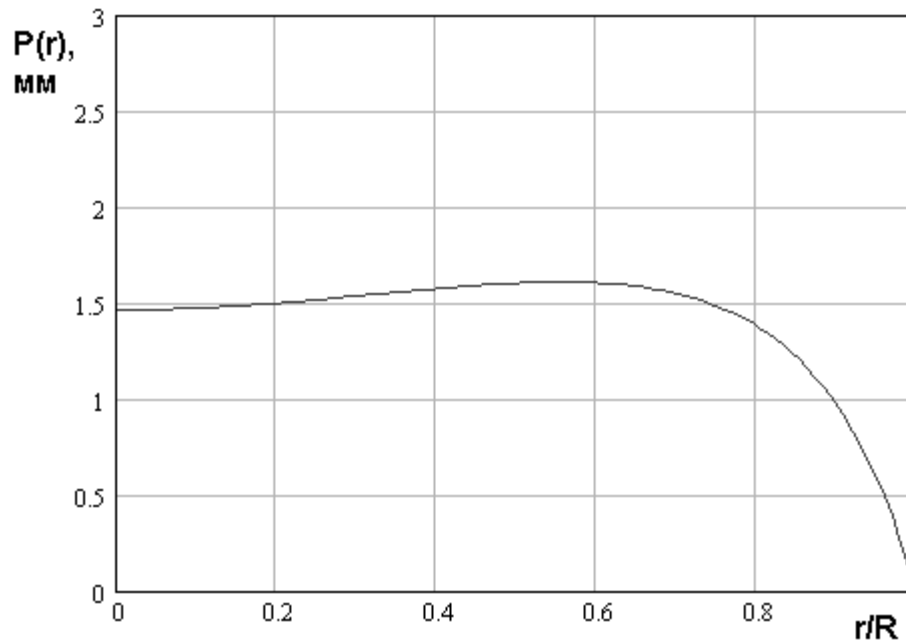
$$B(P, \xi(r)) = B_0(r), \quad (5.5.33)$$

а период решетки между ПЛВ находим из уравнения:

$$X_c(P, \xi(r)) = X_{c0}(r), \quad (5.5.34)$$

где  $B(P, \xi(r))$ ,  $X_c(P, \xi(r))$  - функции из главы 1, описывающие проводимость емкостной и сопротивление индуктивной ЧПР.

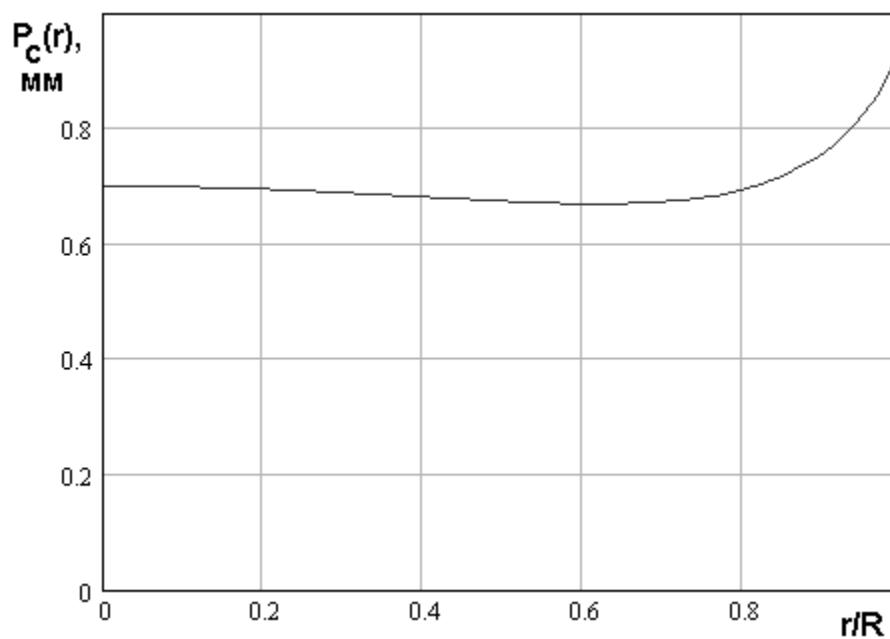
Решение уравнения (5.5.33) для ПлВ и линзы Люнеберга с параметрами приведенными выше показано на рис. 5.5.12.



*Рис. 5.5.12. Зависимость периода ЧПР, расположенной на поверхности ПлВ от нормированного радиуса*

Из приведенной кривой можно найти зону, в которой ЧПР имеет нереализуемые параметры. Для этого необходимо задать минимально допустимые значения зазоров между проводниками ЧПР и минимальные размеры самих проводников. Пусть они одинаковы и равны 0.1. В этом случае относительный радиус, в котором линза имеет реализуемые параметры, равен 0.98, что вполне удовлетворительно с практической точки зрения.

ЧПР, разделяющая ПлВ, может быть выполнена с постоянным параметром  $\xi = \xi_c$ . Пусть  $\xi_c = 0.25$ . Соответствующая этому значению зависимость периода ЧПР  $P_c(r)$  представлена на рис. 5.5.13.



*Рис. 5.5.13. Зависимость периода ЧПР, расположенной между ПЛВ от нормированного радиуса*

Видно, что период незначительно меняется в пределах линзы, а в ЧПР не возникают области аномальных малых размеров проводников или зазоров между ними.

## 6. Облучатели планарных линз и зеркал

Одним из важнейших элементов ИО СВЧ являются облучатели квазиоптических структур: линз и зеркал. Их можно разделить на две большие группы: одиночные и матричные облучатели. Матричные облучатели представляют собой решетку одиночных облучателей того или иного вида. При этом благодаря достаточно малому расстоянию между ними (малому периоду решетки) облучатели оказываются сильно связанными. В этом случае их следует рассматривать как единую структуру - решетку с использованием соответствующего математического аппарата. Если расстояние между облучателями велико настолько, что эффекты взаимного влияния несущественны, то мы можем говорить об одиночных облучателях.

Интерес к матричным облучателям связан с применением линз и зеркал для создания многолучевых антенн, осуществляющих обзор некоторого сектора пространства. Лучи, формируемые такой антенной должны пересекаться на достаточно высоком уровне, чтобы не возникали "зоны ослепления". Из теории многолучевых антенн известно [108], что требование высокого уровня пересечения лучей накладывает ограничения на период облучающей решетки, который не может быть выбран произвольно. Отсюда возникает необходимость применения решеток с сильной связью между ее элементами.

В разд. 6.1 данной главы мы рассмотрим основные виды одиночных облучателей. К ним относятся полосковые и щелевые рупора, а также штыревые облучатели. Полосковые структуры используются вместе с линзами Ротмана, щелевые для облучения линз на основе ЧПР. Штыревые облучатели могут быть изготовлены методами ИПВ технологии. Поэтому их целесообразно применять вместе с ИПВ линзами и зеркалами. В этом разделе мы изложим достаточно простой метод расчета ДН полосковых и щелевых рупоров, основанный на применении волноводной модели (модели Олинера в случае полосковых структур) в сочетании с методом физической оптики.

Разд. 6.2 посвящен анализу периодических решеток из полосковых и щелевых рупоров. Важной особенностью таких решеток является отсутствие специально созданной электромагнитной связи между волноводами, возбуждающими рупора. Поэтому их можно назвать облучателями с изолированными каналами. При этом мы должны иметь ввиду условность такого термина, так как связь через внешнюю область между каналами существует.

В разд. 6.3 анализируется матричный облучатель в виде решетки активных штырей, которые могут быть созданы при помощи ИПВ технологии. Обсуждается его математическая модель и технические параметры.

В разд. 6.4 рассматривается обобщенная феноменологическая теория матричных облучателей на основе связанных волноводов. В таких структурах связь между каналами вводится специальным образом. Она позволяет оптимизировать форму ДН облучателя, приблизив ее к секторной. Благодаря этому улучшаются ПК системы облучатель - оптический элемент.

Разд. 6.5 посвящен анализу разных систем связанных волноводов, являющихся основой для построения матричных облучателей анализируемых в разд. 6.4: ДВ, ДЦВ, ИПВ, МПЛ.

### 6.1. Одиночные облучатели

На первом этапе рассмотрим рупорные облучатели полоскового и щелевого типов, которые показаны на рис. 6.1.1 а,б.

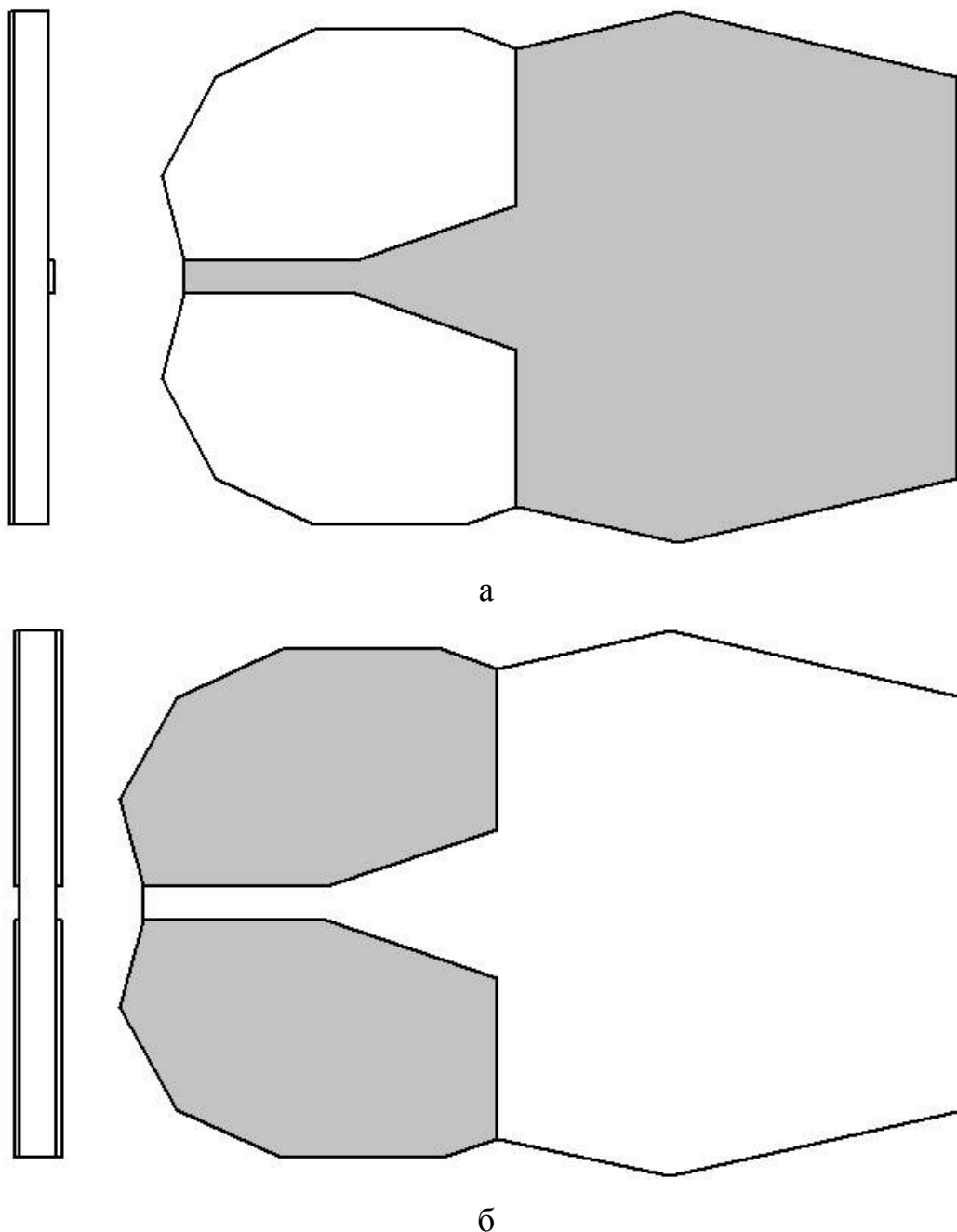


Рис. 6.1.1. Полосковый и щелевой рупоры

С топологической точки зрения полосковая и щелевая структуры дуальны, так как области подложки с металлизацией и без нее у них меняются местами. Полосковый рупор возбуждается МПЛ, а щелевой рупор ДЦВ. Полосковый рупор излучает в ПВ, возбуждая в нем  $T$  - волны, а щелевой рупор излучает в ПЛДВ (диэлектрическую пластину), возбуждая в ней пучок  $H_1$  - волн. При этом мы имеем ввиду, что ПВ и ПЛДВ являются одноволновыми структурами.



Отметим, что планарные рупора являются не очень удобными объектами для их анализа при помощи универсальных систем электродинамического моделирования таких, например, как HFSS. Сложности численного анализа структур ИО СВЧ мы уже обсуждали выше. Поэтому останавливаться на них применительно к рупорам не имеет смысла. Отметим только, что их существование делает актуальной задачу разработки сравнительно простых аналитических или численно - аналитических моделей, позволяющих с относительно малыми затратами компьютерных ресурсов проводить оценку основных параметров интегральных рупоров.

Анализ полоскового и щелевого рупоров будем проводить при помощи волноводных моделей. Для МПЛ такая модель впервые была предложена А. Олинером (см. например [109]). Волноводная модель ДЩВ впервые была описана в работе [110]. Несмотря на внешние отличия двух моделей их применение основано на близких предположениях. Основным достоинством волноводных моделей является возможность перехода от анализа трехмерного объекта к анализу значительно более простой двумерной структуры. Рассмотрим этот переход подробнее.

На рис. 6.1.2 представлены этапы перехода от регулярных ДЩВ и МПЛ к их волноводным моделям в виде ПВ с шириной  $w_e$ , заполненных средой с проницаемостью  $\varepsilon_e$ . Параметры  $w_e$  и  $\varepsilon_e$  рассчитываются на основе исходных параметров волноводов  $\varepsilon, w, d$  по известным алгоритмам [109], [24]. Модели для МПЛ и ДЩВ отличаются только поляризацией волн и граничными условиями на их стенках. Известно, что с помощью принципа Бабинне [109] можно перейти от волновода с магнитными стенками к волноводу с электрическими стенками. Поэтому далее мы можем рассматривать одну модель, например, модель ДЩВ, имея ввиду, возможность использования полученных результатов для модели МПЛ.

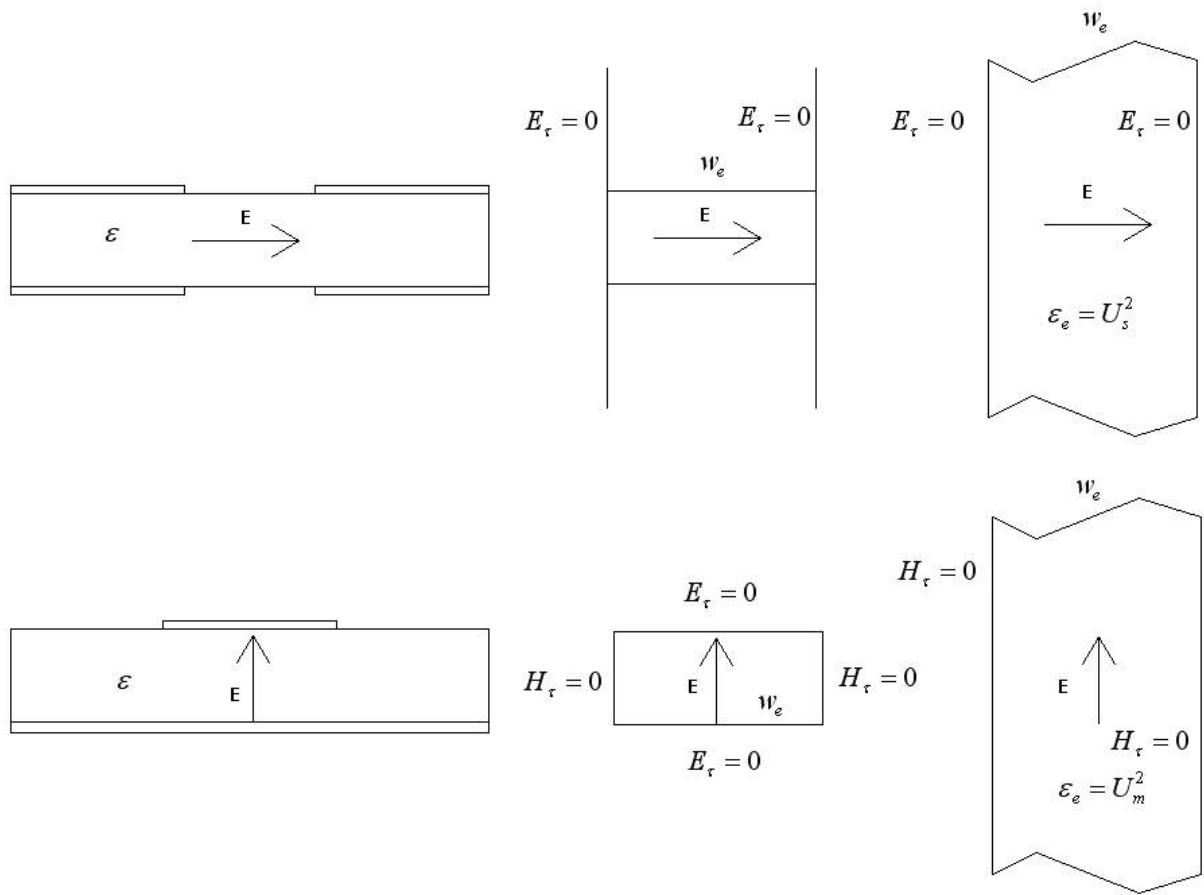


Рис. 6.1.2. Переход от трехмерных к двумерным структурам в МПЛ и ДЦВ

Переход от трехмерной структуры к двумерной возможен не только для регулярного волновода, но и для более сложных структур, в том числе и для анализируемой решетки. На рис. 6.1.3 показаны два контура. Правый контур соответствует границам полосковых проводников в исходной трехмерной структуре. Левый контур показывает двумерную структуру, образованную стенками параллельными оси  $Oz$ . Полагаем, что это идеально проводящие стенки. Стенки сдвинуты относительно границ проводников на расстояние  $\Delta w$ :

$$\Delta w = \frac{w_e - w}{2}. \quad (6.1.1)$$

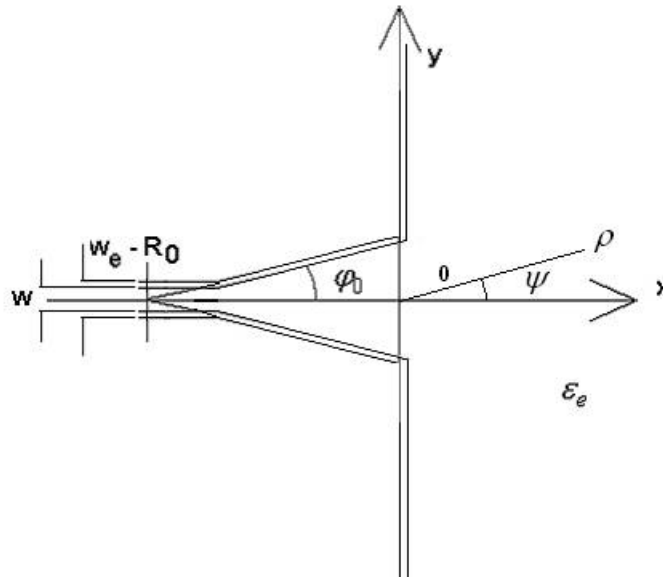


Рис. 6.1.3. Волноводная модель планарного рупора

Пространство между стенками, а также в области  $x > 0$  заполнено диэлектриком с проницаемостью  $\varepsilon_e$ . В случае щелевой структуры она равна  $U_h^2$ , а в случае полосковой структуры она совпадает с проницаемостью подложки МПЛ  $\varepsilon$ . Параметр  $U_h$  - это коэффициент замедления  $H_1$  - волны диэлектрической пластины толщиной  $d$  и проницаемостью  $\varepsilon$ . Строго говоря, эффективная проницаемость среды внутри двумерной модели рупора  $\varepsilon_e$  должна меняться. Внутри каналов, расположенных в области  $x < 0$  она не равна проницаемости в области  $x > 0$ . Однако численные расчеты показывают, что это отличие весьма мало. Поэтому, учитывая изначально приближенный характер волноводной модели, мы пренебрегаем данным эффектом.

Таким образом, видно, что применение волноводных моделей сводит анализ как полоскового, так и щелевого рупоров к решению одной задачи об излучении  $E$  - плоскостного рупора с фланцами. Отметим, что в случае полосковой структуры переход к  $E$  - плоскостному рупору требует использования принципа Бабинне [109].

На рис. 6.1.4 показан  $E$  - плоскостной рупор.

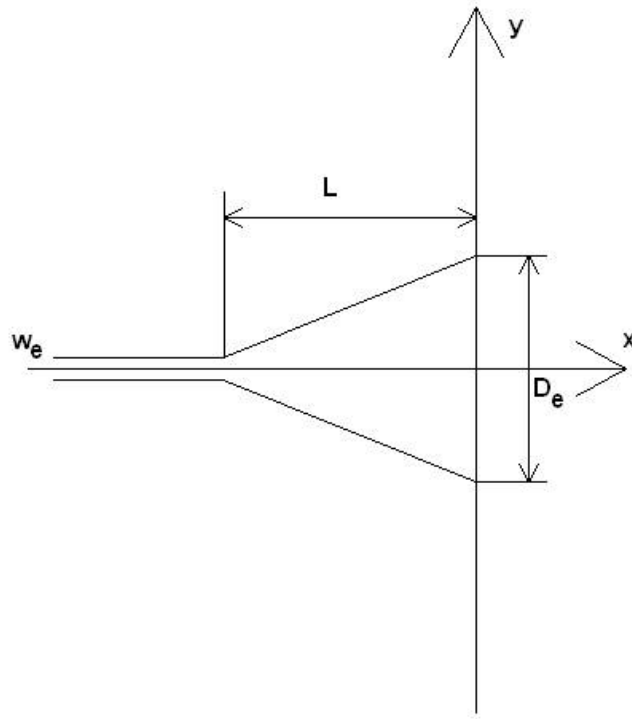


Рис. 6.1.4.  $E$  - плоскостной рупор

Он возбуждается волноводом шириной  $w_e$ . Длина рупора  $L$  и ширина раскрыва  $D_e$ . Фланцы рупора, расположенные при  $x = 0$  имеют бесконечную длину. Пространство внутри рупора заполнено средой с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_e$ . Электромагнитное поле в структуре не зависит от координаты  $z$  и имеет компоненты:  $E_x, E_y, H_z$ .

Простейшая модель рупора может быть построена в предположении малых отражений от границ нерегулярных участков. Анализируемую структуру можно разделить на три области:

- 1:  $x < -L$ ,
  - 2:  $-L \leq x < 0$ ,
  - 3:  $x \geq 0$ .
- (6.1.2)

В области 1 мы имеем регулярный волновод. Пусть по нему распространяется в направлении положительных  $x$  основная волна, которая возбуждает рупор. Тогда поле в области 1 мы можем представить в виде следующего ряда:

$$H_{z1} = e^{-ikx} + \sum_{n=0}^{\infty} B_{n1} \cos \frac{2\pi n y}{w_e} e^{\gamma_n x}, \quad (6.1.3)$$

$$\gamma_n = \sqrt{\left(\frac{2\pi n}{w_e}\right)^2 - k^2},$$

где  $k$  - волновое число в среде с проницаемостью  $\varepsilon_e$ ,  $B_{n1}$  - амплитуды волноводных волн, возбуждаемых на границе областей 1 и 2.

Поле в области 2 представляется рядом по, так называемым, рупорным волнам, которые описываются цилиндрическими функциями Ганкеля первого и второго рода  $H_\nu^{(1,2)}(kr)$ :

$$H_{z2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left( A_{n2} H_\nu^{(2)}(kr) + B_{n2} H_\nu^{(1)}(kr) \right) \cos(\nu\varphi), \quad (6.1.4)$$

$$\nu = \frac{\pi n}{\varphi_0},$$

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg} \frac{D_e - w_e}{2L}.$$

Поле в области 2 записано в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$ . Положение ее центра показано на рис. 6.1.3. Поля рупорных волн удовлетворяют граничным условиям на стенках рупора.

Запись поля в области 3 мы обсудим позднее. При достаточно малом угле раскрыва рупора  $2\varphi_0$  поле основной рупорной волны ( $n = 0$ ) весьма слабо отличается от поля падающей основной волноводной  $T$  - волны. Поэтому на границе областей 1 и 2 поле испытывает слабое возмущение и его можно приближенно описать полем падающей волны в области 1 и полем основной рупорной волны, распространяющейся вдоль оси  $Ox$  в положительном направлении:  $A_{02} H_0^{(2)}(kr)$ .

Значение постоянной  $A_{02}$  найдем из закона сохранения энергии. Мощность, переносимая падающей волноводной волной  $P_i$  определяется следующим образом:

$$P_i = \frac{Ww_e}{2}, \quad (6.1.5)$$

где  $W$  - волновое сопротивление среды с проницаемостью  $\varepsilon_e$ .

Запишем мощность, переносимую рупорной волной  $P_h$ :

$$P_h = \frac{2W\varphi_0}{\pi k} |A_{02}|^2. \quad (6.1.6)$$

Поскольку в рамках нашего приближения вся энергия падающей волны переходит в рупорную волну, то  $P_i = P_h$ . Отсюда находим модуль амплитуды  $A_{02}$ :

$$|A_{02}| = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi k w_e}{\varphi_0}}. \quad (6.1.7)$$

Фазу постоянной  $A_{02}$  определим из условия равенства фаз компоненты магнитного поля  $H_z$  при  $x = -L$ :

$$\arg(A_{02}) = \arg\left(\frac{e^{ikL}}{H_0^{(2)}(kr_0)}\right), \quad (6.1.8)$$

$$r_0 = \frac{w_e}{2 \operatorname{tg} \frac{\varphi_0}{2}}.$$

Вторым источником появления отраженных волн является граница областей 2 и 3. Из теории и практики применения рупорных антенн известно [99], что для рупоров с размером раскрыва порядка длины волны и более отраженные волны не играют существенной роли. Поэтому поле в области 2 при  $x = 0$  можно с хорошей точностью описывать полем основной рупорной волны:

$$H_{z2} = A_{02} H_0^{(2)}(kr), \quad (6.1.9)$$

$$E_{y2} = -\frac{W}{ik} \frac{\partial H_{z2}}{\partial x}.$$

Поле в области 3 представим в виде интеграла Фурье:

$$H_{z3} = \int_{-\infty}^{\infty} A_3(\kappa) e^{-i\kappa y - px} d\kappa, \quad (6.1.10)$$

$$E_{y3} = \frac{W}{ik} \int_{-\infty}^{\infty} p A_3(\kappa) e^{-i\kappa y - px} d\kappa,$$

$$p = \sqrt{\kappa^2 - k^2}.$$

Компонента электрического поля  $E_y$  при  $x = 0$  должна удовлетворять нулевым граничным условиям при  $|y| > D_e / 2$  и условию непрерывности при  $|y| < D_e / 2$ . Используя ортогональность экспоненциальных функций на бесконечном интервале и указанные граничные условия, находим функцию  $A_3(\kappa)$ :

$$A_3(\kappa) = \frac{ik}{2\pi W p} \int_{-D_e/2}^{D_e/2} E_{y2}(y) e^{i\kappa y} dy. \quad (6.1.11)$$

Отметим, что при таком определении функции  $A_3(\kappa)$  граничные условия для тангенциальных компонент магнитного поля удовлетворяются приближенно. Отметим также, что полученное решение эквивалентно решению задачи об излучении рупора по методу физической оптики [44] с использованием функции Грина полупространства над металлической плоскостью.

Поле в дальней зоне удобно описывать в цилиндрической системе координат с центром, совпадающим с центром декартовой системы:

$$x = \rho \cos \varphi, \quad (6.1.12)$$

$$y = \rho \sin \varphi.$$

Используя интегральное представление функции Ганкеля нулевого порядка, а также ее асимптотику при больших аргументах, получаем выражение для поля в дальней зоне:

$$H_{z3} = \frac{e^{-ik\rho}}{W} \sqrt{\frac{k}{2\pi\rho}} \int_{-D_e/2}^{D_e/2} E_{y2}(y') e^{iky'\sin\varphi} dy'. \quad (6.1.13)$$

Для ДН излучения  $F(\varphi)$  в полупространство при  $x > 0$  получаем:

$$F(\varphi) = \sqrt{\frac{k}{4\pi}} \int_{-D_e/2}^{D_e/2} E_{y2}(y') e^{iky'\sin\varphi} dy'. \quad (6.1.14)$$

В технике чаще используют нормированную ДН  $F_n(\varphi)$ . Нормировка производится на величину  $F(0)$ . Выражение для поля  $E_{y2}(y')$  имеет достаточно сложный вид, исключающий возможность аналитического взятия интеграла из (6.1.14). Однако, для рупоров с малыми углами раскрыва его можно упростить, пренебрегая зависимостью поля от координаты  $y$ . Тогда для нормированной ДН получаем простое аналитическое выражение:

$$F_n(\varphi) = \frac{\sin\left(\frac{kD_e}{2} \sin\varphi\right)}{\frac{kD_e}{2} \sin\varphi}. \quad (6.1.15)$$

Описанная выше модель рупора является наиболее приближенной и благодаря этому самой простой. Ее можно уточнить, описав более точно взаимодействие волн на границе второй и третьей областей. Такое уточнение целесообразно в силу того, что в раскрыве рупора могут существовать несколько распространяющихся рупорных волн. Поле рупорной волны высшего типа не может проникнуть в возбуждающий волновод, поскольку она полностью отражается от критического сечения, положение которого на оси  $0x$  при правильном выборе параметров рупора находится при  $x > -L$  и зависит от номера волны. Кроме того, в ряде случаев рупорная волна высшего типа может иметь большой коэффициент отражения от раскрыва рупора. В



результате возникает резонансный эффект, обусловленный накоплением энергии рупорной волны высшего типа внутри рупора. Он сказывается в достаточно узких диапазонах частот. Однако его влияние на ДН рупора в этих диапазонах может быть весьма существенным.

Для коррекции модели нам необходимо изменить представление поля в области 2:

$$H_{z2} = A_{02}H_0^{(2)}(kr) + B_{02}H_0^{(1)}(kr) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n J_n(kr) \cos(n\varphi). \quad (6.1.16)$$

Первое слагаемое в формуле (6.1.16) описывает падающую на раскрыв рупора волну. Ее амплитуду  $A_{02}$  будем определять, по-прежнему, по формулам (6.1.7), (6.1.8). При этом мы как и раньше считаем, что дифракционные эффекты на границе областей 1 и 2 несущественны и энергия падающей волноводной волны полностью передается рупорной волне. Второе слагаемое описывает отраженную от плоскости  $x = 0$  рупорную волну. Ряд в выражении (6.1.16) описывает поле высших типов рупорных волн.

При записи третьего слагаемого в (6.1.16) мы вместо функций Ганкеля использовали функции Бесселя. Рассмотрим такую замену более подробно. Допустим, что рупор не обрывается в точке  $r = r_0$ , а продолжается вплоть до начала координат. В этом случае мы должны использовать для описания поля только функции Бесселя, так как второй класс решений в виде функций Неймана дает поле уходящее в начале координат на бесконечность. Функции Бесселя с индексом не равным нулю в окрестности начала координат малы. Причем чем больше индекс, тем меньше функция Бесселя. Поэтому обрыв рупора при  $x = -L$  изменит поле высших типов волн незначительно и для них оправданно использовать представление в виде функций Бесселя. Для основной волны с нулевым индексом сказанное выше несправедливо, так как функция Бесселя нулевого порядка имеет максимум при  $r = 0$ . Поэтому ее поле нужно описывать более точно при помощи двух цилиндрических функций. В выражении (6.1.16) мы использовали две функции Ганкеля. Такое

представление поля эквивалентно его описанию при помощи функций Бесселя и Неймана, о котором мы говорили выше.

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}\Phi_0^{(1)}(x, y) &= H_0^{(1)}(kr), \\ \Phi_0^{(2)}(x, y) &= H_0^{(2)}(kr), \\ \Phi_n(x, y) &= J_n(kr) \cos(v\varphi).\end{aligned}\tag{6.1.17}$$

Запишем с учетом обозначений (6.1.17) поле в области (2):

$$\begin{aligned}H_{z2} &= A_{02}\Phi_0^{(2)}(x, y) + B_{02}\Phi_0^{(1)}(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \Phi_n(x, y), \\ E_{y2} &= -\frac{W}{ik} \left( A_{02}\Phi_0'^{(2)}(x, y) + B_{02}\Phi_0'^{(1)}(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \Phi_n'(x, y) \right),\end{aligned}\tag{6.1.18}$$

где штрих означает производную по  $x$ .

Теперь нам необходимо удовлетворить граничным условиям при  $x = 0$ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} A_3(\kappa) e^{-i\kappa y} d\kappa = A_{02}\Phi_0^{(2)}(y) + B_{02}\Phi_0^{(1)}(y) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \Phi_n(y),\tag{6.1.10}$$

$$|x| < D_e / 2,$$

$$-\int_{-\infty}^{\infty} p A_3(\kappa) e^{-i\kappa y} d\kappa = \begin{cases} A_{02}\Phi_0'^{(2)}(y) + B_{02}\Phi_0'^{(1)}(y) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \Phi_n'(y), & |x| < D_e / 2, \\ 0, & |x| > D_e / 2. \end{cases}$$

$$(6.1.11)$$

Соотношение (6.1.10) выражает равенство тангенциальных компонент магнитного поля, а соотношение (6.1.11) описывает граничные условия для электрического поля. В формулах (6.1.10), (6.1.11) мы опустили аргумент функций  $x$ , который равен нулю.

Систему уравнений (6.1.10), (6.1.11) можно решать разными способами. Например, мы можем воспользоваться ортогональностью экспоненциальных

функций и найти из уравнения (6.1.11) заданного на всем бесконечном интервале функцию  $A_3(\kappa)$ :

$$-2\pi p A_3(\kappa) = A_{02} I_0'^{(2)}(\kappa) + B_{02} I_0'^{(1)}(\kappa) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n I_n'(\kappa), \quad (6.1.12)$$

$$I_0'^{(1)}(\kappa) = \int_{-D_e/2}^{D_e/2} \Phi_0'^{(1)}(y) e^{i\kappa y} dy,$$

$$I_0'^{(2)}(\kappa) = \int_{-D_e/2}^{D_e/2} \Phi_0'^{(2)}(y) e^{i\kappa y} dy,$$

$$I_n'(\kappa) = \int_{-D_e/2}^{D_e/2} \Phi_n'(y) e^{i\kappa y} dy.$$

Далее подставим полученное выражение для  $A_3(\kappa)$  в уравнение (6.1.10):

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( A_{02} I_0'^{(2)}(\kappa) + B_{02} I_0'^{(1)}(\kappa) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n I_n'(\kappa) \right) \frac{e^{-i\kappa y}}{p} d\kappa = \\ & = A_{02} \Phi_0^{(2)}(y) + B_{02} \Phi_0^{(1)}(y) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \Phi_n(y). \end{aligned} \quad (6.2.13)$$

В уравнение (6.2.13) входят теперь только неизвестные коэффициенты  $B_{02}, C_n$ . Для того чтобы решить это уравнение необходимо устранить зависимость от координаты  $y$ . Сделать это можно, например, умножая его на функции  $\Phi_m(y)$  и интегрируя равенство по  $y$ :

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( A_{02} I_0'^{(2)}(\kappa) + B_{02} I_0'^{(1)}(\kappa) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n I_n'(\kappa) \right) \frac{I_m(\kappa)}{p} d\kappa = \\ & = A_{02} J_{0,m}^{(2)} + B_{02} J_{0,m}^{(1)} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n J_{n,m}, \end{aligned} \quad (6.1.14)$$

$$J_{0,m}^{(1,2)} = \int_{-D_e/2}^{D_e/2} \Phi_0^{(1,2)}(y) \begin{cases} \Phi_0^{(1)}(y), & m = 0, \\ \Phi_m(y), & m > 0, \end{cases} dy,$$

$$J_{n,m} = \int_{-D_e/2}^{D_e/2} \Phi_n(y) \begin{cases} \Phi_0^{(1)}(y), m = 0, \\ \Phi_m(y), m > 0, \end{cases} dy,$$

$$I_m(\kappa) = \int_{-D_e/2}^{D_e/2} \begin{cases} \Phi_0^{(1)}(y), m = 0, \\ \Phi_m(y), m > 0, \end{cases} e^{iky} dy.$$

Соотношение (6.1.14) представляет собой СЛАУ относительно неизвестных  $B_{02}, C_n$ , которая может быть решена стандартными методами.

Результаты численных расчетов нормированной ДН полоскового рупора представлены на рис. 6.1.5. Кривые 1 – 3 получены при  $D_e = 5,6,8$ ,  $w_e = 1.5$ ,  $L = 15$ ,  $\varepsilon = 2.5$ .

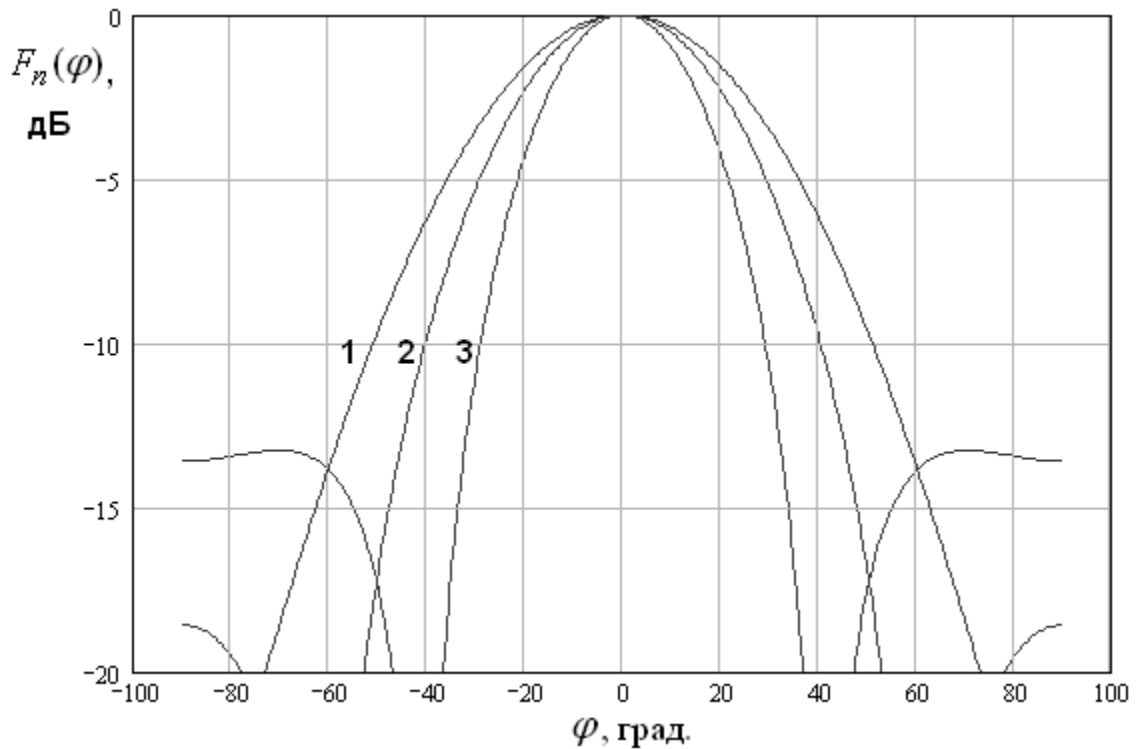
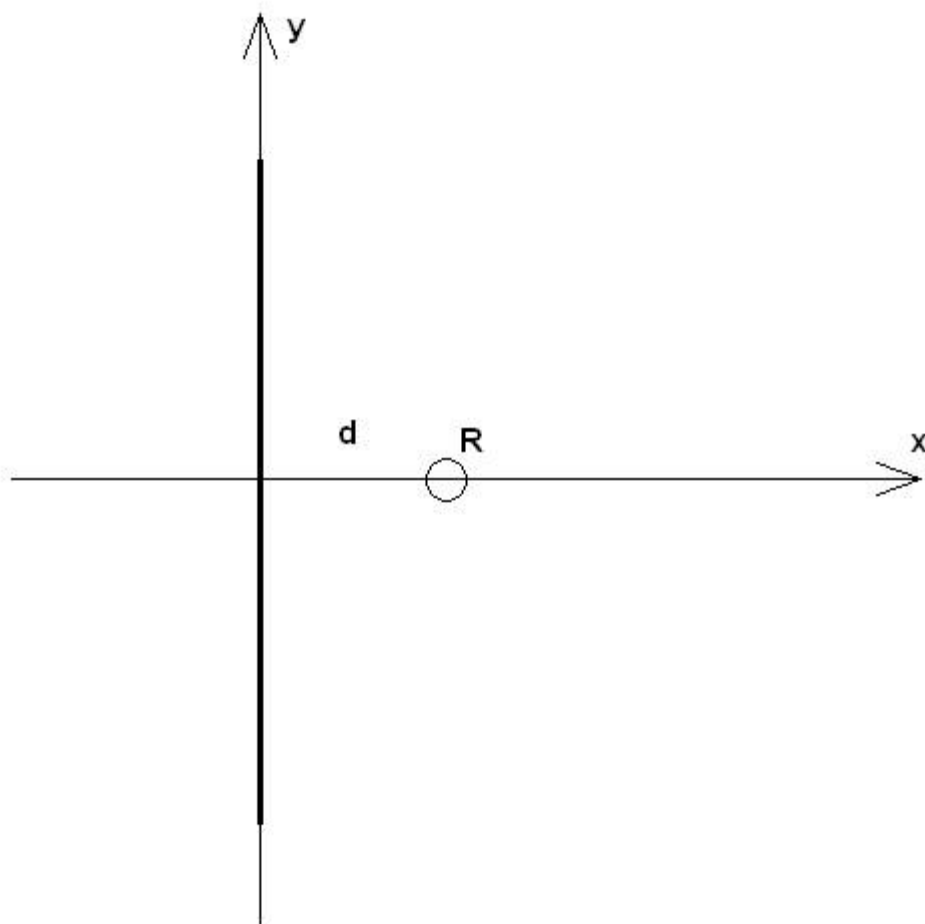


Рис. 6.1.5. Нормированная ДН полоскового рупора

Рассмотрим далее одиночные облучатели штыревого типа, которые могут быть изготовлены по ИПВ технологии. Простейшая конструкция облучателя показана на рис. 6.1.6.



*Рис. 6.1.6. Одиночный штыревой облучатель*

Он представляет собой металлический цилиндр радиуса  $R$ , расположенный на расстоянии  $d$  от металлической стенки. Цилиндр находится внутри ПВ, который заполнен средой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ . ДН такого облучателя при условии  $kR \ll 1$  находится элементарно. Она совпадает с ДН нити электрического тока  $I_z^e = I\delta(y)\delta(x-h)$ , расположенной рядом с идеально проводящей стенкой.

Более сложную задачу представляет оценка согласования штыревого облучателя. Обычно штырь является продолжением центрального проводника коаксиальной ЛП, образующей вход устройства. Кроме того, часто между противоположным концом штыря не связанным с ЛП и экраном ПВ для улучшения согласования включают сосредоточенные сопротивления. Для описания связи штыря с ЛП и сосредоточенного сопротивления будем

использовать модель описанную в работе [111]. В соответствии с этой моделью металлический цилиндр, на поверхности которого выполняются нулевые граничные условия для электрического поля заменяется цилиндром того же радиуса, но с импедансными граничными условиями:

$$E_z = \tilde{Z}H_\varphi + E_0, \quad (6.1.15)$$

$$\tilde{Z} = \frac{2\pi R}{h} Z,$$

$$E_0 = \frac{E}{h},$$

где  $Z$  - полное сосредоточенное сопротивление, включенное между штырем и экранами ПВ, в том числе внутреннее сопротивление источника, равное сопротивлению ЛП,  $E$  - эдс источника.

Решение граничной задачи, которая является в этом приближении двумерной задачей, проведем заменяя цилиндр нитью тока. Поле, создаваемое током находится при помощи функции Грина [52]:

$$E_z = -\frac{IkW}{4} \left( H_0^{(2)} \left( k\sqrt{(x-h)^2 + y^2} \right) - H_0^{(2)} \left( k\sqrt{(x+h)^2 + y^2} \right) \right), \quad (6.1.16)$$

где  $k, W$  - волновое число и сопротивление среды с проницаемостью  $\varepsilon$ .

Магнитное поле на поверхности цилиндра с малым радиусом приближенно находится следующим образом [52]:

$$H_\varphi = \frac{I}{2\pi R}. \quad (6.1.17)$$

В принятом приближении мы можем выполнить граничное условие (6.1.15) только в некоторой точке на поверхности цилиндра, например, при  $x = d + R$ . Тогда с учетом того, что  $R \ll d$  получаем уравнение для определения неизвестной амплитуды тока  $I$ :

$$-\frac{IkhW}{4} \left( H_0^{(2)}(kR) - H_0^{(2)}(2kd) \right) = ZI + E. \quad (6.1.18)$$

Находим из выражения (6.1.18) искомую постоянную  $I$ :

$$I = -\frac{E}{\frac{khW}{4} \left( H_0^{(2)}(kR) - H_0^{(2)}(2kd) \right) + Z}. \quad (6.1.19)$$

Входное сопротивление облучателя  $Z_i$  можно найти при помощи соотношения (6.1.19):

$$Z_i = \frac{khW}{4} \left( H_0^{(2)}(kR) - H_0^{(2)}(2kd) \right) + (Z - R_g), \quad (6.1.20)$$

где  $R_g$  - внутреннее сопротивление источника.

ДН излучения находим из формулы (6.1.16). Для нормированной ДН можно получить следующее соотношение:

$$F_n(\varphi) = \frac{\sin(kd \cos \varphi)}{\sin(kd)}. \quad (6.1.21)$$

На рис. 6.1.7 показаны ДН одиночного штыревого облучателя. Кривые 1 – 3 получены для  $\varepsilon = 2.5$ ,  $d = 0.1, 1, 1.5$ .

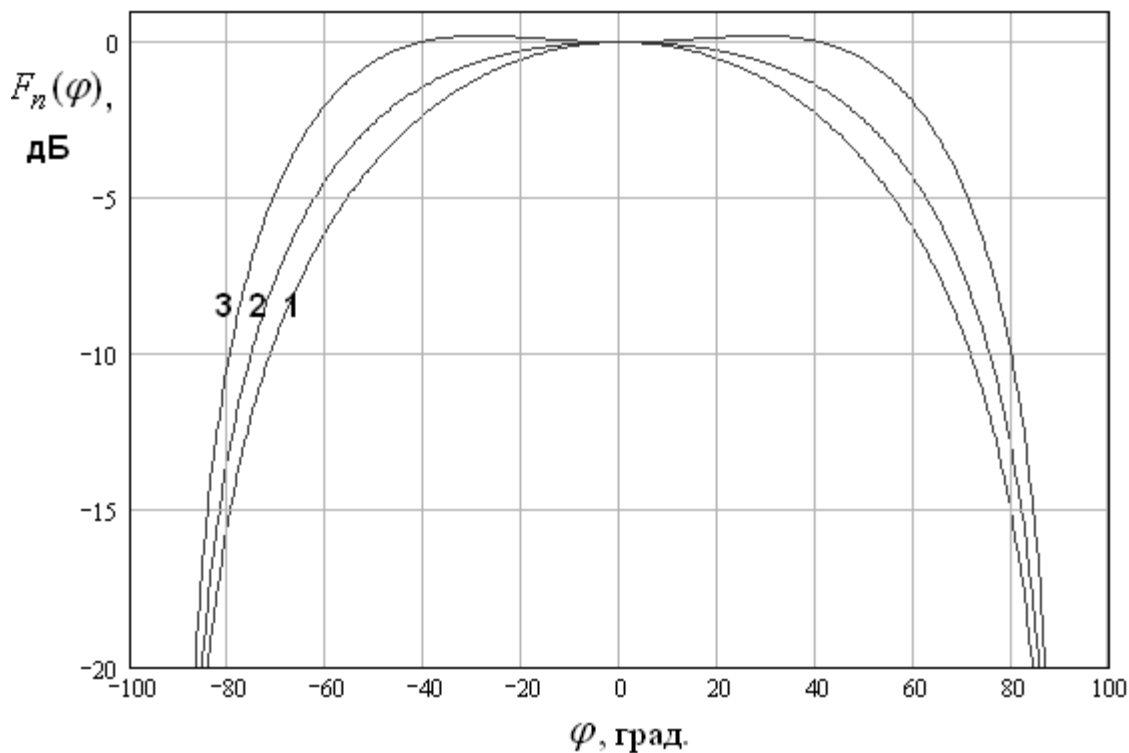
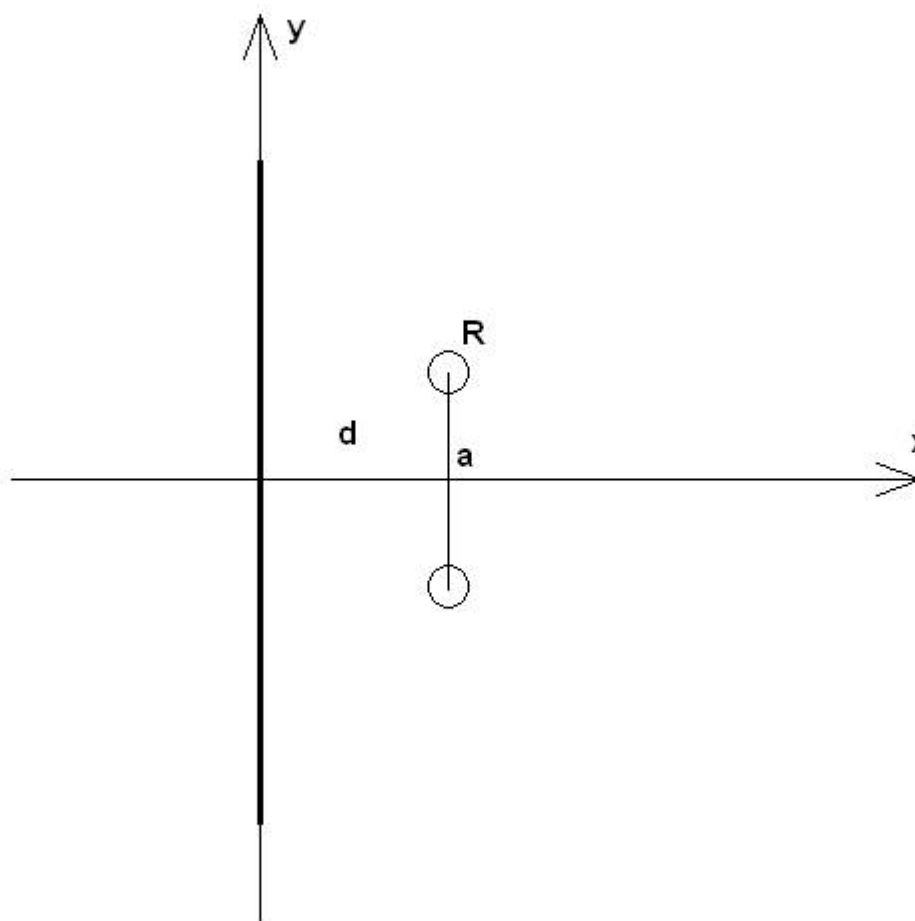


Рис. 6.1.7. ДН одиночного штыревого облучателя

Видно, что облучатель данного типа имеет весьма широкую ДН. По уровню – 10 дБ, принятому в антенной технике ее ширина может достигать  $160^\circ$ . Такой облучатель может быть использовать только в весьма короткофокусных системах. При этом следует отметить, что при определенном расстоянии от штыря до стенки ДН имеет привлекательную прямоугольную форму, которая во многих случаях оказывается оптимальной с точки зрения достижения максимальной энергетической эффективности всей системы облучатель – линза/зеркало.

Дополнительные функциональные возможности имеет более сложный облучатель, содержащий два штыря. Он показан на рис. 6.1.8. Штыри запитываются синфазно при помощи, например, делителя мощности на два канала.



*Рис. 6.1.8. Сдвоенный штыревой облучатель*



Задачу расчета входного сопротивления такого облучателя нетрудно решить, используя методику, описанную выше. Остановимся на анализе формы его ДН и возможностях управления ею при помощи параметров структуры.

Выражение, описывающее нормированную ДН облучателя имеет следующий вид:

$$F_n(\varphi) = \frac{\sin(kd \cos \varphi) \cos(ka / 2 \sin(\varphi))}{\sin(kd)}, \quad (6.1.22)$$

где  $a$  - расстояние между штырями, а  $d$  - расстояние от штыря до стенки. Основное достоинство сдвоенного облучателя состоит в возможности управления шириной ДН за счет параметра  $a$ . На рис. 6.1.9 показаны его ДН. Кривые 1 – 3 получены для  $\varepsilon = 2.5$ ,  $d = 1$ ,  $a = 1, 2, 3$ .

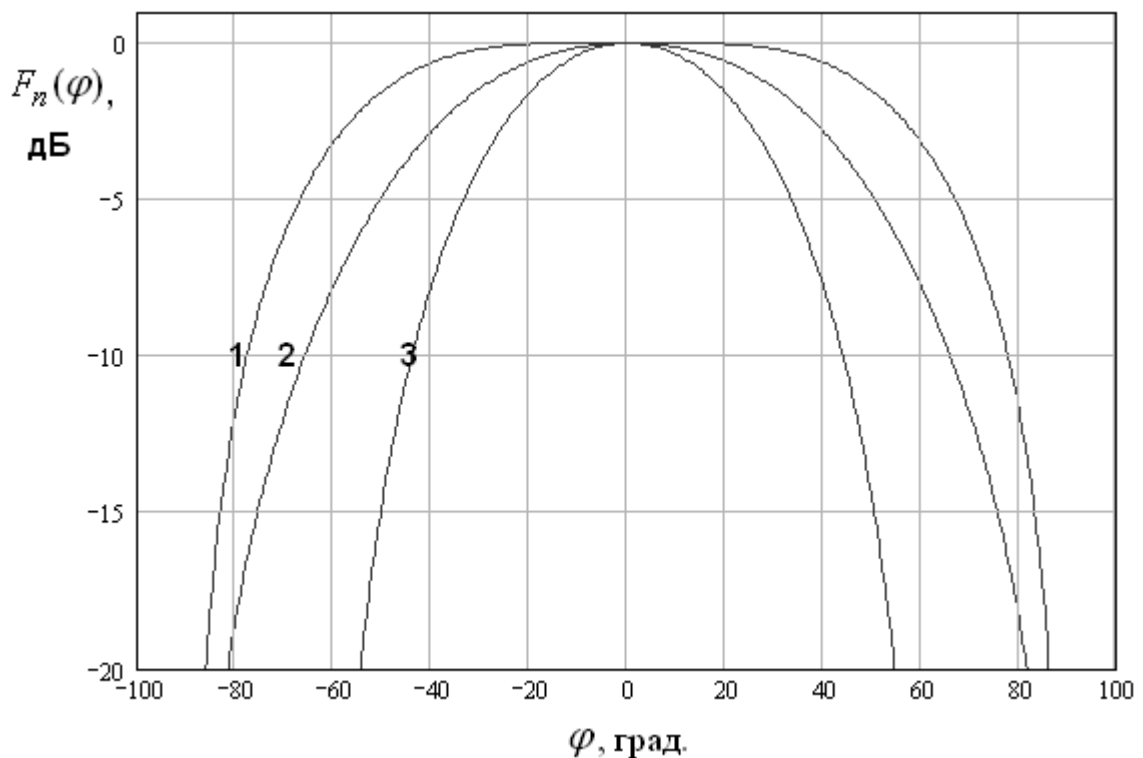


Рис. 6.1.9. ДН сдвоенного штыревого облучателя

Видно, что увеличение расстояния между штырями сильно влияет на ширину ДН, которая при  $a = 3$  равна  $90^\circ$ . При этом говорить о прямоугольной форме ДН не приходится.

Все виды облучателей рассмотренные в данном разделе активно используются вместе с разными оптическими системами. Полосковые рупора чаще всего применяются для облучения линз Ротмана [25]. Основное отличие и достоинство щелевых рупоров в возбуждении волн магнитного типа используется при работе с линзами на основе ЧПР [14]. Система из сдвоенных штыревых облучателей описана в работе [91], в которой рассматривается двухзеркальная система Кассегрена, выполненная по ИПВ технологии.

## 6.2. Решетки рупорных облучателей

Матричный облучатель в интегральной СВЧ оптике, как правило, представляет собой решетку планарных рупоров, которые располагаются, как показано на рис. 6.2.1.

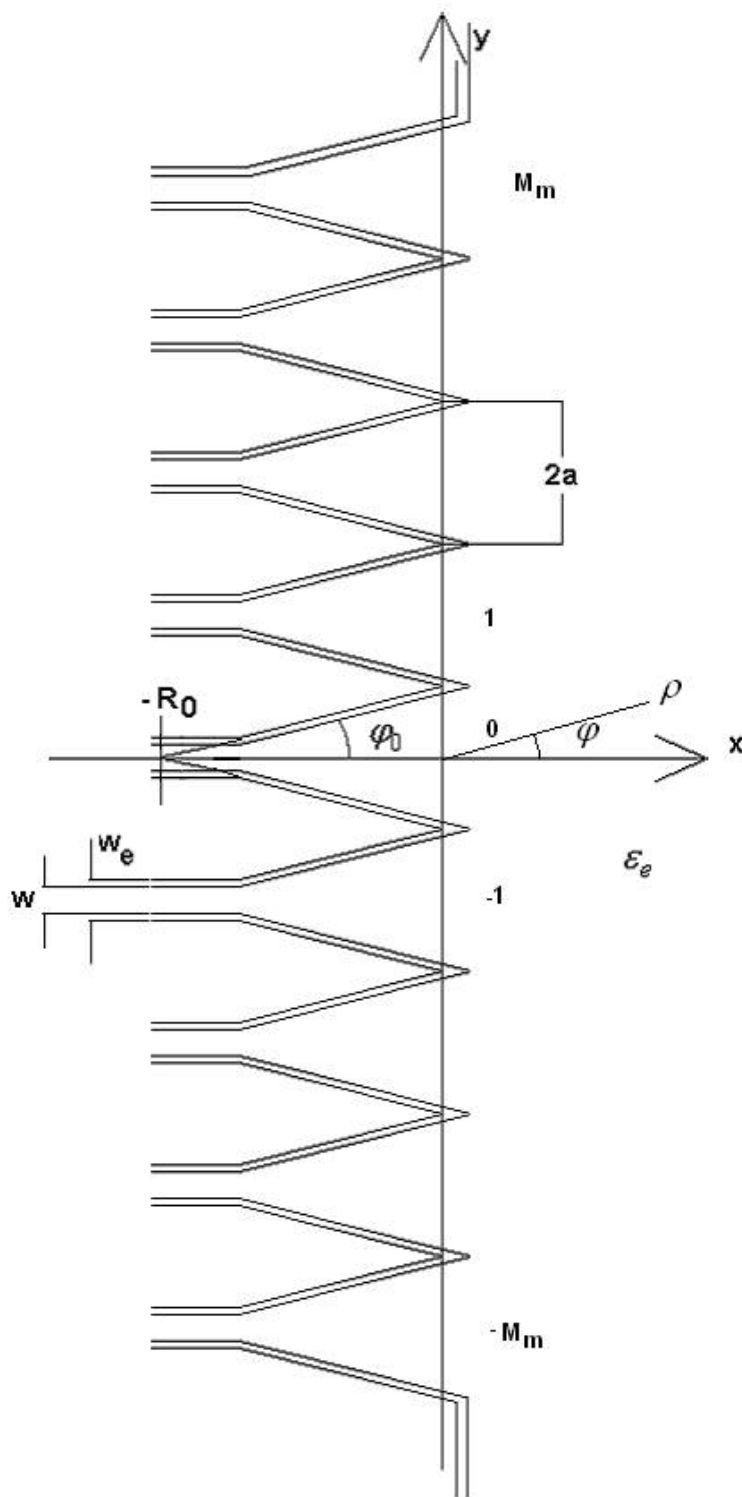


Рис. 6.2.1. Решетка планарных рупоров

На практике граница решетки бывает изогнутой вдоль некоторой кривой, которую принято называть дугой сканирования [99]. Ее форма определяется линзой или зеркалом, которое облучается решеткой. Электрический радиус кривизны дуги сканирования обычно весьма велик. Поэтому пренебрежение кривизной решетки и переход к структуре показанной на рис. 6.2.1 оправданны.

Основной задачей проектирования матричного облучателя является определение ДН его элементов. Для этого необходимо решить сложную трехмерную электродинамическую граничную задачу. Отметим, что в полном объеме, то есть с учетом всех рупоров, формирующих облучатель, решить ее в настоящее время затруднительно. Причина такого положения обусловлена сложностью структуры рассматриваемого устройства, которое, с одной стороны, имеет электрические размеры много большие единицы. С другой стороны, его функционирование определяют размеры сравнимые с длиной волны или даже значительно меньшие ее. К их числу относится, например, толщина подложки  $d$ .

Большие размеры облучателя ставят ограничения на использование численных методов электродинамики, которые реализованы в таких системах как HFSS, MWS, FEKO. В тоже время, присутствие малоразмерных элементов не позволяет эффективно применять асимптотические методы решения граничных задач, которые используются при анализе трехмерных квазиоптических структур.

В такой ситуации наиболее эффективным оказывается комплексный подход, сочетающий различные приближенные методы со строгими методами численной электродинамики. Применение моделей разного уровня позволяет лучше прояснить природу процессов, происходящих в исследуемой структуре и выбрать приемлемый по точности и затратам способ их описания.

В данном разделе используются следующие методы: наиболее простой метод физической оптики, более сложная модель, основанная на переходе от

трехмерной структуры к двумерной и решению для нее двумерной граничной задачи, наиболее сложная модель, основанная на решении трехмерной граничной задачи для исходной структуры. Отметим, что переход к двумерной структуре является эвристическим этапом, который выполняется с помощью, так называемых, волноводных моделей ДЦВ и МПЛ [109], [110]. Рассмотрим далее применение указанных методов для анализа матричного облучателя.

*Волноводная модель решетки ее анализ в приближении физической оптики.* В разд. 6.1 мы уже обсуждали построение волноводной модели одиночных полоскового и щелевых рупоров. При построении модели решетки отметим только, что в отличие от одиночного рупора при переходе от трехмерной решетки к двумерной ширина раскрыва рупора  $2a$  остается неизменной. Происходит только смещение модельной решетки по оси  $Ox$ , что необходимо учитывать при определении места положения фазового центра ДН облучателя.

Пусть возбуждается центральный канал решетки с номером  $m = 0$ . Назовем его активным каналом. В качестве источника возбуждения рассматриваем основную волну волновода, которая бежит по нему слева направо. Отметим, что волновод образован двумя металлическими плоскостями и поэтому является ПВ. Его основная волна – это Т – волна. На стыке с рупором она преобразуется в основную рупорную волну, которая распространяется вдоль рупора до выходной плоскости решетки и излучается пространство при  $x > 0$ . Основанием для применения метода физической оптики является низкий уровень отражений от нерегулярных участков структуры. Ограничения на параметры, обеспечивающие выполнение этого условия мы обсуждали в разд. 6.1. Они сохраняют свою силу применительно к решетке рупоров.

Поэтому перейдем сразу к заключительному этапу решения по методу физической оптики – определению ДН. Полагаем, что поле в плоскости  $x = 0$

совпадает с полем падающей рупорной волны. Компонента ее поля  $H_{zi}$  записывается следующим образом:

$$H_{zi} = H_0^{(2)}(kr), \quad (6.2.1)$$

$$r = \sqrt{(x + R_0)^2 + y^2},$$

Нас также будет интересовать компонента электрического поля  $E_{yi}$ , связанная с компонентой  $H_{zi}$  через уравнения Максвелла [52]:

$$E_{yi} = -\frac{W}{ik} \frac{\partial H_{zi}}{\partial x}, \quad (6.2.2)$$

$$E_{yi} = -iW \frac{x + R_0}{r} H_1^{(2)}(kr)$$

Метод физической оптики позволяет найти поле излучения в пространстве при  $x > 0$ , если известно поле в плоскости  $x = 0$ . Считаем, что поле при  $|x| < a$  определяется соотношениями (6.2.1) и (6.2.2), а при  $|x| > a$  оно равно нулю. Отметим, что в отличие от одиночного рупора нулю равняется не только электрическое поле, но и магнитное, что связано с отсутствием бесконечных фланцев.

По этой причине мы не можем использовать для расчета поля излучения функцию Грина полупространства над металлической плоскостью, а должны следовать общей схеме метода Кирхгофа, предполагающей применение функции Грина однородного пространства [52]. Введем далее вместо первичного поля в плоскости  $x = 0$  эквивалентные электрические и магнитные токи  $I_e^{e,m}$ :

$$I_{ey}^e = -H_{zi}, \quad I_{ez}^m = -E_{yi}. \quad (6.2.3)$$

Решение задачи о возбуждении токами (6.2.3) однородного пространства позволяет найти искомое поле излучения и его ДН. Для этого целесообразно воспользоваться выражением для функции Грина однородного

пространства  $G(x, x', y, y')$  [52], с помощью которого можно записать выражение для компоненты поля излучения  $H_z$ :

$$H_z = \int_{-a}^a \left( -i \frac{k}{W} I_{ez}^m + \frac{\partial}{\partial x} I_{ey}^e \right) G(x, 0, y, y') dy'. \quad (6.2.4)$$

Поле в дальней зоне удобно представлять в цилиндрической системе координат  $\rho, \varphi$  (см. рис. 6.2.1). При  $\rho \rightarrow \infty$  функция Грина записывается следующим образом:

$$G(x, x', y, y') = -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho}} e^{-i(k\rho - \pi/4) + ik(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi)}, \quad (6.2.5)$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

С помощью соотношения (6) можно найти ДН облучателя  $F(\varphi)$ . Будем далее использовать нормированную ДН. В качестве нормирующего множителя используем значение ДН при  $\varphi = 0$ :

$$F_n(\varphi) = \frac{\int_{-a}^a \left( -i \frac{k}{W} I_{ez}^m + \frac{\partial}{\partial x} I_{ey}^e \right) e^{iky' \sin \varphi} dy'}{\int_{-a}^a \left( -i \frac{k}{W} I_{ez}^m + \frac{\partial}{\partial x} I_{ey}^e \right) dy'}. \quad (6.2.6)$$

Интегралы в соотношении (6.2.6) аналитически не берутся, но их легко определить численно. В приближении длинного рупора, когда его угол раскрытия  $\varphi_0 \ll 1$ , выражения (6.2.1), (6.2.2) можно упростить, заменив функции Ганкеля асимптотическими разложениями. Если также приближенно положить, что

$$r \approx R_0,$$

то формула (7) приобретает вид:

$$F(\varphi) = \frac{1 + \cos \varphi}{2} \frac{\sin(ka \sin \varphi)}{ka \sin \varphi}. \quad (6.2.7)$$

Видно, что полученная ДН элемента решетки отличается от ДН одиночного рупора только первым сомножителем, который представляет собой ДН элемента Гюйгенса. Формально ДН (6.2.7) определена для всех углов  $\varphi$ , то есть и в левом полупространстве, что не соответствует физической реальности, поскольку в этом полупространстве расположена решетка и излучение в него невозможно. ДН рупора, полученная в разд. 6.1 была лишена этого недостатка, поскольку при ее выводе за счет выбора функции Грина сразу предполагалось наличие отражающей стенки при  $x = 0$ . Можно предположить, что формула (6.2.7) будет давать большую погрешность при больших углах  $\varphi$ .

*Электродинамическая модель двумерной решетки.* В данном разделе будет построена модель решетки, содержащей конечное число рупоров. Модель основана на приближенном решении граничной задачи. Остановимся на принятых допущениях. К ним относятся пренебрежение отражением волн на стыках ПВ и рупоров и приближение длинных рупоров, которые уже обсуждались в разд. 6.1.

Приближение длинных рупоров позволяет существенно упростить запись электромагнитного поля в области  $x < 0$ , а также вывод интегральных уравнений, к которым сводится исходная граничная задача. В этом приближении поле внутри рупора записывается следующим образом:

$$H_{z1m} = \delta_{m,m_0} e^{ikx} + \rho_m e^{-ikx} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{n,m} J_\nu(kx) \cos \frac{\pi n(y + a + 2\pi m a)}{2a},$$

$$\nu = \frac{\pi n}{2\varphi_0}, \quad (6.2.8)$$

где  $J_\nu(kx)$  - функция Бесселя,  $\delta_{n,m}$  - символ Кронекера. Коэффициент  $\rho_m$  имеет смысл коэффициента отражения основной волны в канале с номером  $m = -M_m, \dots, 0, \dots, M_m$ ,  $M_m = (M - 1)/2$ ,  $M$  - общее число рупоров в решетке. Отметим, что структура анализируется при условии возбуждения



одного канала с номером  $m_0$  основной волной ПВ. Индекс 1 в формуле (6.2.8) соответствует полю при  $x < 0$ . Коэффициенты  $A_{n,m}$  имеют смысл амплитуд волн высших типов в рупорах. Мы предположили в разд. 6.1, что входные ПВ одноволновые. Поэтому можно допустить, что поле высших типов рупорных волн не проникает в ПВ и его искажением на стыке рупора и ПВ можно пренебречь.

Формула (6.2.8) записана на основании представления поля в рупоре (6.1.16). Она верна в окрестности плоскости  $x = 0$ , где функции Ганкеля можно заменить экспонентами, а цилиндрические координаты декартовыми

$$r \approx x + R_0, \varphi \approx \frac{y}{R_0}. \quad (6.2.9)$$

Угловую координату  $\varphi$  из формулы (6.2.9) не следует путать с той же координатой, использованной выше для описания поля в области  $x > 0$ . Здесь речь идет о цилиндрической системе координат с центром, расположенным на пересечении продолжений границ рупора. Поскольку эту систему координат мы больше не будем использовать, то в дальнейшем оснований для путаницы не должно возникнуть.

Магнитное поле в области 2, расположенной при  $x > 0$  записывается в виде интеграла Фурье:

$$H_{z2} = \int_{-\infty}^{\infty} g(\kappa) e^{-i\kappa y - \gamma x} d\kappa, \quad (6.2.10)$$

$$\gamma = \sqrt{\kappa^2 - k^2},$$

где  $g(\kappa)$  - неизвестная спектральная плотность.

Дальнейший вывод интегральных уравнений проводится стандартным образом. Поля в обеих областях выражаются через электрическое поле в плоскости  $x = 0$ . Мы предполагаем, в этой плоскости за пределами решетки имеются бесконечные фланцы. Тогда компонента поля  $E_y$  отлична от нуля

только в раскрывах рупоров. Ее можно представить в виде множества функций  $E_m$ , каждая из которых описывает поле в раскрыве рупора с номером  $m$ . Выражая электрическое поле в областях 1 и 2 через функции  $E_m$  мы автоматически удовлетворяем граничному условию непрерывности электрического поля в плоскости  $x = 0$ . На следующем этапе через функции  $E_m$  выражается магнитное поле в областях 1 и 2. Затем они приравняются при  $x = 0$ . Равенство магнитных полей дает нам искомую систему интегральных уравнений относительно  $E_m$ , решение которой позволяет удовлетворить всем граничным условиям задачи.

Приводим без вывода окончательный вид системы интегральных уравнений:

$$\sum_{p=-M_m-a}^{M_m} \int E_m(y') K_{m,p}(y, y') dy' = 2\delta_{m,m_0}, \quad m = -M_m, \dots, M_m, \quad (6.2.11)$$

$$K_{m,p} = \frac{\delta_{m,p}}{2a} \left( \frac{1}{2} + i \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \cos \frac{\pi n(y+a)}{2a} \cos \frac{\pi n(y'+a)}{2a} \right) + \frac{ik}{2\pi W} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ik(y-y')-2ika(m-p)}}{\gamma} dk.$$

Решение системы (6.2.11) проводим стандартным для таких задач методом Галеркина, представляя неизвестные функции в виде ряда по базисным функциям  $f_q(y)$ :

$$E_m(y) = \sum_{q=0}^{\infty} C_{m,q} f_q(y), \quad (6.2.12)$$

где  $C_{m,q}$  - неизвестные коэффициенты разложения (6.2.12).

Соотношение (6.2.12) подставляем в систему (6.2.11) и проецируем ее на систему тестовых функций, совпадающих с базисными. В результате мы получаем СЛАУ относительно коэффициентов  $C_{m,q}$ :

$$\sum_{p=-M_m}^{M_m} \sum_{q=0}^{N-1} C_{p,q} Z_{m,p}^{r,q} = B_{r,m}, m = -M_m, \dots, M_m, r = 0, \dots, N-1,$$

$$Z_{m,p}^{r,q} = \int_{-a}^a \int_{-a}^a f_q(y') f_r(y) K_{m,p}(y, y') dy dy', \quad (6.2.13)$$

$$B_{r,m} = 2 \int_{-a}^a f_r(y) dy \delta_{m,m_0}.$$

Параметр  $N$  - число базисных функций, используемых для описания поля, выбирается из условия сходимости решения СЛАУ (6.2.13).

Введем следующие обозначения:

$$\xi_{n,r} = \int_{-a}^a f_r(y) \cos \frac{\pi n(y+a)}{2a} dy, \quad (6.2.14)$$

$$\zeta_r(\kappa) = \int_{-a}^a f_r(y) e^{-i\kappa y} dy.$$

С их помощью внешние параметры решетки выражаются через коэффициенты  $C_{m,q}$ :

$$\rho_m = \delta_{m,m_0} - \frac{1}{2aW_e} \sum_{r=0}^{N-1} C_{m,r} \xi_{0,r}, \quad (6.2.15)$$

$$F_n(\varphi) = \frac{\sum_{m=-M_m}^{M_m} \sum_{r=0}^{N-1} C_{m,r} \zeta_r^*(k \sin \varphi) e^{2ikma \sin \varphi}}{\sum_{m=-M_m}^{M_m} \sum_{r=0}^{N-1} C_{m,r} \zeta_r^*(0)}. \quad (6.2.16)$$

*Электродинамическая модель трехмерной решетки.* Наряду с приближенными двумерными моделями решетки рупоров предпринимались попытки их полного электродинамического моделирования. В данной работе

исследование решетки проводилось в системе FEKO [43]. Выбор FEKO в качестве инструмента моделирования решетки определялся возможностью, которую представляет метод интегральных уравнений, используемый в этой системе для решения граничных задач.

В отличие от других численных методов, которые применяются в системах HFSS и MWS метод интегральных уравнений необязательно требует ограниченных размеров области, в которой ищется поле. В частности, допустимо использовать модель решетки с бесконечной подложкой. При этом ограниченные размеры должны иметь только металлические проводники, нанесенные на ее поверхности.

Нетрудно видеть, что в класс указанных выше структур при определенных допущениях попадает решетка на основе щелевых рупоров и не попадает решетка полосковых рупоров. Решетка щелевых рупоров легко может быть преобразована к требуемому виду, если из нее удалить бесконечные фланцы. При этом бесконечная область, в которую происходит излучение поля, формируется диэлектрической подложкой свободной от проводников.

Иная ситуация в случае с полосковой решеткой. Здесь область, в которую излучает решетка, образована ПВ. Она имеет металлические проводники, уходящие на бесконечность. Ее также можно было бы свести к требуемому виду, если использовать в качестве неизвестных функций, относительно которых записываются интегральные уравнения, магнитные токи. Однако, в системе FEKO пока такая возможность отсутствует. Поэтому применение модели с бесконечной подложкой для полосковой структуры невозможно.

При этом необходимо отметить, что возможность моделирования бесконечных планарных структур в нашем случае является критически важной. Дело в том, что, ограничивая размеры подложки, мы вносим в структуру источник отражений, которые не позволяют рассматривать найденное поле как поле в дальней зоне, поскольку к нему добавляется поле,

отраженное от границ подложки. Возможно, что анализ полоскового облучателя следует проводить с помощью системы ADS, которая работает не только с электрическими, но и с магнитными токами.

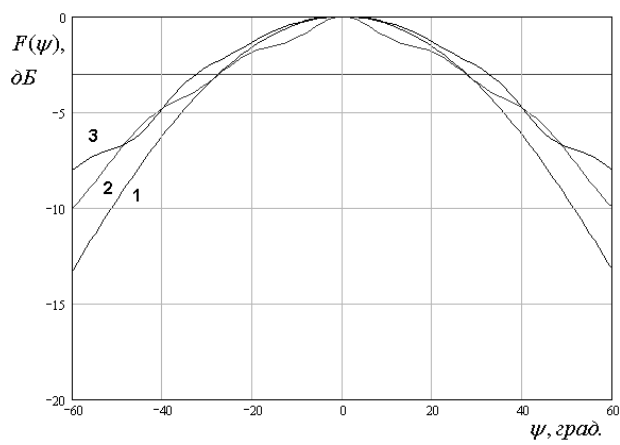
Таким образом, наиболее удобной для численного анализа является матричный облучатель на основе ДЩВ. Следует отметить, что качественно полосковый облучатель не должен существенно отличаться от дуального аналога на ДЩВ по соображениям изложенным в разд. 6.1. Поэтому мы ограничились исследованием щелевой структуры.

Исследовались одиночные рупора и решетки рупоров. После решения граничной задачи находилось поле на дуге достаточно большого электрического радиуса с центром в начале координат. Дуга лежит в плоскости  $XOY$ . Это поле можно считать дальним и по его зависимости от угла  $\varphi$  можно найти ДН облучателя.

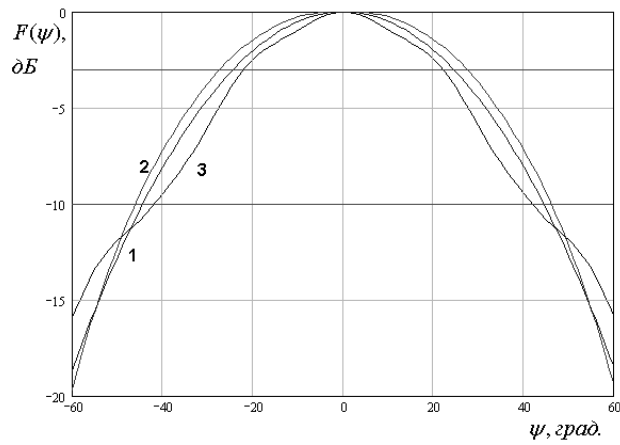
Каналы облучателя в ходе численных расчетов были нагружены на сосредоточенные порты, импедансы которых определялись численно из условия наилучшего согласования. Для определения параметров портов была проанализирована отдельная структура в виде отрезка ДЩВ нагруженного с двух сторон указанными портами. Их импедансы находились по критерию минимума коэффициента отражения в полосе частот.

*Численные результаты.* Был проведен цикл численных исследований матричных облучателей диапазона 30 – 40 ГГц, которые выполнялись на подложке с проницаемостью  $\varepsilon = 10$  толщиной  $d = 1$ . Расчеты выполнялись с помощью трех описанных выше моделей. Облучатель имел следующие параметры: число рупоров  $M = 7$ , длина рупора  $L = 9$ , ширина ДЩВ  $w = 0.9$ . Ширина раскрыва рупора  $a$  изменялась в диапазоне 2 – 3.5. Возбуждался центральный канал облучателя.

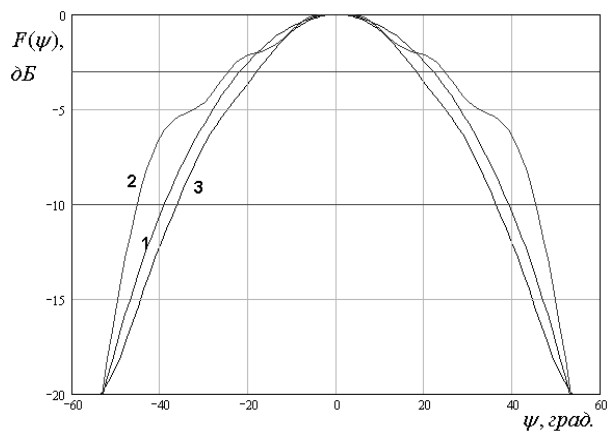
На рис. 6.2.2 – 6.2.7 представлены рассчитанные ДН.



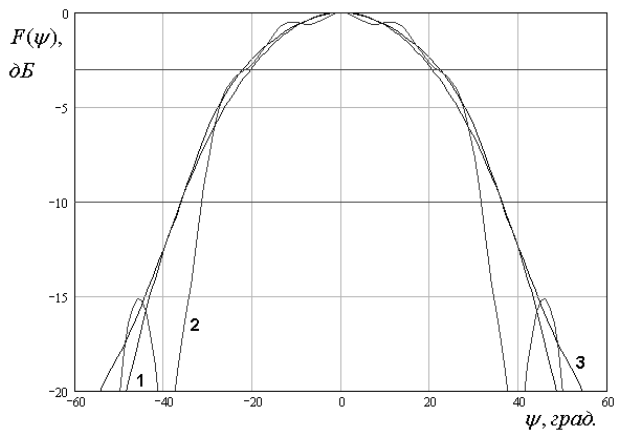
а



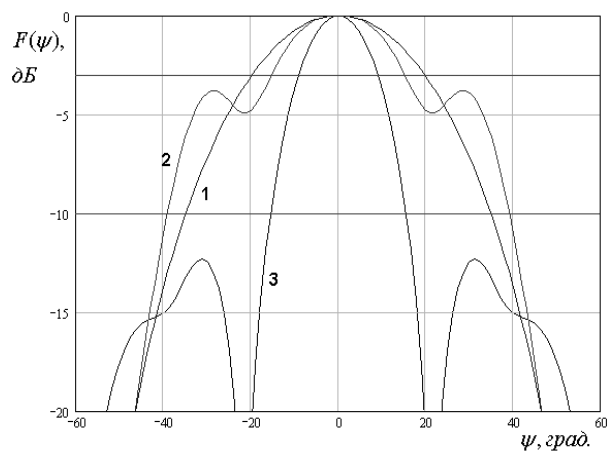
б



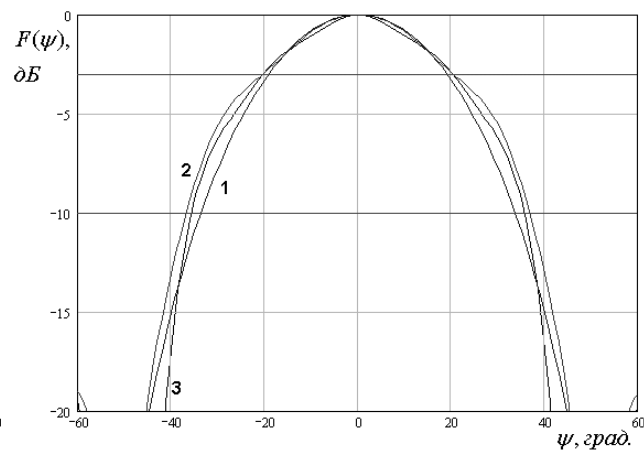
в



г

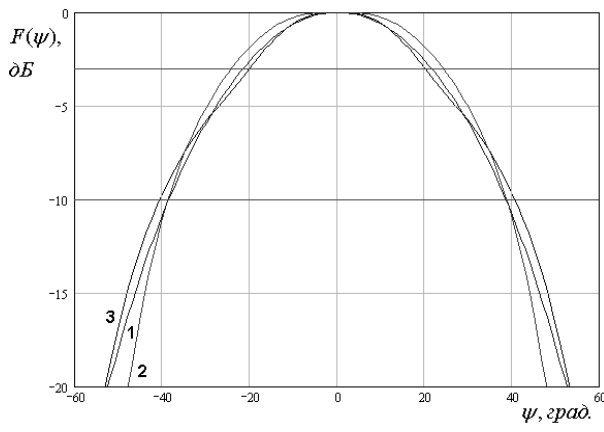


д

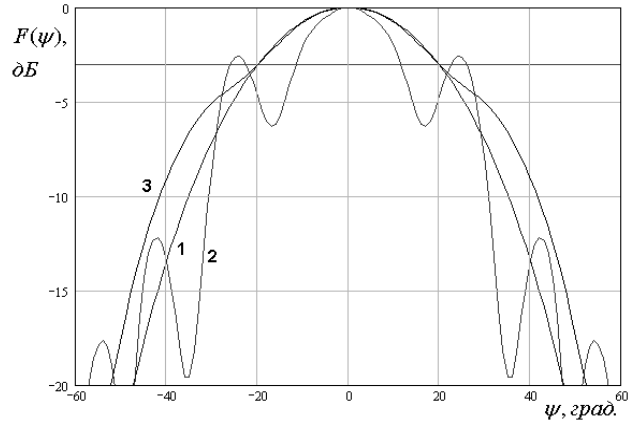


е

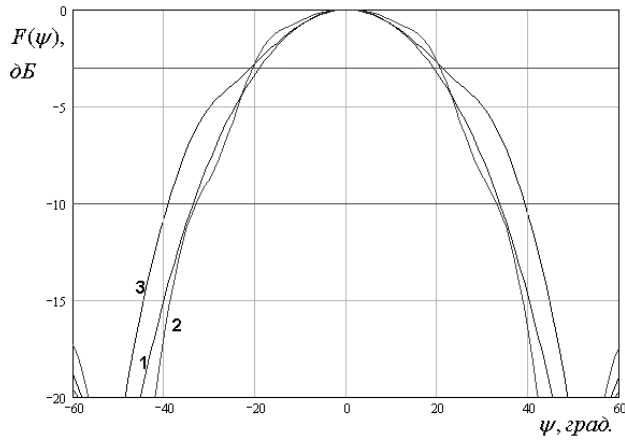
Рис. 6.2.2. ДН облучателя при  $a = 2$



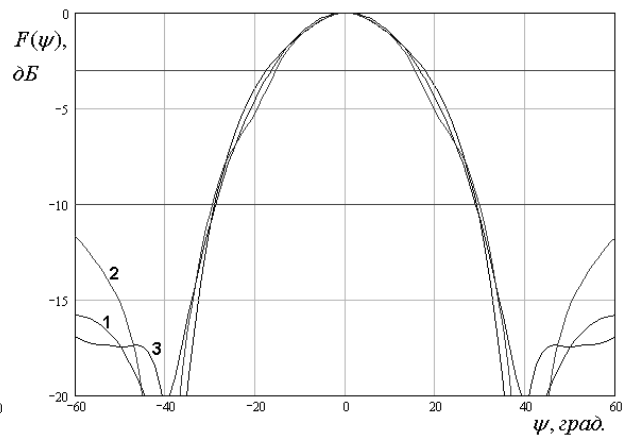
а



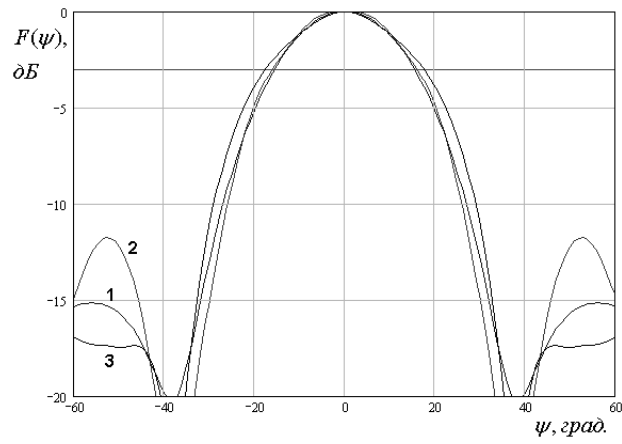
б



в

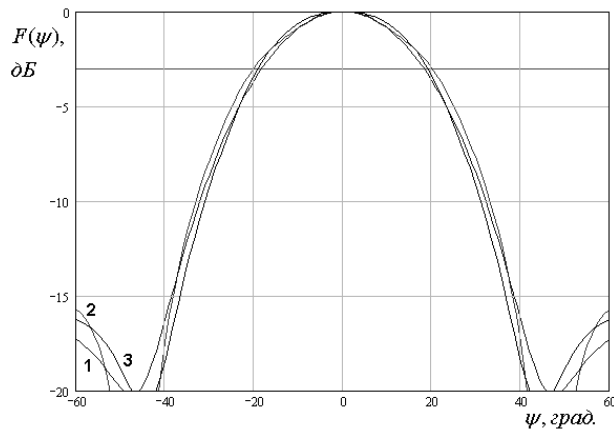


г

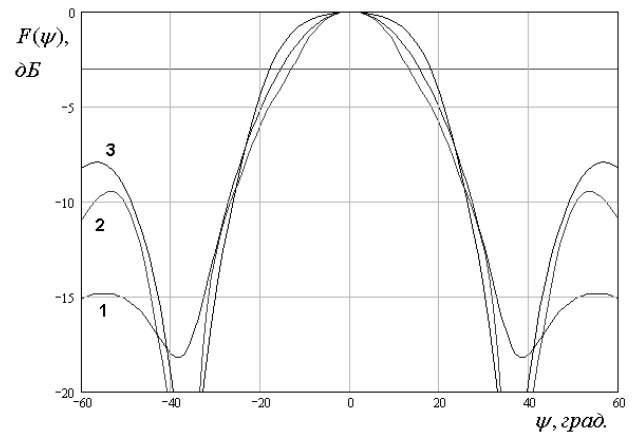


д

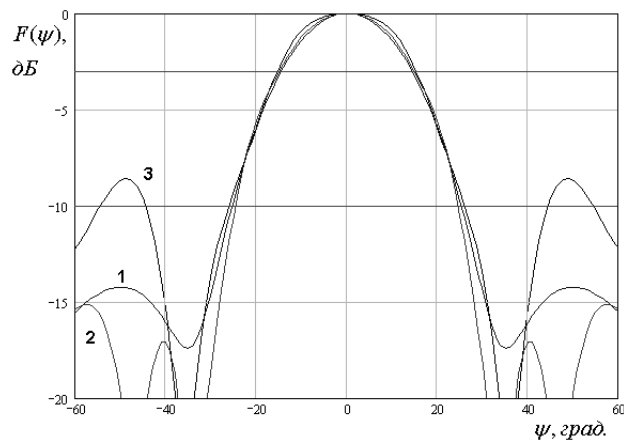
Рис. 6.2.3. ДН облучателя при  $a = 2.5$



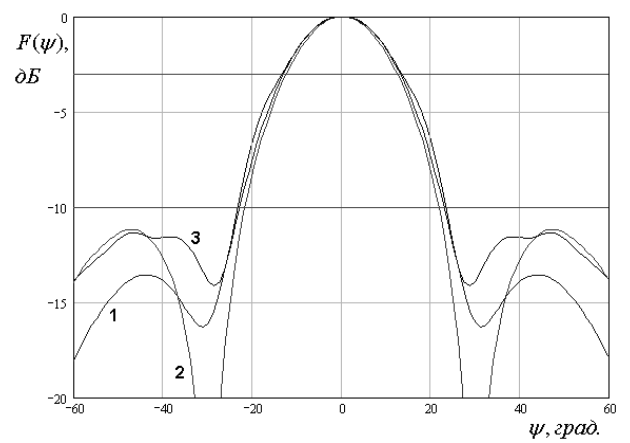
а



б

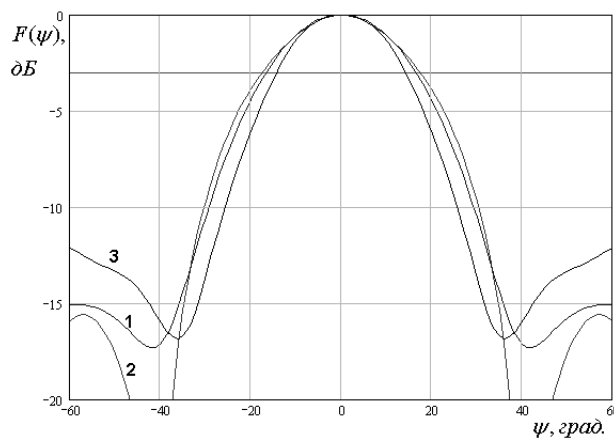


в

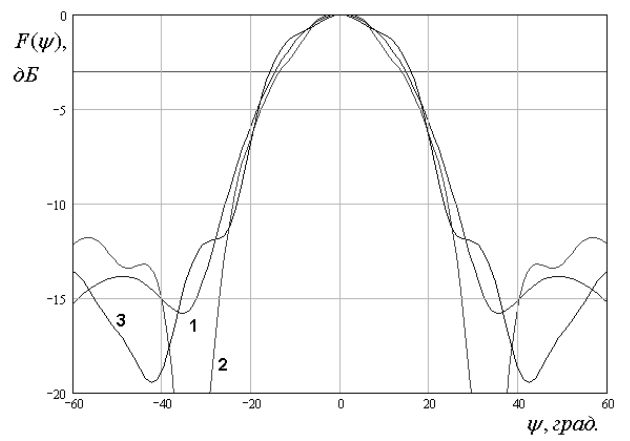


д

Рис. 6.2.4. ДН облучателя при  $a = 3$



а



б



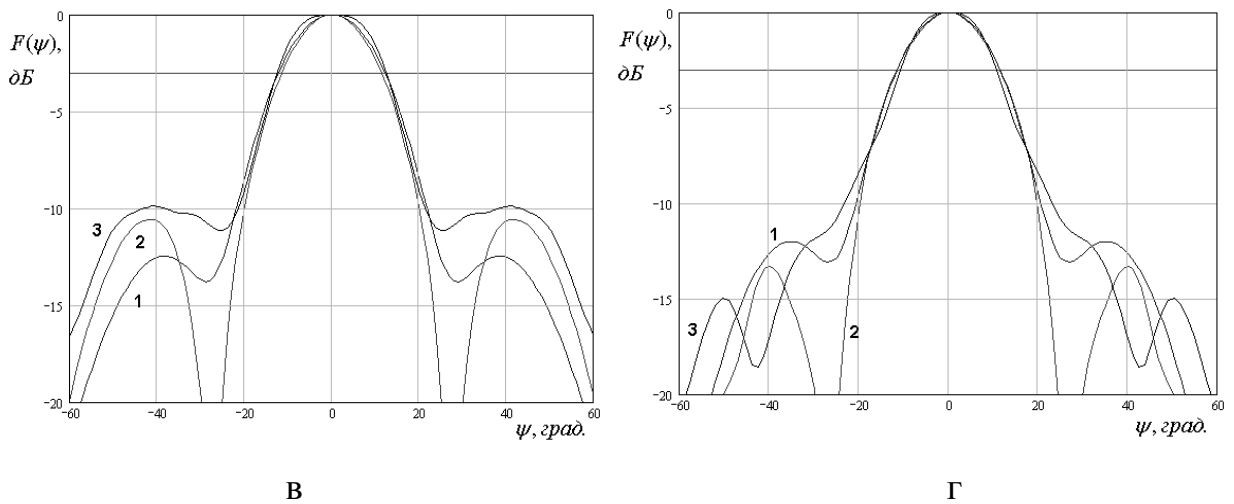


Рис. 6.2.5. ДН облучателя при  $a = 3.5$

Кривые 1 – 3 на рис. 6.2.2 – 6.2.5 соответствуют методу физической оптики, решению двумерной граничной дачи и решению трехмерной граничной задачи. Рис. 6.2.2 а – е получены для  $f = 30,33,36,38,39,40$  ГГц. Рис. 6.2.3 а – д получены для  $f = 31,33,34,38,40$  ГГц. Рис. 6.2.4 а – г получены для  $f = 31,35,37,40$  ГГц. Рис. 6.2.5 а – г получены для  $f = 30,33,38,40$  ГГц. Горизонтальными линиями на рис. 6.2.2 – 6.2.5 показаны уровни в  $-3$  и  $-10$  дБ, которые используются в антенной технике для определения ширины ДН.

Анализ ДН, рассчитанных тремя разными методами позволяет сделать следующие выводы. Существует диапазон частот, в котором результаты всех методов достаточно близки. При этом совпадение улучшается при увеличении раскрыва рупора  $a$ . Однако, существуют относительно узкие диапазоны частот, в которых ДН, полученные из решения двумерной и трехмерной задач ведут себя аномальным образом: резко меняется ширина ДН, ее форма и уровень боковых лепестков. При этом метод физической оптики не позволяет описать аномальное поведение ДН в указанном диапазоне частот.

Таким образом, можно говорить о существовании некоторого резонансного эффекта, который искажает форму ДН облучателя. Его резонансная частота  $f_r$  зависит от параметров рупора. Так при  $a = 2$  она

равна 39 ГГц, при  $a = 2.5$  33 ГГц, при  $a = 3$  резонанс слабо выражен и наблюдается на частоте 35 ГГц и при  $a = 3.5$  резонансный эффект не обнаружен.

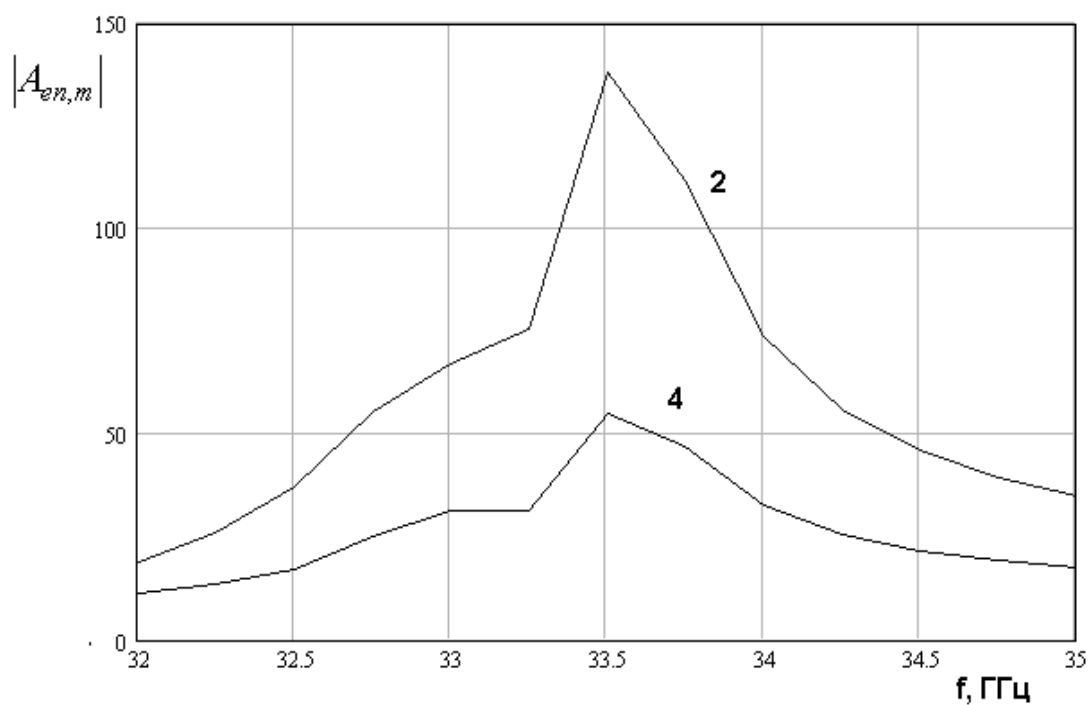
Следует отметить следующее. Резонансная частота достаточно хорошо предсказывается с помощью двумерной модели, которая также хорошо описывает ДН в нерезонансной области, по крайней мере, в пределах главного лепестка. В окрестности резонанса данные, получаемые с помощью двумерной и трехмерной моделей, могут сильно отличаться. Тем не менее, обе модели предсказывают сильные искажения ДН, которые говорят о том, что облучатель в этой области частот неработоспособен. Поэтому вопрос о достоверности расчетов в ней не очень актуален. Важно лишь правильно предсказать частоту резонанса и полосу частот, в которой сильно его влияние.

Интересно выяснить природу наблюдаемых резонансных эффектов. Для этого полезно исследовать частотные зависимости коэффициентов  $A_{n,m}$ , которые рассчитываются в рамках двумерной модели решетки. Поле внутри рупора складывается из поля основной распространяющейся волны, которой соответствует номер  $n = 0$  и высших типов волн с  $n > 0$ . Высшие типы волн не проникают в волновод. Они полностью отражаются от критического сечения рупора, в котором они испытывают отсечку. Если раскрыв рупора также сильно отражает какую-нибудь волну высшего типа, то для нее создаются условия для возникновения резонанса, который иногда называют резонансом «запертых» мод. О наличии такого резонанса будет свидетельствовать резкий рост одного из коэффициентов  $A_{n,m}$ , которые имеют смысл амплитуд высших типов волн.

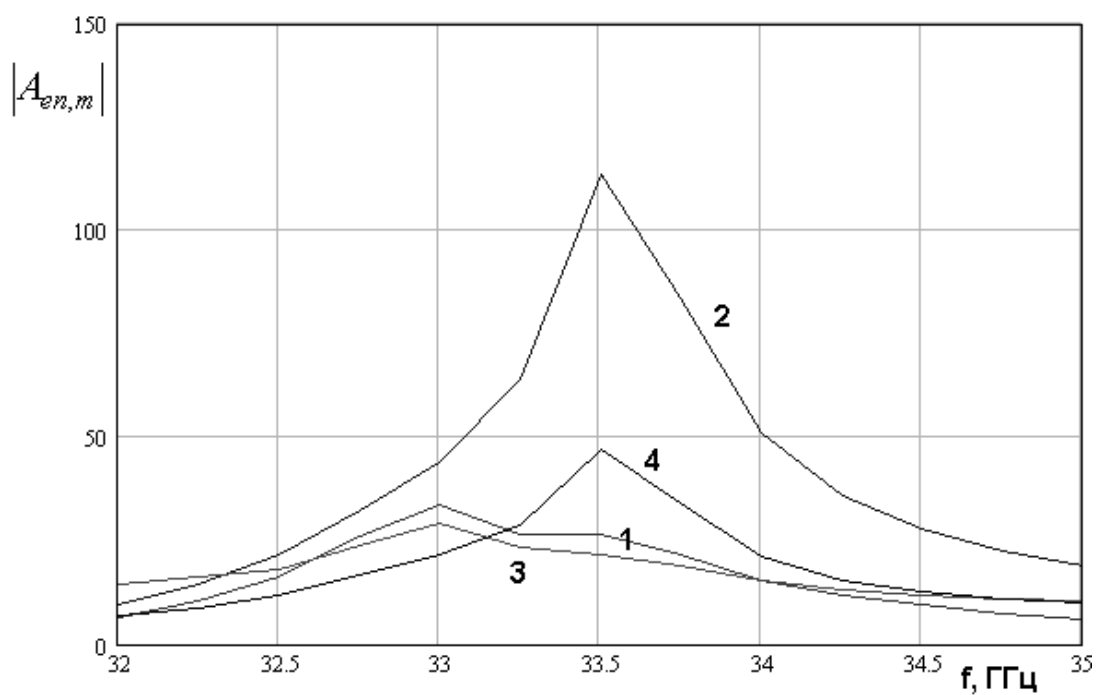
Будем анализировать вместо коэффициентов  $A_{n,m}$  коэффициенты  $A_{en,m}$ :

$$A_{en,m} = iWJ'_v(kR_0)A_{n,m}, \quad (6.2.17)$$

где  $J'_\nu(kR_0)$  - производная от функции Бесселя. Параметры  $A_{en,m}$  имеют смысл амплитуд электрического поля высших типов волн в раскрыве рупора.



а



б

Рис. 6.2.6. Частотные зависимости модулей параметров  $A_{en,m}$

На рис. 6.2.6 а,б показаны частотные зависимости модулей коэффициентов  $A_{en,m}$ . Кривые 1 – 4 соответствуют номерам волн  $n = 1 – 4$ . Кривые на рис. 6.2.6 а получены для центрального канала с  $m = 0$ , а кривые на рис. 6.2.6 б для канала с  $m = 1$  при  $a = 2.5$ . Остальные параметры остались без изменения.

Видно, что коэффициенты  $A_{en,m}$  ведут себя резонансным образом, достигая максимума на частоте  $f = 33.5$  ГГц, которая близка к резонансной частоте определенной выше по искажениям ДН. В центральном канале в силу симметрии структуры волны с нечетными номерами не возбуждаются. В первом боковом канале все амплитуды имеют конечные значения. Наибольшей из них является амплитуда второй волны. Можно предположить, что ее резонанс является источником аномального поведения решетки вблизи частоты  $f = 33.5$  ГГц.

На рис. 6.2.7 показана частотная зависимость модуля коэффициента  $A_{e2,0}$ . Кривые 1 – 4 получены для разных углов раскрыва рупора  $\varphi_0 = 10, 11.25, 12.9, 15^\circ$  при  $a = 2.5$ .

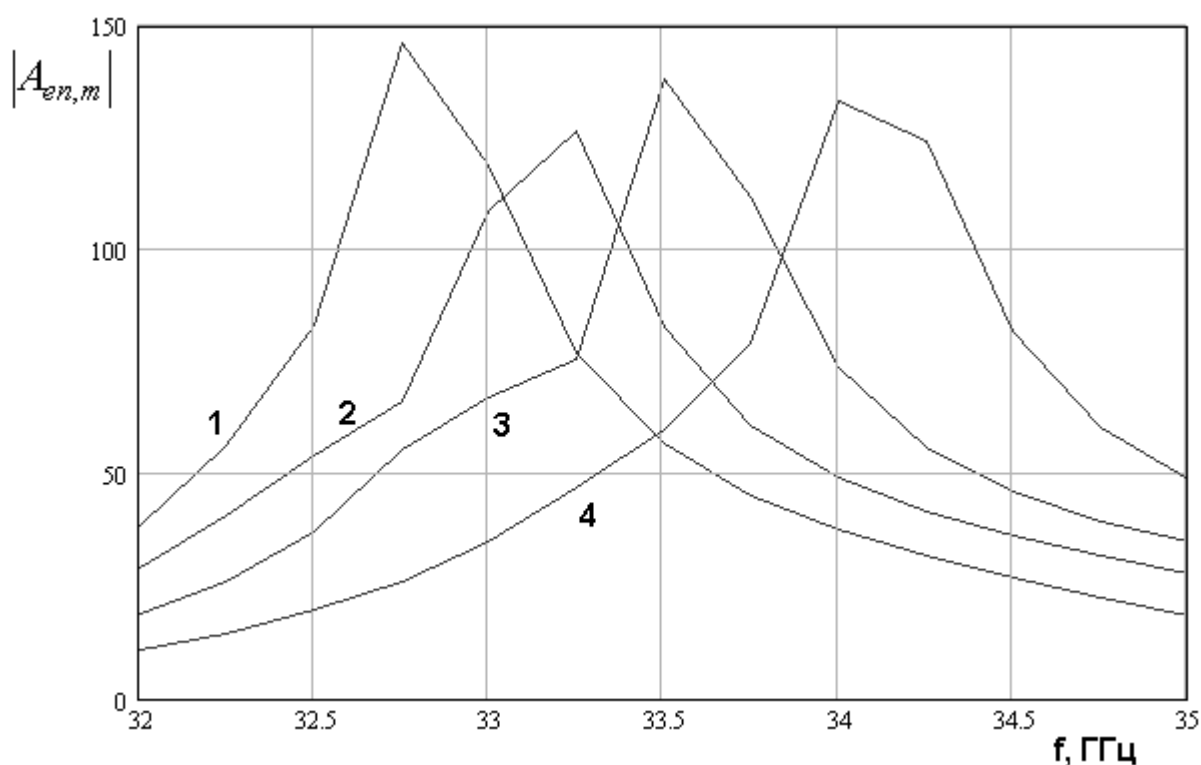


Рис. 6.2.7. Частотная зависимость модуля параметра  $A_{e2,0}$

Видно, что уменьшение угла раскрытия, то есть удлинение рупора снижает резонансную частоту.

Интересно, что резонанс в решетке приводит к всплеску коэффициентов отражения в ее каналах по основной волне  $\rho_m$ . На рис. 6.2.8 показана частотная зависимость модулей  $\rho_m$ . Кривые 1 – 3 получены для  $m = 0 – 2$ . Параметры решетки приведены выше.

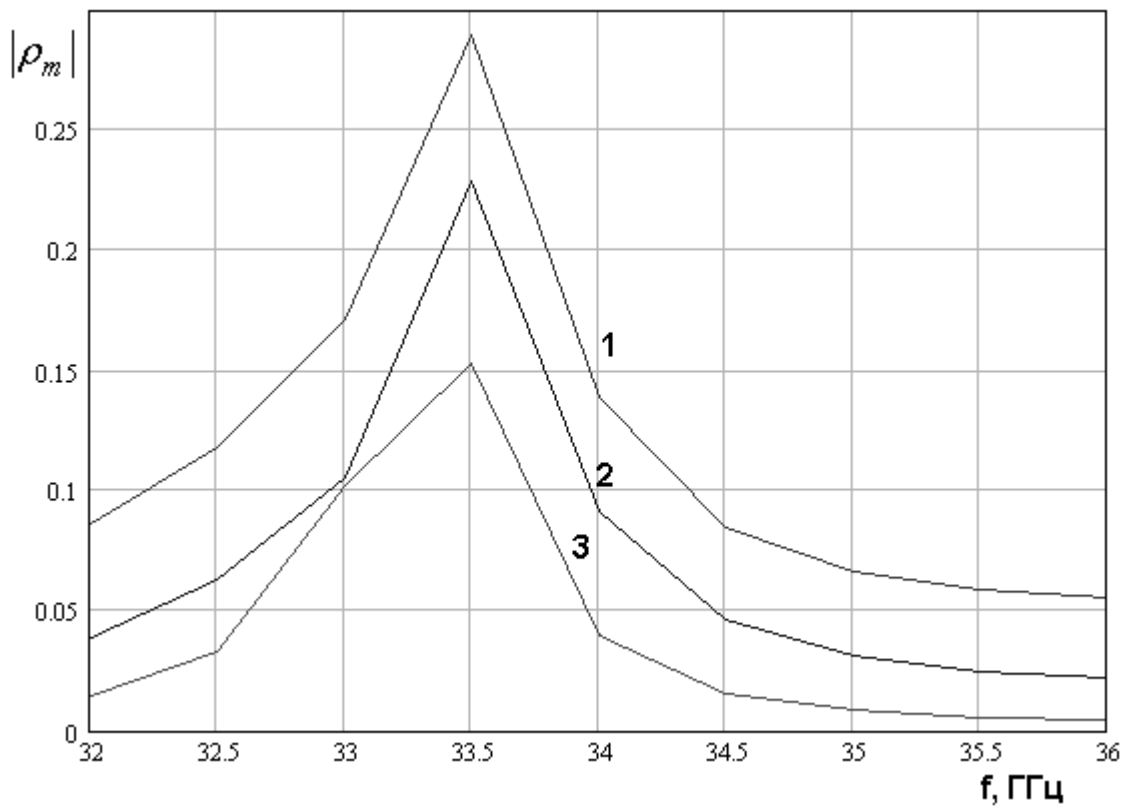


Рис. 6.2.8. Частотная зависимость модулей коэффициентов отражения

Резонировать в рупоре может не только волна с  $n = 2$ , как в рассмотренных выше примерах, но и волны других порядков, когда раскрыв рупора близок к критическому сечению выделенной волны. Наиболее опасными являются резонансы волн с четными номерами. Их поле имеет тот же вид симметрии относительно оси рупора, что и поле основной волны. Поэтому они возникают в активном канале, в который включен источник

возбуждения облучателя. Волны с нечетными номерами в активном канале появиться не могут (см. рис. 6.2.7 а) из-за разной симметрии их поля относительно основной волны. По этой причине влияние резонанса таких волн ослаблено.

В целом по результатам проведенных численных исследований можно сделать следующие выводы. Вне резонансной области частот для оценки ширины главного лепестка ДН можно использовать приближенные методы, в том числе, наиболее простой метод физической оптики. Положение резонанса хорошо описывается решением двумерной граничной задачи. Для оценки таких тонких эффектов, как уровень боковых лепестков предпочтительнее использовать численную трехмерную модель.

### 6.3. Матричный штыревой облучатель

В этом разделе мы рассмотрим матричный облучатель в виде решетки металлических цилиндров с сосредоточенными элементами (см. разд. 6.1).

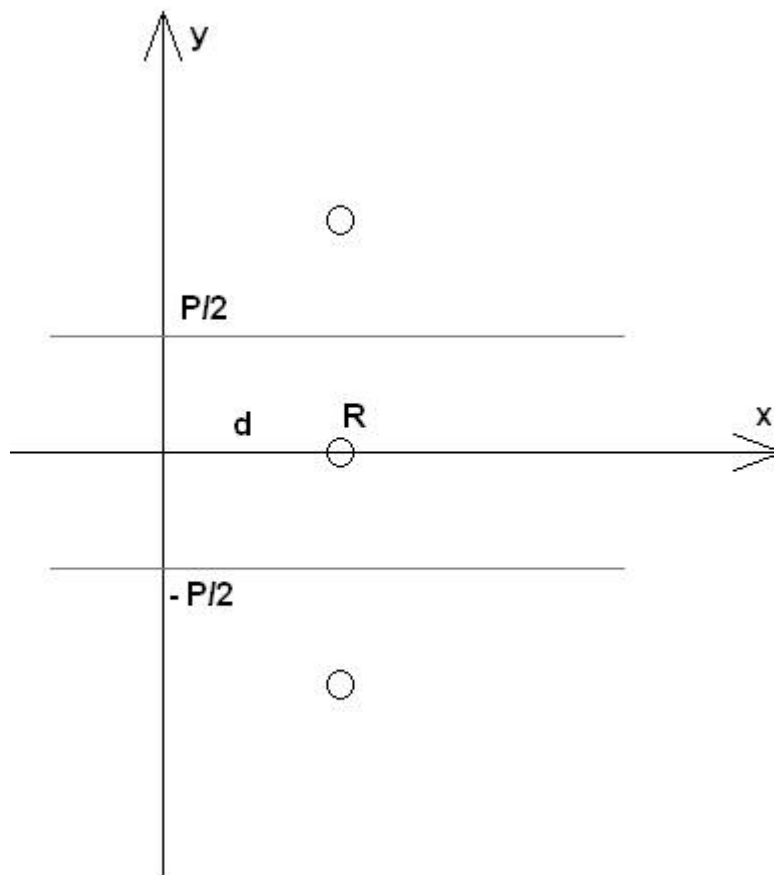


Рис. 6.3.1. Решетка штыревых излучателей

На рис. 6.3.1 показан фрагмент анализируемой решетки. Будем описывать штыри с сосредоточенными элементами при помощи граничных условий (6.1.15). Считаем решетку бесконечной по оси  $Oy$  и рассматриваем ее в периодическом режиме, когда поля в соседних периодах связаны знакомым соотношением:

$$E_z(y + nP) = E_z(y)e^{-iknP}, \quad (6.3.1)$$

где  $k$  - параметр периодического режима. Задача двумерная ( $\partial/\partial z = 0$ ) поэтому поля электрического типа выражаются через компоненту  $E_z$ .

Заменим цилиндры с электрически малым радиусом  $R$  нитями токов:

$$I_{zn}^e = I\delta(x-d)\delta(y-nP)e^{-iknP}. \quad (6.3.2)$$

Найдем электрическое поле, создаваемое токами (6.3.2) при помощи функции Грина полупространства над идеально проводящей плоскостью при  $x=0$ :

$$E_z = -\frac{IkW}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ H_0^{(2)}\left(k\sqrt{(x-d)^2 + (y-nP)^2}\right) - H_0^{(2)}\left(k\sqrt{(x+d)^2 + (y-nP)^2}\right) \right] e^{-iknP}. \quad (6.3.3)$$

Магнитное поле на поверхности цилиндра с малым радиусом приближенно находим следующим образом (см. разд. 6.1):

$$H_\varphi = \frac{I}{2\pi R}. \quad (6.3.4)$$

В силу условий периодичности нам достаточно удовлетворить граничным условиям (6.1.15) только на цилиндре при  $y=0$ . В других периодах оно будет выполнено автоматически. Как уже отмечалось в разд. 6.1 простейшее представление тока (6.3.2) позволяет нам выполнить граничное условие в одной точке на поверхности цилиндра. Используем для этого точку  $y=0, x=d+R$ :

$$-\frac{IkhW}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ H_0^{(2)}\left(k\sqrt{R^2 + (nP)^2}\right) - H_0^{(2)}\left(k\sqrt{(2d)^2 + (nP)^2}\right) \right] e^{-iknP} = ZI + E_0. \quad (6.3.5)$$

При выводе (6.3.5) мы использовали неравенство  $R \ll 2d$ .

Находим постоянную  $I$ :

$$I = -\frac{E_0}{\frac{khW}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ H_0^{(2)}\left(k\sqrt{R^2 + (nP)^2}\right) - H_0^{(2)}\left(k\sqrt{(2d)^2 + (nP)^2}\right) \right] e^{-iknP} + Z}. \quad (6.3.6)$$



Обозначим ряд, стоящий в формуле (6.3.6) через  $S$  и преобразуем его:

$$S = H_0^{(2)}(kR) - H_0^{(2)}(2kd) + \\ + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ H_0^{(2)}(knP) - H_0^{(2)}\left(k\sqrt{(2d)^2 + (nP)^2}\right) \right] \cos knP. \quad (6.3.7)$$

При записи соотношения (6.3.7) мы использовали неравенство  $R \ll P$ .

Первое слагаемое в выражении (6.3.7) совпадает с полученным в разд. 6.1. Оно описывает собственное сопротивление штыря при  $y=0$ . Ряд, входящий в (6.3.7) описывает взаимные сопротивления штырей, входящих в решетку. Ряд сходится при любых значениях параметра  $K$  и его можно суммировать численно. Можно преобразовать выражение для ряда  $S$ , используя интегральное представление функции Ганкеля. Мы этого делать не будем и воспользуемся выражением (6.3.7).

Входное сопротивление облучателя в составе решетки  $Z_i$ :

$$Z_i = \frac{khW}{4} S + Z - R_g. \quad (6.3.8)$$

Поле в области  $x > 0$  найдем из выражения (6.3.3). В периодическом режиме поле на больших расстояниях от решетки имеет вид плоских волн – гармоник Флоке. Поэтому говорить о его ДН не имеет смысла. Мы можем только найти амплитуды пространственных гармоник. Для этого используем упомянутое выше интегральное представление функции Ганкеля:

$$H_0^{(2)}\left(k\sqrt{x^2 + y^2}\right) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\alpha y - px}}{p} d\alpha, \quad (6.3.9)$$

$$p = \sqrt{\alpha^2 - k^2}.$$

Подставим соотношение (6.3.9) в (6.3.3):

$$E_z = -\frac{ikW}{4\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\alpha(y-nP)}}{p} \left( e^{-p(x-d)} - e^{-p(x+d)} \right) d\alpha e^{-iknP}. \quad (6.3.10)$$

Используем далее формулу суммирования Пуассона [59]:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-inP(\kappa-\alpha)} = \frac{2\pi}{P} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\alpha - \kappa - 2\pi n / P). \quad (6.3.11)$$

При помощи соотношения (6.3.11) находим поле в виде ряда:

$$E_z = -\frac{ikW}{P} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\text{sh}p_n d}{p_n} e^{-i\alpha_n y - p_n x}, \quad (6.3.12)$$

$$\alpha_n = \kappa + \frac{2\pi n}{P},$$

$$p_n = \sqrt{\alpha_n^2 - k^2}.$$

Видно, что разложение (6.3.12) представляет поле в виде совокупности плоских волн, распространяющихся под разными углами, в том числе комплексными. На больших расстояниях от решетки существенную амплитуду имеют только волны с действительными углами распространения. Их число  $N$  зависит от периода решетки и частоты. Поэтому для описания поля вдали от решетки мы можем вместо бесконечного ряда использовать конечную сумму:

$$E_z = -\frac{ikW}{P} \sum_{n=-N}^N \frac{\text{sh}p_n d}{p_n} e^{-i\alpha_n y - p_n x}. \quad (6.3.13)$$

Для определения ДН в режиме возбуждения одного элемента решетки воспользуемся известным [59] соотношением теории антенных решеток, которая утверждает, что решение в режиме возбуждения одного элемента можно представить через решение в периодическом режиме:

$$E_{ze} = -\frac{ikW}{2\pi} \int_{-\pi/P}^{\pi/P} I(\kappa) \sum_{n=-N}^N \frac{\text{sin}q_n d}{q_n} e^{-i\alpha_n y - iq_n x} d\kappa, \quad (6.3.14)$$

$$q_n = \sqrt{k^2 - \alpha_n^2}.$$

Введем замену переменной:

$$\alpha_n = k \sin \psi_n. \quad (6.3.15)$$

Перейдем также к полярным координатам:

$$x = r \cos \varphi, \quad (6.3.16)$$

$$y = r \sin \varphi.$$

Тогда выражение (6.3.14) преобразуется следующим образом:

$$E_{ze} = -\frac{ikW}{2\pi} \int_{\psi_n=-N}^N I(k \sin \psi_n) \sin(kd \cos \psi_n) e^{-ikr \cos(\varphi - \psi_n)} d\psi_n. \quad (6.3.17)$$

Интегралы в формуле (6.3.17) при  $kr \gg 1$  берутся по методу перевала [52]:

$$E_{ze} = -iW \sqrt{\frac{k}{2\pi r}} e^{-ikr} I(k \sin \varphi) \sin(kd \cos \varphi). \quad (6.3.17)$$

Рассмотрим далее некоторые численные результаты, полученные для решетки одиночных штыревых облучателей при помощи приведенных выше соотношений. На рис. 6.3.2 и 6.3.3 показаны частотные зависимости действительной мнимой частей входного импеданса облучателя  $R$  и  $X$ .

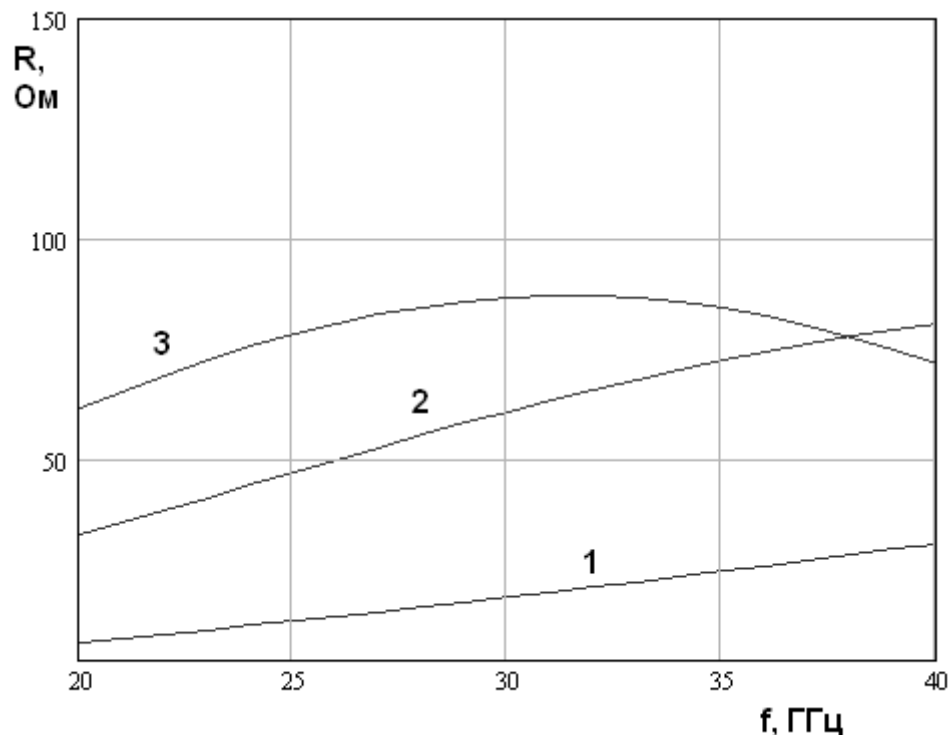


Рис. 6.4.2. Частотная зависимость действительной части входного импеданса

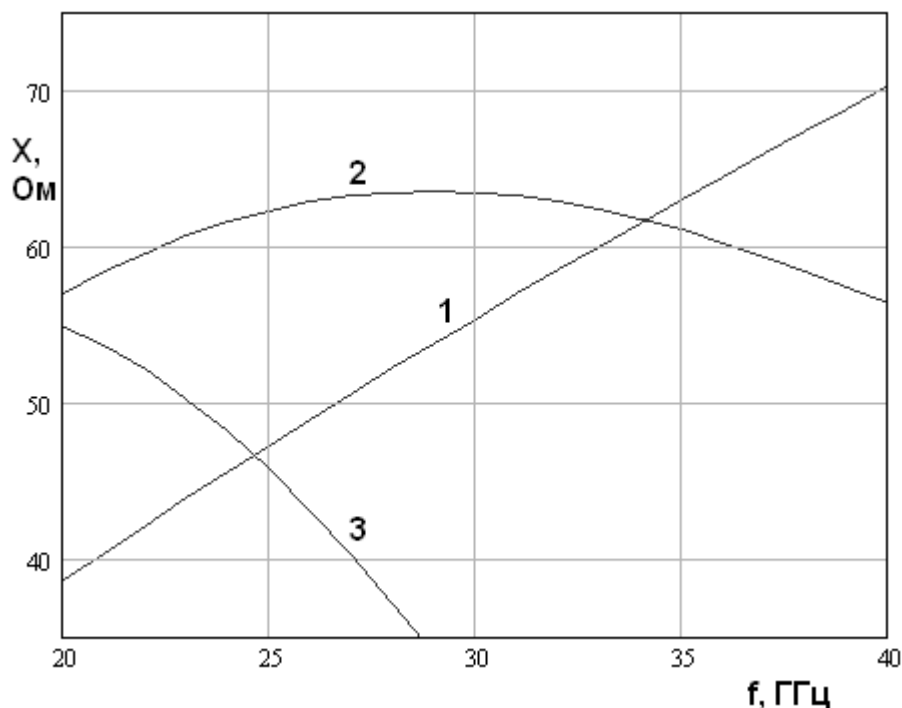


Рис. 6.4.3. Частотная зависимость мнимой части входного импеданса

Кривые 1 – 3 получены для  $\varepsilon = 2.5$ ,  $R = 0.25$ ,  $P = 2.7$ ,  $d = 0.5, 1.0, 1.5$ . Видно, что приближение цилиндра к металлическому экрану (уменьшение  $d$ ) приводит к существенному снижению действительной части сопротивления. Мнимая часть меняется в зависимости от частоты сложным образом, оставаясь положительной величиной. При этом по абсолютной величине она сопоставима с действительной частью импеданса.

Наличие относительно большой реактивной части входного сопротивления означает, что облучатель может быть согласован лишь в относительно небольшой полосе частот при помощи сосредоточенной емкости. Например, добавление емкости между цилиндром и экраном ПВ величиной 0.1 пФ позволяет согласовать устройство на частоте 27 ГГц.

На рис. 6.3.4 показана зависимость модуля коэффициента отражения в периодическом режиме от угла излучения решетки  $\varphi$ :

$$\kappa = k \sin \varphi. \quad (6.3.18)$$

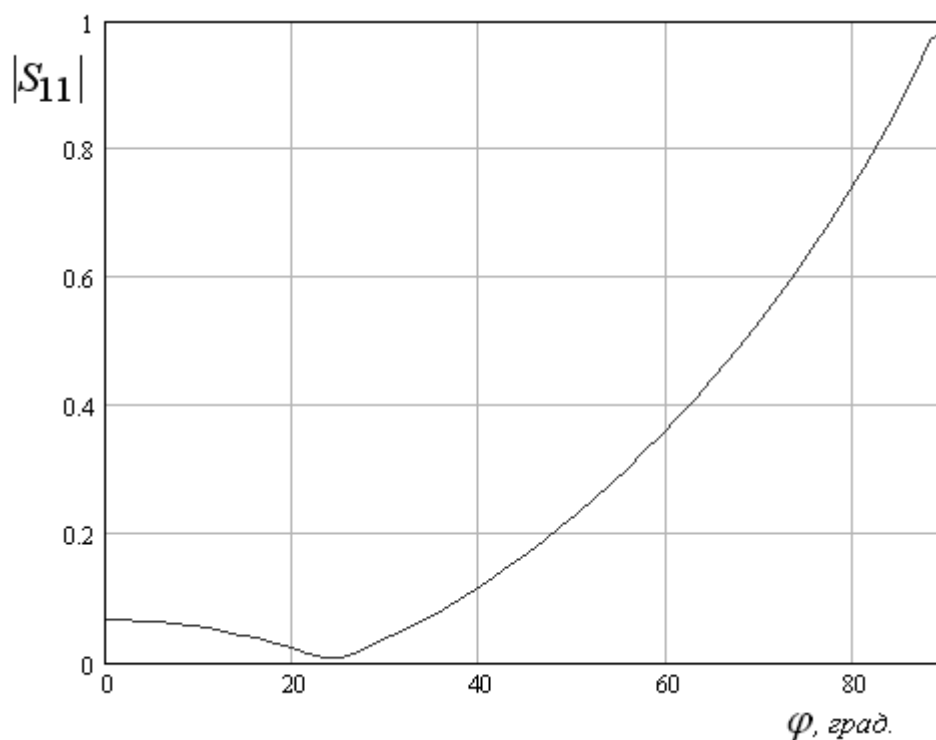


Рис. 6.3.4. Зависимость модуля коэффициента отражения от угла излучения

Кривая на рис. 6.3.4 получена при  $\varepsilon = 2.5$ ,  $R = 0.25$ ,  $P = 2.7$ ,  $d = 1$ ,  $f = 27$  ГГц. Видно, что облучатель согласован при  $\varphi = 25^\circ$ . При больших углах излучения согласование нарушается, а при  $\varphi = 90^\circ$  модуль коэффициента отражения равен единице.

ДН облучателя в составе решетки показана на рис. 6.3.5. Она получена при  $\varepsilon = 2.5$ ,  $R = 0.25$ ,  $P = 2.7$ ,  $d = 1$ ,  $f = 27$  ГГц. Следует отметить, что она зависит от параметров структуры, по крайней мере при периоде решетки меньшем половины длины волны значительно слабее, чем ДН одиночного облучателя. Это весьма ценное качество данной структуры, так как оно позволяет независимо настраивать ее по критерию согласования.

Следует обратить внимание на большую ширину ДН. По уровню  $-10$  дБ в приведенном примере она равна  $154^\circ$ . Такой облучатель пригоден только для работы с короткофокусной оптической системой.

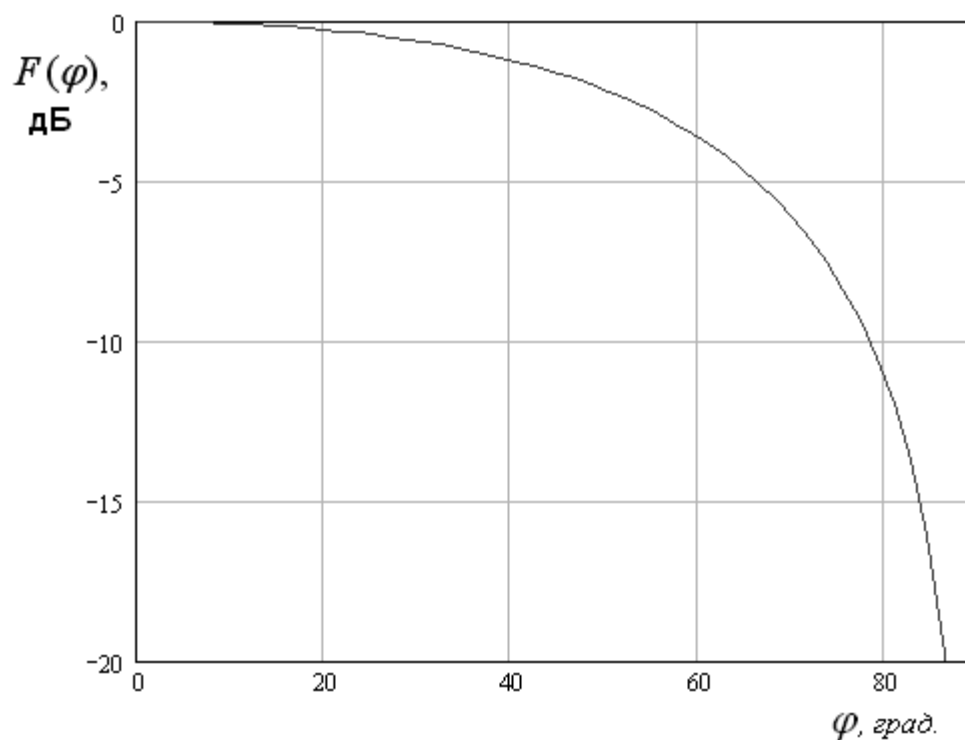


Рис. 6.3.5. ДН элемента матричного облучателя

Как и в случае одиночного облучателя сузить ДН можно возбуждая одновременно два элемента решетки. В этом случае мы можем говорить о кластерном облучателе. В состав кластера может входить несколько элементарных излучателей. Для вычисления ДН кластерного облучателя мы можем использовать элементарную теорию решеток, поскольку ДН одного элемента найдена нами выше с учетом всех взаимодействий в структуре.

ДН кластерного облучателя приведена на рис. 6.3.6. Кривые 1 – 3 получены для числа элементов кластера 1,2,3. Видно, что увеличение числа облучателей, входящих в кластер приводит к заметному сужению ДН.

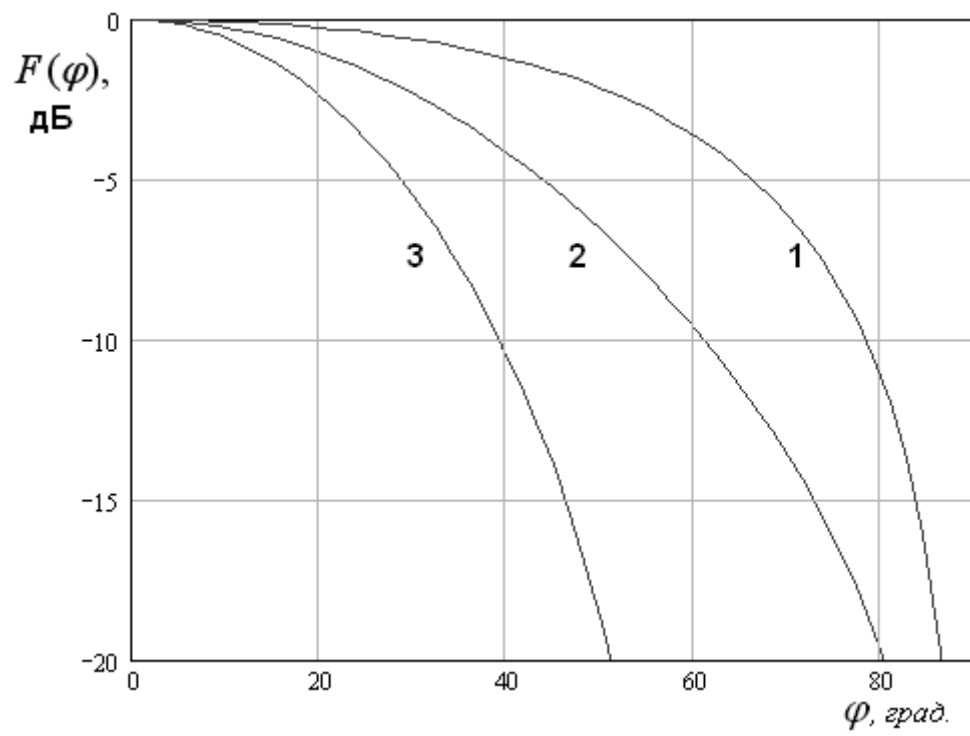


Рис. 6.3.6. ДН кластерного облучателя

#### 6.4. Матричные облучатели на связанных волноводах. Теория связанных волн

В разд. 6.1 – 6.3 мы рассмотрели три вида облучателей одиночных и матричных. В этом разделе мы перейдем к анализу более сложной структуры, в которых для создания ДН специального вида используется специально созданная электромагнитная связь между каналами матричного облучателя. При этом излучающая часть устройства может по-прежнему быть выполнена в виде решетки планарных рупоров или штырей. Однако, между их входами и решеткой появляется дополнительная структура – диаграммообразующая схема (ДОС), которая выполняет функцию перераспределения энергии между группой каналов. Другими словами, мы имеем кластерный облучатель. Простейший вид такого облучателя был рассмотрен в разд. 6.3. Он использовался для сужения ДН штыревого облучателя. Устройства на связанных волноводах предназначены для решения более сложной задачи – создания секторной ДН, требующей формирования сложного амплитудно – фазового распределения.

Создание решетки, у которой элемент имеет секторную ДН не является новой для антенной техники задачей. Такие решетки используются в ФАР для сканирования в ограниченном секторе углов с уменьшенным числом управляемых элементов [108]. Их применение для создания матричных облучателей также дает положительный эффект, выражающийся в повышении энергетической эффективности системы облучатель – оптическая структура.

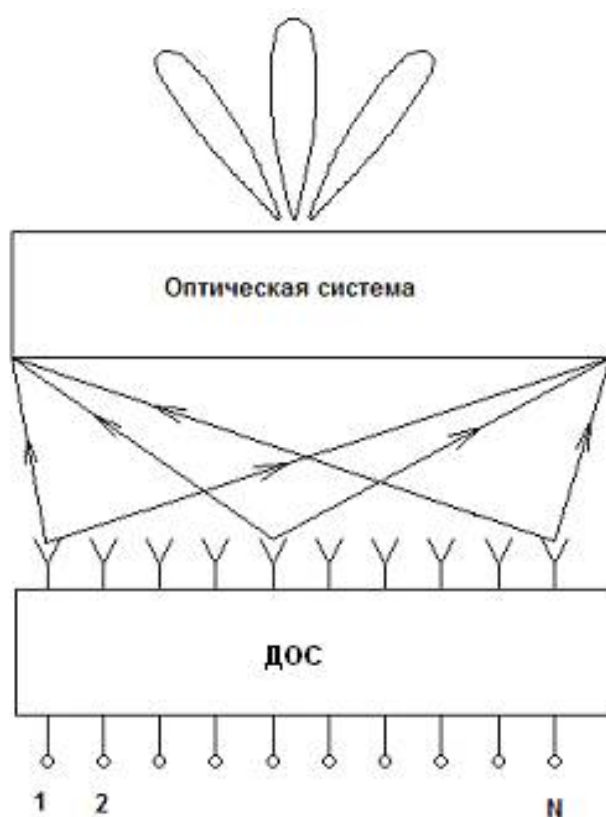
В теории антенных решеток известно следующее утверждение [108]. Рассматривается антенная решетка, имеющая  $N$  входов и  $M$  излучателей, которые соединены при помощи некоторого реактивного многополюсника СВЧ. При возбуждении одного из его входов в пространстве формируется ДН  $F_n(\theta, \varphi)$ . Этот многополюсник может иметь согласованные и развязанные входы, если ДН  $F_n(\theta, \varphi)$  образуют семейство ортогональных ДН. Отметим, что для реактивного многополюсника условие согласования и развязки автоматически приводит к выполнению условия максимальной



энергетической эффективности решетки, поскольку в этом случае при подаче сигнала на любой вход многополюсника вся энергия излучается в свободное пространство.

Таким образом, в многолучевой системе, которую образуют матричный облучатель вместе с линзой или зеркалом требование формирования ортогональных ДН является следствием требования достижения максимальной энергетической эффективности системы.

В общем случае многолучевая антенна оптического типа построена по схеме, изображенной на рис. 6.4.1.



*Рис. 6.4.1. Структурная схема многолучевой антенны*

Роль матричного облучателя на рис. 6.4.1 выполняет ДОС, имеющая  $N$  входов и излучающую решетку. При помощи не претендующих на абсолютную строгость рассуждений поясним смысл формирования секторных ДН. Будем рассматривать двумерную оптическую систему, например, линзу и соответствующую ей одномерную ДОС.

Известно, что преобразование, которое осуществляет линза над полем приближенно можно представить в следующем виде [1]:

$$V(t) = \int_{-D/2}^{D/2} U(x)e^{iatx} dx, \quad (6.4.1)$$

где  $U(x)$  - распределение интенсивности поля на некоторой плоскости, которую мы назовем выходной апертурой линзы,  $V(t)$  - распределение поля на некоторой кривой, которую называют дугой сканирования,  $t$  - координата вдоль указанной кривой,  $D$  - линейный размер выходной апертуры,  $a$  - некоторый параметр, зависящий от конструкции оптической системы. Дуга сканирования для большинства оптических систем близка к окружности.

При падении на линзу плоской волны функция  $U(x)$  описывается соотношением:

$$U(x) = e^{-i\kappa x}, \quad (6.4.2)$$

где  $\kappa$  - параметр плоской волны, определяемый углом ее падения. Нетрудно получить:

$$V(t) = 2 \frac{\sin(at - \kappa)D/2}{at - \kappa}. \quad (6.4.3)$$

Матричный облучатель, который в данном примере работает на прием, должен преобразовать поле  $V(t)$  (6.4.3) в волноводную волну, бегущую по одному из его каналов. Из теоремы взаимности следует, что такое преобразование возможно только в том случае, если при возбуждении того же самого канала волноводной волной в выходной апертуре ДОС будет

сформировано амплитудно – фазовое распределение (АФР), которое описывается функцией (6.4.3).

АФР и ДН, которое оно создает в пространстве связаны через преобразование Фурье [32]. Преобразованием Фурье по пространственной переменной  $t$  от функции (6.4.3) является импульсная функция, которая постоянна в некотором секторе углов и равна нулю вне его. Таким образом, мы видим, что для того, чтобы без потерь принять всю энергию плоской волны нам необходимо иметь ДОС с секторной ДН.

Рассматривая работу всей системы на передачу нетрудно увидеть, что сформированная секторная ДН создает в выходной апертуре оптической системы распределение с постоянной амплитудой и линейной фазой:

$$U(x) = e^{ikx}. \quad (6.4.4)$$

Которому соответствует ДН  $F(\varphi)$ :

$$F(\varphi) = 2 \frac{\sin((k \sin \varphi + \kappa)D / 2)}{k \sin \varphi + \kappa}. \quad (6.4.5)$$

При возбуждении других входов ДН будет отличаться параметром  $\kappa$ .

Функции типа  $\frac{\sin(x - x_n)}{(x - x_n)}$  образуют систему ортогональных функций, если

$x_n = \pi n$ ,  $n = \dots -1, 0, 1, \dots$ . Отсюда можно сделать вывод, что ДН типа (6.4.5) будут ортогональны при

$$\kappa D = 2\pi n. \quad (6.4.6)$$

Из (6.4.3) следует, что для формирования указанной системы ортогональных ДН необходимо формировать в выходной апертуре ДОС поля со следующими распределениями:

$$V_n(t) = 2 \frac{\sin\left(\frac{atD}{2} - \pi n\right)}{\frac{atD}{2} - \pi n}. \quad (6.4.7)$$

Нетрудно увидеть, что функции  $V_n(t)$  сильно перекрываются. Они пересекаются на уровне около  $-3.7$  дБ от максимального значения. Очевидно, что создать АФР с таким высоким уровнем пересечения в ДОС с изолированными каналами затруднительно. Нельзя сказать, что это невозможно в принципе. Известны конструкции [112], в которых за счет усложнения структуры излучателя решетки секторная ДН формируется без создания связей между волноведущими каналами. Однако, значительно проще такая задача решается введением специально организованной связи между ними.

Обобщение теории и обзор конструкций решеток с секторными ДН даны в книге [108]. Повторять все представленные в ней результаты не имеет смысла. В нашей книге мы остановимся на одном сравнительно новом варианте построения ДОС, который не описан в указанной работе. ДОС данного типа получили название ДОС на связанных волноводах [78].

Впервые ДОС на связанных волноводах или связанных ЛП была описана в работе [78], в которой рассматривалась также ее реализация на связанных ДЩВ. Позднее она получила название одномерной или линейной ДОС на одинаковых связанных волноводах с фазосдвигателями. В работе [113] была предложена линейная ДОС на неодинаковых связанных волноводах (без фазосдвигателей). Говоря об одномерных схемах, нужно отметить работу [114], в которой анализируется двухполяризованная ДОС.

Ряд работ был посвящен различным конструктивным реализациям ДОС на связанных ЛП. Так в работах [113, 115] исследована схема на ИПВ. В уже упомянутой работе [78] теоретически и экспериментально исследовалась ДОС на ДЩВ. В работах [116] и [117] анализируются системы связанных ДВ и ДОС на их основе.

Следует также отметить работы, в которых рассматривались двумерные схемы. В работе [118] в рамках теории связанных волн анализируются двумерные ДОС с прямоугольной и гексагональной сетками.

С точки зрения ИО СВЧ большой интерес представляют одномерные ДОС, которые мы будем рассматривать в следующих разделах. Первый этап анализа связан с применением теории связанных волн, которая описывает системы связанных волноводов при помощи ряда обобщенных параметров. При этом она не в состоянии указать связь этих параметров с конкретными геометрическими и материальными характеристиками реальных структур. Эта связь может быть получена только в результате решения электродинамической задачи. В ряде работ [113-118] был сформулирован комбинированный подход к анализу ДОС на связанных волноводах, сочетающий как строгие электродинамические методы, так и теорию связанных волн. Этот подход является разумным компромиссом между строгостью описания и затратами на реализацию численной модели. Поэтому далее мы будем использовать этот подход.

Рассмотрим линейную ДОС представленную на рис. 6.4.2.

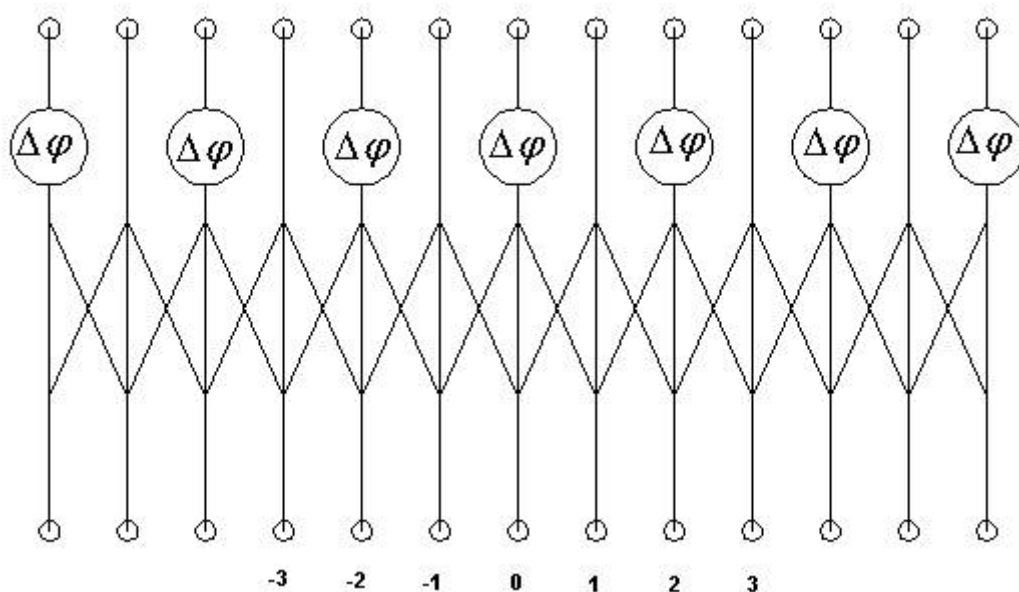


Рис. 6.4.2. ДОС на одинаковых связанных волноводах с фазосдвигателями

Она содержит систему связанных волноводов, в которые через один канал включены фиксированные фазосдвигатели. Будем описывать систему связанных волноводов при помощи теории связанных волн. Мы уже использовали ее во второй главе при исследовании анизотропной среды на

основе ЧПР. На первом этапе рассмотрим бесконечную систему бесконечных волноводов. Пусть их оси направлены вдоль оси  $Oz$ . Тогда относительно амплитуд волн  $V_n$  в этих волноводах можно записать следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{dV_n}{dz} + i\beta_0 V_n + i \sum_{m=-\infty}^{\infty} {}^{(n)}C_m V_{m+n} = 0, \quad (6.4.8)$$

где  $n = \dots -1, 0, 1, \dots$  - номер волновода в системе,  $\beta_0$  - постоянная распространения уединенного волновода,  $C_m$  - линейные коэффициенты связи, описывающие связи соседних волноводов -  $C_1$ , через один волновод -  $C_2$  и т.д. При описании ЧПР было необходимо учитывать линейные коэффициенты связи достаточно высокого порядка. В ДЭС на связанных волноводах, как правило, достаточно принять во внимание два ЛКС:  $C_{1,2}$ . При этом во многих практически важных случаях достаточно учесть коэффициенты первого порядка. Поэтому мы оставим в системе (6.4.8) только параметр  $C_1$ , опуская при этом его индекс.

Решим систему (6.4.8) в квазипериодическом режиме, в котором амплитуды волн удовлетворяют условию периодичности:

$$V_n = V e^{-i\kappa n P}, \quad (6.4.9)$$

где  $P$  - период структуры,  $\kappa$  - параметр периодического режима. Подставим соотношение (6.4.9) в систему (6.4.8):

$$\frac{dV}{dz} + i\beta_0 V + 2iC V \cos \kappa P = 0. \quad (6.4.10)$$

Как и следовало ожидать система (6.4.8) в периодическом режиме свелась к одному дифференциальному уравнению. Оно имеет следующее решение в виде собственной волны, бегущей вдоль оси  $Oz$ :

$$V = A e^{-i\gamma z}, \quad (6.4.11)$$

$$\gamma = \beta_0 + 2C \cos \kappa P,$$

где  $A$  - произвольная постоянная.

Нетрудно видеть, что как постоянная распространения  $\gamma$ , так и амплитуда волны  $A$  являются функциями переменной  $\kappa$ . Решение (6.4.11) является частным решением системы (6.4.8). Общее решение представляется в виде спектрального разложения:

$$V_n = \int_{-\pi/P}^{\pi/P} A(\kappa) e^{-i\kappa n P - i\gamma(\kappa)z} d\kappa. \quad (6.4.12)$$

Выражение (6.4.12) позволяет приступить к следующему этапу: анализу системы связанных волноводов конечной длины. Рассматриваемая структура показана на рис. 6.4.3.

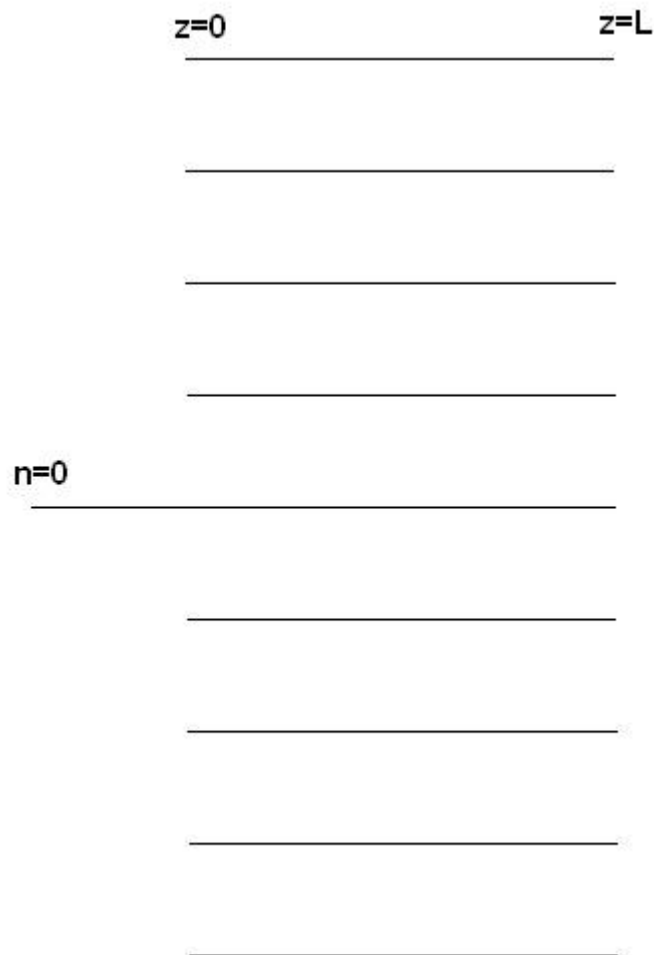


Рис. 6.4.3. Система связанных волноводов конечной длины

Пусть при  $z = 0$  система волноводов длиной  $L$  возбуждается волной волновода с нулевым номером, бегущей слева направо и имеющей единичную амплитуду. Для решения граничной задачи мы должны установить в сечении  $z = 0$  конечные условия для амплитуд волн. Они имеют следующий вид:

$$V_n = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases} \quad (6.4.13)$$

Подставим в уравнение (6.4.13) выражение (6.4.12):

$$\int_{-\pi/P}^{\pi/P} A(\kappa) e^{-i\kappa n P} d\kappa = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases} \quad (6.4.14)$$

Используя ортогональность экспонент, находим функцию  $A(\kappa)$ :

$$A(\kappa) = \frac{P}{2\pi}. \quad (6.4.15)$$

Таким образом, для амплитуд волн получаем окончательное выражение:

$$V_n = \frac{P}{2\pi} \int_{-\pi/P}^{\pi/P} e^{-i\kappa n P - i\gamma(\kappa)z} d\kappa. \quad (6.4.16)$$

Воспользуемся явным выражением для постоянной распространения (6.4.11) и вычислим интеграл в (6.4.16):

$$V_n = (-i)^n e^{-i\beta_0 z} J_{|n|}(2Cz), \quad (6.4.17)$$

где  $J_n(x)$  - функции Бесселя.

На входах блока фазосдвигателей распределение амплитуд волн будет иметь следующий вид:

$$V_n = (-i)^n e^{-i\beta_0 L} J_{|n|}(2CL). \quad (6.4.18)$$

Фазосдвигатели осуществляют сдвиг фаз на  $-\pi/2$ . В этом случае коэффициенты передачи  $T_n$  волн через каналы блока фазосдвигателей записываются следующим образом:

$$T_n = e^{-i\frac{\pi}{2} \sin^2 \frac{\pi n}{2}}. \quad (6.4.19)$$



Таким образом получаем распределение амплитуд волн на входах излучателей:

$$V_n = (-i)^n e^{-i\beta_0 L - i\frac{\pi}{2} \sin^2 \frac{\pi n}{2}} J_{|n|}(2CL). \quad (6.4.20)$$

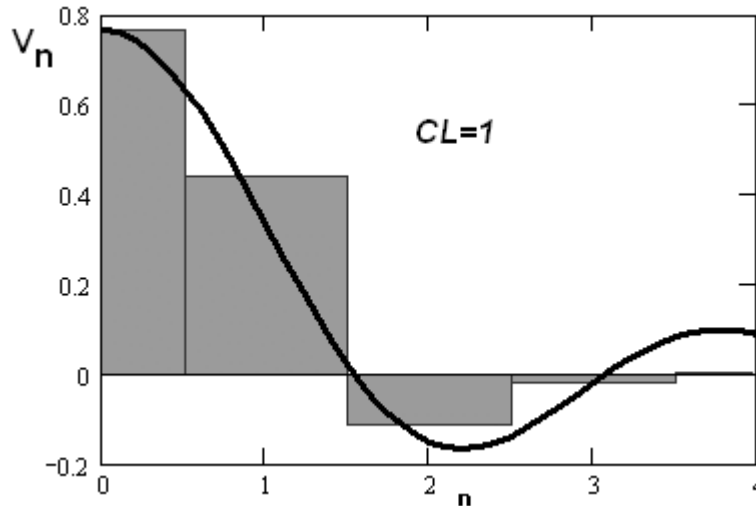


Рис. 6.4.4. Распределение амплитуд волн на входах излучателей

На рис. 6.4.4 показано распределение амплитуд волн на входах излучателей полученное при  $CL = 1$ . Обращает на себя внимание два обстоятельства. Первое то, что амплитуды с точностью до несущественного множителя  $\exp(-i\beta_0 L)$  являются действительными числами, фаза которых принимает два значения  $0, \pi$ . Второе состоит в том, что распределение амплитуд действительно близко к функции  $\sin x / x$ , которая показана на рис. 6.4.4 сплошной кривой. Отметим, что без фазосдвигателей амплитуды являются комплексными числами и поэтому распределение амплитуд далеко от требуемого, которое описывается действительной функцией.

Последней задачей анализа ДОС является определение ее ДН. Важно отметить, что мы рассматриваем решетку, излучатели которой расположены вдоль прямой. На практике, как было сказано выше, они располагаются вдоль дуги сканирования, которая имеет форму близкую к окружности. Однако, радиус кривизны этой кривой обычно много больше длины волны. Также он много больше области источников, которые формируют излучение ДОС. Из

рис. 6.4.4 видно, что в каналах с  $|n| > 2$  амплитуды волн пренебрежимо малы. Таким образом ДН ДОС определяется группой из пяти излучателей.

ДОС на одинаковых связанных волноводах с фазосдвигателями далеко не всегда бывает удобным техническим решением. Такую схему целесообразно использовать для построения ДОС на закрытых ЛП, в которых для создания распределенной связи необходимо применять специальные конструктивные элементы. Примером может служить ДОС на металлических волноводах, которые связываются через систему отверстий в общих стенках. В таких волноводах не составляет труда выполнить фазосдвигатели в области, в которой распределенная связь отсутствует. Иная ситуация имеет место при использовании открытых ЛП, в которых распределенная связь возникает при простом сближении волноводов. В этом случае весьма трудно выделить область, удобную для размещения фазосдвигателя, в которой отсутствует распределенная связь. Данная сложность преодолевается в схеме ДОС на неодинаковых связанных волноводах без фазосдвигателей. Рассмотрим анализ ее функционирования в рамках теории связанных волн.

Схематично обсуждаемая ДОС показана на рис. 6.4.5. Период структуры включает два волновода первого и второго типов с разными постоянными распространения  $\beta_{1,2}$ . Отличие постоянных распространения описывает присутствие в исходной структуре НДВ разной ширины  $d_{1,2}$  (см. рис. 1). Волноводы с постоянной распространения  $\beta_1$  имеют номера  $\dots - 1, 0, 1, \dots$ , а волноводы с постоянной распространения  $\beta_2$  имеют номера  $\dots - 1', 0', 1', \dots$

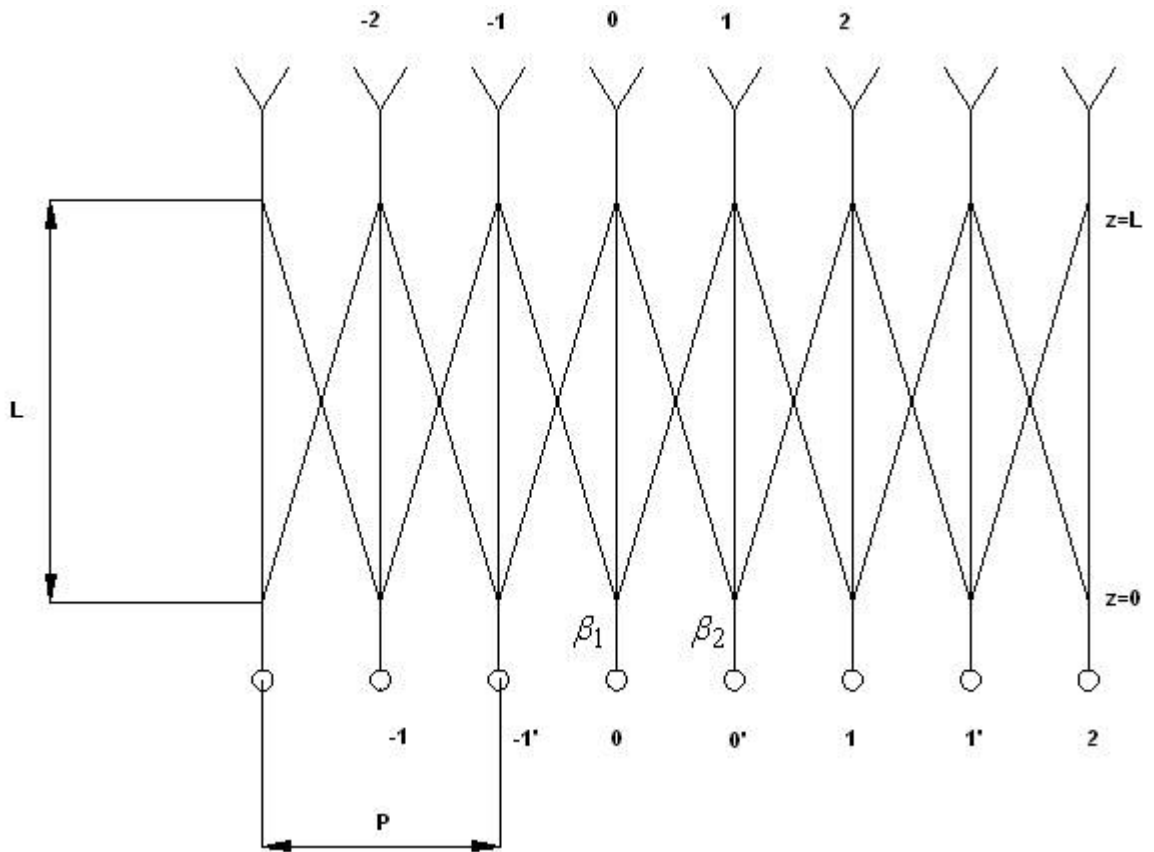


Рис. 6.4.5. ДОС на неодинаковых связанных волноводах

Данная структура в рамках теории связанных волн описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dU_n}{dz} + i\beta_1 U_n + iC_1 U_{n'} + iC_1 U_{n-1'} + iC_2 U_{n-1} + iC_2 U_{n+1} &= 0, \\ \frac{dU_{n'}}{dz} + i\beta_2 U_{n'} + iC_1 U_{n+1} + iC_1 U_n + iC_2 U_{n-1'} + iC_2 U_{n+1'} &= 0, \end{aligned} \quad (6.4.21)$$

где  $U_n$  и  $U_{n'}$  - амплитуды волн в волноводах первого и второго типа, расположенных в периоде с номером  $n$ .

Параметры  $C_{1,2}$ , входящие в систему (6.4.21) - это линейный коэффициент связи. Коэффициент  $C_1$  описывает связь соседних волноводов,  $C_2$  - связь волноводов, удаленных на один канал.

Рассматриваем собственные волны решетки в квазипериодическом режиме. В этом режиме поля в соседних периодах отличаются только фазовым множителем:

$$U_n = U_0 \exp(-i\beta nP), \quad (6.4.22)$$

$$U_{n'} = U_{0'} \exp(-i\beta nP),$$

где постоянная  $\beta$  определяет фазовый сдвиг между периодами решетки. Считаем ее заданной. Подставим соотношения (6.4.22) в систему (6.4.21) и получим систему двух дифференциальных уравнений относительно амплитуд волн в волноводах, расположенных внутри периода с нулевым номером:

$$\begin{aligned} \frac{dU_0}{dz} + i\beta_1 U_0 + iC_1 U_{0'}(1 + \exp(i\beta P)) + 2iC_2 U_0 \cos(\beta P) &= 0, \\ \frac{dU_{0'}}{dz} + i\beta_2 U_{0'} + iC_1 U_0(1 + \exp(-i\beta P)) + 2iC_2 U_{0'} \cos(\beta P) &= 0. \end{aligned} \quad (6.4.23)$$

Ищем решение системы (6.4.23) в виде бегущей волны:

$$U_{0,0'} = A_{1,2} \exp(-i\gamma z), \quad (6.4.24)$$

где  $A_{1,2}$  - постоянные коэффициенты, а  $\gamma$  - неизвестная постоянная распространения. Подставляя выражения (6.4.24) в систему (6.4.23), получаем следующую СЛАУ относительно коэффициентов  $A_{1,2}$ :

$$\begin{aligned} (\beta_1 - \gamma)A_1 + C_1 A_2(1 + \exp(i\beta P)) + 2iC_2 A_1 \cos(\beta P) &= 0, \\ (\beta_2 - \gamma)A_2 + C_1 A_1(1 + \exp(-i\beta P)) + 2iC_2 A_2 \cos(\beta P) &= 0. \end{aligned} \quad (6.4.25)$$

Приравняв определитель (6.4.25) нулю, находим постоянные распространения собственных волн системы связанных волноводов  $\gamma_{1,2}$ :

$$\begin{aligned} \gamma_{1,2} &= \beta_0 + 2C_2 \cos(\beta P) \pm \Delta\gamma, \\ \beta_0 &= \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}, \\ \Delta\beta &= \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}, \\ \Delta\gamma &= \sqrt{\Delta\beta^2 + 2C_1^2(1 + \cos(\beta P))}, \end{aligned} \quad (6.4.26)$$

верхний знак в соотношении (6.4.26) соответствует волне первого типа с постоянной распространения  $\gamma_1$ , а нижний знак волне второго типа с постоянной  $\gamma_2$ .

Из СЛАУ (6.4.25) можно также выразить коэффициенты  $A_2$  через  $A_1$ :

$$A_2^{(1,2)} = A_1^{(1,2)} \frac{\gamma_{1,2} - \beta_1 + 2C_2 \cos(\beta P)}{C_1(1 + \exp(i\beta P))}. \quad (6.4.27)$$

Верхний индекс в формуле (6.4.47) соответствует номеру собственной волны. Полученные выше соотношения полностью описывают собственные волны периодической структуры в приближении теории связанных волн.

Рассмотрим далее возбуждение системы связанных волноводов. Решение данной задачи незначительно отличается от, приведенного выше. Поэтому мы ограничимся кратким изложением его основных этапов.

Пусть структура возбуждается волной волновода с номером 0 как показано на рис. 6.4.6. Представим амплитуды волн в волноводах как суперпозицию собственных волн, соответствующих разным значениям  $\beta$ ,

$$|\beta| \leq \pi / P:$$

$$U_n = \sum_{m=1}^2 \int_{-\frac{\pi}{P}}^{\frac{\pi}{P}} A^{(m)}(\beta) \exp(-i\gamma_m z) \exp(-in\beta P) d\beta, \quad (6.4.28)$$

$$U_{n'} = \sum_{m=1}^2 \int_{-\frac{\pi}{P}}^{\frac{\pi}{P}} A^{(m)} B_m(\beta) \exp(-i\gamma_m z) \exp(-in'\beta P) d\beta,$$

$$B_m = \frac{\gamma_m - \beta_1 + 2C_2 \cos(\beta P)}{C_1(1 + \exp(i\beta P))},$$

где  $A_m(\beta)$  - неизвестные амплитуды собственных волн,  $m = 1, 2$  - номер собственной волны.

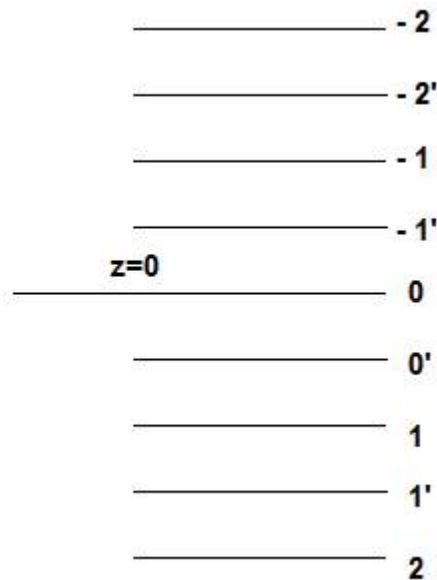


Рис. 6.4.6. Возбуждение системы неодинаковых связанных волноводов

В сечении  $z=0$  должно выполняться условие непрерывности амплитуд в волноводах:

$$U_n(0) = 1, \text{ при } n = 0,$$

$$U_n(0) = 0, \text{ при } n \neq 0, \tag{6.4.29}$$

$$U_n'(0) = 0, \text{ при любых } n.$$

Из условий (6.4.29) находим амплитуды волн:

$$A^{(1)} = \frac{P}{2\pi} \frac{B_2}{B_2 - B_1}, \tag{6.4.30}$$

$$A^{(2)} = -\frac{P}{2\pi} \frac{B_1}{B_2 - B_1}.$$

Полученные выше соотношения позволяют находить амплитуды волн для произвольного значения координаты  $z$ .

## 6.5. Электродинамика систем связанных волноводов

В разд. 6.4 было показано, что основной частью ДОС, формирующих ДН близкую к секторной является система связанных волноводов. Теория связанных волн не позволяет найти ряд важных параметров, таких как постоянная распространения уединенного волновода и линейный коэффициент связи. В разд. 6.4 говорилось о том, что в ряде работ был предложен комплексный подход к моделированию ДОС на связанных волноводах. Этот подход включает электродинамический анализ бесконечной периодической системы бесконечных связанных волноводов в периодическом режиме. Для такой структуры может быть сформулирована задача на собственные волны. Ее решение позволяет определить постоянные распространения собственных волн как функции параметра периодического режима  $k$ . Анализ таких функций и сравнение их с аналогичными зависимостями, следующими из теории связанных волн дает искомую связь параметров  $\beta_0, C_n$  с геометрическими и материальными параметрами связанных волноводов. Таким образом, заполняется пробел, существующий в теории связанных волн, который не позволяет применить ее для проектирования ДОС. Одна из основных задач – расчет распределения амплитуд волн на входах решетки излучателей решается при помощи найденных параметров  $\beta_0, C_n$  в рамках указанной теории.

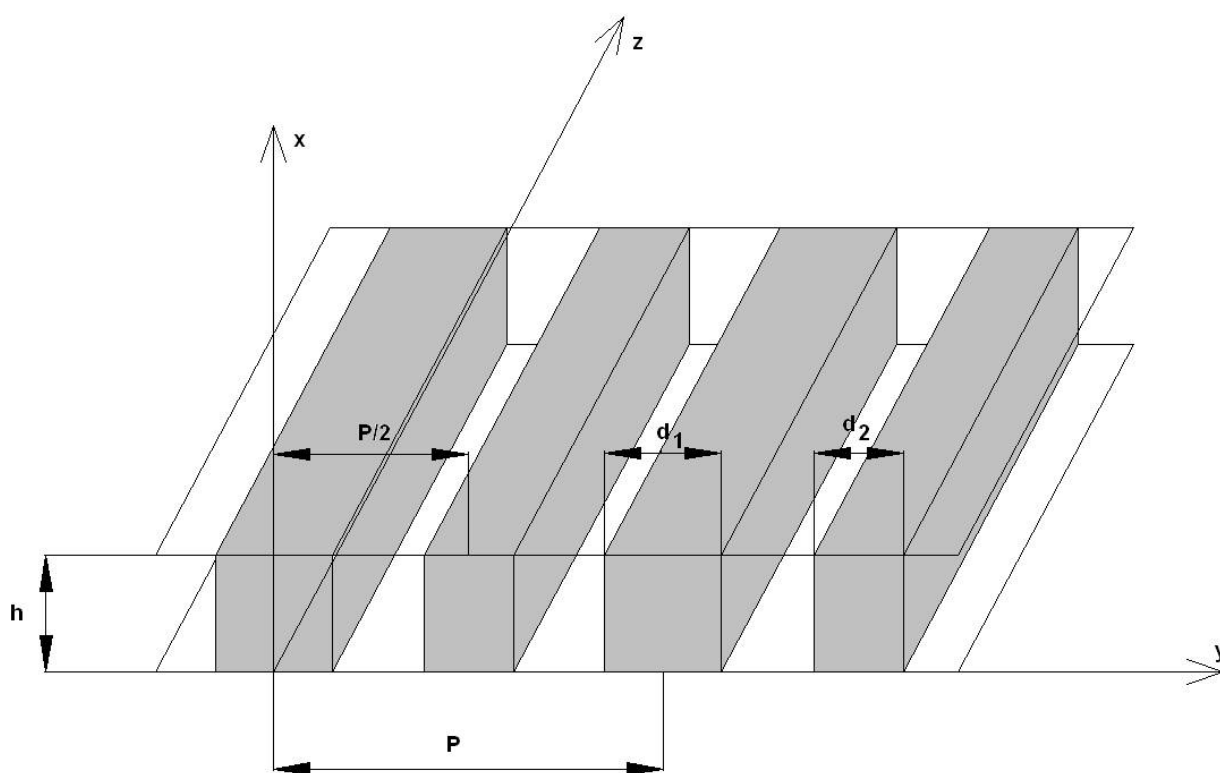
Последняя задача проектирования ДОС – определение характеристик излучения решается при помощи методов, описанных в разд. 6.2. Во многих случаях эффективные и простые модели можно построить при помощи метода физической оптики.

В данном разделе мы остановимся на электродинамических методах анализа собственных волн систем связанных волноводов разных типов.

*Система неодинаковых связанных НДВ.* Система связанных неодинаковых НДВ показана на рис. 6.5.1. По оси  $Ox$  она ограничена двумя металлическими экранами. Благодаря этому, а также однородности структуры вдоль указанной

оси среди волн электрического типа ( $H_x = 0$ ) можно выделить решение, удовлетворяющее условию  $\partial/\partial x = 0$ . С такими полями мы неоднократно сталкивались при анализе структур на основе ПВ. Они соответствуют основным волнам и представляют наибольший практический интерес.

Выше мы уже отмечали, что при анализе полей указанного выше типа можно заменить трехмерную структуру двумерной. Будем рассматривать ее в квазипериодическом режиме, что позволяет нам ограничиться анализом одного периода. Поля в других периодах отличаются только известными фазовыми множителями. Период двумерной структуры показан на рис. 6.5.2.



*Рис. 6.5.1. Система связанных НДВ*



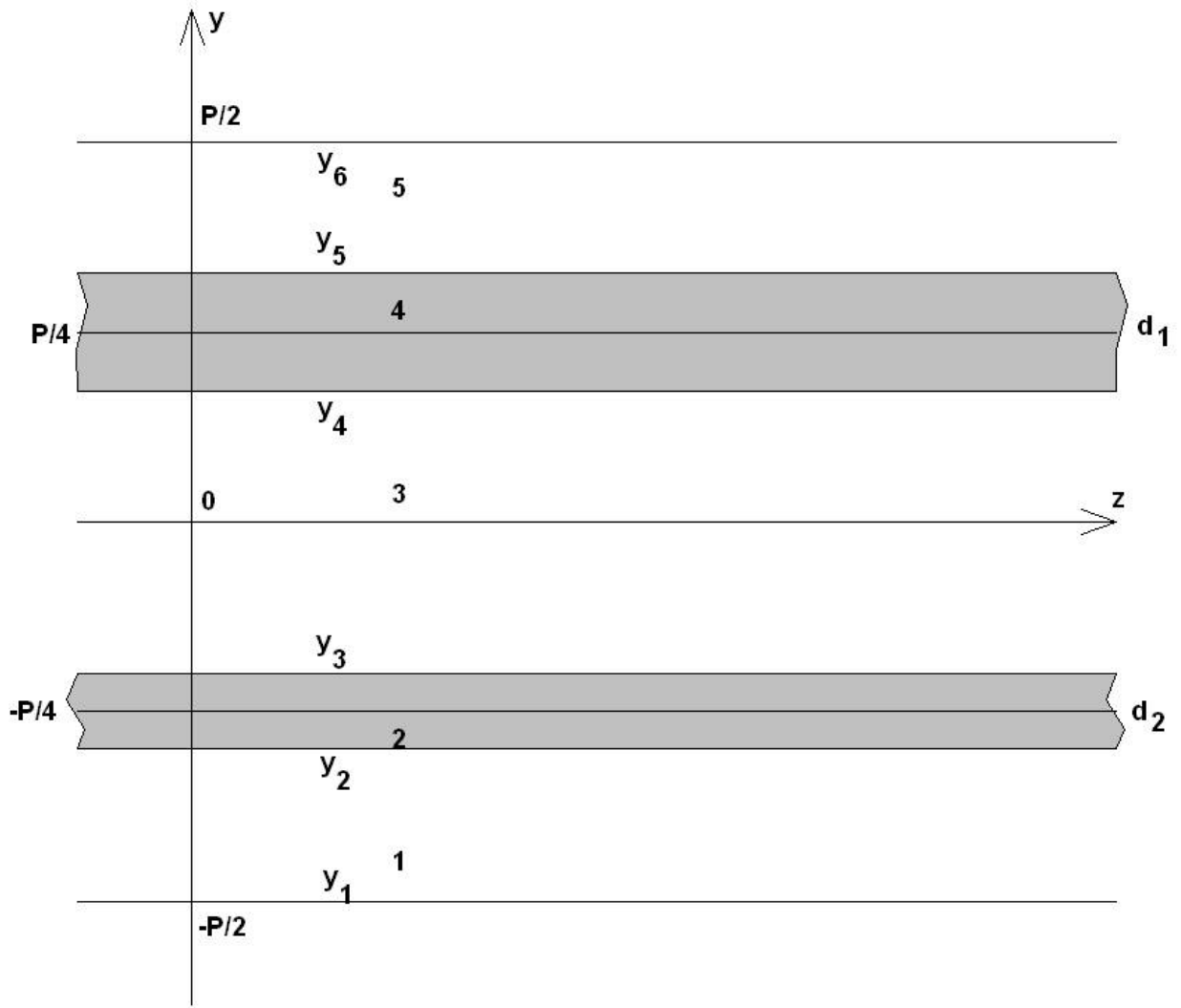


Рис. 6.5.2. Период решетки связанных НДВ

Выделим на периоде области 1 – 5, в которых диэлектрическое заполнение однородно. Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$  принимает следующие значения:

$$\varepsilon_i = \begin{cases} \varepsilon, & i = 2, 4, \\ 1, & i = 1, 3, 5, \end{cases} \quad (6.5.1)$$

где  $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость НДВ. Точки  $y_j$ ,  $j = 1, \dots, 6$  имеют следующие координаты:

$$\begin{aligned}
y_1 &= -P/2, \\
y_2 &= -P/4 - d_2/2, \\
y_3 &= -P/4 + d_2/2, \\
y_4 &= P/4 - d_1/2, \\
y_5 &= P/4 + d_1/2, \\
y_6 &= P/2.
\end{aligned}
\tag{6.5.2}$$

Ищем решение граничной задачи методом частичных областей, записывая поле в областях 1 – 5 так, чтобы оно имело вид бегущей вдоль оси Oz волны и удовлетворяло волновому уравнению:

$$\begin{aligned}
E_{xi} &= (A_i \cos q_i y + B_i \sin q_i y) \exp(-i\gamma z), \\
q_i &= \sqrt{\varepsilon_i k^2 - \gamma^2},
\end{aligned}
\tag{6.5.3}$$

$k$  - волновое число свободного пространства,  $\gamma$  - постоянная распространения волны,  $A_i, B_i$  - неизвестные коэффициенты.

В двумерной задаче поле разделяется на поле  $E$  и  $H$  - волн. Нас интересуют  $E$  - волны, имеющие три компоненты  $E_x, H_y, H_z$ . Компоненты магнитного поля могут быть найдены из формул (6.5.3) с помощью уравнений Максвелла.

Далее нам необходимо удовлетворить граничным условиям при  $y = y_j$ :

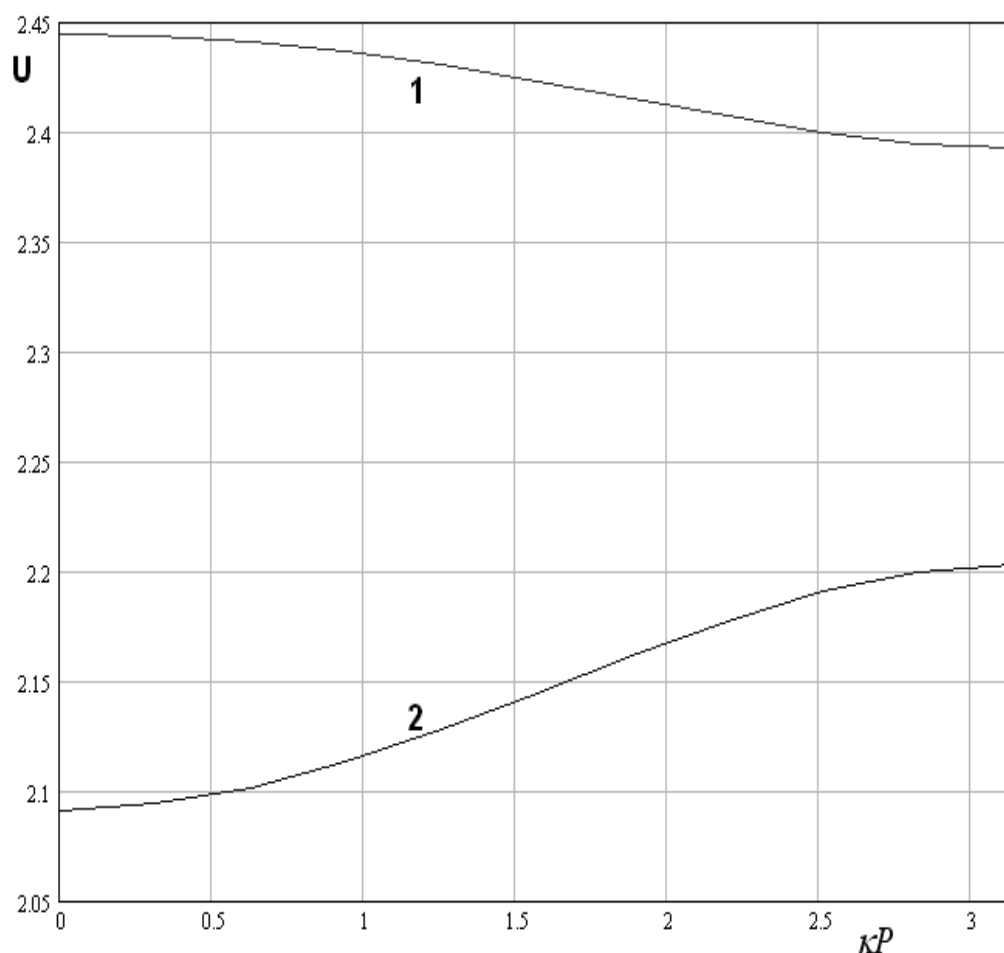
$$\begin{aligned}
E_{xi}(y_{i+1}) &= E_{xi+1}(y_{i+1}), \\
H_{zi}(y_{i+1}) &= H_{zi+1}(y_{i+1}), \\
i &= 1, \dots, 4.
\end{aligned}
\tag{6.5.4}$$

Равенства (6.5.4) – это условия непрерывности тангенциальных компонент поля на границах областей. На границах периода в точках  $y = y_{1,6}$  должны выполняться условия периодичности:

$$\begin{aligned}
E_{x1}(y_1) \exp(-ikP) &= E_{x5}(y_6), \\
H_{z1}(y_1) \exp(-ikP) &= H_{z5}(y_6).
\end{aligned}
\tag{6.5.5}$$

Общее число равенств в выражениях (6.5.4) и (6.5.5) равно десяти, что совпадает с числом неизвестных коэффициентов  $A_i, B_i$ . Таким образом, подстановка соотношений (6.5.3) в условия (6.5.4), (6.5.5) дает нам однородную СЛАУ относительно указанных коэффициентов. Приравняв нулю определитель СЛАУ, получаем уравнение относительно неизвестной постоянной распространения  $\gamma$ .

На рис. 6.5.3 представлен пример зависимости коэффициента замедления  $U$ , ( $U = \gamma / k$ ) основных волн решетки НДВ от параметра  $kP$ . Кривые 1,2 получены для  $\varepsilon = 10$ ,  $P = 5.5$ ,  $d_1 = 1.25$ ,  $d_2 = 1$ , частота  $f = 34$  ГГц путем численного решения дисперсионного уравнения.

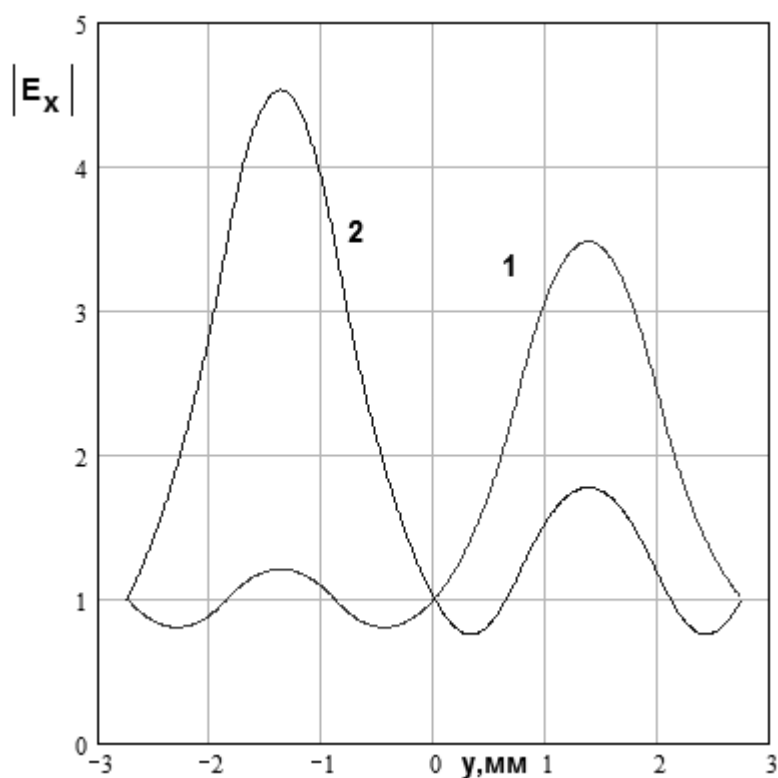


*Рис. 6.5.3. Зависимость коэффициентов замедления собственных волн от параметра  $kP$*

Отметим, что обычно в данной структуре имеются две основные волны. Наряду с ними могут существовать волны высших типов, которые чаще всего появляются при больших значениях параметра  $\kappa P$ . С практической точки зрения наибольший интерес представляет одноволновый режим работы структуры.

Наличие двух основных волн соответствует результатам теории связанных волн (разд. 6.4), в рамках которой в структуре существуют две волны с постоянными распространения  $\gamma_{1,2}$  (6.4.33).

Представляют интерес поля собственных волн периодической структуры. Распределение модуля компоненты  $E_x$  на периоде структуры показано на рис. 6.5.4 а,б. Кривые 1 и 2 получены для параметров приведенных выше и соответствуют разным собственным волнам. Кривые на рис. 6.5.4 а получены для  $\kappa P = 0$ , а на рис. 6.5.4 б для  $\kappa P = \pi$ .



а

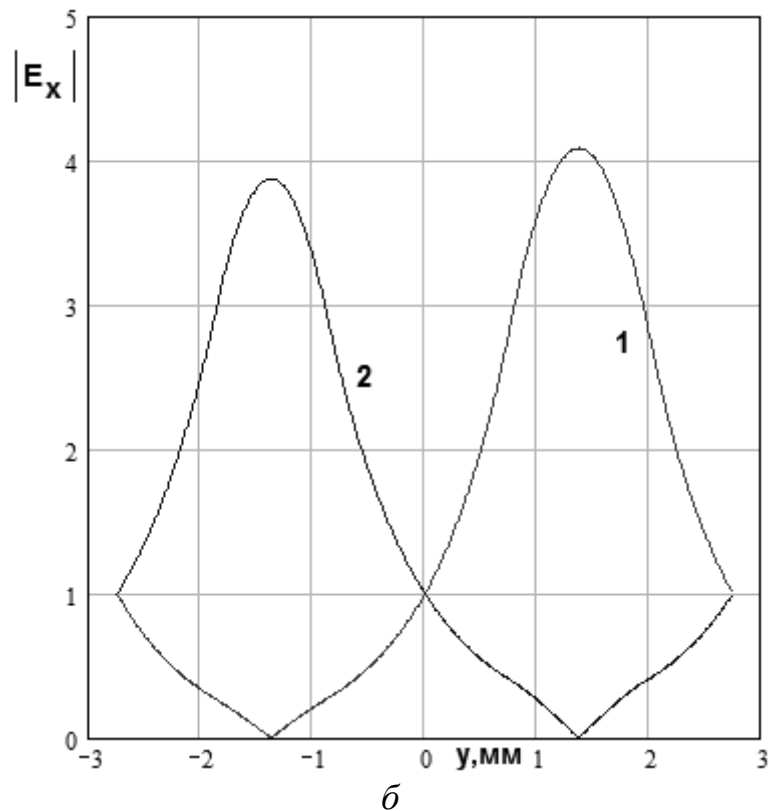


Рис. 6.5.4. Поля собственных волн

Следующий этап анализа бесконечной решетки бесконечных НДВ состоит в определении параметров, используемых в теории связанных волн. Будем находить их из условия минимального отличия зависимостей постоянных распространения  $\gamma_{1,2}$  собственных волн структуры от параметра  $kP$ , получаемых из теории связанных волн от аналогичных зависимостей, получаемых из строгого решения.

Здесь необходимо отметить, что простейшая версия теории связанных волн, изложенная в разд. 6.4 не позволяет с необходимой для практики точностью аппроксимировать зависимости  $\gamma_{1,2}(k)$ , получающиеся из электродинамического решения. В разд. 6.4 для описания связей между волноводами мы ограничились только ЛКС первого порядка. Численные исследования, однако, показали, что необходимо учитывать также связи второго порядка. В этом случае соотношения (6.4.33) изменятся. Приведем их без вывода:

$$\begin{aligned} \gamma_{1,2} &= \beta_0 + 2C_2 \cos(\kappa P) \pm \Delta\gamma, \\ \beta_0 &= \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}, \\ \Delta\beta &= \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}, \\ \Delta\gamma &= \sqrt{\Delta\beta^2 + 2C_1^2(1 + \cos(\kappa P))}. \end{aligned} \tag{6.5.6}$$

Приравнявая соотношения (6.5.6) и значения постоянных  $\gamma_{1,2}$ , получаемые из точного решения в точках  $\kappa P = 0, \pi/2, \pi$ , находим искомые параметры:

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \frac{\gamma_1(\pi/2) + \gamma_2(\pi/2)}{2}, \\ \Delta\beta &= \frac{\gamma_1(\pi) - \gamma_2(\pi)}{2}, \\ C_1 &= \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\gamma_1(0) - \gamma_2(0)}{2}\right)^2 - \Delta\beta^2}, \\ C_2 &= \frac{\gamma_1(0) + \gamma_2(0) - 2\beta_0}{4}. \end{aligned} \tag{6.5.7}$$

На рис. 6.5.5 показаны зависимости коэффициентов замедления собственных волн решетки от параметра  $\kappa P$ . Кривые 1 и 2 соответствуют первой и второй собственной волне. Они получены из строгого решения для параметров приведенных выше. Точками показаны зависимости коэффициентов замедления, которые получены из электродинамического решения и соотношений (6.5.7). Видно хорошее совпадение строгой и приближенной моделей. На рис. 6.5.6 показаны частотные зависимости ЛКС  $C_{1,2}$ . Важно отметить, что линейный коэффициент связи  $C_2$  меньше нуля. Кривая 1 соответствует коэффициенту  $C_1$ , а кривая 2 –  $C_2$ . Кривые получены для параметров структуры приведенных выше.

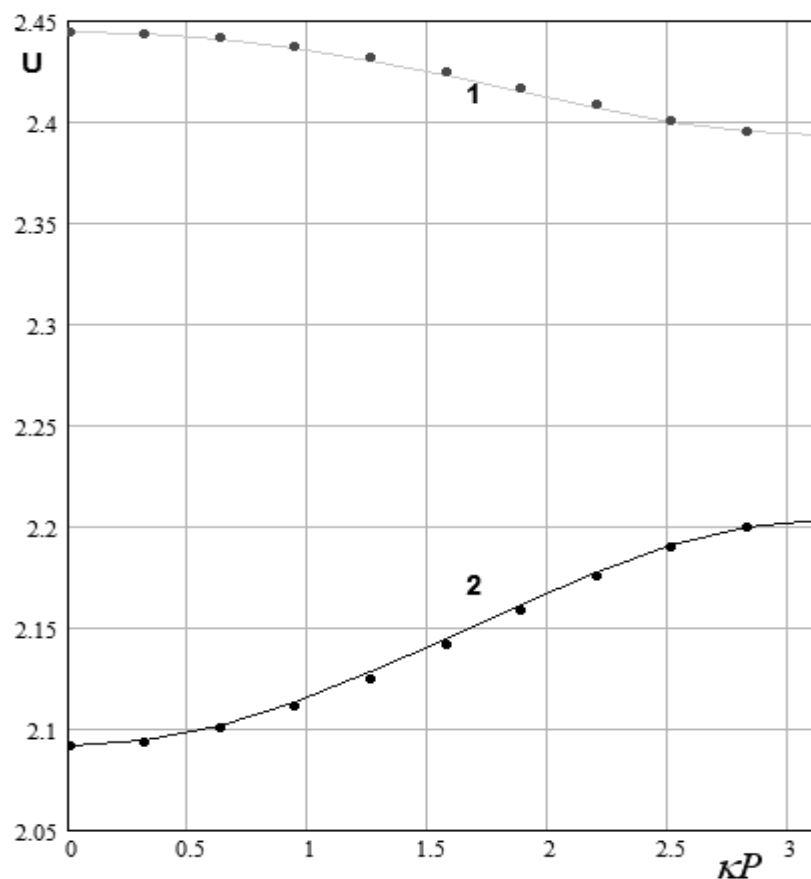


Рис. 6.5.5. Зависимость коэффициента замедления от параметра  $\kappa P$

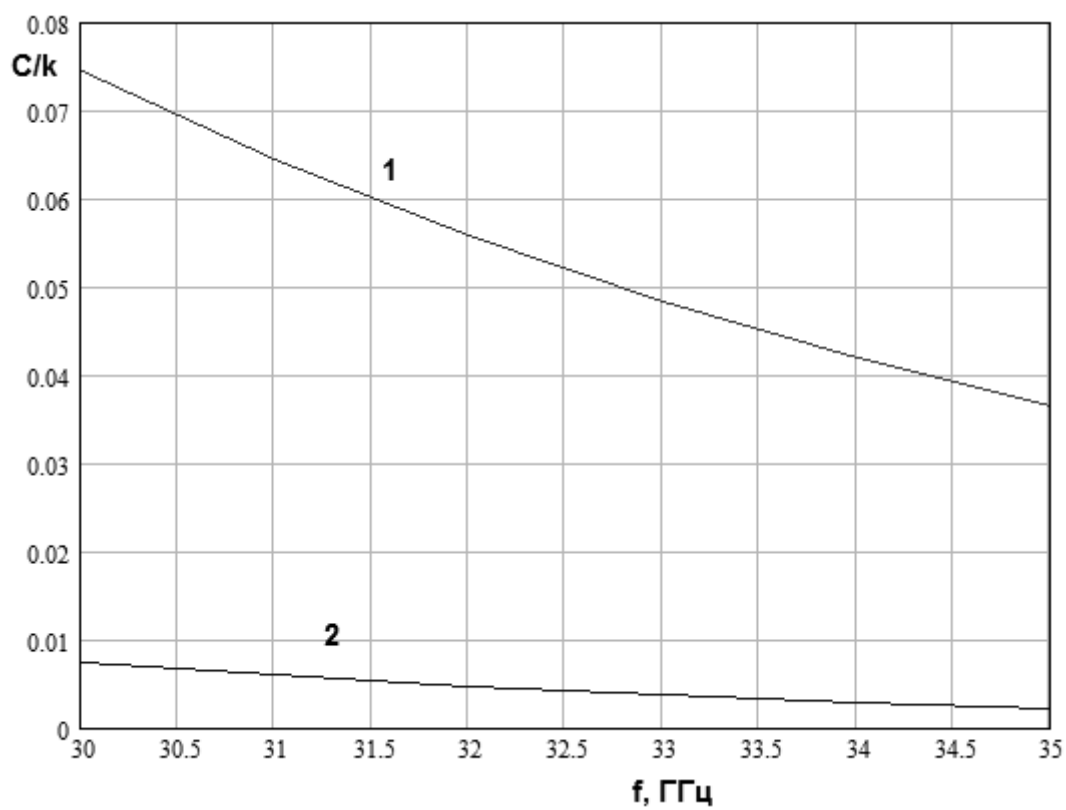


Рис. 6.5.6. Частотные зависимости линейных коэффициентов связи

Система связанных ИПВ. Исследуемая структура изображена на рис. 6.5.7. Мы рассматриваем систему неодинаковых связанных ИПВ волноводов, которые отличаются расстояниями между решетками металлических цилиндров, вытянутых вдоль оси  $Ox$ :  $L_{1,2}$ . Благодаря этому отличию мы рассчитываем получить волноводы с разными постоянными распространения  $\beta_{1,2}$ .

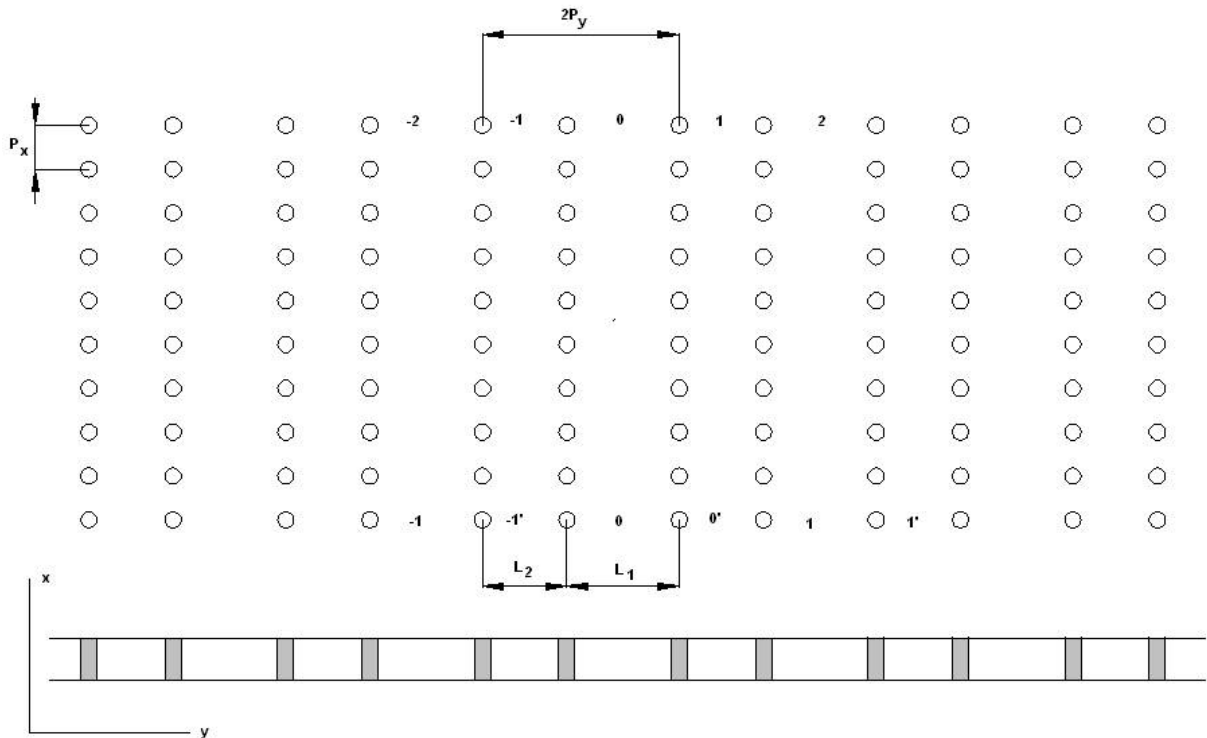


Рис. 6.5.7. Связанные неодинаковые ИПВ

Анализ системы связанных ИПВ проведем, опираясь на результаты разд. 3.3. В этом разделе была решена задача о падении плоской волны на решетку цилиндров (см. рис. 6.5.8). Решение представлено в виде коэффициентов отражения и прохождения  $R, T$ :

$$R = -\frac{1}{1+Z}, \quad (6.5.8)$$

$$T = \frac{Z}{1+Z},$$



$$Z = -iP_x q_0 \left( \frac{1}{\pi} \ln \frac{v\gamma R}{2} + \frac{1}{P_x \mu_0} - \frac{1}{P_x} \sum_{q=-\infty}^{\infty} {}^{(0)} \left( \frac{1}{\gamma_q} - \frac{1}{\mu_q} \right) \right).$$

Смысл параметров, входящих в соотношения (6.5.8) поясняется в разд.

3.3.

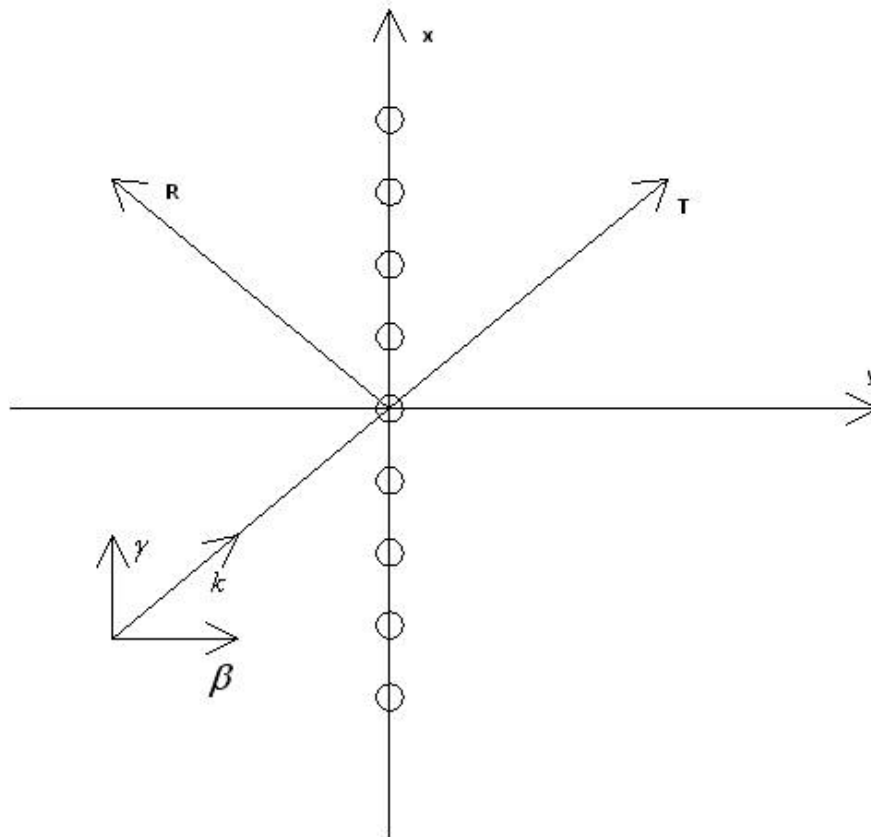


Рис. 6.5.8. Дифракция на решетке металлических цилиндров

Решенная задача является ключевой для вывода дисперсионного уравнения относительно постоянной распространения собственной волны структуры изображенной на рис. 6.5.7. В рамках приближенного анализа системы связанных ИПВ будем описывать взаимодействие между линейками цилиндров исключительно через отраженные и прошедшие через них плоские волны. Вообще говоря, рассеянное решеткой металлических цилиндров поле представляется в виде ряда по гармоникам Флоке. При известных ограничениях на период  $P_x$  [59] все гармоники, кроме нулевой затухают при удалении от решетки. Будем считать, что на расстоянии порядка  $P_y$  они

затухают настолько сильно, что полное поле можно описать исключительно полем нулевых гармоник, то есть полем упомянутых выше плоских волн.

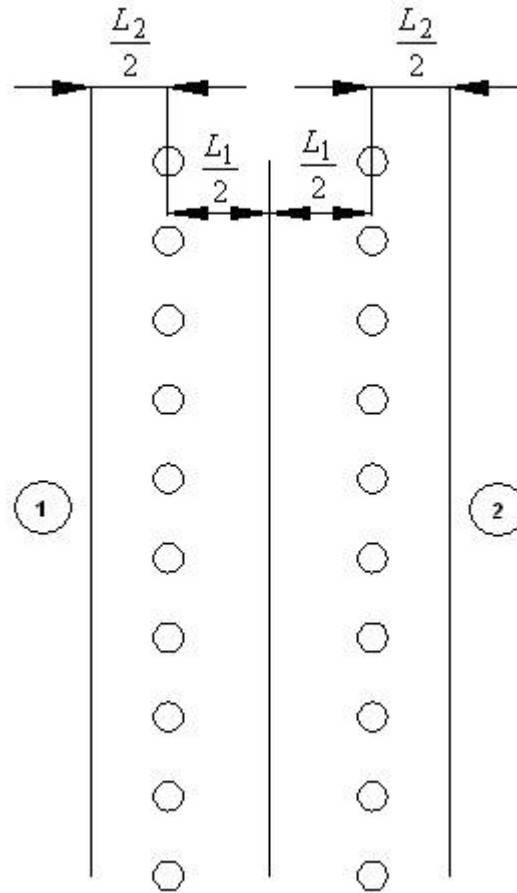


Рис. 6.5.9. Период решетки связанных ИПВ

В этом случае для описания взаимодействия решеток цилиндров нам действительно достаточно знать коэффициенты отражения и прохождения  $R$  и  $T$ . Условие корректного использования описанной выше модели имеет вид следующего неравенства:

$$\exp\left(\sqrt{\left(\gamma - \frac{2\pi}{P_x}\right)^2 - k^2 P_y}\right) \ll 1, \quad (6.5.9)$$

где  $k$  - волновое число свободного пространства,  $\gamma$  - проекция волнового вектора падающей волны на ось  $Ox$ . Отметим, что неравенство (6.5.9) выполняется с хорошей точностью для всех структур, которые будут рассмотрены ниже.

Получим далее дисперсионное уравнение для собственных волн бесконечной системы неодинаковых связанных ИПВ. Для этого рассмотрим один период данной структуры, который показан на рис. 6.5.9. Найдем коэффициенты отражения  $R_p$  и прохождения  $T_p$  периода структуры, который представляет собой две линейки цилиндров расположенных на расстоянии  $L_1$  друг от друга. Также в период входят расположенные слева и справа от линеек два воздушных слоя толщиной  $L_2/2$ . С помощью известных соотношений теории цепей СВЧ [32] искомые коэффициенты выражаются через  $R$  и  $T$ :

$$R_p = R \cdot \exp(-ikL_2) \left( 1 + \frac{T^2 \exp(-2ikL_1)}{1 - R^2 \exp(-2ik(L_1 + L_2))} \right), \quad (6.5.10)$$

$$T_p = \frac{T^2 \exp(-ik(L_1 + L_2))}{1 - R^2 \exp(-2ik(L_1 + L_2))}.$$

Коэффициенты  $R_p$ ,  $T_p$  связывают амплитуды плоских волн, падающих на период и отраженных от него справа и слева. Пусть эти волны характеризуются амплитудами  $U_{1,2\Pi}$  и  $U_{1,2O}$ , где индексы 1,2 показывают принадлежность волн входам 1 и 2, а индексы  $\Pi$  и  $O$  показывают, что волна является падающей или отраженной. Вход 1 расположен с левой стороны периода, а вход 2 с правой (см. рис. 6.5.9). Связь между амплитудами  $U_{1,2\Pi}$  и  $U_{1,2O}$  можно записать в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} R_p & T_p \\ T_p & R_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1\Pi} \\ U_{2\Pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1O} \\ U_{2O} \end{bmatrix}. \quad (6.5.11)$$

В силу периодичности системы волноводов амплитуды волн распространяющихся в одном направлении связаны условиями периодичности:

$$U_{1\Pi} \exp(-2i\kappa P_y) = U_{2O}, \quad (6.5.12)$$

$$U_{1O} \exp(-2i\kappa P_y) = U_{2\Pi}.$$

Используя соотношения (6.5.12), приходим к однородной СЛАУ следующего вида:

$$\begin{bmatrix} R_p & T_p - \exp(-2i\kappa P_y) \\ T_p - \exp(2i\kappa P_y) & R_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1\dot{I}} \\ U_{2\dot{I}} \end{bmatrix} = 0. \quad (6.5.13)$$

Приравнявая определитель СЛАУ (6.5.13) нулю, получаем дисперсионное уравнение для определения постоянных распространения собственных волн системы неодинаковых связанных ИПВ:

$$\left( R_p^2 - T_p^2 \right) - 1 + 2T_p \cos(2\kappa P_y) = 0. \quad (6.5.14)$$

Численное решение уравнения (6.5.14) показывает, что оно для каждого фиксированного значения  $\beta$  имеет два корня  $\gamma_{1,2}^e$ . Эти корни соответствуют двум решениям однородной СЛАУ (6.5.13), которые были рассмотрены выше.

Наша задача теперь состоит в том, чтобы выбрать параметры теории связанных волн  $\beta_{1,2}$  и  $C$  таким образом, чтобы функции  $\gamma_{1,2}(\kappa)$ , получаемые из этой теории имели минимальные отличия от функций  $\gamma_{1,2}^e$ . Численные расчеты показали, что для достаточно точного приближения к электродинамическому решению можно взять простейшее решение в рамках теории связанных волн, учитывающее только связи первого порядка.

Имея три свободных параметра  $\beta_{1,2}, C$ , мы можем наложить на  $\gamma_{1,2}$  три условия. Пусть они выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \gamma_1 \left( \frac{\pi}{4} \right) &= \gamma_1^e \left( \frac{\pi}{4} \right), \\ \gamma_2 \left( \frac{\pi}{4} \right) &= \gamma_2^e \left( \frac{\pi}{4} \right), \end{aligned} \quad (6.5.15)$$

$$\gamma_1\left(\frac{\pi}{4}\right) - \gamma_2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \gamma_1^e\left(\frac{\pi}{4}\right) - \gamma_2^e\left(\frac{\pi}{4}\right).$$

Из условий (6.5.15) можно найти параметры феноменологической модели:

$$\beta_0 = \frac{\gamma_1^e\left(\frac{\pi}{4}\right) + \gamma_2^e\left(\frac{\pi}{4}\right)}{2},$$

$$\Delta\beta = \frac{\gamma_1^e\left(\frac{\pi}{2}\right) - \gamma_2^e\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2}, \quad (6.5.16)$$

$$C = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\beta_0^2 - \Delta\beta^2 - \gamma_1^e\left(\frac{\pi}{4}\right)\gamma_2^e\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)}.$$

В формулах (6.5.15), (6.5.16) аргументом функций  $\gamma_{1,2}$  и  $\gamma_{1,2}^e$  является переменная  $\kappa P_y$ .

На рис. 6.5.10 а,б показаны зависимости нормированных на волновое число свободного пространства постоянных распространения полученных из электродинамической и феноменологической моделей. Кривые на рис. 6.5.12 а,б получены для частоты  $f = 7.4$  ГГц, цилиндров диаметром  $D = 5$ , и расстояний  $L_1 = 25.8$ ,  $L_2 = 24.2$ . Графики на рис. 6.5.10 а соответствуют  $P_x = 14$ , а на рис. 12 б  $P_x = 12$ . Все размеры даны в миллиметрах. Кривые 1,2 получены из электродинамической модели, а 1',2' из феноменологической.

Из рис. 6.5.10 а,б можно сделать вывод, что построенная в соответствии с формулами (6.5.16) феноменологическая модель хорошо соответствует электродинамической модели.

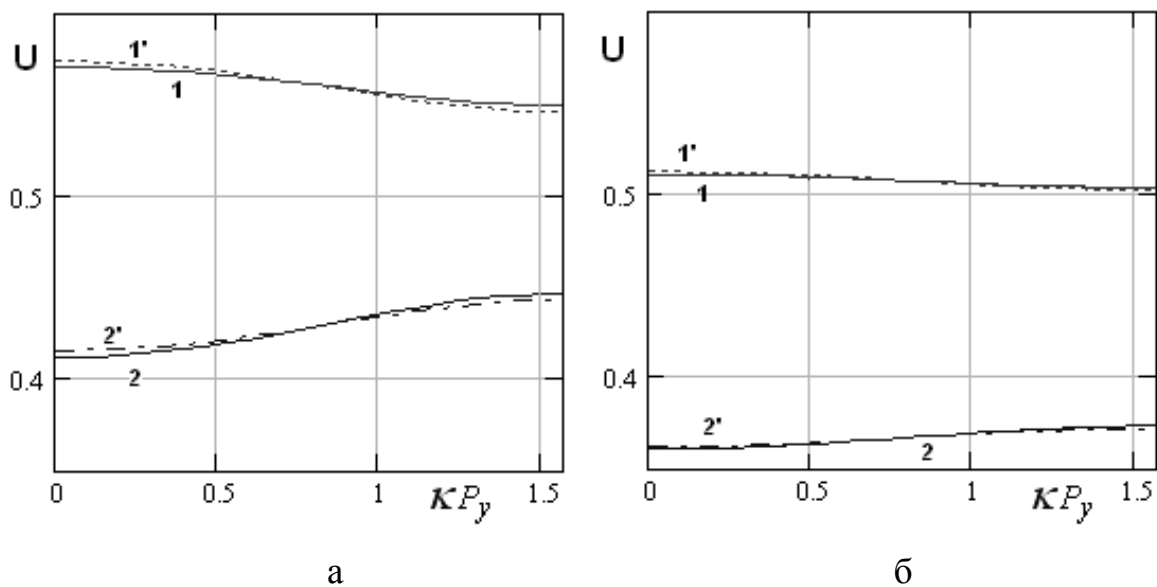


Рис. 6.5.10. Зависимость коэффициентов замедления от параметра  $\kappa P_y$

Система связанных ДЦВ. Следующая система - это система связанных ДЦВ.

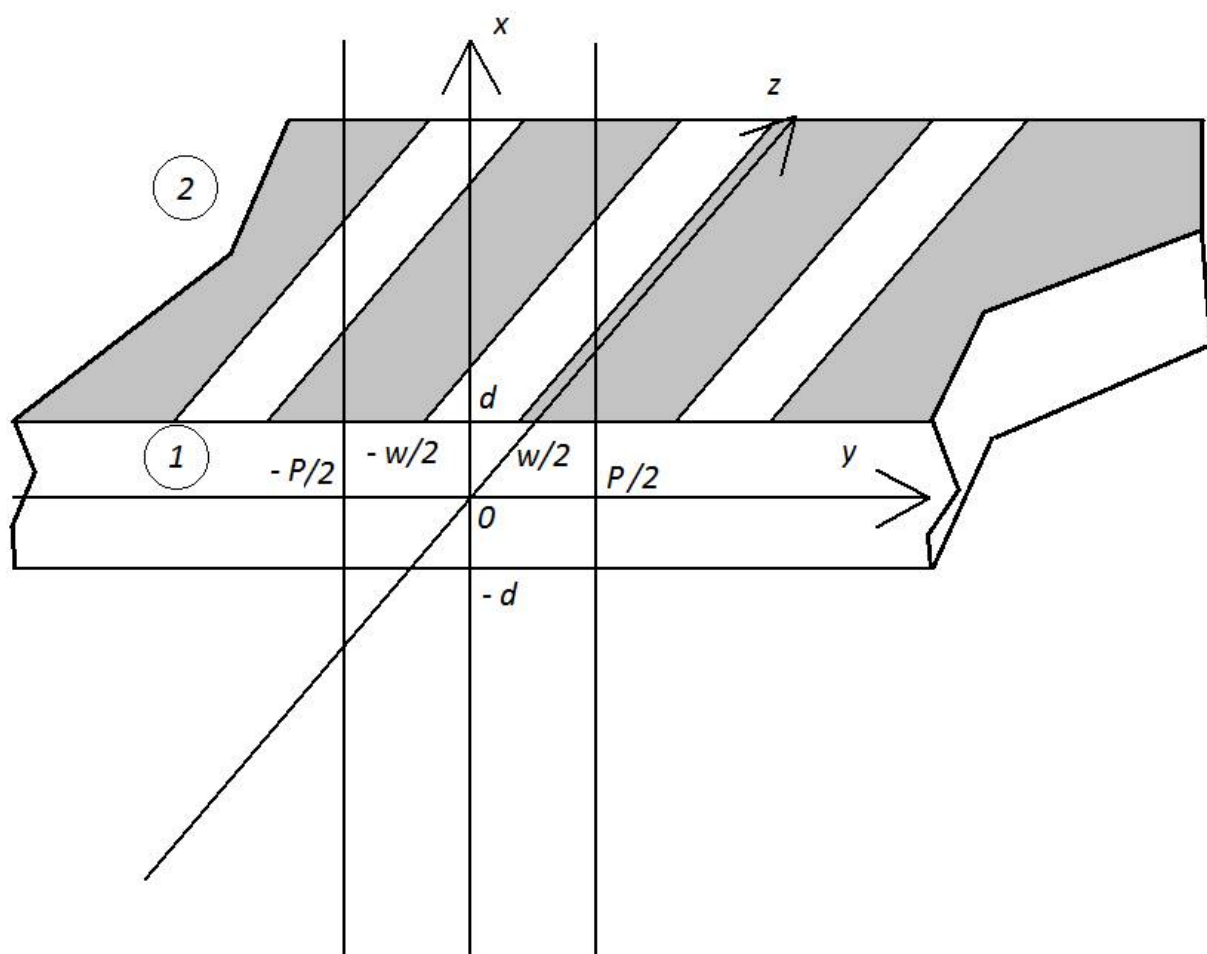


Рис. 6.5.11. Система одинаковых связанных ДЦВ

Рассматриваем относительно простую структуру, состоящую из одинаковых волноводов. Она показана на рис. 6.5.11. Анализ собственных волн периодической решетки связанных ДЦВ удобно провести, сводя граничную задачу к интегральным уравнениям относительно компонент электрического поля в щели. Аналогичный подход был использован нами в разд. 1.2 при анализе анизотропной ЧПР.

Проведем анализ, сделав ряд дополнительных допущений. Будем рассматривать только поля, удовлетворяющие при  $x = 0$  условию на магнитной стенке. В силу симметрии структуры относительно плоскости  $YOZ$  поля в ней разделяются на два класса. Одни из них удовлетворяют при  $x = 0$  условиям на магнитной стенке, а другие на электрической. Основная волна ДЦВ относится к полю первого типа и поэтому оно выбрано нами для дальнейшего анализа.

В общем случае в щели существуют две тангенциальные компоненты электрического поля  $E_{y,z}$ . При этом обычно поперечная компонента  $E_y$  много больше продольной. Поэтому мы положим  $E_z = 0$ .

Рассматриваем структуру в периодическом режиме:

$$\vec{E}(y + nP) = \vec{E}(y)e^{-iknP}, \quad (6.5.17)$$

где  $K$  - знакомый нам параметр периодического режима.

Вывод интегрального уравнения относительно неизвестной функции  $E_y(y)$  проводим по известной из разд. 1.2 схеме, которая включает следующие этапы:

1. Запишем компоненту магнитного поля в областях 1 и 2 в виде удовлетворяющем уравнениям Максвелла, условиям периодичности и граничным условиям при  $x = 0$ :

$$H_{z1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-i\gamma z - ik_n y - p_{1n}(x-d)}, \quad (6.5.18)$$

$$H_{z2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n e^{-i\gamma z - i\kappa_n y} \sin q_n x,$$

$$\kappa_n = \kappa + \alpha_n,$$

$$\alpha_n = \frac{2\pi n}{P},$$

$$p_n = \sqrt{\kappa_n^2 + \gamma^2 - k_1^2},$$

$$q_n = \sqrt{k_2^2 - \kappa_n^2 - \gamma^2},$$

где  $A_n, B_n$  - неизвестные коэффициенты,  $k_{1,2}$  - волновые числа в областях 1,2,  $\gamma$  - искомая постоянная распространения.

2. Выразим через компоненту магнитного поля  $H_z$  компоненту поля  $E_y$  в областях 1 ( $0 < x < d$ ) и 2 ( $x > d$ ):
3. Запишем равенства  $E_{y1} = E_y$ ,  $E_{y2} = E_y$  при  $x = d$ ,  $|y| \leq w/2$ , где  $E_y$  - неизвестное электрическое поле в щели;
4. Выразим из указанных выше равенств неизвестные коэффициенты  $A_n, B_n$  через функцию  $E_y$ , воспользовавшись ортогональностью функций  $e^{-i\kappa_n y}$  на интервале  $|y| \leq P/2$ ;
5. Выразим компоненту магнитного поля  $H_z$  в обеих областях через функции  $E_{x,y}$ , заменяя коэффициенты  $A_n, B_n$  соотношениями полученными по п. 3;
6. Приравняем компоненты магнитного поля в областях 1 и 2 при  $z = 0$  и удовлетворим граничным условиям непрерывности магнитного поля в щели. В результате получаем искомое интегральное уравнение относительно функции  $E_y$ :



$$\int_{-w/2}^{w/2} E_y(y') \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{(k_1^2 - \gamma^2)}{p_n} + \frac{(k_2^2 - \gamma^2) \operatorname{tg} q_n d}{q_n} \right) e^{-i\kappa_n(y-y')} dy' = 0. \quad (6.5.19)$$

Преобразуем интегральное уравнение (6.5.19). Введем новые функции:

$$\tilde{E}_y(y) = E_y(y) e^{i\kappa y}, \quad (6.5.20)$$

$$\tilde{E}_y(y) = \tilde{E}_{yч}(y) + \tilde{E}_{yн}(y),$$

$$\tilde{E}_{yч}(y) = \frac{\tilde{E}_y(y) + \tilde{E}_y(-y)}{2},$$

$$\tilde{E}_{yн}(y) = \frac{\tilde{E}_y(y) - \tilde{E}_y(-y)}{2},$$

$$K_n = \frac{(k_1^2 - \gamma^2)}{p_n} + \frac{(k_2^2 - \gamma^2) \operatorname{tg} q_n d}{q_n}, \quad (6.5.21)$$

$$K_n = K_{нч} + K_{нн},$$

$$K_{нч} = \frac{K_n + K_{-n}}{2},$$

$$K_{нн} = \frac{K_n - K_{-n}}{2}.$$

Видно, что при помощи соотношений (6.5.20) и (6.5.21) мы представили функции  $\tilde{E}_y(y)$  и  $K_n$  в виде сумм четных и нечетных функций. Благодаря этому мы можем перейти к интервалу интегрирования от нуля до  $w/2$  и суммированию от нуля до бесконечности:

$$\begin{aligned} & K_{0ч} \int_0^{w/2} E_{yч}(y') dy' + 2 \int_0^{w/2} E_{yч}(y') \sum_{n=1}^{\infty} K_{нч} \cos \alpha_n y \cos \alpha_n y' dy' + \\ & + 2i \int_0^{w/2} E_{yн}(y') \sum_{n=1}^{\infty} K_{нн} \cos \alpha_n y \sin \alpha_n y' dy' = 0, \end{aligned} \quad (6.5.22)$$

$$\begin{aligned}
& -2i \int_0^{w/2} E_{yч}(y') \sum_{n=1}^{\infty} K_{nn} \sin \alpha_n y \cos \alpha_n y' dy' + \\
& + 2 \int_0^{w/2} E_{yн}(y') \sum_{n=1}^{\infty} K_{nc} \sin \alpha_n y \sin \alpha_n y' dy' = 0.
\end{aligned}$$

Видно, что мы перешли в формулах (6.5.22) к системе интегральных уравнений относительно новых неизвестных функций. Система (6.5.22) аналогична системе рассмотренной в разд. 1.2 при анализе ЧПР. Будем решать ее следующим образом.

Выделим квазистатическую часть системы интегральных уравнений, используя асимптотическое поведение функций  $K_{nc,n}$  при  $n \rightarrow \infty$ . В этом приближении система распадается на два независимых уравнения аналогичных рассмотренным в разд. 1.2. Поэтому мы можем воспользоваться готовыми решениями для функций  $\tilde{E}_{yч,n}$ , которые определяются с точностью до произвольных коэффициентов.

На следующем этапе будем решать систему (6.5.22) методом Галеркина, используя полученные в ходе решения статической системы выражения для  $\tilde{E}_{yч,n}$  в качестве базисных функций. В результате мы получим однородную СЛАУ относительно неизвестных коэффициентов, которая имеет нетривиальное решение при равенстве ее определителя нулю. Приравнявая его нулю, получаем искомое дисперсионное уравнение относительно постоянной распространения  $\gamma$ . Основанием для описания поля в щели при помощи приближенных квазистатических выражений является известное свойство метода Галеркина, состоящее в том, что при решении однородных систем интегральных уравнений он приводит к дисперсионным уравнениям, которые обладают свойством вариационной устойчивости по отношению к малым отклонениям неизвестных функций от строгого решения. Благодаря этому свойству мы можем грубо описать поле в щели и получить при этом достаточно точное дисперсионное уравнение.

При  $n \rightarrow \infty$  мы можем записать:

$$K_{nc} = \frac{K_{ac}}{n} + \delta_{nc}, \quad (6.5.23)$$

$$K_{nn} = \delta_{nn},$$

$$K_{ac} = \frac{P(k_1^2 + k_2^2 - 2\gamma^2)}{2\pi}.$$

Под  $\delta_{nc,n}$  мы понимаем добавки к главным членам, убывающие на бесконечности быстрее, чем  $1/n$ . Нетрудно видеть, что главный член асимптотического разложения для  $K_{nn}$  равен нулю.

Заменяя в системе (6.5.22)  $K_n$  главными членами асимптотических разложений, получаем статическую систему интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} K_{0c} \int_0^{w/2} E_{yc}(y') dy' + 2K_{ac} \int_0^{w/2} E_{yc}(y') \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \alpha_n y \cos \alpha_n y'}{n} dy' &= 0, \\ 2K_{ac} \int_0^{w/2} E_{yn}(y') \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \alpha_n y \sin \alpha_n y'}{n} dy' &= 0. \end{aligned} \quad (6.5.24)$$

Как уже отмечалось выше, решение (6.5.24) получено в разд. 1.2 при помощи методов преобразований Швингера и сингулярного интегрального уравнений. Приведем их без подробного вывода:

$$\tilde{E}_{yc} = Af_c(y),$$

$$f_c = \frac{\cos \frac{\pi y}{P}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi w}{2P} - \sin^2 \frac{\pi y}{P}}}, \quad (6.5.25)$$

$$\tilde{E}_{yn} = Bf_n(y),$$

$$f_n = \frac{\sin \frac{\pi y}{P}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi w}{2P} - \sin^2 \frac{\pi y}{P}}},$$

где  $A, B$  - неизвестные коэффициенты.

Запишем далее систему интегральных уравнений с учетом обозначений

(6.5.23):

$$\begin{aligned} & K_{0ч} \int_0^{w/2} E_{yч}(y') dy' + 2K_{ач} \int_0^{w/2} E_{yч}(y') \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \alpha_n y \cos \alpha_n y'}{n} dy' + \\ & + 2 \int_0^{w/2} E_{yч}(y') \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{нч} \cos \alpha_n y \cos \alpha_n y' dy' + \tag{6.5.26} \\ & + 2i \int_0^{w/2} E_{yн}(y') \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{нн} \cos \alpha_n y \sin \alpha_n y' dy' = 0, \\ & 2K_{ач} \int_0^{w/2} E_{yн}(y') \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \alpha_n y \sin \alpha_n y'}{n} dy' + \\ & + 2 \int_0^{w/2} E_{yн}(y') \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{нч} \sin \alpha_n y \sin \alpha_n y' dy' \\ & - 2i \int_0^{w/2} E_{yч}(y') \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{нн} \sin \alpha_n y \cos \alpha_n y' dy' = 0. \end{aligned}$$

Далее в соответствии с методом Галеркина подставим выражения (6.5.25) в систему (6.5.26), а затем умножим первое уравнение на функцию  $f_ч(y)$ , а второе на  $f_н(y)$  и проинтегрируем полученные равенства на интервале  $[0, w/2]$ :

$$A \left( K_{0ч} I_{0ч}^2 + 2K_{ач} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{нч}^2}{n} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{нч} I_{нч}^2 \right) + 2iB \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{нн} I_{нч} I_{нн} = 0,$$

$$-2iA \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{nn} I_{nn} I_{nч} + B \left( 2K_{ач} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{nn}^2}{n} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{nч} I_{nn}^2 \right) = 0, \quad (6.5.27)$$

$$I_{nч,н} = \int_0^{w/2} f_{ч,н} \begin{cases} \cos \alpha_n y \\ \sin \alpha_n y \end{cases} dy.$$

Уравнения (6.5.27) представляют собой СЛАУ, о которой мы говорили выше. Приравнявая ее определитель нулю, получаем дисперсионное уравнение относительно переменной  $\gamma$ :

$$\begin{aligned} & \left( \frac{K_{0ч} I_{0ч}^2}{2} + K_{ач} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{nч}^2}{n} + \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{nч} I_{nч}^2 \right) \left( K_{ач} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{nn}^2}{n} + \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{nч} I_{nn}^2 \right) - \\ & - \left( \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{nn} I_{nч} I_{nn} \right)^2 = 0 \end{aligned} \quad (6.5.28)$$

Для эффективного численного решения уравнения (6.5.28) нам необходимо аналитически вычислить два медленно сходящихся ряда  $R_{ч,н}$ :

$$R_{ч,н} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{nч,н}^2}{n}. \quad (6.5.29)$$

Техника интегрирования изложена, например, в работе [119], к которой мы отсылаем интересующегося читателя. Ниже приводим выражения для  $R_{ч,н}$ :

$$R_{ч} = -\frac{P^2}{4} \ln S, \quad (6.5.30)$$

$$R_{н} = -\frac{P^2}{4} \ln C,$$

$$S = \sin \frac{\pi w}{2P},$$

$$C = \cos \frac{\pi w}{2P}.$$

Численное решение дисперсионного уравнения (6.5.28) показало, что для достаточно точной аппроксимации зависимости  $\gamma(\kappa)$  достаточно простейшей модели, учитывающей линейные коэффициенты связи первого порядка. На рис. 6.5.12 показана частотная зависимость модуля коэффициента связи, полученная из сравнения феноменологической теории связанных волн и электродинамического решения.

Кривые 1 - 3 получены для  $d = 0.5$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $w = 0.75$ ,  $P = 1.25, 1.5, 1.75$ .

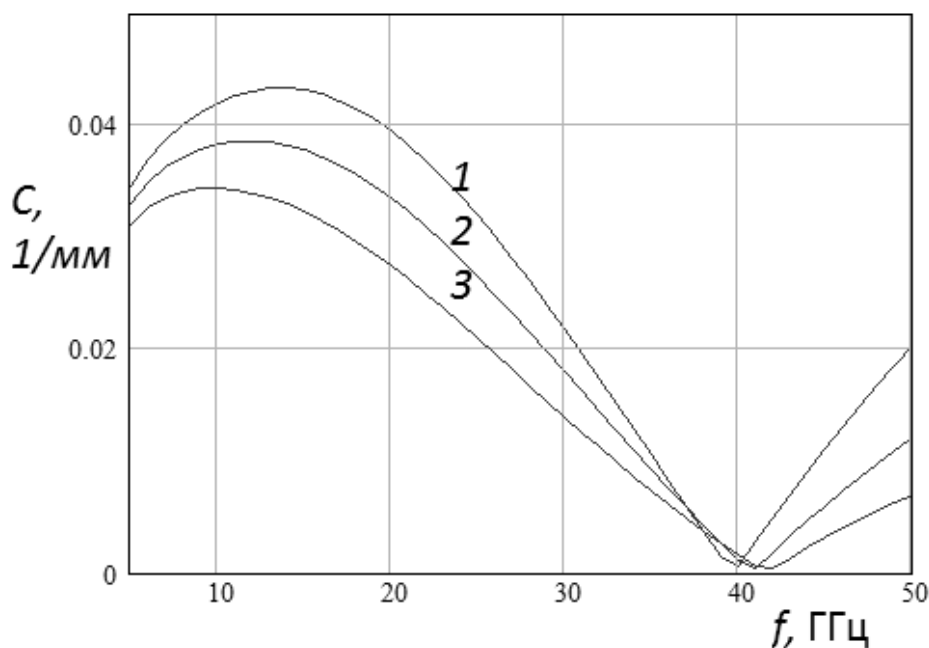


Рис. 6.5.12. Частотная зависимость ЛКС

Видны две характерные особенности. Первая состоит в том, что в окрестности частоты  $f = 40$  ГГц наблюдается переход линейного коэффициента связи через нуль. Причем на частотах ниже 40 ГГц он больше нуля, а на высоких частотах меньше нуля. Вторая особенность состоит в наличии максимума линейного коэффициента связи на относительно низких частотах.

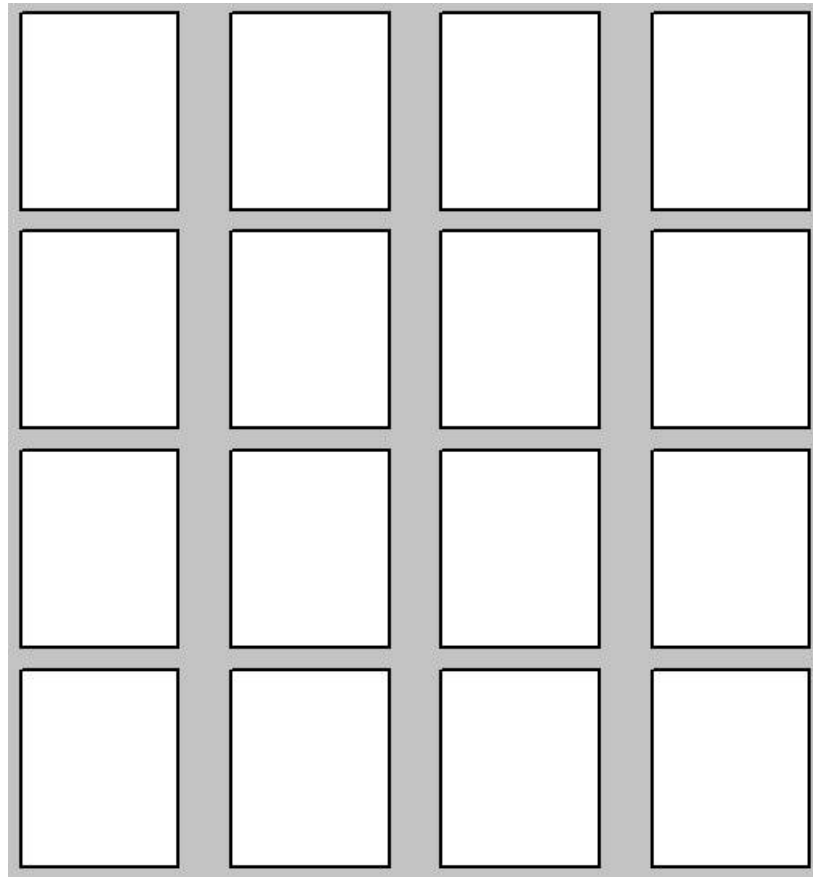
Говоря о переходе линейного коэффициента связи через нуль необходимо отметить, что мы уже сталкивались с аналогичным эффектом в разд. 2.5, когда рассматривали анизотропный ПлВ на основе ЧПР. Там мы

отмечали аналогию между ПЛВ и системой связанных волноводов. Сейчас мы снова столкнулись с исчезновением сонаправленной распределенной связи в системе связанных ДЦВ.

Наличие максимума частотной зависимости линейного коэффициента связи позволяет говорить о возможности создания широкополосных устройств на связанных ДЦВ и, в частности, широкополосных матричных облучателей.

*Системы МПЛ с шлейфными связями.* В заключение разд. 6.5 рассмотрим структуру со связанными МПЛ. Следует сказать, что связь между МПЛ можно создавать простым сближением ЛП аналогично рассмотренному выше случаю связанных ДЦВ. Также отметим, что анализ таких структур можно провести практически полностью аналогично с применением интегральных уравнений и их квазистатических решений. Единственным отличием будет только то, что интегральные уравнения удобно записывать относительно электрических токов на полосках.

В данном разделе мы рассмотрим МПЛ связанные через отрезки ЛП, как показано на рис. 6.5.13.



*Рис. 6.5.13. МПЛ со шлейфными связями*

Изображенная на рис. 6.5.13 структура напоминает шлейфные направленные ответвители, которые широко используются в технике СВЧ. Поэтому ее можно назвать системой МПЛ со шлейфными связями.

Будем анализировать ее в приближении эквивалентных схем. Такая схема для одного периода структуры показана на рис. 6.5.14.



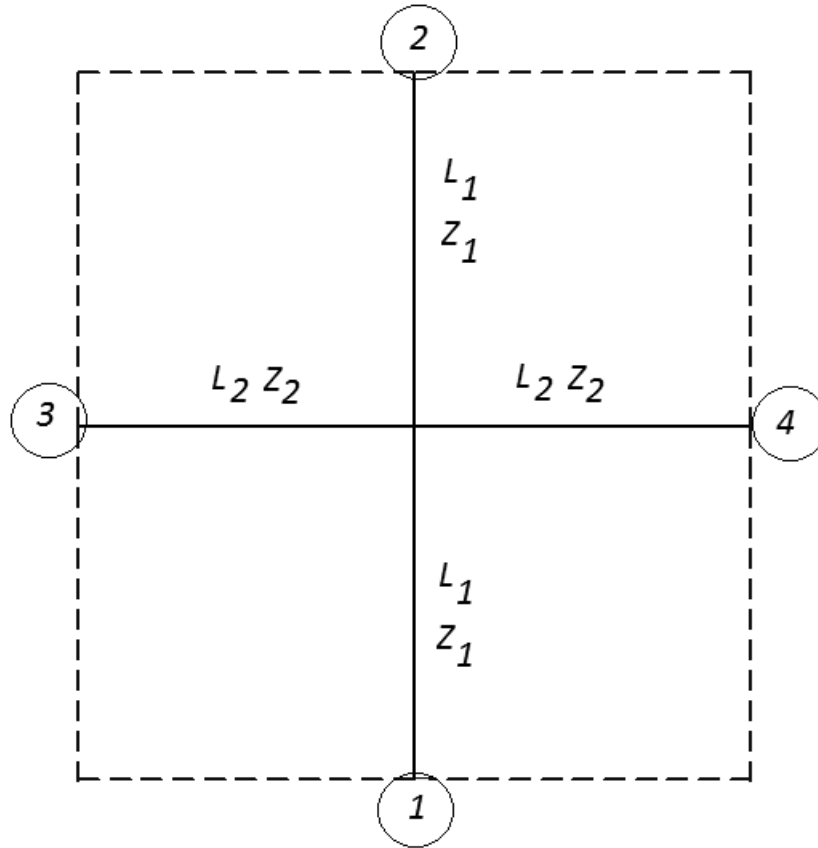


Рис. 6.5.14. Эквивалентная схема периода

Эквивалентная схема представляет собой параллельное соединение четырех ЛП с длинами  $L_{1,2}$  и сопротивлениями  $Z_{1,2}$ . В общем случае ЛП имеют разные постоянные распространения  $\gamma_{1,2}$ . Период имеет четыре входа 1 - 4. Его можно рассматривать как СВЧ многополюсник с матрицей рассеяния  $S$ :

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{13} \\ S_{12} & S_{11} & S_{13} & S_{13} \\ S_{13} & S_{13} & S_{33} & S_{34} \\ S_{13} & S_{13} & S_{34} & S_{33} \end{bmatrix}, \quad (6.5.31)$$

$$S_{11} = -\frac{G_2}{G_1 + G_2} e^{-2i\gamma_1 L_1},$$

$$S_{33} = -\frac{G_1}{G_1 + G_2} e^{-2i\gamma_2 L_2},$$

$$S_{13} = \frac{G_1}{G_1 + G_2} \sqrt{\frac{G_2}{G_1}} e^{-i(\gamma_2 L_2 + \gamma_1 L_1)},$$

$$S_{12} = \frac{G_1}{G_1 + G_2} e^{-2i\gamma_1 L_1},$$

$$S_{34} = \frac{G_2}{G_1 + G_2} e^{-2i\gamma_2 L_2},$$

$$G_{1,2} = 1/Z_{1,2}.$$

Матрица рассеяния связывает соответственно вектора падающих и отраженных волн  $U_{i,r}$ :

$$\vec{U}_{i,r} = \begin{bmatrix} u_{1i,r} \\ u_{2i,r} \\ u_{3i,r} \\ u_{4i,r} \end{bmatrix}, \quad (6.5.32)$$

$$\vec{U}_r = S\vec{U}_i.$$

Учтем далее условия периодичности:

$$u_{1i} e^{-i\gamma P_1} = u_{2r}, \quad (6.5.33)$$

$$u_{1r} e^{-i\gamma P_1} = u_{2i},$$

$$u_{3i} e^{-i\kappa P_4} = u_{4r},$$

$$u_{3r} e^{-i\kappa P_2} = u_{4i},$$

$$P_{1,2} = 2L_{1,2},$$

где  $\kappa, \gamma$  - параметры квазипериодического режима. Мы имеем два параметра, так как структура является двумерно - периодической. Полагаем параметр  $\kappa$  известным, а параметр  $\gamma$  рассматриваем как неизвестную постоянную распространения и ищем для нее дисперсионное уравнение.

Запишем соотношения (6.5.33) в матричной форме:

$$\vec{U}_r = A\vec{U}_i, \quad (6.5.34)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & e^{i\gamma P_1} & 0 & 0 \\ e^{-i\gamma P_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\kappa P_2} \\ 0 & 0 & e^{-i\kappa P_2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Подставим соотношение (6.5.34) в (6.5.32) и получим однородную СЛАУ относительно амплитуд падающих волн:

$$(S - A)\vec{U}_i = 0. \quad (6.5.35)$$

Приравнявая нулю определитель СЛАУ, получаем искомое дисперсионное уравнение:

$$\det(S - A) = 0. \quad (6.5.36)$$

Численное решение уравнения (6.5.36) показано на рис. 6.5.15. Кривые 1 - 3 получены для  $Z_1 = 40$  Ом,  $Z_2 = 100$  Ом,  $L_1 = L_2 = 1$ ,  $\varepsilon_e = 2.5$ ,  $f = 22, 24, 26$  ГГц. Под  $\varepsilon_e$  мы понимаем эффективную проницаемость МПЛ, определяющую ее постоянную распространения:

$$\gamma_{1,2} = k\sqrt{\varepsilon_e}, \quad (6.5.36)$$

где  $k$  - как обычно волновое число свободного пространства.

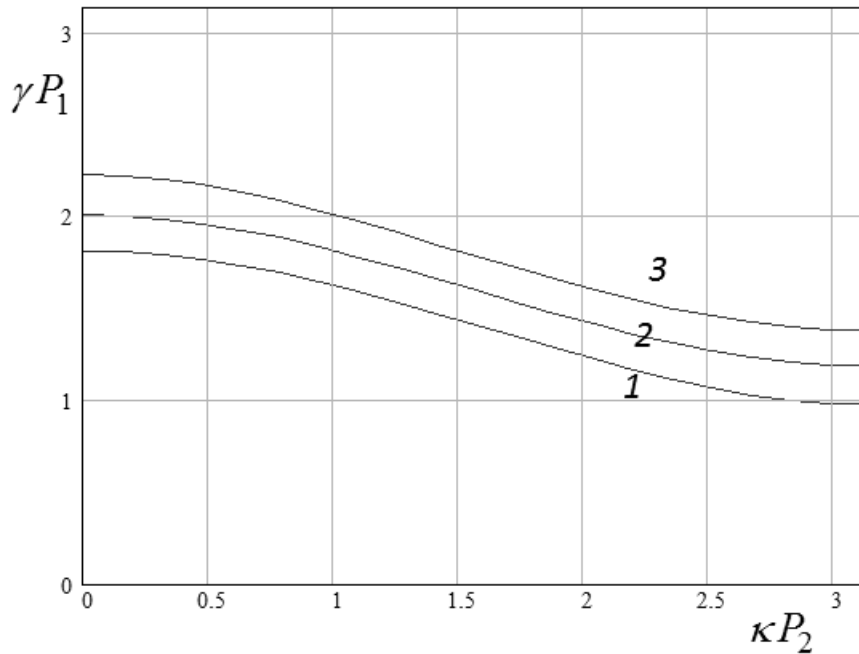


Рис. 6.5.15. Зависимость параметра  $\gamma P_1$  от  $\kappa P_2$

Из рис. 6.5.15 видно, что зависимость постоянной распространения от параметра периодического режима  $\kappa$  хорошо описывается косинусоидальной функцией, соответствующей теории связанных волн, учитывающей линейный коэффициент связи первого порядка. Более точные численные расчеты показывают справедливость этого утверждения, но только вдали от критических условий, когда  $\gamma P_1$  близко к нулю или  $\pi$ . Вблизи этих точек, соответствующих переходу периодической структуры в полосу запираия необходимо использовать более сложный вариант теории связанных волн.

На рис. 6.5.16 показана частотная зависимость линейного коэффициента связи. Кривые 1 - 3 получены при  $Z_1 = 40$  Ом,  $Z_2 = 80, 100, 120$  Ом,  $L_1 = L_2 = 1$ ,  $\varepsilon_e = 2.5$ . Отметим, что центральная частота диапазона частот соответствует условиям:

$$\gamma_{1,2} P_{1,2} = \frac{\pi}{2}. \quad (6.5.37)$$

При выполнении равенств (6.5.37) все ЛП, связывающие их сочленения имеют длины равные четверти длины волны, что соответствует стандартной конструкции шлейфного направленного ответвителя.

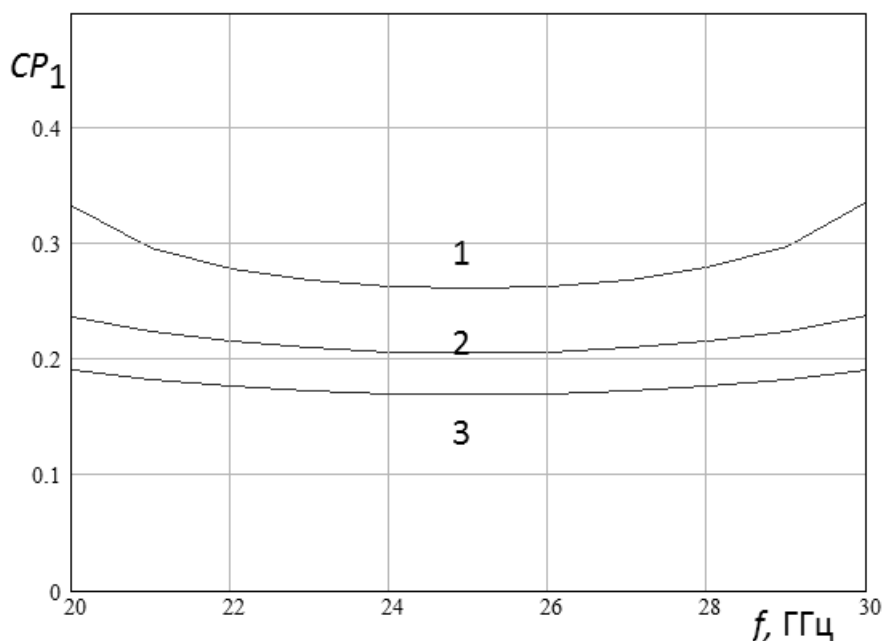


Рис. 6.5.16. Частотная зависимость ЛКС

Благодаря такому выбору длин ЛП частотная зависимость ЛКС оказывается симметричной относительно центра диапазона, что увеличивает широкополосность структуры.

Рассмотренные выше системы связанных волноводов формируют элементную базу, позволяющую создавать матричные облучатели на их основе с секторными ДН. В литературе в рамках теории связанных волн рассматривались также двумерные матричные облучатели [120], а в электродинамическом приближении двумерные облучатели на металлических волноводах. Они представляют интерес для работы с трехмерными зеркалами и линзами. Однако для построения интегральных схем они вряд ли применимы и поэтому мы их не анализировали.

## 7. Излучающие решетки

Излучающие решетки являются важным элементом ИО СВЧ. В силу особенностей конструкции ПлВ, составляющих основу элементной базы данного класса устройств, подавляющее большинство излучающих решеток относятся к классу решеток с последовательным возбуждением (РПВ) [30]. К ним относятся антенны бегущей волны [31], а также резонансные решетки с последовательным питанием [32]. Конструктивно оба типа антенн представляют собой ЛП, в которую включены излучающие элементы. На одном конце ЛП располагается источник электромагнитной энергии, возбуждающий в ней бегущую волну, а на другом конце в ЛП включена оконечная нагрузка. Отличие двух видов антенн состоит только в типе нагрузки. В решетках бегущей волны это согласованная нагрузка, а в резонансной решетке нагрузка с полным отражением, чаще всего ее роль играет короткозамыкатель. В ИО для построения антенн в качестве ЛП используются ПлВ или системы параллельных и почти всегда связанных волноводов. К ним относятся ИПВ, МПЛ, ДВ и т.д. В обоих случаях мы имеем дело с двумерными решетками элементарных излучателей.

Математическое моделирование решеток рассматриваемого типа представляет собой сложную задачу, для решения которой используются разные методы электродинамики. Впервые они были изложены в книге [31]. Позднее методы синтеза и анализа антенн данного типа обобщались в ряде фундаментальных книг (см. например [121], [122]). Современные методы моделирования, принципы построения и технические характеристики антенн с последовательным питанием обсуждались в монографии [30]. Повторять в данной книге все результаты указанной работы не имеет смысла. Поэтому большую часть разделов седьмой главы мы изложим в форме обзора, в котором обсудим основные типы излучающих решеток, особенности их функционирования и технические характеристики. При этом подробности решения граничных задач мы опустим, поскольку читатель может

ознакомиться с ними, обращаясь к указанным выше работам. Ряд вопросов, не отраженных в них мы будем обсуждать более подробно.

В разд. 7.1 рассматривается феноменологическая модель РПВ в виде эквивалентной схемы, представляющей собой ЛП с резонансными нагрузками, обсуждаются вопросы анализа и синтеза параметров решеток.

Разд. 7.2 посвящен изложению методов анализа бесконечных решеток с последовательным возбуждением, основанных на решении СИУ, а также применении современных систем электродинамического моделирования.

В разд. 7.3 обсуждаются электромагнитные эффекты, определяющие особенности функционирования РПВ: частотное сканирование, возникновение побочных дифракционных максимумов излучения, эффект нормали, режим резонанса элемента решетки, эффект Брюстера.

Разд. 7.4 посвящен анализу конструкций и характеристик решеток с расширенными возможностями, содержащими два излучателя на периоде решетки. Рассматриваются возможности создания излучения с заданной плоскостью линейной поляризации, круговой поляризацией, согласованные решетки, двухполяризационные решетки.

В разд. 7.5 рассматриваются решетки на основе радиальной ЛП.

В разд. 7.6 анализируются РПВ сфокусированные в зоне Френеля.

### 7.1. Анализ и синтез РПВ в приближении эквивалентных схем

*Конструкции РПВ.* Прежде чем переходить к анализу модели РПВ кратко обсудим конструкции основных типов излучающих решеток, используемых в ИО СВЧ (см. рис. 7.1 а - д).

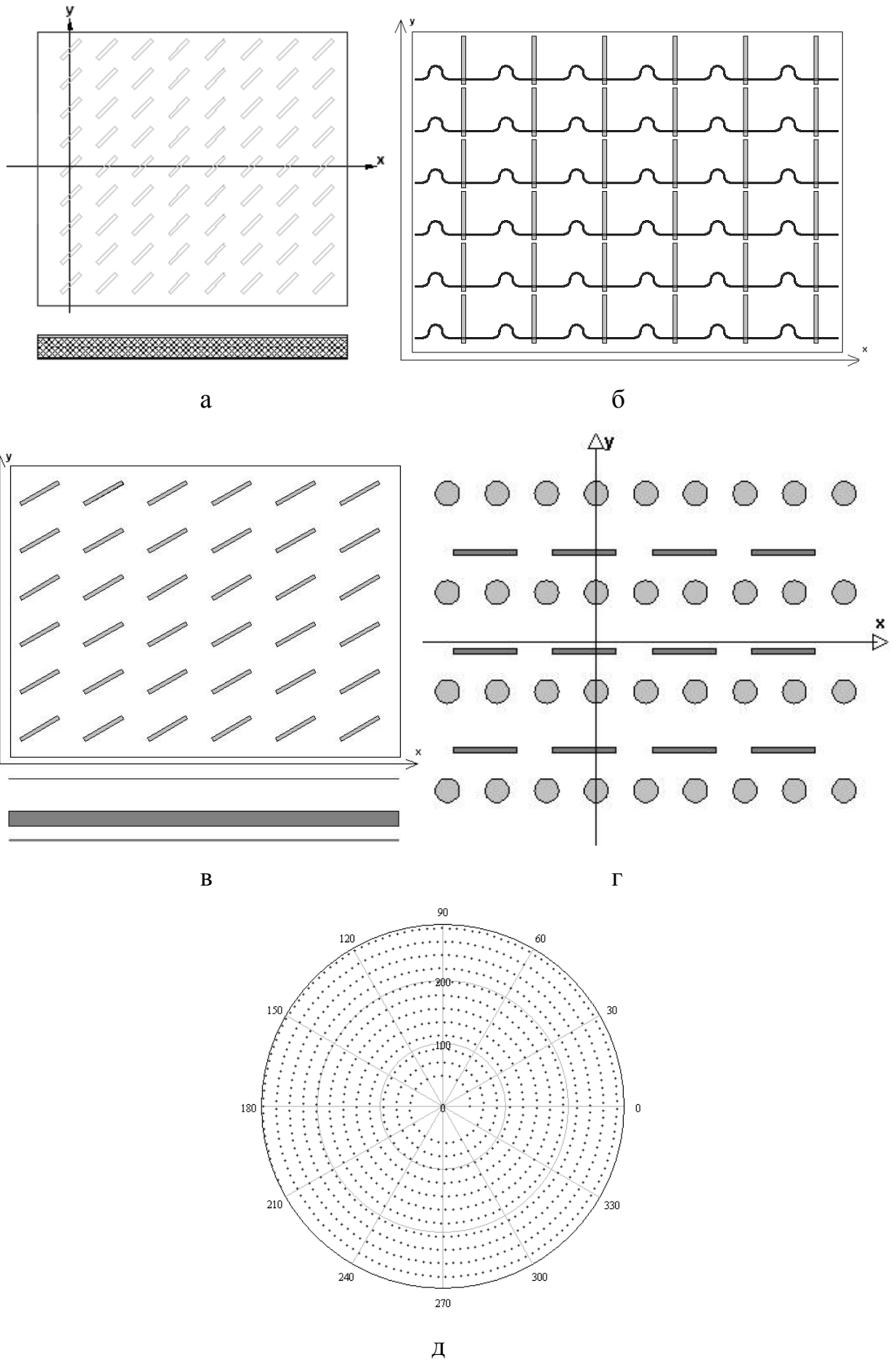


Рис. 7.1. Излучающие решетки



Решетки, изображенные на рис. 7.1 а - д отличаются, в первую очередь, волноведущими структурами, на которых они построены. В качестве таких структур используются ПВ (см. рис. 7.1 а). При этом в качестве элементарных излучателей естественно применять щели, выполненные в одном из экранов ПВ.

Решетка показанная на рис. 7.1 б выполнена на основе системы полосковых ЛП или МПЛ. Набор излучающих структур в этом случае чрезвычайно широк. Находят применение щели в экранах полосковых ЛП, прямоугольные печатные излучатели (patch radiator), разомкнутые полосковые шлейфы, то есть практически любые полосковые неоднородности, связывающие направляемую волну с волнами свободного пространства.

РПВ на рис. 7.1 в выполнена на основе ПлДВ в виде диэлектрической пластины с металлическим экраном. В качестве излучателей используются металлические ленты в общем случае расположенные над пластиной. Роль излучателей в ПлДВ также могут выполнять углубления (утолщения) в диэлектрической пластине, отверстия и т.д.

Решетка на основе ИПВ схематично показана на рис. 7.1 г. В ней функцию направляющей структуры выполняет система параллельных ИПВ, которые излучают благодаря щелям, выполненным в металлических экранах. В РПВ на ИПВ может использоваться тот же набор щелей, что и в волноводно - щелевых решетках (ВЩР) [122]: продольные, поперечные, наклонные щели, щели, расположенные в шахматном порядке и т.д.

Антенна на основе радиальной ЛП, показанная на рис. 7.1 д также относится к щелевым решеткам. Ее особенностью является сосредоточенное возбуждение, которое осуществляется возбудителем, расположенным в центре антенны. Чаще всего в качестве возбудителя используют металлический штырь [123], который создает в ПВ радиальную волну. Она взаимодействует со щелями (точки на рис. 7.1 д) в экране ПВ. Щели

расположены таким образом, что в свободном пространстве формируется направленное излучение с узкой ДН.

Следует отметить, что за длительную историю развития данного направления антенной техники было предложено очень большое число разных конструктивных вариантов РПВ, отличающихся типами ЛП и видами элементарных облучателей. Поэтому структуры изображенные на рис. 7.1 а - д надо воспринимать не как единственно возможный вариант решетки того или иного типа, а как указатель широкого класса решеток.

*Эквивалентная схема РПВ.* Несмотря на большое разнообразие конструктивных вариантов построения РПВ качественно происходящие в них процессы можно описать при помощи модели в виде эквивалентной схемы показанной на рис. 7.2 а,б. Она неоднократно использовалась для анализа антенн данного типа [30, 31, 32].

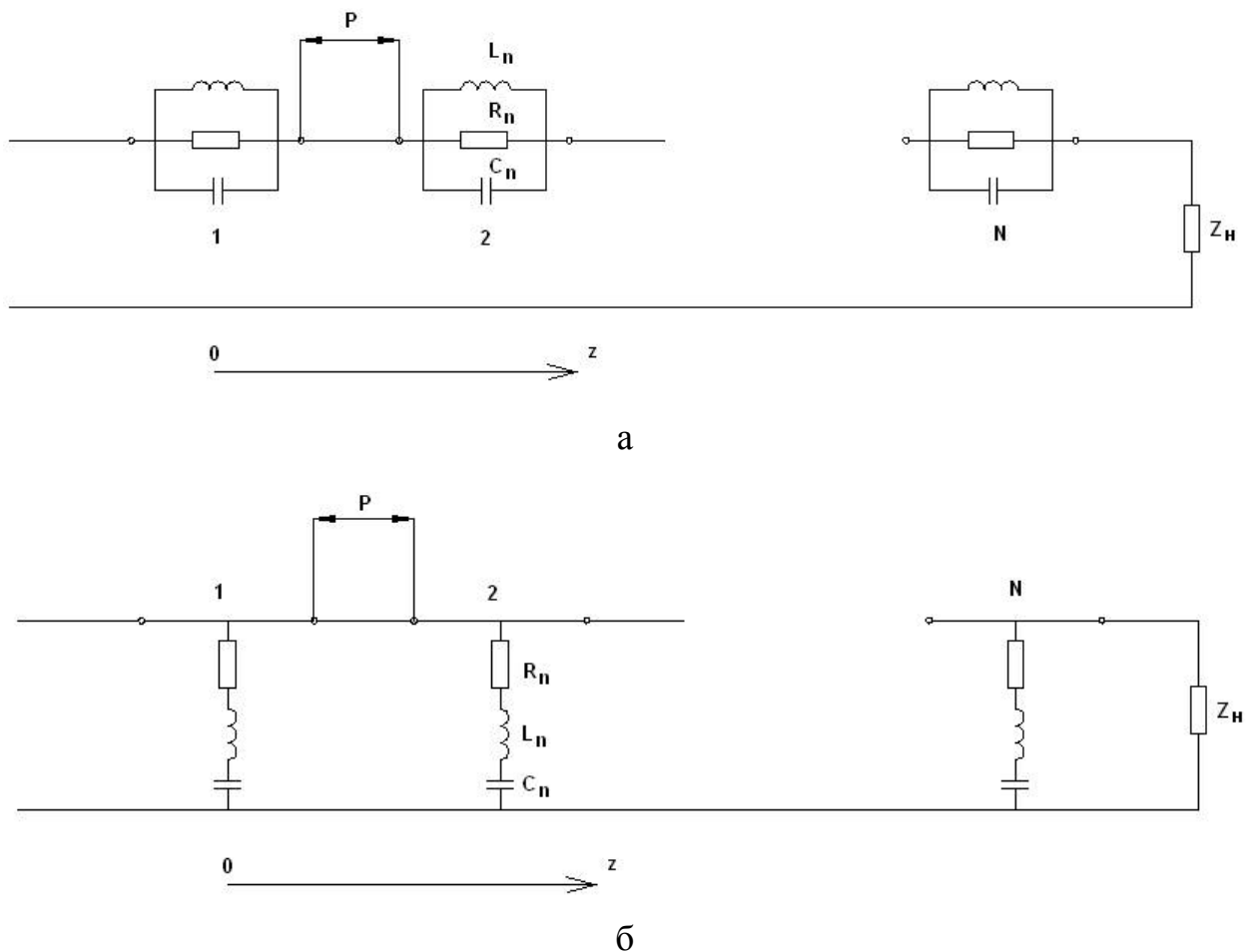
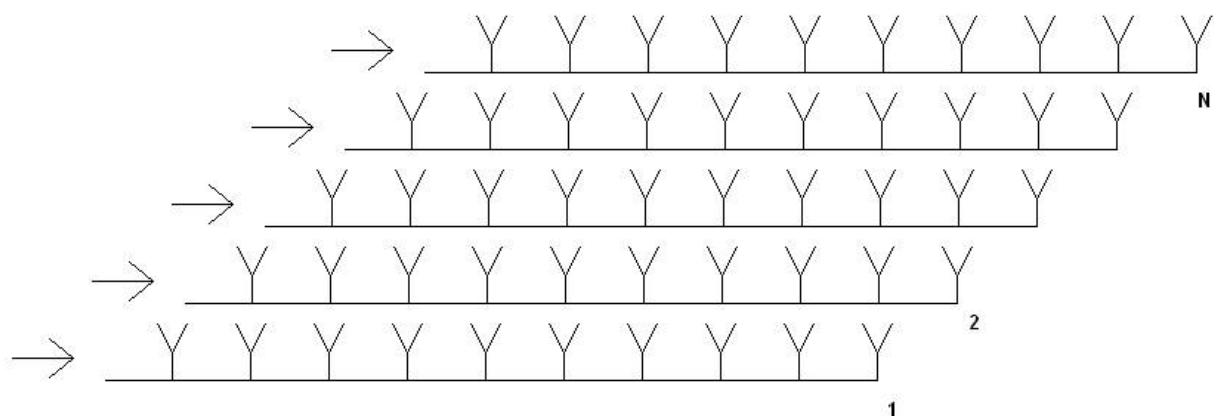


Рис. 7.2 Периодически нагруженная линия передачи

Рассмотрим ограничения, которые накладывает простая модель РПВ, показанная на рис. 7.2. Наиболее существенное из них состоит в невозможности правильного описания взаимодействия излучателей через волны излучения, возбуждаемые в свободном пространстве. Данная модель описывает исключительно связь элементов решетки через основную волну ЛП. При этом стоит отметить, что взаимодействие через высшие запердельные типы волн также не описывается схемой изображенной на рис. 7.2. В большинстве практических случаев, правда, это взаимодействие не очень велико, так как поля запердельных волн быстро затухают при удалении от места их возбуждения, то есть от области, в которой расположен излучатель. Этого нельзя сказать о волнах свободного пространства, которые затухают значительно медленнее.

Выше отмечали, что под РПВ мы понимаем антенну с двумерной излучающей решеткой. При этом модель, показанная на рис. 7.2 имеет линейную, одномерную структуру. Для пояснения этого мнимого противоречия можно рассмотреть структуру РПВ, схематично показанную на рис. 7.3.



*Рис. 7.3. Структурная схема РПВ*

Показанная на рис. 7.3 антенна состоит из системы изолированных ЛП, каждая из которых возбуждает линейку элементарных излучателей. Выше было отмечено, что рассматриваемая модель РПВ не учитывает

взаимодействие излучателей через свободное пространство. В этом случае одномерные линейки оказываются изолированными друг от друга, что оправдывает использование одномерной модели, показанной на рис. 1.1.

Может показаться, что одномерная модель не может применяться для анализа РПВ на основе ПВ и ПлДВ, в которых все излучатели двумерной решетки связаны друг с другом через волны ПлВ. Тем не менее, использование одномерной модели и в этом случае оказывается допустимым, если считать, что каждый контур описывает не одиночный излучатель, а линейку излучателей, ориентированных перпендикулярно направлению распространения широкого волнового пучка, возбуждающего РПВ на основе ПлВ.

Таким образом, мы видим, что представленная модель основана на существенных допущениях. Тем не менее, ее использование оправданно благодаря простоте модели, позволяющей легко описать качественные особенности физических явлений, происходящих в РПВ. С другой стороны, с ее помощью может быть решена задача синтеза РПВ. Известно, что задачи синтеза намного сложнее задач анализа. Поэтому использование простых, приближенных моделей для их решения представляется вполне целесообразным.

Отметим также, что на рис. 1.1 а,б показаны ЛП, нагруженные разными контурами: параллельными и последовательными. С их помощью можно описывать разные типы реальных излучателей. Для щелевых излучателей подходит эквивалентная схема в виде параллельного контура, для ленточных излучателей в виде последовательного. Следует сказать, что схемы на рис. 7.2. а,б дуальны. Параллельные контура могут быть заменены последовательными и, наоборот, при выполнении следующего соотношения:

$$y_{\text{пар}} Z_0 = z_{\text{посл}} Y_0, \quad (7.1)$$

где  $y_{\text{пар}}$  - проводимость параллельного контура,  $z_{\text{посл}}$  - сопротивление последовательного контура,  $Z_0$ ,  $Y_0$  - характеристическое сопротивление и

проводимость ЛП. При выполнении (7.1) для всех контуров, включенных в ЛП, внешние характеристики структур, показанных на рис. 7.2 а и б совпадают. По этой причине мы будем далее рассматривать только линии с параллельными контурами.

*Антенна бегущей волны.* Рассмотрим далее задачу о возбуждении РПВ бегущей волной, распространяющейся слева направо. Анализируем на первом этапе РПВ бегущей волны. Для этого сопротивление нагрузки  $Z_H$  (см. рис. 7.2) надо заменить характеристическим сопротивлением ЛП -  $Z_0$ , которое моделирует бесконечную линию.

Напряжения на контурах  $E_n$  находятся из СЛАУ:

$$\sum_{m=0}^{N-1} E_m e^{-i\gamma|z_n - z_m|} + 2Z_0 Y_n E_n = -2u_0 e^{-i\gamma z_n}, \quad (7.2)$$

$$Y_n = \frac{1}{Z_n},$$

где  $Z_0$  - характеристическое сопротивление ЛП,  $Z_n$  - сопротивление контура,  $u_0$  - амплитуда напряжения падающей волны,  $\gamma$  - постоянная распространения волны в ЛП.

Коэффициенты отражения  $R$  и прохождения  $T$  в плоскости  $z = 0$  определяются соотношениями:

$$R = -\frac{1}{2u_0} \sum_{m=0}^{N-1} E_m e^{-i\gamma z_m}, \quad (7.3)$$

$$T = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{N-1} E_m e^{i\gamma z_m} + 1.$$

Проводимости контуров описываются известным образом [124]:

$$Y_n = \frac{1}{R_n} \left( 1 + i \frac{2(\omega - \omega_n)}{\omega_n} Q_n \right), \quad (7.4)$$

где  $\omega_n$  - резонансная частота контура,  $Q_n$  - его добротность,  $G_n = 1/R_n$  - резонансная проводимость контура. Параметры  $\omega_n$  и  $Q_n$  связаны известным образом с емкостью и индуктивностью  $C_n, L_n$ .

Полученное решение для напряжений  $E_n$  можно использовать для приближенного вычисления некоторых антенных параметров решетки. К их числу относятся: ДН и КУ. Найдем ДН РПВ бегущей волны с прямоугольной сеткой в рамках элементарной теории решеток [59]. ЛП, возбуждающие излучатели ориентированы вдоль оси  $Ox$ . Решетка возбуждается слева. Сферические координаты, в которых записывается ДН, вводятся стандартным образом:

$$x = r \cos \varphi \sin \theta, \quad y = r \sin \varphi \sin \theta, \quad z = r \cos \theta. \quad (7.5)$$

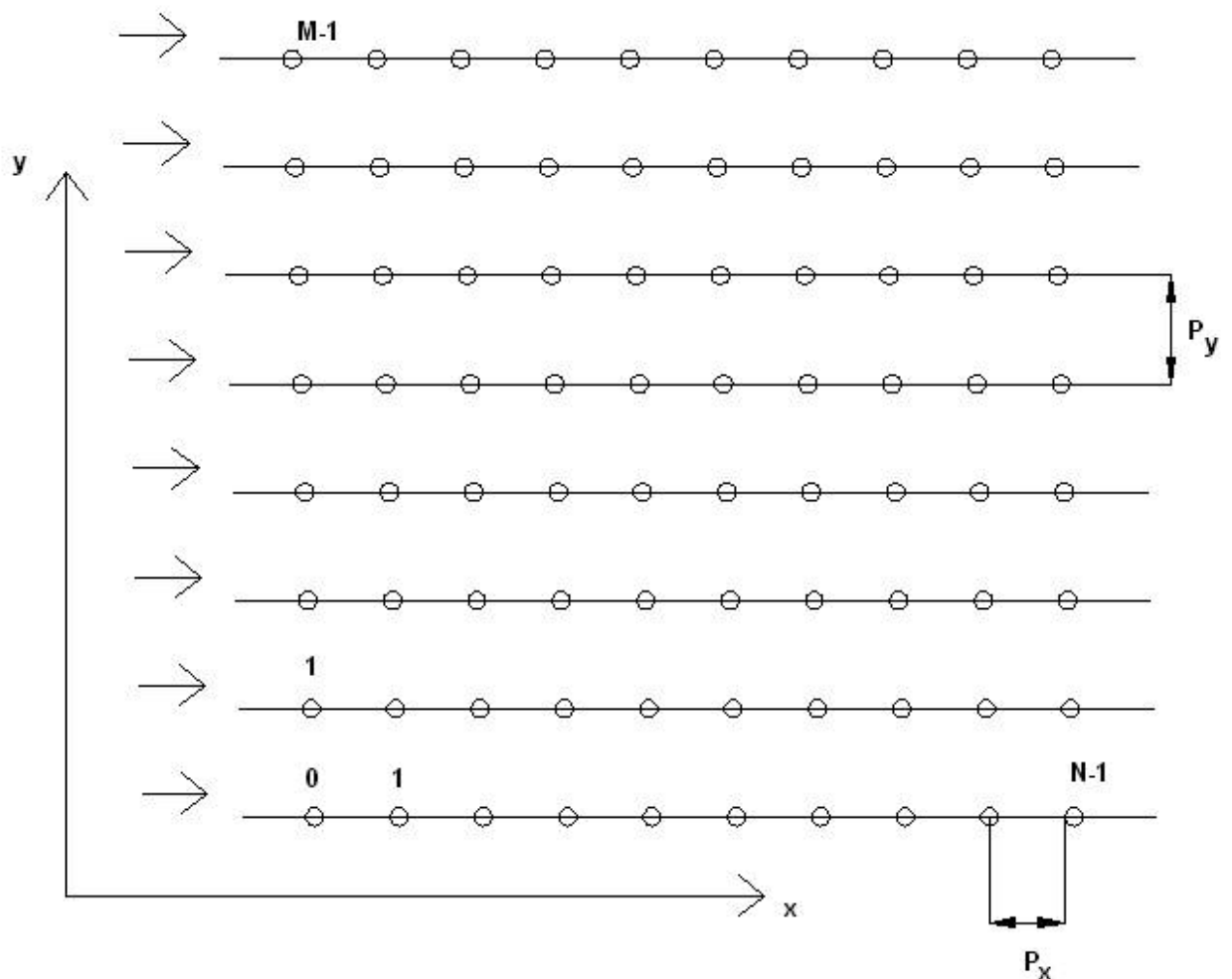


Рис. 1.3. Излучающая решетка

Положим, что все излучатели решетки имеют одинаковые ДН  $F_e(\theta, \varphi)$ . Кроме того, допустим, что волны в соседних ЛП с номерами  $m$  и  $m+1$  сдвинуты по фазе на величину  $-\beta_0 P_y$ . В этом случае результирующая ДН антенны  $F(\theta, \varphi)$  записывается известным образом [59]:

$$F(\theta, \varphi) = F_e(\theta, \varphi) \frac{1 - e^{-iMP_y(\beta_0 - k \sin \varphi \sin \theta)}}{1 - e^{-iP_y(\beta_0 - k \sin \varphi \sin \theta)}} \sum_{n=0}^{N-1} E_n e^{iknP_x \cos \varphi \sin \theta}. \quad (7.6)$$

где  $F_e(\theta, \varphi)$  - ДН элементарного излучателя.

КНД РПВ бегущей волны выражается через ее ДН [32]:

$$\text{КНД} = \frac{4\pi |F(\theta, \varphi)|_{\max}^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} |F(\theta, \varphi)|^2 \sin \theta d\theta d\varphi}, \quad (7.7)$$

где  $|F(\theta, \varphi)|_{\max}$  - максимальное значение модуля ДН, которое достигается при углах  $\theta_m, \varphi_m$ .

Часть мощности поступившей на вход антенны отражается от него, а часть проходит в согласованную нагрузку. По этой причине КПД устройства  $\eta$  не равен единице:

$$\eta = 1 - |R|^2 - |T|^2. \quad (7.8)$$

Коэффициент усиления (КУ) РПВ в соответствии с общим определением [32] равен произведению КНД и КПД.

Таким образом, мы нашли все параметры антенны с бегущей волной, которые можно было определить в рамках предложенной выше простой схемы замещения. Рассмотрим далее антенну стоячей волны.

*Антенна стоячей волны.* Она отличается от рассмотренной ранее только видом нагрузки, подключенной к правому входу. При анализе эквивалентной схемы с параллельными контурами в качестве такой нагрузки следует взять

короткое замыкание, у которого  $Z_H=0$ . Короткозамыкатель расположен при  $z = z_s = (N-1)P$ .

Выполнение закона Ома на контурах приводит к следующей СЛАУ относительно напряжений на контурах:

$$\sum_{m=0}^{N-1} E_m \left( e^{-i\gamma|z_n - z_m|} + e^{i\gamma(z_n - 2z_s + z_m)} \right) + 2Z_0 Y_n E_n = -4u_0 e^{i\gamma z_s} \cos(\gamma(z_n - z_s)). \quad (7.9)$$

Матрица рассеяния антенны стоячей волны имеет один элемент – коэффициент отражения  $R$ :

$$R = -e^{-2i\gamma z_s} - e^{-i\gamma z_s} \sum_{n=0}^{N-1} E_n \cos \gamma(z_n - z_s). \quad (7.10)$$

Соотношения для ДН, КНД и КУ антенны стоячей волны не отличаются от полученных ранее для антенны бегущей волны.

*РПВ с одинаковыми контурами.* Полученные выше соотношения справедливы для антенн с неодинаковыми контурами, то есть непериодических РПВ. Периодичность структуры позволяет существенно упростить ее анализ и получить другие соотношения для некоторых важных параметров РПВ.

Используем для наших целей теорию СВЧ периодических структур, изложенную в [101]. Рассмотрим на первом этапе бесконечную однородную периодическую структуру, образованную одинаковыми параллельными контурами с импедансом  $Z_c$ , включенными в ЛП с периодом  $P$ . Пусть такая линия имеет характеристическое сопротивление  $Z_0$  и постоянную распространения  $\gamma$ . В этом случае для постоянной распространения периодической структуры  $\gamma_p$  имеется следующее уравнение:

$$\cos \gamma_p P = \cos \gamma P + \frac{iZ_c}{2Z_0} \sin \gamma P. \quad (7.11)$$



Также для периодической структуры в [101] получено выражение для ее характеристического сопротивления  $Z_p$ :

$$Z_p = Z_0 \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\gamma_p P}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\gamma P}{2}\right)} \quad (7.12)$$

Зная параметры  $Z_p$  и  $\gamma_p$ , можно без труда найти элементы матрицы рассеяния периодической структуры конечной длины, которая равна  $NP$ . Например, коэффициенты отражения и прохождения  $R, T$  РПВ с бегущей волной определяются следующим образом:

$$R = S_{11} + \frac{S_{12}^2 S_{22} e^{-2i\gamma NP}}{1 - S_{22}^2 e^{-2i\gamma NP}}, \quad (7.13)$$

$$T = \frac{S_{12}^2 e^{-i\gamma NP}}{1 - S_{22}^2 e^{-2i\gamma NP}},$$

$$S_{11} = \frac{Z_p - Z_0}{Z_p + Z_0}, \quad S_{22} = -S_{11},$$

$$S_{12} = 2 \frac{\sqrt{Z_p Z_0}}{Z_p + Z_0}.$$

Коэффициент отражения от входа РПВ со стоячей волной имеет следующий вид:

$$R = S_{11} - \frac{S_{12}^2 e^{-2i\gamma NP}}{1 + S_{22}^2 e^{-2i\gamma NP}}. \quad (7.14)$$

Отметим, что под постоянной распространения собственной волны периодической структуры понимается постоянная  $\gamma_p$ , определяющая сдвиг фаз между напряжениями в соседних периодах, который равен  $e^{-i\gamma_p P}$ .

Параметры  $Z_p$  и  $\gamma_p$  позволяют рассматривать периодическую структуру конечной длины как отрезок ЛП со своим характеристическим сопротивлением. Существенное его отличие от обычной ЛП состоит в том, что длина отрезка может быть равна только целому числу периодов.

В силу комплексного характера импеданса контура  $Z_c$  уравнение (7.11) имеет комплексные решения:

$$\gamma_p = \beta_p - i\alpha_p, \quad (7.15)$$

где  $\beta_p$  - постоянная распространения волны в структуре, а  $\alpha_p$  - ее постоянная затухания. Чтобы отличать постоянные распространения  $\gamma_p$  и  $\beta_p$  будем далее называть  $\gamma_p$  комплексной постоянной распространения.

В общем случае в периодической структуре могут существовать две волны: прямая и обратная. Соотношение между их амплитудами зависит от режима работы структуры и нагрузки, на которую нагружен ее правый вход. Мы предполагаем, что, как показано на рис. 1.1 структура возбуждается слева.

*РПВ бегущей волны с одинаковыми контурами.* В случае РПВ с бегущей волной амплитуда прямой волны, бегущей слева направо существенно превосходит амплитуду обратной волны, так как периодическая структура хорошо согласована с ЛП и нагружена на согласованную нагрузку. Поэтому можно пренебречь ее влиянием и считать, что напряжения на контурах определяются только прямой волной.

Одноволновое приближение позволяет построить весьма простую и полезную модель антенны бегущей волны. В рамках этого приближения напряжения  $E_n$  имеют следующий вид:

$$E_n = E_0 e^{-i\beta_p nP - \alpha_p nP}, \quad (7.16)$$

где  $E_0$  - множитель, который определяется амплитудой падающей на вход РПВ волны. Ее ДН описывается выражением:

$$\begin{aligned}
F(\theta, \varphi) &= \\
&= F_e(\theta, \varphi) \frac{1 - e^{-iMP_y(\beta_0 - k \sin \varphi \sin \theta)}}{1 - e^{-iP_y(\beta_0 - k \sin \varphi \sin \theta)}} \frac{1 - e^{-iNP_x(\beta_p - i\alpha_p - k \sin \varphi \sin \theta)}}{1 - e^{-iP_x(\beta_p - i\alpha_p - k \sin \varphi \sin \theta)}}
\end{aligned}
\tag{7.17}$$

Соотношение (7.17) оказывается очень удобным для приближенного определения углов излучения РПВ с бегущей волной -  $\theta_m, \varphi_m$ . Эти углы понимаются, как углы, при которых ДН достигает максимума. Для них из (7.17) получаем два уравнения:

$$k \sin \varphi_m \sin \theta_m = \beta_0, \tag{7.18}$$

$$k \cos \varphi_m \sin \theta_m = \beta_p.$$

Система (7.18) имеет следующее решение:

$$\varphi_m = \operatorname{arctg} \frac{\beta_0}{\beta_p}, \quad \theta_m = \operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{\beta_0^2 + \beta_p^2}}{k}. \tag{7.19}$$

Поскольку в рамках одноволнового приближения мы пренебрегли отражением от концов периодической структуры, то для КПД антенны легко получаем:

$$\eta = 1 - e^{-2\alpha_p NP_x}. \tag{7.20}$$

Экспоненциальное слагаемое в (7.20) описывает модуль коэффициента прохождения волны через периодическую структуру.

Получить простое выражение для КНД антенны даже в одноволновом приближении затруднительно. Однако, если предположить, что периоды излучающей решетки достаточно малы, таким образом, что ДН решетки близка к ДН прямоугольного раскрыва со следующим распределением источников:

$$u(x, y) = e^{-i\beta_0 y - i(\beta_p - i\alpha_p)x}, \tag{7.21}$$

то для КНД известна [32] следующая формула:

$$K_{HD} = \frac{4\pi NMP_x P_y}{\lambda^2} \frac{4 \left( sh^2 \left( \frac{\alpha_p NP_x}{2} \right) \right)}{\alpha_p NP_x sh(\alpha_p NP_x)} \cos \theta_m, \quad (7.22)$$

где  $\lambda$  - длина волны свободного пространства. Из соотношений (7.22) и (7.20) получаем для КУ:

$$K_U = \frac{4\pi NMP_x P_y}{\lambda^2} \frac{4 \left( sh^2 \left( \frac{\alpha_p NP_x}{2} \right) \right)}{\alpha_p NP_x sh(\alpha_p NP_x)} \cos \theta_m \left( 1 - e^{-2\alpha_p NP_x} \right). \quad (7.23)$$

Отметим, что первый сомножитель в (7.23) представляет собой КНД идеального прямоугольного раскрыва размером  $NP_x \times MP_y$  с равномерным амплитудным распределением. Оставшиеся сомножители определяют КИП:

$$K_{IP} = \frac{4 \left( sh^2 \left( \frac{\alpha_p NP_x}{2} \right) \right)}{\alpha_p NP_x sh(\alpha_p NP_x)} \cos \theta_m \left( 1 - e^{-2\alpha_p NP_x} \right). \quad (7.24)$$

Сомножитель  $\cos \theta_m$  описывает снижение КИП за счет отклонения угла излучения от нормали к поверхности антенны. Два других сомножителя учитывают неравномерность амплитудного распределения и потери мощности в согласованной нагрузке. Напомним, что в принятом приближении амплитудное распределение в апертуре РПВ вдоль оси  $Ox$  – экспоненциальное.

Интересным фактом является существование оптимального значения затухания в периодической структуре  $\alpha_{opt}$ , которое обеспечивает максимум КИП. На рис. 1.4 приведен график зависимости КИП от параметра  $t = \alpha_p NP_x$  при  $\theta_m = 0$ .

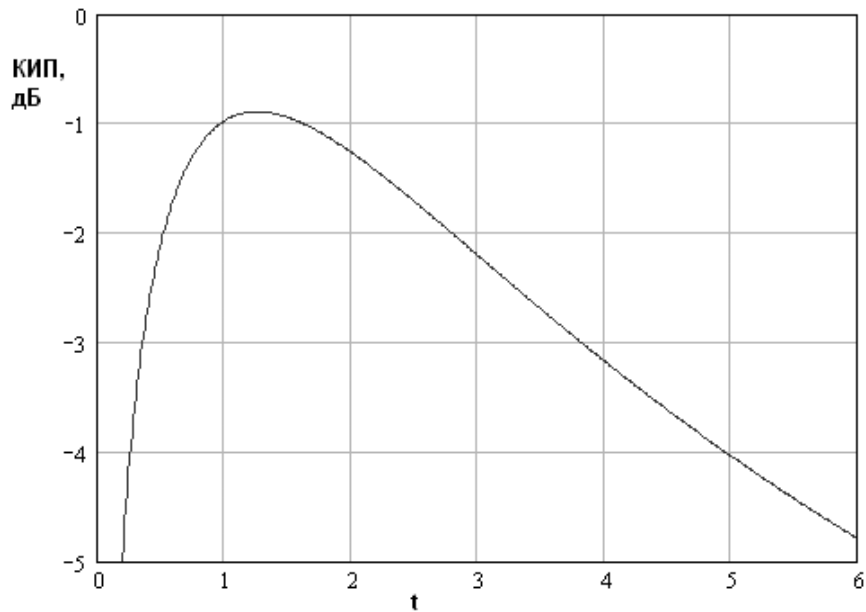


Рис. 1.4. КИП антенны бегущей волны

Из рис. 1.4 видно, что оптимальное значение  $t_{opt}$  равно 1.3 при котором КИП равен  $-0.9$  дБ. Наличие оптимума у КИП объясняется конкуренцией двух факторов. При малых  $t$  амплитудное распределение близко к равномерному, но почти вся мощность рассеивается в согласованной нагрузке. Поэтому КИП мал. При больших  $t$ , наоборот, мощность в нагрузке мала, но амплитудное распределение сильно неравномерное, что также ведет к уменьшению КИП. В некотором промежуточном случае он достигает своего максимума.

На практике часто наибольший интерес представляют РПВ с большой направленностью, то есть с большими электрическими размерами:  $kNP_x \gg 1$ . Большая направленность достигается при малых значениях  $\alpha_p$ , так как  $\alpha_{opt} = 1.3 / NP_x$ . Малые величины затухания достигаются в тех случаях, когда сопротивление контура удовлетворяет неравенству:

$$|Z_c| \ll Z_0. \quad (7.25)$$

С учетом соотношения (7.25) можно приближенно решить уравнение (1.28), раскладывая функцию  $\cos \gamma_p P$  в ряд Тейлора в окрестности точки

$\gamma_p = \gamma$ . В нулевом приближении получаем полезное для анализа режимов работы антенны бегущей волны выражение для постоянной распространения:

$$\gamma_p = \beta_p = \gamma + \frac{2\pi n}{P_x}. \quad (7.26)$$

Воспользуемся формулой для угла излучения  $\theta_m$  (7.19):

$$\theta_m = \arcsin \frac{\beta_p}{k}. \quad (7.27)$$

Для простоты формула (7.27) записана в предположении о синфазном возбуждении ЛП, формирующих ИПВ ( $\beta_0 = 0$ ). Отметим, что практический интерес представляют режимы, в которых угол излучения является действительной величиной. Это достигается выполнении неравенства при  $|\beta_p| < k$ .

Рассмотрим режим быстрых волн, который имеет место при

$$\gamma < k. \quad (7.28)$$

Он реализуется при использовании в качестве ЛП - ИПВ. Его постоянная распространения  $\gamma$  приближенно описывается следующим соотношением:

$$\gamma = \sqrt{k^2 \varepsilon - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}, \quad (7.29)$$

где  $a$  - размер ИПВ. При выполнении неравенства (7.28) период решетки  $P_x$  выбирается так, что действительный угол излучения имеет только решение (7.26) с  $n = 0$ . Такой режим работы называют режимом излучения на нулевой гармонике Флоке.

Другой режим работы антенны – режим медленной волны, который реализуется при выполнении неравенства:

$$\gamma > k. \quad (7.30)$$

В этом случае решение с  $n = 0$  не имеет действительного угла излучения. Действительный угол излучения можно получить выбором периода решетки  $P_x$  для  $n = -1$ . В этом случае говорят об излучении на минус первой гармонике. Угол излучения описывается следующим соотношением:

$$\theta_m = \arcsin \frac{\gamma - \frac{2\pi}{P_x}}{k}. \quad (7.31)$$

Из выражения (7.31) видно, что он может быть как положительным, так и отрицательным. Положительные значения угла излучения соответствуют отклонению главного луча ДН от нормали к плоскости антенны «вперед» относительно направления распространения волны в ЛП, а отрицательные – отклонению «назад».

В обоих режимах угол излучения существенно зависит от частоты. Данный эффект имеет принципиальный характер для РПВ с бегущей волной. Он получил название эффекта частотного сканирования. Частотное сканирование может играть как положительную, так и отрицательную роль. С одной стороны, его можно использовать для обзора пространства лучом ДН, меняя частоту сигнала. В этом случае говорят о частотном сканировании. С другой стороны, он ограничивает полосу рабочих частот антенны, если она должна излучать или принимать волны с одного определенного направления.

*РПВ стоячей волны с одинаковыми излучателями.* Далее мы изложим традиционный подход [32] к настройке и выбору параметров РПВ со стоячей волной. В рамках этого подхода резонансная частота всех контуров выбирается равной центральной частоте рабочего диапазона  $f_0$ . Кроме того, период решетки выбирается равным длине волны  $\lambda$  в ЛП на частоте  $f_0$ . В этом случае на частоте  $f_0$  общая эквивалентная схема РПВ заменяется упрощенным вариантом показанным на рис. 1.6.

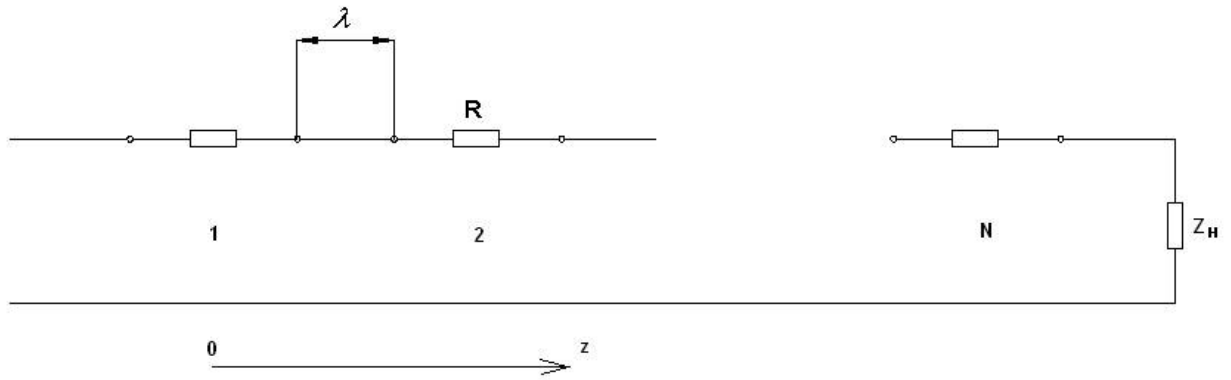


Рис. 1.6. Упрощенная схема РПВ

Известно [32], что сопротивление нагрузки пересчитывается через отрезок ЛП длиной  $\lambda$  без изменения. Тогда с учетом того, что  $Z_i = 0$  получаем:

$$Z_{ex} = RN, \quad (7.32)$$

где  $Z_{ex}$  - входное сопротивление РПВ. Выбирая активное сопротивление контура  $R$  из условия:

$$R = \frac{Z_0}{N} \quad (7.33)$$

получаем идеальное согласование антенны и входной линии передачи на частоте  $f_0$ . Отметим, что условия согласования соблюдаются на одной частоте. При отстройке от нее коэффициент отражения антенны быстро растет. Причем скорость роста тем выше, чем больше число излучателей в решетке  $N$ .

Благодаря тому, что период решетки равен длине волны, все излучатели возбуждаются на центральной частоте синфазно. Поэтому ДН ориентирована вдоль нормали к плоскости решетки.

*Синтез РПВ бегущей волны.* В данной книге будет изложен подход к синтезу РПВ, основанный на СЛАУ (7.2) и (7.9), который можно рассматривать как развитие метода представленного в работе [122]. Его достоинство состоит в том, что он позволяет полностью учитывать взаимодействие элементов



решетки по основной волне ЛП, а также в том, что он дает решение задачи синтеза в явном виде, что существенно облегчает его реализацию в полосе частот.

Рассмотрим в качестве первого шага антенну бегущей волны. Будем анализировать ее в рамках принятой эквивалентной схемы. Зададим распределение напряжений на контурах следующим образом:

$$E_n = KA_n \Phi_n e^{i\varphi_0}, \quad (7.34)$$

где  $K$  – нормировочный множитель,  $A_n$  амплитудное распределение в антенне,  $\Phi_n$  – фазовое распределение,  $\varphi_0$  – начальная фаза фазового распределения. На первый взгляд в задании начальной фазы нет смысла, так как она не влияет на ДН антенны. Поэтому любое распределение (7.34) с любой начальной фазой удовлетворяет техническим требованиям. Однако, практика решения конкретных задач показала, что получаемые проводимости контуров  $Y_n$  существенно зависят от  $\varphi_0$ . Более того, в ряде случаев получаются физически нереализуемые значения  $Y_n$ , например такие у которых  $g_n = \text{Re}(Y_n) < 0$ , что соответствует усилению сигнала в контуре. В таких ситуациях наличие дополнительного свободного параметра  $\varphi_0$  оказывается весьма полезным, так как с его помощью можно избавиться от подобных решений.

Множитель  $K$  позволяет задать требуемый КПД антенны  $\eta$ . Определим его стандартным образом:

$$\eta = \frac{P_u}{P_{вх}}, \quad (7.35)$$

где  $P_u$  – излученная мощность, а  $P_{вх}$  – мощность, поступившая на вход антенны. В рамках принятой модели излученная мощность равна мощности, поглощенной в контурах:

$$P_u = K^2 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{A_n^2 g_n}{2}. \quad (7.36)$$

Мощность  $P_{ex}$  выражается через амплитуду падающей волны  $u_0$ :

$$P_{ex} = \frac{u_0^2}{2Z_0}. \quad (7.37)$$

Положим для простоты амплитуду  $u_0$  равной единице. Множитель  $K$  задается соотношением следующим из (7.35) - (7.37):

$$K = \sqrt{\frac{\eta}{Z_0 \sum_{n=0}^{N-1} A_n^2 g_n}}. \quad (7.38)$$

Соотношение (7.38) пока определено не полностью, так как в него входят неизвестные проводимости  $g_n$ . Ниже мы устраним эту неопределенность.

Распределения  $A_n$  и  $\Phi_n$  задаются исходя из технических требований к антенне. Пусть излучатели располагаются в точках  $z_n = nP$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$ . Фазовое распределение чаще всего должно обеспечивать излучение антенны в заданном направлении. В этом случае оно описывается следующим образом:

$$\Phi_n = e^{-i\beta_0 nP}, \quad (7.39)$$

$$\beta_0 = k \sin \theta_0 - \frac{2\pi m}{P},$$

где  $\theta_0$  - заданный угол излучения антенны. Параметр  $m$  не меняет фазовое распределение. Он имеет смысл номера пространственной гармоники, на которой излучает антенна. В режиме быстрых волн  $m$  равен нулю, а в режиме медленных волн единице.

Для решения задачи определения требуемых значений проводимостей контуров воспользуемся СЛАУ (7.2). В результате получаем выражение для проводимостей контуров:

$$Y_n = -\frac{e^{-i\gamma z_n} + \frac{K}{2} \sum_{m=0}^{N-1} A_m \Phi_m e^{i\varphi_0} e^{-i\gamma|z_n - z_m|}}{Z_0 K A_n \Phi_n e^{i\varphi_0}}. \quad (7.40)$$

Запишем с помощью (7.40) выражение для  $g_n$  в компактной форме, вводя следующие обозначения:

$$a_n = \operatorname{Re} \left( -\frac{e^{-i\gamma z_n}}{Z_0 A_n \Phi_n e^{i\varphi_0}} \right), \quad (7.41)$$

$$b_n = \operatorname{Re} \left( -\frac{\sum_{m=0}^{N-1} A_m \Phi_m e^{i\varphi_0} e^{-i\gamma|z_n - z_m|}}{2Z_0 A_n \Phi_n e^{i\varphi_0}} \right),$$

тогда

$$g_n = \frac{a_n}{K} + b_n, \quad (7.42)$$

$$K = -\frac{\tilde{a}}{2\tilde{b}} \pm \sqrt{\left(\frac{\tilde{a}}{2\tilde{b}}\right)^2 + \frac{1}{\tilde{b}^2}}, \quad (7.43)$$

$$\tilde{a} = \frac{Z_0}{\eta} \sum_{n=0}^{N-1} A_n^2 a_n, \quad \tilde{b} = \frac{Z_0}{\eta} \sum_{n=0}^{N-1} A_n^2 b_n.$$

Оба решения (7.43) имеют право на существование. Ни одно из них нельзя отвергнуть априори из каких-либо соображений. Отметим, что в правой части (7.43) стоят только известные величины – заданное амплитудно – фазовое распределение в антенне и ее КПД. Таким образом, в соотношении (7.40) входят только известные параметры и проводимости  $Y_n$  полностью

определены. Отметим, что они определены на одной частоте, так как в (7.40) имеются частотно – зависимые величины, такие как постоянная распространения ЛП  $\gamma$  и волновое число свободного пространства  $k$ . Они берутся на некоторой частоте  $f_0$ , которую целесообразно считать центральной частотой рабочего диапазона.

Отметим также, что важное значение для получения реализуемого, «удобного» решения имеет правильный выбор параметров ЛП и периода решетки. Основная идея такого выбора заключается в том, чтобы обеспечить заданный угол излучения с помощью постоянной распространения ЛП и периода. Для этого целесообразно потребовать выполнения следующего равенства:

$$\gamma = \beta_0, \quad (7.44)$$

где  $\gamma$  - постоянная распространения ЛП, а  $\beta_0$  определяется (7.39). Если в антенне реализуется режим быстрых волн ( $\gamma < k$ ), то  $m$  в (7.39) равно нулю и равенство (7.44) может быть обеспечено только выбором параметров ЛП. В режиме медленных волн ( $\gamma > k$ )  $m = -1$  и мы получаем возможность выполнить (7.44), выбирая период решетки из следующего условия:

$$P = \frac{2\pi}{\gamma - k \sin \theta_0}. \quad (7.45)$$

При выполнении (7.44) или (7.45) на частоте  $f_0$  соотношения (7.40) дают  $Y_n$ , у которых мнимая часть  $b_n$  много меньше действительной, что означает, что все контура антенны настроены на центральную частоту диапазона  $f_0$ . Этот результат имеет простое физическое объяснение. При правильном выборе периода решетки и постоянной распространения фазовое распределение в апертуре антенны обеспечивается автоматически без участия контуров исключительно за счет фазового набега волны в ЛП. Благодаря этому  $b_n \approx 0$ . Если равенства (7.44), (7.45) не выполняются, то

требуемый фазовый сдвиг между напряжениями в контурах достигается за счет  $b_n \neq 0$ .

*Синтез РПВ стоячей волны.* Синтез параметров антенны стоячей волны проводится аналогично изложенному выше случаю. Отличие состоит только в другом виде СЛАУ (7.9), из которой находятся проводимости контуров. Приведем решение задачи синтеза без подробного вывода:

$$Y_n = -\frac{2e^{-i(\gamma z_s + \varphi_0)} \cos \gamma(z_n - z_s)}{Z_0 K A_n \Phi_n} - \frac{\sum_{m=0}^{N-1} A_m \Phi_m \left( e^{-i\gamma|z_n - z_m|} + e^{i\gamma(z_n + z_m - 2z_s)} \right)}{2Z_0 A_n \Phi_n}, \quad (7.46)$$

$$K = -\frac{\tilde{a}}{2\tilde{b}} \pm \sqrt{\left( \frac{\tilde{a}}{2\tilde{b}} \right)^2 + \frac{1}{\tilde{b}^2}}, \quad (7.47)$$

$$\tilde{a} = \frac{Z_0}{\eta} \sum_{n=0}^{N-1} A_n^2 a_n, \quad \tilde{b} = \frac{Z_0}{\eta} \sum_{n=0}^{N-1} A_n^2 b_n.$$

$$a_n = \operatorname{Re} \left( -\frac{2e^{-i\gamma(z_s + \varphi_0)} \cos \gamma(z_n - z_s)}{Z_0 A_n \Phi_n} \right), \quad (7.48)$$

$$b_n = \operatorname{Re} \left( -\frac{\sum_{m=0}^{N-1} A_m \Phi_m \left( e^{-i\gamma|z_n - z_m|} + e^{i\gamma(z_n + z_m - 2z_s)} \right)}{2Z_0 A_n \Phi_n} \right).$$

Естественный выбор фазового распределения для антенны стоячей волны – это равномерное распределение, при котором  $\Phi_n = 1$ . Период решетки целесообразно выбирать из условия:

$$\gamma P = 2\pi. \quad (7.49)$$

на центральной частоте диапазона  $f_0$ .

Таким образом, мы видим, что модель РПВ в виде эквивалентной схемы дает простые решения задач анализа и синтеза антенн этого типа. При этом связь полученных параметров эквивалентных схем с геометрическими и материальными параметрами структур остается неопределенной. Такая ситуация характерна для феноменологических подходов, например, теории связанных волн, которую мы неоднократно использовали в предыдущих главах. Найти эту связь можно, решая электродинамические граничные задачи. Основные методы их решения мы рассмотрим в разд. 7.2.

## 7.2. Электродинамические методы анализа РПВ

*Метод интегральных уравнений.* Наиболее распространенным подходом к решению граничных задач электродинамики РПВ является метод интегральных уравнений. Следует отметить, что он хорошо изучен в теории антенн. Ему посвящено весьма большое число публикаций в научно – технических журналах, а также ряд книг (см., например [84,121]). В них сформирован подход к анализу РПВ, который можно уже назвать стандартным. Он основан на использовании аппарата тензорных функций Грина, с помощью которых исходная граничная задача сводится к системе интегральных уравнений относительно электрических или магнитных токов на элементах решетки. При этом необходимо сказать, что в рассматриваемом классе антенн наибольшее распространение получили излучатели в виде металлических лент и щелей в экранах. Ленточные излучатели порождают интегральные уравнения для электрических токов, а щелевые для магнитных. Для решения системы интегральных уравнений обычно используют метод Галеркина, сводящий ее к СЛАУ относительно неизвестных коэффициентов при базисных функциях.

Для вычисления тензорных функций Грина плоско – слоистых структур предложены эффективные алгоритмы [121], основанные на аналогии между плоскими волнами и ЛП СВЧ, которая была отмечена еще в фундаментальной монографии [107]. С помощью таких алгоритмов можно получить функцию Грина структуры, состоящей из произвольного набора слоев магнито – диэлектриков.

Рассмотрим метод интегральных уравнений, сделав ряд допущений, упрощающих их вид. Для этого предположим, что анализируемая РПВ имеет периодическую структуру по двум координатам  $x, y$  с периодами  $P_{x,y}$  (см. рис. 7.1 а - д). В качестве конструктивной основы она имеет многослойный ПВ или многослойный ПлДВ. На периоде структуры располагается один излучающий элемент в виде металлического проводника или щели в экране

произвольной формы. Взяв в качестве основы решетки ПЛВ мы исключили из рассмотрения полосковые РПВ и РПВ на ИПВ. Такое сужение нашего анализа не имеет принципиального значения, так как решетки на основе систем волноводов могут анализироваться аналогично после непринципиальной коррекции метода, излагаемого ниже.

Считаем ПЛВ, на котором формируется РПВ бесконечным в плоскости  $XOY$ . Решетка при этом может иметь конечные размеры. Число периодов по осям  $Ox, Oy$  равно соответственно  $N, M$ . В качестве источника возбуждения решетки конечных размеров естественно выбрать собственную волну ПЛВ, набегающую на решетку под произвольным углом падения  $\varphi$ .

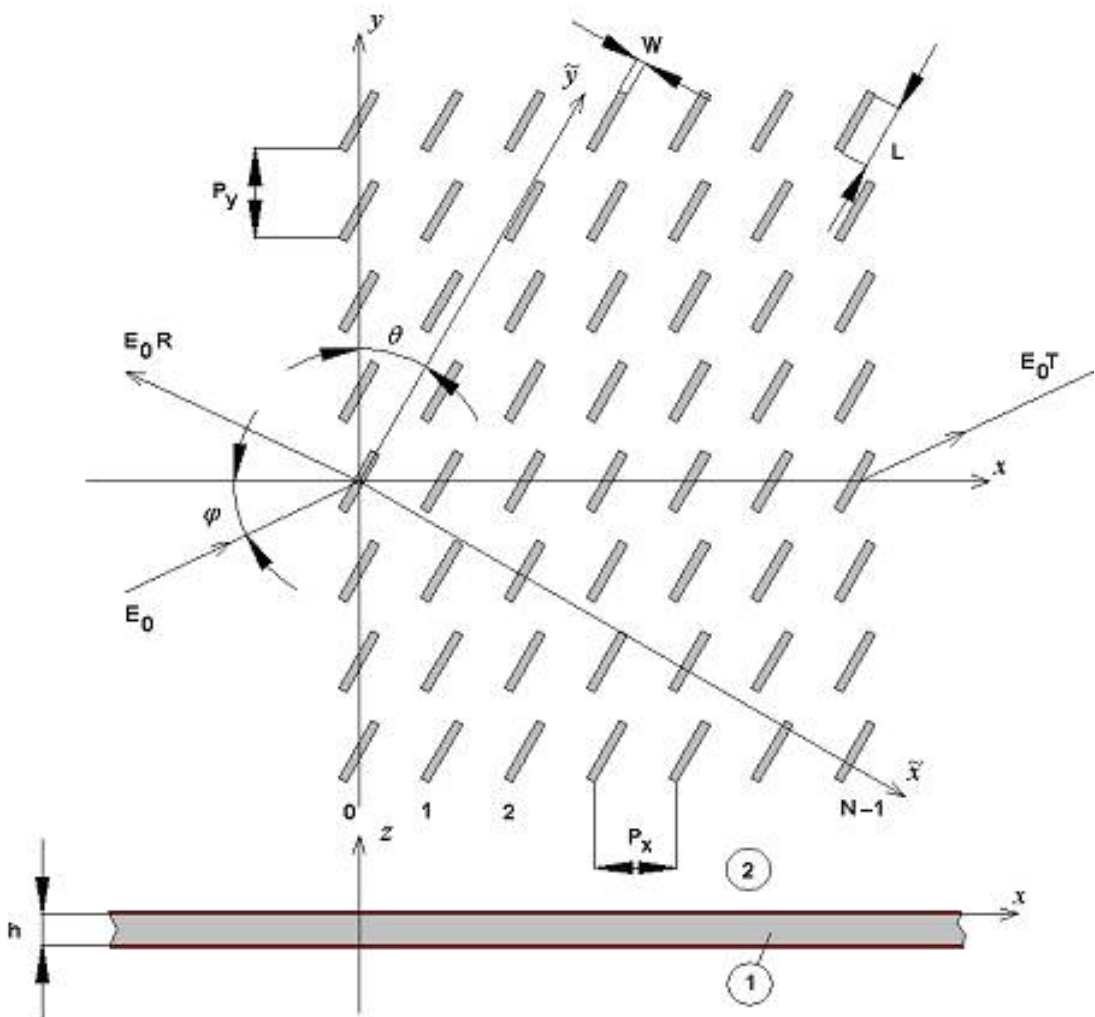


Рис. 7.2.1. Постановка граничной задачи для РПВ



В качестве примера, поясняющего постановку граничной задачи на рис. 7.2.1 показана геометрия щелевой решетки на ПВ.

Тензорная функция Грина имеет следующий вид:

$$\vec{E}_\tau(s) = \int_S \hat{K}(s, s') \vec{I}_\tau(s') ds', \quad (7.2.1)$$

где  $\vec{I}_\tau(s')$  - вектор сторонних токов размерностью  $[2 \times 1]$ ,  $\vec{E}_\tau(s)$  - вектор тангенциальных к плоскости XOY компонент электрического поля,  $\hat{K}(s, s')$  - тензор  $[2 \times 2]$ ,  $S$  - область, занятая токами.

Функция Грина (7.2.1) записана для возбуждения ПЛВ тангенциальными к плоскости XOY электрическими токами. Возбуждение магнитными токами описывается аналогичным соотношением, в котором вектор  $\vec{E}_\tau(s)$  заменяется вектором компонент магнитного поля, а вектор  $\vec{I}_\tau(s')$  заменяется вектором компонент магнитных токов. Благодаря планарной структуре РПВ в ней существуют только токи касательные к плоскости XOY. По этой же причине для записи системы интегральных уравнений требуются только касательные компоненты полей.

Тензор  $\hat{K}(s, s')$  записывается в виде двойного интеграла Фурье:

$$\hat{K}(s, s') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}(\kappa, \beta) e^{-i\kappa(x-x') - i\beta(y-y')} d\kappa d\beta. \quad (7.2.2)$$

Тангенциальное электрическое поле падающей волны  $\vec{E}_{\tau 0}$  представляется следующим образом:

$$\vec{E}_{\tau 0} = \vec{e}_0 e^{-i\kappa_0 x - i\beta_0 y}, \quad (7.2.3)$$

где  $\kappa_0, \beta_0$  - компоненты волнового вектора волны ПЛВ, модуль которого  $\gamma = \sqrt{\kappa_0^2 + \beta_0^2}$ .

Система интегральных уравнений для решетки конечных размеров имеет следующий вид:

$$\vec{E}_{\tau 0}(s) + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \int_{S_{n,m}} \hat{K}(s, s') \vec{I}_{\tau n, m}(s') ds' = 0. \quad (7.2.4)$$

$$s \in S_{p,q}, \quad p = 1, \dots, N, \quad q = 1, \dots, M.$$

Система (7.2.4) традиционно решается методом Галеркина, в рамках которого неизвестные токи представляются в виде набора известных базисных функций с неизвестными коэффициентами:

$$\vec{I}_{\tau n, m}(s) = \sum_{l=1}^{N_b} A_{n, m, l} \vec{f}_l(s), \quad (7.2.5)$$

где  $N_b$  - число базисных функций, описывающих ток на излучателе. Подстановка (7.2.5) в систему интегральных уравнений (7.2.4) и ее проекция на выбранную систему базисных функций приводит к СЛАУ относительно коэффициентов  $A_{n, m, l}$ :

$$\int_{S_{p,q}} \vec{f}_r(s) \vec{E}_{\tau 0}(s) ds + \sum_{t=1}^{N_b} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_{n, m, t} \int_{S_{p,q}} \int_{S_{n,m}} \vec{f}_r(s) \hat{K}(s, s') \vec{f}_t(s) ds' = 0, \quad (7.2.6)$$

$$p = 1, \dots, N, \quad q = 1, \dots, M, \quad r = 1, \dots, N_b.$$

В вычислительном плане основной проблемой решения СЛАУ (7.2.6) оказывается расчет элементов матрицы СЛАУ. Эта проблема рассматривалась разными авторами (см., например, [30]), которыми были предложены эффективные алгоритмы ее решения. Можно перечислить основные идеи, повышающие их эффективность.

Выделение статической части в интегральном представлении функции Грина (7.2.2) и аналитическое взятие интегралов из (7.2.6). Этот прием существенно повышает сходимость несобственных интегралов, возникающих при расчете функции Грина, поскольку после выделения статической части их можно с хорошей точностью заменить интегралами в конечных пределах.

Вторая идея состоит в выводе асимптотических выражений для элементов СЛАУ, описывающих взаимодействие сильно удаленных излучателей, удовлетворяющих условию:

$$k\sqrt{(n-p)^2 P_x^2 + (m-q)^2 P_y^2} \gg 1. \quad (7.2.7)$$

Для этого используются асимптотические представления функции Грина. Возможность получения простых соотношений для элементов СЛАУ удовлетворяющих (7.2.7) основана на том, что на больших расстояниях от точки возбуждения поле в ПлВ описывается суммой цилиндрических волн, соответствующих возбуждению распространяющихся собственных волн ПлВ и сферической волной, соответствующей возбуждению волн свободного пространства. Отметим, что в одноволновом ПлВ будет возбуждаться одна цилиндрическая волна.

Решение для РПВ, возбуждаемой одной плоской волной (7.2.3) является ключевым для моделирования более сложных источников, описывающих реальные возбудители решеток. Поле создаваемое ими можно описать в виде спектра плоских волн:

$$\vec{E}_{\tau 0} = \int_{-\infty}^{\infty} g(\beta_0) \vec{e}_0 e^{-i\kappa_0 x - i\beta_0 y} d\beta_0, \quad (7.2.8)$$

где  $g(\beta_0)$  - спектральная плотность разложения по плоским волнам, выбор которой позволяет описывать поле источника возбуждения достаточно общего вида.

В этом случае решение для коэффициентов  $\tilde{A}_{n,m,l}$  также представляется в виде интеграла Фурье:

$$\tilde{A}_{n,m,l} = \int_{-\infty}^{\infty} g(\beta_0) A_{n,m,l}(\beta_0) d\beta_0, \quad (7.2.9)$$

где  $A_{n,m,l}(\beta_0)$  - коэффициенты, получаемые из решения для фиксированного параметра  $\beta_0$ .

*Приближение бесконечной по оси 0у решетки.* Решение СИУ (7.2.6) часто требует весьма больших затрат компьютерных ресурсов и одновременно не вносит существенных изменений в решение, получаемое в приближении решетки бесконечной по оси 0у. Особенно это справедливо для случая волны, падающей по нормали ( $\varphi = 0$ ).

В этом приближении ( $m = \dots -1, 0, 1, \dots$ ) структура становится периодической по оси 0у, что позволяет при возбуждении ее плоской волной свести задачу к анализу одного периода по этой оси. В этом случае функция Грина представляется следующим образом:

$$\hat{K}(s, s') = \frac{2\pi}{P_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}(\kappa, \beta_m) e^{-i\kappa(x-x') - i\beta_m(y-y')} d\kappa, \quad (7.2.10)$$

$$\beta_m = \beta_0 + \frac{2\pi m}{P_y}.$$

Размерность СЛАУ уменьшается:

$$\int_{S_p} \vec{f}_r(s) \vec{E}_{\tau 0}(s) ds + \sum_{t=1}^{N_b} \sum_{n=1}^N A_{n,t} \int_{S_p} \int_{S_n} \vec{f}_r(s) \hat{K}(s, s') \vec{f}_t(s) ds' = 0. \quad (7.2.11)$$

*Приближение полубесконечной решетки.* Еще одним распространенным приближением является переход к полубесконечной решетке, которая остается бесконечной по оси 0у. В этом случае в СЛАУ (7.2.11) надо устремить  $N \rightarrow \infty$ . Смысл такого перехода состоит в возможности получить аналитическое решение методом Винера - Хопфа [65]. Важным моментом при этом является то, что аналитическое решение полубесконечной СЛАУ получается только в предположении, что ток на излучателе описывается одной базисной функцией. В противном случае метод Винера - Хопфа приводит к системе функциональных уравнений и соответствующей ей проблеме факторизации матрицы функций. Факторизация одной функции может быть получена в общем случае при помощи соответствующей теоремы [65]. Аналогичной теоремы для матрицы функций неизвестно.

В рамках такого приближения СЛАУ имеет следующий вид:

$$\int_{S_p} \vec{f}(s) \vec{E}_{\tau 0}(s) ds + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_{S_p} \int_{S_n} \vec{f}(s) \hat{K}(s, s') \vec{f}(s) ds' = 0, \quad (7.2.12)$$

где  $\vec{f}(s)$  - единственная базисная функция.

Возможность достаточно точно описать ток на излучателе одной функцией имеется для излучателей простой формы, например, в виде узких металлических лент или щелей. Для ленты вытянутой вдоль оси  $Oy$  часто используют следующую функцию:

$$f(x, y) = \cos \frac{\pi y}{L} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 - x^2}}, \quad (7.2.13)$$

где  $L, w$  - длина и ширина ленты.

Функция (7.2.13) хорошо описывается ток при малой длине ленты, а также на частотах близких к резонансной частоте ленточного излучателя.

*Приближение бесконечной решетки.* Анализ бесконечной решетки сводится к анализу собственных волн бесконечной периодической структуры. Самостоятельного практического значения он не имеет. Однако, часто решение для бесконечной структуры используют для построения приближенных моделей РПВ конечных размеров. К их числу относится рассмотренная в разд. 7.1 модель в виде эквивалентной схемы.

Бесконечная решетка является двумерно - периодической структурой. Рассматриваем ее в периодическом режиме по двум координатам. В этом случае тензор  $\hat{K}(s, s')$  представляется двойным рядом:

$$\hat{K}(s, s') = \frac{2\pi}{P_y} \frac{2\pi}{P_x} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{G}(\kappa_n, \beta_m) e^{-i\kappa_n(x-x') - i\beta_m(y-y')}, \quad (7.2.14)$$

$$\kappa_n = \kappa_0 + \frac{2\pi n}{P_x}.$$

Периодичность структуры позволяет нам свести ее анализ к анализу одного периода:

$$\int_S \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{G}(\kappa_n, \beta_m) e^{-i\kappa_n(x-x') - i\beta_m(y-y')} \vec{I}_\tau(s') ds' = 0, \quad (7.2.15)$$

где  $S$  - область, занятая излучателем в произвольном периоде, например, с нулевыми индексами.

Неизвестными в ИУ (7.2.15) кроме вектора токов  $\vec{I}_\tau(s')$  являются постоянные  $\kappa_0, \beta_0$ , имеющие смысл проекций волнового вектора собственной волны на оси координат. Одну из них можно считать известной, например,  $\beta_0$  и искать параметр  $\kappa_0$ . Дисперсионное уравнение относительно  $\kappa_0$  получается из уравнения (7.2.15) при помощи метода Галеркина, о котором мы уже говорили выше.

*Методы на основе систем электродинамического моделирования. Метод возбуждения канала Флоке.* Метод интегральных уравнений является эффективным средством анализа РПВ во всех описанных выше приближениях. Однако, в настоящее время большое распространение получили системы электродинамического моделирования такие как HFSS и CST MWS [42]. Они стали стандартным инструментом проектировщиков СВЧ устройств и антенн. Поэтому представляет интерес применение таких систем для анализа РПВ.

Указанные системы основаны на универсальных методах решения граничных задач электродинамики, таких как метод конечных элементов и FDTD. Они обеспечивают высокую степень универсальности, поскольку позволяют получать результаты для очень широкого класса структур. В частности, при их помощи возможен прямой анализ РПВ, включая ее возбудитель и другие элементы. Однако, как правило, РПВ имеет большие электрические размеры. Поэтому прямое численное решение для нее требует чрезвычайно больших затрат компьютерных ресурсов и часто становится

просто невозможным. Для решеток больших размеров в этих системах предусмотрена модель бесконечной решетки, которая сводится к анализу, так называемого канала Флоке [43].

Такая модель весьма эффективна для проектирования классических фазированных антенных решеток, в которых фазовое распределение задается источниками возбуждения, подключенными к каждому излучателю решетки. В РПВ ситуация иная: фазовое распределение даже в бесконечной структуре является результатом распространения собственной волны, имеющей свою постоянную распространения. Эта постоянная определяет сдвиг фаз между соседними излучателями. Поэтому задать данный параметр пользователь системы моделирования не может, так как для того, чтобы узнать его он должен провести анализ бесконечной решетки на собственные волны. Получается некоторое противоречие, разрешить которое, оставаясь исключительно в рамках возможностей, предоставляемых системами электродинамического моделирования невозможно. Для его преодоления необходимо создать специальную процедуру, которая позволяла бы при помощи средств HFSS или CST MWO определять постоянную распространения собственной волны решетки.

Решение этой проблемы было дано в работе [125]. Рассмотрим более подробно, чем это делалось выше предлагаемую методику на примере щелевой решетки на основе ПВ, показанную на рис. 7.2.2 а. Ее период изображен на рис. 7.2.2 б. Будем считать, что волна решетки распространяется вдоль оси  $Ox$ . При этом сдвиг фазы по оси  $Oy$  задан. Без потери общности будем считать его равным нулю. Канал Флоке представляет собой волновод специального вида. Его ось параллельна оси  $Oz$ .

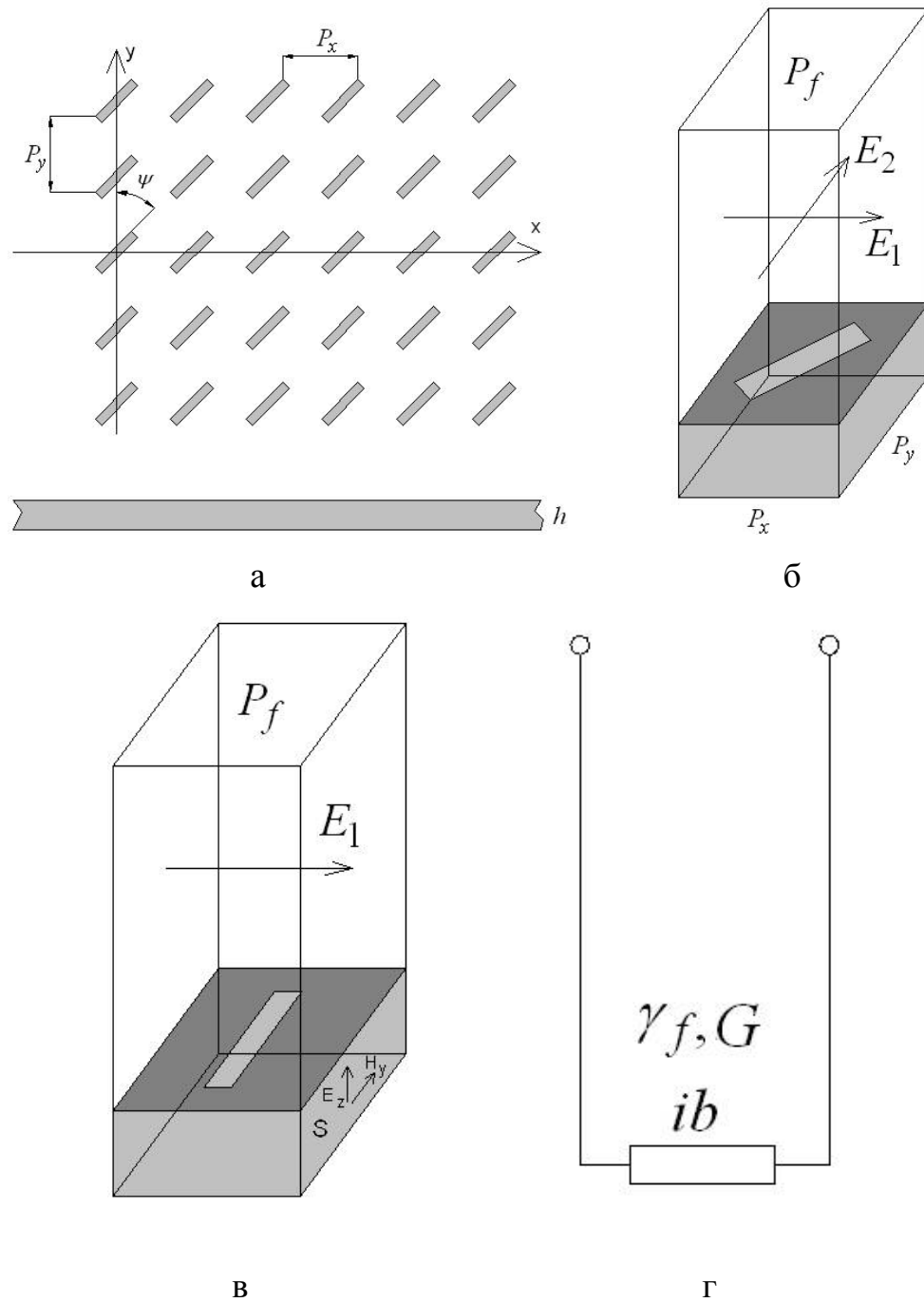


Рис. 7.2.2. Щелевая решетка и ее модели

Верхняя стенка представляет собой, так называемый, порт Флоке, который моделирует полубесконечный волновод. Снизу канал Флоке нагружен на период решетки.

В канале Флоке могут распространяться две основные Г – волны с ортогональными поляризациями (см. рис. 7.2.2 б). Они описываются индексами 1,2. Из двух таких волн линейным преобразованием всегда можно



создать пару волн, у одной из которых электрическое поле параллельно узкой щели, а другой перпендикулярно. Со щелью взаимодействует только волна с полем ортогональным щели. Поэтому, чтобы не усложнять анализ будем далее рассматривать щель, ориентированную вдоль оси  $Oy$ , которая взаимодействует с волной первого типа (см. рис. 7.2.2 в).

Возбуждение канала Флоке собственной волной эквивалентно задаче возбуждения бесконечной решетки плоской волной свободного пространства. В нашем случае она падает в плоскости  $XOZ$  под углом  $\theta$ . Этот угол связан с фазовым сдвигом поля в решетке вдоль оси  $Ox$  –  $\Delta\varphi_x = -\kappa P_x$ ,  $\kappa = k \sin \theta$ ,  $k$  – волновое число свободного пространства.

Из рис. 7.2.2 в видно, что канал Флоке представляет собой двухполюсник, который описывается с точки зрения теории цепей СВЧ одним параметром – коэффициентом отражения  $R$ , который является функцией переменной  $\kappa$ . Наша задача состоит в том, чтобы найти связь между коэффициентом отражения и комплексной постоянной распространения собственной волны решетки  $\gamma = \beta - i\alpha$ . Отметим, что параметр  $R$  может быть найден с помощью указанных выше систем электродинамического моделирования.

Найдем коэффициент отражения  $R$  с помощью эквивалентной схемы, показанной на рис. 7.2.2 г:

$$R = \frac{1 - ib}{1 + ib}, \quad (7.2.16)$$

где  $G$  – его характеристическая проводимость канала Флоке,  $b$  – реактивная входная проводимость периода решетки нормированная на  $G$ . Все эти параметры зависят от  $\kappa$ . Отсчетная плоскость, в которой определяется коэффициент отражения совпадает с плоскостью включения проводимости.

Условием существования собственной волны решетки является обращение коэффициента отражения в бесконечность. Ему соответствует следующее уравнение:

$$1 + ib = 0. \quad (7.2.17)$$

Допустим, что в некоторой точке  $\kappa = \xi$  проводимость  $b$  обращается в нуль. Из взаимности рассматриваемой структуры следует, что функция  $b(\kappa)$  четная. Тогда раскладывая функцию  $b(\kappa)$  в ряд Тейлора по степеням  $\kappa^2$  в окрестности точки  $\xi^2$ , получаем:

$$1 - i \frac{\kappa^2 - \xi^2}{\Delta^2} = 0, \quad \Delta^2 = -\frac{1}{b'}, \quad (7.2.18)$$

где  $b'$  - производная функции  $b(\kappa)$  по  $\kappa^2$  в точке  $\kappa_0$ . Корень уравнения (7.2.18) по переменной  $\kappa$  дает постоянную распространения  $\gamma$ . Таким образом, имеем следующие соотношения:

$$\Delta^2 = 2\alpha\beta, \quad \xi^2 = \beta^2 - \alpha^2. \quad (7.2.19)$$

Из соотношений (7.2.18) и (7.2.19) видно, что разложение в ряд Тейлора оправданно для волн с малым затуханием  $\alpha$ . Отметим, что именно такие волны представляют наибольший практический интерес для построения антенн с большими электрическими размерами.

Полученные выше соотношения позволяют записать фазу коэффициента отражения  $\varphi_R$  следующим образом:

$$\varphi_R = 2 \operatorname{arctg} \frac{\kappa^2 - \beta^2 + \alpha^2}{2\alpha\beta}. \quad (7.2.20)$$

Модуль коэффициента отражения равен единице. В соотношение (7.2.20) входят только постоянная распространения и затухание собственной волны. Отметим, что постоянная распространения волны решетки, как и любой периодической структуры, определена в пределах:

$$|\beta| \leq \frac{\pi}{P_x}. \quad (7.2.21)$$

Таким образом, мы получили выражение для коэффициента отражения волны канала Флоке через параметры волны решетки. Это выражение справедливо для слабозатухающих волн в окрестности точек  $\kappa = \pm\beta$ .

Для определения параметров волны решетки нам необходимо получить зависимость  $\varphi_R(\kappa)$ , анализируя структуру, показанную на рис. 7.2.2 в численно, например, с помощью любой из упомянутых выше систем электродинамического моделирования.

Отметим, что вывод выражения (7.2.22), а также его вид никак не зависят от конкретного типа решетки. Поэтому его можно использовать не только для решетки на основе ПВ, но и для других структур аналогичного вида.

Наряду с постоянной распространения волны важным ее параметром является характеристическое сопротивление  $Z_c$ . С его помощью можно приближенно решать задачу о согласовании решетки. Определение характеристического сопротивления периодической структуры зависит от типа волны, для которого оно вводится. В рассматриваемом случае решетки на ПВ естественно в качестве такой волны взять основную Т – волну ПВ, распространяющуюся вдоль оси  $Ox$ . В этом случае сопротивление  $Z_c$  вводится как отношение поперечных компонент поля Т – волны на площадке  $S$  (см. рис. 7.2.2 в):

$$Z_c = E_{zt} / H_{yt}, \quad (7.2.22)$$

где индекс  $t$  соответствует Т – волне.

Электродинамический анализ канала Флоке, как правило, не позволяет в явном виде выделить поле Т – волны. В его рамках определяется только компоненты полного поля  $E_z, H_y$ . Искомое поле Т – волны находится из полного поля следующим образом:

$$\begin{pmatrix} E_{zt} \\ H_{yt} \end{pmatrix} = \frac{1}{hP_y} \int_S \begin{pmatrix} E_z \\ H_y \end{pmatrix} ds. \quad (7.2.23)$$

Выражение (7.2.23) получено с учетом ортогональности собственных волн ПВ и периодичности поля вдоль оси  $Oy$ . Для волноводов других типов также можно получить соотношения аналогичные (7.2.23), используя ортогональность их волн.

Для решетки с симметричным относительно плоскости YOZ периодом можно выразить характеристическое сопротивление более простым способом, не прибегая к расчету полей:

$$Z_c = \operatorname{tg} k_e P / 2 \operatorname{ctg} \gamma P_x / 2, \quad (7.2.24)$$

$$Z_c = \operatorname{ctg} k_e P / 2 \operatorname{tg} \gamma P_x / 2, \quad (7.2.25)$$

где  $k_e$  – волновое число Т – волны ПВ. Соотношение (9) верно для периода с магнитной симметрией, а (10) с электрической. Щелевая решетка, например, обладает электрической симметрией.

В данном разделе представлены результаты численной реализации описанной выше методики расчета параметров решетки бегущей волны, которая выполнена в системе HFSS. Отметим, что щелевая решетка, показанная на рис. 7.2.2 а неоднократно исследовалась разными авторами (см. например [126] и [127]). Для ее расчета были разработаны эффективные численные алгоритмы. Поэтому мы можем сопоставить результаты, которые получаются в системе HFSS с помощью методики изложенной выше, с результатами, которые дает известное решение из работы [127]. Достоверность его была проверена экспериментально [128].

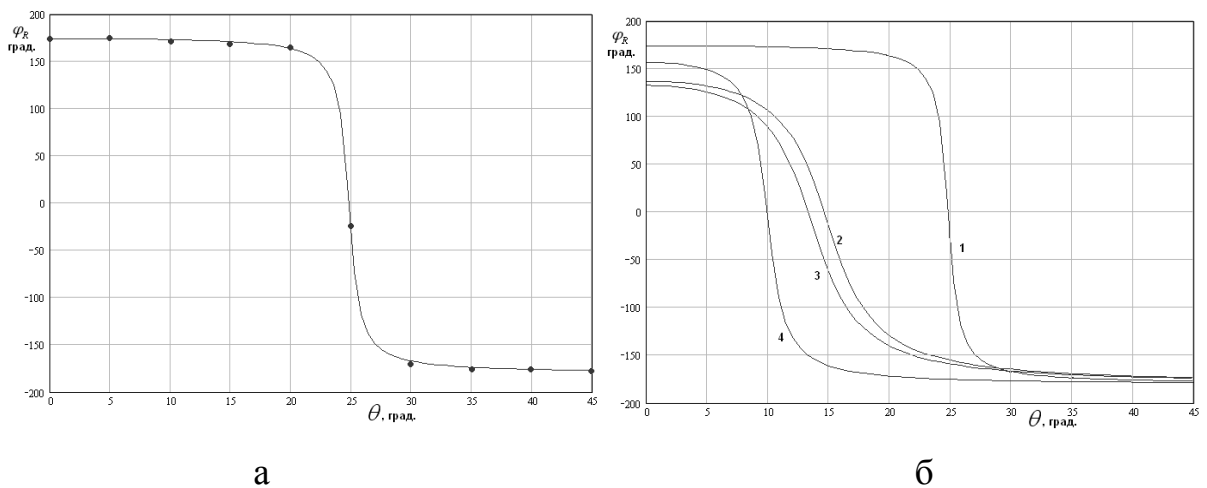


Рис. 7.2.3. Зависимость фазы  $\varphi_R$  от угла падения волны  $\theta$

На рис. 7.2.3 а показана типичная зависимость фазы коэффициента отражения от угла  $\theta$ . Точки соответствуют численному решению, а сплошная кривая расчету по формуле (7.2.20). При этом параметры  $\alpha, \beta$  подбирались с

помощью процедуры параметрической идентификации, обеспечивающей минимальное отклонение расчетной кривой от заданных значений в узловых точках.

Кривые на рис. 7.2.3 а,б получены для следующих параметров:  $P_x = 14$ ,  $P_y = 10$ ,  $\psi = 67^\circ$ , длина щели  $L = 10$ , ширина щели  $w = 1$ , частота на рис. 7.2.3 а  $f = 11$  ГГц. Кривые 1 – 4 на рис. 7.2.3 б получены для  $f = 11, 12, 12.5, 13$  ГГц соответственно. Так как щель имеет наклон, то для расчета коэффициента отражения  $R$  необходимо осуществить отмеченное выше линейное преобразование падающих волн. С его помощью можно получить связь параметра  $R$  с исходными элементами матрицы рассеяния  $S_{i,j}$ ,  $i, j = 1, 2$ , которые находятся из численного решения задачи:

$$R = S_{11} \cos^2 \psi + S_{22} \sin^2 \psi - S_{12} \sin \psi \cos \psi (\cos \theta + \cos^{-1} \theta). \quad (7.2.26)$$

На рис. 7.2.4 а,б показаны частотные зависимости угла излучения и затухания волны решетки, полученные в результате обработки численных данных HFSS – точки и методом интегральных уравнений – сплошные кривые (см. работу [127]).

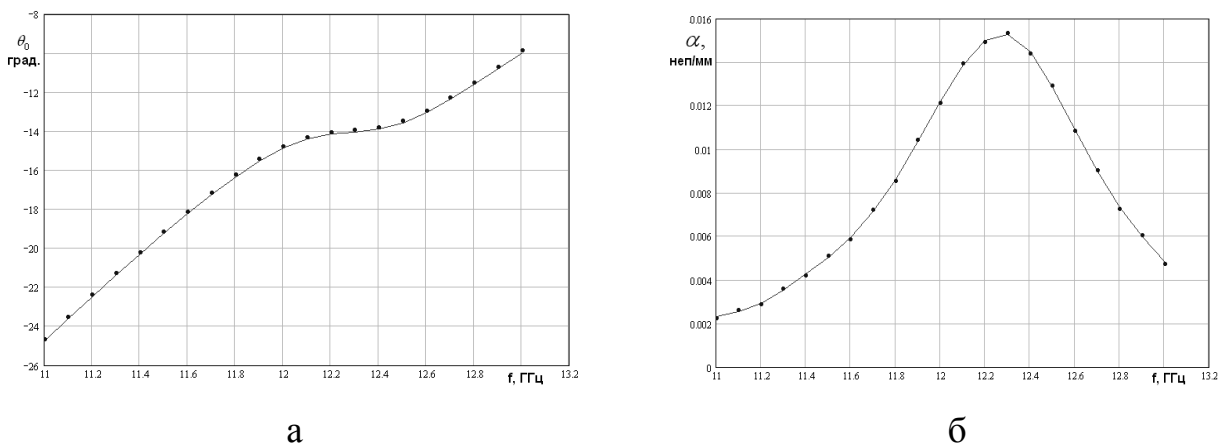


Рис. 7.2.4. Частотные зависимости угла излучения и затухания волны решетки

Угол излучения связан с параметрами волны решетки следующим образом:

$$\theta_0 = \arcsin \beta / k. \quad (7.2.27)$$

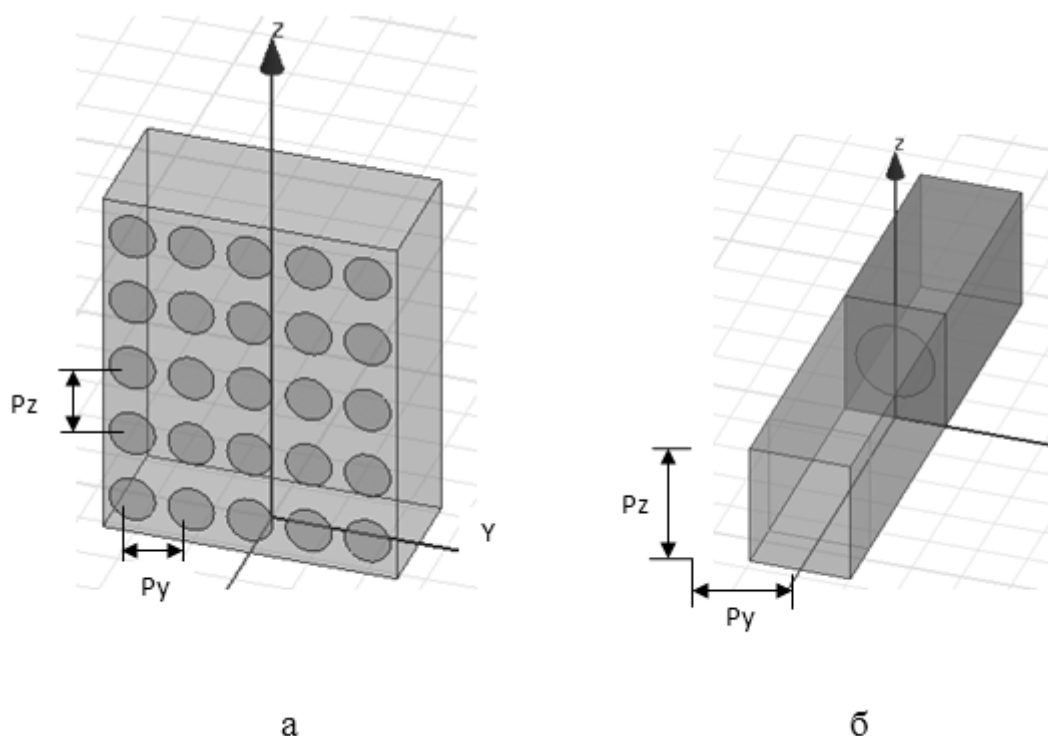
Из рис. 7.2.4 а видно, что угол излучения отрицательный, что соответствует излучению в направлении противоположном направлению распространения потока энергии волны. Из рис. 7.2.4 видно, что результаты, полученные разными методами хорошо совпадают, что может служить подтверждением достоверности предложенной методики.

Оба метода хорошо передают поведение волны решетки в окрестности резонанса щели, который имеет место на частоте 12.3 ГГц. В данной области наблюдается всплеск затухания волны, а также участок с уменьшенной зависимостью угла излучения от частоты.

*Метод собственных колебаний канала Флоке.* Еще один подход к анализу бесконечных РПВ, который можно назвать методом собственных колебаний канала Флоке был представлен в работе [129]. Идея метода состоит в том, чтобы использовать программу электромагнитного моделирования HFSS [93] в режиме расчета собственных значений (eigen modes) для нахождения постоянной распространения вытекающей моды в периодических волноводах со щелями, через которые происходит излучение при использовании таких структур в РПВ. Обычно режим eigen modes используется для расчета собственных частот закрытых резонаторов без излучения. В данной работе предложено использовать его для расчета комплексной постоянной распространения в структурах с вытекающими волнами.

В качестве примера рассмотрим ПВ с двумерной решеткой из круглых отверстий в экране, фрагмент которого показан на рис. 7.2.5 а. На рис. 7.2.5 б представлена модель бесконечной решетки в виде канала Флоке, которая ограничена сверху и снизу плоскостями, на которых заданы граничные условия периодического типа. На плоскостях, ограничивающих ячейку слева и справа, также задаются граничные условия периодического типа для волны, которая в общем случае может распространяться в произвольном направлении относительно оси Oz.

В рассматриваемом случае канал Флоке вытянут вдоль оси  $Ox$ . На одном конце он ограничен металлической плоскостью, которая является частью экрана ПВ, а на другом он ограничен идеально согласованным слоем (perfectly matched layer (PML)). Такой слой является виртуальной структурой, параметры которой выбираются таким образом, чтобы коэффициент отражения плоских волн, падающих на него был бы в заданном диапазоне частот минимальным. Присутствие идеально согласованного слоя в модели необходимо для моделирования излучения из РПВ в свободное пространство.



*Рис. 7.2.5. а - Фрагмент ПВ с двумерно-периодической решеткой из круглых отверстий в экране; б – модель ячейки структуры между двумя парами плоскостей с периодическими граничными условиями и с PML слоем*

Метод решения состоит в следующем. Фиксируем фазовый сдвиг  $\Delta\varphi_y$  между границами канала Флоке параллельными плоскости  $XOZ$ . Этот фазовый сдвиг однозначно связан с проекцией постоянной распространения собственной волны на ось  $Oy$  -  $\beta_0$ :

$$\Delta\varphi_y = \beta_0 P_y. \quad (7.2.28)$$

Также фиксируем фазовый набег между границами канала Флоке параллельными плоскости  $XOY$   $\Delta\varphi_z$ . По заданному фазовому набегу на периоде структуры программа находит собственную частоту эквивалентного резонатора на рис. 7,2.5 б. Действительная часть частоты  $\text{Re}f$  определяет нормированную постоянную распространения волны:

$$\beta = \frac{\Delta\varphi_z}{k}. \quad (7.2.29)$$

Мнимая часть частоты  $\text{Im}f$  определяет мнимую часть постоянной распространения [129]:

$$\alpha = \frac{2\pi \text{Im} f}{v_g}, \quad (7.2.30)$$

где  $v_g$  - групповая скорость волны, которая в общем случае вычисляется через производную фазовой скорости по частоте:

$$v_g = 2\pi \frac{d \text{Re} f}{d\beta}. \quad (7.2.31)$$

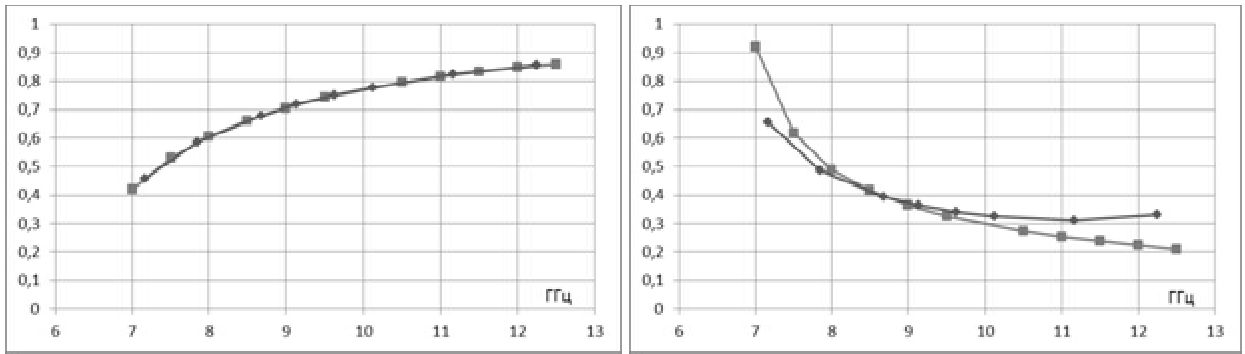
Если фазовая скорость в возмущенном волноводе незначительно отличается от фазовой скорости в невозмущенном закрытом волноводе и не испытывает резких изменений от частоты, то можем предполагать, что групповая скорость в возмущенном волноводе связана с фазовой так же, как и в закрытом волноводе, то есть в этом случае приближенно выполняется соотношение  $v_g v_p \approx c^2$ ,  $c$  - скорость света в материале, заполняющем волновод,  $v_p$  - фазовая скорость волны. Можно показать, что при этом справедлива упрощенная формула для нормированной постоянной вытекания, не требующая вычисления производной по частоте:



$$\frac{\alpha}{k} \approx \frac{k}{2Q\beta}. \quad (7.2.32)$$

В этой формуле добротность эквивалентного резонатора определяется как  $Q = \text{Re}f / 2\text{Im}f$ . Следует отметить, что в окрестности резонанса в периодической структуре постоянная распространения испытывает резкое изменение в узкой полосе частот, и в этом случае групповую скорость необходимо вычислять через производную по частоте от фазовой скорости в соответствии с общей формулой (7.2.31). Таким образом, метод расчета комплексной постоянной распространения вытекающей моды состоит в следующем. Задавая разные значения фазового сдвига  $\Delta\varphi_z$  на периоде, находим соответствующие комплексные собственные частоты эквивалентного резонатора  $\text{Re}f$  и  $\text{Im}f$  и по ним рассчитываем значения нормированной фазовой постоянной и постоянной вытекания по вышеприведенным формулам.

На рис. 7.2.6 а,б представлены рассчитанные частотные зависимости нормированной постоянной распространения и постоянной затухания волны, бегущей вдоль  $Oz$ . В численном примере реализации предлагаемой методики период вдоль оси  $Oz$  равен 12.7, в перпендикулярном направлении вдоль оси  $Oy$  период равен 10.16, толщина ПВ равна , а проницаемость его заполнения равна 2.2. Металлический экран с отверстиями предполагается бесконечно тонким и идеально проводящим. На тех же рисунках для сравнения показаны соответствующие величины, полученные по приближенным аналитическим формулам [31]. Имеет место практически полное совпадение значений для фазовой постоянной распространения и некоторое расхождение для постоянной вытекания. Последнее может быть обусловлено определенным отличием численной модели на рис. 7.2.5 б от аналитической модели в [31] и принятыми в той модели допущениями.

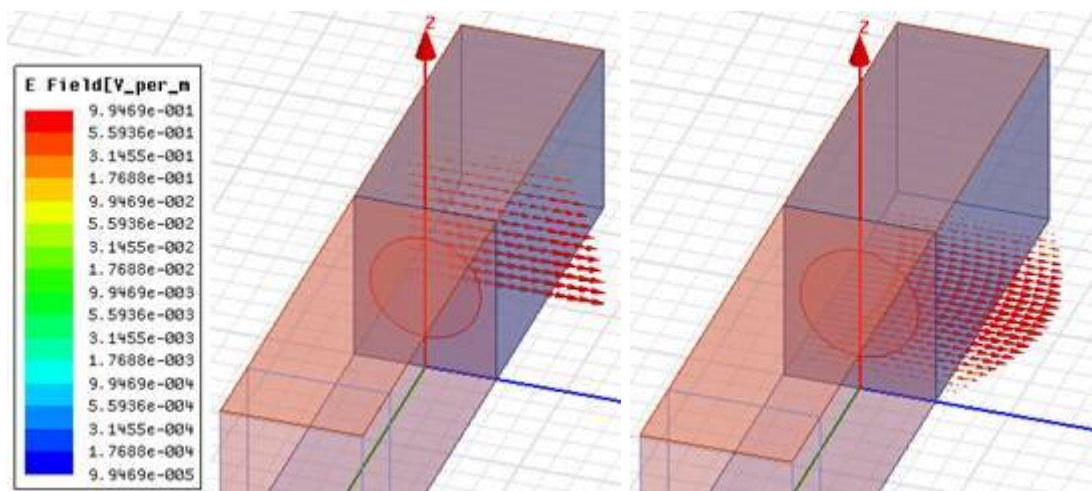


а

б

Рис. 7.2.6. Частотные зависимости: а – нормированной постоянной распространения; б – постоянная затухания  $\alpha$ , nep/м

На рис. 7.2.7 представлен пример распределения вектора  $E$  в двух ортогональных плоскостях внутри ячейки на частоте 8.68 ГГц (сдвиг фазы на периоде вдоль оси  $Oz$  равен  $90^\circ$ ). Эти распределения наглядно иллюстрируют и подтверждают ожидаемое распределение поля волны в плоской решетке, бегущей в направлении оси  $Oz$ . Волна имеет сходное распределение с основной  $TE_{10}$  модой прямоугольного металлического волновода.



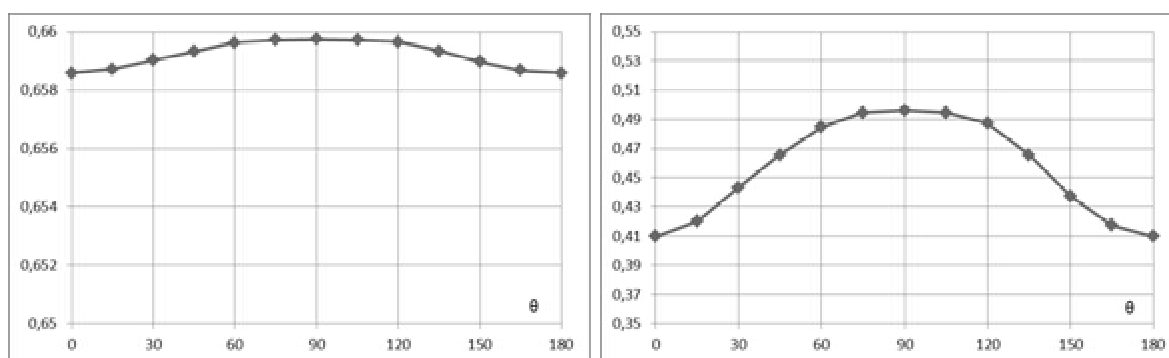
а

б

Рис. 7.2.6. Распределение вектора  $E$  в разных плоскостях внутри канала Флоке

Как уже отмечалось, в структуре на рис. 7.2.5 а волна может распространяться под любым углом относительно оси  $Oz$  в зависимости от

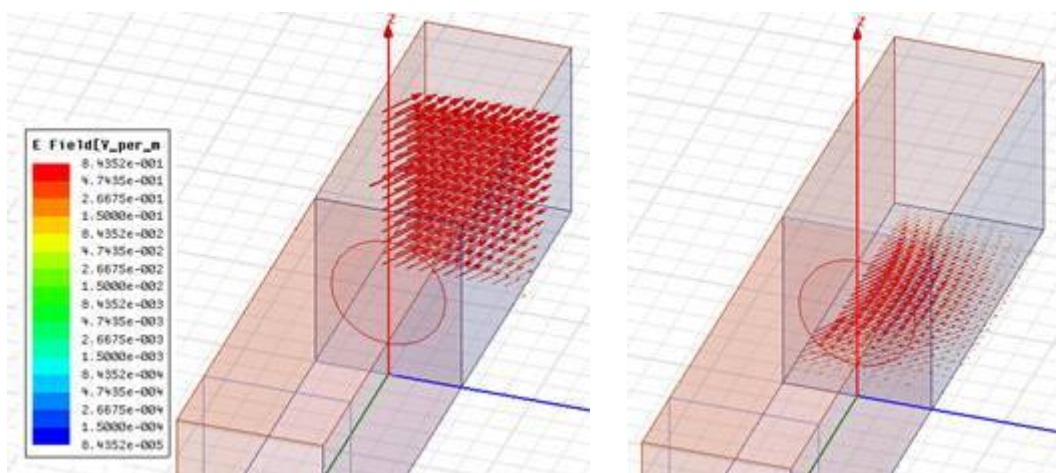
способа возбуждения. При этом нормированная фазовая постоянная и постоянная вытекания зависят от угла распространения. На рис. 7.2.8 а,б представлены рассчитанные зависимости этих величин от угла  $\theta$ , отсчитываемого от положительного направления оси  $Oz$ , при фиксированном значении  $\beta = 116.6$  рад/м. Очевидно, обе зависимости должны быть симметричны относительно угла  $\theta = 90^\circ$ . Небольшие отклонения от этой симметрии на рис. 7.2.8 связаны с погрешностью численного расчета собственных значений на модели рис. 7.2.5 б, в которой используются две пары периодических граничных условий. Максимальное относительное изменение нормированной фазовой постоянной распространения при изменении угла составляет примерно 0.2%, а постоянной вытекания – около 20%.



а

б

*Рис. 7.2.8. Зависимости от угла распространения ТЕ волны относительно положительного направления оси  $Oz$ : а - нормированная постоянная распространения, б - постоянная вытекания  $\alpha$ , неп/м*



а

б

*Рис. 7.2.9. Распределение вектора  $E$  внутри ячейки при распространении волны под углом  $45^\circ$  к оси  $Oz$  на частоте 8.445 ГГц*

Таким образом, величина постоянной вытекания оказывается более зависимой от угла распространения. На рис. 7.2.9 а,б показаны распределения вектора  $E$  для случая распространения волны под углом  $\theta=45^\circ$  на частоте 8.445 ГГц, при этом фазовые набег на длине периодов вдоль осей  $Oz$  и  $Oy$  равны соответственно  $60^\circ$  и  $48^\circ$ . Наглядно проявляется наклон фазового фронта в плоскости  $ZOY$ .

Таким образом, можно сделать вывод, что предложенные в работах [127], [129] методы позволяют эффективно вычислять комплексную постоянную распространения вытекающих волн РПВ, используя для этого известные системы электродинамического моделирования, имеющие такие инструменты как канал Флоке и режим собственных колебаний. Достоинство двух рассмотренных выше методик заключается в их инвариантности к конструкции анализируемой РПВ. Такая инвариантность недостижима при использовании метода ИУ, существенно опирающегося на знание функции Грина волноведущей структуры, на основе которой выполнена решетка.

### *Приближенные методы на основе электродинамических решений.*

Рассмотрим ряд приближенных методов анализа РПВ, которые используют результаты строгих электродинамических решений. При этом речь преимущественно идет о решении задачи на собственные волны бесконечной решетки. В общем случае из него можно получить информацию о следующих параметрах: постоянной распространения волны  $\beta$ , постоянной затухания  $\alpha$  и характеристическом сопротивлении периодической структуры (решетки)  $Z_c$ . В ряде частных случаев удастся определить эквивалентную схему излучателя и ее параметры.

Последний случай представляет особый интерес, так как знание параметров эквивалентной схемы открывает возможность для применения феноменологической теории анализа и синтеза РПВ, о которой говорилось выше в разд. 7.1. Для излучателя общей формы найти эквивалентную схему не представляется возможным. В работе [130] анализируются условия, при которых излучатель в виде узкой щели в экране ПВ или ленты в ПлДВ можно описать при помощи схемы в виде сопротивления включенного в ЛП параллельно или последовательно. Приведем эти условия:

- поперечная, то есть направленная вдоль оси  $Oy$  щель (см. рис. 7.2.1) при произвольном направлении распространения волны в плоскости  $HOY$ ;
- продольная, то есть направленная вдоль оси  $Ox$  щель (см. рис. 7.2.1) при произвольном направлении распространения волны в плоскости  $HOY$ ;
- наклонная щель при распространении волны периодической структуры вдоль оси  $Ox$ .

Отметим, что узкие поперечные и продольные щелевые и ленточные излучатели чаще всего используются на практике для построения РПВ.

Знание постоянных распространения и затухания достаточно для описания решетки в простейшем приближении, когда поле в ее апертуре описывается полем основной волн. Очевидно, что при этом речь идет о

периодической решетке. Амплитудное распределение в ней описывается экспоненциальной, а фазовое распределение линейной функциями. В этом приближении находятся ДН и КНД РПВ. Определить КУ и коэффициент отражения решетки не представляется возможным.

Более точным, но по-прежнему приближенным описанием решетки служит модель, учитывающая характеристическое сопротивление периодической структуры. В рамках этой модели поле в РПВ описывается двумя собственными волнами: прямой и встречной, распространяющимися в противоположных направлениях. При этом можно найти коэффициент отражения от решетки и ее КУ. Также более точно определяются ДН и КНД структуры.

Отметим, что синтез амплитудно – фазового распределения в РПВ с бегущей волной можно проводить не только в приближении эквивалентных схем, но и в одноволновом приближении, когда поле в решетке заменяется полем одной основной ее волны. Методика синтеза описана в книге [122]. Синтез такого типа дает более грубое решение, чем метод представленный в разд. 7.1, но его реализация не требует знания параметров собственной волны за исключением ее постоянных распространения и затухания. Его результаты тем точнее, чем больше размеры решетки.

Одним из основных достоинств приближенных методов, основанных на результатах точных электродинамических решений является возможность удачного сочетания их точности с простотой и наглядностью приближенных методов. Особенно следует подчеркнуть, что они открывают возможность решения задач синтеза РПВ, которые в строгой постановке, учитывающей все виды электромагнитных взаимодействий в решетке на сегодня практически нереализуемы.

### 7.3. Режимы функционирования РПВ. Основные физические эффекты.

Анализ решеток начнем с качественной характеристики основных физических эффектов и режимов их функционирования. Численные результаты в данном разделе будут получены для решеток на основе ПВ. Отметим, что многие из них, если не все, являются типичными и могут быть отнесены также и к другим структурам. Анализировать режимы функционирования и физические эффекты удобно на примере бесконечной решетки и ее собственных волн.

Удобнее всего наблюдать разные режимы распространения собственных волн, меняя период решетки от очень малых значений до величин порядка длины волны в ПВ. Будем анализировать исключительно основную волну щелевой решетки, показанной на рис. 7.3.1.

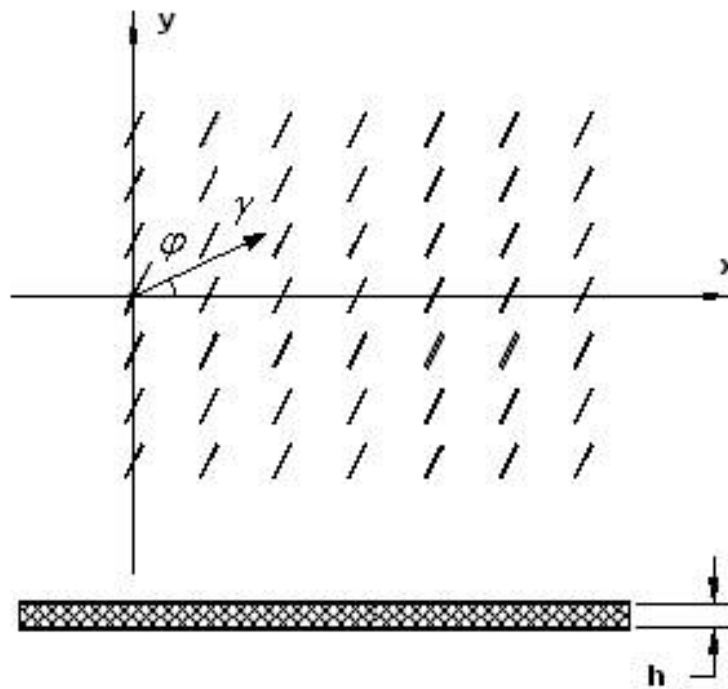


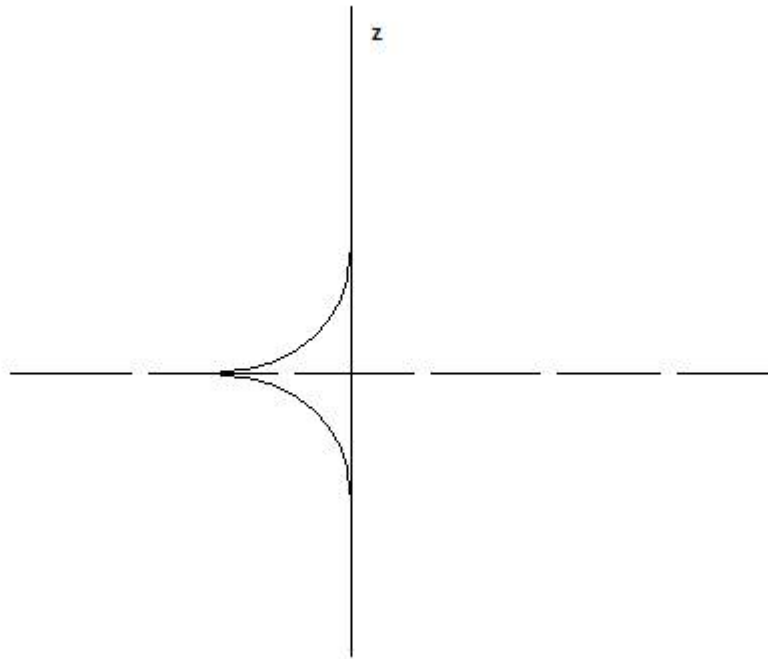
Рис. 7.3.1. Однородная щелевая решетка

Начнем со случая, который можно охарактеризовать следующими неравенствами:

$$P_{x,y} \ll \lambda_{\varepsilon}, \quad (7.3.1)$$

где  $\lambda_\varepsilon$  - длина волны в ПВ.

*Режим импедансной пленки.* Первый режим распространения собственной волны, соответствующий неравенствам (7.3.1) можно назвать режимом импедансной пленки. Поясним смысл этого термина. Для этого нужно обратиться к представлению поля периодической структуры в виде набора пространственных гармоник Флоке. В нашем случае периодическая структура формируется металлическим экраном с системой щелей. При малом периоде все гармоники, кроме нулевой, сконцентрированы около экрана (см. рис. 7.3.2).



*Рис. 7.3.2. Металлический экран с решеткой малого периода*

По оси  $Oz$  их поле занимает область величиной порядка периода решетки. Поэтому взаимодействие с внешними по отношению к экрану объектами осуществляется исключительно через нулевую гармонику Флоке, то есть через плоскую волну, поле которой не зависит от периода решетки. В этом случае экран с щелевой решеткой можно описать в терминах импедансных ЭГУ, которые очень удобны так как вся сложная структура поля около решетки полностью описывается небольшим набором параметров, имеющих смысл импедансных характеристик пленки. В случае щелевой



решетки ситуация несколько усложняется в силу анизотропии свойств щелей. По этой причине импеданс имеет тензорный характер и описывается, вообще говоря, матрицей  $2 \times 2$ . Если решетка состоит из изотропных элементов: круглых, прямоугольных и т.д. отверстий, то ее можно описать одним числом – поверхностным импедансом или проводимостью.

Представляет интерес проследить трансформацию дисперсионного уравнения собственных волн решетки при уменьшении ее периода. В общем случае дисперсионное уравнение нетрудно получить по методике описанной в разделе 7.2. При малых периодах решетки  $P_{x,y}$  дисперсионное уравнение имеет следующую структуру:

$$\left( \frac{k^2 - \beta_0^2}{\gamma_0} - \frac{\varepsilon k^2 - \beta_0^2}{q_0} \operatorname{ctg}(q_0 h) \right) + C = 0, \quad (7.3.2)$$

где  $\gamma_0 = \sqrt{\kappa_0^2 + \beta_0^2 - k^2}$ ,  $q_0 = \sqrt{\kappa_0^2 + \beta_0^2 - \varepsilon k^2}$ ,  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость ПВ. Волновое число  $\kappa_0$  является проекцией волнового вектора волны решетки на ось  $0x$ . Оно находится из решения дисперсионного уравнения. Другое волновое число  $\beta_0$  является проекцией указанного вектора на ось  $0y$ . Оно является заданной величиной. Обозначим модуль волнового вектора через  $\gamma$ . Тогда имеем следующее соотношение:

$$\gamma^2 = \kappa_0^2 + \beta_0^2. \quad (7.3.3)$$

Слагаемое  $C$  в (7.3.2) при малом периоде, а следовательно, и при малых размерах щелей не зависит от волновых чисел  $\kappa_0, \beta_0$ . Оно имеет смысл проводимости импедансной пленки, описывающей решетку в металлическом экране. Из формулы (7.3.3) видно, что волновые числа  $\kappa_0, \beta_0$  входят в дисперсионное уравнение не только в комбинации  $\kappa_0^2 + \beta_0^2$ . Такое поведение волновых чисел характерно для анизотропных структур. ПВ с щелевой

решеткой является именно такой структурой. Анизотропия свойств обусловлена наличием щелей. Сам ПВ при этом изотропен.

Дисперсионное уравнение напоминает внешне дисперсионное уравнение Е-волн диэлектрической пластины, расположенной на металлическом экране [20]. В отсутствие второго слагаемого оно просто совпадает с ним. Второе слагаемое учитывает наличие на поверхности пластины периодической структуры в виде металлического экрана со щелями.

При малых периодах решетки в уравнение (7.3.2) входят действительные функции. Поэтому его корни (в отсутствие тепловых потерь) являются действительными или мнимыми величинами. Возможны и более сложные случаи, связанные с возникновением, так называемых, комплексных волн, но мы их рассматривать не будем. Распространяющиеся волны соответствуют действительным решениям (7.3.2).

В режиме импедансной пленки решетку можно рассматривать как двумерную среду и описывать ее эквивалентными параметрами: диэлектрической и магнитной проницаемостями. В силу отмеченной выше анизотропии свойств решетки эти параметры должны иметь тензорную природу. Можно сказать, что в рассматриваемом режиме решетка демонстрирует свойства двумерного метаматериала. Отметим, что при малых периодах щелевая решетка на основе ПВ демонстрирует свойства аналогичные свойствам структур рассмотренным в главе 2.

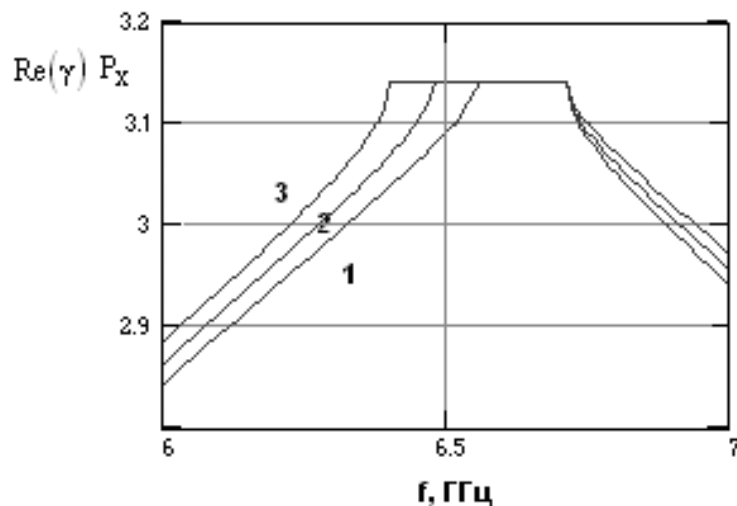
*Первая полоса запираения. Брэгговское отражение.* Первым эффектом, порожденным периодичностью решетки является появление первой полосы запираения. Если волна распространяется вдоль оси  $Ox$ , то ей приближенно соответствует условие

$$k\sqrt{\varepsilon}P_x = \pi . \tag{7.3.4}$$

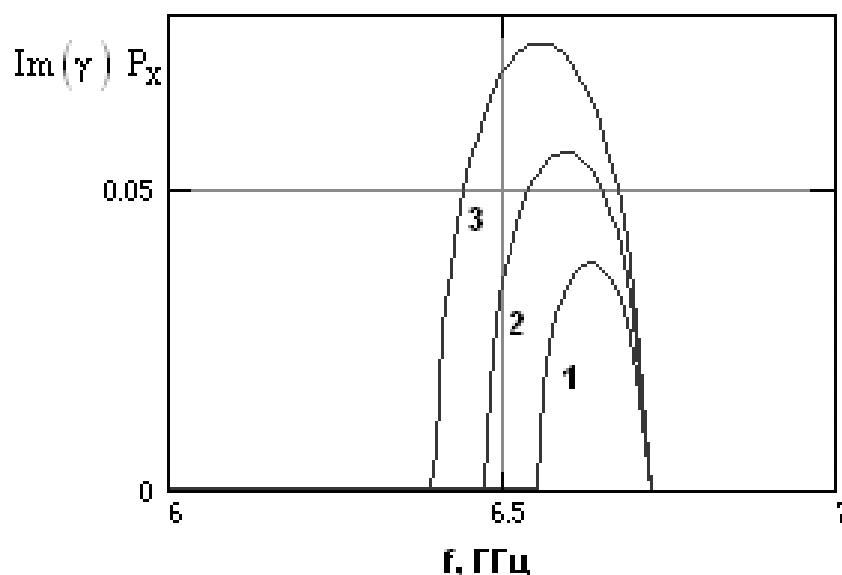
Особенностью первой полосы запираения является то, что она возникает тогда, когда решетка еще не излучает в свободное пространство из-за недостаточно большого периода. Появление полосы запираения можно интерпретировать как результат синфазного сложения волн отраженных от

линеек щелей ориентированных вдоль оси  $Oy$ . Минимальный период, при котором условия синфазного сложения выполняются, близок к половине длины волны в ПВ, что соответствует условию (7.3.4). Указанный эффект получил название Брэгговского отражения [21]. Он хорошо известен в оптике и на СВЧ.

Поведение собственной волны в области первой полосы запираения поясняется на рис. 7.3.3 и 7.3.4. Графики на рисунках посчитаны для следующих параметров:  $\varepsilon = 2.22$ , высоты ПВ  $h = 4$ ,  $P_y = 14$ ,  $P_x = 15$ , ширины щелей  $W = 1$ , длины щелей  $L = 9.5$ . Кривые 1-3 соответствуют следующим углам наклона щелей  $\theta = 75, 60, 45$  градусов. Все размеры даны в миллиметрах. Волна распространяется вдоль оси  $Ox$  -  $\varphi = 0$



*Рис. 7.3.3. Зависимость от частоты действительной части постоянной распространения*



*Рис. 7.3.4. Зависимость от частоты мнимой части постоянной распространения*

Из рис. 7.3.3 видно, что действительная часть постоянной распространения сначала растет до значения определяемого равенством  $\text{Re}(\gamma)P_x = \pi$ . В пределах полосы запираания она не меняется. Появление полосы запираания характеризуется ростом мнимой части постоянной распространения. На границах полосы она равна нулю, но имеет в граничных точках бесконечную производную.

Кривые 1-3 на рис. 7.3.3 и 7.3.4 хорошо показывают влияние угла наклона щелей на эффективность взаимодействия волны ПВ с решеткой. Чем меньше угол  $\theta$ , тем сильнее это взаимодействие. Причина такого поведения легко объяснить, если учесть, что Т-волна ПВ имеет только продольные электрические токи на экранах. Поэтому при развороте щелей вдоль оси  $Ox$  они слабее «разрезают» токи и их влияние на волну уменьшается. Уменьшение влияния проявляется в сужении полосы запираания и уменьшении затухания волны.

После прохождения полосы запираания действительная часть постоянной распространения уменьшается с ростом частоты. Такое поведение постоянной распространения, которое можно интерпретировать как

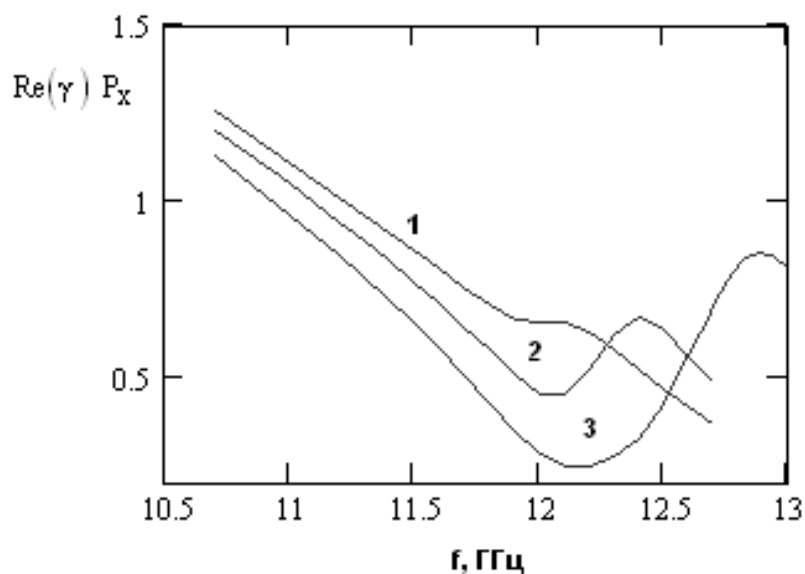
аномальную дисперсию, связано, в том числе и с областью определения постоянной распространения волны периодической структуры. Напомним, что мы всегда полагали, что она удовлетворяет неравенству:

$$|\operatorname{Re}(\gamma)| \leq \frac{\pi}{P}.$$

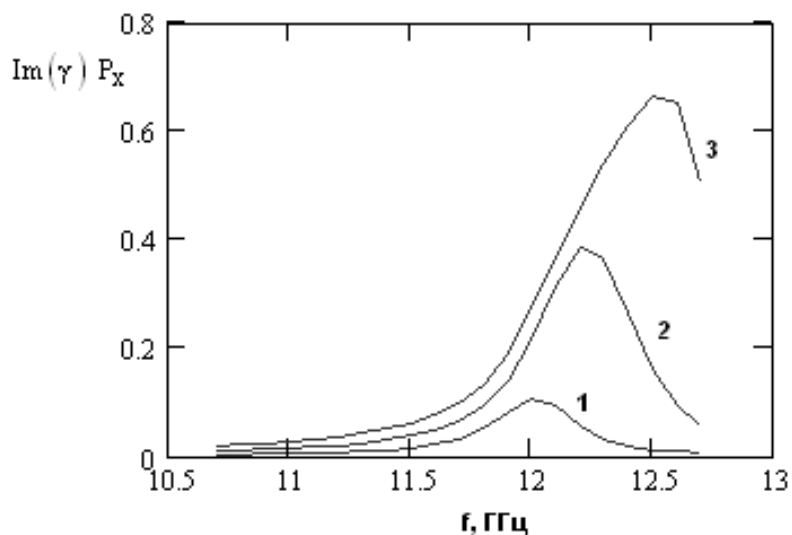
Нетрудно увидеть, что при другом выборе области определения постоянной распространения она может расти после первой полосы запираания. Следует иметь в виду, что такой произвол в свойствах постоянной распространения не означает произвола в физических свойствах исследуемого объекта. Он является следствием его специфики, обусловленной периодичностью. Для периодической структуры важен только лишь сдвиг фаз между соседними периодами, который определяется с точностью до  $2\pi$ . Отсюда и кажущийся произвол в поведении постоянной распространения, которая имеет для периодической структуры несколько другой смысл, чем для непрерывной ЛП.

*Обратное излучение в свободное пространство. Резонанс излучателя.* Дальнейшее увеличение периода решетки приводит к возникновению излучения в свободное пространство, которое выражается в появлении у постоянной распространения мнимой части, в том числе и вне полосы запираания.

Общие закономерности излучения из решетки, возбуждаемой бегущей волной хорошо известны [31]. Рассмотрим их особенности, на примере знакомой нам щелевой решетки. Их иллюстрируют рис. 7.3.5 и 7.3.6. На рис. 7.3.5 показана зависимость от частоты действительной части постоянной распространения, а на рис. 7.3.6 мнимой. Графики построены для тех же параметров, что и рис. 7.3.3, 7.3.4 за исключением того, что кривые 1-3 соответствуют  $\theta = 45, 60, 75$  градусов.



*Рис. 7.3.5. Частотная зависимость действительной части постоянной распространения*



*Рис. 7.3.6. Частотная зависимость мнимой части постоянной распространения*

Обращает на себя внимание область частот, в которой кривая зависимости  $\text{Re}(\gamma)$  от частоты имеет колебательный характер и может содержать участок с положительной производной, как это имеет место на кривых 2 и 3. В той же области частот мнимая часть постоянной распространения имеет всплеск резонансного характера. Причина такого необычного поведения постоянной распространения связана с резонансом

щели, который наступает, когда ее длина близка к половине длины щелевой волны, возникающей в щели, расположенной на границе двух сред. Квазистатическая оценка постоянной распространения щелевой волны  $\gamma_s$  дает следующий результат [109]:

$$\gamma_s = k \sqrt{\frac{\varepsilon + 1}{2}}. \quad (7.3.5)$$

Резонансную частоту щели можно очень грубо оценить из условия:

$$\gamma_s L = \pi. \quad (7.3.6)$$

В нашем случае формула (7.3.6) дает резонансную частоту равную 12.44 ГГц, что довольно близко к частотам, на которых  $\text{Im}(\gamma)$  достигает максимума. Такая близость вряд ли может быть случайной и поэтому логично объяснить необычное поведение собственной волны именно резонансом элемента решетки - щели.

Следует отметить, что резонанс щели – это полезный с практической точки зрения эффект, позволяющий расширить полосу рабочих частот антенн бегущей волны на основе решеток с резонансными щелями. Подробнее он будет рассмотрен во второй половине данного раздела при обсуждении оптимальной настройки РПВ с резонансными излучателями. Сейчас же мы можем пояснить его, анализируя зависимости угла излучения собственной волны от частоты.

Угол излучения  $\theta_m$  определен в разделе 7.1. Напомним, что под углом излучения понимается угол, под которым ориентирован максимум излучения вытекающей волны. Напомним, что угол излучения положителен, когда излучение идет по ходу распространения волны, и отрицателен, когда излучение направлено в противоположную сторону.

На рис. 5.3.9 показана частотная зависимость угла излучения. Параметры решетки те же, что и раньше. Кривые 1-3 соответствуют  $\theta = 60, 50, 40$  градусов.

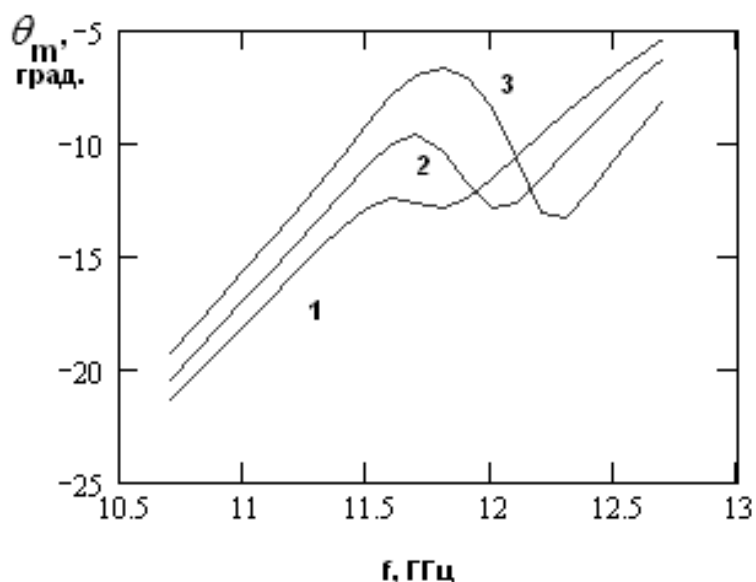


Рис. 7.3.7. Частотная зависимость угла излучения

Из рис. 7.3.7 виден известный эффект частотного сканирования [31], который наблюдается в антеннах бегущей волны. Этот эффект состоит в зависимости угла излучения от частоты. Из рис. 7.3.7 также хорошо видно, что в окрестности частоты щелевого резонанса возникает область, в которой угол излучения меняется значительно слабее, чем за пределами этой области. Таким образом, частотное сканирование в этой области частот значительно ослабляется. Этот эффект, обусловленный резонансом щели, позволяет расширить полосу рабочих частот антенны бегущей волны.

Отметим, что при выполнении неравенства

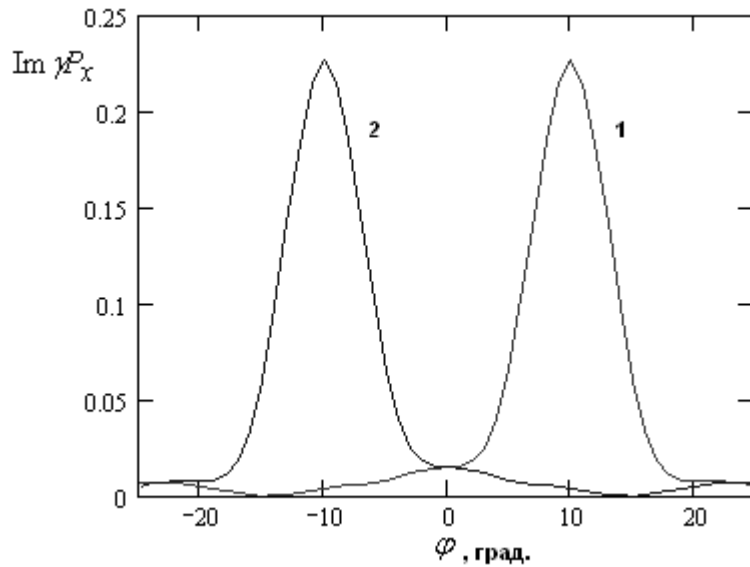
$$\operatorname{Re} \gamma P_x < 2\pi \quad (7.3.7)$$

излучение вытекающей волны направлено против направления ее распространения. Поэтому в данной области параметров реализуется режим обратного излучения.

*Анизотропия свойств решетки.* Существенное значение при распространении волн в щелевой решетке имеет анизотропия ее свойств. Интересно рассмотреть, как меняется постоянная затухания волны в решетке при изменении угла распространения  $\varphi$ , который отсчитывается от оси  $Ox$  (см. рис. 7.3.1). На рис. 7.3.8 показана зависимость мнимой части постоянной



распространения от угла  $\varphi$ . Кривые 1,2 посчитаны для  $\theta = 75$  градусов. Кривая 2 соответствует прямой волне, а 1 встречной. Прямая и встречная волны имеют одинаковые проекции волнового вектора на ось  $Oy$ , а их проекции на ось  $Ox$  направлены в разные стороны.

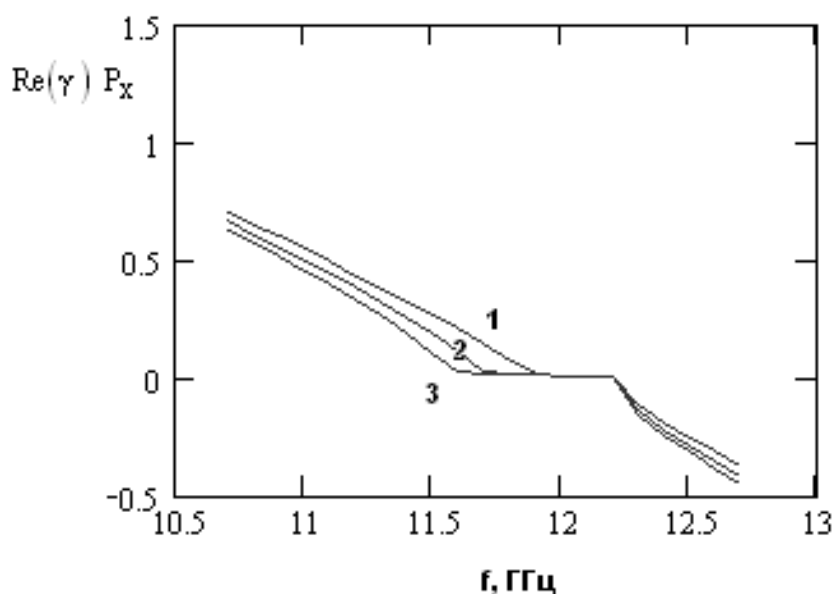


*Рис. 7.3.8. Зависимость постоянной затухания от угла распространения*

Обращает на себя внимание, то что мнимая часть постоянной распространения  $\gamma$  прямой волны обращается в нуль при  $\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta$ , то есть тогда когда она распространяется вдоль щелей. Действительная часть постоянной распространения в этой точке равна  $k\sqrt{\varepsilon}$ . Такой результат можно было ожидать, так как поле Т-волны ПВ при распространении вдоль щелей не возмущается и ее постоянная распространения не меняется и равна  $k\sqrt{\varepsilon}$ . Зависимость затухания встречной волны от угла  $\varphi$  зеркально симметрична относительно такой же зависимости для прямой волны. Поэтому ее затухание обращается в нуль при  $\varphi = -\frac{\pi}{2} + \theta$ . Это обстоятельство нельзя объяснить отсутствием влияния щелей. Скорее всего, оно связано с тем, что

магнитные токи в щелях не излучают в направлении распространения встречной волны. Более подробно эта трактовка будет изложена в следующем разделе при обсуждении эффекта Брюстера в щелевых решетках.

*Вторая полоса запираания. Эффект нормали.* Дальнейшее увеличение периода ведет к появлению второй полосы запираания, которой соответствует угол  $\theta_m$  равный нулю. То есть излучение идет по нормали к плоскости решетки. Появление полосы запираания при излучении в направлении  $\theta_m=0$  получило название эффекта нормали.



*Рис. 7.3.9. Действительная часть постоянной распространения в окрестности второй полосы запираания*

На рис. 7.3.9 и 7.3.10 показано как меняются действительная и мнимая части постоянной распространения от частоты в области второй полосы запираания. Кривые 1-3 посчитаны для  $L=7.5$   $P_x=16.5$ . Они соответствуют углам  $\theta = 45,30,15$  градусов.

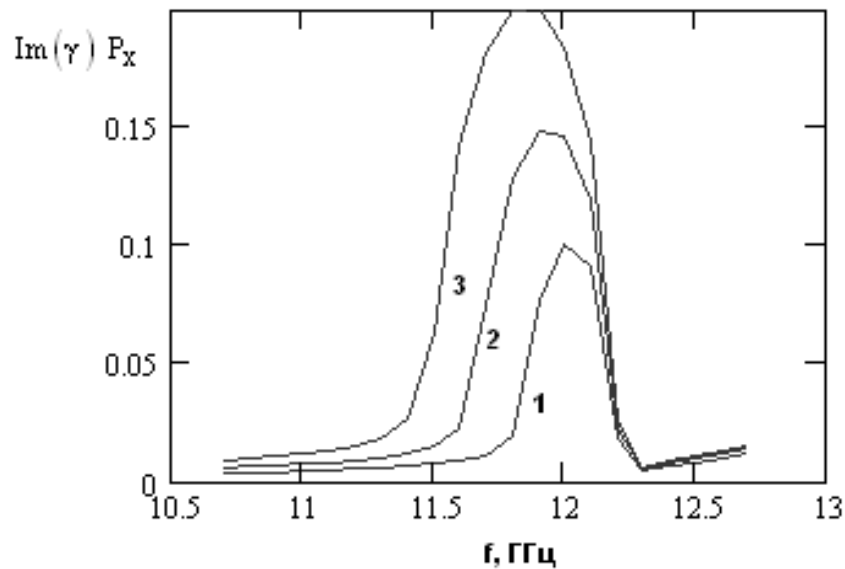


Рис. 7.3.10. Мнимая часть постоянной распространения в окрестности второй полосы запираия

*Излучение вперед.* После прохождения второй полосы запираия дальнейшее увеличение периода решетки вновь приводит к распространению в ней вытекающей волны. Основное ее отличие от волны в режиме обратного излучения состоит в том, что теперь при выполнении неравенства:

$$\operatorname{Re} \gamma P_x > 2\pi \quad (7.3.8)$$

излучение ориентировано в направлении совпадающем с направлением распространения волны, то есть вперед.

*Побочные дифракционные максимумы.* Следующий физический эффект, к которому приводит рост периода решетки - это появление дополнительных, побочных максимумов излучения. До сих пор мы имели дело с вытекающей волной, излучение которой было ориентировано в одном направлении, описываемом углом излучения. Однако, начиная с некоторого значения  $P_x$ , которое находится из следующего уравнения:

$$(\operatorname{Re} \gamma + k)P_x = 4\pi, \quad (7.3.9)$$

где  $k$  - волновое число свободного пространства, энергия излучения делится в двух направлениях.

В теории антенн этому режиму соответствует появление в ДН решетки дополнительного максимума, который по амплитуде не уступает основному. Обычно считается, что дальнейшее увеличение периода смысла не имеет, так как антенны с многолепестковыми ДН не находят большого практического использования. На этом качественный анализ основных физических эффектов и режимов функционирования решетки будем считать законченным.

Далее мы рассмотрим выбор параметров РПВ с резонансными излучателями. Эту процедуру можно рассматривать как синтез РПВ с учетом ее поведения в полосе частот или частотный синтез. Данная задача в работе [30] решается в рамках модели РПВ в виде эквивалентной схемы.

*Синтез РПВ с резонансными излучателями. Антенна бегущей волны.* На рис. 7.3.11 качественно показана зависимость угла излучения для РПВ со следующими параметрами:  $P_x = 12$ , добротность контура, являющегося моделью излучателя  $Q = 19.5$ , характеристическое сопротивление контура  $R_c = 0.232Z_0$ ,  $Z_0$  - характеристическое сопротивление ЛП. Кривая 1 соответствует антенне с нерезонансными ( $Q = 0$ ), а кривая 2 с резонансными излучателями.

Пусть угол  $\theta_{m0}$  является номинальным углом излучения, то есть углом, под которым РПВ должна излучать на центральной частоте рабочего диапазона  $f_0$ . В примере, которому соответствует рис. 7.3.11 он равен  $45^\circ$ .

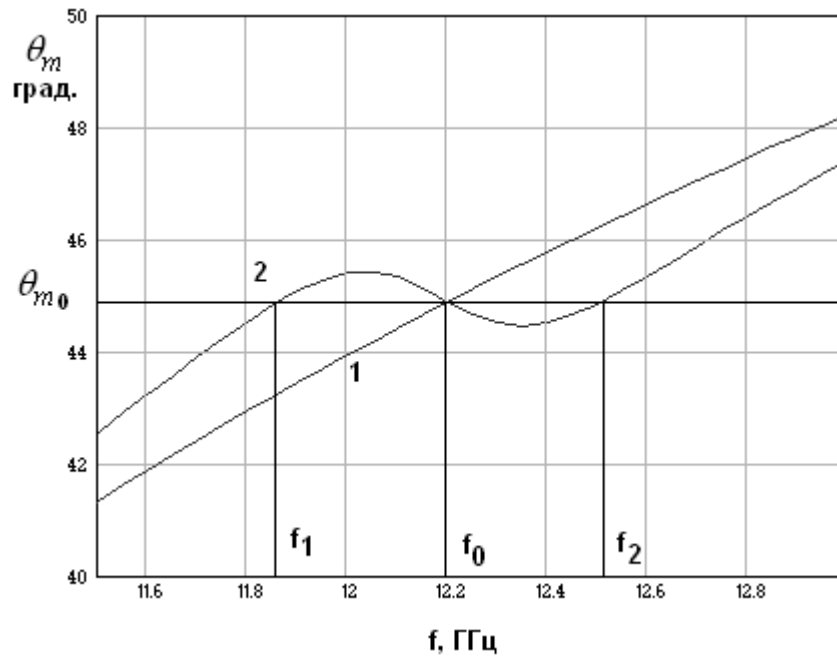


Рис. 7.3.11. Угол излучения антенны бегущей волны

Из рис. 7.3.11 видно, что при правильном выборе параметров контуров угол излучения может быть равен номинальному значению не только на центральной частоте, как в случае нерезонансных излучателей, но и на двух дополнительных частотах  $f_{1,2}$ .

Рассмотрим далее зависимость от частоты другого важного параметра антенны – затухания волны  $\alpha_p$ . На рис. 1.8. показана частотная зависимость

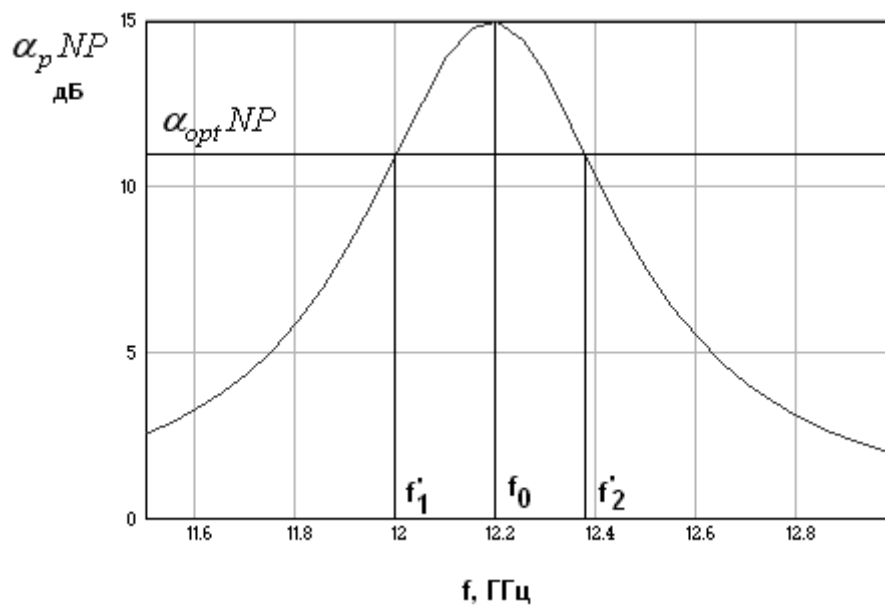


Рис. 7.3.12. Затухание волны решетки

полного затухания волны на длине антенны  $\alpha_p NP$ ,  $N$  - число излучателей РПВ вдоль оси  $Ox$ . Поскольку период  $P_y$  мы далее не используем, то также как в разд. 7.1 в обозначении периода по оси  $Ox$  мы опускаем нижний индекс  $P = P_x$ .

Горизонтальной линией на рис. 7.3.12 показано оптимальное значение полного затухания, которое найдено в разделе 7.1 и равно 11.3 дБ. Из рис. 7.3.12 видно, что оно достигается на двух частотах  $f'_{1,2}$ , которые, вообще говоря, не обязательно равны  $f_{1,2}$ . Равенство частот  $f'_{1,2}$  и  $f_{1,2}$  является результатом правильного выбора параметров антенны, которое обеспечивает достижение максимально возможного КИП антенны на двух частотах, так как на этих частотах антенна имеет оптимальное амплитудное распределение и одновременно излучает в требуемом направлении.

Найдем далее частоты  $f'_{1,2}$  и  $f_{1,2}$ . Для простоты записи соотношений вместо частоты введем частотную расстройку  $\xi$ :

$$\xi = \frac{f - f_0}{f_0}. \quad (7.3.10)$$

Анализ частотных зависимостей угла излучения и затухания проведенный в работе [30] позволяет найти параметры излучателя, обеспечивающие равенство частот  $f'_{1,2}$  и  $f_{1,2}$ :

$$R_c = \frac{2Z_0\Delta_0}{N}. \quad (7.3.11)$$

$$Q = \frac{N(k_0 P U'_0 + 2\pi n)}{2\Delta_{opt}}, \quad (7.3.12)$$

где  $\Delta_{opt}$  - оптимальное значение затухания на длине РПВ,  $k_0$  - волновое число свободного пространства на частоте  $f_0$ ,  $U'_0$  - производная по частоте

от коэффициента замедления волны ЛП на частоте  $f_0$ ,  $n$  - номер пространственной гармоники, на которой излучает РПВ. Для ЛП с быстрыми волнами он равен нулю, а медленными минус единице.

Смысл параметра  $\Delta_0$  можно понять из качественной частотной зависимости КИП антенны с резонансными излучателями. Она показана на рис. 7.3.13.

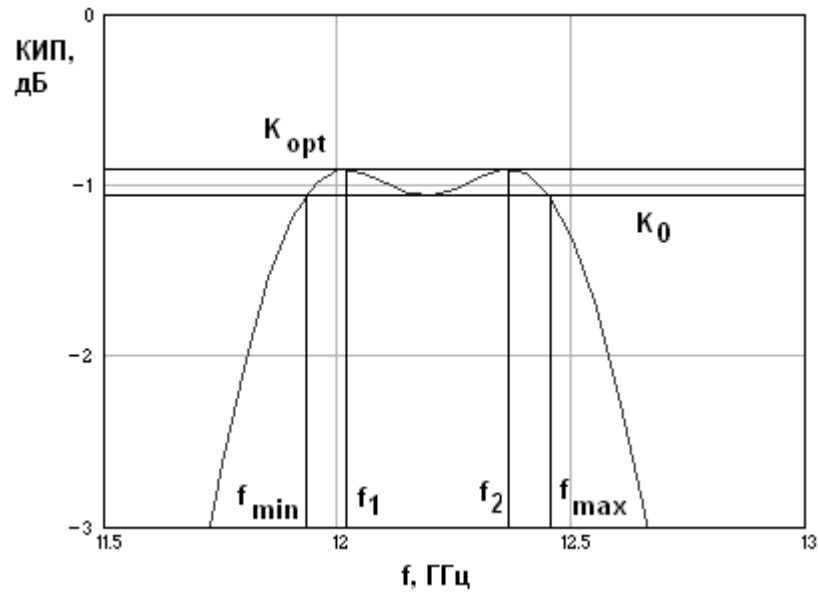


Рис. 7.3.13. КИП антенны с резонансными излучателями

Из рис. 7.3.13 видно, что график зависимости КИП от частоты имеет двугорбый характер. На частотах  $f_{1,2}$  он достигает своего оптимального значения  $K_{opt}$ , а на центральной частоте он равен некоторому меньшему значению  $K_0$ . Это значение определяет допустимое снижение КИП в полосе рабочих частот антенны. Оно должно рассматриваться как заданная величина. Снижение КИП в центре диапазона обусловлено тем, что затухание на длине антенны не равно оптимальному значению (см. рис. 1.8). Оно имеет значение  $\Delta_0$ , которое определяется параметром  $K_0$  из уравнения:

$$КИП(\Delta_0) = K_0. \quad (7.3.13)$$

Относительная ширина рабочего диапазона  $\tilde{\delta}$ , определенная по частотам  $f_{1,2}$ , равна  $2\xi_1$  и при выполнении (7.3.13) определяется следующим образом:

$$\tilde{\delta} = \frac{2\Delta_{opt}}{N(k_0PU'_0 - 2\pi n)} \sqrt{\frac{\Delta_0}{\Delta_{opt}} - 1}. \quad (7.3.14)$$

Полная относительная полоса частот  $\delta$  шире  $\tilde{\delta}$  в зависимости от других параметров в 1.3-1.5 раза:

$$\delta = (1.3 - 1.5)\tilde{\delta}. \quad (7.3.15)$$

Полученные результаты полностью решают задачу оптимального выбора параметров антенны бегущей волны с резонансными излучателями.

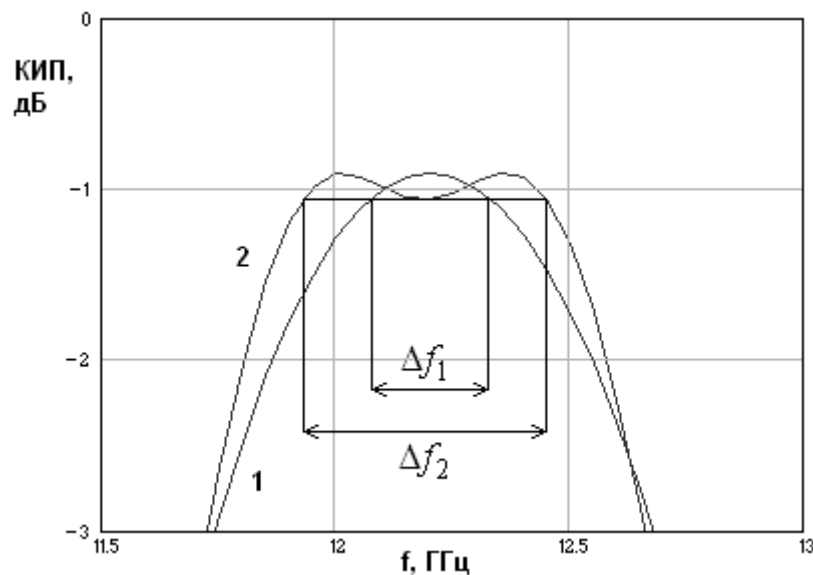


Рис. 7.3.14. КИП резонансной и нерезонансной антенн бегущей волны

Для определения практического выигрыша от использования антенны бегущей волны с правильно настроенными излучателями можно рассмотреть показанные на рис. 7.3.14 графики частотных зависимостей КИП резонансной и нерезонансной антенн (кривые 2 и 1 соответственно). Из рис. 7.3.14 видно, что полоса рабочих частот нерезонансной антенны  $\Delta f_1$  более чем в два раза



уже полосы рабочих частот ее резонансного аналога  $\Delta f_2$ . Это преимущество можно было бы еще несколько увеличить, увеличивая допустимое снижение КИП в рабочем диапазоне. В представленном примере оно равно 0.3 дБ.

*Антенна стоячей волны.* Далее рассмотрим выбор параметров антенны со стоячей волной, учитывающий резонансный характер излучателей решетки. Отметим, что в большинстве случаев такая антенна имеет период близкий к длине волны в питающей ЛП. Известны, однако, антенны с периодом около половины длины волны. В них синфазное распределение источников в апертуре достигается за счет того, что с помощью специальных средств соседние излучающие элементы возбуждаются в противофазе, что компенсирует противофазность возбуждения, обусловленную набегом фазы на периоде решетки. В качестве примера такой антенны можно привести волноводно – щелевую решетку с продольными щелями, в которой соседние щели сдвинуты в разные стороны от оси волновода [122]. Анализ решеток обоих типов полностью аналогичен. Поэтому без потери общности мы рассмотрим только случай периода близкого к длине волны.

Потребуем, чтобы условия идеального согласования выполнялись для двух значений частотной расстройки  $\xi_{1,2}$ :

$$\xi_{1,2} = \pm \Delta \xi,$$

где  $\Delta \xi$  - неизвестный пока параметр. Условия идеального согласования требуют, чтобы действительная часть входного импеданса была равна  $Z_0$ , а мнимая нулю.

Таким образом, мы имеем три неизвестных параметра  $R_c, Q$  и  $\Delta \xi$  и два условия идеального согласования. Для однозначного определения неизвестных параметров нам необходимо сформулировать дополнительное условие. Потребуем, чтобы на центральной частоте коэффициент стоячей волны (КСВ) по входу антенны был равен заданной величине  $K_0$ .

Получаемая из условия равенства КСВ РПВ при  $\xi = \xi_{1,2}$  система уравнений имеет следующее решение:

$$Q = \frac{N}{2}, \quad (7.3.16)$$

$$\Delta\xi = \frac{\sqrt{K_0 - 1}}{N}.$$

Соотношения (7.3.16) решают задачу выбора параметров РПВ со стоячей волной в режиме резонанса излучателя. Отметим, что эти соотношения весьма просты. Из них, в частности следует, что полоса рабочих частот антенны уменьшается с ростом ее направленности, которая пропорциональна числу элементов решетки  $N$ .

На рис. 7.3.15 показана частотная зависимость коэффициента отражения от входа антенны, состоящей из семи элементов. Кривые 1,2 соответствуют излучателям с добротностью равной 15.7 и ноль и традиционной настройке антенны с идеальным согласованием на центральной частоте. Кривая 3 получена для излучателей с добротностью 15.7 и настройки с двумя точками согласования.

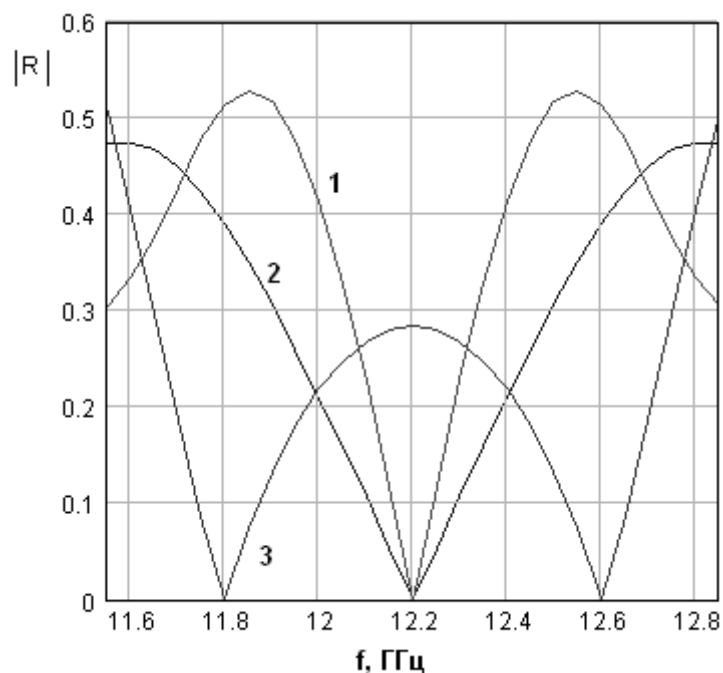


Рис. 7.3.15. Коэффициент отражения РПВ со стоячей волной

Из рис. 7.3.15 хорошо видно, что новая настройка антенны дает существенные преимущества по сравнению с известным выбором параметров. Интересно, что в рамках традиционного решения повышение добротности сужает полосу рабочих частот устройства, в то время как в новом решении резонансные свойства излучателя удается использовать для улучшения показателей качества антенны.

Интересно рассмотреть зависимость КИП антенны от частоты. Она показана на рис. 7.3.16. Кривая 1 соответствует обычной настройке антенны, а кривая 2 описанной выше. Обращает на себя внимание то, что в отличие от кривой 1 кривая 2 нигде не пересекает нулевой уровень. Такое поведение КИП связано с особенностями амплитудно – фазового распределения в апертуре антенны. КИП равный нулю дБ обеспечивает равномерное распределение, которое достигается на центральной частоте диапазона, когда период решетки в точности равен длине волны в ЛП. При обычной настройке антенна согласована на этой же частоте. В результате при  $f = f_0$  КИП достигает абсолютного максимума.

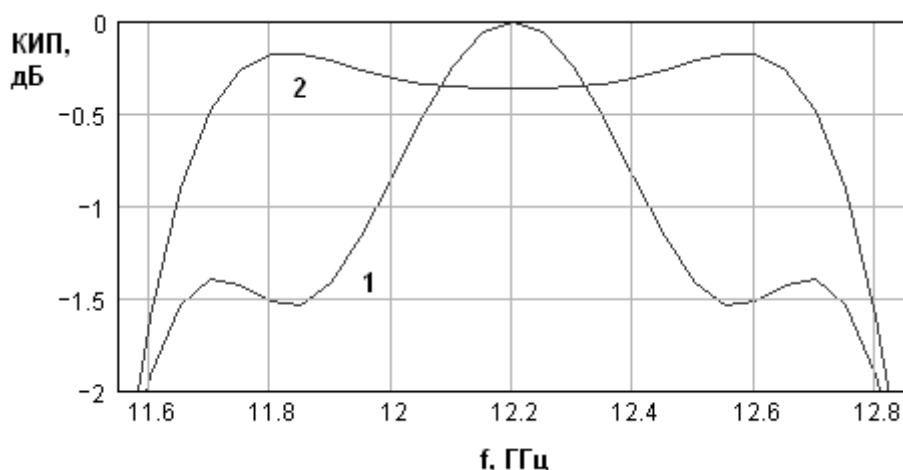


Рис. 7.3.16. КИП антенны стоячей волны

При настройке антенны на две частоты идеального согласования на этих частотах амплитудно – фазовое распределение отличается от равномерного, что приводит к некоторому снижению КИП. Отметим, что это снижение

весьма мало. В приведенном примере оно составляет 0.2 дБ. При этом полоса рабочих частот, определенная, например, по уровню  $-1$  дБ увеличивается по сравнению с известным случаем многократно.

Отметим еще одну возможность улучшения ПК антенны стоячей волны. До сих пор мы использовали в качестве входной ЛП линию с характеристическим сопротивлением  $Z_l$  равным сопротивлению линии, в которую включены излучатели решетки  $Z_0$ . Допустим теперь, что эти сопротивления отличаются. Теоретический анализ для этого случая не проводился. Антенна оптимизировалась численно. Было показано, что при  $Z_l \neq Z_0$  можно добиться идеального согласования на трех частотах: центральной и двух боковых. На рис. 7.3.17 приведена частотная зависимость модуля коэффициента отражения от семиэлементной антенны с теми же параметрами, что и раньше за исключением того, что теперь  $Z_l = 0.71Z_0$ .

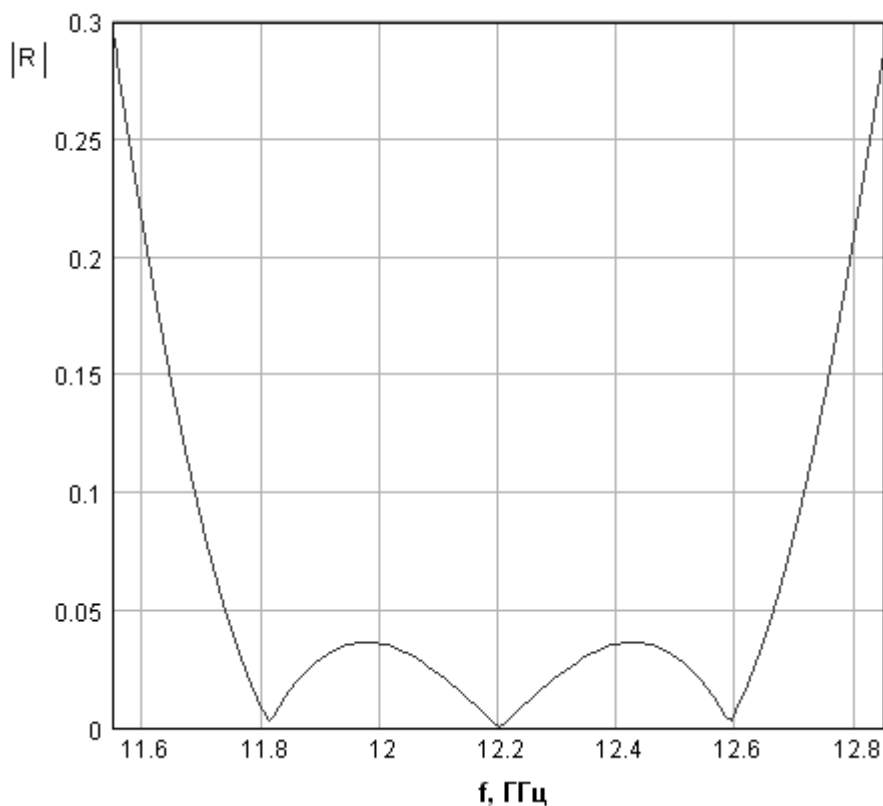
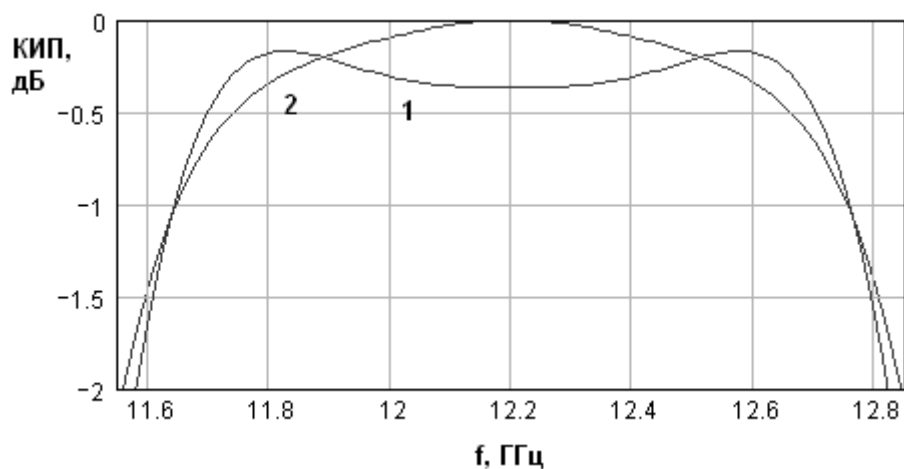


Рис. 7.3.17. Коэффициент отражения при  $Z_l \neq Z_0$

Видно, что уровень коэффициента отражения в рабочем диапазоне существенно снизился. Однако, следует сказать, что поведение КИП антенны согласованной на трех частотах не улучшилось. Оно показано на рис. 7.3.18.



*Рис. 7.3.18. КИП антенны согласованной на трех частотах*

Теперь КИП достигает абсолютного максимума на центральной частоте (см. кривую 2 на рис. 7.3.18), но спадает несколько быстрее, чем в случае антенны согласованной на двух частотах (кривая 1 на рис. 7.3.18). Поэтому, например, при определении полосы по уровню КИП в  $-0.5$  дБ новая настройка дает худший результат. По уровню  $-1$  дБ они оказываются эквивалентными. Таким образом, существенного улучшения КИП антенны не наблюдается.

#### 7.4. РПВ с расширенными функциональными возможностями

В этом разделе мы рассмотрим качественно способы решения трех важных практических задач с помощью решеток с двумя излучателями на периоде. Для определенности рассматриваем щелевые решетки на ПВ. К этим задачам относятся: создание РПВ с заданной плоскостью линейной поляризации, создание РПВ с круговой поляризацией и создание РПВ, излучающих по нормали к плоскости решетки.

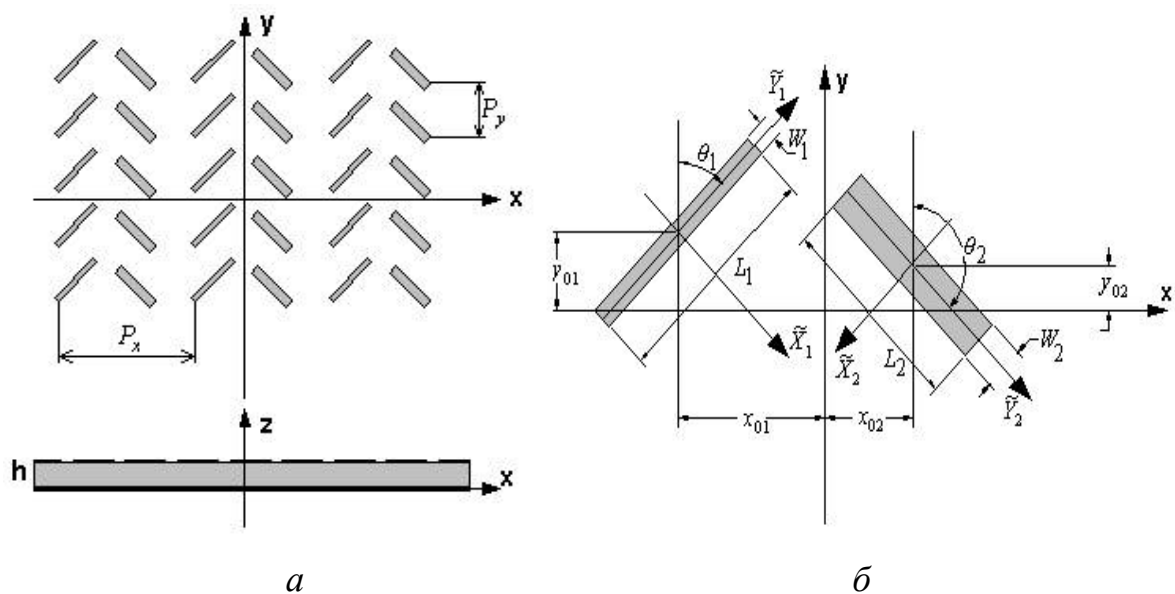


Рис. 7.4.1. Решетка с двумя щелями на периоде

*Решетки с заданной плоскостью линейной поляризации.* Одной из проблем проектирования решеток на ПВ является невозможность независимой регулировки связи щели с ПВ и плоскости поляризации излучения при сохранении выгодного режима резонанса щели. Указанную проблему невозможно решить в простейшей структуре с одной щелью на периоде. Рассмотрим, как она решается в более сложной антенне с двумя щелями (см. рис. 7.4.1 а,б). Для этого на первом этапе проанализируем качественно плоскость поляризации излучения РПВ в рамках

элементарной теории таких антенн, не учитывающей эффектов взаимодействия щелей в решетке.

Рассмотрим щелевую решетку в следующем приближении. Пусть структура возбуждается плоской Т - волной ПВ, падающей под углом падения в плоскости ХОУ  $\varphi_i$  (см. рис. 7.2.1). Полагаем, что поле излучения создается магнитными токами в щелях, которые для простоты заменяет элементарными магнитными диполями. Амплитуда тока в диполе пропорционально магнитному полю падающей волны.

Для компонент электрического поля в дальней зоне в рамках принятого приближения получается выражение:

$$\begin{aligned}
 E_{\vartheta} &= -ik \sum_{p=1}^2 q^p \cos(\phi + \theta_p) \cos(\theta_p - \varphi_i) \\
 &e^{i(k \sin \vartheta \cos \phi - \kappa_0)x_{0p} + i(k \sin \vartheta \sin \phi - \beta_0)y_{0p}} M(\vartheta, \varphi), \\
 E_{\phi} &= ik \cos \vartheta \sum_{p=1}^2 q^p \sin(\phi + \theta_p) \cos(\theta_p - \varphi_i) \\
 &e^{i(k \sin \vartheta \cos \phi - \kappa_0)x_{0p} + i(k \sin \vartheta \sin \phi - \beta_0)y_{0p}} M(\vartheta, \varphi), \\
 M(\vartheta, \varphi) &= \left( \frac{1 - e^{i(k \sin \vartheta \sin \phi - \beta_0)MP_y}}{1 - e^{i(k \sin \vartheta \sin \phi - \beta_0)P_y}} \right) \left( \frac{1 - e^{i(k \sin \vartheta \cos \phi - \kappa_0)NP_x}}{1 - e^{i(k \sin \vartheta \cos \phi - \kappa_0)P_x}} \right),
 \end{aligned} \tag{7.4.1}$$

где  $M(\vartheta, \varphi)$  - множитель комбинирования РПВ,  $q^p$  - коэффициент пропорциональности, имеющий смысл дипольного момента магнитного диполя,  $p$  - индекс равный 1,2, соответствующий номеру щели в паре,  $\vartheta, \varphi$  - углы сферической системы координат,  $\theta_p$  - углы наклона первой и второй щелей (см. рис. 7.4.1),  $x_{0p}, y_{0p}$  - координаты центров щелей из одного периода,  $N$  - число щелей по оси 0x,  $M$  - число щелей по оси 0y,  $\kappa_0, \beta_0$  - проекции волнового вектора падающей волны на оси 0x и 0y.

Отметим, что направление главного максимума ДН РПВ определяется в основном множителем комбинирования, по крайней мере, когда число периодов по обеим координатам много больше единицы. Будем исследовать поляризационные свойства поля в направлении главного максимума. Углы сферической системы координат в направлении главного максимума удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$k \sin \vartheta \cos \varphi - \kappa_0 = \frac{2\pi n}{P_x}, \quad (7.4.2)$$

$$k \sin \vartheta \sin \varphi - \beta_0 = \frac{2\pi m}{P_y}.$$

Параметры  $n, m$  принимают в общем случае значения от минус до плюс бесконечности. Они имеют смысл номеров пространственных гармоник. Поскольку мы анализируем поле в дальней зоне, которому соответствуют действительные значения углов  $\vartheta_m, \varphi_m$ , то нас интересуют только излучающие пространственные гармоники. Обычно параметры решеток выбираются таким образом, что распространяется только гармоника с  $m = 0$ . Номер  $n$  может принимать разные значения. Для РПВ на основе ПВ наиболее характерно значение  $n = -1$ , так как в ПВ основная Т – волна является замедленной волной.

Множитель комбинирования в направлении главного максимума, которое задается углами  $\vartheta_m, \varphi_m$  равен  $NM$ . Тогда для компонент поля излучения в этом направлении получаем соотношение:

$$E_{\vartheta_m} = -ikNM \sum_{p=1}^2 q^p \cos(\phi_m + \theta_p) \cos(\theta_p - \varphi_i) e^{i \frac{2\pi n}{P_x} x_{0p}},$$

$$E_{\varphi_m} = ikNM \cos \vartheta_m \sum_{p=1}^2 q^p \sin(\phi_m + \theta_p) \cos(\theta_p - \varphi_i) e^{i \frac{2\pi n}{P_x} x_{0p}}.$$



(7.4.3)

Рассмотрим типовое для решеток на ПВ решение, позволяющее получить излучение с заданной плоскостью поляризации. Это решение справедливо для щелей двух типов с одинаковыми размерами, но разной ориентацией. В этом случае справедливо равенство:  $q^1 = q^2 = q$ . Номер  $n$  равен минус единице. Разместим щели, таким образом, чтобы между их центрами по оси  $0x$  было бы одинаковое расстояние (см. рис. 7.4.2). Это достигается при  $x_{01,2} = \pm P_x/4$ .

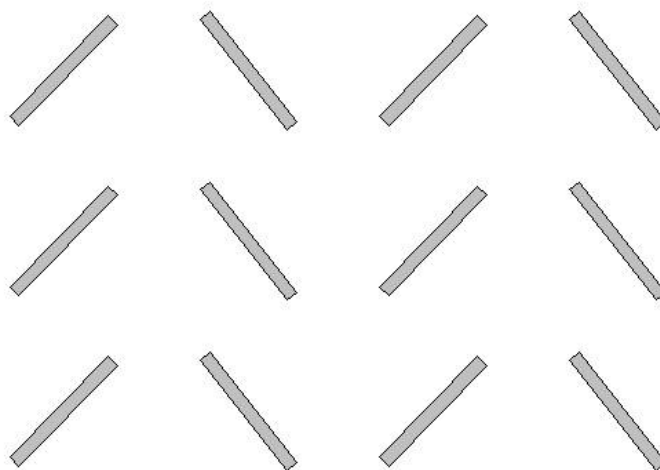


Рис. 7.4.2. Конфигурация щелей для создания излучения линейной поляризации

С учетом сделанных замечаний получаем:

$$\begin{aligned}
 E_{\vartheta m} &= -kNMq(\cos(\phi_m + \theta_1)\cos(\theta_1 - \varphi_i) - \cos(\phi_m + \theta_2)\cos(\theta_2 - \varphi_i)), \\
 E_{\phi m} &= \\
 &= kNMq \cos \vartheta_m (\sin(\phi_m + \theta_1)\cos(\theta_1 - \varphi_i) - \sin(\phi_m + \theta_2)\cos(\theta_2 - \varphi_i)).
 \end{aligned}
 \tag{7.4.4}$$

Из формул (7.4.4) видно, что компоненты поля либо синфазны, либо противофазны. Таким образом, поляризация излучения линейная. Ее можно характеризовать плоскостью поляризации, которая проходит через

радиус – вектор, соединяющий начало координат и точку наблюдения. В этой плоскости колеблется вектор электрического поля, задаваемый компонентами  $E_{\vartheta m}$  и  $E_{\phi m}$ . Положение плоскости поляризации в пространстве определяется углом  $\psi$  :

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{E_{\phi m}}{E_{\vartheta m}}. \quad (7.4.5)$$

Из соотношения (7.4.5) видно, что при  $E_{\phi m}=0$  угол  $\psi$  равен нулю. Плоскость поляризации при данном условии ориентирована вертикально. Таким образом, угол  $\psi$  показывает отклонение плоскости поляризации от ее вертикального положения. Смысл этого параметра поясняет рис. 7.4.3.

Из рис. 7.4.3 видно, что положение плоскости поляризации при углах  $\psi$  больших  $\pi$  тождественно ее положению при угле  $\psi - \pi$ . Поэтому в соотношении (7.4.5) можно компоненту  $E_{\phi m}$  брать по модулю. В этом случае угол  $\psi$  будет лежать в пределах от нуля до  $\pi$ .

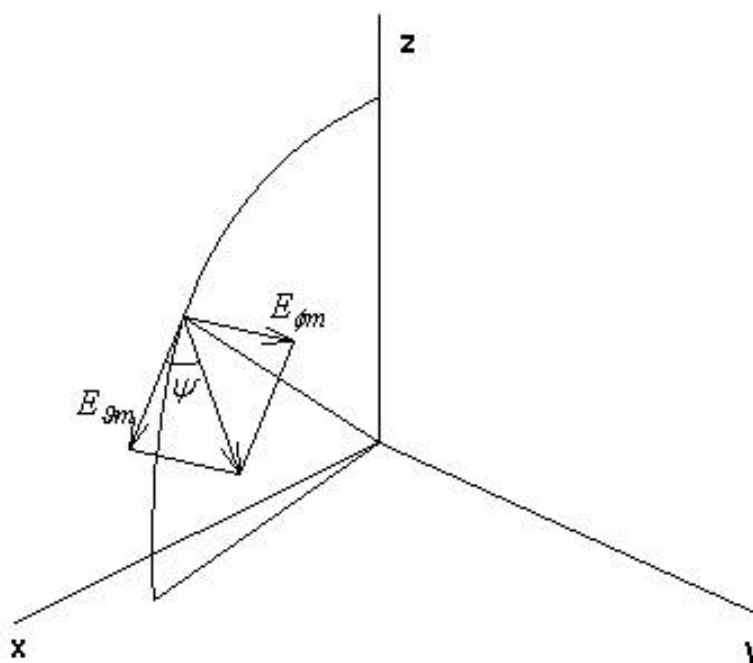


Рис. 7.4.3. К определению угла  $\psi$

Подставим соотношения (7.4.4) в формулу (7.4.5):

$$\operatorname{tg} \psi = - \frac{\cos \mathcal{G}_m (\sin(\phi_m + \theta_1) \cos(\theta_1 - \varphi_i) - \sin(\phi_m + \theta_2) \cos(\theta_2 - \varphi_i))}{(\cos(\phi_m + \theta_1) \cos(\theta_1 - \varphi_i) - \cos(\phi_m + \theta_2) \cos(\theta_2 - \varphi_i))}. \quad (7.4.6)$$

Выражение (7.4.6) можно рассматривать в качестве уравнения относительно одного из углов  $\theta_{1,2}$ , например  $\theta_2$ . Тогда угол  $\theta_1$  остается свободным параметром, который можно использовать для выбора оптимального уровня связи щелей с ПВ.

Представляет большой практический интерес случай нормального падения Т – волны ПВ на решетку, при котором  $\phi_m = \varphi_i = 0$ . При выполнении этого равенства соотношение (7.4.6) можно упростить:

$$\operatorname{tg} \psi = \cos \mathcal{G}_m \operatorname{ctg}(\theta_1 + \theta_2). \quad (7.4.7)$$

Уравнение (7.4.7) решается относительно переменных  $\theta_{1,2}$ :

$$\theta_1 + \theta_2 = \operatorname{arctg} \left( \frac{\cos \mathcal{G}_m}{\operatorname{tg} \psi} \right). \quad (7.4.8)$$

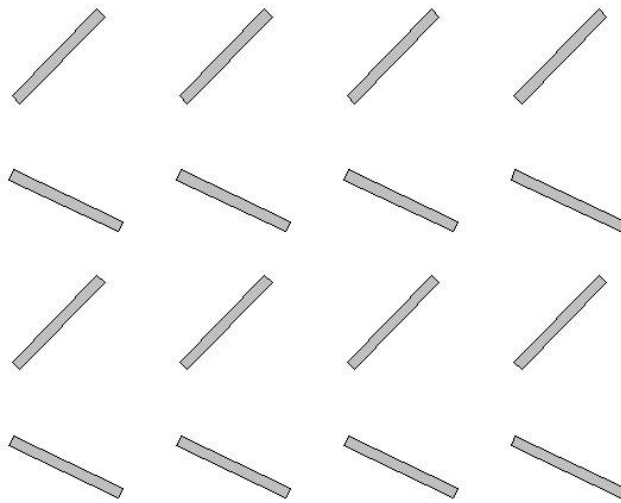


Рис. 7.4.4. Расположение щелей для создания излучения с линейной поляризацией поля

Рассмотрим еще один способ создания излучения линейной поляризации. Ему соответствует расположение щелей, показанное на рис. 7.4.4. Видно, что щели первого и второго типа имеют одинаковые координаты центров  $x_{01,2}$ , но разные углы  $\theta_{1,2}$ . Компоненты поля для решетки, показанной на рис. 5.4 записываются следующим образом:

$$E_{\vartheta m} = -ikNMq(\cos(\phi_m + \theta_1) \cos(\theta_1 - \varphi_i) + \cos(\phi_m + \theta_2) \cos(\theta_2 - \varphi_i)),$$

$$E_{\phi m} =$$

$$= ikNMq \cos \vartheta_m (\sin(\phi_m + \theta_1) \cos(\theta_1 - \varphi_i) + \sin(\phi_m + \theta_2) \cos(\theta_2 - \varphi_i)).$$

(7.4.9)

При нормальном падении Т – волны соотношения (7.4.9) можно упростить:

$$E_{\vartheta m} = -ikNMq(\cos^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_2),$$

(7.4.10)

$$E_{\phi m} = ikNMq \cos \vartheta_m (\sin \theta_1 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \cos \theta_2).$$

Уравнение, обеспечивающее заданное положение плоскости поляризации имеет следующий вид:

$$tg \xi = -\frac{\sin 2\theta_1 + \sin 2\theta_2}{2 + \cos 2\theta_1 + \cos 2\theta_2},$$

(7.4.11)

$$tg \xi = \frac{tg \psi}{\cos \vartheta_m}.$$

Уравнение (7.4.11) имеет решение:

$$\theta_1 = -\frac{1}{2}(\xi + \arcsin(2 \sin \xi + \sin(\xi + 2\theta_2))).$$

(7.4.12)

На рис. 7.4.5 показана зависимость угла  $\theta_1$  от угла  $\theta_2$ . Кривые 1 – 6 соответствуют  $\psi = 0, 15, 30, 45, 60, 75^\circ$ . Графики построены для  $\vartheta_m = 30^\circ$ .

Видно, что действительное решение уравнения (7.4.12) существует не при всех значениях угла  $\theta_2$ . На горизонтальном участке кривой угол  $\theta_1$  имеет комплексное значение. Можно отметить, что при увеличении угла  $\psi$ , то есть при приближении к горизонтальной поляризации излучения антенны область существования действительных решений уменьшается и в пределе при  $\psi = 90^\circ$  она полностью исчезает. Таким образом, отметим, что анализируемый способ создания излучения с заданной плоскостью поляризации имеет меньшие возможности, чем рассмотренный выше.

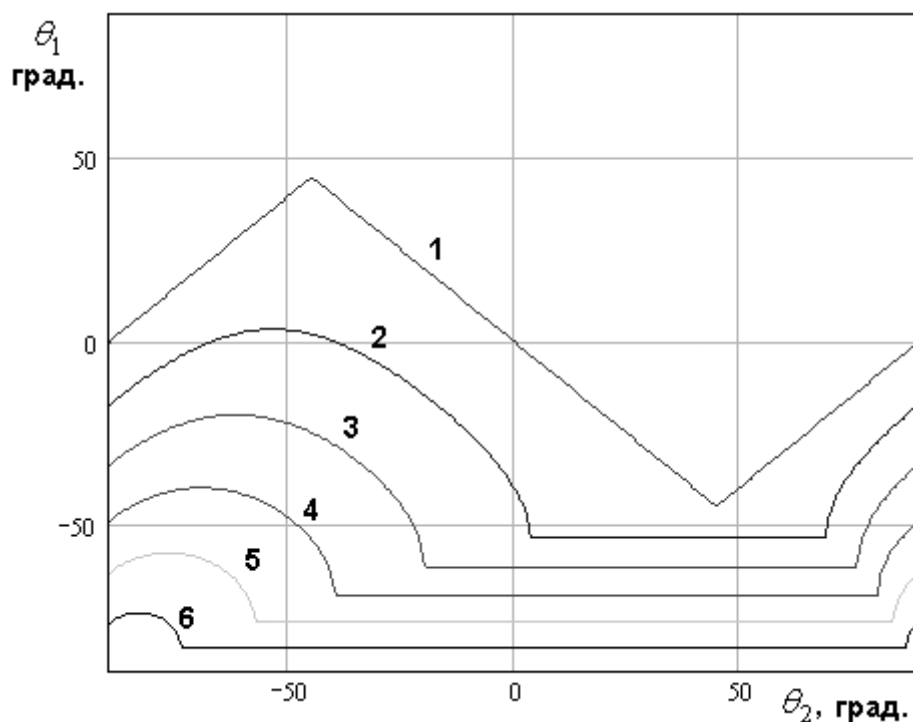


Рис. 7.4.5. Зависимость угла поворота щели первого типа от угла поворота щели второго типа

Решетки с круговой поляризацией поля излучения. Будем использовать для создания решеток с круговой поляризацией также как и раньше щели двух типов с одинаковыми размерами, но разной ориентацией. Компоненты поля излучения при работе на минус первой гармонике и нормальном падении Т – волны ПВ имеют следующий вид:

$$E_{\vartheta m} = -ikNMq(\cos^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_2 e^{-i\Delta\varphi}) e^{-i\frac{2\pi}{P_x}x_{01}},$$

$$E_{\varphi m} = ikNMq \cos \vartheta_m (\cos \theta_1 \sin \theta_1 + \cos \theta_2 \sin \theta_2 e^{-i\Delta\varphi}) e^{-i\frac{2\pi}{P_x}x_{01}},$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{P_x} \Delta x, \Delta x = x_{02} - x_{01}. \quad (7.4.13)$$

Наша задача состоит в том, чтобы выбрать параметры  $\theta_{1,2}$  и  $\Delta\varphi$  таким образом, чтобы выполнялось равенство, обеспечивающее круговую поляризацию поля:

$$\frac{E_{\varphi m}}{E_{\vartheta m}} = \pm i. \quad (7.4.14)$$

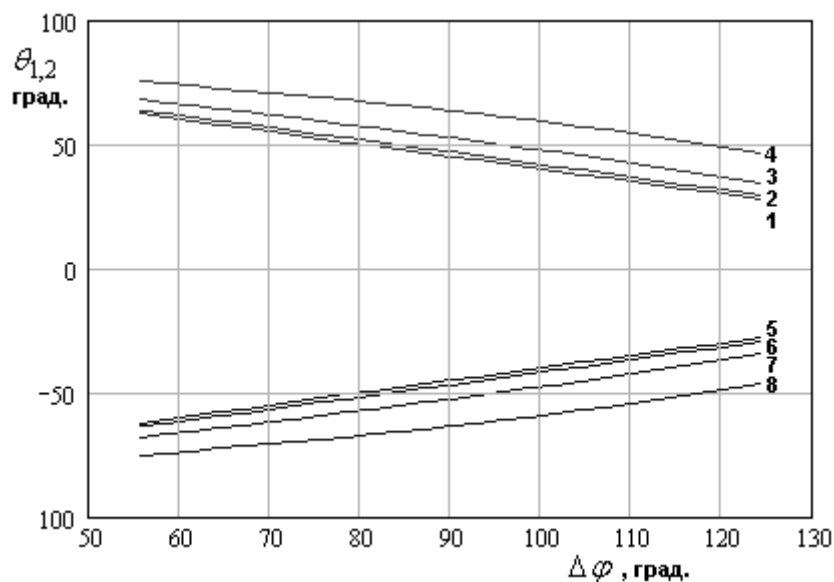


Рис. 7.4.6. Зависимость углов наклона щелей от сдвига фаз  $\Delta\varphi$

Комплексное уравнение (7.4.14) приводит к двум действительным уравнениям относительно неизвестных  $\theta_{1,2}$ . Решение этой системы представлено на рис. 7.4.6. Кривые 1 – 4 соответствуют углу  $\theta_1$ , а 5 – 8 углу  $\theta_2$ . Они получены для разных значений угла излучения  $\vartheta_m = 0, 20, 40, 60^\circ$ . Из рис. 7.4.6 видно, что углы связаны соотношением:

$$\theta_1 = -\theta_2. \quad (7.4.15)$$

Графики на рис. 5.6 получены для верхнего знака в уравнении (7.4.14). Смена знака в уравнении (7.4.14), соответствующая смене типа круговой поляризации приведет к смене знака углов наклона щелей. По абсолютной величине они не изменятся.

Условие (7.4.15) позволяет упростить соотношения (7.4.13):

$$E_{\vartheta_m} = -2ikNMq \cos^2 \theta_1 \cos \frac{\Delta\varphi}{2} e^{-i\frac{2\pi}{P_x}x_{01} - i\frac{\Delta\varphi}{2}},$$

$$E_{\varphi_m} = -2kNMq \cos \vartheta_m \cos \theta_1 \sin \theta_1 \sin \frac{\Delta\varphi}{2} e^{-i\frac{2\pi}{P_x}x_{01} - i\frac{\Delta\varphi}{2}}. \quad (7.4.16)$$

Подставим выражения (7.4.16) в уравнение (7.4.14):

$$\operatorname{tg} \theta_1 \cdot \operatorname{tg} \frac{\Delta\varphi}{2} \cos \vartheta_m = \pm 1. \quad (7.4.17)$$

Далее находим угол  $\theta_1$ :

$$\theta_1 = \pm \operatorname{arctg} \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\Delta\varphi}{2} \cos \vartheta_m}. \quad (7.4.18)$$

*Решетки, излучающие по нормали.* Рассмотрим возможность эффективного излучения из решетки с двумя щелями на периоде в направлении нормали к ее плоскости. В предыдущих главах отмечалось, что препятствием для эффективного излучения служит эффект нормали, заключающийся в росте коэффициента отражения от решетки при

приближении угла излучения  $\vartheta_m$  к нулю. С точки зрения теории периодических структур рост коэффициента отражения связан с появлением запрещенной зоны, в которой решетка не имеет распространяющихся волн.

Попытаемся далее путем добавления второй щели согласовать решетку в диапазоне частот и излучить энергию вдоль нормали к ее плоскости. Для этого рассмотрим, как ведут себя элементы матрицы рассеяния решетки при  $N = 1$ . То есть будем анализировать линейку сдвоенных щелей. Отметим, что множество таких линеек формирует решетку в целом. Нашей целью является подбор параметров щелей таким образом, чтобы линейка на частотах близких к частоте запрещенной зоны имела минимальный коэффициент отражения.

Качественно ясно, что щели должны быть почти одинаковы, то есть иметь близкие значения длины, ширины и углов наклона, а расстояние между ними должно быть близким к четверти длины волны Г – волны ПВ. Эти качественные соображения подтверждаются на рис. 7.4.7.

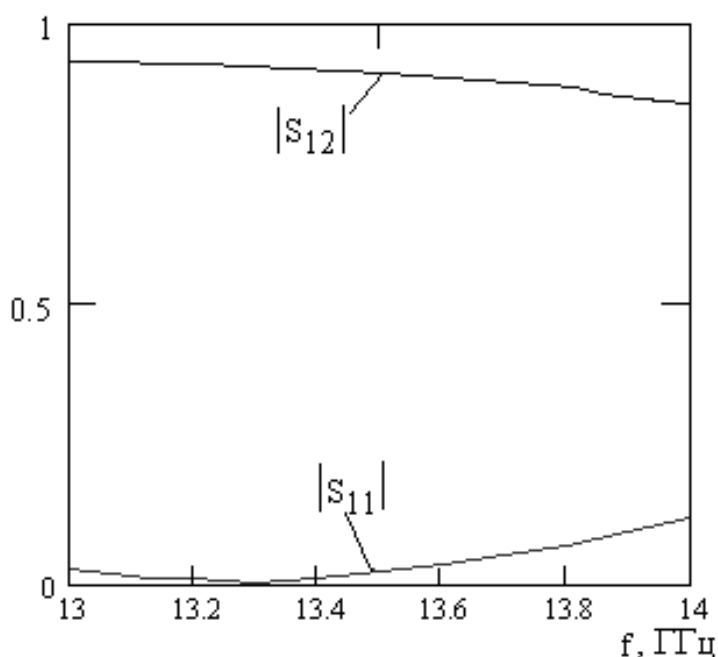
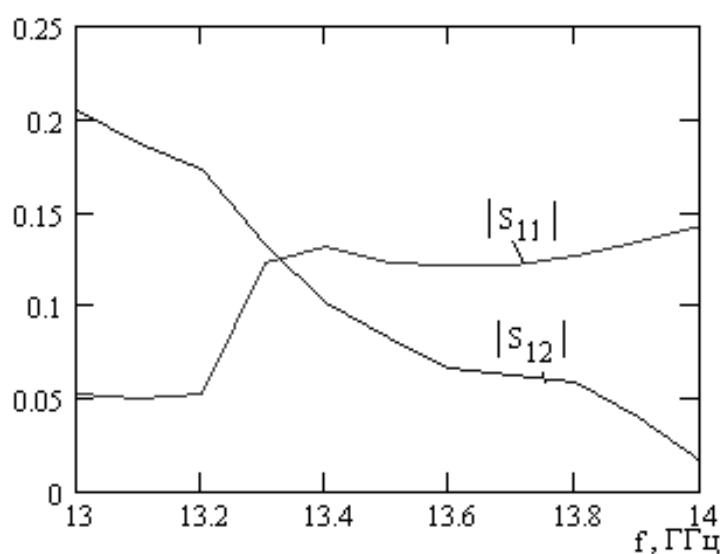


Рис. 7.4.7. Модули коэффициентов отражения  $S_{11}$  и прохождения  $S_{12}$  одного периода решетки, с двумя щелями.



Кривые получены для следующих параметров щелей:  $h=4$ ,  $L_1=7.3$ ,  $W_1=1$ ,  $L_2=7$ ,  $W_2=1$ ,  $\varepsilon=2.25$ ,  $x_{01}=-2$ ,  $y_{01}=2$ ,  $x_{02}=0.9$ ,  $y_{02}=0$ ,  $\theta_1=\theta_2=33^\circ$ .

Из рис. 7.4.7 видно, что на частоте около 13.3 ГГц линейка идеально согласована. Отметим, что согласование достигается только для щелей, которые пусть и немного, но отличаются друг от друга. Это обусловлено наличием излучения, которое проявляется в том, что модуль коэффициента передачи через линейку никогда не равен единице, хотя коэффициент отражения при этом имеет нулевое значение. В ЛП без потерь, наоборот, для согласования двух нерегулярностей их необходимо сделать идентичными. При наличии потерь ситуация меняется и возникает необходимость в использовании неодинаковых нерегулярностей.



*Рис. 7.4.8. Коэффициенты отражения и прохождения решетки из сорока линеек*

Объединим далее оптимизированные линейки в решетку из сорока элементов, выбрав ее период  $P_x$  таким образом, чтобы она на частоте 13.3 ГГц излучала бы по нормали к своей плоскости. На рис. 7.4.8 показана

частотная зависимость модулей элементов матрицы рассеяния такой решетки.

Из рис. 7.4.8 хорошо видно, что решетка сдвоенных щелей имеет вполне приемлемый с практической точки зрения коэффициент отражения, а ее коэффициент прохождения при этом по-прежнему мал, то есть большая часть мощности излучается в свободное пространство.

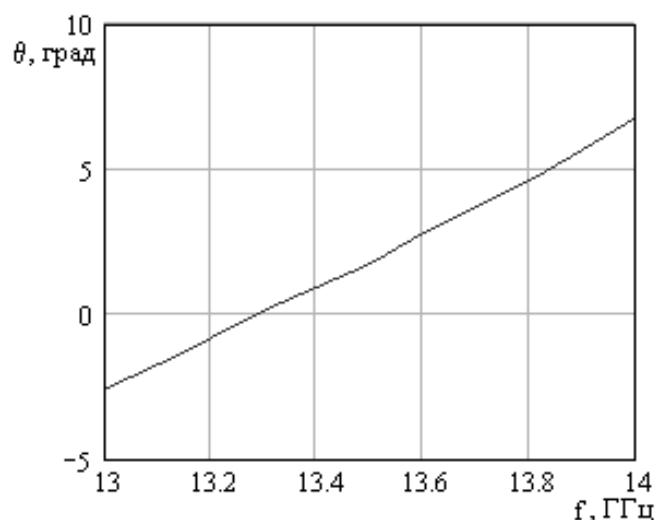


Рис. 7.4.9 Частотная зависимость угла излучения решетки.

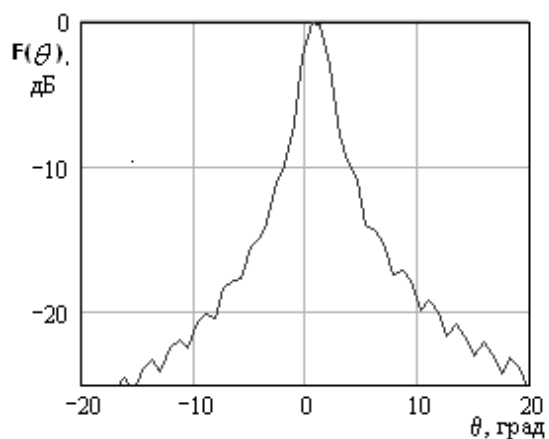


Рис. 7.4.10. Диаграмма направленности в плоскости XOZ на частоте 13.3 ГГц

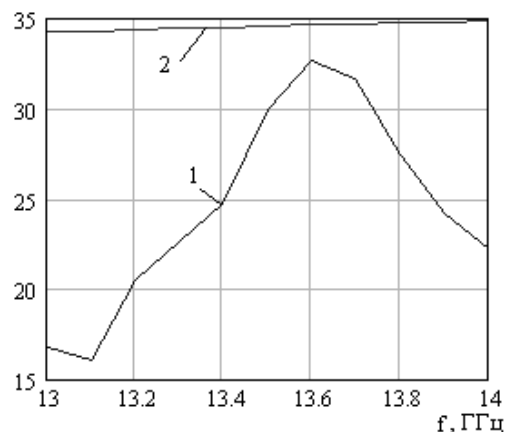


Рис. 7.4.11. Частотная характеристика коэффициента усиления

На рис. 7.4.9 – 7.4.11 показаны характеристики антенны на основе решетки со сдвоенными щелями. На рис. 7.4.9 показана зависимость угла

излучения от частоты. Видно, что кривая не имеет характерных неоднородных участков типичных для полосы запираания, что является дополнительным свидетельством ее устранения. На рис. 7.4.10 и 7.4.11 показаны ДН решетки в плоскости ХОZ и частотная зависимость ее КУ (кривая 1). Кривая 2 соответствует КНД идеального раскрыва той же площади, что и решетка.

*Двухполяризаационные РПВ на основе встречно возбуждаемых ЛП.* На рис. 7.4.12 показана структурная схема двухполяризаационной РПВ на основе полосковых ЛП. Она описана в работе [131]. Остановимся на основных принципах и особенностях ее функционирования.

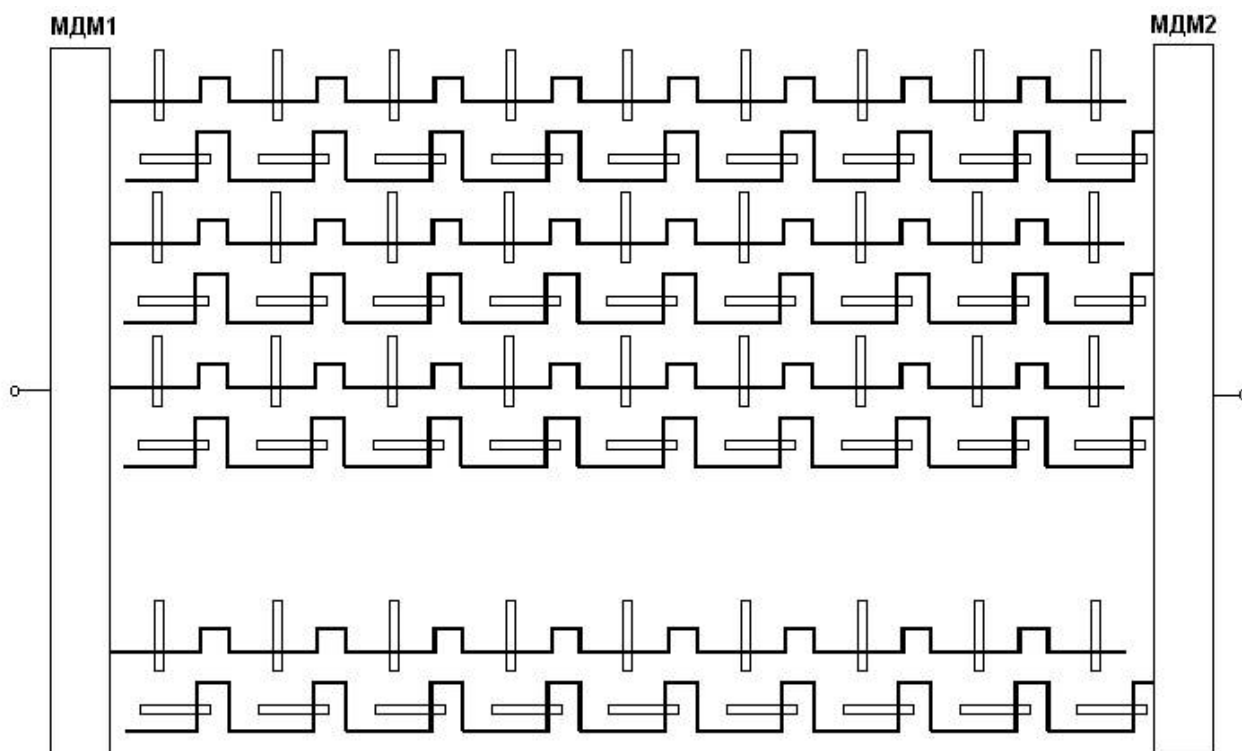


Рис. 7.4.12. Структурная схема двухполяризаационной РПВ

Антенна содержит следующие части: многоканальный делитель мощности (МДМ), решетка излучающих щелей, которые выполнены в верхнем экране симметричной полосковой линии (СПЛ), система возбуждающих СПЛ. Двухполяризаационная антенна включает два МДМ, две решетки ортогональных щелей и две системы возбуждающих СПЛ.

Существенно, что возбуждающие СПЛ, связанные с щелями разного типа расположены встречно – штыревым образом, что исключает их пересечение.

Рассмотрим далее особенности проектирования составных частей представленной выше антенны.

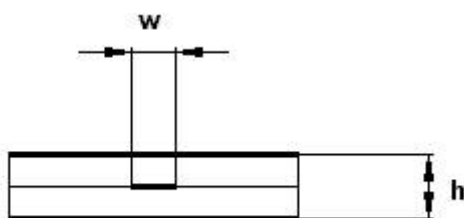


Рис. 7.4.13. Поперечное сечение СПЛ

Исследованная решетка имеет ряд особенностей:

- возбуждающая СПЛ (см. рис. 7.4.13) имеет постоянную распространения  $\gamma$  очень близкую к волновому числу свободного пространства  $k$  в силу того, что диэлектрическая проницаемость пеноматериалов, использованных в качестве подложки СПЛ незначительно отличается от единицы;
- излучатели в решетке очень сильно связаны друг с другом за счет Т-волн ПВ, который образуется экранами СПЛ.

Первый из перечисленных выше факторов обуславливает выбор режима излучения решетки. Она излучает на минус первой гармонике Флоке, так как излучение на нулевой гармонике возможно только при возбуждении решетки линией передачи с быстрой волной ( $\gamma < k$ ), тогда как постоянная распространения СПЛ пусть незначительно, но больше  $k$ . Чтобы избежать появления в ДН больших боковых лепестков требуется создать в возбуждающей ЛП искусственное дополнительное замедление волны. Для этой цели используются петли, увеличивающие длину полосковой линии  $L_s$  на периоде решетки  $P_x$  (см. рис. 7.4.12).

Элементарная теория решеток, возбуждаемых бегущей волной, не учитывающая влияние щели на ЛП позволяет найти угол излучения из решетки  $\theta_m$ :

$$\sin \theta_m = \frac{1}{kP_x}(\gamma L_s - 2\pi). \quad (7.4.19)$$

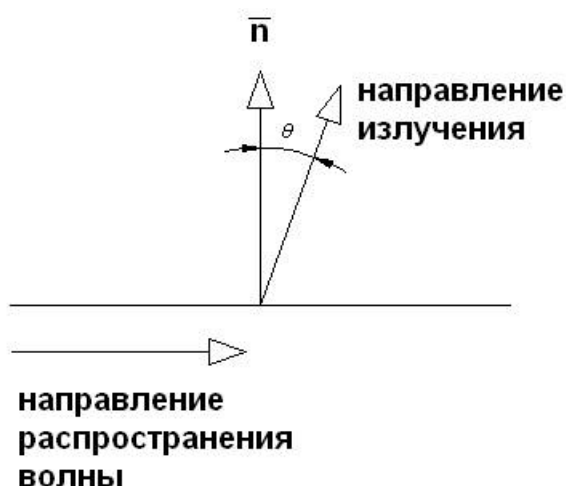


Рис. 7.4.14. Определение угла излучения

Формула (7.4.19) записана так, что угол излучения положительный, если решетка излучает вперед относительно направления распространения возбуждающей волны (см. рис. 7.4.14) и отрицательный при излучении назад.

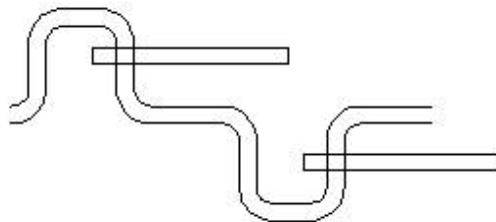
При проектировании двухполяризационной антенны необходимо обеспечить излучение волн разной поляризации в одном направлении. В силу того, что возбуждающие волны в СПЛ, связанных с щелями ориентированными в разных направлениях, распространяются в противоположные стороны (в силу того, что их источники расположены на разных сторонах антенны), то с помощью формулы (7.4.19) можно получить следующее соотношение, обеспечивающее однонаправленное излучение:

$$\gamma_1 L_{s1} + \gamma_2 L_{s2} = 4\pi, \quad (7.4.20)$$

где  $L_{s1,2}$  длины СПЛ, приходящиеся на один период  $P_x$ . Пусть индекс 1 относится к СПЛ, связанным с вертикальными щелями, а индекс 2 к СПЛ, связанным с горизонтальными щелями. Ориентация щелей определена на рис. 7.4.12.

В ряде случаев решетку горизонтальных щелей удобно возбуждать, как показано на рис. 7.4.15. При этом соседние щели возбуждаются с дополнительным сдвигом фазы на  $\pi$ , что связано с переменным направлением пересечения СПЛ осей щелей. Такой способ возбуждения можно рассматривать также как и выше, за исключением того, что к постоянной распространения СПЛ  $\gamma$  надо добавить величину  $\frac{\pi}{P_x}$ .

Переменно – фазная связь СПЛ с горизонтальными щелями оказывается практически единственно возможной, когда главный луч ДН сильно отклонен от нормали к плоскости решетки.



*Рис. 7.4.15. Переменно – фазовое возбуждение продольных щелей*

Отдельной задачей проектирования двухполяризационных антенн является снижение уровня связи между двумя каналами, обеспечивающими прием и передачу волн разной поляризации. Особую важность этой задаче придает отмеченное выше сильное взаимодействие излучателей решетки через Т-волны ПВ.

Если следовать рис. 7.4.12, то канал 1 принимает (передает) волны горизонтальной поляризации, а канал 2 вертикальной. Рассмотрим работу

антенны в передающем режиме. Пусть возбуждается канал 2 и, соответственно, горизонтальные щели (см. рис. 7.4.16). Полосковые линии сами по себе не могут возбудить Т-волны ПВ в силу ортогональности полей собственных волн СПЛ и Т-волн ПВ. Однако щели, прорезанные в одном из экранов СПЛ, нарушают симметрию структуры относительно полосковых проводников СПЛ и возбуждают Т-волны. Эти волны, распространяясь в ПВ, возбуждают вертикальные щели, что приводит к излучению в свободное пространство волн паразитной кросс – поляризации. Задача снижения уровня кросс – поляризации решалась путем подавления возбуждения вертикальных щелей Т-волнами ПВ.

Подавление связи Т-волн с вертикальными щелями основано на использовании свойств симметрии поля Т-волн в решетке больших размеров. В бесконечной синфазной по оси  $Oy$  решетке Т-волны, падающие на любую вертикальную щель сверху и снизу, имеют одинаковую амплитуду.

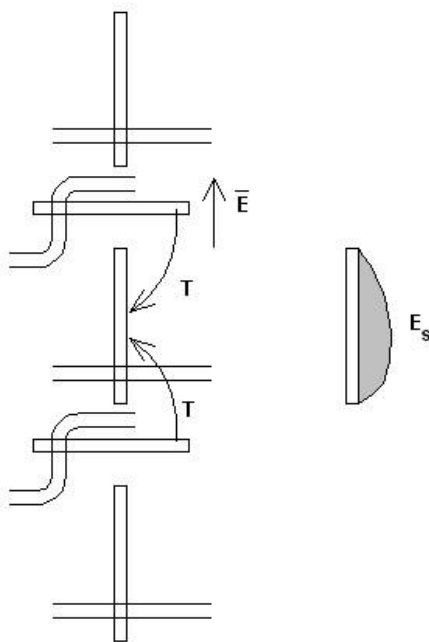
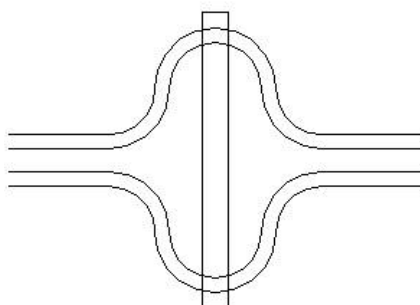


Рис. 7.4.16. Возбуждение щелей Т – волнами ПВ

В конечной, но большой по оси  $Oy$  решетке это утверждение справедливо только для щелей удаленных от краев решетки. Если бы собственное электрическое поле в щелях было бы четным относительно центра щели, то тогда достаточно было бы расположить вертикальные щели симметрично относительно соседних горизонтальных щелей (на одинаковом расстоянии по оси  $Oy$ ). В этом случае они не возбуждались бы  $T$ -волнами, поскольку  $T$ -волны с одинаковыми амплитудами создают в вертикальной щели нечетное распределение электрического поля ортогональное собственному полю в щели. Однако собственное поле в щели не является симметричным, в первую очередь, из-за несимметричного расположения СПЛ относительно центра щели. Поэтому только симметрия периода решетки вдоль оси  $Oy$  не дает подавления взаимодействия щелей через  $T$  – волны при несимметричном возбуждении вертикальных щелей.

Симметрия возбуждения вертикальных щелей достигается при возбуждении их не одной, а двумя СПЛ, как это показано на рис. 7.4.17. Для реализации такого способа связи щели с СПЛ линия передачи расщепляется на две линии, расположенные симметрично относительно центра щели. В этом случае размещение вертикальной щели на одинаковом расстоянии вдоль оси  $Oy$  от соседних горизонтальных щелей обеспечивает подавление их возбуждения  $T$  – волнами.



*Рис. 7.4.17. Симметричное возбуждение вертикальных щелей*

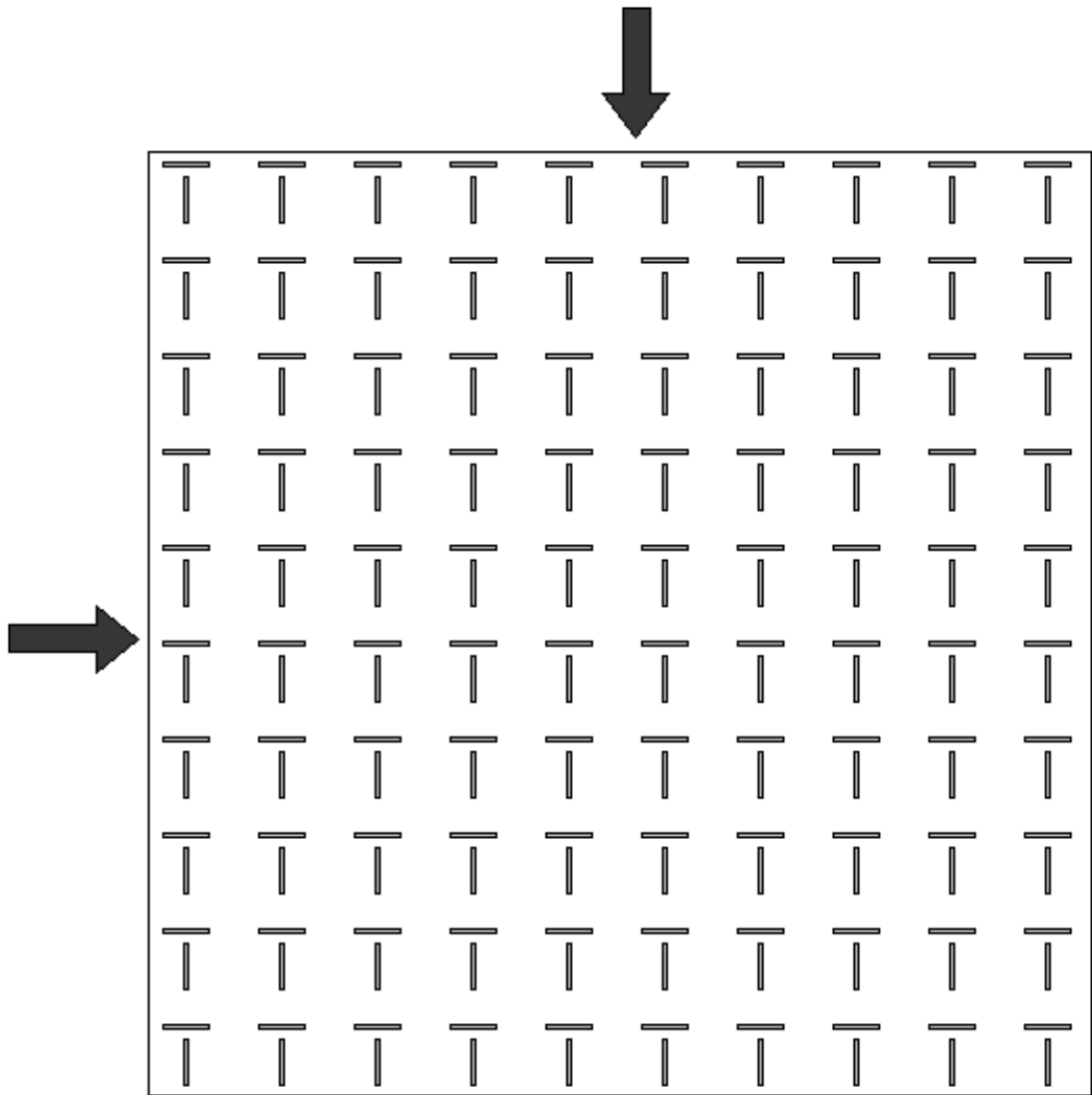


Важным фактором является то, что исключение взаимодействия щелей разной ориентации внутри каждого периода уменьшает уровень кросс – поляризации для всех направлений излучения в свободном пространстве.

*Двухполяризационные решетки на ПлВ.* Рассмотренная выше решетка с встречно - штыревым расположением возбуждающих ЛП может быть выполнена только на ЛП, имеющих достаточно небольшое поперечное сечение. К ним относятся СПЛ и МПЛ. Возможность применения таких структур как ИПВ крайне сомнительна. Поэтому представляют интерес конструкции двухполяризационных РПВ, использующих другие принципы построения. К их числу относятся решетки на основе ПлВ: ПВ и ПлДВ.

Начнем с двухполяризационных РПВ на основе одноволновых планарных волноводов. Результаты, относящиеся к этой части раздела справедливы как для ПВ, так и для ПлДВ с заменой щелей на ленты и векторов магнитного поля на вектора электрического поля и наоборот. Поэтому далее будем говорить только об антеннах на основе ПВ, имея ввиду, что полученные выводы можно распространить на ленточные решетки на ПлДВ.

Наиболее простое техническое решение поставленной задачи показано на рис. 5.47. Оно было предложено в работе [132]. Его простота обусловлена излучением решетки вдоль оси  $Oz$ , то есть по нормали к ее плоскости.



*Рис. 7.4.18. Двухполяризационная РПВ на ПВ с излучением по нормали к плоскости решетки*

Решетка содержит щели двух типов: горизонтальные и вертикальные. Она имеет одинаковые периоды по осям  $Ox$  и  $Oy$  равные  $\lambda/\sqrt{\varepsilon}$ , где  $\lambda$  - длина волны в свободном пространстве, а  $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость заполнения ПВ. Выбор периодов решетки обеспечивает синфазность возбуждения щелей и, следовательно, излучение волн по нормали к плоскости решетки.

Возбуждается решетка с двух сторон (см. стрелки на рис. 7.4.18) волновыми пучками, распространяющимися в плоскости ПВ под углом

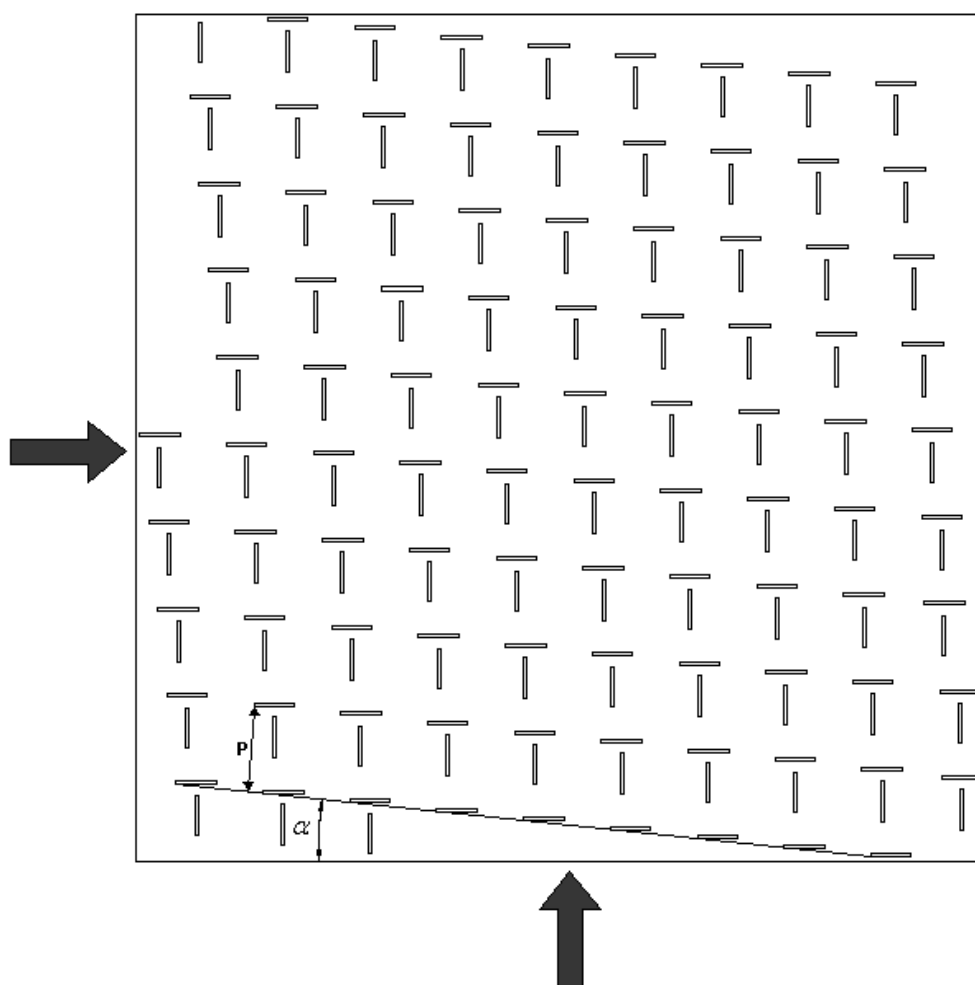
$90^\circ$  друг к другу. В этом случае пучок движущийся слева – направо не возбуждает горизонтальные щели и, наоборот, эффективно взаимодействует с вертикальными щелями, которые излучают линейно поляризованные в плоскости XOZ волны. В свою очередь, пучок, распространяющийся сверху вниз не возбуждает вертикальные щели и взаимодействует только с горизонтальными щелями, излучающими линейно поляризованные в плоскости YOZ волны.

Таким образом, мы видим, что в рассматриваемой антенне имеются два независимых канала передачи энергии от входа антенны до свободного пространства, в котором сигнал, поданный на выделенный вход создает волны линейной поляризации ортогональной поляризации волн, создаваемых при возбуждении другого входа антенны.

Антенна, показанная на рис. 7.4.18 может работать как антенна с двумя линейными поляризациями, так и в качестве антенны с двумя круговыми поляризациями. Для этого ее входы необходимо запитать через квадратурный мост, как это делается в других типах излучателей, например, микрополосковых или вибраторных.

Недостатком обсуждаемой РПВ является необходимость эффективного, то есть с малыми потерями на отражение, излучения по нормали к ее плоскости. Оно возможно в двух случаях. Первый соответствует режиму стоячей волны, когда на конце решетки располагается короткозамыкатель. Второй способ излучения по нормали заключается в использовании сдвоенных щелей, расположенных на расстоянии около четверти длины волны в ПВ. Оба варианта требуют весьма точной настройки элементов решетки, так как даже незначительная ошибка в выборе параметров щели будет приводить к появлению большой отраженной волны. Особенно трудно реализовать режим нормального излучения в случае решетки с большим числом элементов и высоким значением КУ. Поэтому представляет интерес

решение задачи о двухполяризаационной решетке, у которой угол излучения  $\vartheta_m$  не равен нулю.



*Рис. 7.4.19. Двухполяризаационная РПВ, излучающая не по нормали к ее плоскости*

Один из возможных вариантов двухполяризаационной антенны показан на рис. 7.4.19. Она отличается от антенны на рис. 7.4.18 только лишь тем, что решетки развернуты относительно границ антенны или, что тоже самое относительно осей координат (считаем как обычно, что ось  $Ox$  расположена на рис. 7.4.19 горизонтально, а ось  $Oy$  вертикально) на угол  $\alpha$ . При этом щели разного типа (вертикальные и горизонтальные), как и раньше взаимодействуют только со «своим» волновым пучком, возбуждающим антенну снизу или слева.

Диаграмма изображенная на рис. 7.4.20 поясняет процесс формирования направленного излучения в решетке.

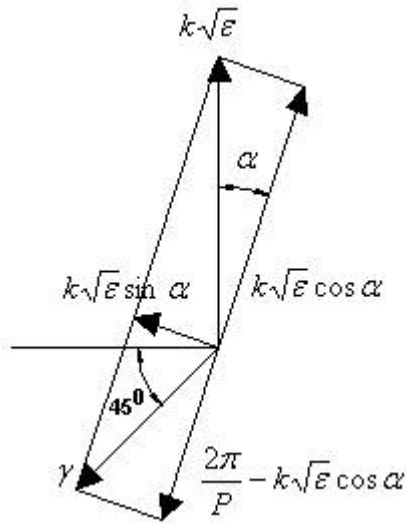


Рис. 7.4.20. Векторная диаграмма

Рассмотрим решетку горизонтальных щелей, возбуждаемую волновым пучком, распространяющимся снизу вверх. Приблизительно такой пучок можно интерпретировать как плоскую Т – волну ПВ с волновым вектором  $k\sqrt{\epsilon}$  (см. рис. 7.4.20). Разложим его в повернутой на угол  $\alpha$  системе координат. В этом случае проекция равная  $k\sqrt{\epsilon} \sin \alpha$  ориентирована вдоль линеек щелей, формирующих решетку, а проекция волнового вектора равная  $k\sqrt{\epsilon} \cos \alpha$  направлена перпендикулярно указанным линейкам. Расстояние между линейками равно  $P$ . Как обычно считаем, что в свободное пространство излучает пространственная гармоника, имеющая нулевой индекс вдоль линейки и минус первый индекс поперек нее.

Волновой вектор такой пространственной гармоники имеет проекцию вдоль линейки равную  $k\sqrt{\epsilon} \sin \alpha$ , а перпендикулярная проекция равна  $k\sqrt{\epsilon} \cos \alpha - 2\pi / P$ . Результирующий волновой вектор

пространственной гармонике в плоскости решетки  $\vec{\gamma}$  определяется указанными выше его проекциями (см. рис. 7.4.20).

Выберем параметры решетки таким образом, чтобы выполнялись следующие условия:

$$\varphi_m = \frac{3\pi}{4}, \vartheta_m = \vartheta_{m0}, \quad (7.4.21)$$

где  $\varphi_m, \vartheta_m$  - углы излучения решетки,  $\vartheta_{m0}$  - некоторое заданное значение угла излучения.

Из соотношения (7.4.21) следует, что мы хотим проектировать решетку таким образом, чтобы главный луч ее ДН был ориентирован вдоль диагонали решетки. Угол  $\varphi_m$  равен  $3\pi/4$  вследствие того, что относительно осей координат излучение направлено «назад». Выразим углы  $\varphi_m, \vartheta_m$  через параметры решетки и получим из формул (7.4.21) систему уравнений относительно  $\alpha$  и  $P$ . В результате ее решения получаем:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{\sin \vartheta_{m0}}{\sin \vartheta_{m0} + \sqrt{2\varepsilon}}, \quad (7.4.22)$$

$$\frac{2\pi}{P} = \frac{k \sin \vartheta_{m0}}{\sqrt{2} \sin \alpha}.$$

Достоинством излучения по диагонали решетки является то, что в силу ее симметрии относительно этой линии решетки щелей обоих типов излучают в одном и том же направлении, так как одна решетка является зеркальным отображением другой относительно указанной диагонали.

Следующий этап исследования состоит в определении структуры поля, излучаемого каждой системой щелей. Компоненты поля, создаваемые обеими решетками одновременно имеют следующий вид:

$$E_{\vartheta m} = \frac{A_1}{\sqrt{2}} + \frac{A_2}{\sqrt{2}}, \quad (7.4.23)$$

$$E_{\phi m} = \cos \vartheta_{m0} \left( \frac{A_1}{\sqrt{2}} - \frac{A_2}{\sqrt{2}} \right).$$

При выводе формул (5.40) учтено конкретное значение угла  $\varphi_m$  (5.36). Постоянные  $A_{1,2}$  имеют смысл амплитуд, с которыми возбуждаются разные решетки. Из соотношений (5.40) видно, что выбирая  $A_1 = A_2$ , мы получаем вертикальную линейную поляризацию излучаемого поля ( $E_{\phi m} = 0$ ). Наоборот, полагая  $A_1 = -A_2$  мы добиваемся излучения волн горизонтальной поляризации. Обращает на себя внимание, что при этом компоненты поля  $E_{\vartheta m}$  и  $E_{\phi m}$  отличаются множителем  $\cos \vartheta_{m0}$ . Этот множитель близок к единице при небольших углах излучения  $\vartheta_{m0}$  и этим отличием можно пренебречь. Однако, если угол  $\vartheta_{m0}$  достаточно велик, то его значение может повлиять на реализацию излучения волн двух ортогональных круговых поляризаций.

Чтобы решить эту задачу нам необходимо выбрать амплитуды  $A_{1,2}$  таким образом, чтобы выполнялись два условия:

$$\frac{E_{\phi m}}{E_{\vartheta m}} = \pm i. \quad (7.4.24)$$

Из (7.4.24) получаем:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\cos \vartheta_{m0} \pm i}{\cos \vartheta_{m0} \mp i}. \quad (7.4.25)$$

Из соотношений (7.4.25) видно, что величина угла  $\vartheta_{m0}$  влияет на выбор соотношения между амплитудами  $A_{1,2}$ .

*Двухполяризационные антенны на основе двухволновых планарных волноводов.* Выше мы рассмотрели возможности создания двухполяризационных РПВ, в которых задача формирования двух

независимых каналов излучения волн разной поляризации решалась за счет создания системы щелей специальной конфигурации, а также за счет специальной системы ее возбуждения. Другая возможность состоит в использовании планарного волновода, поддерживающего распространение двух типов волн. При этом волны должны иметь структуру поля, позволяющую излучать волны разной поляризации за счет независимого взаимодействия с элементами решетки.

Наиболее просто данная идея реализуется в антенне на основе ПлДВ. В ней используется свойство ПлДВ при определенных условиях поддерживать распространение двух волн. В диэлектрической пластине без металлического экрана обе эти волны являются основными, то есть не имеющими критической частоты. При наличии экрана, который необходим для создания однонаправленного излучения, волна типа  $H_1$  становится не основной, так как у нее появляется критическая частота, ниже которой волна не распространяется. Другая волна типа  $E_1$  распространяется на любых частотах вне зависимости от присутствия экрана.

Проанализируем структуру поля  $H_1$  и  $E_1$  - волн ПлДВ подробнее. Для наших целей существенным обстоятельством является то, что в плоскости  $XOY$  волны имеют ортогональные компоненты электрического поля. Волна  $H_1$  имеет компоненту  $E_y$ , а волна  $E_1$  компоненту  $E_x$ . Благодаря этому волна  $H_1$  будет взаимодействовать только с поперечными металлическими лентами, а волна  $E_1$  с продольными. В результате каждая из них излучит в свободное пространство волны линейной поляризации. Причем  $E_1$  - волна создаст излучение вертикальной поляризации, у которого  $E_\varphi = 0$ ,  $H_1$  - волна излучит поле с горизонтальной поляризацией ( $E_\theta = 0$ ).



Привлекательной выглядит идея использовать вырождение основных волн ПлДВ, под которым понимается режим, когда коэффициенты замедления основных волн электрического магнитного типов  $U_{e,h}$  равны друг другу. Такой режим действительно возможен. На рис. 7.4.21 показаны зависимости от частоты коэффициентов замедления  $U_{e,h}$ , полученные для  $\varepsilon = 10$ ,  $d = 2$ ,  $a = 0.5$ . Кривая 1 соответствует  $U_e$ , а кривая 2 -  $U_h$ . Видно, что на частоте 12.2 ГГц кривые 1 и 2 пересекаются и в этой точке выполняется равенство коэффициентов замедления.

Равенство параметров  $U_{e,h}$  означает, что для излучения в одном направлении решетки продольных и поперечных лент должны иметь одинаковые периоды. Более того, зависимость полей обеих волн от координаты  $z$  описывается экспонентами с одинаковыми показателями.

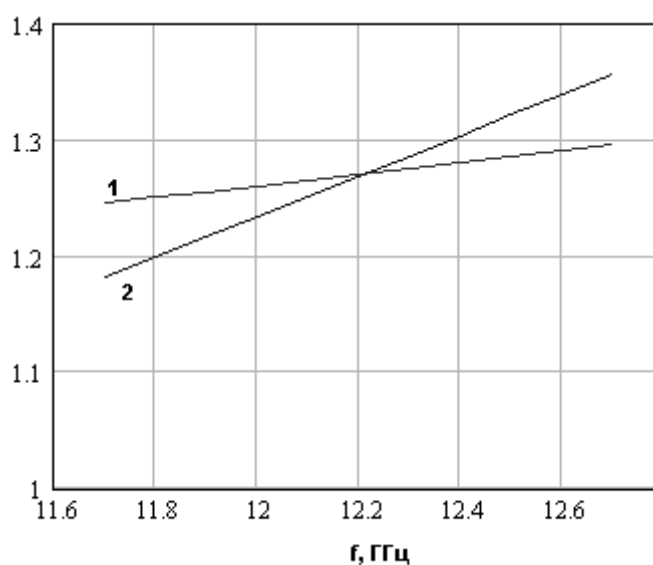


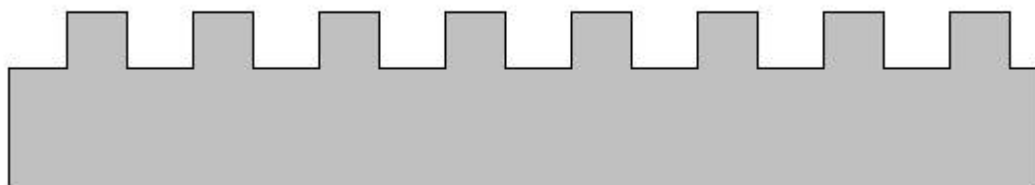
Рис. 7.4.21. К вырождению волн ПлДВ

Поэтому логично предположить, что оптимальная связь ленты с волной будет происходить для разных волн на одинаковом расстоянии от поверхности пластины. В результате появляется возможность разместить

две решетки поперечных и продольных лент на одной высоте над ПлДВ и благодаря этому упростить конструкцию антенны.

Однако на практике приведенные выше рассуждения оказываются несправедливыми, по крайней мере, при использовании ленточных излучателей. Дело в том, что  $E_1$  - волна взаимодействует с лентами через продольную компоненту, пропорциональную параметру  $p$ , а  $H_1$  - волна через поперечную компоненту пропорциональную коэффициенту замедления  $U_h$ . Как правило, особенно при использовании наиболее удобных материалов с диэлектрической проницаемостью близкой к двум (полиэтилен, тефлон, полипропилен и т.д.), коэффициенты замедления обеих волн слабо отличаются от единицы и параметр  $p$  достаточно мал. Поэтому продольная компонента электрического поля, через которую волна  $E_1$  взаимодействует с продольной лентой много меньше других компонент поля. В результате для создания оптимальной связи этой волны с лентой ее приходится располагать на расстоянии от поверхности пластины существенно меньшем, чем в случае  $H_1$  - волны, что сводит на нет достоинства режима вырождения волн ПлДВ.

Описанная выше ситуация характерна для ленточных излучателей. В работе [133] описана двухполяризованная антенна на основе ПлДВ, в которой вместо металлических лент для излучения используется гофрированная поверхность ПлДВ, как показано на рис. 7.4.22.



*Рис. 7.4.22. ПлДВ с гофрированной поверхностью*

Гофра имеет период такой, что излучение в свободное пространство идет на минус первой гармонике. В структуре, показанной на рис. 7.4.22. параметры пластины и периодической структуры обеспечивают вырождение волн ПлДВ, которые эффективно излучают в свободное пространство.

Применение ПлДВ в качестве основы РПВ перспективно в миллиметровом диапазоне волн, особенно в его коротковолновой части. В сантиметровом диапазоне большую проблему представляет эффективное возбуждение поверхностных волн ПлДВ, требующее применения плавных переходов, которые имеют большие электрические размеры. Поэтому в относительно длинноволновых диапазонах более привлекательным вариантом является использование ПВ для построения РПВ. Рассмотрим далее одну возможность создания двухволнового ПВ и его применение для реализации двухполяризационной РПВ.

*Двухполяризационная РПВ на основе искусственной среды, выполненной по ИПВ технологии.* Прямое решение задачи создания двухволнового ПВ, основанное на увеличении его высоты  $h$  не дает желаемого результата, так как ПВ из одноволнового режима переходит сразу в трехволновый. Такой переход обусловлен особенностями спектра волн ПВ. Мы неоднократно отмечали, что основной волной ПВ является Т – волна, не имеющая критической частоты. При увеличении высоты ПВ в нем начинают распространяться сразу две волны:  $H_1$  и  $E_1$ . Критические условия для обеих волн одинаковы:  $h = \lambda/2\sqrt{\varepsilon}$ . Таким образом, указанные волны имеют одинаковые постоянные распространения, но разные структуры поля. Волна  $E_1$  является «лишней» волной, так как она имеет такие же компоненты поля, как и Т – волна, но другую постоянную

распространения. Для создания двухволнового ПВ нам необходимо решить две задачи. Первая состоит в уменьшении замедления  $T$  – волны до замедления  $H_1$  - волны. Вторая задача состоит в переводе  $E_1$  - волны в режим нераспространения. Решение обеих сформулированных задач не противоречит друг другу, так как обе указанные выше волны относятся к числу  $E$  – волн и мы можем сказать, что нам необходимо снизить замедление этих волн. Как предельный вариант снижения замедления можно рассматривать переход волны из режима распространения в режим нераспространения.

Особенностью  $E$  – волн является наличие у них поперечной компоненты электрического поля  $E_z$ . Поэтому присутствие в структуре вертикальных металлических элементов должно затруднять распространение этих волн, что найдет свое отражение в снижении их коэффициента замедления. Отметим, что такие элементы никак не повлияют на  $H$  – волны, не имеющие вертикальной компоненты электрического поля.

На рис. 7.4.23 показан ПВ, содержащий двумерную решетку металлических цилиндров (нитей). Такой волновод реализует сформулированную выше идею, так как он является двухволновым ПВ.

Решетка нитей играет роль искусственной анизотропной среды. Благодаря анизотропии решетка изменяет постоянную распространения исключительно  $E$  – волн и никак не влияет на  $H$  – волны. Поэтому для постоянной распространения  $H_1$  - волны  $\gamma_h$  можно сразу записать известное соотношение:

$$\gamma_h = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{h}\right)^2}. \quad (7.4.26)$$

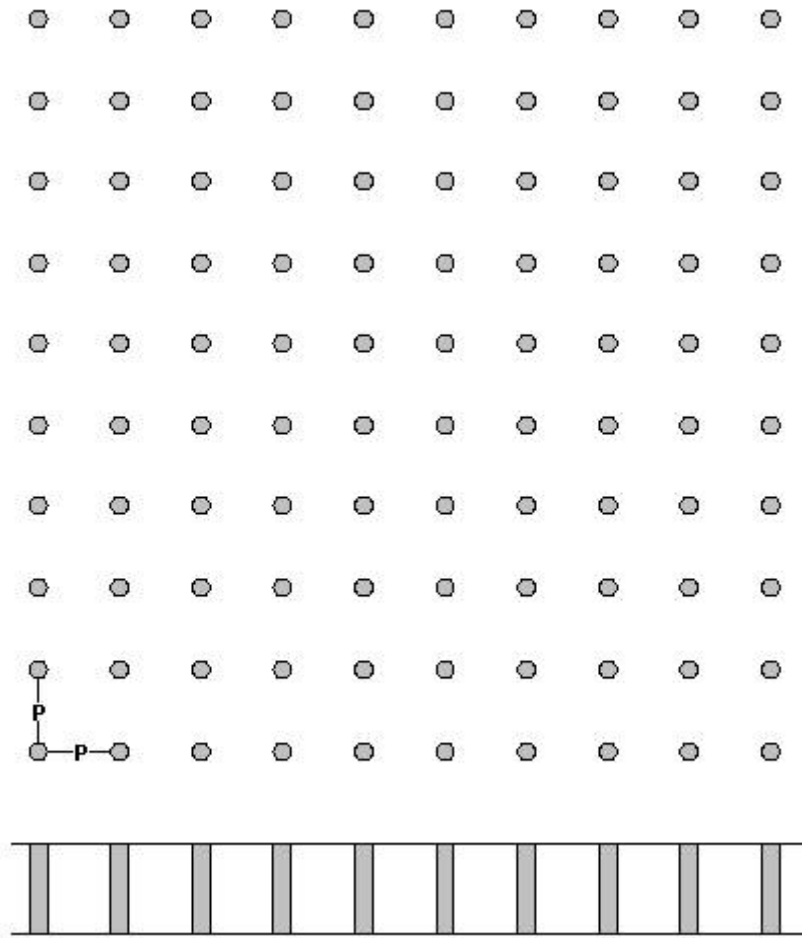
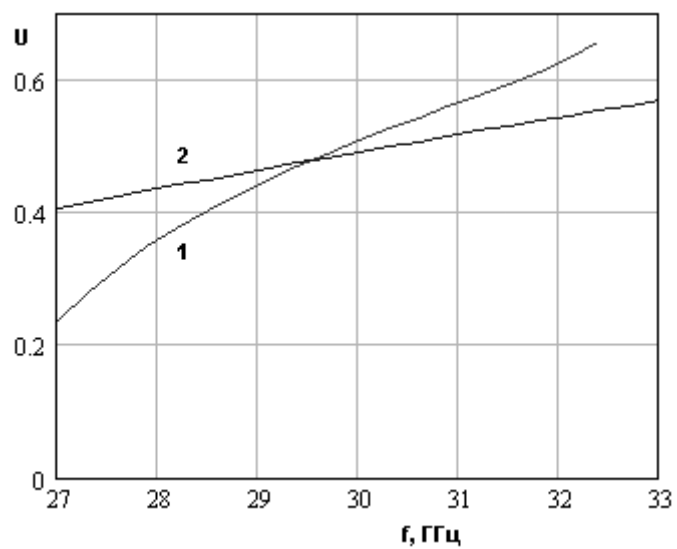


Рис. 7.4.23. Духволновый ПВ

Для среды, образованной решеткой с электрически малым периодом ( $P \ll \lambda$ ) и тонкими нитями ( $R \ll P$ ) в разд. 2.7 получено приближенное решение, позволяющее рассчитать постоянную распространения  $\gamma_e$  волны, в которую переходит Т – волна ПВ без решетки. На рис. 7.4.24 показана частотная зависимость коэффициента замедления волн ПВ, полученная для  $P = 6.5$ ,  $R = 0.025$ ,  $h = 8$ . Кривая 1 соответствует Е – волне, а кривая 2 Н – волне.



*Рис. 7.4.24. Зависимость коэффициента замедления от частоты*

Видно, что кривые 1 и 2 пересекаются на частоте 29.5 ГГц. Других распространяющихся волн при этом в ПВ нет.

## 7.5. РПВ на основе радиальной линии

В разд. 7.5 мы рассмотрим излучающие решетки на радиальной линии (АРЛ), которые также относятся к классу РПВ. Впервые АРЛ была предложена Н. Гото в работе [123]. Основная идея АРЛ состоит в максимальном упрощении системы возбуждения излучающей решетки. В АПП рассмотренных в предыдущих главах излучающая решетка возбуждается широким волновым пучком, если речь идет об антеннах на основе ПВ, ПлДВ и ИПВ или многоканальным делителем мощности в случае антенн на СПЛ и ИПВ. Вне зависимости от типа антенны ее возбудитель представляет собой достаточно сложное устройство.

В качестве направляющей структуры АРЛ используется знакомый ПВ. Однако в отличие от рассмотренных выше антенн в нем возбуждается не плоская волна (широкий волновой пучок), а цилиндрическая волна. Далее цилиндрическая волна, распространяясь от точки возбуждения, взаимодействует с элементами решетки и излучается в свободное пространство. ПВ с цилиндрической волной получил название радиальной ЛП. В англоязычной литературе для обозначения АРЛ используется термин radial line slot antenna (RLSA) [134]. В нем подчеркивается, что наиболее распространенным типом элементарного излучателя в АРЛ является щель, выполненная в экране ПВ. Тем не менее, следует отметить, что это не единственный вид излучающего элемента. Имеются сообщения об использовании в АРЛ спиральных и полосковых излучателей [135].

Конструктивная простота АРЛ определяется простотой перехода от направляемой волны ЛП к цилиндрической волне радиальной линии. Чаще всего АРЛ возбуждается коаксиальной линией, центральный проводник которой введен в ПВ. Трудно представить себе более простую конструкцию.

Переход от возбуждения решетки широким волновым пучком к возбуждению цилиндрической волной существенно изменяет конфигурацию

излучающих элементов. В свою очередь, это меняет постановку и решение задач согласования решетки, ее диапазонные свойства и т.д.

*Принципы построения антенн на радиальной линии.* Рассмотрим сначала вопрос о расположении излучающих элементов в АРЛ. Эта задача имела тривиальное решение при возбуждении решетки широким волновым пучком (будем далее для простоты говорить о возбуждении плоской волной), так как форма фазовых фронтов волны в свободном пространстве и волны ПВ одинакова. При этом логично располагать линейки излучателей вдоль фазовых фронтов, чтобы они возбуждались синфазно. Таким образом, мы приходим к решетке с прямоугольной сеткой.

Иная ситуация имеет место в АРЛ. Рассмотрим рис. 7.5.1. Допустим, что точка возбуждения цилиндрической волны расположена в начале координат. Пусть также на АРЛ падает плоская волна под углами падения  $\theta_i$ ,  $\varphi_i$ . Для определенности рассматриваем падение волны в плоскости XOZ. При этом угол  $\varphi_i$  может принимать два значения 0 и  $\pi$ .

В плоскости XOY, в которой расположена АРЛ, падающая волна создает распределение поля, фаза которого  $\Phi$  меняется линейно в зависимости от координаты  $x$ :

$$\Phi = -kx \sin \theta_i \cos \varphi_i, \quad (7.5.1)$$

где  $k$  - волновое число свободного пространства.

Вертикальными линиями на рис. 7.5.1 показаны фазовые фронты поля падающей волны в плоскости XOY. Напомним, что под фазовым фронтом понимается поверхность, на которой фаза поля постоянна. Если речь идет о фазовом фронте в плоскости, то он представляет собой некоторую кривую.



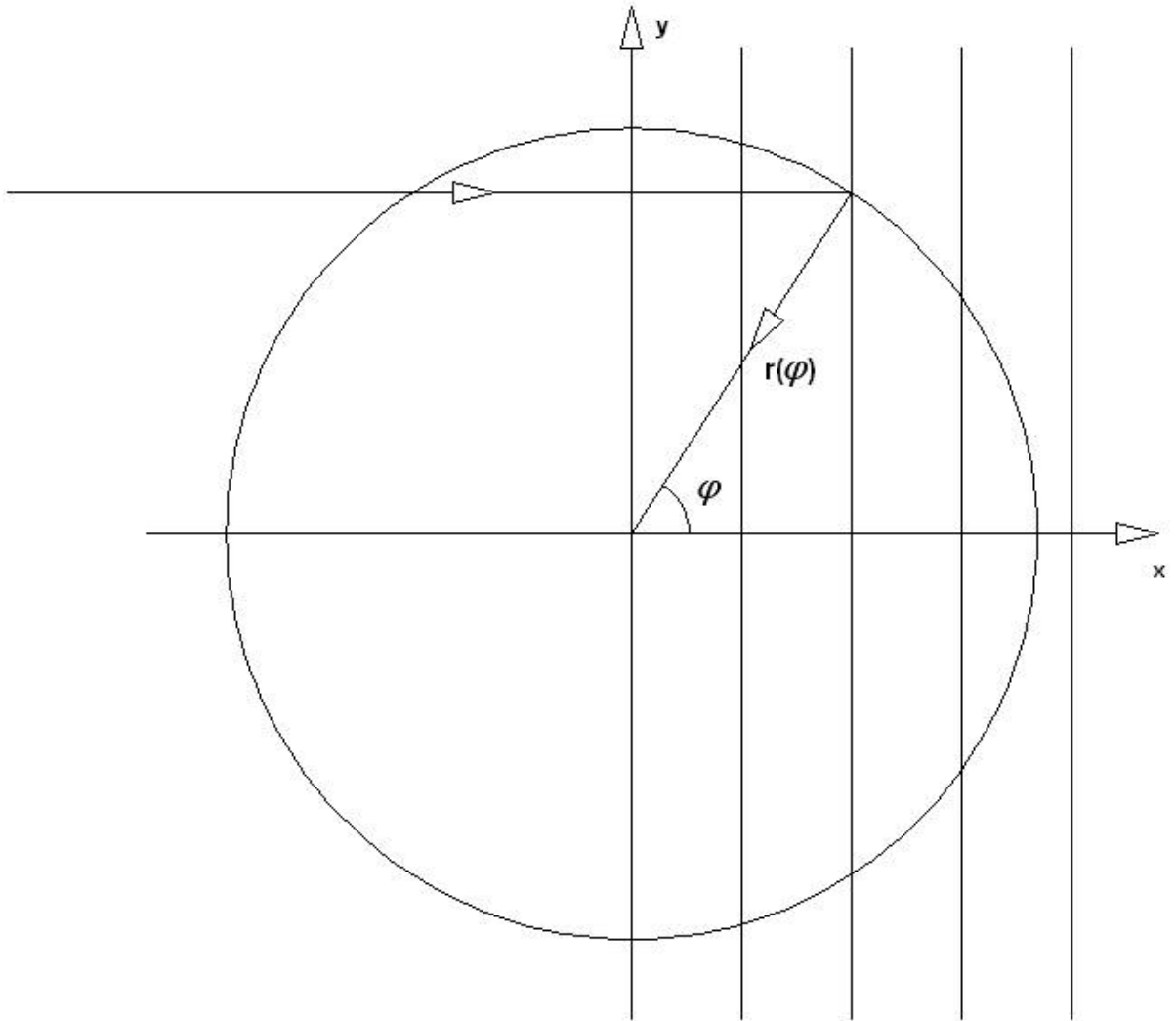


Рис. 7.5.1. К вопросу о размещении излучателей в АРЛ

Падая на поверхность АРЛ, плоская волна возбуждает элементы решетки, которые должны быть расположены таким образом, чтобы в ПВ, заполненным диэлектриком с проницаемостью  $\varepsilon$ , возбудилась цилиндрическая волна, распространяющаяся к началу координат.

Суммарный набег фазы, который получает волна, прошедшая от произвольной точки на поверхности АРЛ до начала координат, записывается следующим образом:

$$\Phi = -kx \sin \theta_i \cos \varphi_i - k\sqrt{\varepsilon}r(\varphi), \quad (7.5.2)$$

где  $r(\varphi)$  - расстояние от точки на поверхности АРЛ до возбудителя. Выразим координату  $x$  в полярных координатах:

$$x = r(\varphi) \cos \varphi. \quad (7.5.3)$$

Все волны, поступающие на вход АРЛ должны складываться в фазе. С учетом соотношения (7.5.3) условие синфазного сложения волн приобретает следующий вид:

$$kr(\varphi) \cos \varphi \sin \theta_i \cos \varphi_i + k\sqrt{\varepsilon}r(\varphi) = C + 2\pi n, \quad (7.5.4)$$

$$n = \dots -1, 0, 1, \dots$$

В формуле (7.5.4)  $C$  - произвольная постоянная. Слагаемое  $2\pi n$  показывает, что условие синфазного сложения выполняется также для волн, фазы которых отличаются на величину кратную  $2\pi$ .

Находим из уравнения (6.4) функцию  $r(\varphi)$ :

$$r(\varphi) = \frac{C + 2\pi n}{k(\cos \varphi \sin \theta_i \cos \varphi_i + \sqrt{\varepsilon})}. \quad (7.5.5)$$

Уравнение (7.5.5) можно переписать в декартовой системе координат в канонической форме:

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (7.5.6)$$

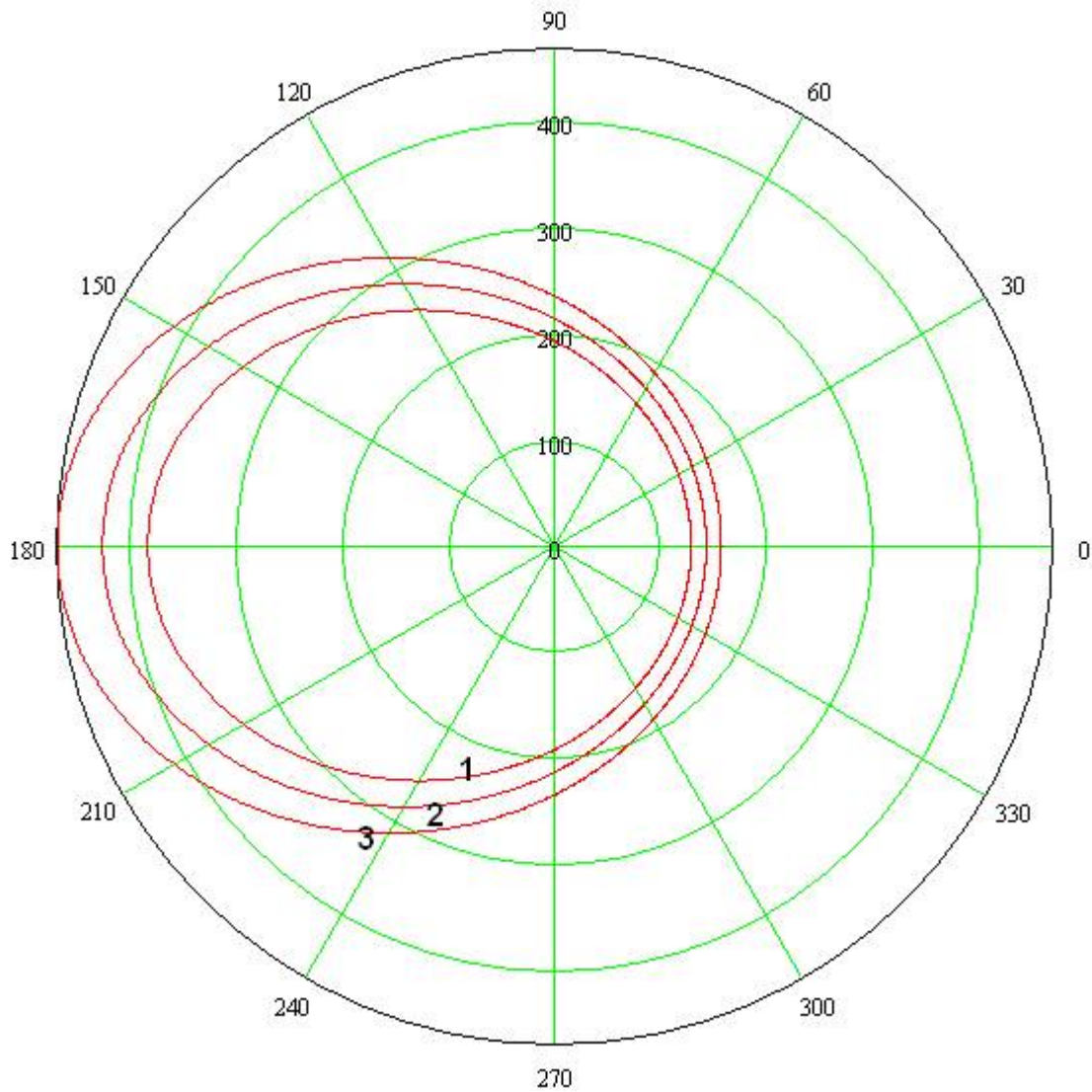
$$x_0 = -\frac{(C + 2\pi n) \sin \theta_i \cos \varphi_i}{k(\varepsilon - (\sin \theta_i \cos \varphi_i)^2)},$$

$$a = \frac{R}{\sqrt{\varepsilon - (\sin \theta_i \cos \varphi_i)^2}},$$

$$b = \frac{R}{\sqrt{\varepsilon}},$$

$$R = -\frac{\sqrt{\varepsilon}(C + 2\pi n)}{k\sqrt{\varepsilon - (\sin \theta_i \cos \varphi_i)^2}}.$$

Из выражений (7.5.6) видно, что уравнения (7.5.5) и (7.5.6) описывают эллипс, смещенный вдоль оси  $Ox$  на расстояние  $x_0$ . На рис. 7.5.2 показаны кривые, полученные с помощью уравнения (7.5.5).



*Рис. 7.5.2. Кривые, на которых расположены излучатели в АРЛ*

Графики на рис. 7.5.2 получены при  $\varepsilon=2$ ,  $\theta_i = 45^0$ ,  $\varphi_i = 0^0$ ,  $C = 0$ .  
Кривые 1 – 3 соответствуют  $n = 9,10,11$ .

Если считать, что номер  $n$  меняется от нуля до бесконечности, то параметр  $C$  приобретает простой смысл. Он определяет размер минимального эллипса, на котором располагаются излучатели АРЛ. Здесь необходимо отметить, что область антенны вблизи возбуждителя, как правило, не используется для размещения излучателей. Это связано с рядом обстоятельств, которые мы обсудим ниже. Сейчас отметим только, что излучатели на практике располагаются на эллипсах с достаточно большой кривизной, что позволяет приближенно считать их локально плоскими.

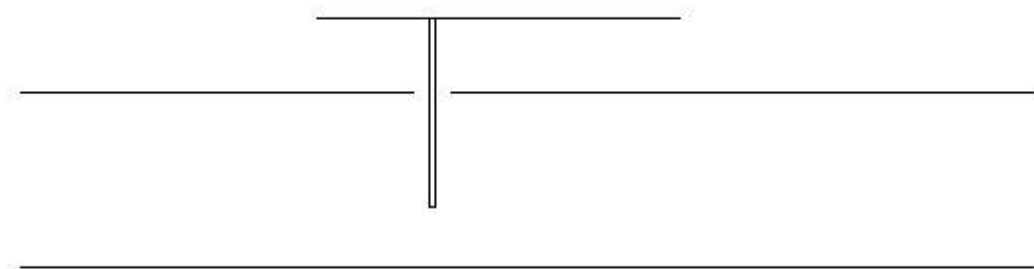
При нормальном падении плоской волны на АРЛ эллипсы вырождаются в окружности с центром в начале координат. Эти окружности расположены на расстоянии друг от друга равном длине волны в ПВ. Такое расположение характерно для решетки с одинаковыми излучателями. Если используются вдвоенные излучатели, способные создавать дополнительный сдвиг фазы равный  $\pi$ , то расстояние между окружностями равно половине длины волны в ПВ.

В качестве таких излучателей могут использоваться щели, развернутые относительно направления распространения цилиндрической волны на разные углы. В этом случае решение (7.5.5) имеет следующий вид:

$$r(\varphi) = \frac{C + \pi n}{k(\cos \varphi \sin \theta_i \cos \varphi_i + \sqrt{\varepsilon})}. \quad (7.5.7)$$

Полученные выше соотношения могут быть непосредственно использованы при проектировании АРЛ с излучателями, позволяющими независимо регулировать связь с ПВ и плоскость поляризации. Это не относится к щелям в экране ПВ. Выбор параметров щелевой решетки будет рассмотрен отдельно.

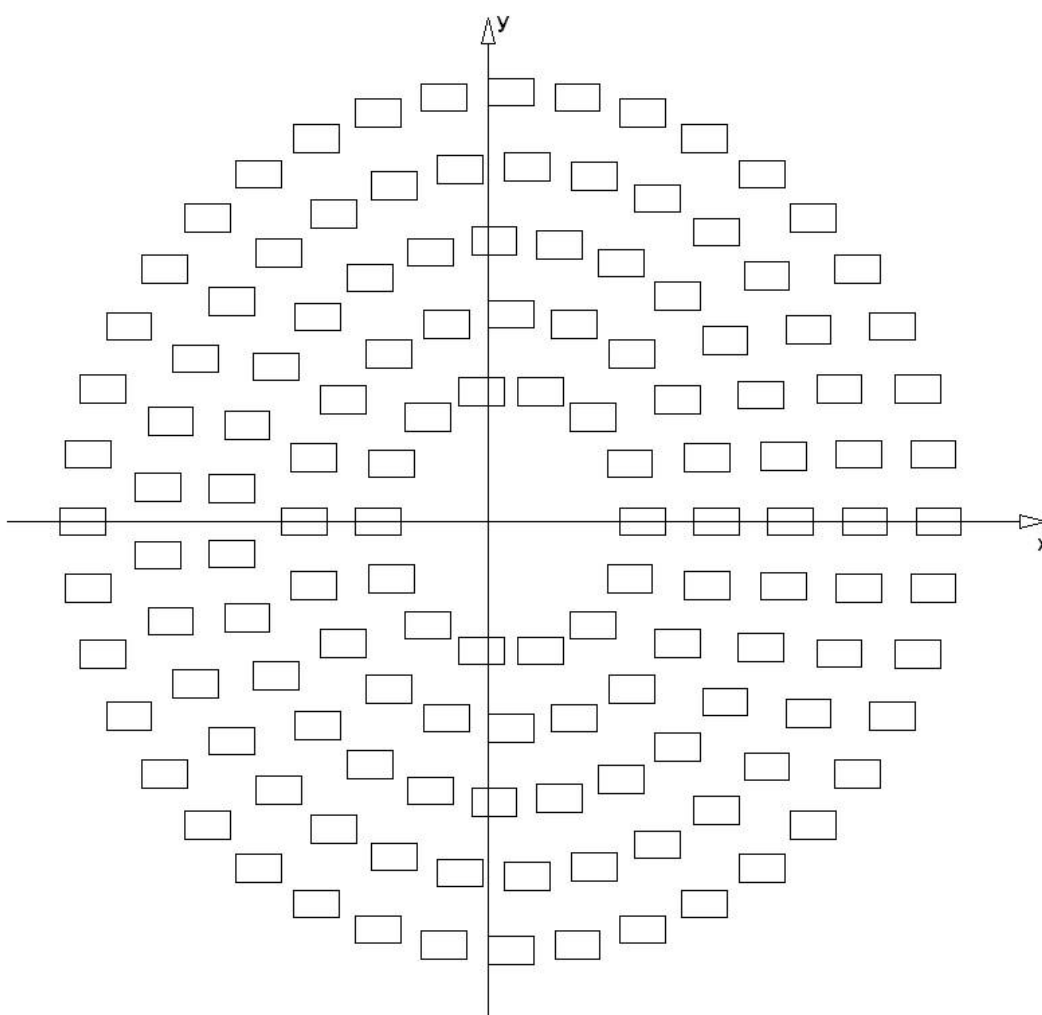
Примером излучателя, допускающего указанную выше независимую регулировку является полосковый излучатель. Одиночный излучатель такого типа показан на рис. 7.5.3.



*Рис. 7.5.3. Полосковый излучатель*

Сам излучающий элемент в виде прямоугольного полоскового проводника расположен вне ПВ. Он связан с ПВ с помощью зонда, который опущен внутрь ПВ. Глубина погружение зонда регулирует уровень связи излучателя с ПВ.

Поляризация излучения задается ориентацией излучателя в плоскости ХОУ. Пример расположения полосковых излучателей в АРЛ линейной поляризации представлен на рис. 7.5.4. С помощью полосковых излучателей можно создавать также излучение круговой поляризации. В этом случае проводник излучателя имеет квадратную или близкую к ней форму.



*Рис. 7.5.4. Размещение полосковых излучателей в АРЛ*

Еще один тип излучателя с независимой регулировкой связи и поляризации излучения – это спиральный излучатель. Спираль содержит прямолинейный отрезок, который выполняет функцию зонда, связывающего

спираль с ПВ. Параметры такого излучателя могут быть выбраны по известному алгоритму [136] таким образом, что он излучает волны круговой поляризации.

*Конфигурация щелей в АРЛ линейной поляризации, излучающей по нормали.*

Рассмотрим далее практически важный вопрос о размещении щелей в АРЛ линейной поляризации. Важность этой задачи определяется тем, что большинство АРЛ имеют в качестве излучающей системы решетку щелей.

Выше было показано, что в АРЛ, излучающей по нормали к плоскости антенны излучатели располагаются на окружностях с центрами в начале координат. Отметим сразу, что решение поставленной задачи может быть получено только с использованием пар одинаковых щелей, которым соответствует соотношение (7.5.7). Таким образом, расстояние между окружностями равно половине длины волны в ПВ.

Рассмотри пару таких щелей, которая показана на рис. 7.5.5. Нам необходимо определить направление вектора электрического поля, излученного щелями в направлении оси  $Oz$ , то есть в направлении, в котором излучает вся система щелей. Щели имеют произвольную ориентацию вдоль относительно осей  $Ox$  и  $Oy$ . Она задается углом  $\theta$ . Щели расположены на оси  $Ox$  при произвольном значении угла  $\varphi$ .

Для решения поставленной выше задачи воспользуемся подходом, описанным в разделе 7.4. Он использовался для определения ориентации щелей, которая обеспечивает заданную плоскость поляризации. В разделе 7.4 было показано, что магнитный потенциал поля, создаваемого щелью в свободном пространстве пропорционален параметру  $\cos(\theta - \varphi_i)$ , где  $\varphi_i$  - в данном случае угол падения волны ПВ на решетку.

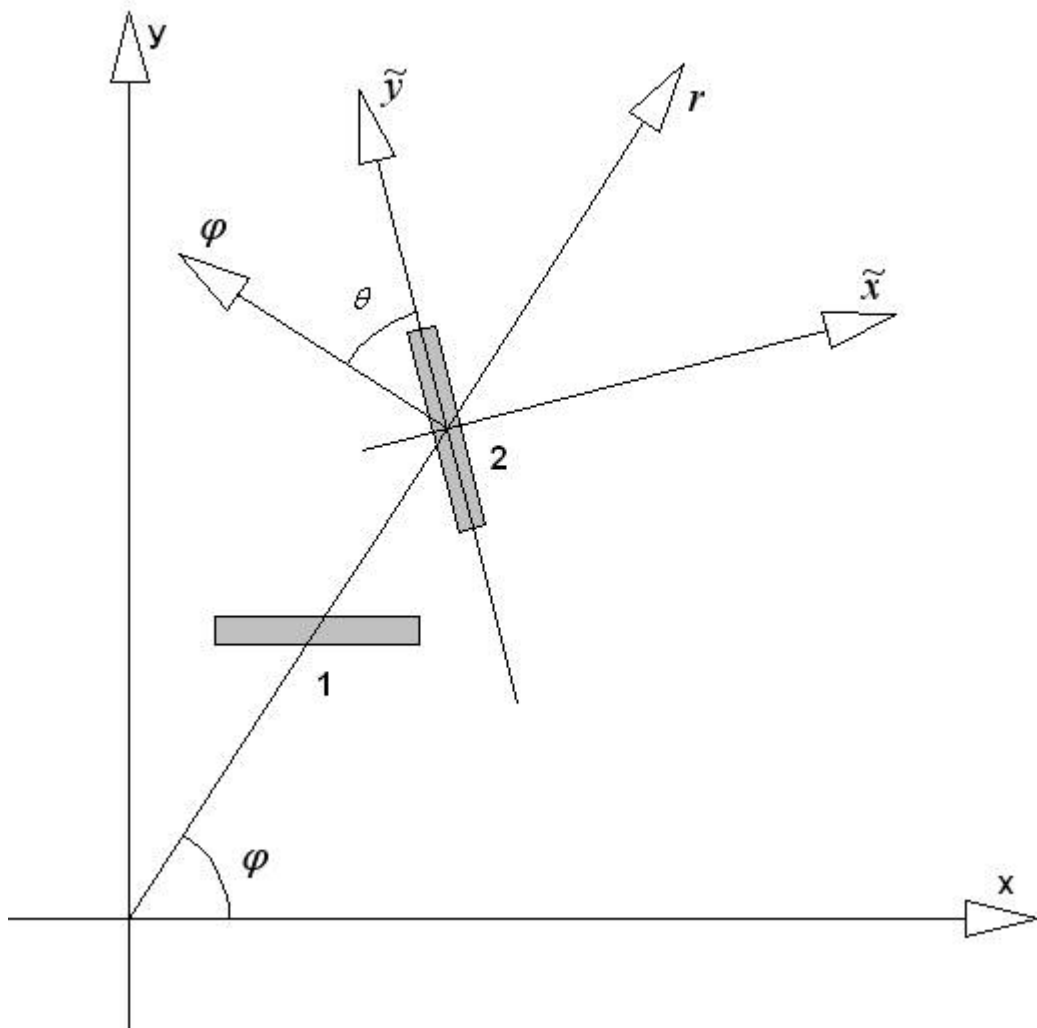


Рис. 7.5.5. К размещению щелей в АРЛ линейной поляризации

Для АРЛ, излучающей по нормали этот угол равен нулю. Данное утверждение имеет следующие не совсем строгие основания. Нормальному падению плоской волны на решетку с прямоугольной сеткой соответствует поле с нулевой производной вдоль линеек излучателей, формирующих решетку. В случае АРЛ цилиндрическая волна имеет нулевую производную на окружностях с центром в начале координат. На этих же окружностях располагаются щели. Данная аналогия позволяет рассматривать падение цилиндрической волны на решетку с аксиальной симметрией, как падение по нормали.

С учетом сделанных выше замечаний мы можем записать следующее соотношение:

$$E_{\tilde{x}} \sim I_{r0} \cos \theta, \quad (7.5.8)$$

где  $E_{\tilde{x}}$  - единственная компонента электрического поля в щели,  $I_{r0}$  - радиальная компонента электрического тока цилиндрической волны ПВ, текущего по поверхности экрана, в котором выполнены излучающие щели. Ток  $I_{r0}$  зависит от координаты  $r$ . Строго говоря, эта зависимость описывается функцией Ганкеля нулевого порядка. Однако на достаточно больших расстояниях от начала координат ее можно заменить асимптотикой  $\frac{e^{-ik\sqrt{\varepsilon}r}}{\sqrt{r}}$ .

В направлении вдоль оси  $Oz$  щели излучают волны, имеющие компоненту электрического поля  $E_{\tilde{x}}$ . Через нее можно выразить компоненты поля в цилиндрической системе координат:

$$E_r = E_{\tilde{x}} \cos \theta, \quad (7.5.9)$$

$$E_\varphi = -E_{\tilde{x}} \sin \theta.$$

Приведем далее выражения для компонент поля излучения в декартовой системе:

$$E_x = E_r \cos \varphi - E_\varphi \sin \varphi, \quad (7.5.10)$$

$$E_y = E_r \sin \varphi + E_\varphi \cos \varphi.$$

Поскольку щели 1 и 2 (см. рис. 7.5.5) находятся на расстоянии равном половине длины волны в ПВ, то мы можем записать следующее соотношение:

$$I_{r0}(r_2) \approx -I_{r0}(r_1), \quad (7.5.11)$$

где  $r_{1,2}$  - расстояния от начала координат, на которых расположены щели 1 и 2.

Приближенное равенство в (7.5.11) связано с функцией  $1/\sqrt{r}$ . Однако, если считать, что  $r_{1,2} \gg \lambda/2\sqrt{\varepsilon}$ , где  $\lambda$  - длина волны в свободном



пространстве, то приближенное равенство в (7.5.11) можно заменить строгим равенством.

С учетом всего сказанного выше мы можем записать для поля излучения пары щелей следующие соотношения:

$$E_x \sim \frac{I_{r0}}{2} [\cos \varphi (\cos 2\theta_1 - \cos 2\theta_2) + \sin \varphi (\sin 2\theta_1 - \sin 2\theta_2)], \quad (7.5.12)$$

$$E_y \sim \frac{I_{r0}}{2} [\sin \varphi (\cos 2\theta_1 - \cos 2\theta_2) - \cos \varphi (\sin 2\theta_1 - \sin 2\theta_2)].$$

В формулах (6.12) под  $I_{r0}$  понимается значение этой функции в точке  $r_1$ .

Потребуем далее, чтобы компонента поля  $E_y$  была равна нулю при любом угле  $\varphi$ . В этом случае поле излучения будет поляризовано в плоскости XOZ. Получаемое из второго равенства (7.5.12) уравнение имеет простое решение:

$$\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2} + \varphi. \quad (7.5.13)$$

Соотношение (7.5.13) связывает свободные параметры  $\theta_{1,2}$  друг с другом. Для однозначного их выбора мы должны наложить дополнительное требование на характеристики излучения. Например, мы можем потребовать, чтобы рабочая компонента поля  $E_x$  не зависела от координаты  $\varphi$  при выполнении соотношения (7.5.13).

Выразим угол  $\theta_2$  через  $\theta_1$  с помощью (7.5.13) и подставим его во второе равенство из (7.5.12):

$$E_x \sim I_{r0} \cos(2\theta_1 - \varphi). \quad (7.5.14)$$

Из соотношения (7.5.14) видно, что для постоянства компоненты  $E_x$  достаточно выполнения следующего равенства:

$$\theta_1 = \frac{\varphi}{2} + C, \quad (7.5.15)$$

где  $C$  - некоторая произвольная постоянная.

На рис. 7.5.6 показана ориентация щелей АРЛ линейной поляризации расположенных на осях координат. На других окружностях АРЛ щели могут иметь другую длину, однако углы  $\theta_{1,2}$  остаются неизменными. Изменением длины щелей можно регулировать амплитудное распределение в АРЛ вдоль радиальной координаты. Этот вопрос мы обсудим в следующем разделе.

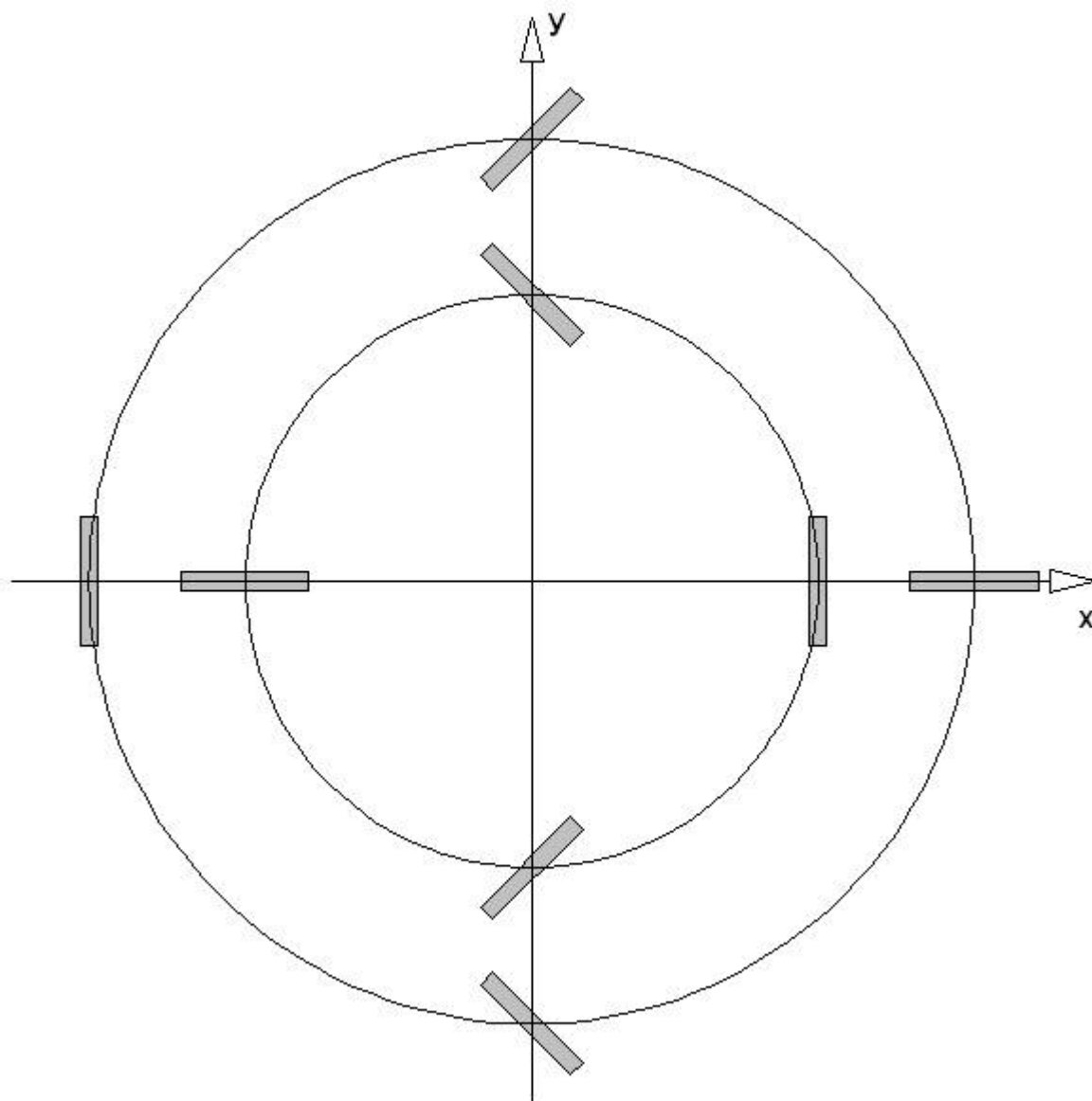


Рис. 7.5.6. Расположение щелей на главных осях АРЛ

*Конфигурация щелей в АРЛ круговой поляризации, излучающей по нормали.*  
Рассмотрим далее задачу размещения щелей в АРЛ круговой поляризации. Воспользуемся рис. 7.5.5. Отличие анализируемой антенны от изученной

выше только в том, что расстояние между щелями 1 и 2 теперь равно четверти длины волны в ПВ. Изменение расстояния необходимо для создания фазового сдвига в  $90^0$  между волнами линейной поляризации, излучаемыми щелями вдоль оси  $Oz$ .

Соотношение для компонент поля, создаваемого парой щелей аналогичное (7.5.13) теперь имеет следующий вид:

$$E_x \sim \frac{I_{r0}}{2} [\cos \theta_1 \cos(\theta_1 - \varphi) - i \cos \theta_2 \cos(\theta_2 - \varphi)], \quad (7.5.16)$$

$$E_y \sim \frac{I_{r0}}{2} [\cos \theta_1 \sin(\theta_1 - \varphi) - i \cos \theta_2 \sin(\theta_2 - \varphi)].$$

Круговая поляризация получается, когда ортогональные компоненты поля равны по модулю и отличаются по фазе на  $90^0$ . Эти условия выполняются при следующих соотношениях между углами:

$$\theta_1 = \frac{\pi}{4}, \quad (7.5.17)$$

$$\theta_2 = \theta_1 \pm \frac{\pi}{2}.$$

Выберем для определенности во втором равенстве из (7.5.17) нижний знак и подставим выражения (7.5.17) в формулы (7.5.16):

$$E_x \sim \frac{I_{r0}}{\sqrt{2}} e^{i\psi},$$

$$E_y \sim -i \frac{I_{r0}}{\sqrt{2}} e^{i\psi}, \quad (7.5.18)$$

$$\psi = \varphi - \frac{\pi}{4}.$$

Из формул (7.5.18) видно, что условия излучения волн круговой поляризации выполняются. Однако фаза излученной волны зависит от угла  $\varphi$ . Эта зависимость нежелательна, так она препятствует синфазному сложению

волн, созданных всеми щелями АРЛ. Для ее устранения можно воспользоваться зависимостью функции  $I_{r0}$  от радиальной координаты  $r$ :

$$I_{r0} \sim \frac{e^{-ik\sqrt{\varepsilon}r}}{\sqrt{r}}. \quad (7.5.19)$$

Пусть радиус  $r$  зависит от угла  $\varphi$  следующим образом:

$$r(\varphi) = \frac{\varphi}{k\sqrt{\varepsilon}}. \quad (7.5.20)$$

Тогда из соотношений (7.5.18) видно, что компоненты поля уже не зависят от угла  $\varphi$  и, следовательно, поля излученные щелями с разными азимутальными координатами будут синфазно складываться в свободном пространстве. Уравнение (7.5.20) – это уравнение спирали. Полному обороту спирали соответствует увеличение радиуса на длину волны в ПВ.

Пример размещения щелей в АРЛ круговой поляризации показан на рис. 7.5.7. Точкам на рис. 7.5.7 соответствует пара щелей. Отметим, что как в антенне круговой, так и в антенне линейной поляризации угловое расстояние между излучателями должно выбираться не постоянным, а переменным. Таким образом, чтобы обеспечивалось равенство линейного расстояния между ними. Такой выбор данного параметра обеспечит отсутствие боковых лепестков ДН антенны.

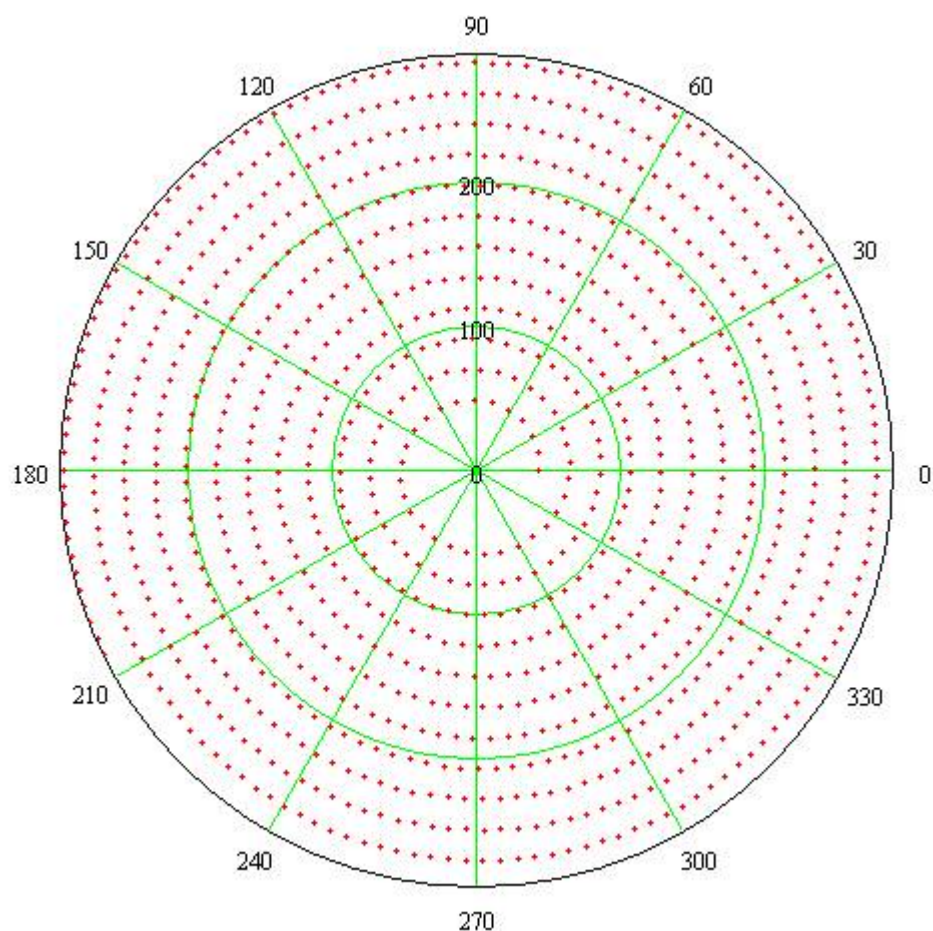


Рис. 7.5.7. Размещение щелей в АРЛ круговой поляризации

Попытка размещения излучателей с постоянным угловым расстоянием приведет при больших радиусах к увеличению линейного расстояния до значений больших длины волны в свободном пространстве. При этом волны от этих участков решетки могут складываться синфазно не только в направлении оси  $Oz$ , но и в других направлениях. Такое сложение может привести к нежелательному росту боковых лепестков.

*Двухполяризационные АРЛ.* Важной задачей является создание двухполяризационных и, следовательно, двухканальных антенн. Подобные антенны мы уже анализировали в других разделах. Рассмотрим далее возможность их реализации на основе АРЛ.

Одно из возможных технических решений в этой области представлено в работе [133]. Рассмотрим его подробнее. Основная идея предложенной антенны уже обсуждалась в данной книге. Она состоит в применении в

качестве направляющей структуры двухволнового волновода, в котором могут распространяться волны с разной поляризацией поля. Взаимодействуя с решеткой, они формируют в пространстве ортогонально поляризованные волны. Основная задача создать такой волновод, эффективно возбудить его и далее эффективно излучить из него поле в свободное пространство, сохраняя при этом конструктивную простоту АРЛ.

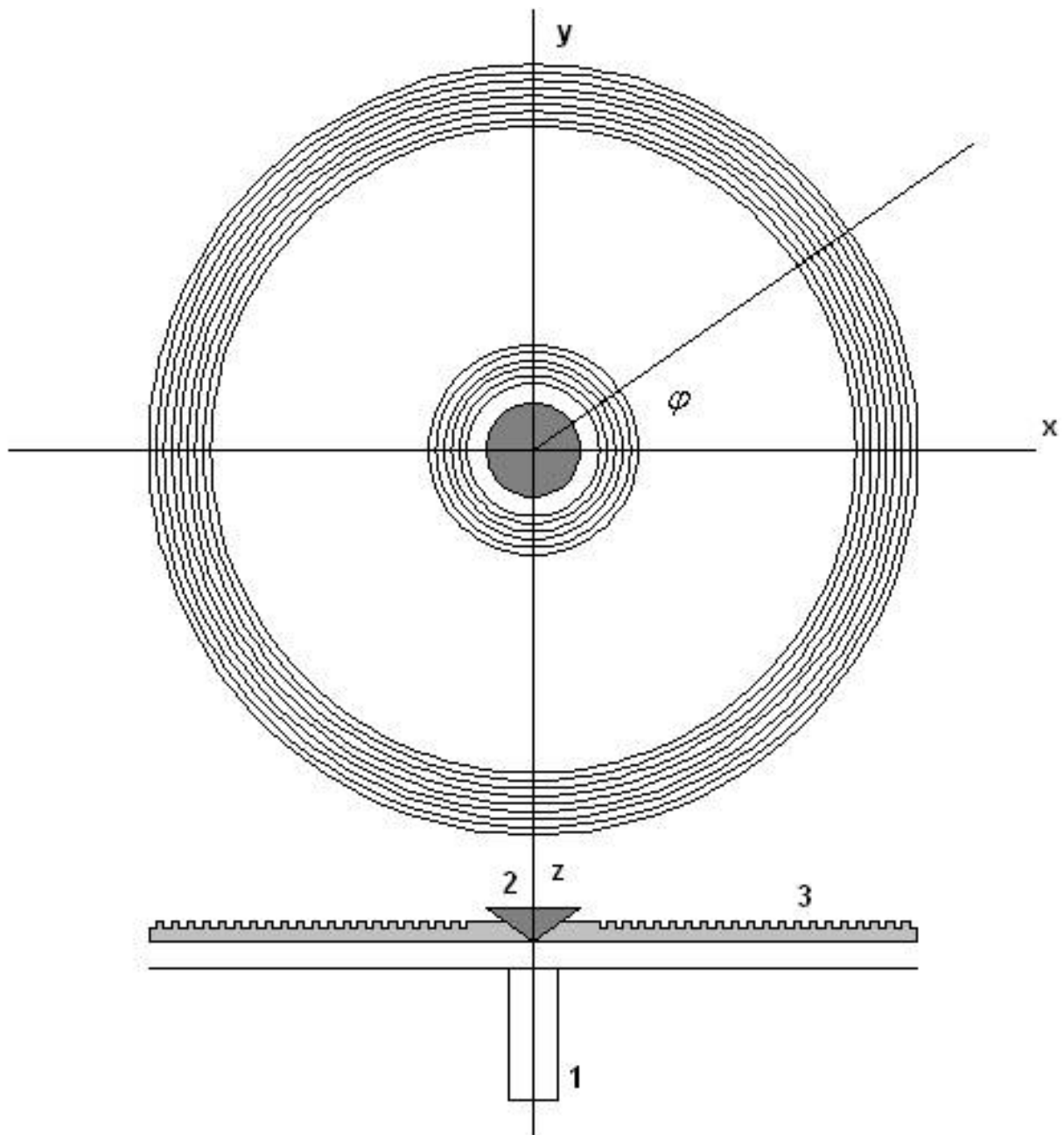


Рис. 7.5.8. Двухполяризованная АРЛ

Рассматриваемая антенна в том виде, в котором она описана в работе [133], показана на рис. 7.5.8. В ее состав входят: возбуждающий круглый волновод 1, согласующий конус 2 и излучающая решетка 3 на основе гофрированной диэлектрической пластины с металлическим экраном. По круглому волноводу могут распространяться две волны с ортогональными поляризациями. Их можно возбудить независимо друг от друга. Поэтому мы можем считать, что волновод 1 создает два входа рассматриваемой антенны.

Пусть по волноводу 1 на АРЛ набегают волны, у которых вектор электрического поля ориентирован преимущественно вдоль оси  $Ox$ . В месте сочленения с ПлДВ она возбуждает его собственные волны. В разделе 7.4 было показано, что таких волн может быть две:  $E_1$  и  $H_1$ . Важно, что выбором параметров ПлДВ можно добиться равенства их постоянных распространения и коэффициентов замедления  $U_e$  и  $U_h$ . Согласующий конус 2 обеспечивает минимизацию коэффициента отражения по входу АРЛ. Важным фактором являются параметры возбужденных в ПлДВ собственных волн. Эти волны относятся к классу радиальных волн, которые распространяются от центра антенны к ее периферии. Существенным также является тип такой волны. Разные типы радиальных волн отличаются разной зависимостью поля от азимутального угла  $\varphi$  и радиальной координаты  $r$ :

$$H_n^{(2)}(\gamma r) \begin{cases} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{cases},$$

где  $\gamma$  - постоянная распространения собственной волны ПлДВ,  $H_n^{(2)}(\gamma r)$  - функция Ганкеля второго рода.

При возбуждении ПВ осесимметричным источником в нем возбуждалась осесимметричная волна нулевого индекса. Волновод с основной волной не является осесимметричным источником. Основной волне соответствует поле с одной вариацией по азимутальной координате, то есть  $n = 1$ . В силу аксиальной симметрии АРЛ такая волна круглого волновода

также возбуждит в ПЛДВ поле, зависимость которого от угла  $\varphi$  соответствует азимутальной волне первого порядка.

Важно при этом, что компоненты поля у  $E_1$ -волны имеют зависимость от  $\varphi$  в виде  $\cos \varphi$ , а у  $H_1$ -волны в виде  $-\sin \varphi$ . Компоненты поля собственных волн в декартовой системе координат приведены в главе 5. В цилиндрической системе координат поле радиальных собственных имеет более сложную структуру. Так оно содержит пять компонент вместо трех, как это имеет место для плоской волны. Однако при достаточно большом радиусе можно выделить три основные компоненты поля, существенно превосходящие две оставшиеся компоненты. Для  $E_1$ -волны такими компонентами будут  $H_\varphi, E_r, E_z$ , а для  $H_1$ -волны  $E_\varphi, H_r, H_z$ . Все эти компоненты поля имеют одинаковую зависимость от угла  $\varphi$ .

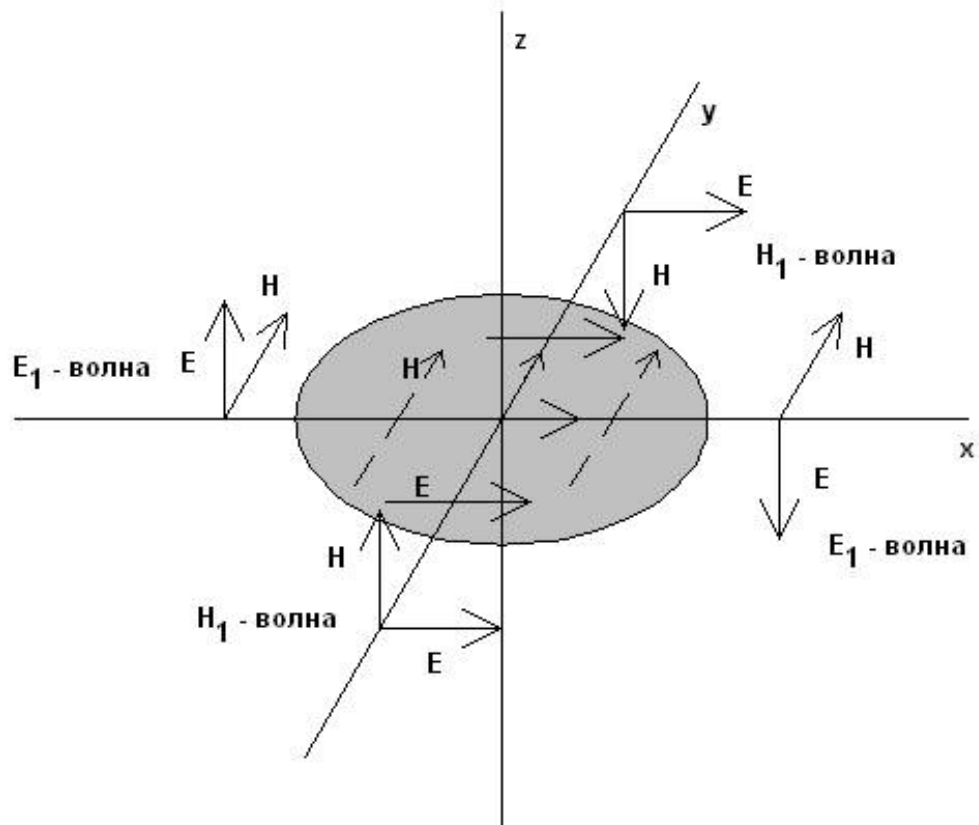


Рис. 7.5.9. К возбуждению ПлДВ



На рис. 7.5.9 показаны компоненты поля собственных волн ПДВ, возбуждаемых в четырех направлениях  $\varphi = 0, 90, 180, 270^\circ$ . Из рис. 7.5.9 можно понять почему, например, компонента поля  $H_\varphi$  у  $E_1$ -волны имеет зависимость от азимутальной координаты в виде  $\cos \varphi$ , а компонента  $E_\varphi$  у  $H_1$ -волны в виде  $-\sin \varphi$ .

Будем далее анализировать поведение тангенциальных к плоскости ХОУ компонент электромагнитного поля. Выше мы описали зависимость компонент  $H_\varphi$  и  $E_\varphi$  от угла  $\varphi$ . Вообще говоря, собственные волны ПлДВ содержат также радиальные компоненты, являющиеся продольными по отношению к направлению распространения волн. Однако эти компоненты, по крайней мере, когда речь идет о ПлДВ выполненных из наиболее распространенных материалов с  $\varepsilon \approx 2$ , существенно меньше поперечных компонент.

Волновой пучок, излучаемый в свободное пространство повторяет распределение поля в апертуре антенны. При этом поле в пучке близко к поперечному. Магнитное и электрическое поля связаны через волновое сопротивление свободного пространства  $W_0$ . В частности, компонента  $E_r$  выражается через  $H_\varphi$ :

$$E_r = W_0 H_\varphi.$$

Следовательно,  $E_r$  пропорциональна  $\cos \varphi$ . Находим компоненты поля в декартовой системе координат:

$$E_x = A_e \cos^2 \varphi + A_h \sin^2 \varphi, \quad (7.5.21)$$

$$E_y = A_e \sin \varphi \cos \varphi - A_h \sin \varphi \cos \varphi,$$

где  $A_{e,h}$  - коэффициенты пропорциональности, зависящие от интенсивности возбуждения собственных волн ПлДВ и структур их полей.

Предположим, что мы можем обеспечить равенство коэффициентов  $A_{e,h}$ . Тогда из формулы (7.5.21) видно, что  $E_y=0$ , а  $E_x$  не зависит от угла  $\varphi$ . Таким образом, мы приходим к выводу, что поляризация волны излученной в свободное пространство совпадает с поляризацией волны круглого волновода возбуждающей антенну. Отсюда, например, следует, что если в круглом волноводе распространяется пара ортогональных волн сдвинутых по фазе на  $90^0$ , то в свободное пространство будет излучаться волна круговой поляризации.

Приведенные выше рассуждения справедливы для антенны, излучающей вдоль оси  $Oz$ . В этом случае излучатели, роль которых в рассматриваемом случае выполняют канавки в диэлектрической пластине, должны располагаться на расстоянии равном длине волны в ПлДВ. При этом все сложности, связанные с согласованием АРЛ сохраняются.

Отметим, что представленная на рис. 7.5.8 конструкция АРЛ не является уникальной с точки зрения создания двухполяризационной антенны. В частности, излучатели в виде канавок могут быть с успехом заменены ленточными излучателями, а ПлДВ другим планарным волноводом, способным поддерживать распространение волн разной поляризации.

*Секторные АРЛ.* Рассмотрим еще одну модификацию АРЛ. Она представляет собой вырезку из круглой АРЛ секторной формы (см. рис. 7.5.10). Возбуждается АРЛ этого типа волноводом или коаксиальной линией. Границы АРЛ определяются углами  $\varphi_{\min}$  и  $\varphi_{\max}$ . Важны их абсолютные значения, а не только разность, задающая угол раскрытия сектора  $\Phi$  :

$$\Phi = \varphi_{\max} - \varphi_{\min}.$$

Ориентация АРЛ относительно осей координат важна, поскольку мы фиксируем плоскость, в которой находится главный луч ДН антенны. Считаем, что он всегда лежит в плоскости  $XOZ$ . Положение главного луча относительно оси  $Oz$  задается углом  $\theta_m$  (см. рис. 7.5.10).

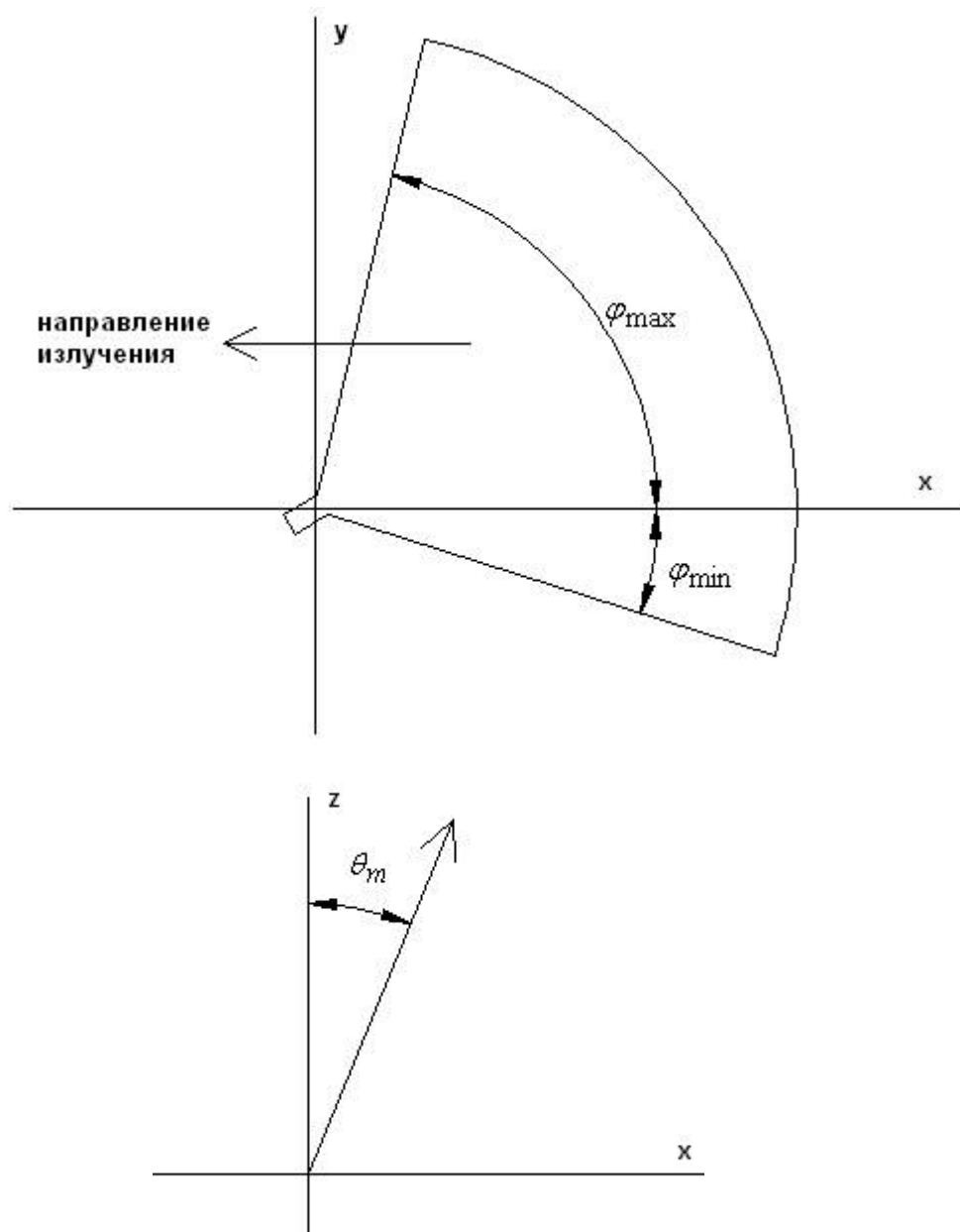


Рис. 7.5.10. Секторная АРЛ

Интерес к секторным АРЛ обусловлен простотой их конструкции и возможностью получить приемлемую ДН при работе с отклоненным от нормали лучом. Выше отмечалась возможность наклонного излучения в АРЛ круглой формы. Однако, при достаточно больших углах отклонения часть радиальных линеек излучателей неизбежно работает в режиме излучения вперед. При этом расстояние между излучателями может быть достаточно большим, чтобы ДН линейки имела побочный дифракционный максимум. Появление таких линеек приводит к росту боковых лепестков в ДН. Вырезая

из окружности сектор, мы можем исключить из антенны линейки, излучающие вперед и избежать появления боковых лепестков в ДН.

Боковые стенки секторной АРЛ, расположенные при  $\varphi = \varphi_{\min, \max}$ , как правило, выполняются из металла. Поэтому амплитудное распределение поля по азимуту описывается тригонометрической функцией с нулями при  $\varphi_{\min, \max}$ , что снижает КИП антенны и уровень ее боковых лепестков. За исключением указанных выше факторов секторные АРЛ функционируют аналогично другим типам АРЛ рассмотренным выше.

## 8. Многолучевые, многоканальные интегрально - оптические антенные системы

В этой главе мы обсудим достигнутые результаты и наиболее актуальные тенденции в области разработки и практического использования многолучевых антенн, функционирующих с использованием принципов ИО СВЧ. Отметим, что под многолучевой антенной мы понимаем многоканальную систему, имеющую  $N$  входов и  $N$  соответствующих им лучей, сформированных в свободном пространстве. Наш интерес к таким устройствам обусловлен тем, что их развитие в наибольшей степени стимулировало разработку принципов ИО СВЧ и именно в них они нашли на сегодняшний момент наиболее полное практическое воплощение.

Возможность применения оптических принципов для построения остронаправленных антенн известна весьма давно [1]. Если ограничиться только печатными, планарными антеннами, то классическое решение в этой области в виде линзы Ротмана [25] также известно уже несколько десятилетий. Тем не менее, в настоящее время мы должны отметить резкий рост интереса к технологичным многолучевым антеннам, который связан с развитием систем связи. Для повышения их пропускной способности используют частотное, временное и кодовое разделение сигналов. Следующий этап развития таких систем связан с использованием пространственного разделения сигналов. Для реализации пространственного разделения в наилучшей степени подходят многолучевые и одновременно многоканальные антенные системы, которые обеспечивают формирование множества независимых, изолированных узких лучей. Их наличие позволяет переиспользовать частотно - временные ресурсы системы связи и за счет этого повышать ее общую информационную емкость.

В связи с отмеченными выше факторами мы можем отметить наблюдаемый в последние годы интенсивный рост числа публикаций, посвященных разработке новых технических решений в области

многолучевых антенн (см., например, [137]). Среди них антенны, построенные на принципах ИО СВЧ занимают доминирующее положение. Несмотря на то, что работы, посвященные классическим решениям на основе линз Ротмана и Люнеберга составляют большинство, можно отметить довольно большое число публикаций, в которых традиционные оптические элементы существенно модифицируются или заменяются новыми структурами, обладающими улучшенной совокупностью ПК [38].

В большом числе работ в качестве оптической структуры используют планарные зеркала [23] или систему зеркал [91]. Следует сказать, что планарные зеркала также относятся к традиционным техническим решениям давно известным в антенной технике. Однако, их соединение с методами печатной технологии, в том числе SIW технологии дало сильный импульс к развитию таких структур, позволяющее говорить об их втором рождении.

В данной главе мы рассмотрим три вида интегральных многолучевых антенн, отличающихся типом оптической структуры: антенны на основе линз с принудительным преломлением (разд. 8.1), антенны на основе градиентных линз (разд. 8.2) и антенны на основе планарных зеркал (разд. 8.3).

В разд. 8.1 мы обсудим не только традиционные решения в виде линз Ротмана, но и относительно более новые линзы на основе ЧПР, которые ориентированы на применение в ММД.

В разд. 8.2 будут представлены антенны, использующие традиционные планарные линзы Люнеберга, например, в виде набора диэлектрических колец с разной проницаемостью, а также ряд новых структур, которые могут быть выполнены методами печатной технологии.

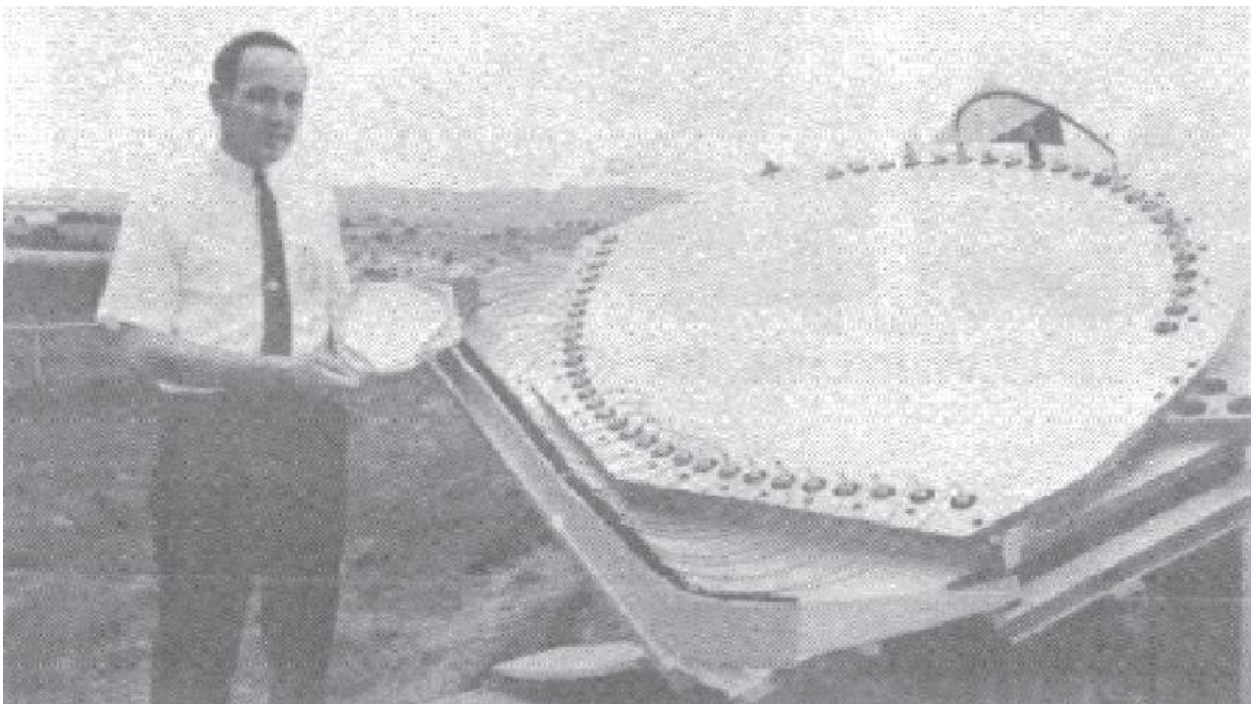
В разд. 8.3 будут рассмотрены многолучевые антенны на основе однослойных и двухслойных планарных зеркал, а также антенны на основе двухзеркальных систем.

Отметим также, что многие из рассматриваемых антенн интегрированы с излучающей решеткой, которая формирует систему остронаправленных лучей.

## 8.1. Многолучевые антенны на основе линз с принудительным преломлением

*Краткая история развития линз Ротмана.* Линза Ротмана была предложена в 1963 г. У. Ротманом и Р. Тернером [25]. Исследованная в данной работе планарная линза имела три фокальные точки и обладала улучшенными характеристиками по сравнению с линзой с принудительным преломлением исследованной Дж. Рузе [138].

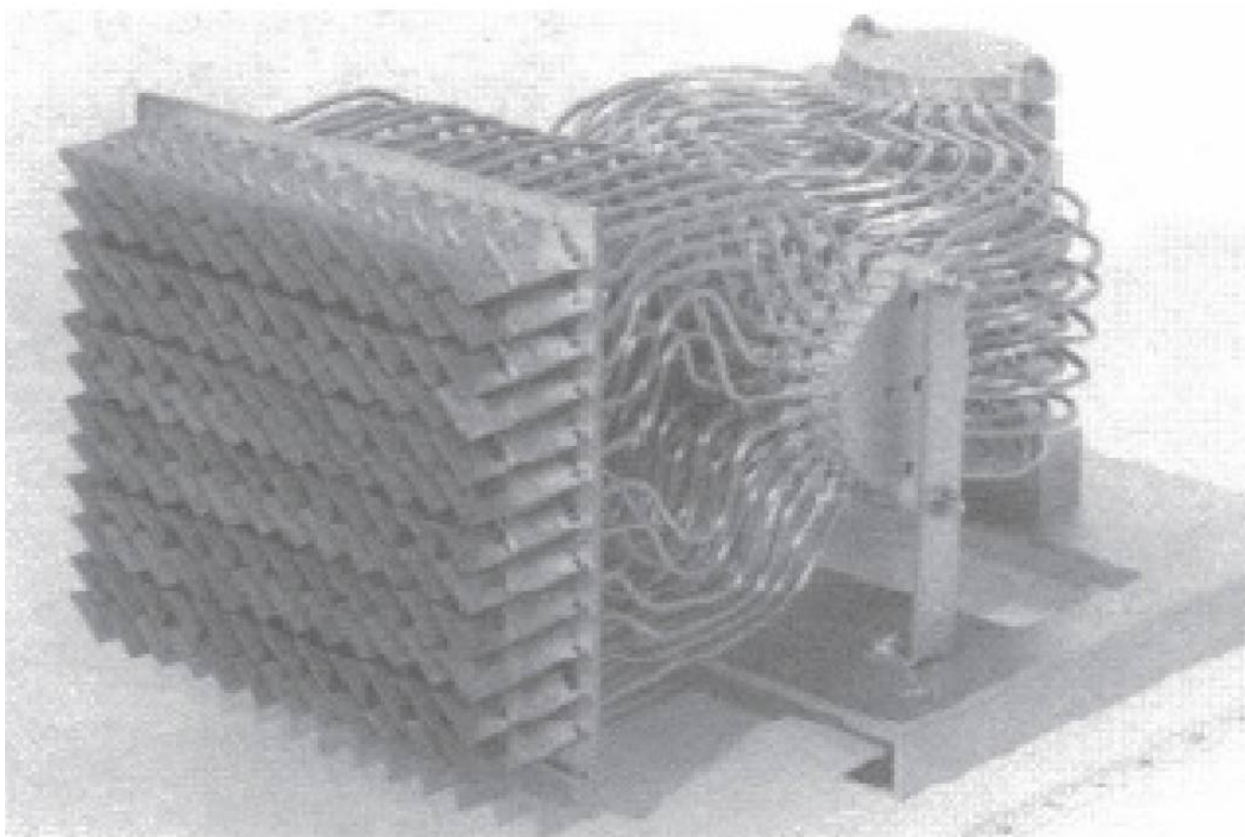
Наиболее интенсивно антенные системы на линзах Ротмана в тот период исследовались и разрабатывались в фирме Raytheon. Они выполнялись на основе коаксиальных линий, которые обеспечивали требуемые задержки сигналов в каналах.



*Рис. 8.1.1. Линза Ротмана с уменьшенными размерами*

На рис. 8.1.1 показан линза Ротмана с уменьшенными размерами за счет заполнения пространства между металлическими экранами диэлектриком [139].

Аналогичные линзы использовались для создания двумерных решеток, обеспечивающих обзор пространства в двумерном секторе углов (см. рис. 8.1.2).



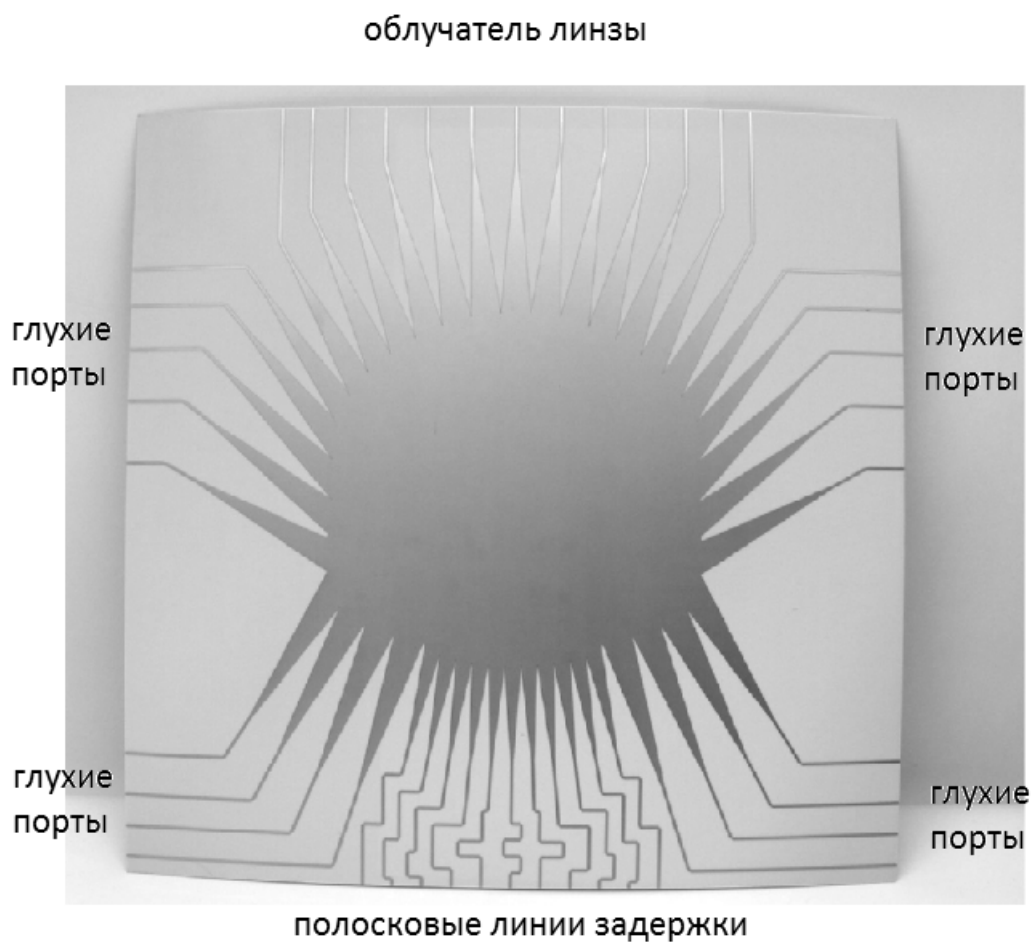
*Рис. 8.1.2. Двумерная решетка на основе линз Ротмана*

В 1973 г. Д. Арчер предложил использовать полосковые линии для создания низкопрофильных технологичных линз Ротмана [140].

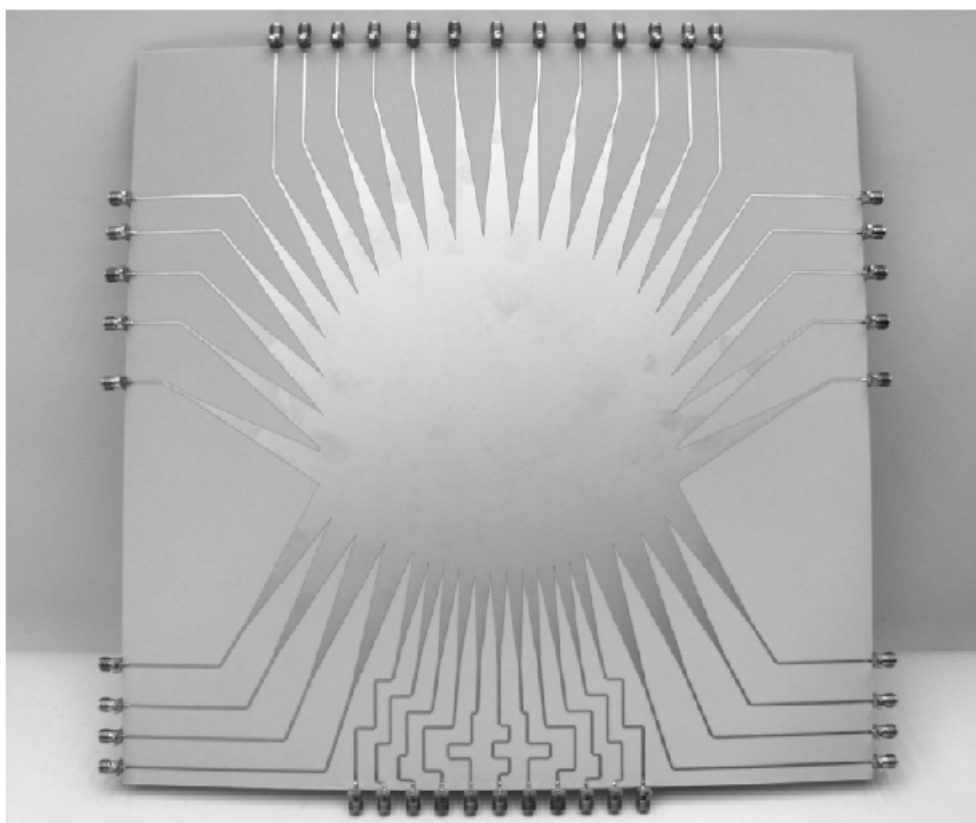
Применение печатной технологии для создания антенн данного типа расширило их возможности. В частности, существенно облегчило борьбу с волнами, отраженными от боковых поверхностей линзы Ротмана. Ранее для уменьшения их влияния использовались поглощающие материалы, располагаемые между экранами ПВ. В полосковых линзах поглощение волн, падающих на боковые поверхности происходит в, так называемых, глухих портах (dummy ports), представляющих собой решетку полосковых рупоров, которые переходят в полосковые ЛП нагруженные на согласованные нагрузки, которые удобно монтируются на поверхности печатной платы (см.



рис. 8.1.3 а). Нередко также полосковые линии заканчиваются разъемами. В этом случае линза Ротмана является автономной диаграммообразующей схемой (см. рис. 8.1.3 б).



*a*



б

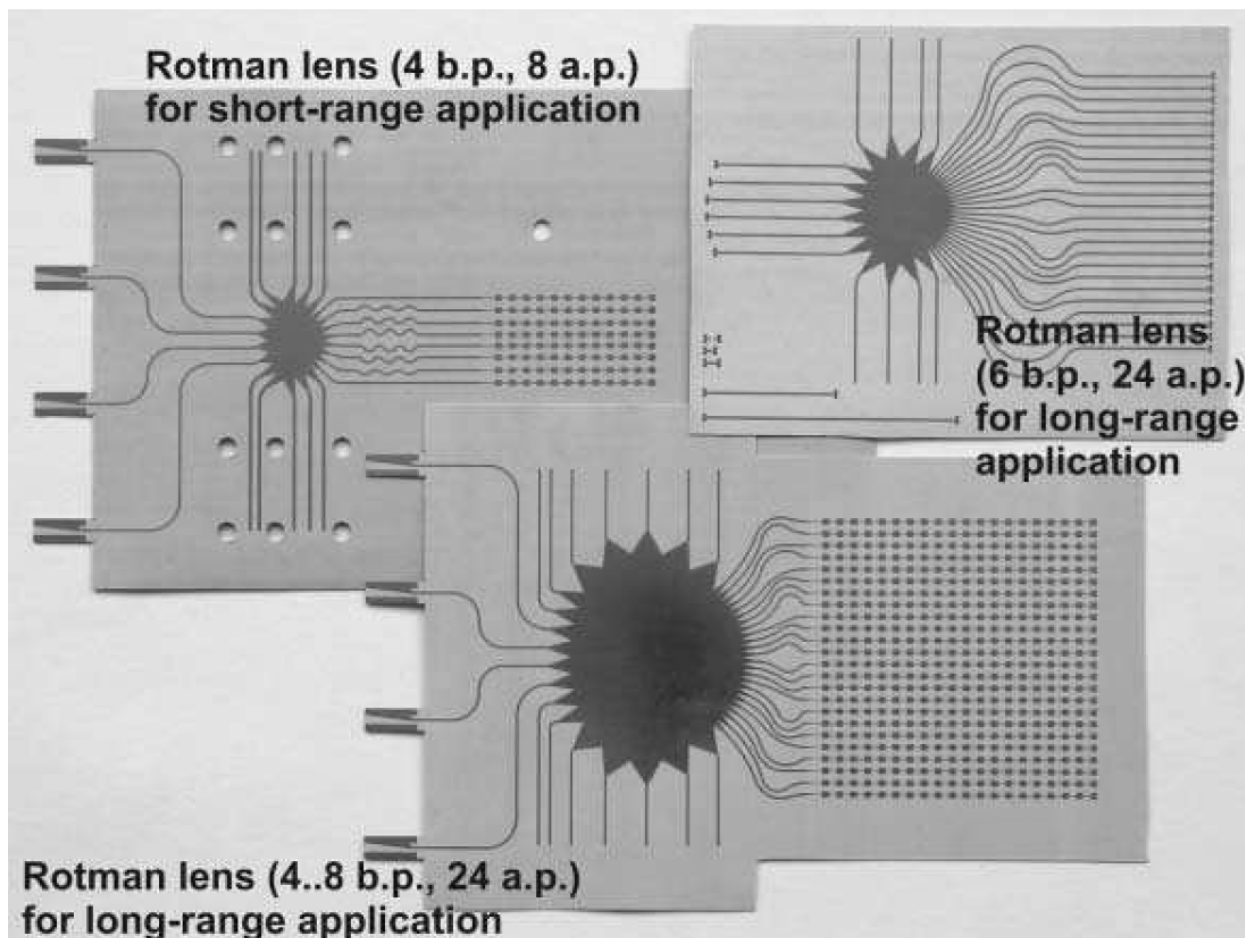
*Рис. 8.1.3. Печатные линзы Ротмана*

Неотъемлемой частью печатной линзы Ротмана стала решетка полосковых рупоров. Они используются на двух поверхностях для излучения и приема волн, распространяющихся внутри ПВ. Как правило, для обеспечения хорошего согласования используются длинные рупора с углом раскрытия меньшим  $12^\circ$ .

Сканирующие свойства линзы Ротмана зависят от многих факторов, среди которых стоит отметить фазовые aberrации в лучах сильно отклоненных от нормали к выходной апертуре линзы, неоптимальность ДН облучающего полоскового рупора и ряд других менее существенных обстоятельств. Диапазонные свойства преимущественно определяются изменением ДН облучателя в диапазоне частот.

*Интеграция линз Ротмана с излучающей печатной решеткой.* С точки зрения ИО СВЧ интересной тенденцией развития многолучевых планарных

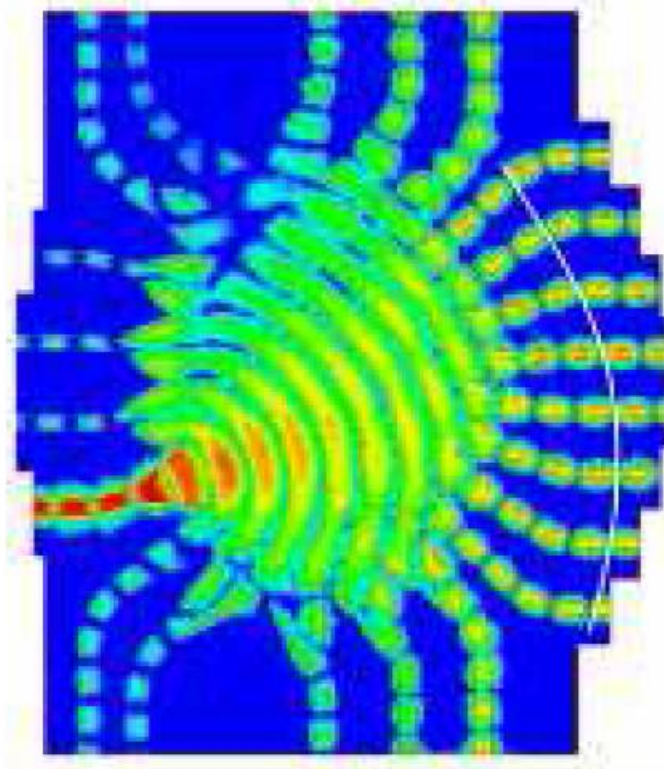
антенн на основе линз Ротмана является их объединение с решеткой печатных излучателей. Можно привести весьма большое число работ, в которых обсуждаются структуры такого типа. Они применяются в разных системах, в частности в автомобильных локаторах [141-143].



*Рис. 8.1.4. Многолучевые антенны для автомобильных радаров диапазона 77*

*ГГц*

В работе [144] приводятся конструкции многолучевых антенн диапазона 77 ГГц, которые применяются в автомобильных локаторах предотвращения столкновений. В них используются четырехканальные линзы Ротмана, выходы которых нагружены на линейки полосковых излучателей. Все вместе они формируют двумерную решетку, которая создает в свободном пространстве остронаправленные лучи.



*Рис. 8.1.5. Распределение поля в линзе Ротмана*

На рис. 8.1.5 представлено расчетное распределение поля внутри линзы Ротмана, которая возбуждается со стороны крайнего бокового входа. В работе [144] расчеты поля проводились в системе ADS (Advanced Design System). Следует отметить, что на современном уровне развития электродинамического моделирования возможен полный трехмерный анализ линз Ротмана с использованием таких систем как HFSS и Microwave Studio. Появились также и специализированные программы для анализа и проектирования линз Ротмана. Отметим среди них программу разработанную фирмой Remcom: <http://www.remcom.com/rotman-lens-designer>.

На рис. 8.1.6 а-г показаны разные виды полосковых излучателей. Они возбуждаются волной ЛП, бегущей снизу-вверх. Излучатели имеют разные размеры, что позволяет создавать в продольной плоскости сложные амплитудные распределения источников, обеспечивающие низкий уровень боковых лепестков, а также излучать по нормали к плоскости решетки.

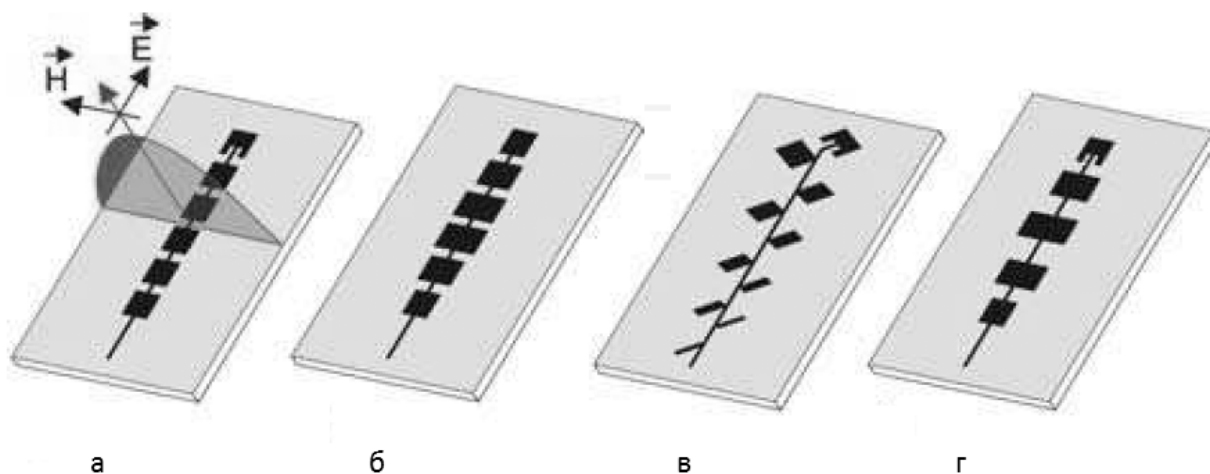


Рис. 8.1.6. Типы полосковых излучателей

Этот режим используется в структурах, показанных на рис. 8.1.4. ДН линейки излучателей (см. рис. 8.1.6 б) показана на рис. 8.1.7. В продольной плоскости она является остронаправленной. Параметры решетки выбирались таким образом, чтобы вдоль ЛП создавалось равномерное распределение.

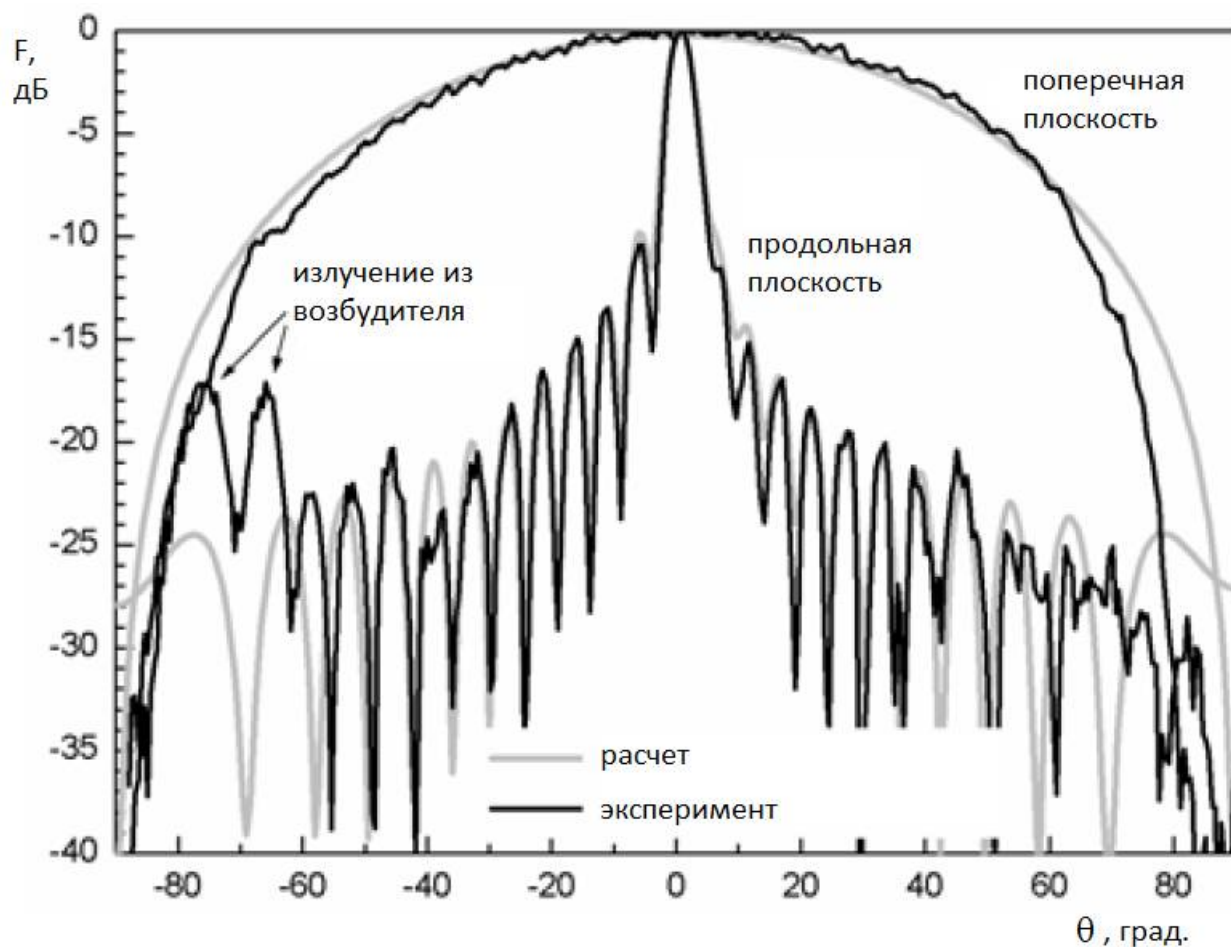
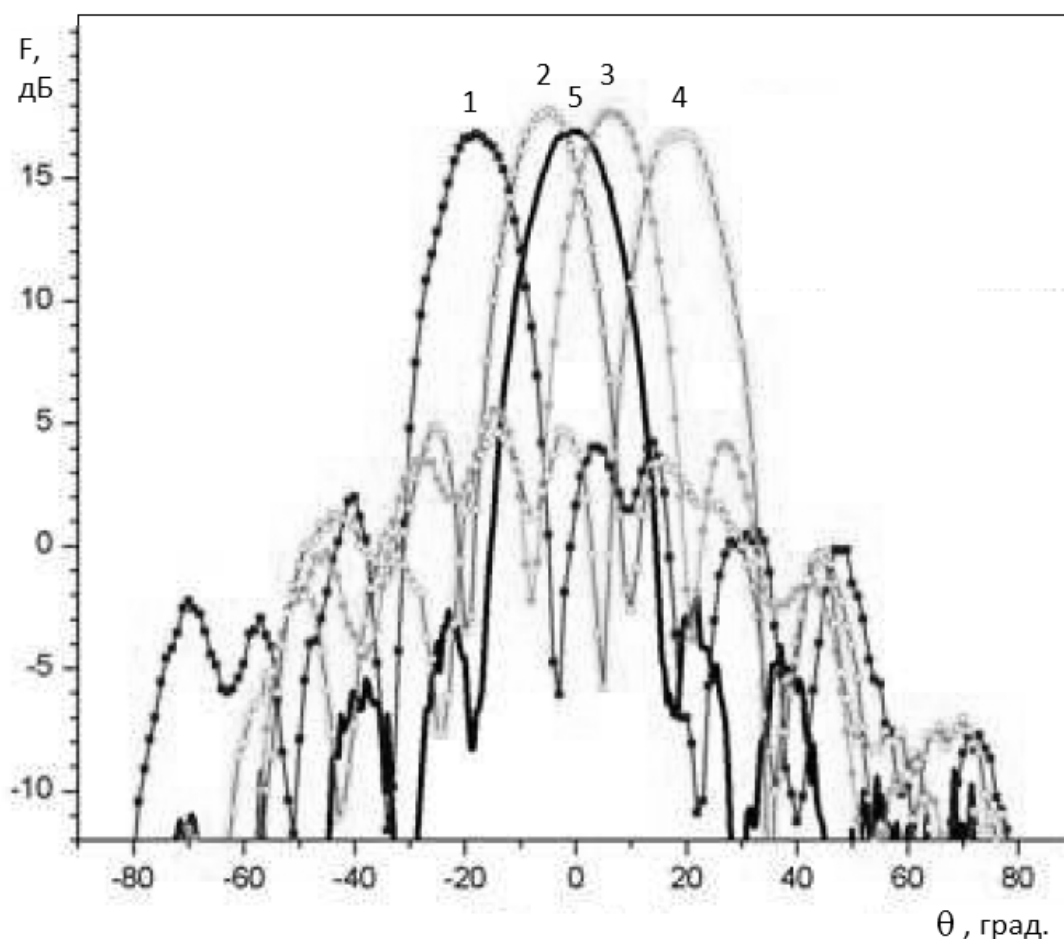


Рис. 8.1.7. ДН линейки полосковых излучателей

Полученный УБЛ близкий к  $-12$  дБ говорит о том, что синтез параметров решетки был проведен с достаточно хорошей точностью. В поперечной плоскости линейка имеет ожидаемую широкую ДН.

На рис. 8.1.8 показаны результирующие измеренные ДН в поперечной плоскости. Кривые 1 - 4 соответствуют четырем лучам исследованной системы, а кривая 5 получена для антенны, в которой вместо линзы Ротмана использовался полосковый делитель мощности на восемь каналов. Примечательно, что КУ центральных лучей (кривые 2 и 3) примерно на 1.5 дБ выше коэффициента усиления решетки с делителем мощности. Логично предположить, что этот выигрыш достигается за счет меньшего уровня диссипативных потерь в линзе по сравнению с полосковой схемой.



*Рис. 8.1.8. ДН антенны в поперечной плоскости*

Как мы уже отмечали в предыдущих главах традиционные линзы Ротмана имеют ограниченные возможности продвижения в высокочастотные

диапазоны. Эти ограничения преимущественно связаны с двумя факторами: ростом тепловых потерь в полосковых элементах и ростом связи между волноведущими каналами формирующими линзу. Борьба с этими недостатками ведется в следующих направлениях: переход с полосковых ЛП на другие типы волноводов, в частности, на ИПВ, переход с полосковых линз на линзы на основе ЧПР, развитие методов синтеза и анализа линз с принудительным преломлением, учитывающих взаимную связь каналов. Рассмотрим далее результаты, достигнутые в каждом из этих направлений.

*Линзы Ротмана и антенные системы на основе ИПВ и ПлДВ.* Применение SIW технологии для создания антенных систем на основе линзы Ротмана обсуждается в работе [38]. В ней описан семиканальный СВЧ модуль на основе линзы Ротмана (см. рис. 8.1.9). Он предназначен для связи самолетов с низкоорбитальными спутниками.

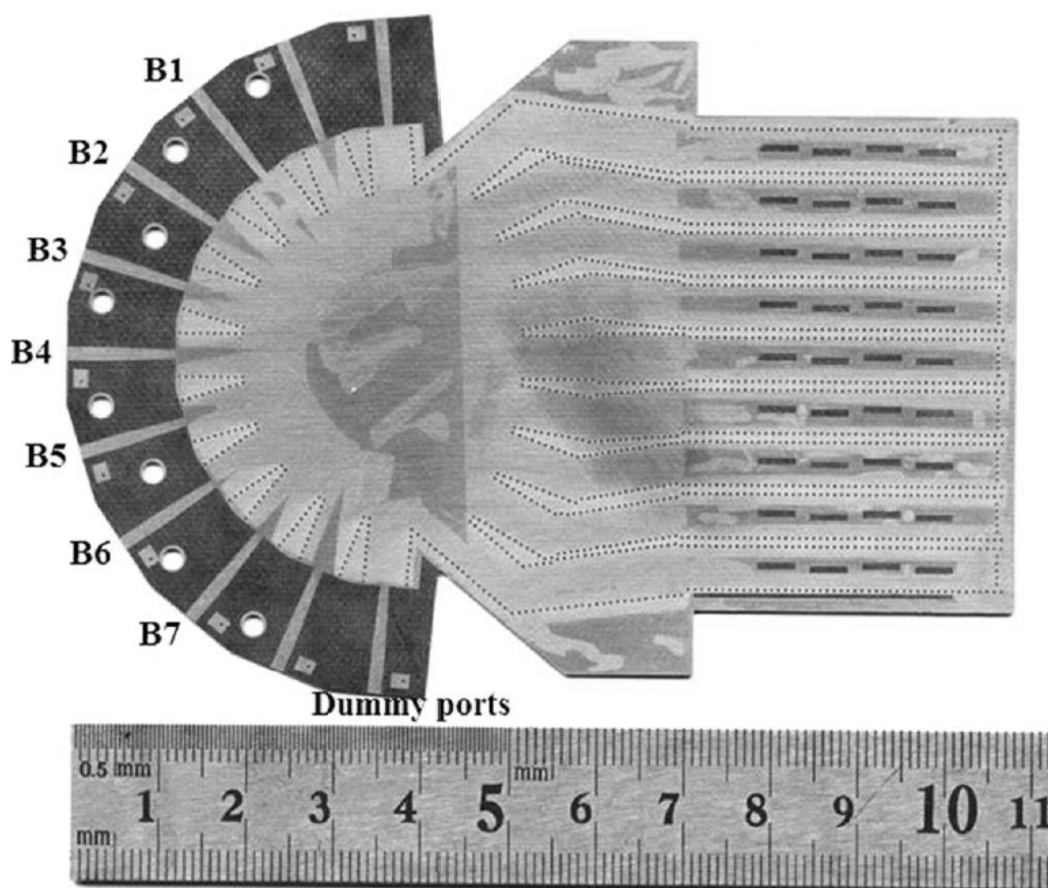
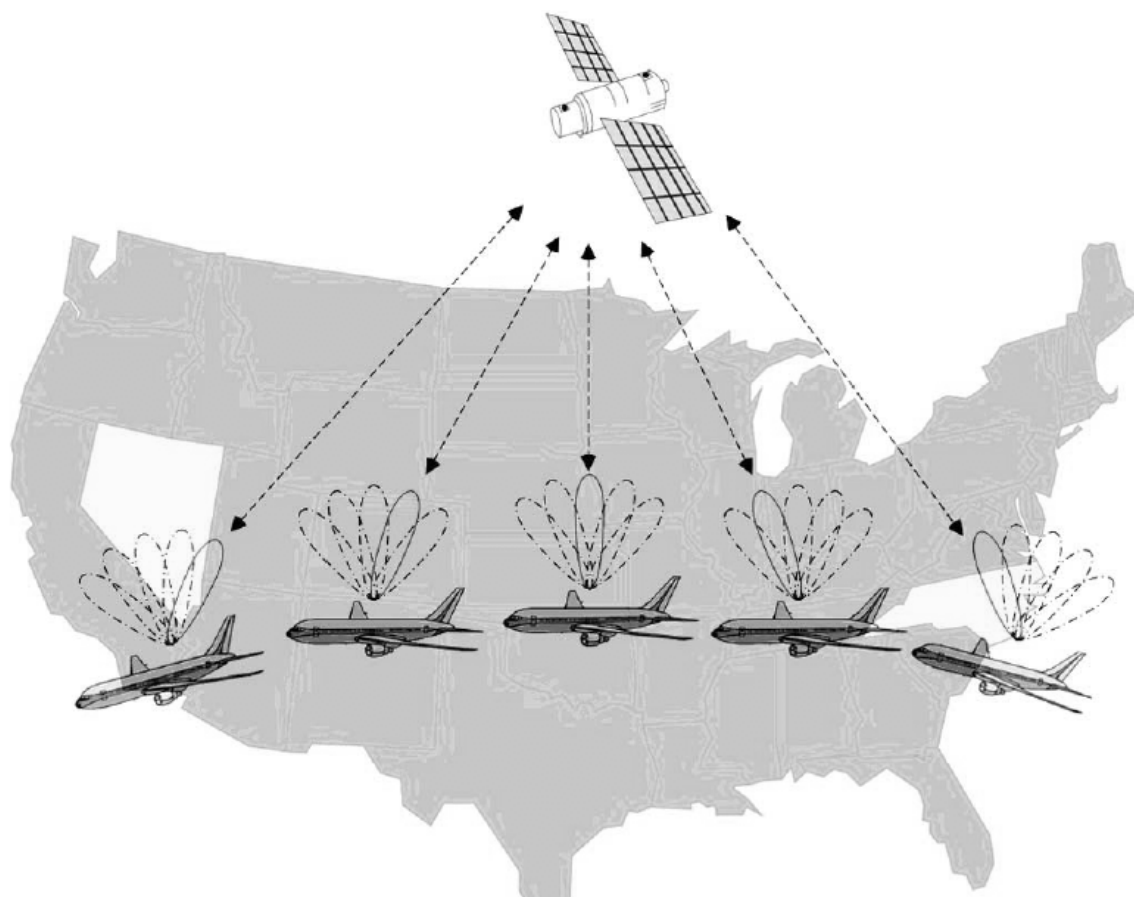


Рис. 8.1.9. Семиканальный интегральный антенный модуль на основе SIW линзы Ротмана



Модуль работает в диапазоне 28 - 30 ГГц. Он осуществляет обзор пространства в двух плоскостях. В одной из них (поперечной) перпендикулярной осям волноводов излучающей решетки обзор происходит в параллельном режиме за счет использования линзы. В ортогональной (продольной) плоскости осуществляется частотное сканирование. Схема использования модуля поясняется на рис. 8.1.10.



*Рис. 8.1.10. Схема применения антенного модуля*

Конфигурация его лучей в поперечной плоскости представлена на рис. 8.1.11. На нем показаны измеренные ДН, формируемые СВЧ модулем. Видно, что он обеспечивает обзор пространства в секторе углов  $\pm 45^\circ$ . Следует отметить, что относительно волноводных линз с принудительным преломлением существует определенное предубеждение, связанное с тем, что излучающая решетка в случае применения волноводов с воздушным заполнением при не очень больших углах отклонения от нормали имеет побочные дифракционные максимумы. Однако, как видно из рис. 8.1.11 в



данном случае применение волноводной линзы не препятствует реализации достаточно большого сектора обзора в  $\pm 45^\circ$ . Такое положение связано с тем, что формируемая на подложке линза имеет уменьшенные размеры и, соответственно уменьшенный период решетки, который исключает появление дополнительных лепестков ДН.

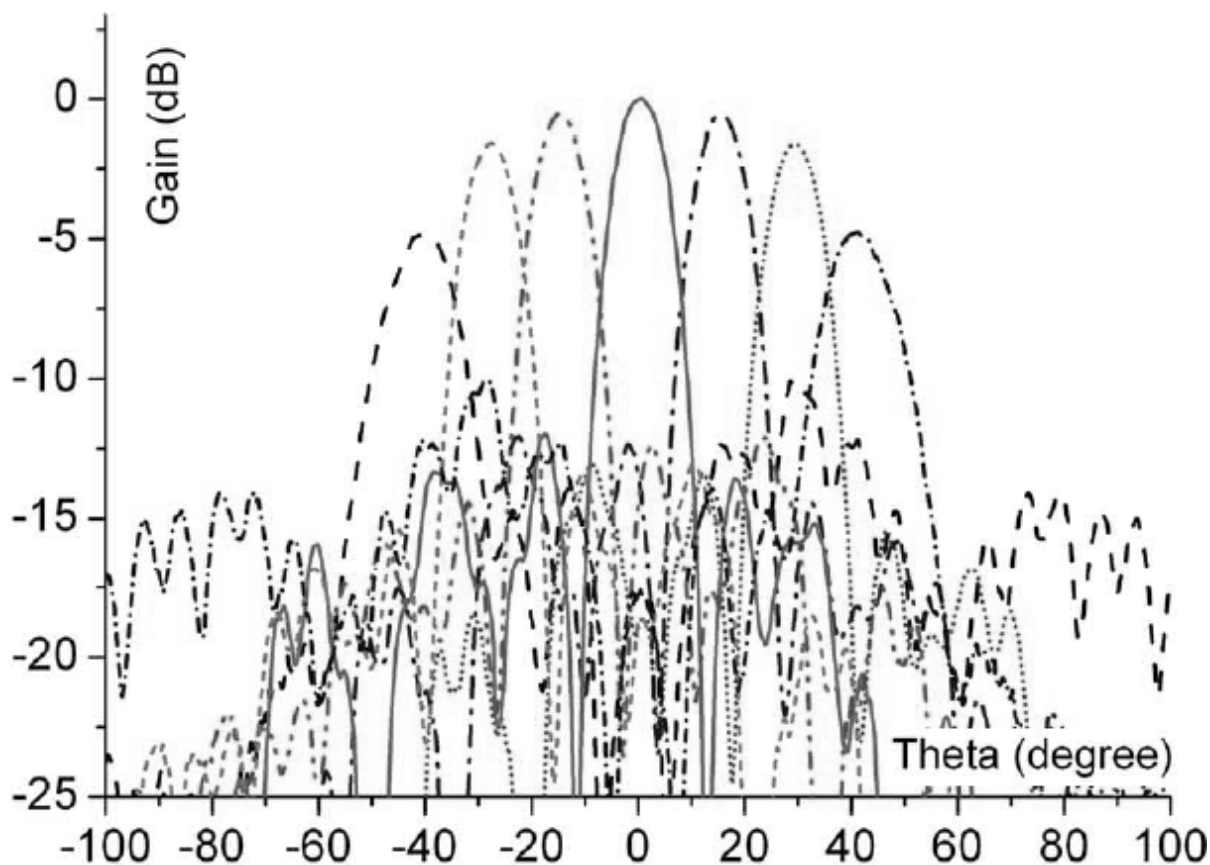


Рис. 8.1.11. ДН антенного модуля на основе SIW линзы Ротмана

Еще один пример многолучевой антенной системы на основе SIW технологии показан на рис. 8.1.12 [39]. Он формирует семь лучей с веерными ДН. В качестве излучателей используются антиподальные антенны Вивальди с переходами на ИПВ. Топология уединенного излучателя и его ДН представлены на рис. 8.1.13.

Антенны Вивальди формируют линейную решетку из семи элементов. Ее поле излучения поляризовано в плоскости подложки. ДН решетки на частотах 15.5, 16, 16.5 ГГц показаны на рис. 8.1.14. Представлены четыре из семи ДН. Три ДН опущены в силу симметрии структуры, поскольку они

являются зеркальным отражением приведенных кривых относительно начала координат.

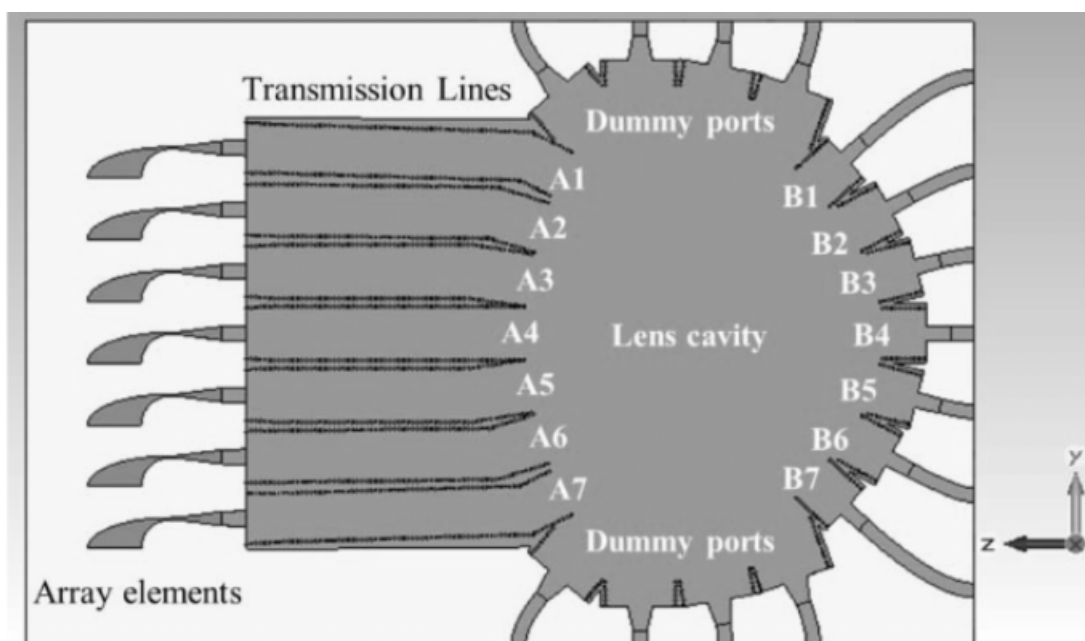


Рис. 8.1.12. Линейная многолучевая решетка антенн Вивальди на основе SIW линзы Ротмана

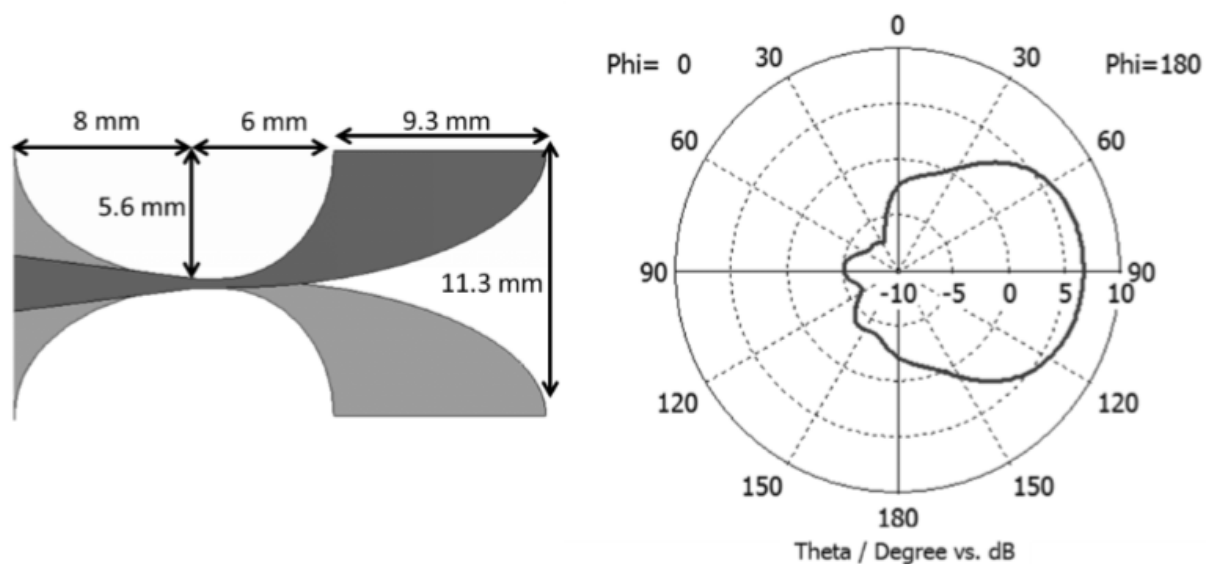
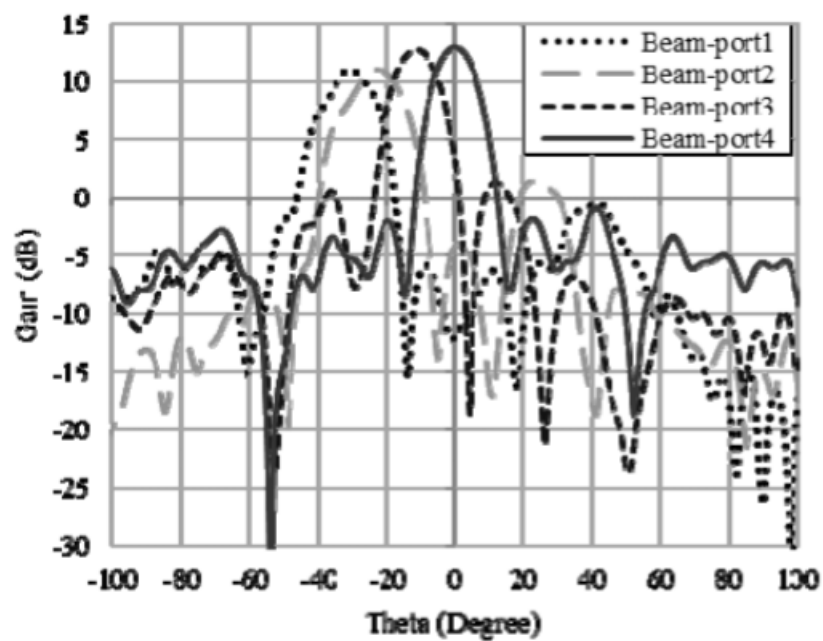
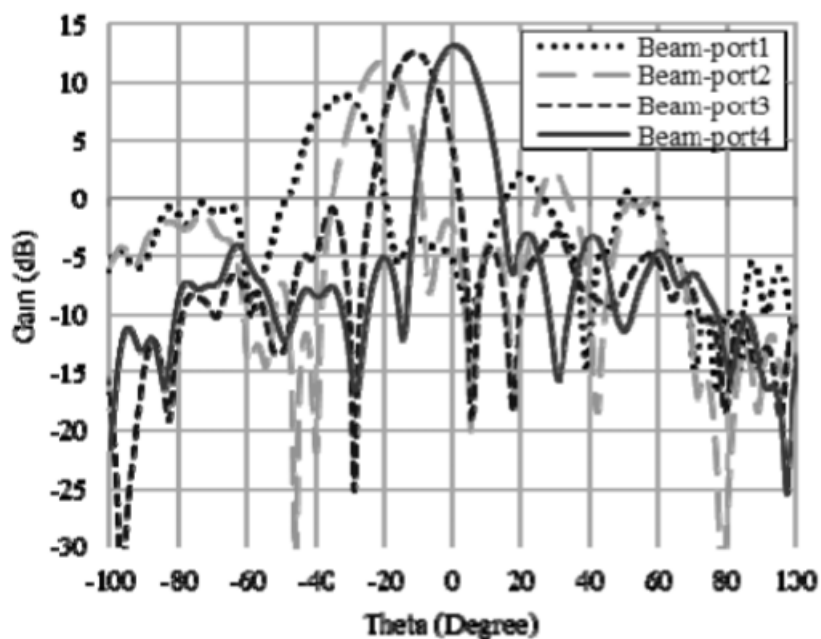


Рис. 8.1.13. Излучатель решетки - антиподальная антенна Вивальди и ее ДН



(a)



(b)

Рис. 8.1.14. ДН антенной системы на частотах 15.5, 16, 16.5 ГГц

Обращает на себя внимание довольно высокий уровень боковых лепестков. В центральном канале он близок к - 13 дБ характерным для равномерного амплитудного распределения в раскрыве антенны. Боковые лепестки в отклоненных от нормали лучах достигают - 10 дБ. Причем они распределены в широком секторе углов, что приводит к довольно заметному

снижению усиления отклоненных лучей, хотя углы их излучения не превышают  $30^\circ$ .

Переход в сравнительно более высокочастотные диапазоны стимулирует поиск адекватных технических решений. Первым шагом в этом направлении можно считать применение ИПВ для построения линз Ротмана. Более радикальным решением служит отказ от ПВ как среды распространения волн и переход к ПЛДВ с поверхностными волнами. Попытка построения линзы Ротмана с поверхностными волнами приведена в работе [145].

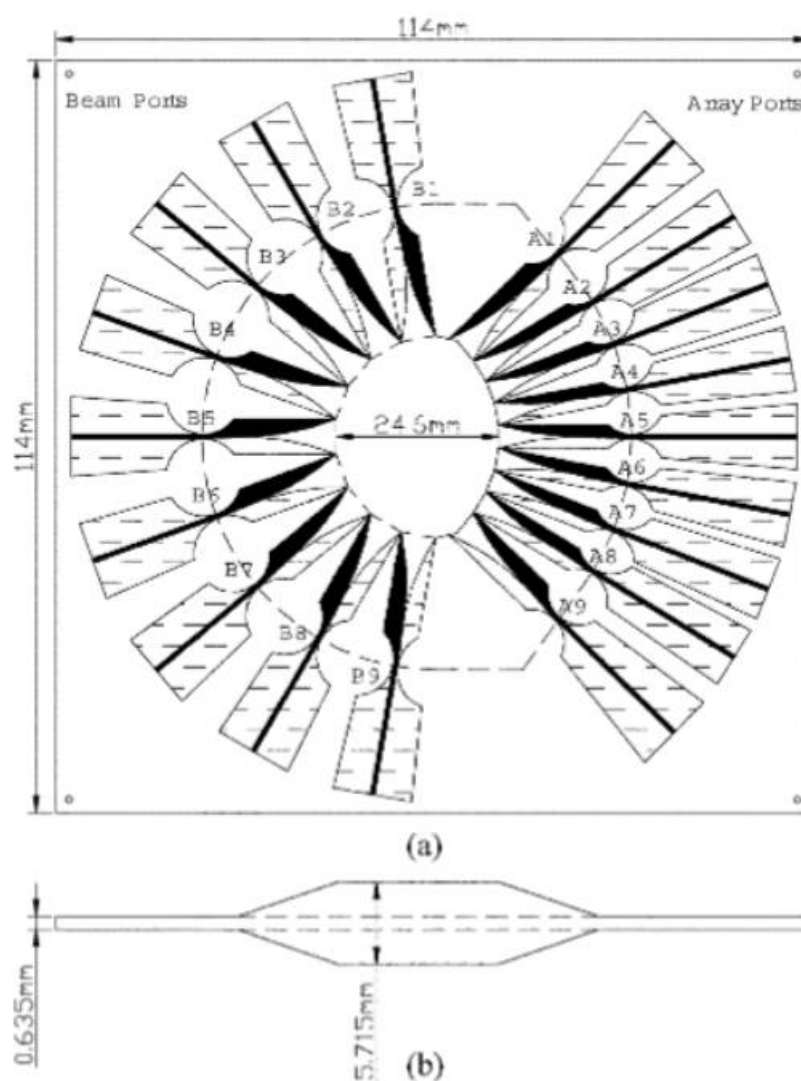
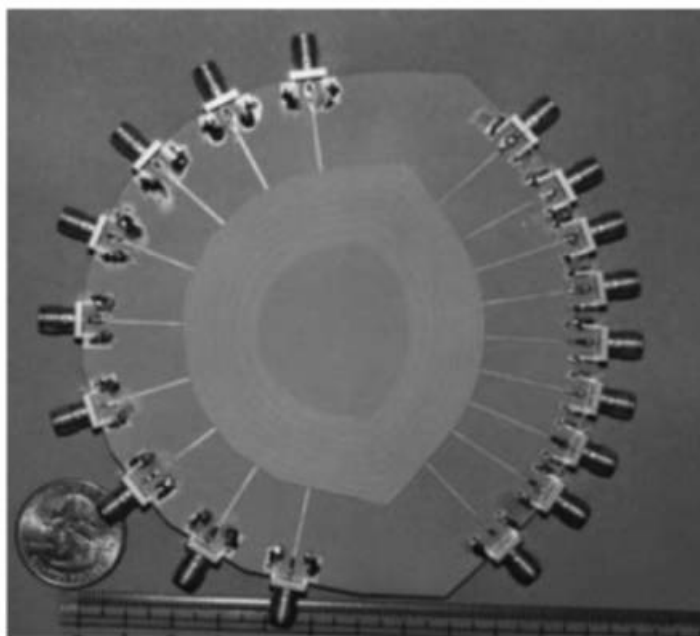


Рис. 8.1.15. Линза Ротмана с поверхностными волнами

Конструкция линзы показана на рис. 8.1.15. Она имеет микрополосковые входы - выходы. Входные ЛП плавно переходят в антиподальные антенны Вивальди, которые возбуждают в подложке  $H_1$  - волны. Таким образом, происходит поворот плоскости поляризации: во входных ЛП она перпендикулярно подложке, а в ПлДВ параллельна ей.

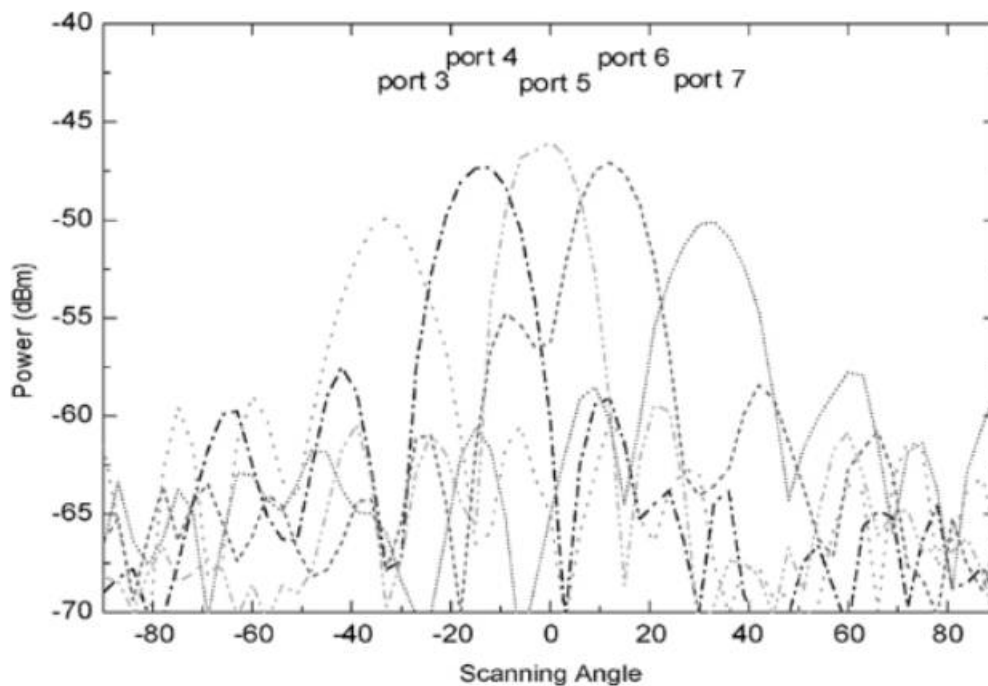


*Рис. 8.1.16. Макет линзы Ротмана с поверхностными волнами для диапазона 15 ГГц*

ПлДВ имеет увеличенную толщину, которая необходима для повышения коэффициента замедления  $H_1$  - волны и уменьшения потерь на излучение в свободное пространство при возбуждении ПлДВ.

В работе [145] линза Ротмана используется в качестве диаграммообразующей схемы, которая имеет выходы в виде коаксиальных разъемов, которые могут быть нагружены на любые излучатели. Были проведены измерения в диапазоне 77 ГГц матрицы рассеяния устройства. По результатам этих измерений построены расчетные кривые пространственного распределения излучаемой решеткой мощности, то есть ненормированные ДН, которые показаны на рис. 8.1.17. При их построении

форма ДН уединенного излучателя не учитывалась, то есть кривые на рис. 8.1.17 являются множителями направленности излучающей решетки.



*Рис. 8.1.17. ДН антенны на основе линзы Ротмана с поверхностными волнами*

*Однородные линзы с принудительным преломлением на основе ЧПР. Как мы уже отмечали выше, линзы на основе ЧПР, в которых реализуется эффект принудительного преломления, являются логичным продолжением традиционных линз Ротмана в ММД.*

Первый пример использования такой линзы описан в работе [14]. В ней исследуется одноповерхностная линза, показанная на рис. 8.1.18.



*Рис. 8.1.18. Одноповерхностная линза на основе ЧПР*

Линза выполнена на поликоровой подложке толщиной 1 мм. Решетка имеет период 0.8 с коэффициентом заполнения равным 0.5. Ленты ЧПР развернуты на угол  $45^{\circ}$  относительно оси линзы, которая имеет традиционный симметричный гиперболический профиль.

Линза на рис. 8.1.18 была исследована экспериментально. Для этого авторами работы [14] был разработан специальный возбудитель плоской поверхностной волны  $H$  типа в виде многоканального делителя мощности на ДЦВ. Этот возбудитель облучал линзу со стороны ее плоской поверхности. Затем проводились измерения интенсивности поля в подложке между гиперболической поверхностью и точкой фокуса, расположенной на расстоянии 52 мм от вершины гиперболы.

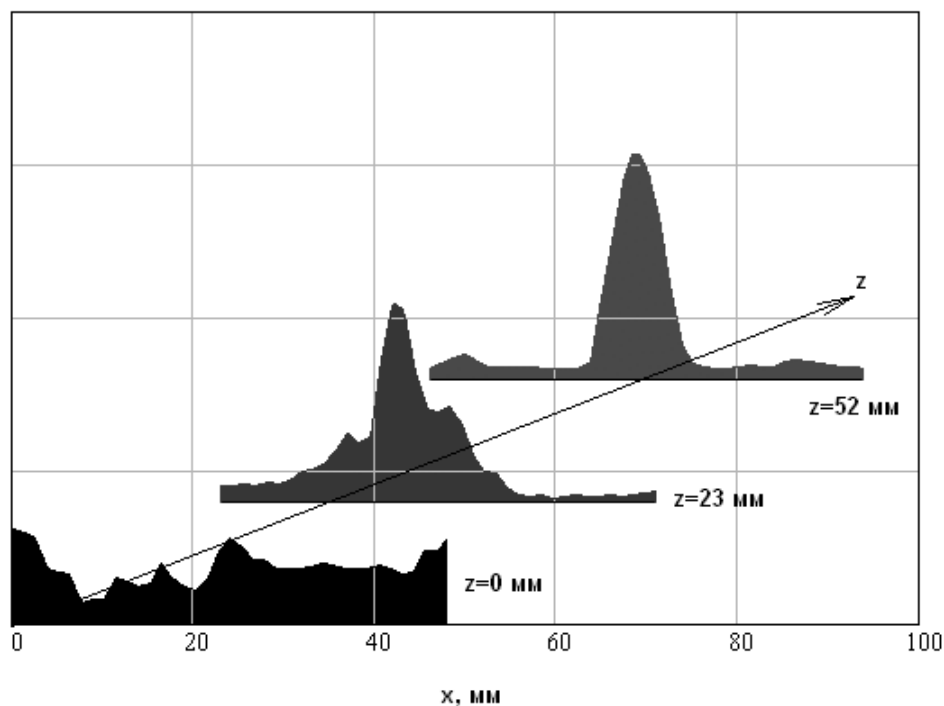
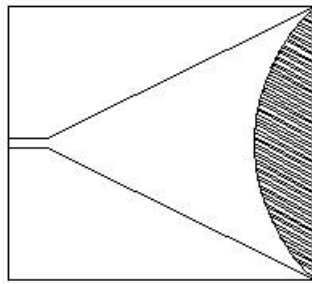


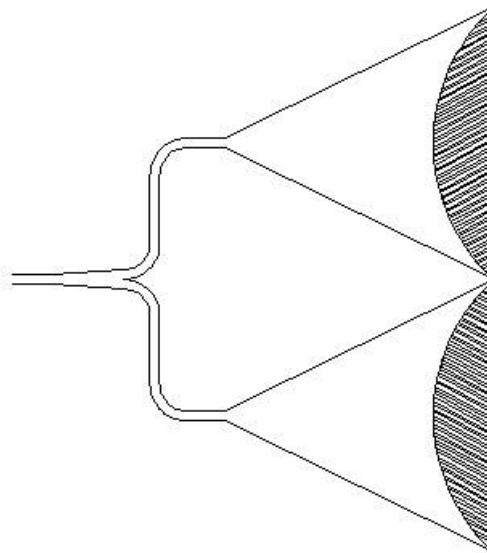
Рис. 8.1.19. Фокусировка поля линзой из ЧПР

Результаты измерений показаны на рис. 8.1.19. Видно как поле концентрируется в окрестности фокальной точки, что является прямым подтверждением фокусирующих свойств линзы.

Далее простейшие линзы на ЧПР применялись в качестве возбудителей РПВ в составе интегральных модулей ММД.



а



б

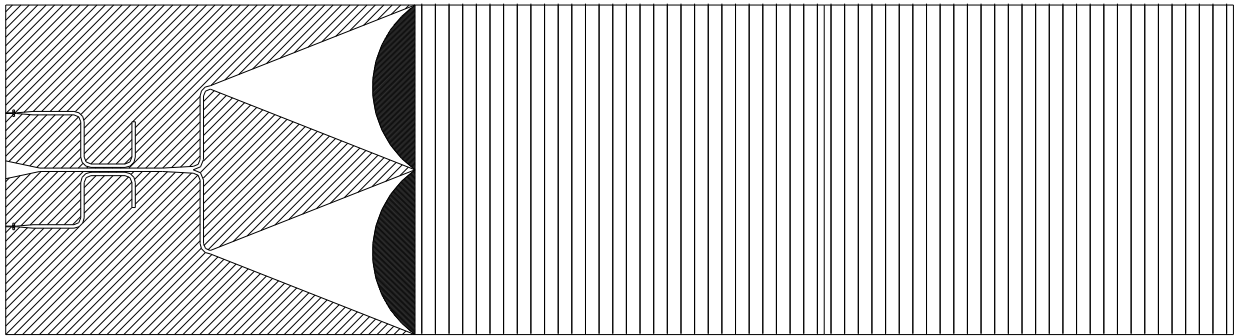
*Рис. 8.1.20. Рупорно - линзовые возбуждители*

На рис. 8.1.20 а,б показаны такие возбуждители: однолинзовый (рис. 8.1.20 а) и сдвоенный (рис. 8.1.20 б). Возбуждители имели вход в виде ДЩВ. Рупор представляет собой плавно расширяющийся ДЩВ.

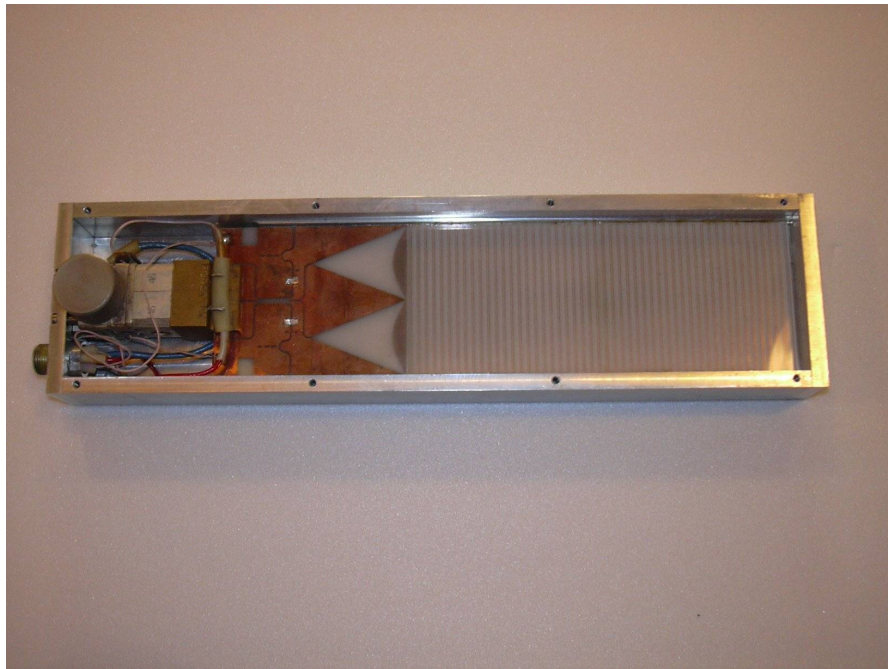
Недостатком одиночного возбуждителя является несимметрия амплитудного распределения поля, которое он формирует в раскрыве линзы. Указанная несимметрия обусловлена несимметрией линзы, связанной с наклоном полосок относительно геометрической оси симметрии структуры. Для преодоления этого недостатка был предложен сдвоенный возбуждитель (рис. 8.1.20 б), который содержит делитель мощности на ДЩВ и два рупорно - линзовых возбуждителя. При этом ленты в каждой из двух линз повернуты в разные стороны таким образом, что вся структура становится полностью симметричной. В этом случае в раскрыве двух линз мы получаем



симметричное распределение поля, которое имеет максимум в центре и спадает к краям .



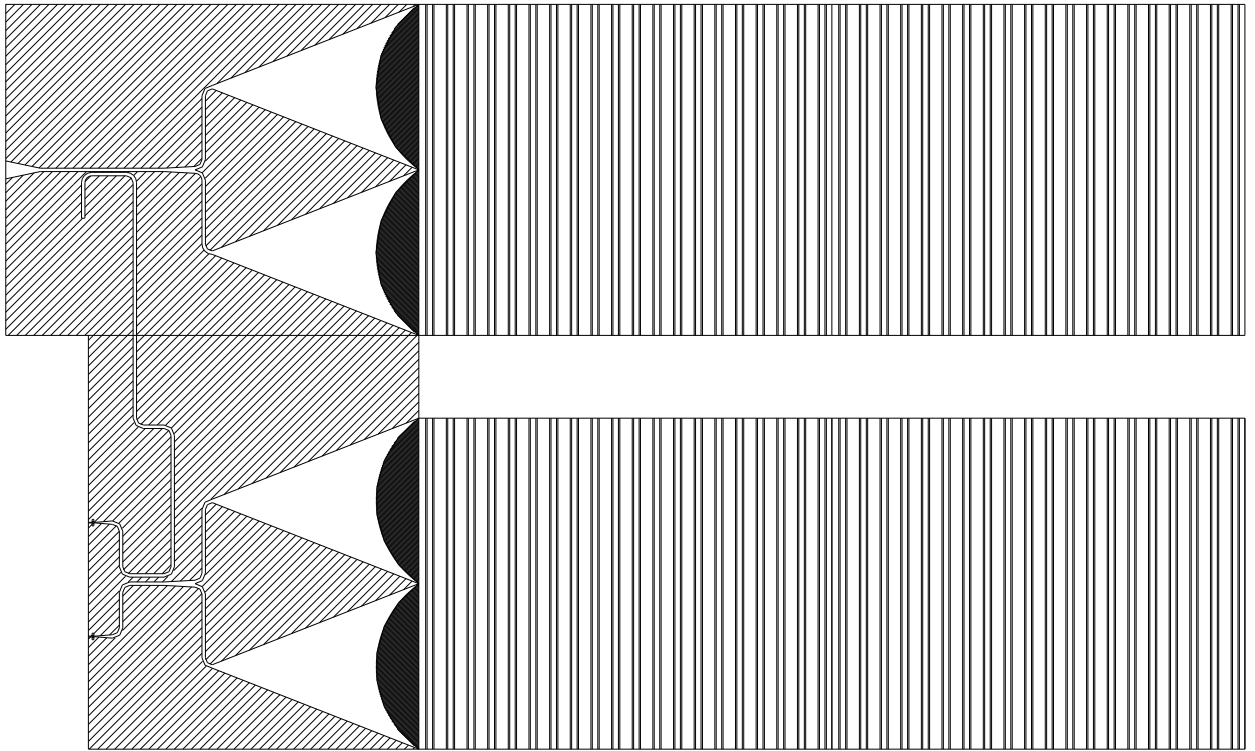
а



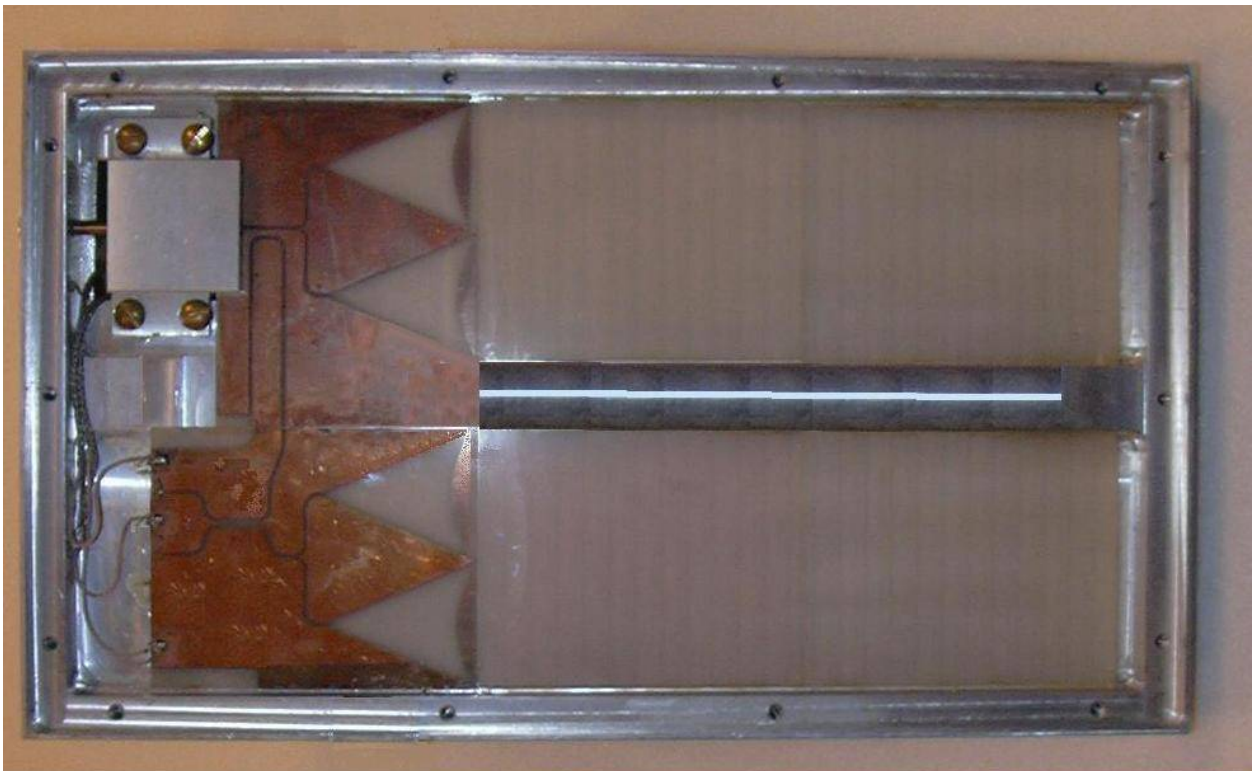
б

*Рис. 8.1.21. Применение сдвоенного рупорно - линзового возбуждителя для питания интегральной антенны*

На рис. 8.1.21 а,б показана схема питания излучающей ленточной РПВ (рис. 8.1.21 а), а также фотография интегрального модуля диапазона 60-70 ГГц, который использовался в качестве доплеровского измерителя скорости [13]. Аналогичное техническое решение нашло применение в более сложном локаторе с линейной частотной модуляцией диапазона 36 ГГц [146].



а

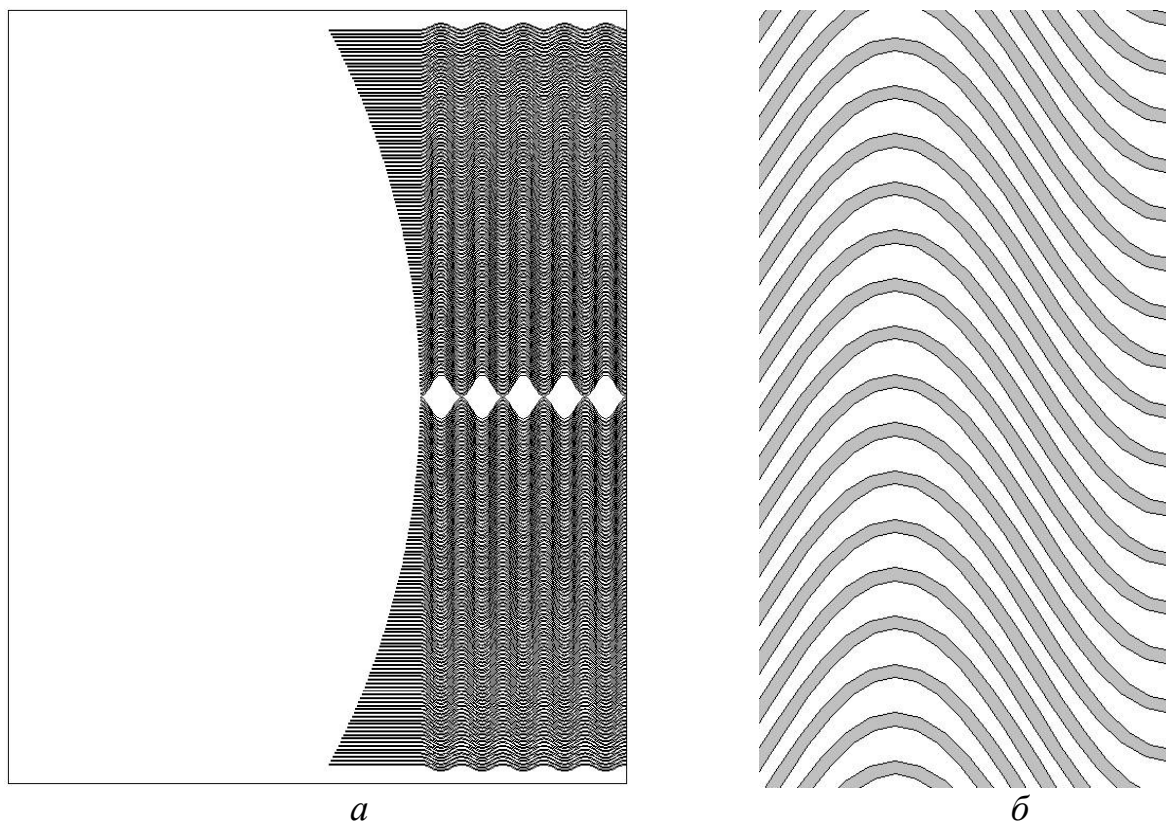


б

*Рис. 8.1.22. Топология печатных плат и фотография интегрального модуля диапазона 36 ГГц*

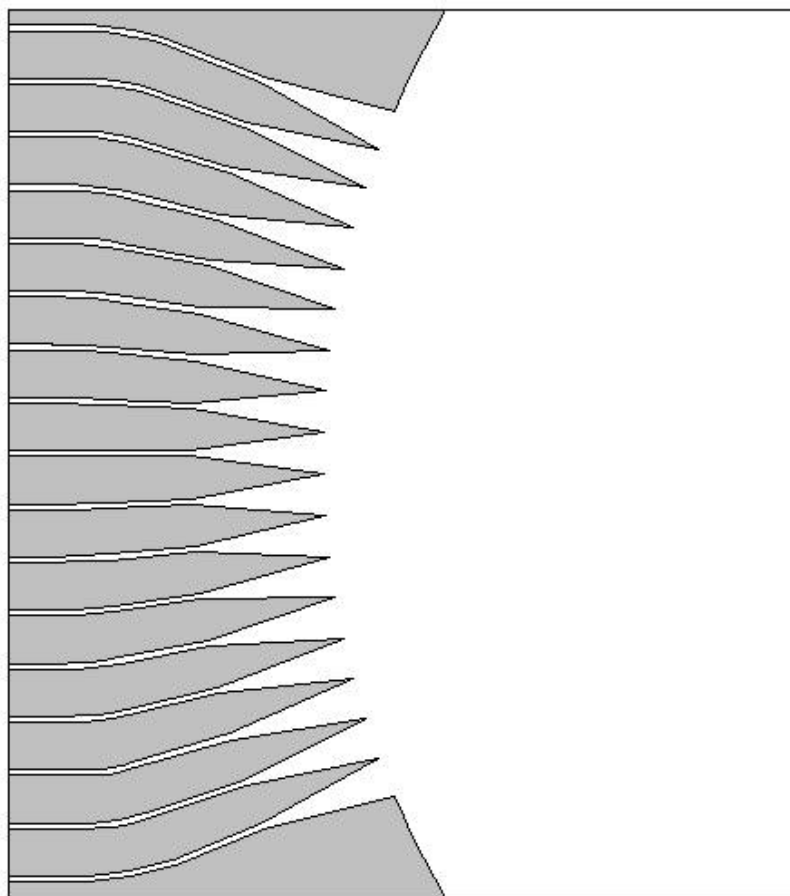
Топология поликорových печатных плат размером 60x48x1, формирующих интегральный модуль и его фотография показаны на рис. 8.1.22 а,б.

*Неоднородные линзы на основе ЧПР.* Дальнейшее развитие линз на основе ЧПР и их использование для создания антенных систем связано с исследованием и разработкой сложных неоднородных линз. Такая структура рассмотрена в работе [147].



*Рис. 8.1.23. Неоднородная линза на основе ЧПР*

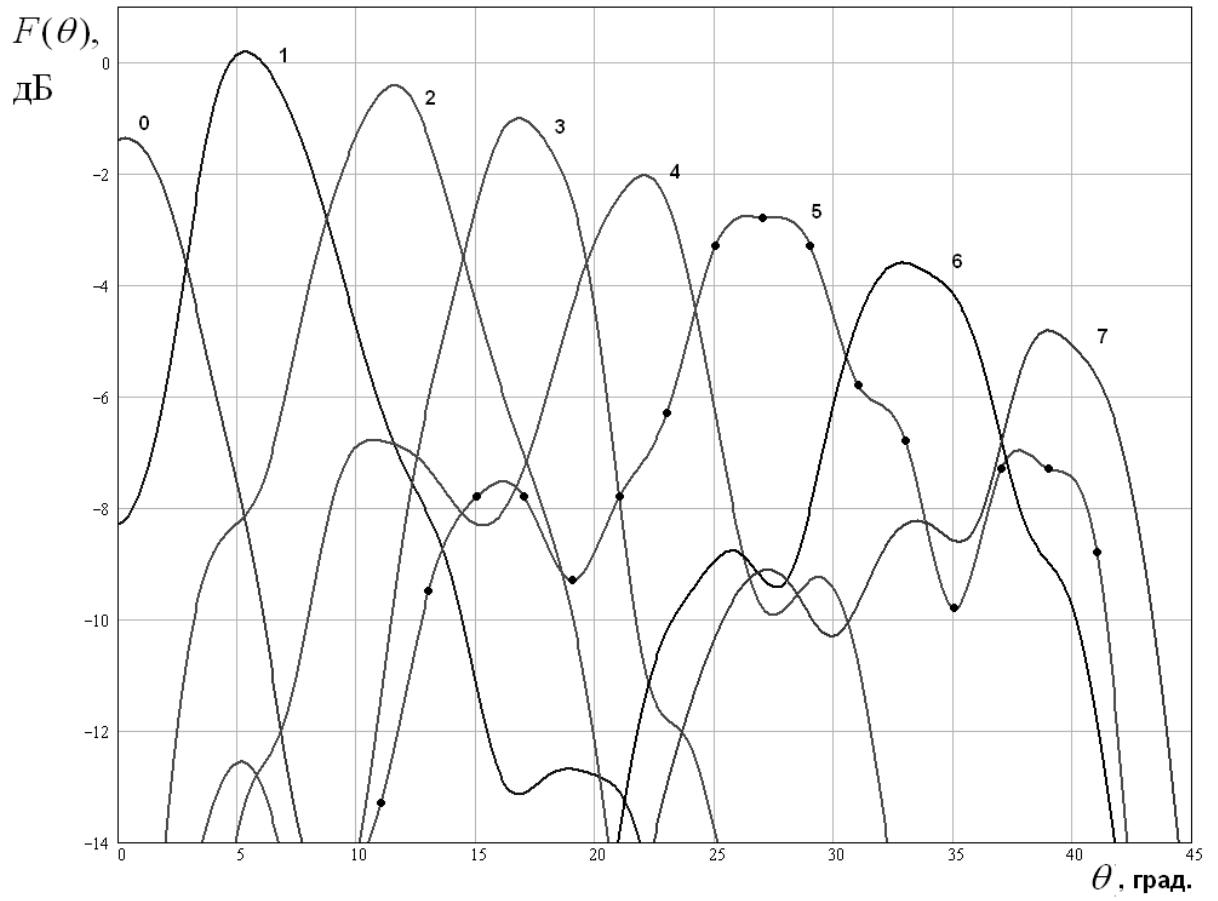
В ней исследована бифокальная линза с принудительным преломлением. Ее расчет и проектирование изложены в разд. 5.4. На рис. 8.1.23 а,б показана топология проводников формирующих структуру. На рис. 8.1.22 а представлен ее общий вид, а на рис. 8.1.23 б он же, но в увеличенном масштабе. В состав исследованной интегральной линзовой многолучевой антенны (ИЛМА) входил также многоканальный возбуждатель, показанный на рис. 8.1.24.



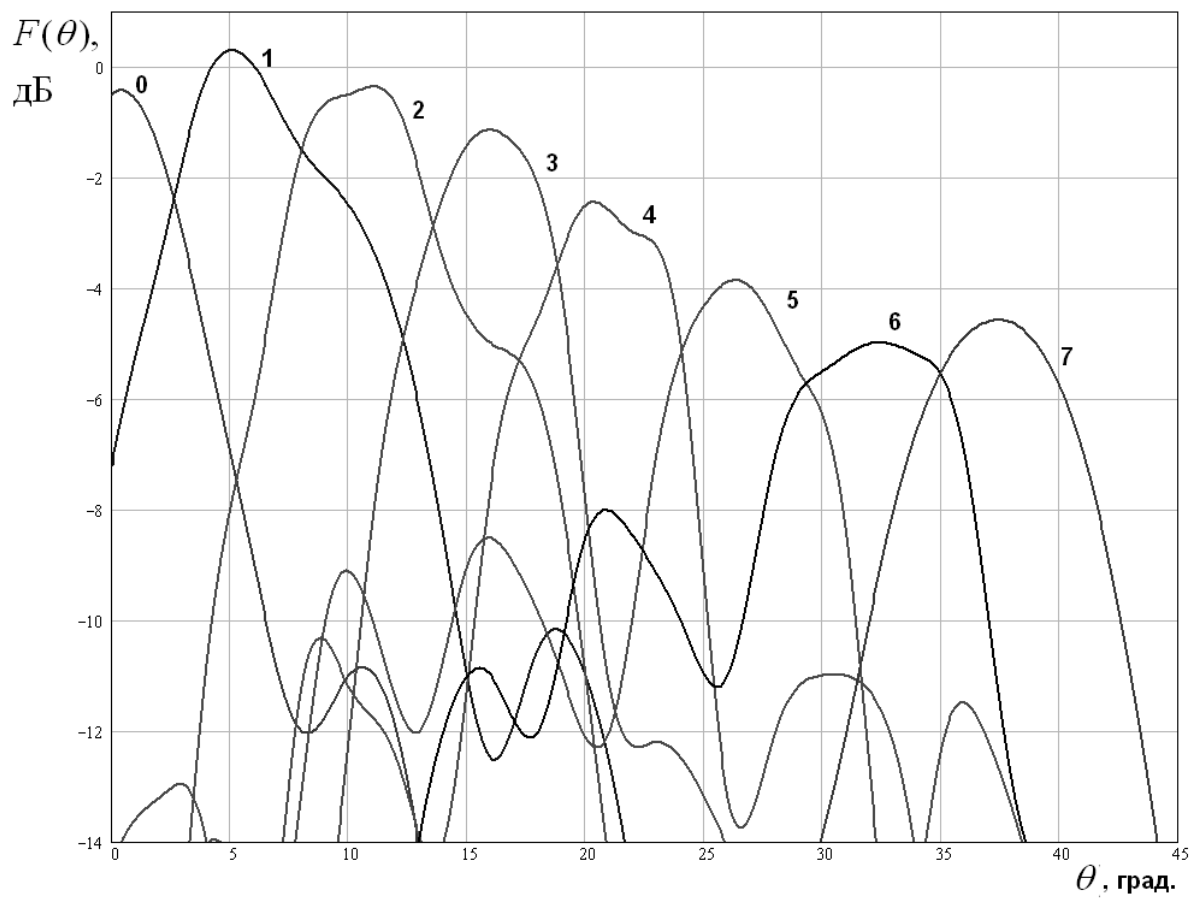
*Рис. 8.1.24. Возбудитель ИЛМА*

Экспериментальное исследование ИЛМА состояло в измерении ДН ее каналов в азимутальной плоскости на разных частотах в диапазоне 60 – 70 ГГц. Каналам ИЛМА были присвоены номера от – 7 до 7. При этом центральный канал имел нулевой номер.

На рис. 8.1.25 а - в показаны нормированные ДН каналов ИЛМА с номерами 0 – 7. В силу ее симметрии мы приводим ДН для одной половины антенны. Для каналов с отрицательными номерами ДН близки к ДН каналов с положительными номерами, приведенными на рис. 8.1.25 а - в, но с учетом их зеркального отражения относительно нулевого угла. Номера кривых 0 – 7 совпадают с номерами каналов, которым они соответствуют. Кривые 0 – 7 на рис. 8.1.25 а - в получены на частотах 63.5, 64.5 и 65 ГГц.



*a*



*б*

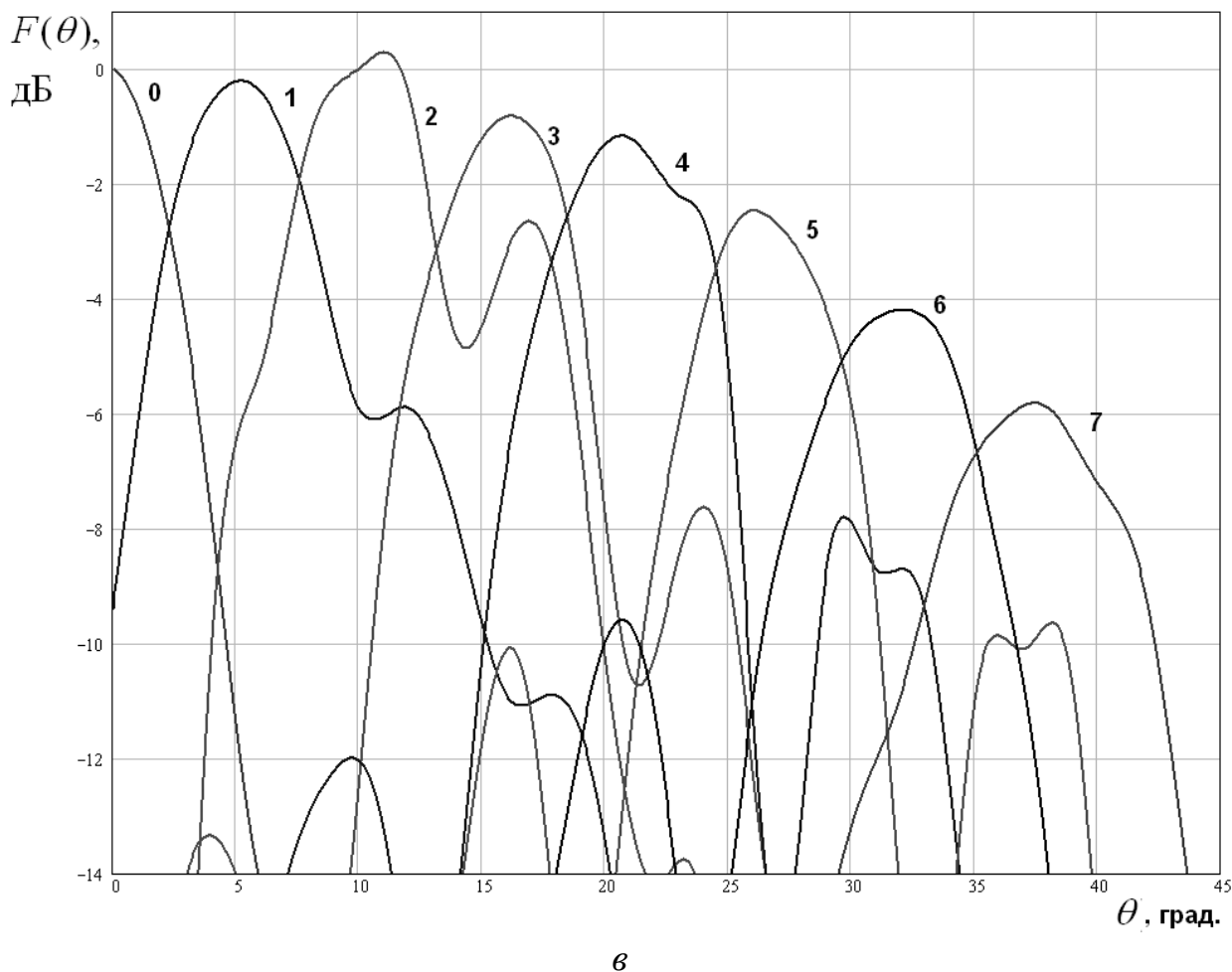


Рис. 8.1.25. ДН каналов ИЛМА на частотах 63.5, 64.5 и 65 ГГц

ДН на рис. 8.1.25 а - в 8 получены путем сплайн аппроксимации исходных экспериментальных данных. На рис. 8.1.25 а точками показаны измеренные значения ДН пятого канала ИЛМА. Каждая ДН характеризуется максимальным значением  $F_{m,n}$ , где  $n$  - номер канала, которое она достигает при угле  $\theta_{m,n}$ . Экспериментальные данные нормировались на величину  $F_m$ :

$$F_m = \max_{n = 0, \dots, 7} (F_{m,n}) \quad (8.1.1)$$

Небольшое превышение уровня 0 дБ на рис. 8.1.25 а - в обусловлено погрешностями сплайн аппроксимации.

На рис. 8.1.26 показаны частотные зависимости углов  $\theta_{m,n}$ . Номера кривых 0 – 7 соответствуют номерам каналов ИЛМА. Видно, что углы  $\theta_{m,n}$ ,

которые являются углами излучения каналов ИЛМА, слабо зависят от частоты. Теоретическая оценка углов излучения дает для них следующие значения: 0, 5.4, 10.7, 16.2, 21.7, 27.5, 33.5, 39.9<sup>0</sup>. Из рис. 8.1.26 видно, что экспериментальные достаточно данные хорошо совпадают с теоретическими.

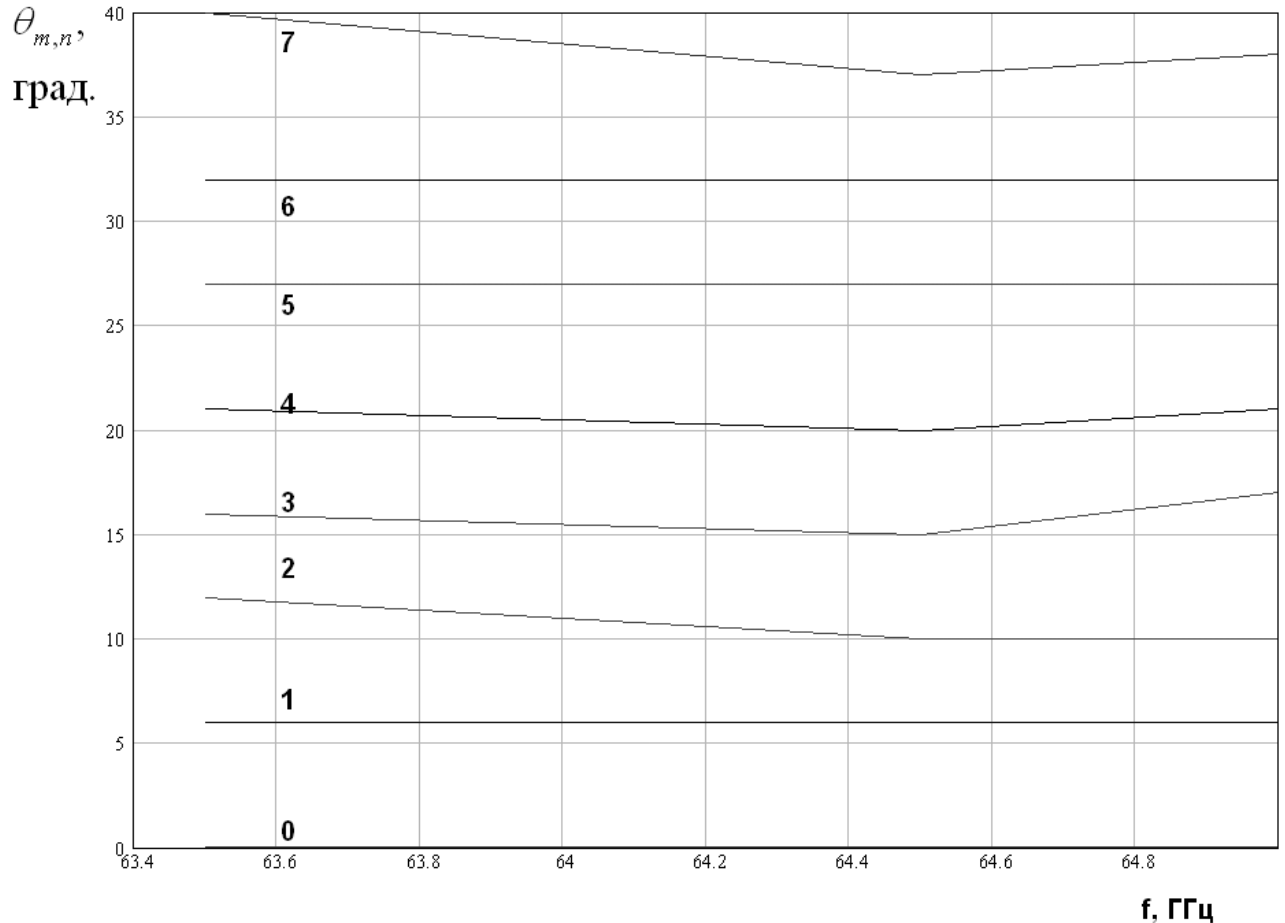


Рис. 8.1.26. Частотная зависимость углов излучения ИЛМА

На рис. 8.1.27 показаны измеренные значения ширины ДН по уровню – 3 дБ -  $\Delta\theta_n$ . Точки, квадраты и треугольники соответствуют частотам  $f = 63.5, 64.5, 65$  ГГц. Сплошная кривая 1 получена усреднением экспериментальных данных. Кривая 2 получена расчетным путем. По оси абсцисс отложены значения углов излучения. Видно, что в каналах с номерами 0 – 3 расчетные и измеренные значения отличаются не более чем на 0.5<sup>0</sup>. В каналах с большими номерами отличие достигает 1.5<sup>0</sup>.

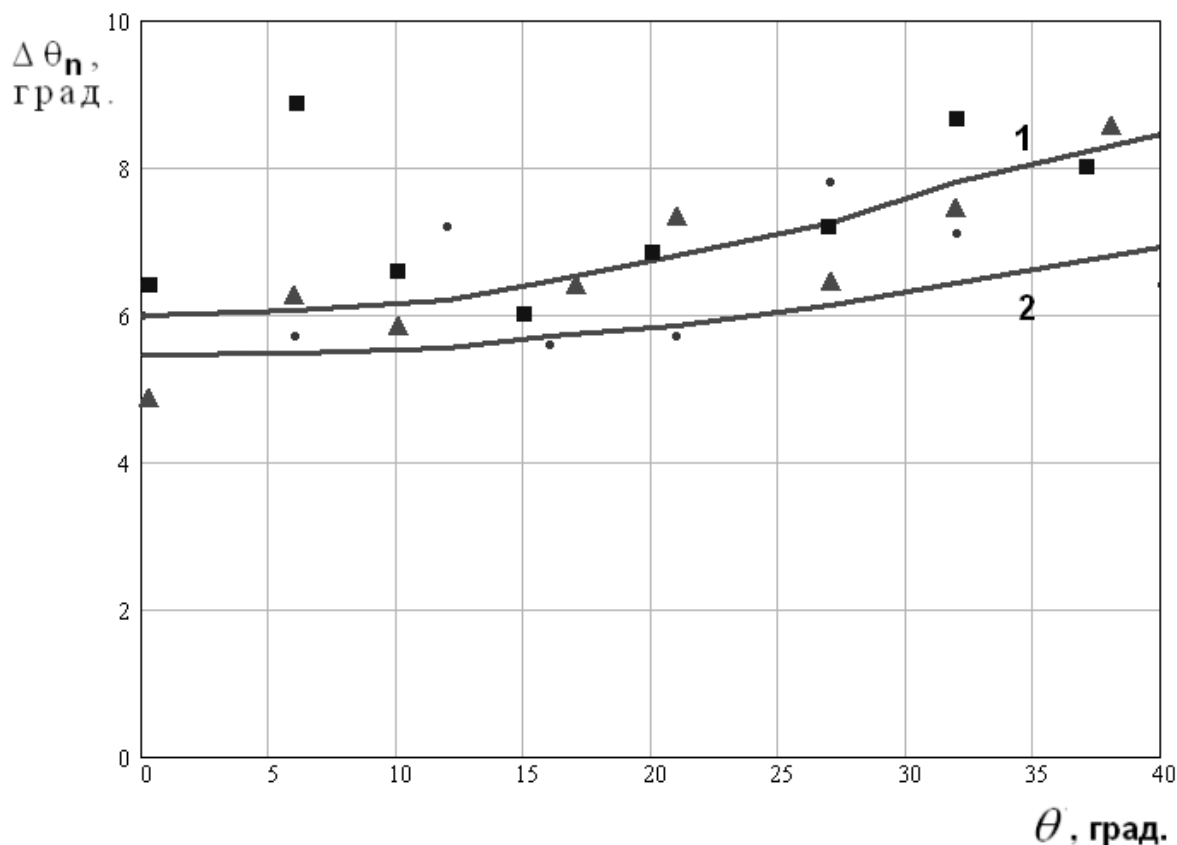


Рис. 8.1.27. Зависимость ширины ДН от угла излучения

Достаточно быстрое уменьшение КУ при увеличении угла излучения объясняется ростом боковых лепестков и связанным с ним падением КНД. Начиная с  $n = 4$  боковые лепестки достигают весьма большого уровня относительно максимума ДН. Обращают на себя внимание две особенности: боковые лепестки возникают на углах, которые соответствуют углам излучения соседних каналов. При этом в каналах, расположенных достаточно далеко от края решетки боковые лепестки располагаются симметрично относительно главного лепестка. В каналах близких к границе решетки они расположены несимметрично, что особенно четко видно на рис. 8.1.25 а (кривая 7). Можно предположить, что причина такого поведения ДН связана не с самой линзой, а с ее многоканальным облучателем. Если за счет взаимодействия каналов наряду с активным планарным рупором возбуждается ряд соседних рупоров, то в этом случае появление боковых лепестков на углах отмеченных выше легко объяснимо. Таким образом, мы



должны отметить актуальность задач дальнейшего исследования и оптимизации многоканальных облучателей планарных линз и зеркал.

Приведенные выше результаты показывают, что линзы с принудительным преломлением являются динамично развивающимся классом квазиоптических СВЧ устройств. В их число входят как хорошо изученные полосковые линзы Ротмана, так и относительно новые линзы Ротмана с поверхностными волнами, линзы Ротмана на основе ИПВ и линзы на основе ЧПР. Неудивительно, что к характеристикам многолучевых антенн их на основе можно предъявить много претензий. Можно отметить несовершенство их ДН и, в частности высокий УБЛ. Тем не менее, исследователи и разработчики из разных стран не прекращают попытки их разработки и применения в различных радиоэлектронных системах. Причина такого интереса к линзам с принудительным преломлением обусловлена их потенциальными преимуществами, которые становятся все более существенными при продвижении вверх по частоте в ММД. Рано или поздно технология проектирования новых видов линз достигнет такого же завершенного характера, как и в случае полосковых линз Ротмана. В этом случае мы можем ожидать создания новых устройств, обладающих улучшенной совокупностью ПК.

## 8.2. Планарные градиентные линзы и многолучевые антенны на их основе

Линза Люнеберга относится к числу классических структур оптики и СВЧ оптики. Она была предложена в работе [80]. Впоследствии линзы такого типа широко применялись для построения многолучевых и сканирующих антенных систем различного назначения.

На первом этапе линза Люнеберга понималась как трехмерная сферическая структура, осуществляющая обзор пространства в полном секторе углов. Основной сложностью в создании антенн СВЧ диапазона на ее основе была реализация среды с переменным вдоль радиуса коэффициентом преломления. Также можно отметить, что сферическая линза Люнеберга имеет весьма большой вес и габаритные размеры. В меньшей степени эти недостатки присущи планарным или двумерным линзам, которые в принципиально могут осуществлять обзор пространства в полном секторе азимутальных углов.

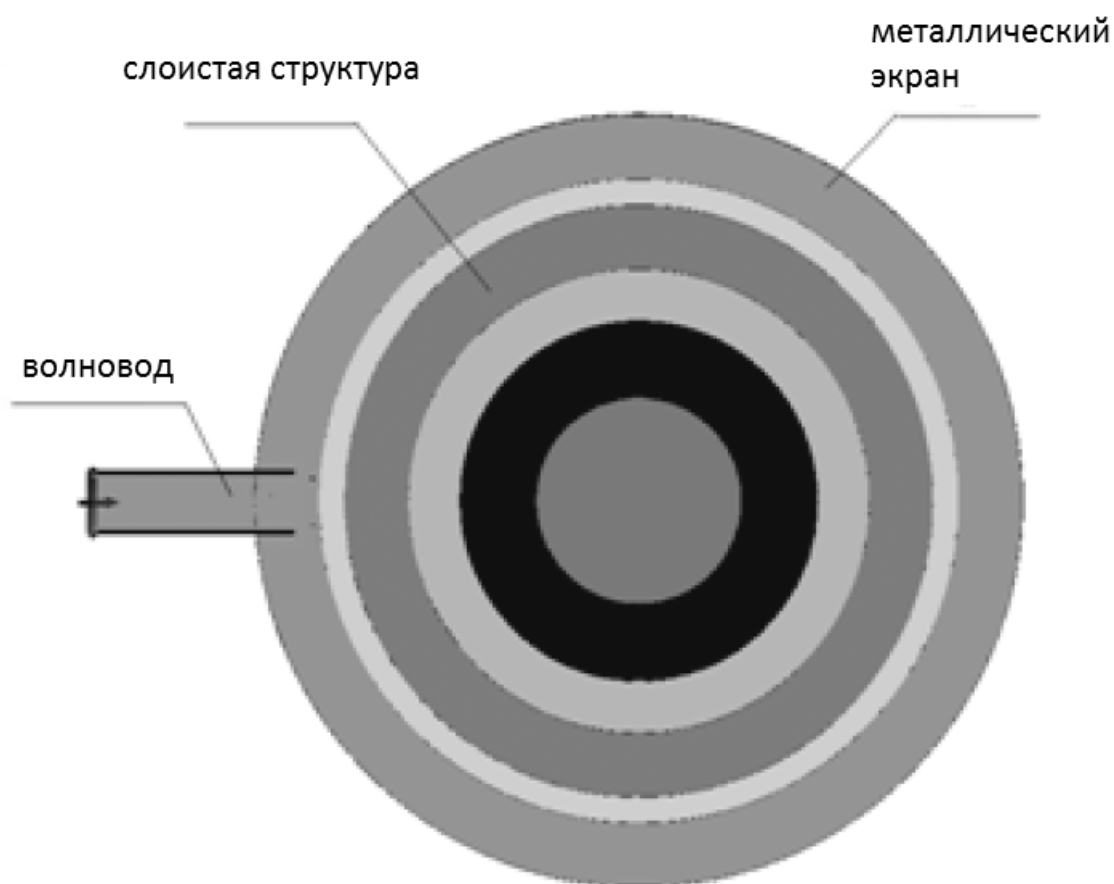
Чаще всего двумерные линзы Люнеберга выполняют на основе ПВ, внутри которого создают среду с переменной вдоль радиуса проницаемостью. Наиболее очевидным вариантом выполнения радиально неоднородной среды является структура, состоящая из колец с разными диэлектрическими постоянными (см. рис. 8.2.1) [103]. Степень приближения ее выходных параметров к параметрам структуры с непрерывным изменением проницаемости определяется точностью аппроксимации известного [1] закона изменения  $\mathcal{E}$  ступенчатой функцией.

Известно большое число работ, посвященных анализу возбуждения осесимметричных структур различными источниками. В них разработаны эффективные алгоритмы расчета поля излучения (см. например [148]). Среди методов анализа осесимметричных градиентных линз можно выделить метод частичных областей, основанный на представлении поля в каждом кольце в виде линейно независимых решений уравнений Максвелла в цилиндрической системе координат [148]. Удовлетворение граничных условий приводит к

необходимости решения СЛАУ достаточно высокого порядка или выполнению итерационной матричной процедуры.

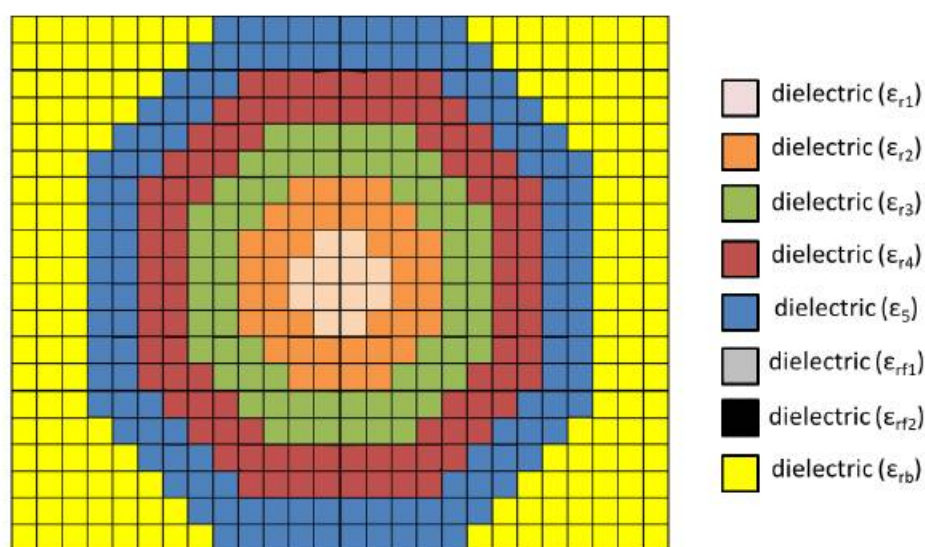
Возможно решение дифракционной задачи с использованием аппарата тензорных функций Грина [84], которые записываются в цилиндрической системе в случае двумерных структур и сферической системе для трехмерных структур.

В работе [149] развивается приближенный подход к анализу двумерных линз Люнеберга основанный на применении параболического уравнения, который позволяет построить эффективный алгоритм численного решения, дающего во многих случаях достаточно точные для практики результаты.



*Рис. 8.2.1. Линза Люнеберга из диэлектрических колец*

Большое число работ в области построения антенн на основе градиентных линз СВЧ диапазона связаны с исследованием различных вариантов, применение которых должно упростить конструкцию устройства и снизить затраты на его изготовление. К числу таких работ можно отнести отчет, опубликованный по адресу <http://arxiv.org/abs/1305.0964>. В нем рассматривается планарная линза, выполненная в виде набора диэлектрических параллелепипедов одинаковых размеров, но имеющих разную проницаемость (см. рис. 8.2.2). Описанная структура исследовалась в диапазоне 24 - 40 ГГц.



*Рис. 8.2.2. Линза Лунеберга из диэлектрических параллелепипедов*

К этому же классу работ можно отнести сообщение [150]. В нем рассматривается линза из дисков из прессованного пенопласта. На рис. 8.2.3 а,б показана осесимметричная структура до (а) и после прессования (б).



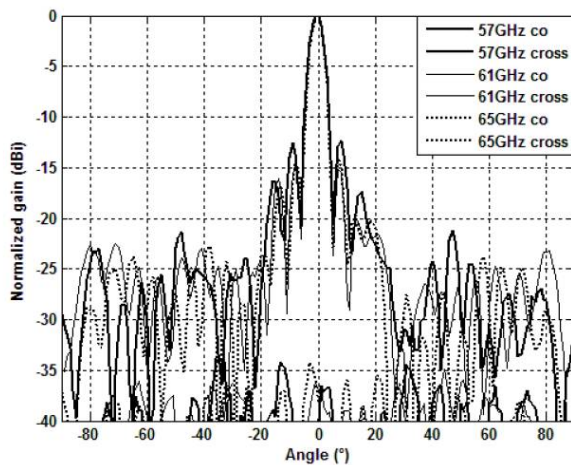
*a*



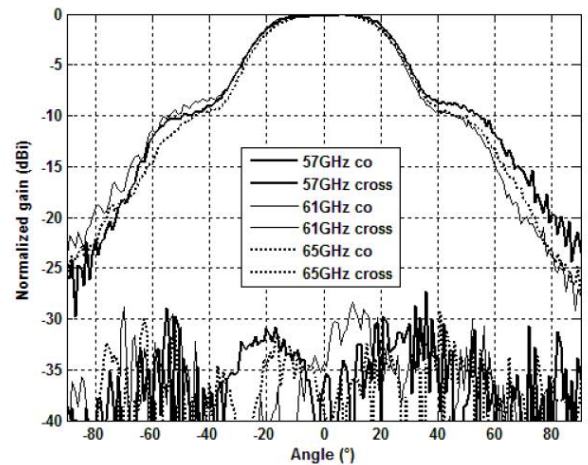
*б*

*Рис. 8.2.3. Линза до и после прессования*

Видно, что до прессования толщина пенопластовой структуры в центре больше, чем на периферии. После прессования зависимость толщины от радиуса уменьшается, однако возникает зависимость эффективной проницаемости от пространственной координаты. Структура изображенная на рис. 8.2.3 б диаметром 56 и толщиной 3 исследовалась в диапазоне частот 57-66 ГГц. На рис. 8.2.4 а,б показаны ее ДН в азимутальной (а) и угломестной (б) плоскостях. Структура возбуждалась открытым концом стандартного металлического волновода сечением 3.8x1.9.



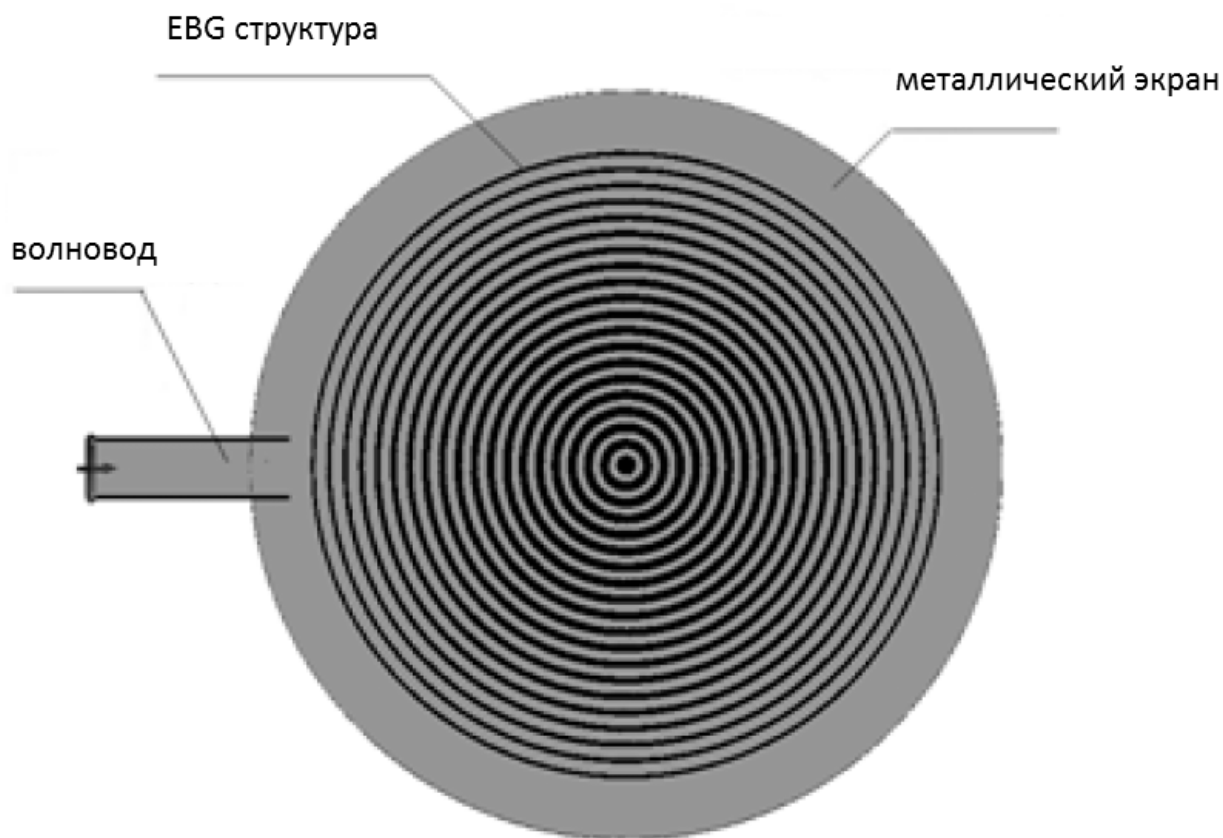
*a*



*б*

*Рис. 8.2.4. ДН линзы из прессованного пенопласта*

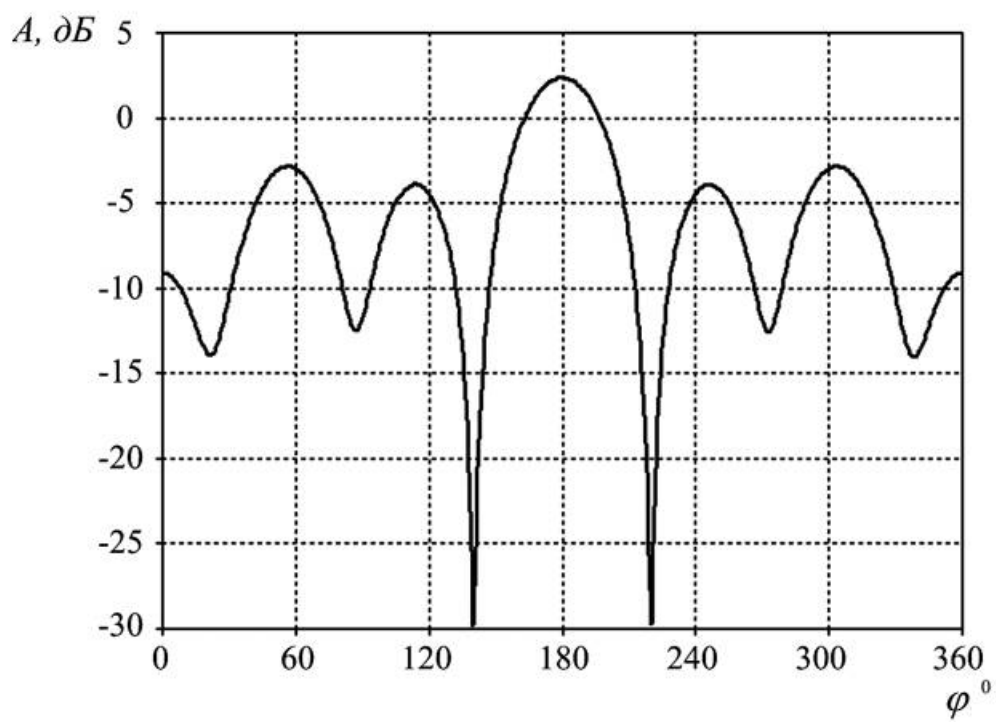
В работе [102] предложена осесимметричная линза из неоднородного анизотропного искусственного диэлектрика.



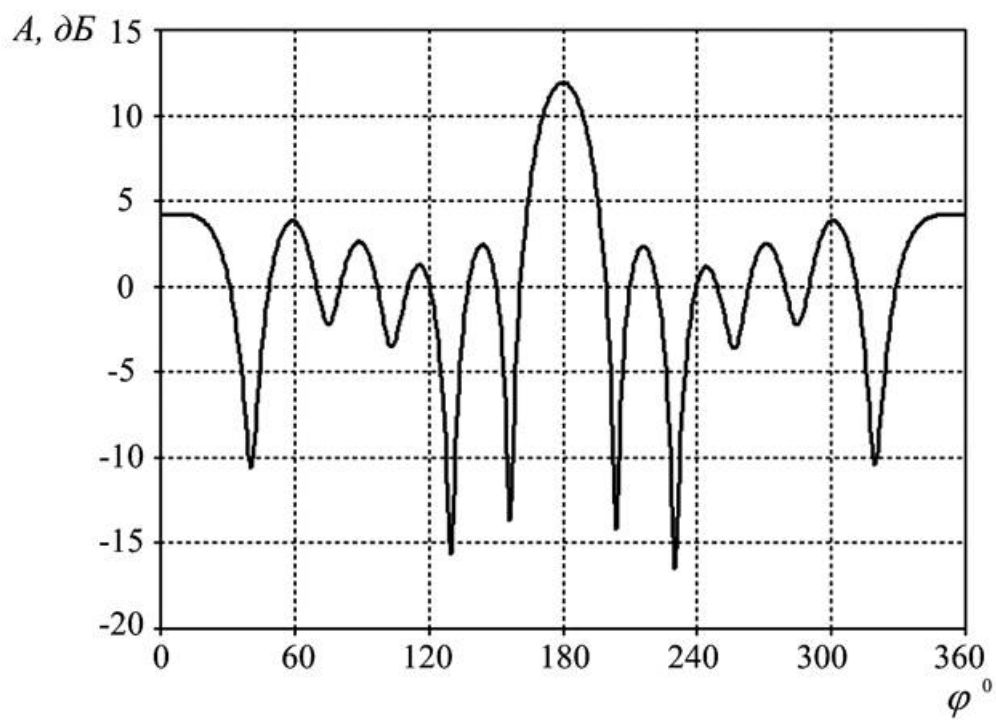
*Рис. 8.2.3. Линза Люнеберга из анизотропного диэлектрика*

Предложенная структура исследовалась экспериментально в ММД [151] и анализировалась численно [149]. Особенностью анизотропной линзы (рис. 8.2.3) является то, что она не требует использования диэлектриков с разной проницаемостью. Все кольца выполняются из одного материала, но их толщина меняется вдоль радиуса.

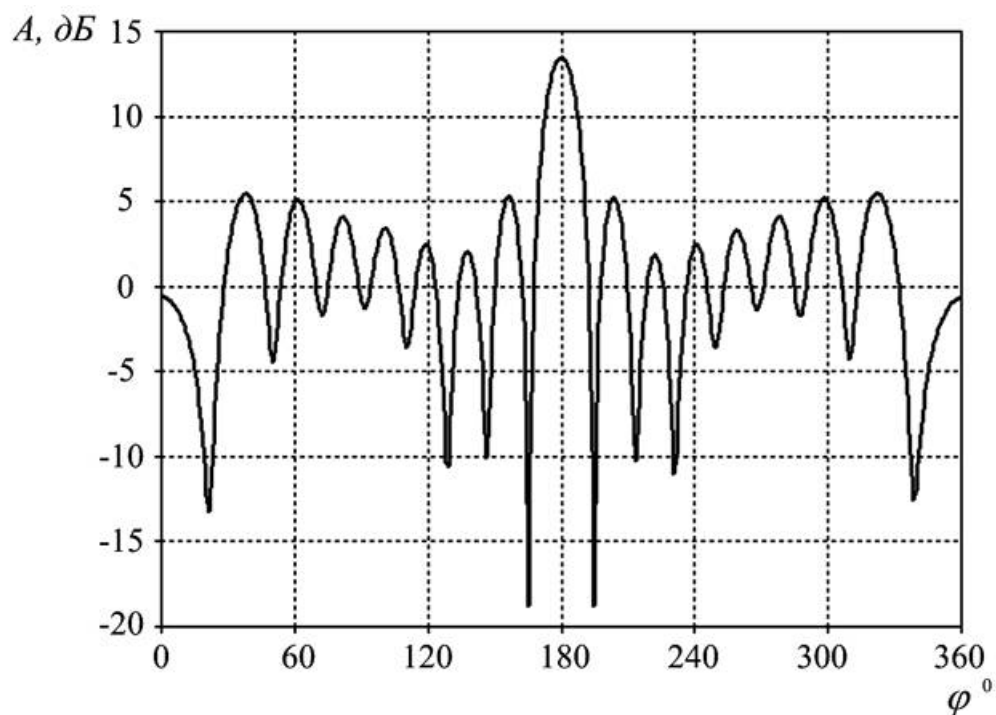
В работе [152] приводятся ДН и другие характеристики линзы Люнеберга, выполненной в виде набора полистироловых колец разной толщины. Линза имела диаметр равный 300. На рис. 8.2.4 а - в показаны измеренные соответственно на частотах 1,2,3 ГГц ДН в азимутальной плоскости.



*a*



*b*

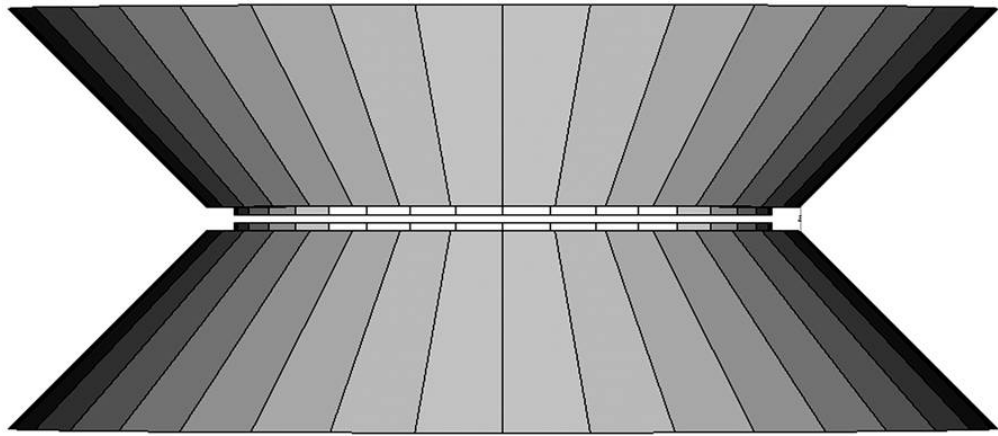


в

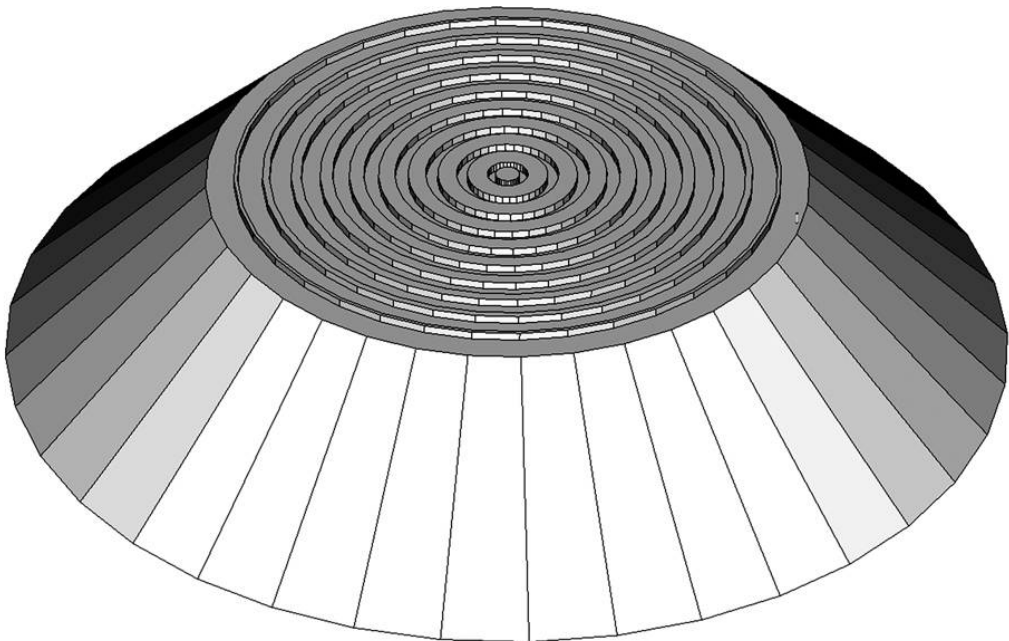
Рис. 8.2.4. ДН линзы Лüneберга из полистироловых колец

Конструкция линзы показана на рис. 8.2.5 а,б. Наряду с системой диэлектрических колец в нее входит конический рупор, обеспечивающий требуемую ширину ДН в угломестной плоскости, а также система возбуждения. В качестве возбуждателей использовались центральные проводники коаксиальных линий, которые располагались между металлическими экранами. Противоположные концы ЛП соединялись с выходами коммутатора. Таким образом, антенна работала в режиме сканирования, поскольку в каждый момент времени она имела только один активный канал. Такая схема построения антенны позволяет сканировать в полном секторе азимутальных углов, поскольку пассивные каналы существенно не влияют на ДН активного канала.





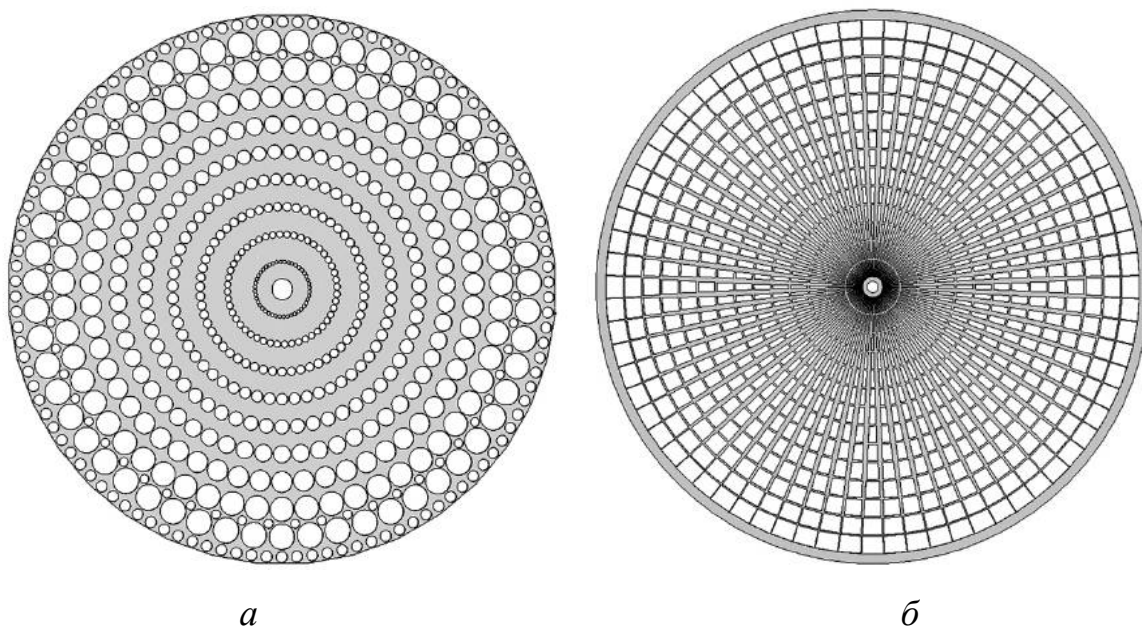
*a*



*б*

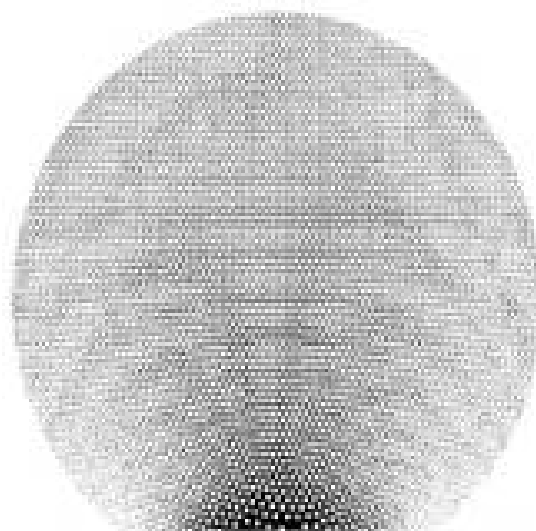
*Рис. 8.2.5. Конструкция линзы из полистироловых колец*

В ряде работ рассматривались линзы на основе искусственного диэлектрика, который образуется системой отверстий в печатной плате [152]. Примеры таких структур показаны на рис. 8.2.6 а,б. В работе [153] исследуется градиентная линза, которую авторы называют преломляющей линзой Люнеберга. Ее особенностью является то, что облучающая ее решетка располагается на плоской поверхности, что во многих случаях удобнее размещения на искривленной поверхности.



*Рис. 8.2.6. Линзы Люнеберга в виде ПВ с отверстиями*

Переменный показатель преломления обеспечивается путем выполнения в диэлектрической подложке системы отверстий разного диаметра, расположенных на разных расстояниях друг от друга (см. рис. 8.2.7).



*Рис. 8.2.7. Преломляющая линза Люнеберга*

Принцип работы преломляющей линзы Люнеберга поясняется на рис. 8.2.8 а,б, на котором изображено поле излучения точечного источника,

расположенного на плоской поверхности линзы и смещенного относительно ее плоскости симметрии.

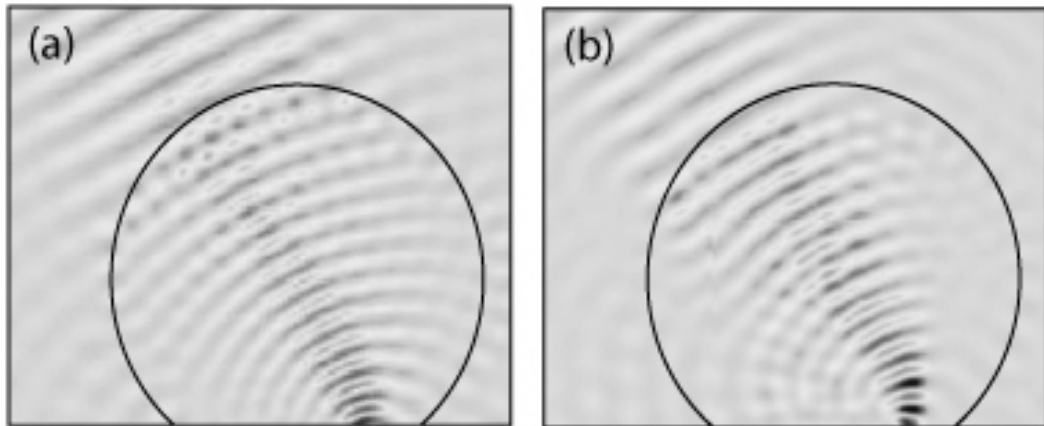


Рис. 8.2.8. Возбуждение линзы точечным источником

Картина на рис. 8.2.8 а получена в результате численного моделирования для линзы с непрерывным изменением показателя преломления. Картина на рис. 8.2.8 б получена экспериментально на частоте 10 ГГц. Видно, что смещенный источник создает на выходе линзы пучок с плоским фазовым фронтом, распространяющийся под углом  $30^{\circ}$  к оси линзы.

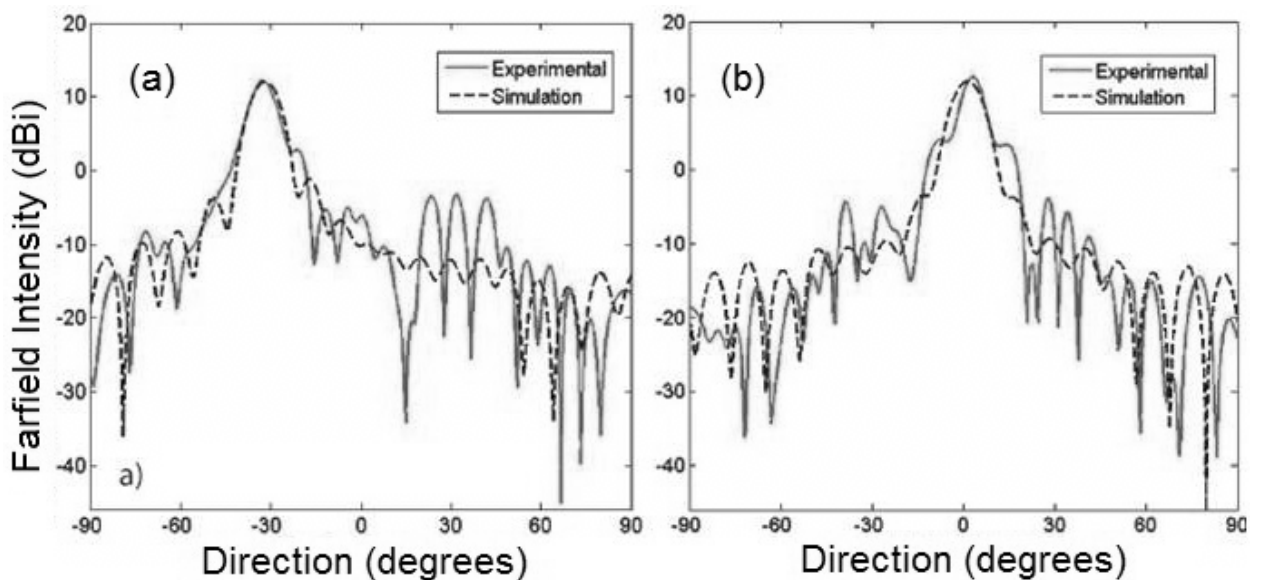
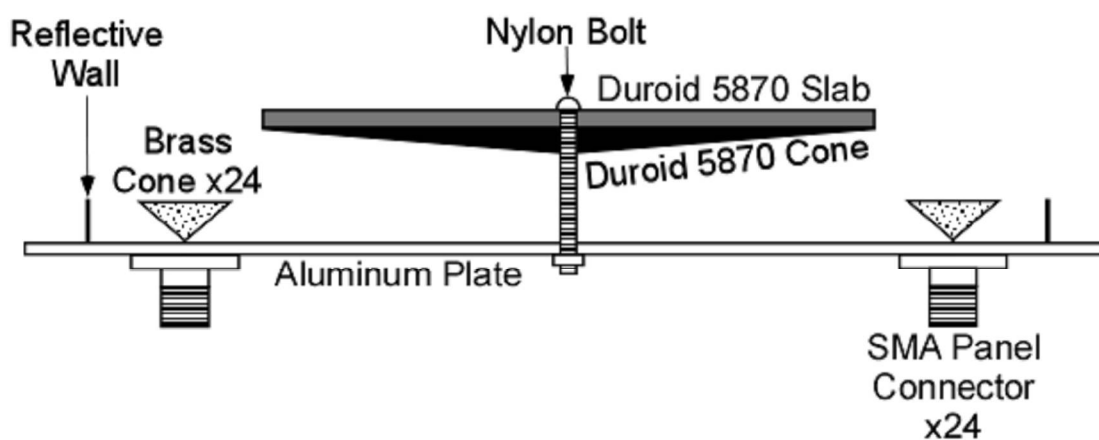


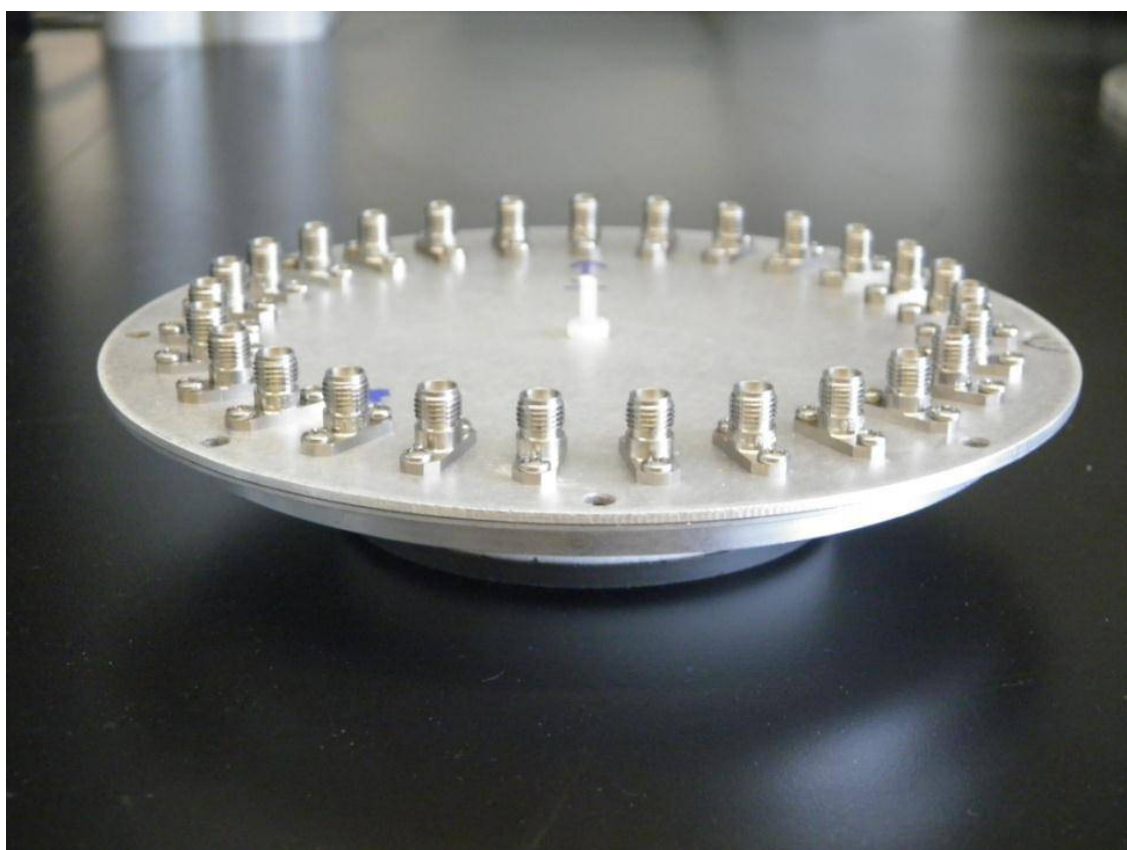
Рис. 8.2.9. ДН преломляющей линзы Лунеберга

На рис. 8.2.9 а,б показаны ДН преломляющей линзы, полученные численно и экспериментально на частоте 10 ГГц. Кривые на рис. 8.2.9 а

соответствуют смещенному источнику, а на рис. 8.2.9 б источнику расположенному на оси структуры.



а



б

*Рис. 8.2.10. Многолучевая антенна на основе «технологичной» линзы Люнеберга*

Еще один вариант многолучевой антенны на основе линзы Люнеберга, которую авторы называют «технологичной» показан на рис. 8.2.10 а,б [154]. На рис. 8.2.10 а представлена схема построения антенны, а на рис. 8.2.10 б фотография макета, имеющего 27 входов. Макет многолучевой антенны был экспериментально исследован в диапазоне 10 ГГц. Измеренные ДН представлены на рис. 8.2.11.

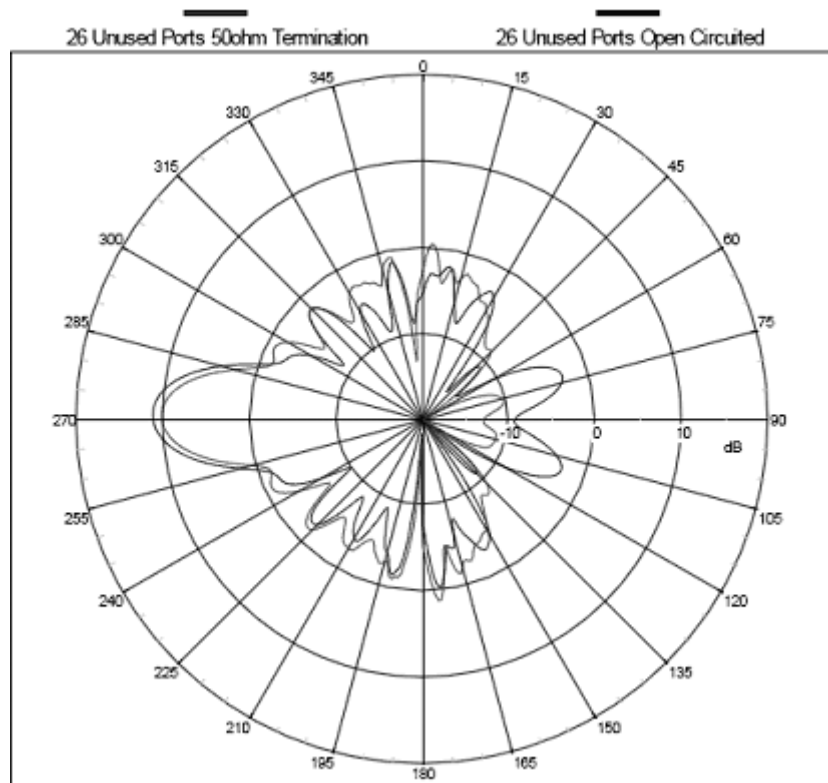


Рис. 8.2.11. ДН «технологичной» линзы Люнеберга на частоте 10 ГГц

Приведенные выше конструкции градиентных линз могут рассматриваться в качестве элементов ИО СВЧ с некоторой натяжкой за исключением структур на рис. 8.2.6 и 8.2.7, которые могут быть изготовлены методами технологии печатных схем. Для нас большой интерес представляют исследования, в которых квазиоптические элементы выполняются традиционным для данной технологии образом с использованием тонких пленок и SIW технологии.

Такая линза обсуждается в работе [155]. В ней рассматривается применение двумерной искусственной среды «грибкового» типа. Элемент

такой среды показан на рис. 8.2.12. Он представляет собой два квадратных металлических проводника расположенных на разных сторонах подложки и связанных друг с другом через металлизированное отверстие.

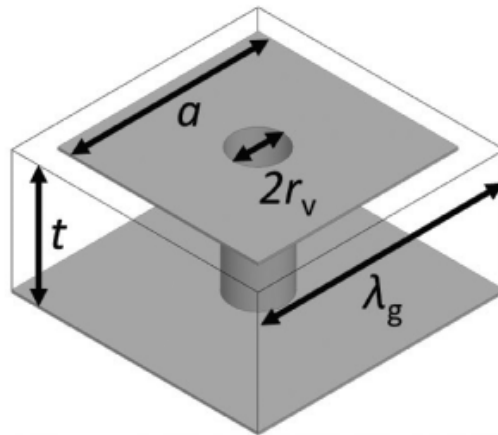
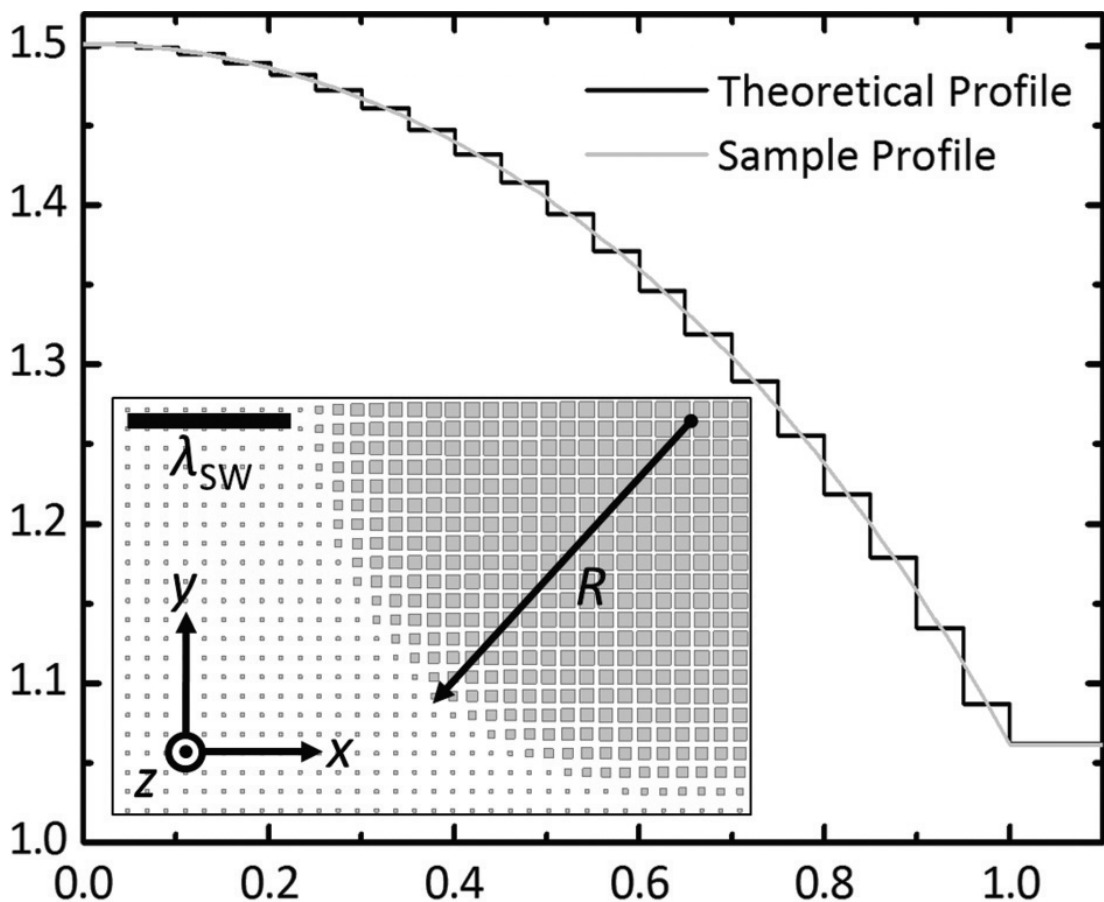


Рис. 8.2.12. Ячейка искусственной среды типа «грибок»

Двумерно – периодическая структура составленная из подобных ячеек может изменять коэффициент замедления волны в диэлектрической пластине в необходимых пределах от единицы до 1.4.



*Рис. 8.2.13. Формирование радиально неоднородной структуры*

Процесс формирования радиально неоднородной структуры, то есть линзы Люнеберга при помощи «грибковой» среды поясняется на рис. 8.2.13. Планарная линза Люнеберга исследовалась путем численного моделирования в системе Microwave Studio. Также она была изготовлена на подложке Nelco NY-9220 толщиной 1.6 и проницаемостью 2.22 (тангенс угла потерь 0.002) и экспериментально исследована на частоте 13 ГГц.

На рис. 8.2.14 а,б показаны распределения электрического поля в линзе при возбуждении ее точечным источником, в качестве которого использовался центральный проводник коаксиального кабеля толщиной 0.5. Картина на рис. 8.2.14 а получена экспериментально, а картина на рис. 8.2.14 б расчетным путем. Видно, что результаты численного моделирования и экспериментов совпадают с хорошей точностью. Также можно отметить высокую эффективность преобразования цилиндрического фазового фронта источника в плоский фазовый фронт на выходе из линзы.

Серия работ посвящена бифункциональным градиентным линзам. Их особенностью является использование анизотропных искусственных сред. Наличие анизотропии позволяет создавать радиально неоднородные структуры, демонстрирующие в разных направлениях разные оптические свойства. Например, в одном направлении такая структура может работать как линза Люнеберга, а в другом как линза Максвелла (рыбий глаз).

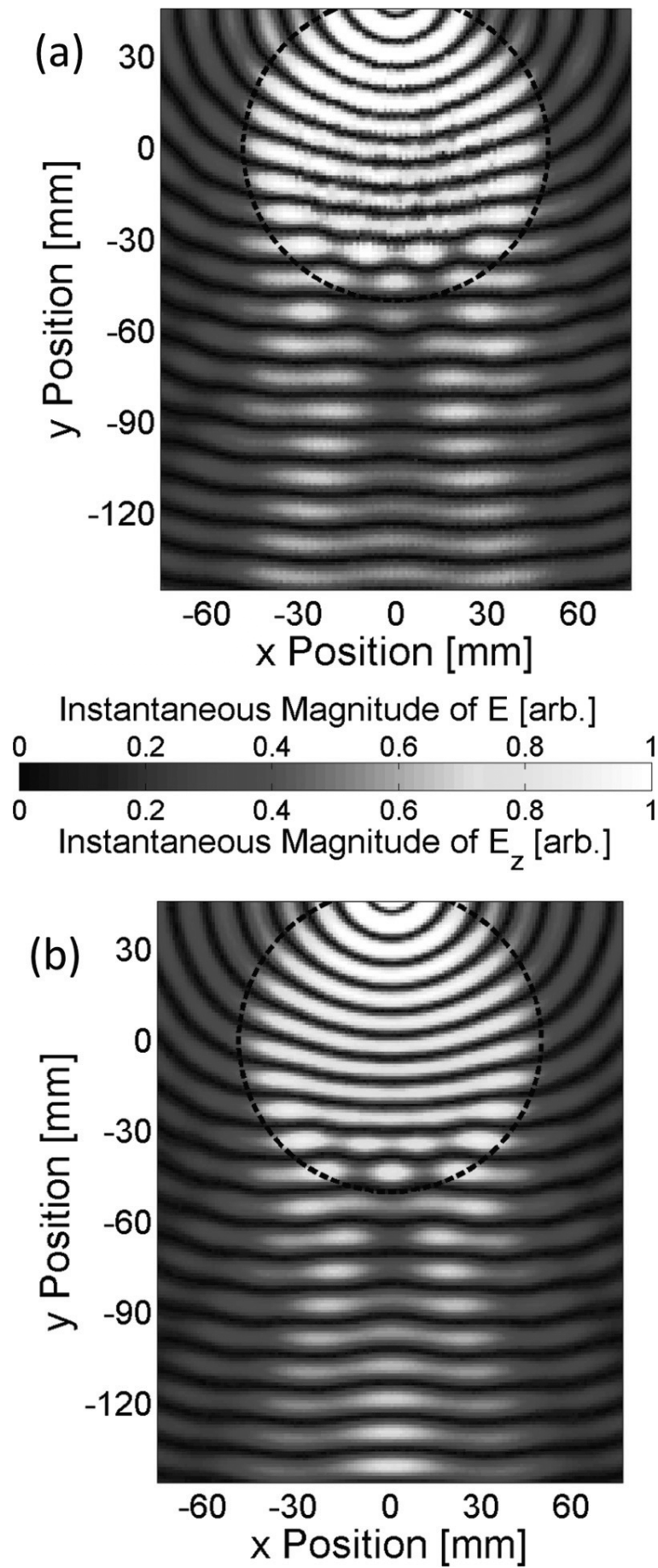
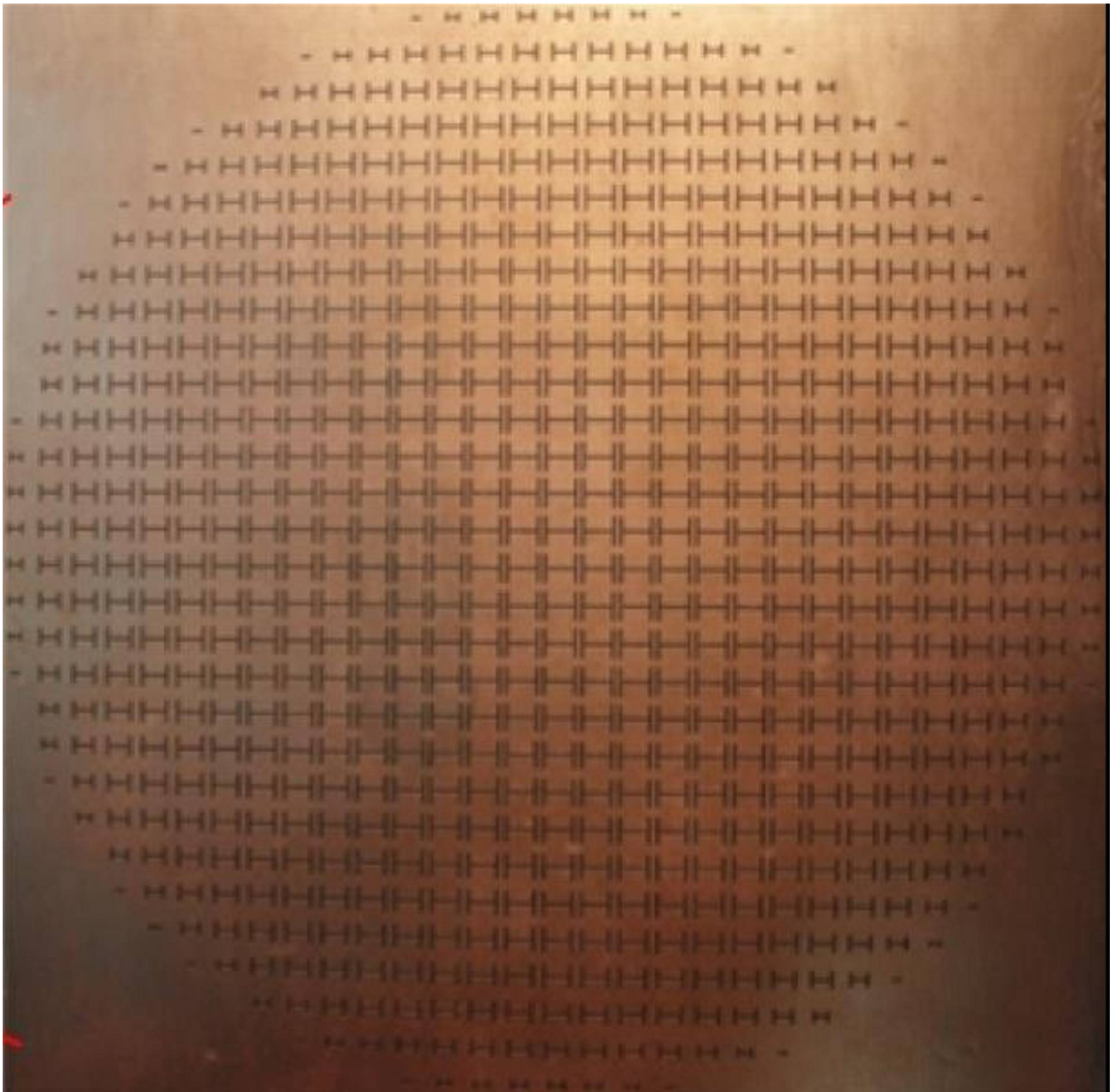


Рис. 8.2.14. Распределение электрического поля в планарной линзе Лüneберга

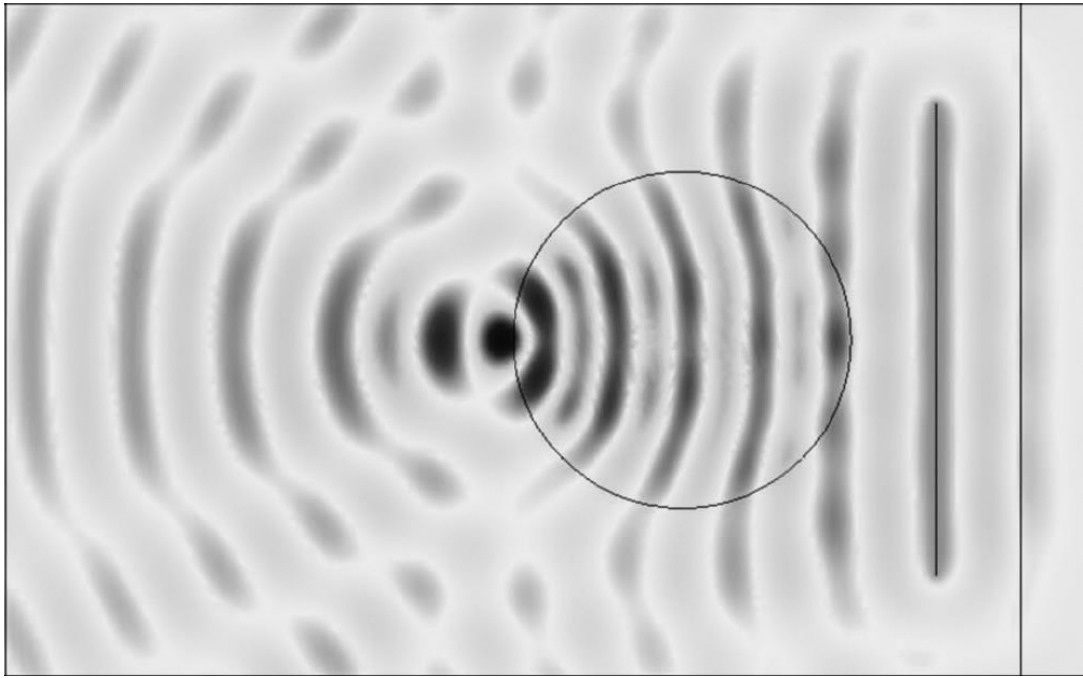




*Рис. 8.2.15. Линза Люнеберга на  $H$  – образных ячейках*

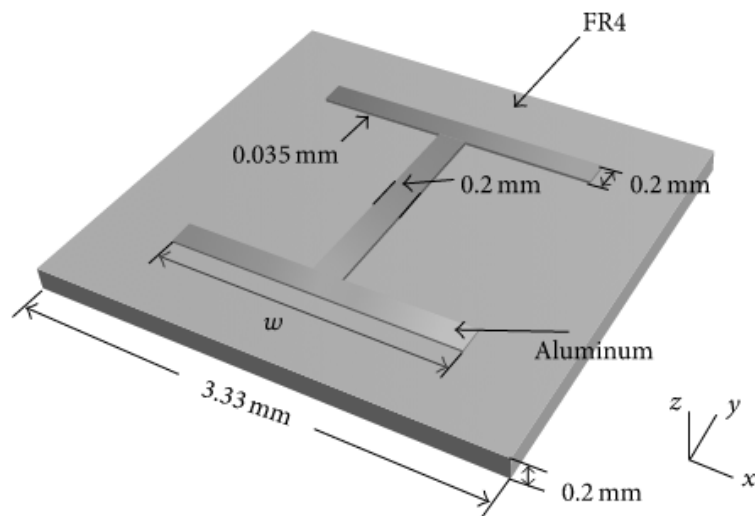
Перспективный для применения в ИО СВЧ вариант градиентной анизотропной линзы рассмотрен в работе [156]. В нем для построения искусственной двумерной среды используется  $H$  – образная щелевая ячейка. Пример выполнения при их помощи радиально неоднородной структуры показан на рис. 8.2.15.

Линза представляет собой ПВ, в одном из экранов которого выполнена щелевая структура, показанная на рис. 8.2.15. Она возбуждалась коаксиальным кабелем, центральный проводник которого вводился в ПВ.

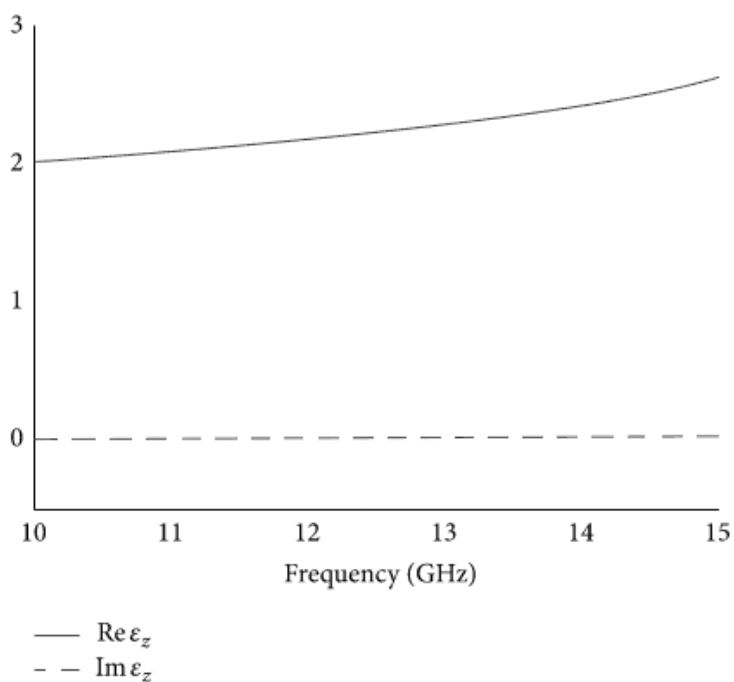


*Рис. 8.2.16. Распределение электрического поля в линзе Лунеберга при возбуждении ее точечным источником*

Экспериментально линза исследовалась на частоте 16 ГГц по методике описанной выше. Измерялось распределение электрического поля при возбуждении структуры коаксиальным кабелем. Результаты измерений представлены на рис. 8.2.16. В целом они свидетельствуют о работоспособности устройства, однако, из материалов работы [156] трудно сделать вывод о потерях в ней.



*Рис. 8.2.17. Ленточная  $H$  - образная ячейка*



*Рис. 8.2.18. Частотная зависимость эффективной проницаемости искусственной среды на ленточных  $H$  - образных ячейках*

Дуальный вариант искусственной среды на  $H$  - образных, но уже не щелевых, а ленточных ячейках рассмотрен в работе [157]. Структура ячейки показана на рис. 8.2.17. На рис. 8.2.18 изображена частотная зависимость действительной и мнимой частей эффективной проницаемости однородной искусственной среды на таких ячейках.

В указанной работе [157] утверждается, что радиально неоднородная анизотропная структура на ленточных ячейках может использоваться одновременно в одном направлении как линза Люнеберга, а в другом как линза рыбий глаз, которая с лучевой точки зрения преобразует один точечный фокус в другой.

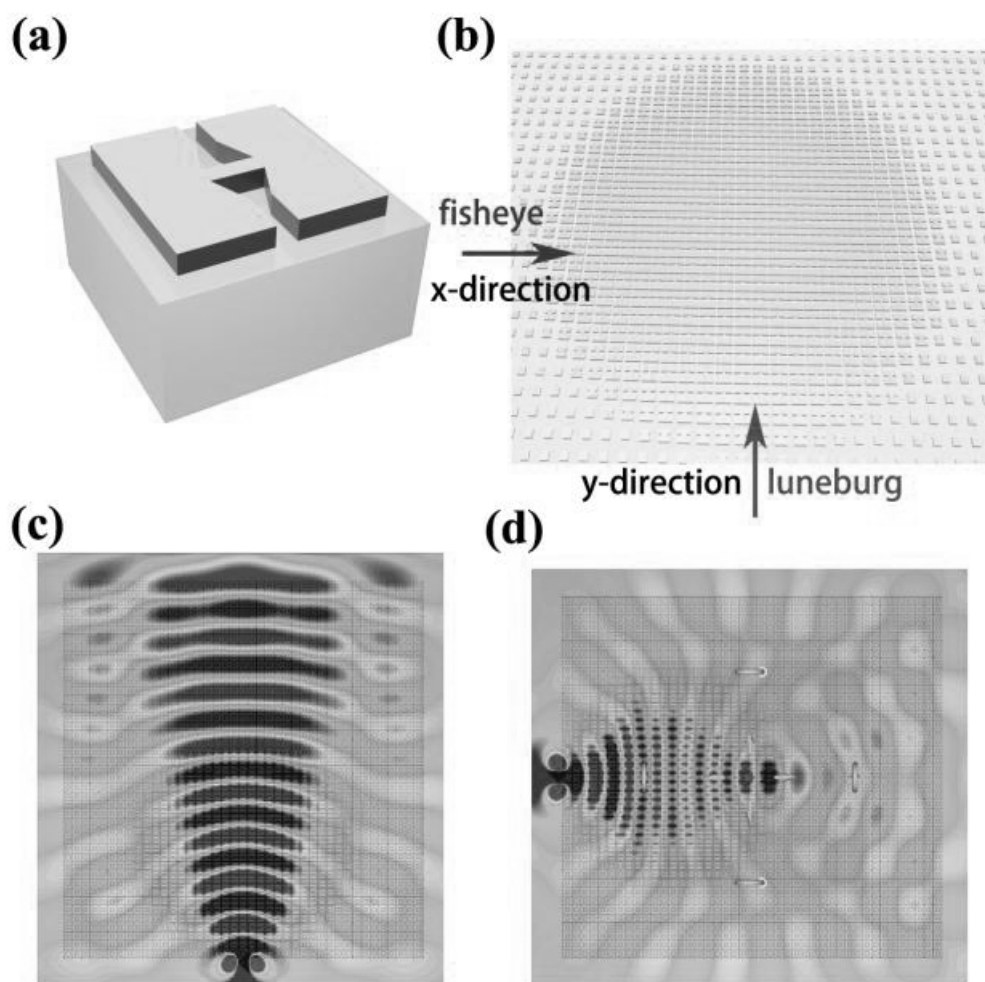


Рис. 8.2.19. Функционирование линзы на ленточных  $H$  - образных ячейках

На рис. 8.2.19 a-d показана ячейка искусственной среды (a), радиально неоднородная структура (b), и две картины распределений полей в линзе при возбуждении ее точечными источниками, расположенными на вертикальной оси линзы (c) и на горизонтальной оси (d). Видно, что при возбуждении структуры по горизонтали она работает как линза рыбий глаз, а при возбуждении в ортогональном направлении как линза Лунеберга. Распределения полей представленные на рис. 8.2.19 c,d получены экспериментально в терагерцовом диапазоне.

Еще один вариант бифункциональной линзы рассмотрен в работе [158]. Для ее создания используется среда на основе  $U$  - образных ячеек (см. рис. 8.2.20).

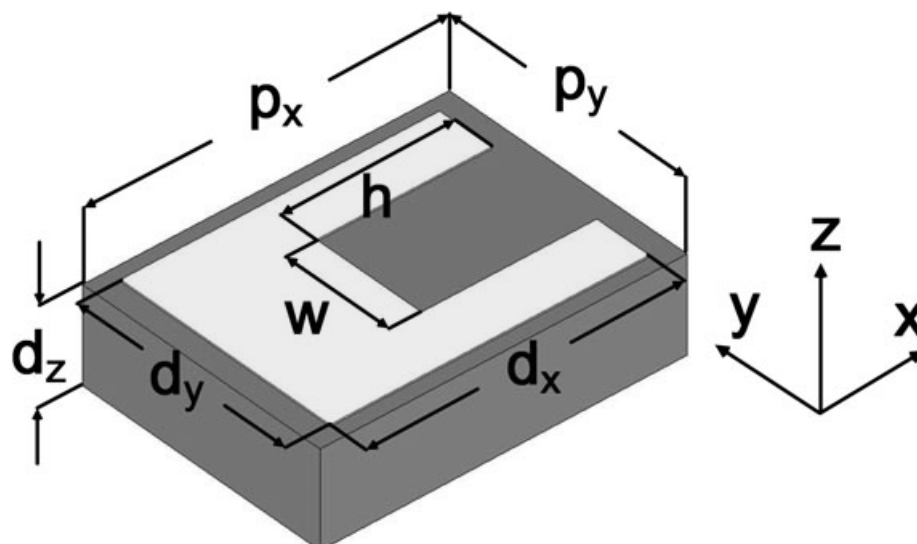


Рис. 8.2.20. U - образная ячейка

На рис. 8.2.21 a-d представлен внешний вид исследуемой структуры (a), ход лучей при ее работе как линзы Люнеберга (b), ход лучей при работе в качестве линзы Максвелла (c), распределение показателя преломления в двух режимах работы устройства. На рис. 8.2.22 a-c показана схема исследования градиентной линзы как численного, так и экспериментального (a), фотография макета линзы (b) и фотография зонда (c), которым осуществлялось возбуждение структуры. Устройство исследовалось на частоте 10 ГГц. Результаты измерений мало отличаются от приведенных выше.

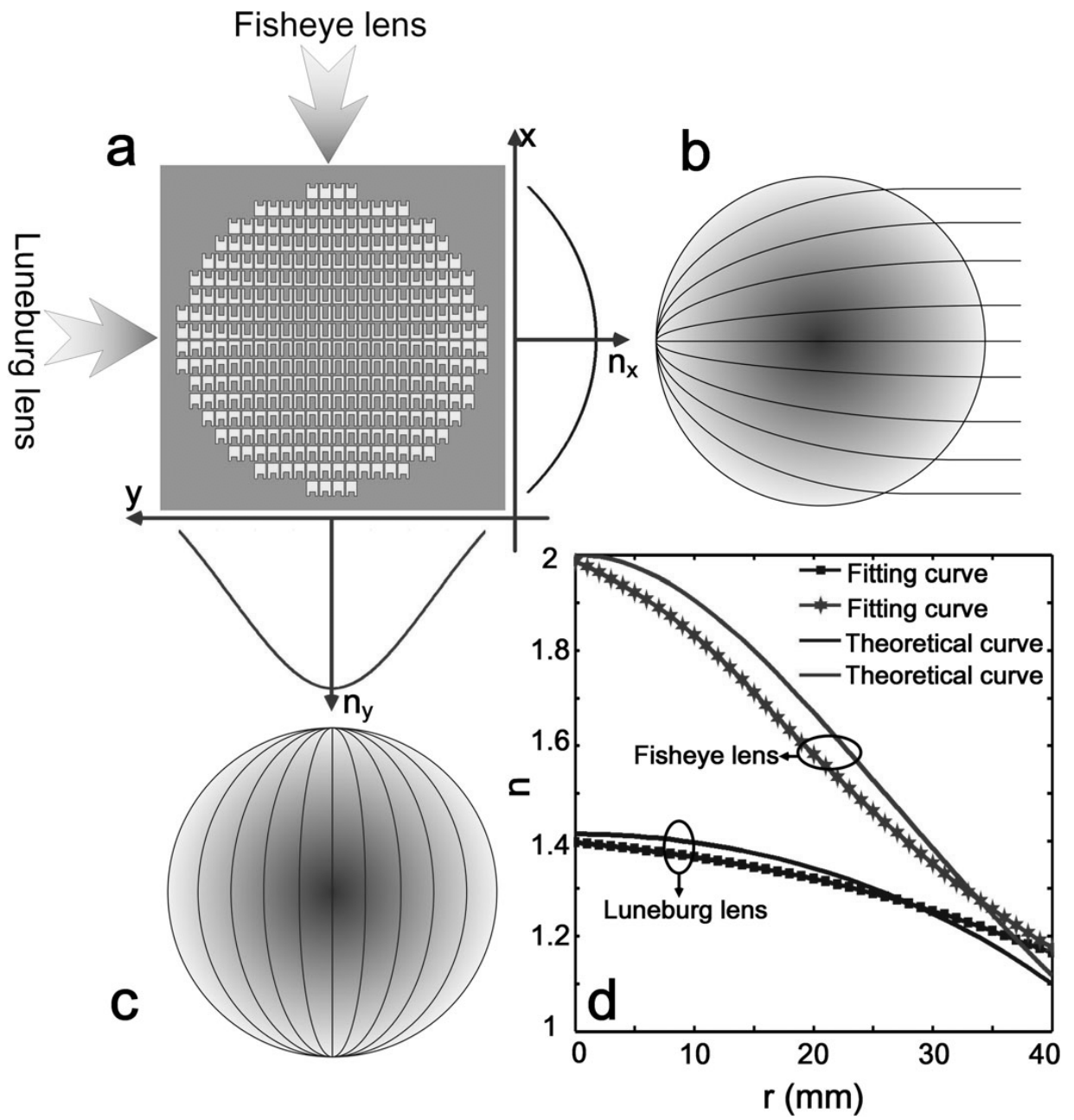
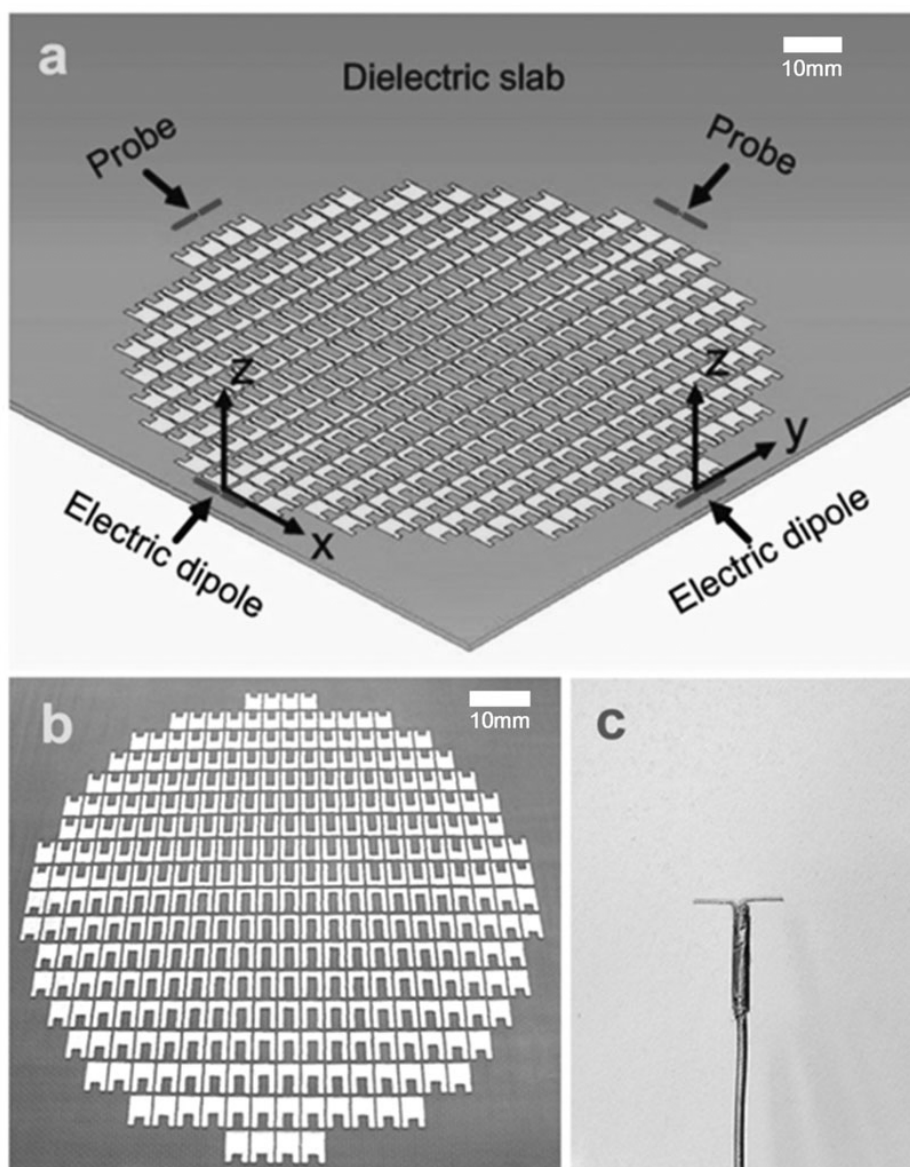


Рис. 8.2.21. Схема построения бифункциональной линзы



*Рис. 8.2.22. Схема экспериментального исследования бифункциональной линзы (a), внешний вид макета (b), внешний вид зонда (c)*

Интересные результаты представлены в работе [159]. Исследуемая в ней структура полностью совместима с пленочной технологией печатных схем СВЧ. Важно также отметить, что искусственная среда, являющаяся основой для построения линзы рассматриваемой в указанной работе не имеет анизотропии, так как ее ячейка представляет собой выполненный в металлическом экране щелевой кольцевой резонатор (см. рис. 8.2.20).

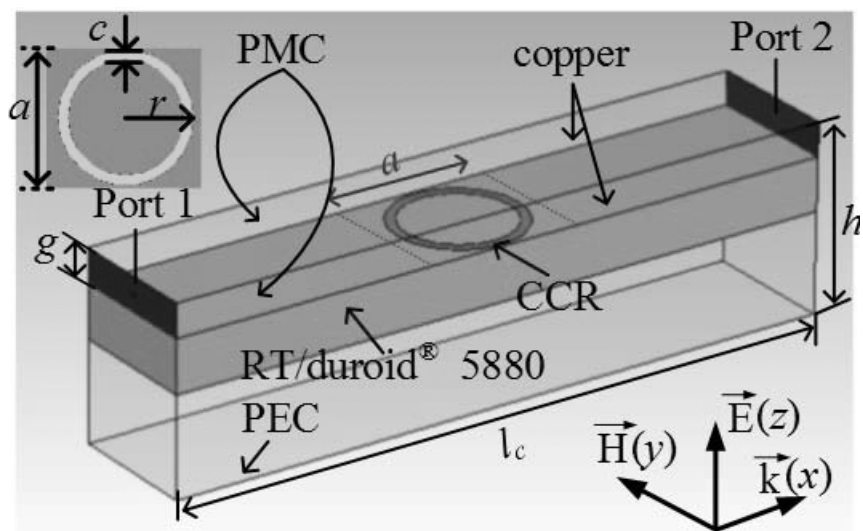


Рис. 8.2.20. Элемент искусственной среды на кольцевых резонаторах

Разработке градиентной линзы и многолучевой антенны на ее основе предшествовало исследование параметров искусственной среды (авторы чаще употребляют термин метаматериал). На рис. 8.2.21 показана частотная зависимость коэффициента преломления среды на кольцевых резонаторах. Кривые на рис. 8.2.21 получены для колец с радиусами 0.6, 1.6 и 1.9 мм. Видно, что коэффициент преломления в последнем случае достигает требуемого для создания линзы Лüneберга значения 1.41.

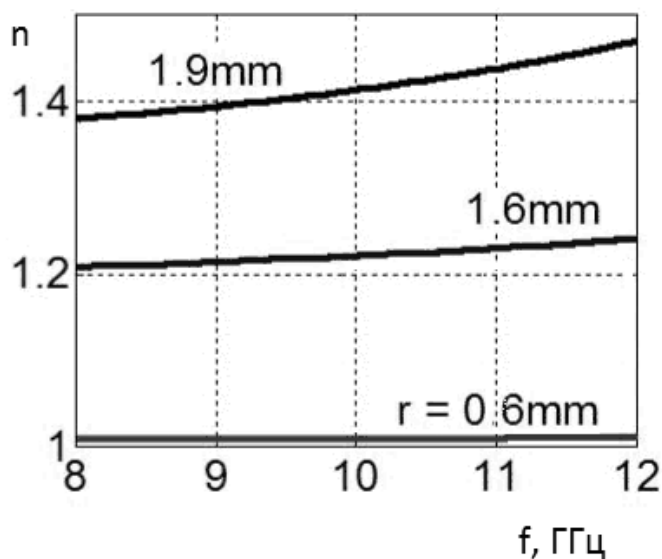


Рис. 8.2.21. Частотная зависимость коэффициента преломления искусственной среды для колец с разными радиусами



Таким образом, мы можем сделать вывод о возможности ее создания с использованием среды данного типа.

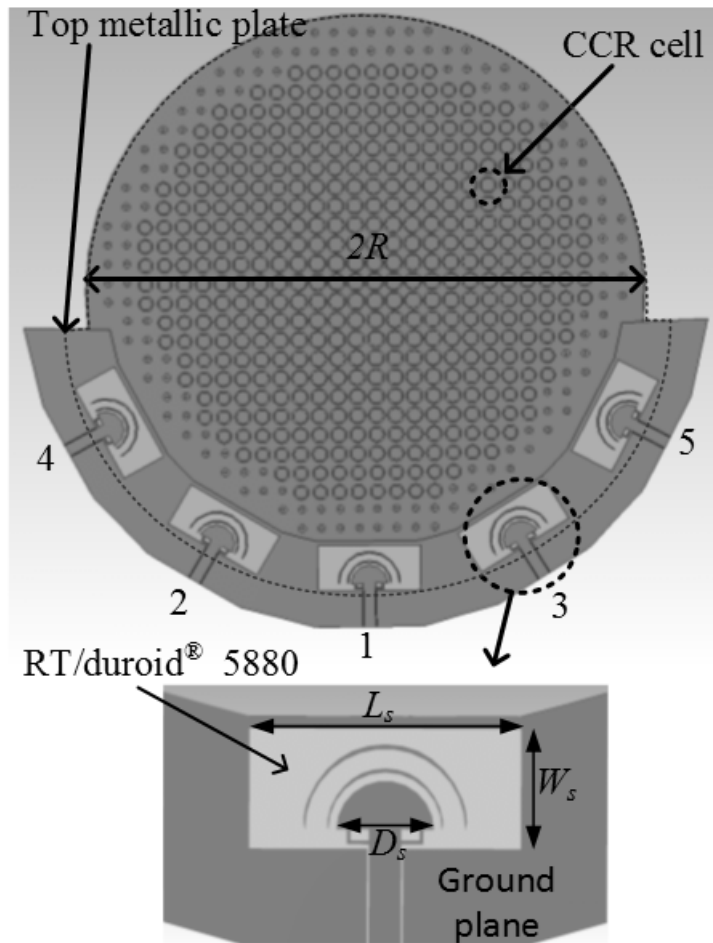
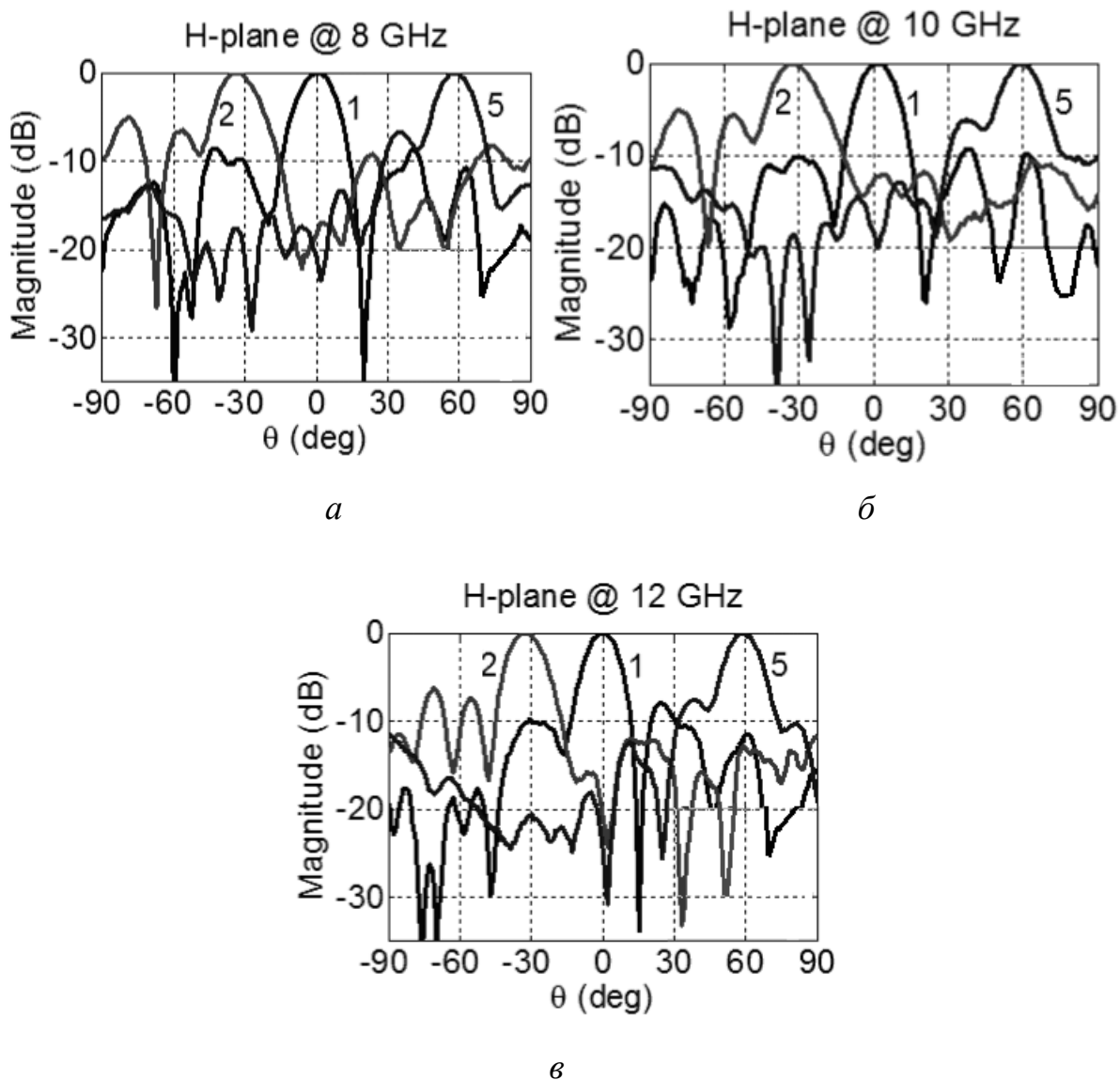


Рис. 8.2.22. Многолучевая антенна на основе планарной линзы Лüneберга

Многолучевая антенна показанная на рис. 8.2.22 имеет в своем составе линзу на основе кольцевых резонаторов и пять возбуждателей копланарного типа. Они возбуждают в планарном волноводе магнитные волны, в отличие от структур на основе ПВ с волнами электрического типа. Линза имеет радиус равный 57.4 мм.



*Рис. 8.2.23. Нормированные ДН многолучевой антенны*

Антенна, показанная на рис. 8.2.22 исследовалась в сантиметровом диапазоне волн. На рис. 8.2.23 а-в показаны полученные экспериментально ДН по входам 1,2,5 (см. рис. 8.2.22). Рисунки 8.2.22 а-в соответствуют частотам 8,10,12 ГГц.

Следует отметить не очень высокое качество полученных ДН, которые имеют весьма высокие боковые лепестки, хотя безусловно сам эффект концентрации поля в некотором направлении при помощи разработанной авторами линзы Лунеберга продемонстрирован. Видимо, данная весьма

перспективная конструкция нуждается в дальнейшем исследовании и оптимизации.

Мы видим, что исследования, направленные на создание планарных градиентных линз для ИО СВЧ достаточно интенсивно развиваются. При этом в последнее время предложен ряд новых двумерных сред, которые отличаются от сред рассмотренных в главе 2. Следует также обратить внимание на применение анизотропных сред для построения градиентных линз, имеющих разные оптические свойства в разных направлениях.

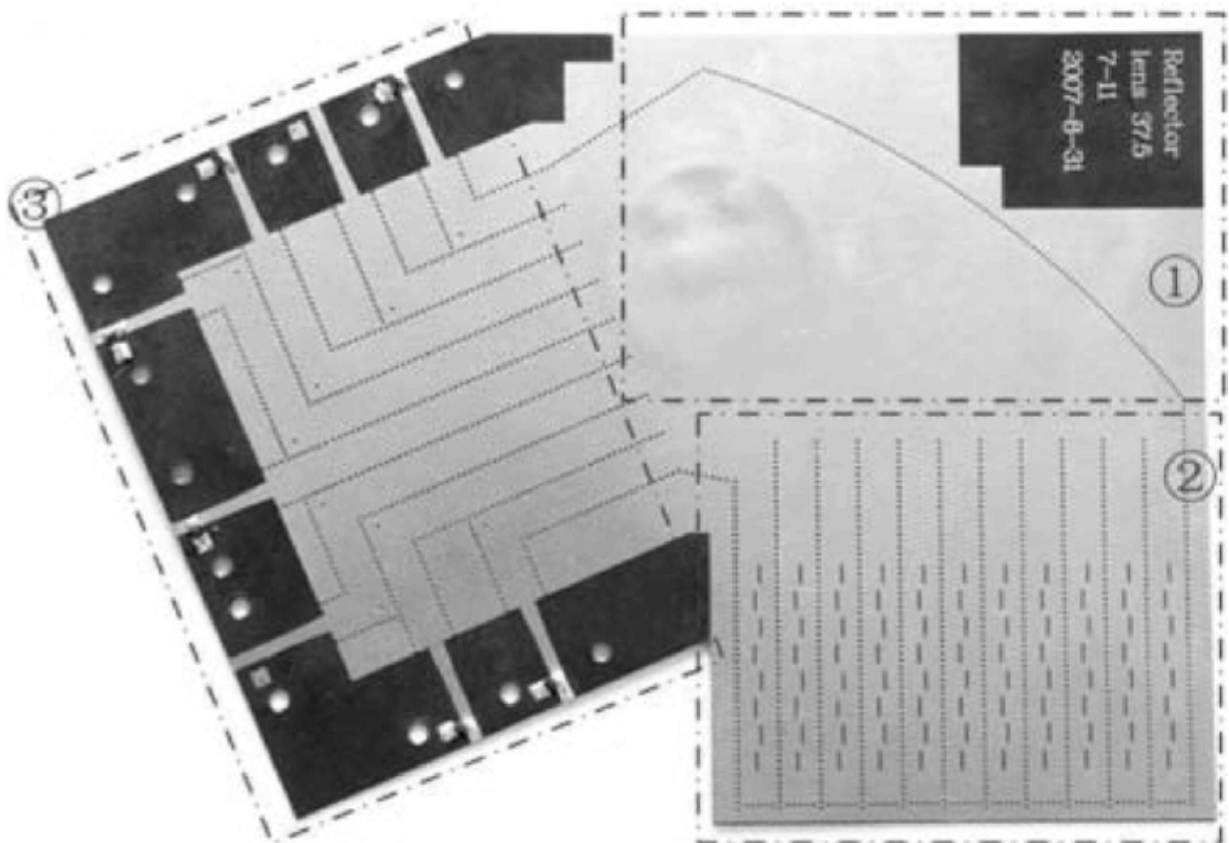
### 8.3. Интегральные многолучевые зеркальные антенны

Планарные зеркала также как линзы Ротмана и Люнеберга использовались в антенной технике достаточно давно. В этой связи можно упомянуть зеркало типа pillbox [28] предложенное в 1957 г. Применение планарных зеркал в ИО тесно связано с развитием SIW технологии, которая позволила создавать эффективно отражающие поверхности без использования приемов, выходящих за рамки технологии печатных схем СВЧ.

В данном разделе мы рассмотрим ряд технических решений основанных на применении планарных зеркал. К их числу относятся простейшие однозеркальные однослойные антенны, двухзеркальные однослойные антенны, однозеркальные двухслойные и двухзеркальные трехслойные системы. Многие из рассмотренных устройств представляют собой законченные интегральные модули, в состав которых входят многоканальный облучатель и излучающая решетка.

*Однозеркальная однослойная многолучевая антенна.* Такая антенна описана в работе [160]. Ее общий вид показан на рис. 8.3.1. В состав устройства входят: восьмиканальный облучатель в виде линейной решетки ИПВ, планарное параболическое зеркало, также выполненное по SIW технологии и излучающая решетка ИПВ. Антенна предназначена для связи летающих объектов со спутниками аналогично антенне на основе линзы Ротмана, которую мы описывали в разд. 8.1 (см. рис. 8.1.9). Обе антенны используются одинаковым образом по схеме изображенной на рис. 8.1.10. Они разработаны одними и теми же авторами.

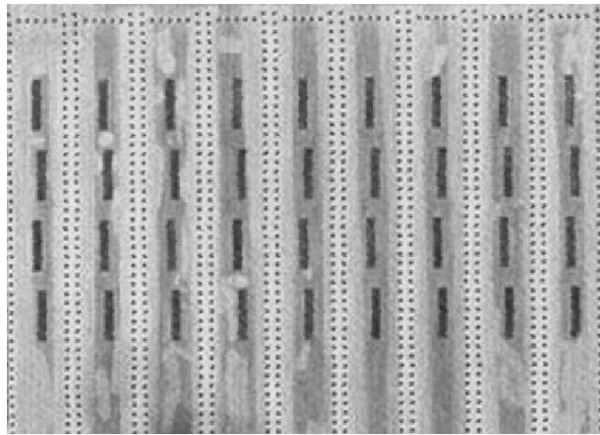
Размещение всех элементов антенны на одном слое заставляет применять несимметричное параболическое зеркало. Следует отметить, что как показано в работе [161] дуга сканирования двумерной параболической вырезки близка к прямой. Данное обстоятельство позволило авторам [160] использовать в качестве облучателя линейную решетку ИПВ.



*Рис. 8.3.1. Однозеркальная однослойная антенна*

При этом фазовые искажения, вызванные смещением облучателя из фокуса параболы минимальны. Следует отметить, что оси всех волноводов параллельны. Поэтому зеркало либо облучается не полностью как в системе показанной на рис. 8.3.1, либо имеет место излучение части энергии за пределы зеркала для смещенных из центра волноводов. В любом случае мы имеем дело со снижением эффективности антенны, которая обусловлена схемой построения многоканального облучателя с параллельными волноводами.

Излучающая решетка (см. рис. 8.3.2) представляет собой традиционную волноводно - щелевую решетку со смещенными в шахматном порядке продольными щелями. Шахматная схема размещения щелей не является обязательной, так как в качестве волноводов используются ИПВ на диэлектрической подложке, в которых могут распространяться замедленные волны.



*Рис. 8.3.2. Излучающая решетка на ИПВ*

В принципе возможно использование решетки с односторонним смещением щелей относительно осей волноводов. Волноводы закорочены на концах. Поэтому можно сделать вывод, что решетка функционирует в режиме стоячей волны, когда все ее элементы излучают синфазные волны. Главный луч ДН ориентирован вдоль нормали к плоскости решетки.

Однослойная схема построения антенны не позволяет оптимально использовать площадь, занимаемой поверхностью подложки. Кроме того, как отмечалось выше, она заставляет применять несимметричные зеркала, которые имеют худшие характеристики сканирования по сравнению с симметричными аналогами.

*Двухзеркальная однослойная многолучевая антенна.* Основное ее отличие от антенны представленной выше состоит в том, что в ней в качестве возбуждителя решетки используется двухзеркальная планарная система Грегори. Детали расчета и проектирования этой антенны представлены в работе [91].

Схематично антенна показана на рис. 8.3.3.

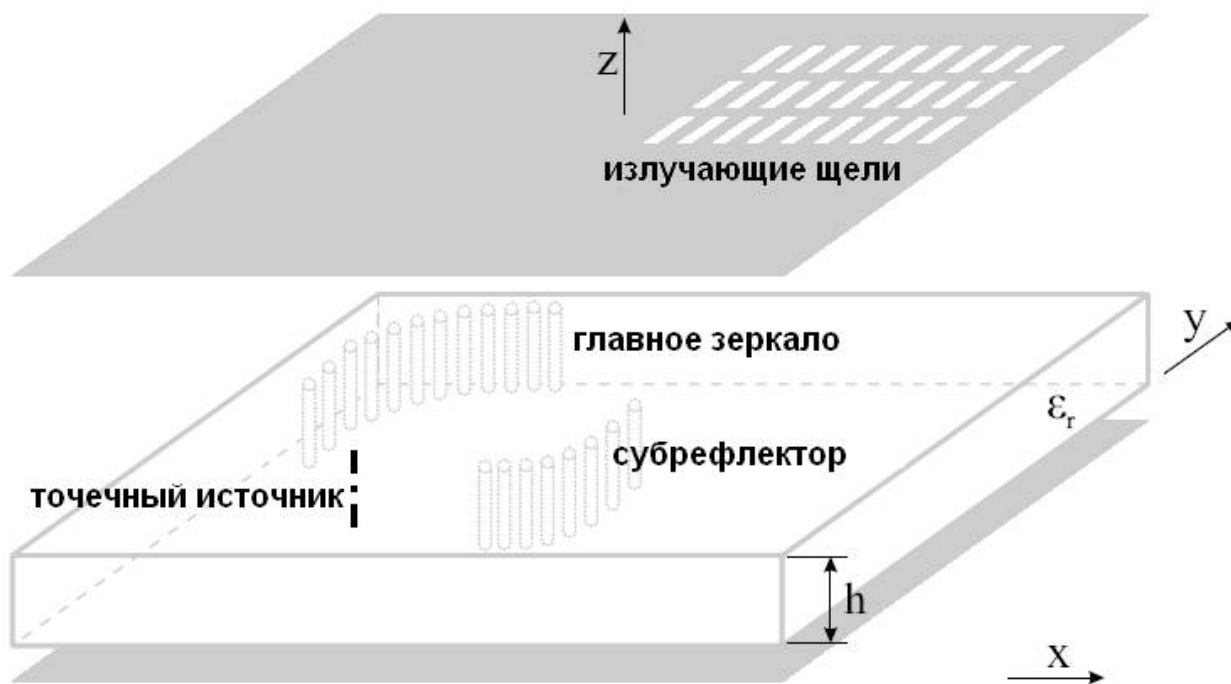
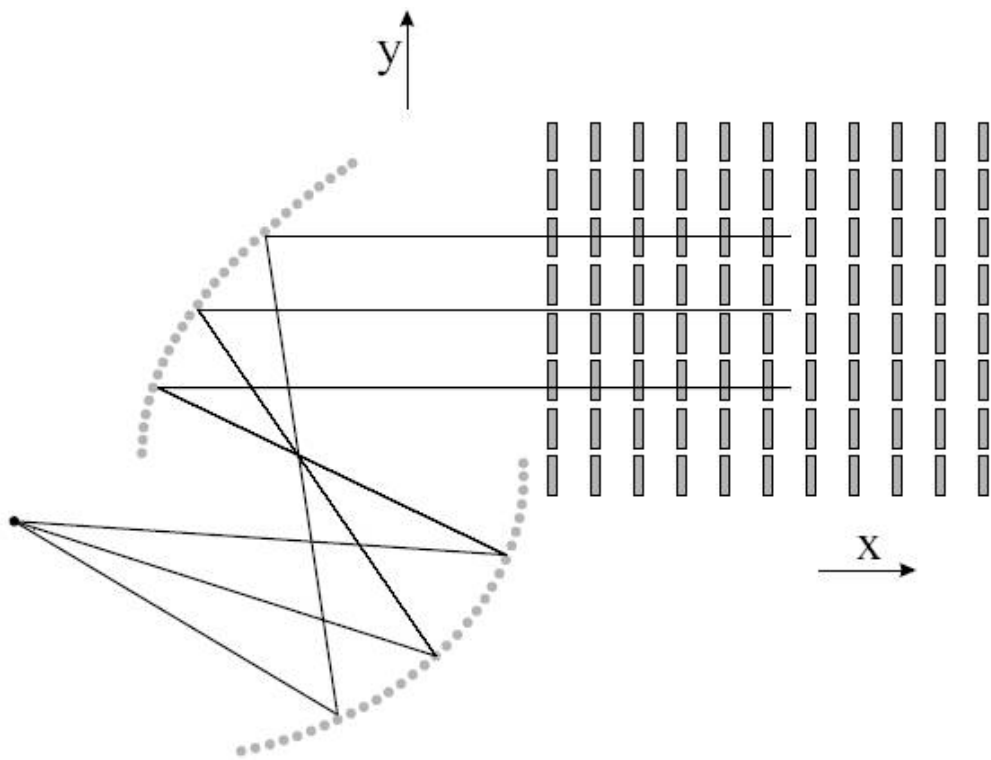


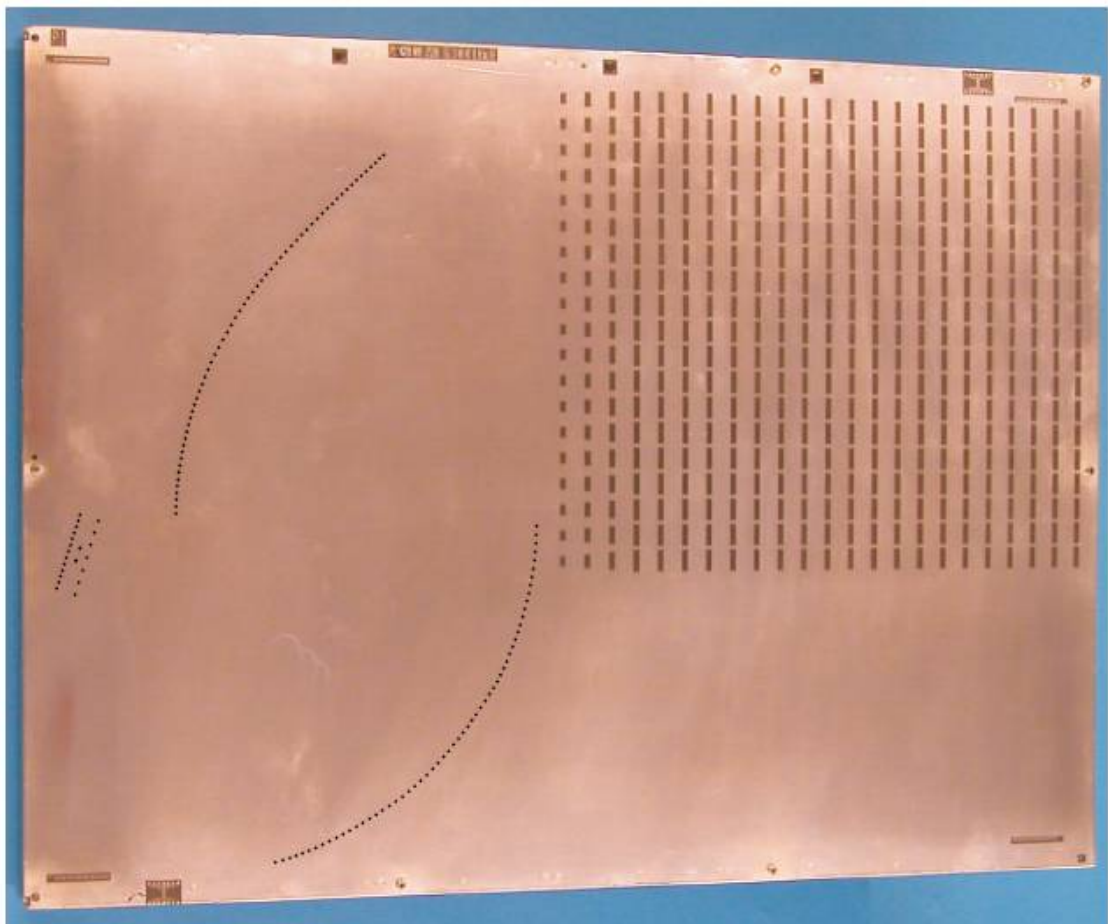
Рис. 8.3.3. Структурная схема двухзеркальной однослойной антенны

В нее входят: излучающая щелевая решетка, двухзеркальный возбуждатель, состоящий из главного зеркала и субрефлектора и точечный источник. Все элементы выполнены на основе общего ПВ. Излучающая решетка содержит поперечные щели, ориентированные перпендикулярно направлению распространения волнового пучка, который формируется в ПВ с помощью двухзеркального возбуждателя.

Схема распространения лучей от точечного источника до решетки показана на рис. 8.3.4. Основное зеркало и субрефлектор выполнены в виде решеток металлических цилиндров по SIW технологии. Общий вид макета антенны показан на рис. 8.3.5. Следует отметить, что принятой авторами обсуждаемой антенны схеме построения присущи все недостатки однослойных планарных антенн, о которых мы говорили выше. Общая площадь устройства существенно превышает площадь излучающей апертуры, что снижает эффективность использования поверхности антенны.



*Рис. 8.3.4. Лучевая картина поля в антенне*



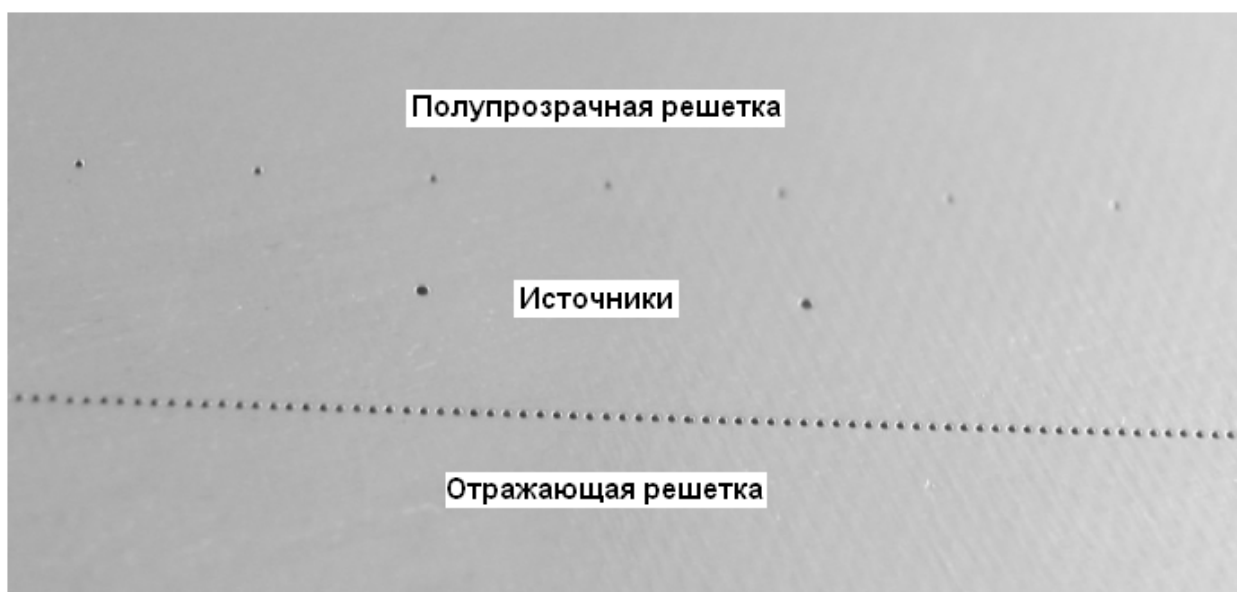
*Рис. 8.3.5. Макет антенны*



Интересное решение было найдено автором разработки в части реализации точечного источника. Основная проблема здесь состоит в формировании достаточно узкой ДН порядка  $45^{\circ}$  по уровню  $-10$  дБ, которая необходима для оптимального облучения субрефлектора.

С технологической точки зрения удобно выполнять точечный источник в виде одного или нескольких металлизированных отверстий в подложке ПВ, которые соединены с проводниками полосковой или коаксиальной линий. Один источник такого типа имеет в плоскости ПВ изотропную ДН. Ее можно сузить, располагая за металлическим цилиндром, роль которого играет металлизированное отверстие экран, который также можно выполнить в виде решетки цилиндров.

Такая структура, однако, по-прежнему, имеет недопустимо широкую ДН. Ее ширина примерно равна  $90^{\circ}$  по уровню  $-3$  дБ. Поэтому необходимость в дополнительном сужении ДН сохраняется. Для решения этой проблемы в конструкцию источника вводится полупрозрачная решетка, а источник выполняется в виде двух металлических цилиндров, которые возбуждаются синфазно.



*Рис. 8.3.6. Конструкция точечного источника*

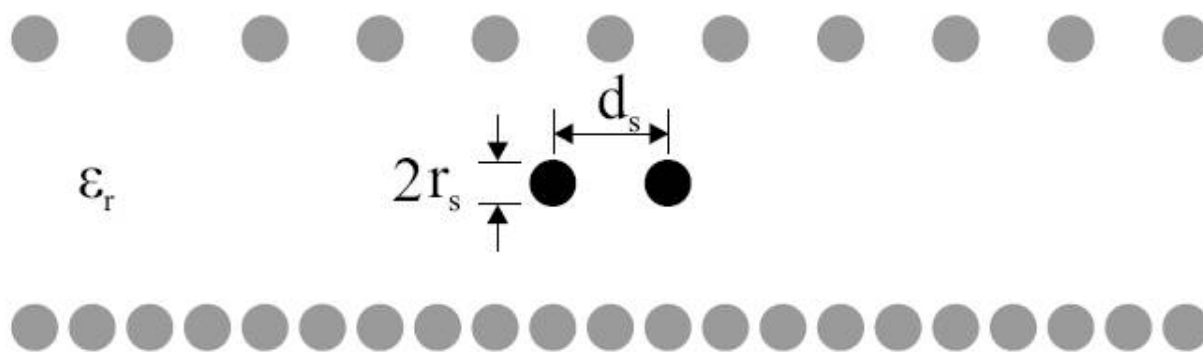


Рис. 8.3.7. Схема точечного источника

Конструкция источника и его схема изображены на рис. 8.3.6 и 8.3.7. Нетрудно понять, что показанная на рис. 8.3.7 структура обладает резонансными свойствами. Частота резонанса определяется расстоянием между экраном и полупрозрачной решеткой. Численное исследование показывает, что в некоторой полосе частот можно добиться заметного сужения ДН источника (см. рис. 8.3.8). Пунктирная кривая соответствует ДН источника без полупрозрачной решетки, а сплошная с ней. Видно, что источник с полупрозрачной решеткой удовлетворяет сформулированным выше требованиям.

Резонансный характер источника наиболее четко проявляется в частотной зависимости коэффициента отражения  $R$  от входа устройства. Эта зависимость показана на рис. 8.3.9. Из рис. 8.3.9 видно, что источник согласован по уровню  $-15$  дБ в полосе частот около  $0.4$  ГГц при центральной частоте рабочего диапазона равной  $8.15$  ГГц.

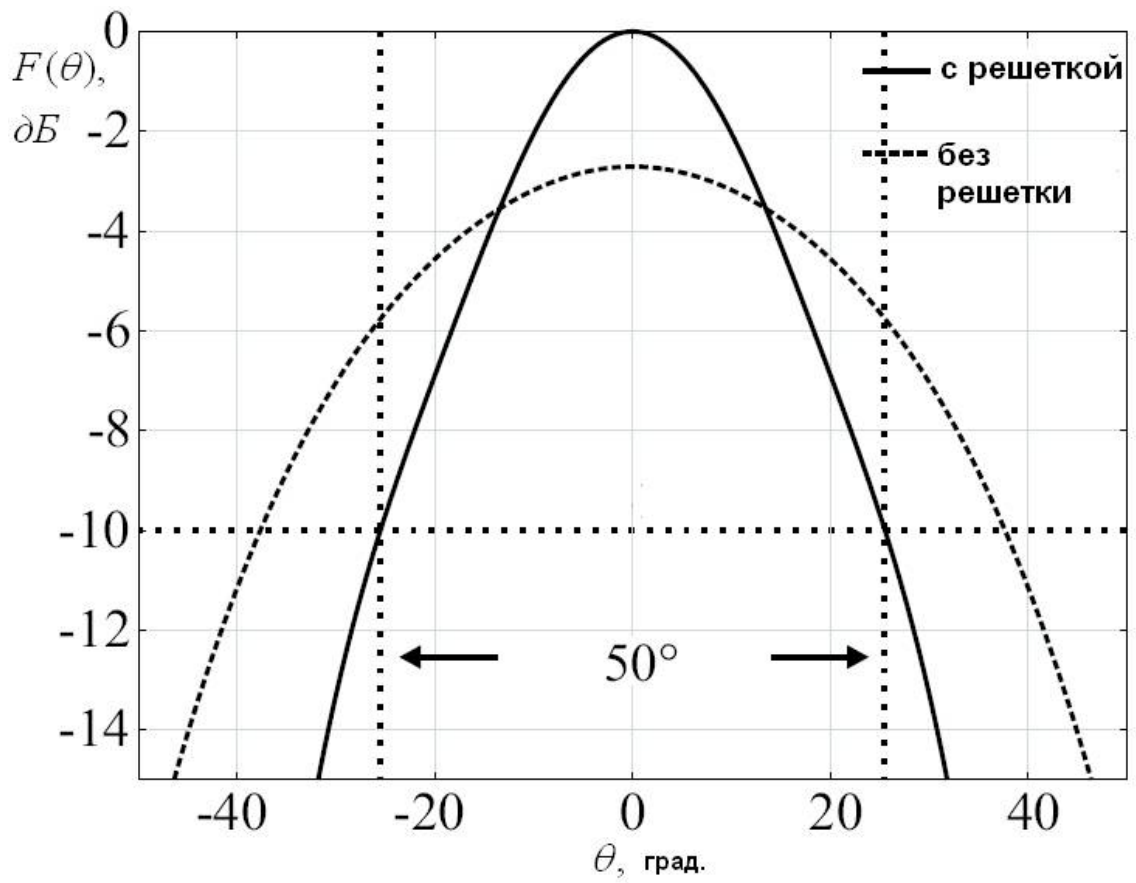


Рис. 8.3.8. ДН точечного источника

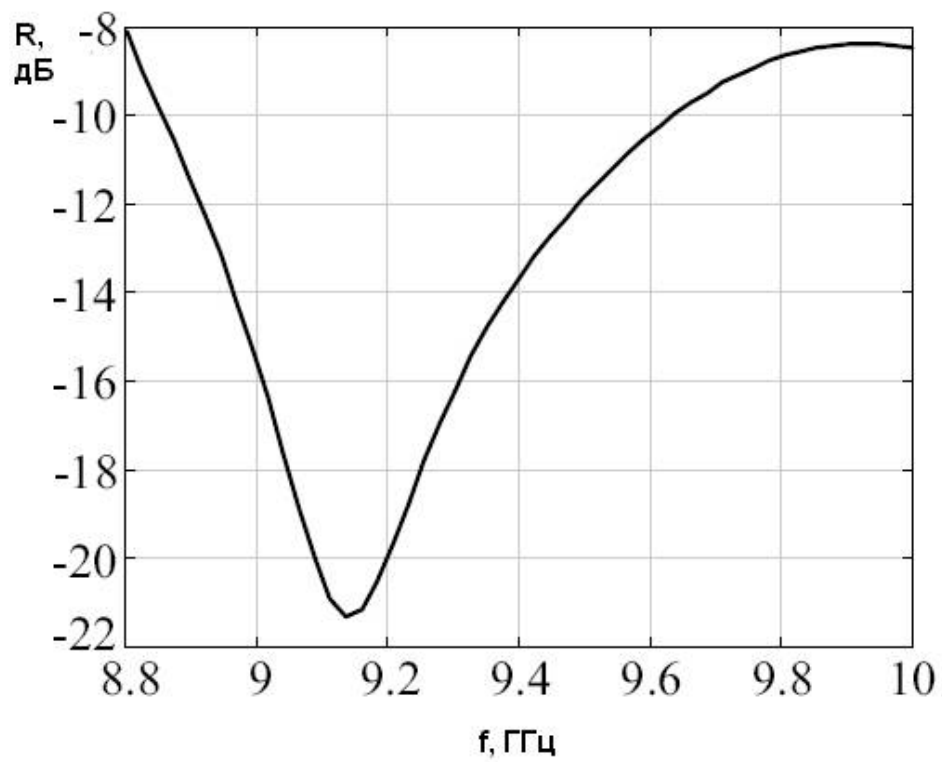


Рис. 8.3.9. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения от входа источника

Двухзеркальная система Грегори преобразует цилиндрическую волну источника в широкий волновой пучок, который возбуждает излучающую решетку. На рис. 8.3.10 показаны экспериментальные нормированные ДН решетки в плоскости вектора  $E$ . Они получены на трех частотах 8.1, 8.3 и 9.6 ГГц. Видно, что положение максимума ДН зависит от частоты. Он ориентирован в сторону отрицательных углов, что означает, что излучение идет на минус первой гармонике Флоке.

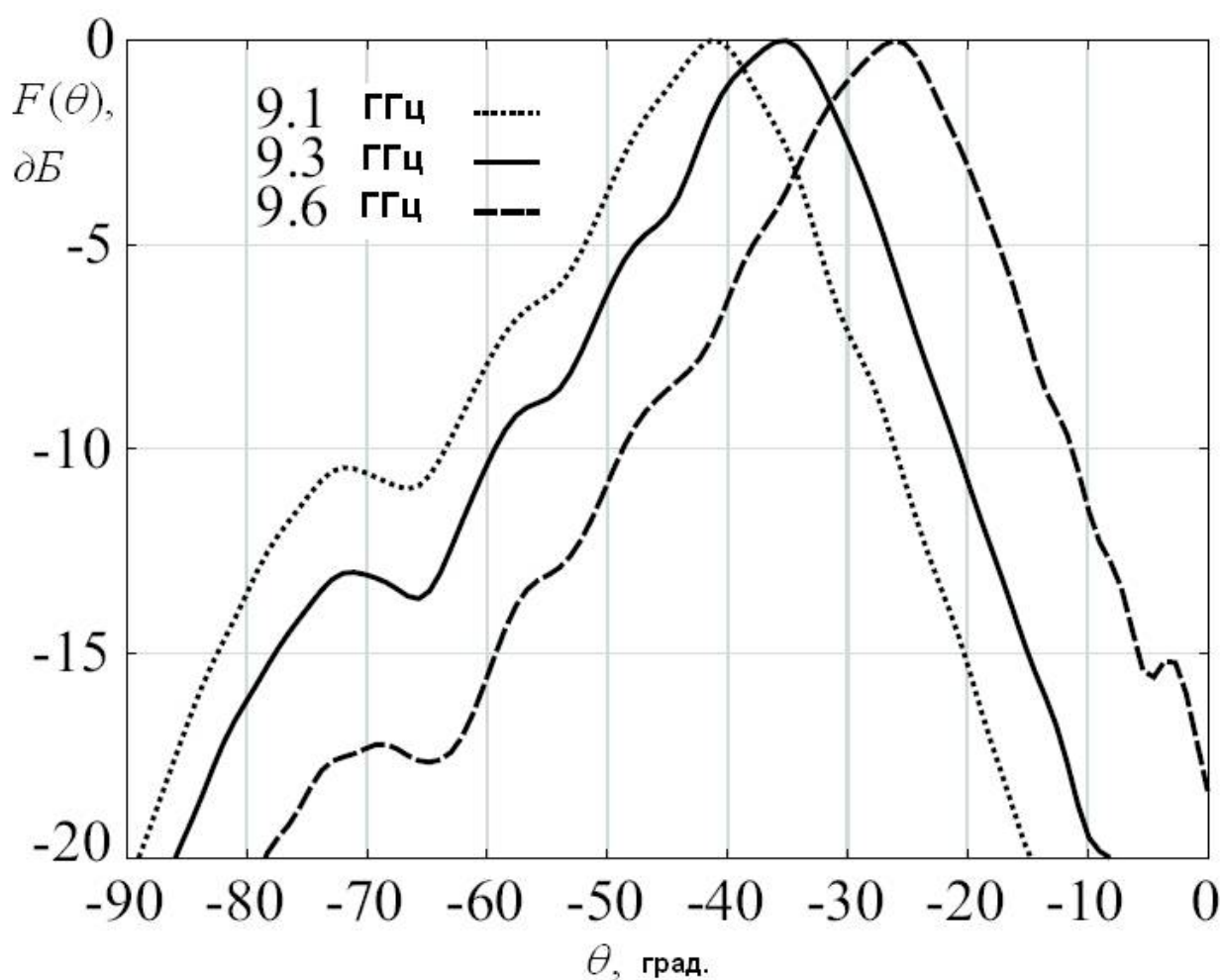


Рис. 8.3.10. ДН в плоскости вектора  $E$

На рис. 8.3.11 показаны ДН решетки в плоскости векторов  $E$  (сплошная кривая) и  $H$  (пунктирная кривая). Из рис. 8.3.10 и 8.3.11 видно, что ДН в плоскости вектора  $E$  практически не имеют боковых лепестков,

что означает, что амплитудное распределение в направлении распространения волнового пучка близко к экспоненциальному. Судя по ширине ДН, оно выбрано не вполне оптимально, таким образом, что часть поверхности решетки практически не используется.

Ширина ДН в ортогональной плоскости  $H$  заметно уже ДН в плоскости  $E$ , несмотря на то, что размер решетки в соответствующем направлении меньше ее размера в ортогональном направлении (см. рис. 8.3.5). Таким образом, мы можем сделать вывод о том, что плоскости вектора  $H$  поверхность решетки используется более эффективно.

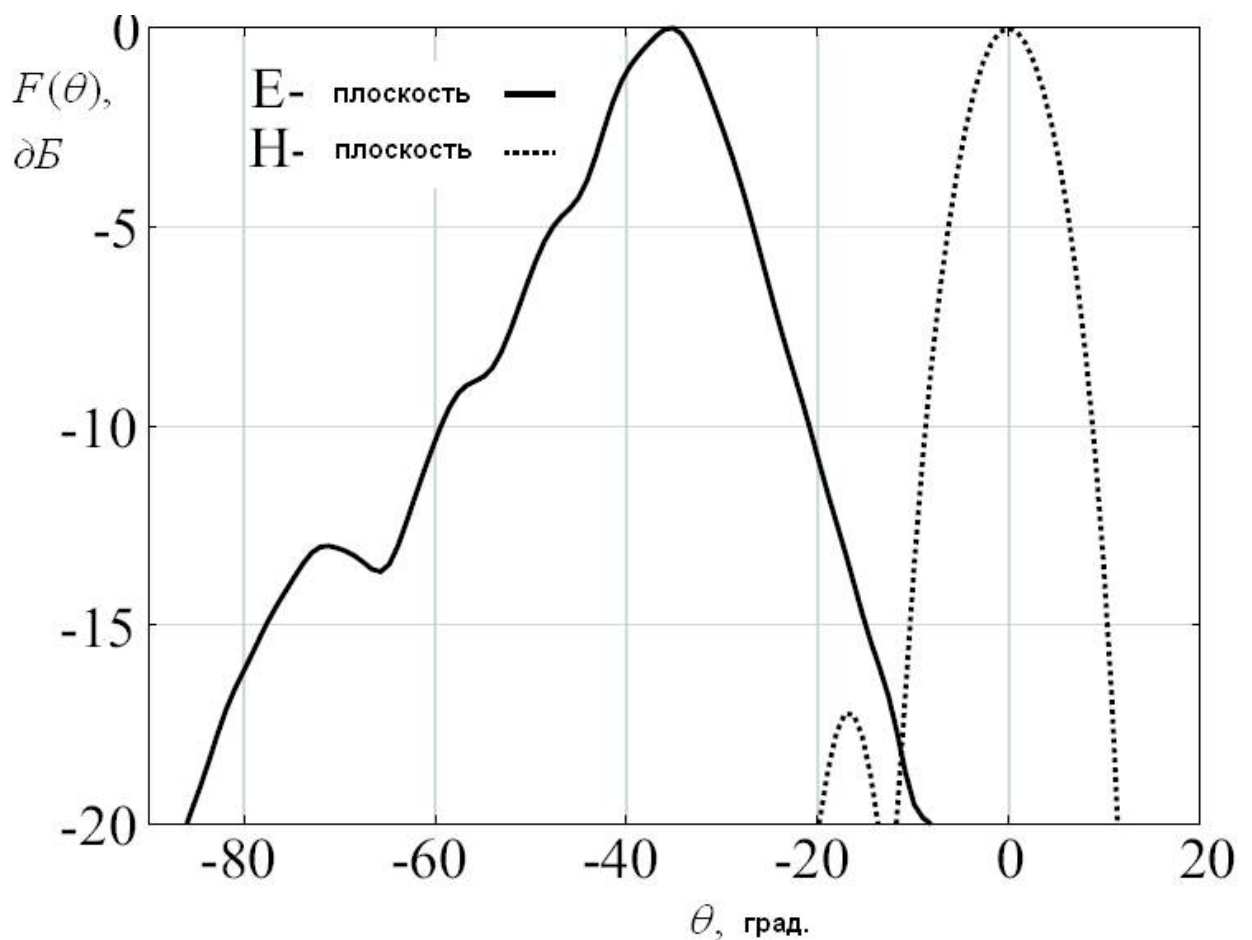


Рис. 8.3.11. ДН решетки в плоскости вектора  $H$

Разработанная антенна исследовалась в многолучевом режиме. Для этого был рассмотрен трехканальный облучатель, состоящий из трех расположенных рядом точечных источников (см. рис. 8.3.12).

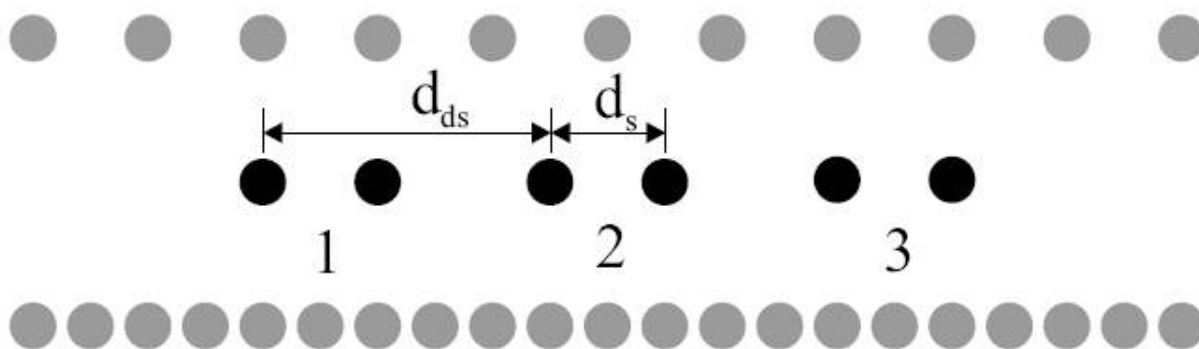


Рис. 8.3.12. Облучатель многолучевой антенны

Источник 2 расположен в фокусе системы Грегори, а источники 1 и 3 смещены из фокуса. Благодаря этому соответствующие им ДН решетки смещены в плоскости вектора  $H$  на некоторый угол.

На рис. 8.3.13 показана частотная зависимость коэффициента передачи  $S_{21}$  от входа 1 на вход 2 многолучевой антенны. Номера входов соответствуют номерам точечных источников.

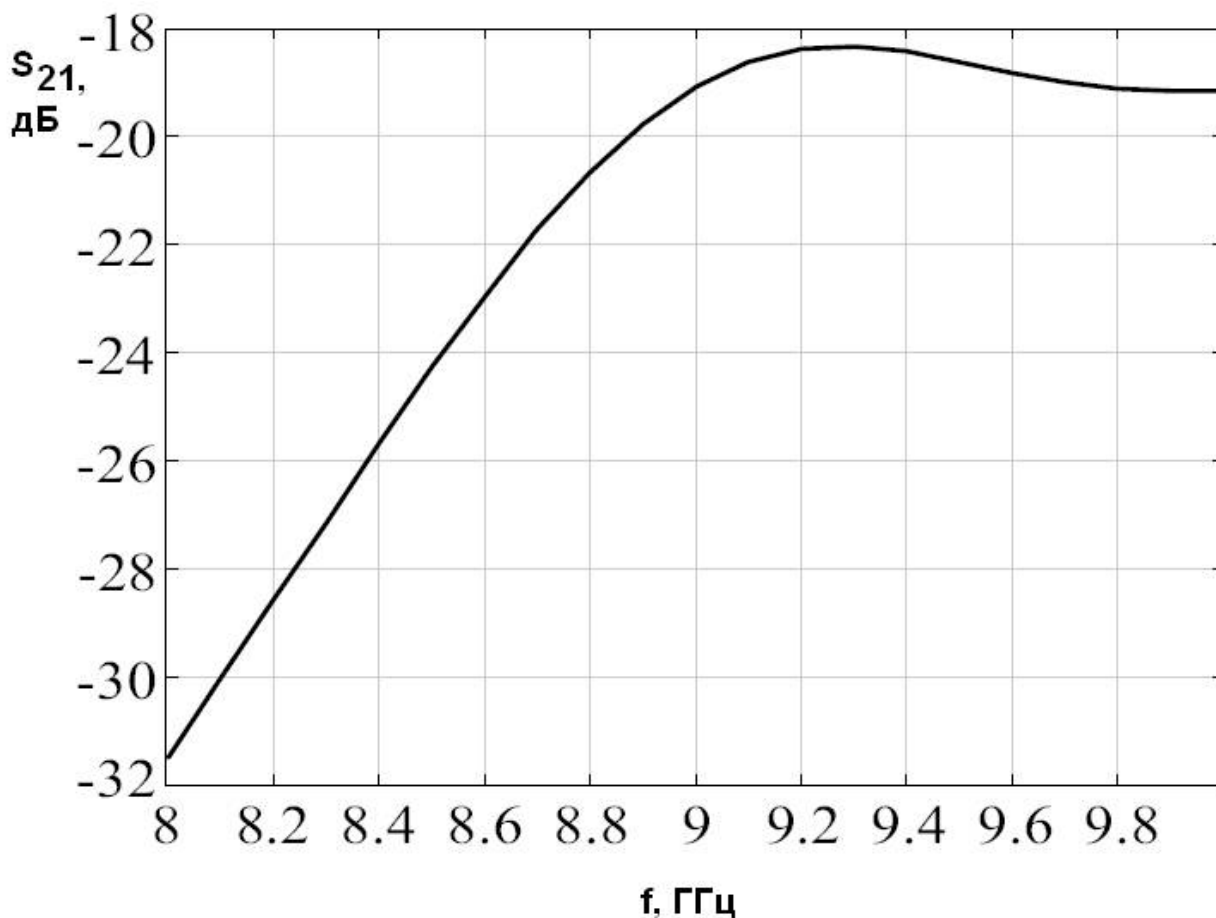


Рис. 8.3.13. Развязка между входами многолучевой антенны

Модуль коэффициента передачи  $S_{21}$  характеризует развязку между входами многолучевой антенны. Можно отметить, что уровень развязки достаточно высок, если учесть, что точечные источники расположены на небольшом электрическом расстоянии друг от друга.

Точечные источники облучателя многолучевой антенны создают в ПВ поля излучения, которые могут быть охарактеризованы ДН. Они показаны на рис. 8.3.14.

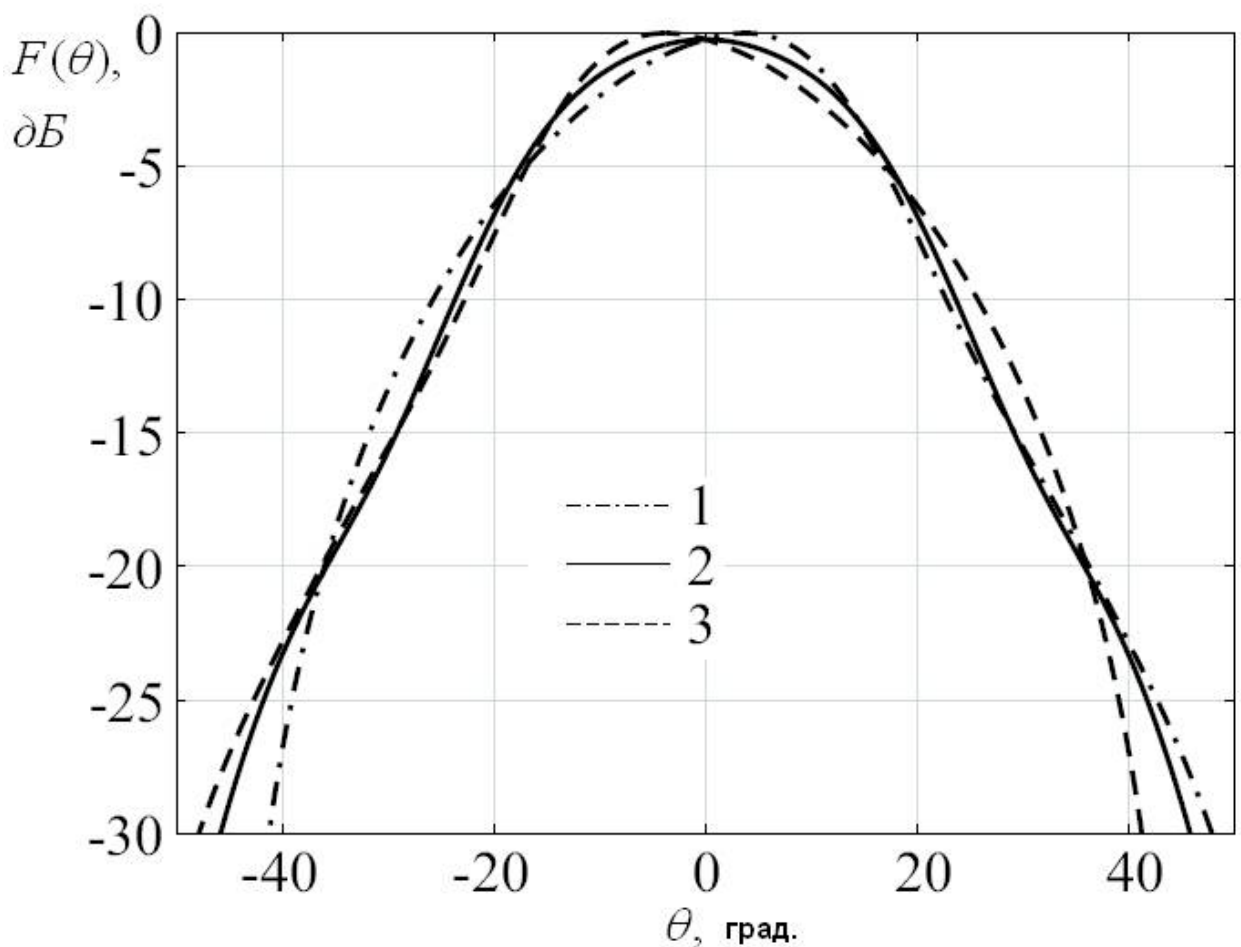


Рис. 8.3.14. ДН излучения в ПВ от источников облучателя многолучевой антенны

На рис. 8.3.15 показаны нормированные ДН решетки в плоскости вектора  $H$ . Кривые 1 – 3 соответствуют возбуждению антенны со стороны

входов 1 – 3. Видно, что возбуждение со стороны входов 1 и 3 приводит к смещению максимума ДН примерно на  $2^\circ$ . Лучи пересекаются по уровню  $-5$  дБ.

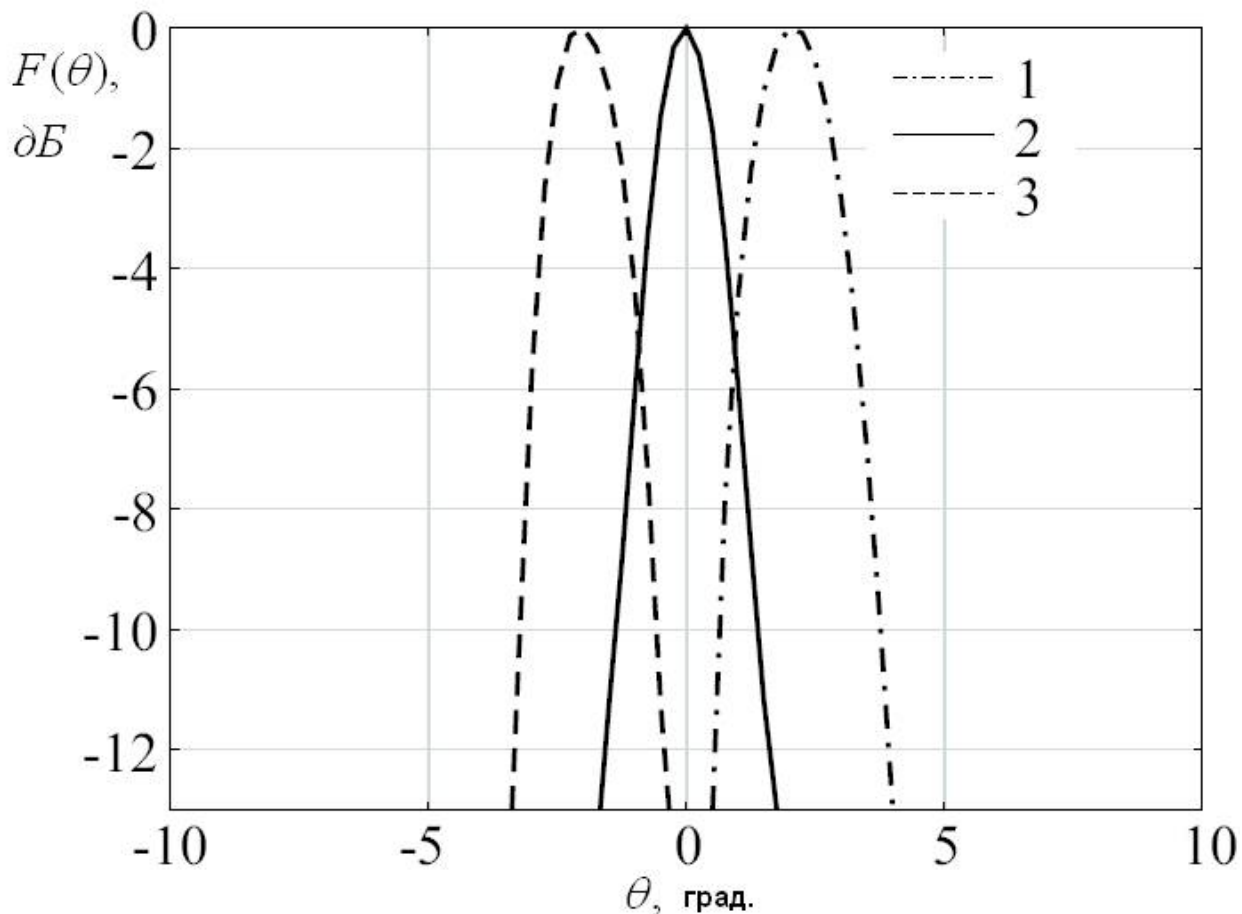
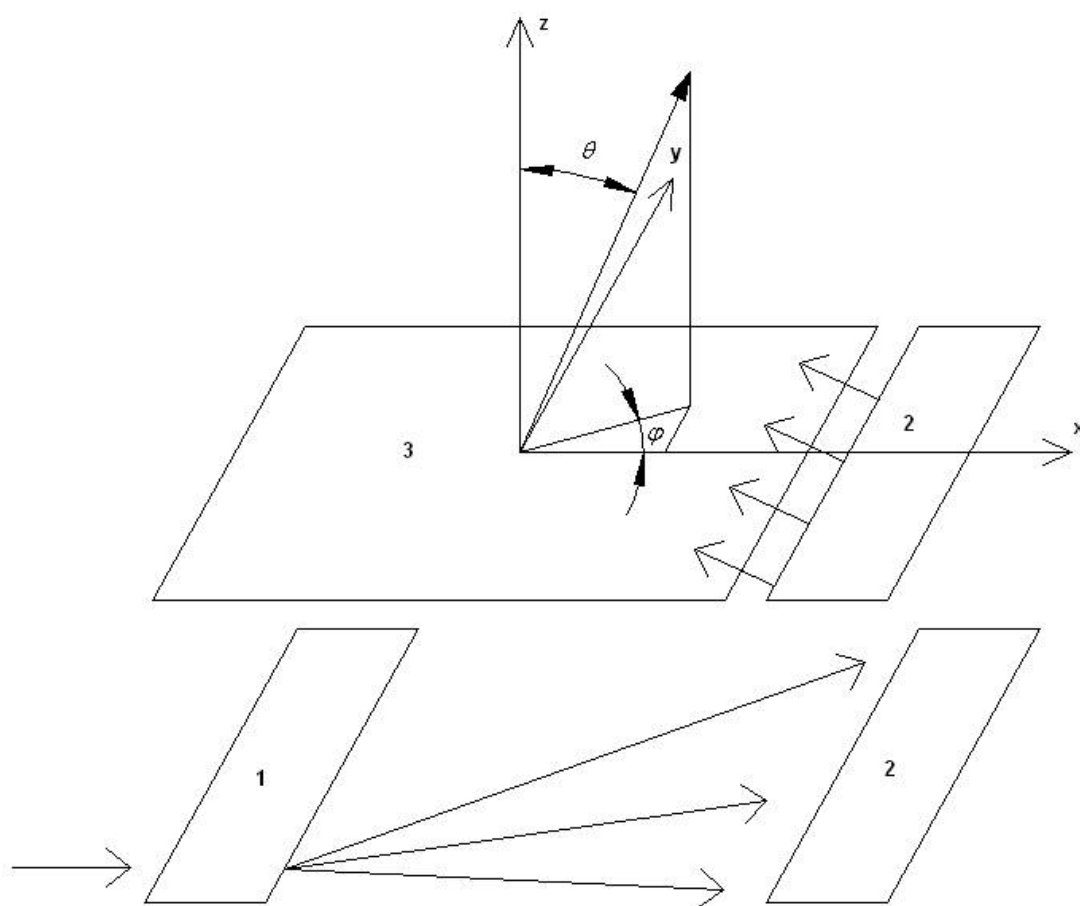


Рис. 8.3.15. ДН многолучевой антенны в плоскости вектора  $\vec{H}$

*Однозеркальные двухслойные многолучевые антенны.* Антенны такого типа описаны в работах [23, 162]. Основное их достоинство состоит в оптимальном использовании поверхности, которая близка к поверхности излучающей решетки. Структурная схема построения однозеркальных двухслойных антенн показана на рис. 8.3.16. Они состоят из следующих элементов: многоканального облучателя 1, двухслойного зеркала 2 и излучающей решетки 3.





*Рис. 8.3.16. Структурная схема однозеркальной двухслойной антенны*

Рассмотрим сначала антенну, описанную в работе [162]. Она выполнена на трех печатных платах из материала RO 5880 толщиной 0.787. Расположение плат показано на рис. 8.3.17. Каждая плата имеет два металлических слоя: верхний и нижний. На нижнем слое платы 1 выполнен многоканальный облучатель и нижняя часть двухслойного зеркала (см. рис. 8.3.18). Верхний слой платы 1 представляет собой сплошной экран за исключением щели связи, которая расположена вдоль параболической поверхности зеркала. Указанная щель связывает нижнюю и верхнюю части двухслойного зеркала.

Применение трех печатных плат в двухслойной антенне обусловлено разницей в требованиях к толщине подложки двухслойного зеркала и облучающей решетки.

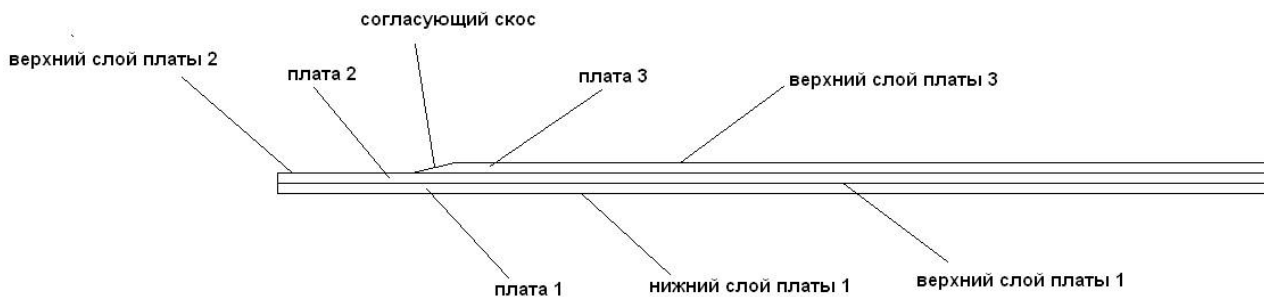


Рис. 8.3.17. Расположение печатных плат

В работе [162] показано, что зеркало имеет лучшие параметры на тонких подложках, на которых решетка имеет нетехнологичные узкие щели. По этой причине ее приходится выполнять на подложке удвоенной толщины, которая в работе [162] формировалась из двух подложек толщиной 0.787.

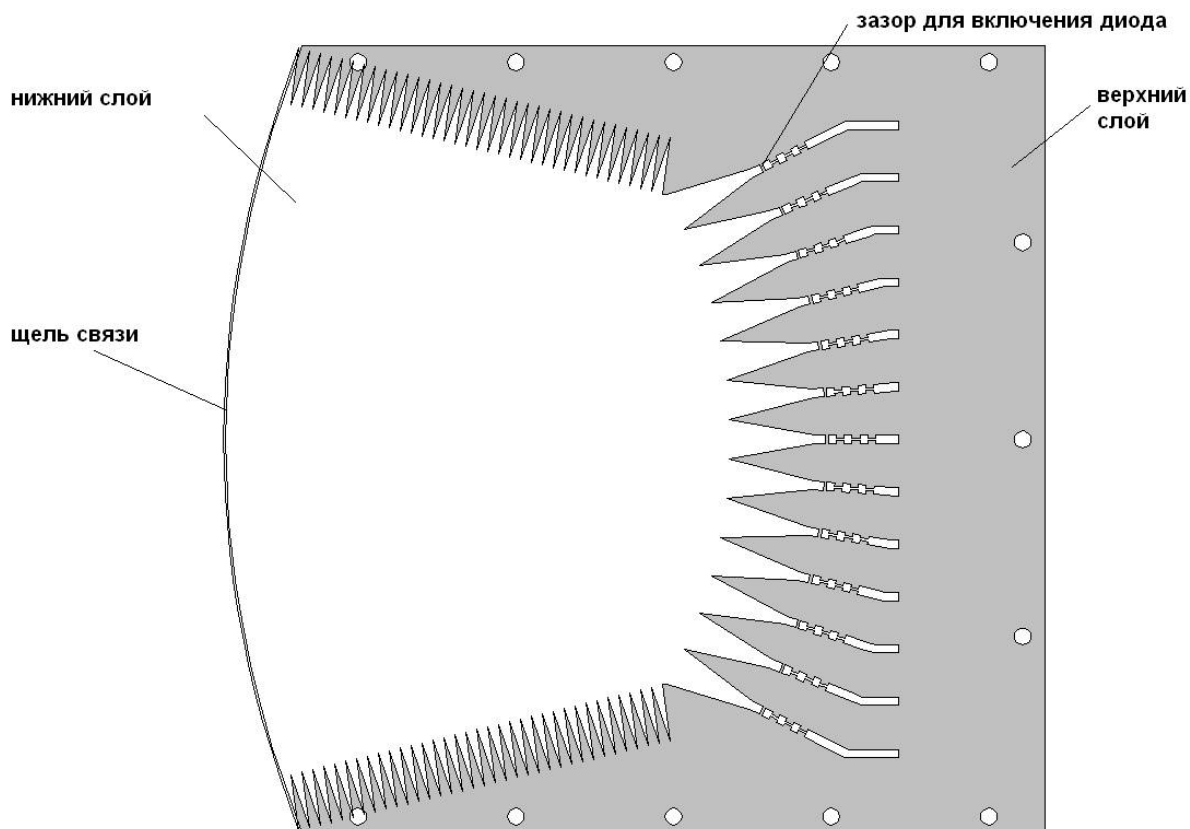


Рис. 8.3.18. Нижний слой платы 1

Выходы многоканального облучателя в виде отрезков ПЛ нагружены на детекторы. Детекторы выполнены на основе бескорпусных диодов 3A138A, которые впаяны в зазоры в ПЛ. Низкочастотные сигналы снимаются через

фильтры, которые препятствуют проникновению СВЧ сигналов в низкочастотные цепи.

Платы 1 и 2 имеют одну сторону параболической формы. Торцы этих плат в данной области металлизированы с помощью металлической ленты с клеевым слоем. Указанная металлизация формирует вертикальную отражающую стенку двухслойного зеркала.

Нижний слой платы 2 удален, чтобы избежать проблем, связанных с контактом двух металлических поверхностей большой площади. Таким образом, в образце ИЗМА мы имеем контакт металл – диэлектрик, который намного менее критичен к зазорам, неизбежно возникающим между двумя поверхностями. На верхнем слое платы 2 выполнена верхняя часть двухслойного зеркала (см. рис. 8.3.19).

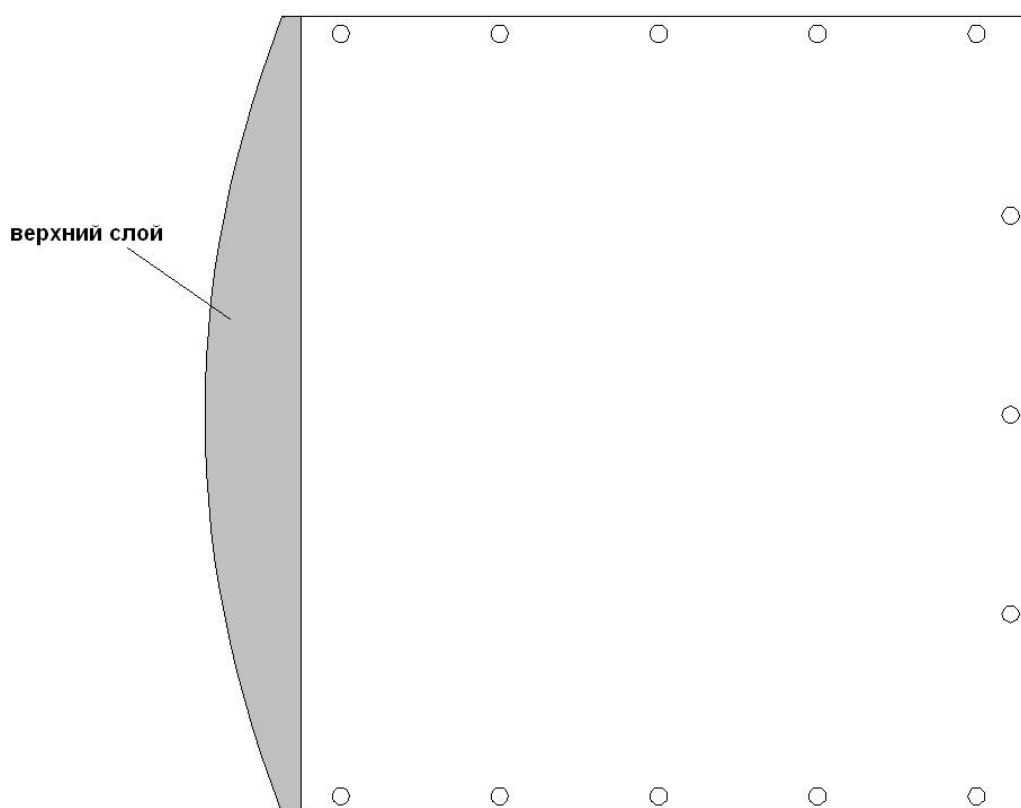
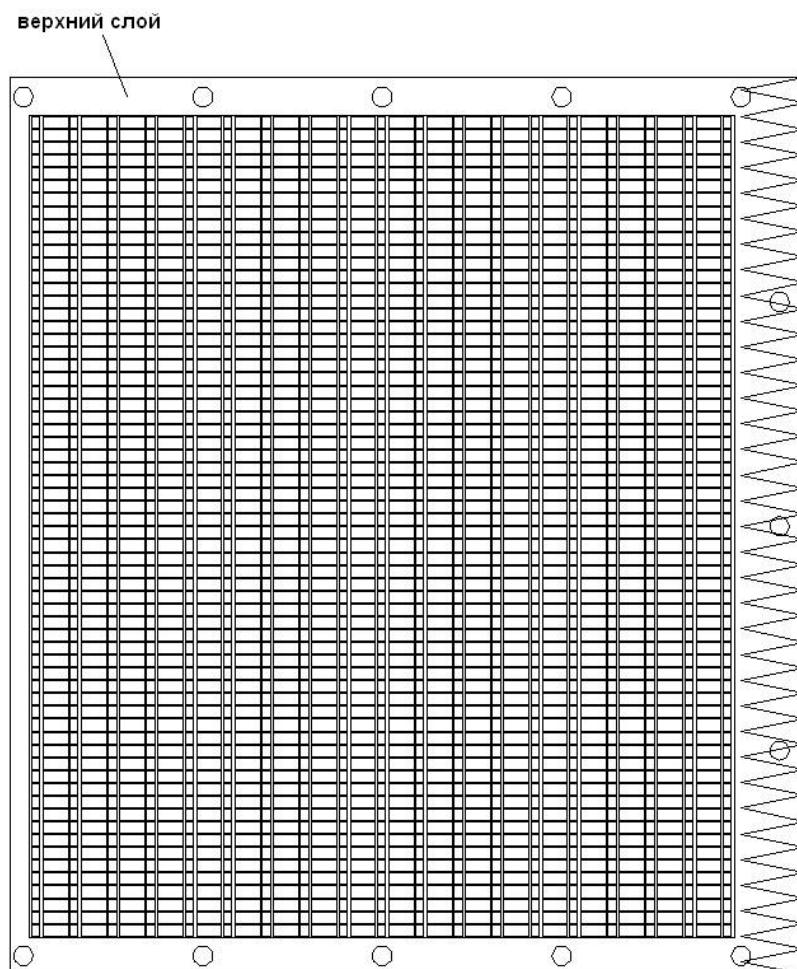


Рис. 8.3.19. Верхний слой платы 2

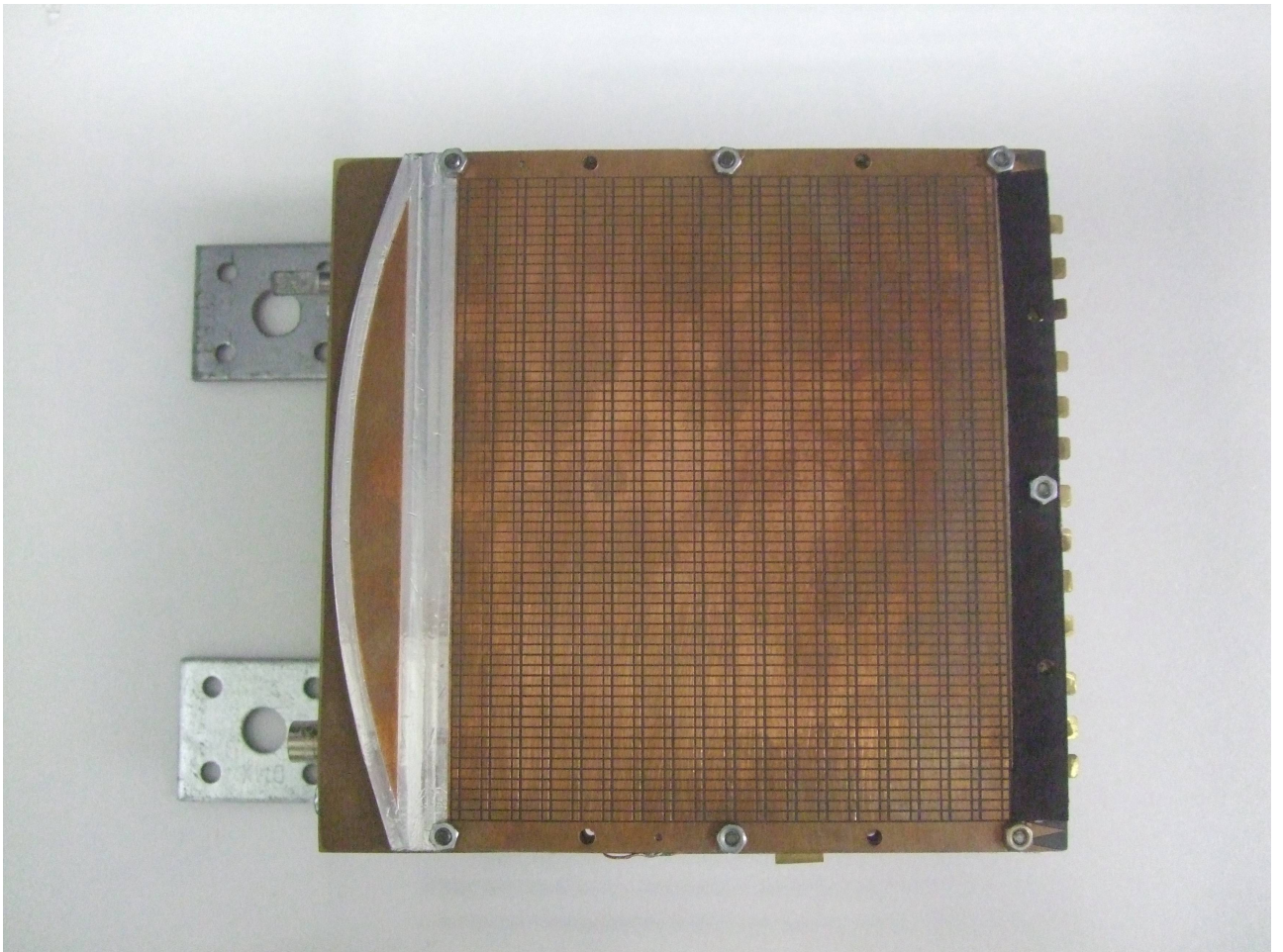
На верхней поверхности платы 2 располагается плата 3. Нижний слой этой платы удален. Таким образом, в месте ее расположения две подложки толщиной 0.787 формируют одну подложку удвоенной толщины, которая

необходима для создания излучающей решетки. Решетка выполнена на верхнем слое платы 3 (см. рис. 8.3.20). Для согласования подложек разной толщины плата 3 имеет скос длиной 5, выполняющий функцию плавного перехода.



*Рис. 8.3.20. Излучающая решетка*

Конструкция, состоящая из трех плат располагается в корпусе. Он представляет собой металлическую пластину толщиной 5 с выемкой глубиной 3. В области углубления располагается многоканальный облучатель и приемники. Через отверстия в корпусе проходят сигнальные проводники. На рис. 8.3.21 показана фотография верхних слоев плат 2 и 3.



*Рис. 8.3.21. Фотография однозеркальной двухслойной антенны*

В обсуждаемой антенне использован оригинальный вариант излучающей решетки. Она представляет собой двумерно периодическую структуру, образованную поперечными и продольными щелями, выполненными в экране ПВ. Поперечные или излучающие щели расположены на рис. 8.3.21 вертикально, а продольные щели горизонтально.

Решетки, состоящие исключительно из поперечных щелей многократно рассматривались различными авторами (см. например, [33]). Целесообразность применения продольных щелей обусловлена тем, что данная решетка используется в составе многолучевой антенны. При ее возбуждении со стороны одного из каналов, смещенных относительно центра облучателя в ПВ распространяется волновой пучок под углом к горизонтальной оси (см. рис. 8.3.21). Распространение такого пучка будет сопровождаться его смещением вдоль указанной оси, которое потребует для

полного его излучения в свободное пространство увеличения размеров решетки вдоль вертикальной оси. Таким образом, эффективность использования поверхности решетки уменьшится, так как для каждого выделенного пучка полная поверхность решетки будет использоваться лишь частично.

Для того, чтобы избежать этого негативного эффекта в работе [162] для создания излучающей решетки используется более сложная чем ПВ структура в виде ЧПР. Для ее создания в экране ПВ выполнена дополнительная решетка продольных щелей. Как показано в главе 2 ПВ с ЧПР демонстрирует свойства близкие к свойствам среды с принудительным преломлением, в которой пучки распространяются вдоль оси анизотропии. В данном случае вдоль горизонтальных щелей. Таким образом устраняется смещение пучка и снижается необходимая для полного излучения пучка площадь решетки.

Многолучевая антенна исследовалась в диапазоне 28-38 ГГц, в котором было реализован обзор пространства в двумерном секторе углов. В одной плоскости сканирование происходило в параллельном режиме благодаря многоканальной схеме построения антенны, а в другой за счет частотного сканирования в РПВ.

На рис. 8.3.22 показана измеренная зависимость угла излучения  $\theta_r$  от угла излучения  $\varphi_r$ . Углы в сферической системе координат показаны на рис. 8.3.16. Точки на рис. 8.3.22 соответствуют разным каналам антенны, общее число которых равнялось тринадцати. Кривые 1 - 6 получены на частотах 28,30,32,34,36,38 ГГц. Из рис. 8.3.22 можно сделать вывод относительно сектора обзора исследованной антенны.

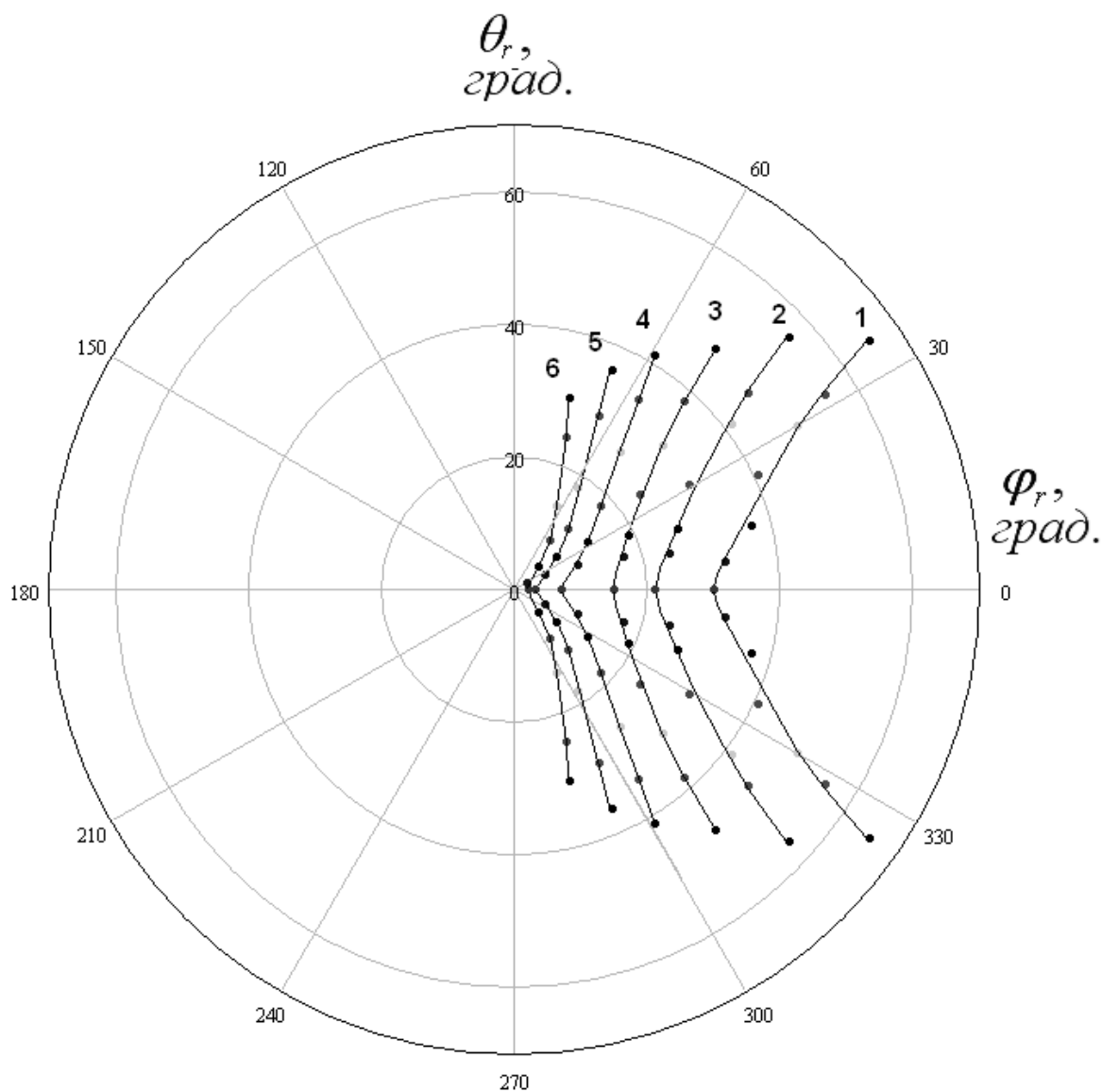


Рис. 8.3.22. Зависимость угла излучения  $\theta_r$  от угла излучения  $\varphi_r$

На рис. 8.3.23 показаны ДН как функции азимутального угла  $\varphi$ , то есть ДН в коническом сечении пространства. Кривые 1-6 соответствуют половине боковых каналов. Кривая с нулевым номером получена для центрального канала. Может показаться несколько необычным расширение ДН в области малых значений  $\varphi$ . Оно никак не связано с падением направленности антенны, а обусловлено только особенностями сферической системы координат, в которой большие изменения угла  $\varphi$  при малых углах  $\theta$  соответствуют малым смещениям радиуса вектора в пространстве.

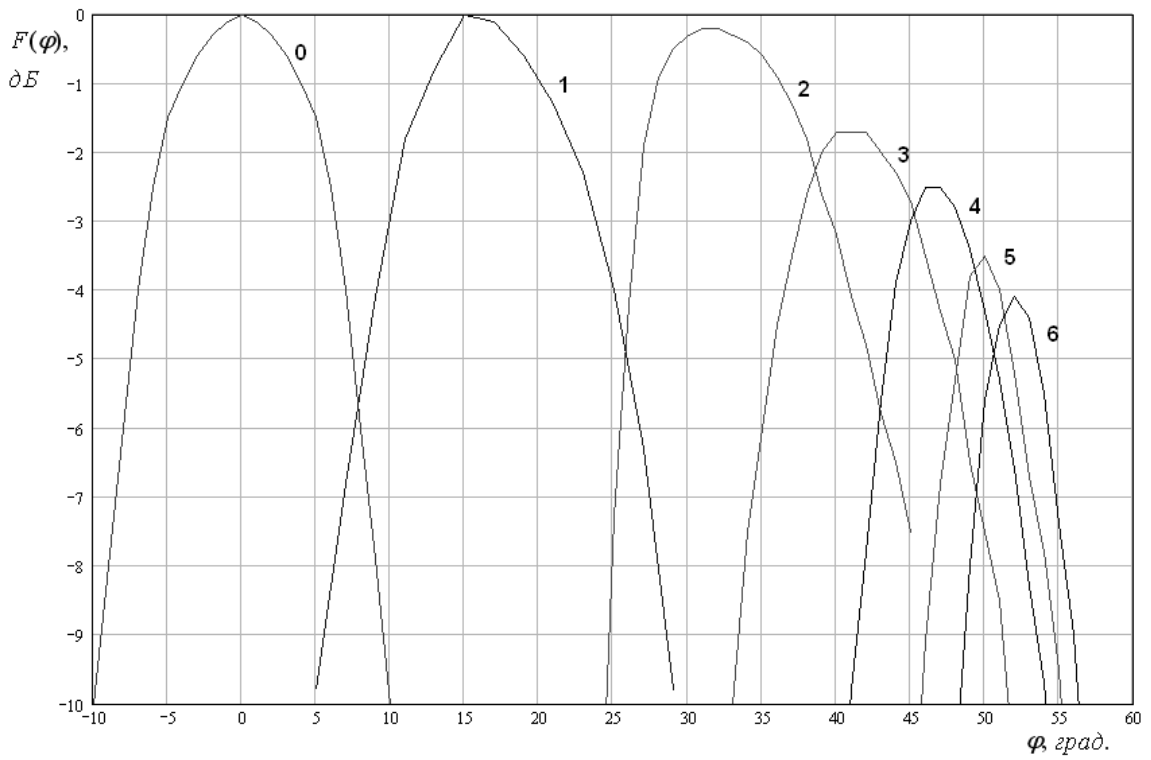


Рис. 8.3.23. Нормированные ДН в азимутальной плоскости на частоте 33 ГГц

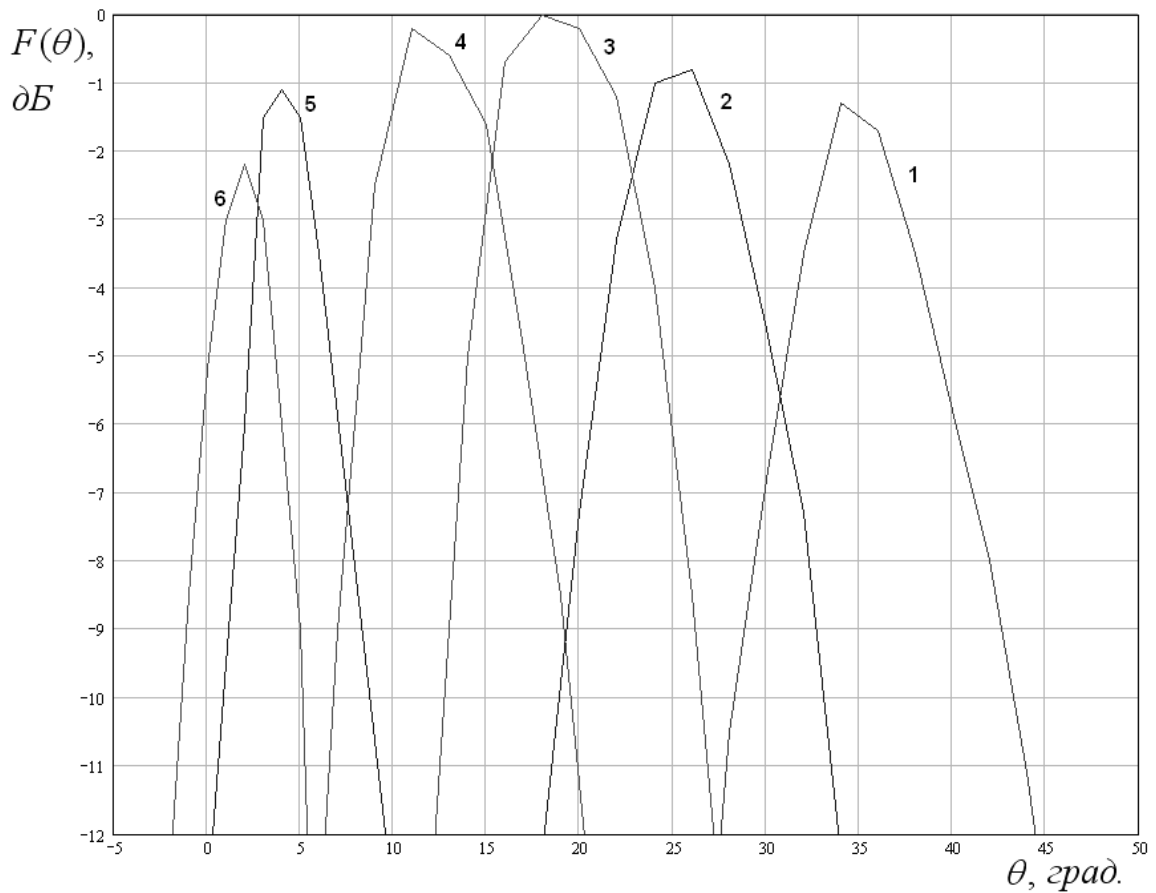


Рис. 8.3.24. Нормированные ДН центрального канала на частотах 28 - 38 ГГц



На рис. 8.3.24 показаны нормированные ДН центрального канала как функции угла места  $\theta$ . Кривые 1 - 6 получены на частотах 28,30,32,34,36,38 ГГц. Они описывают изменение ДН в процессе частотного сканирования.

Еще один вариант двухслойной однозеркальной антенны описан в работе [23]. Схематично она показана на рис. 8.3.25 а,б. На рис. 8.3.25 а представлен трехмерный вид антенны, а на рис. 8.3.25 б конфигурация ее слоев.

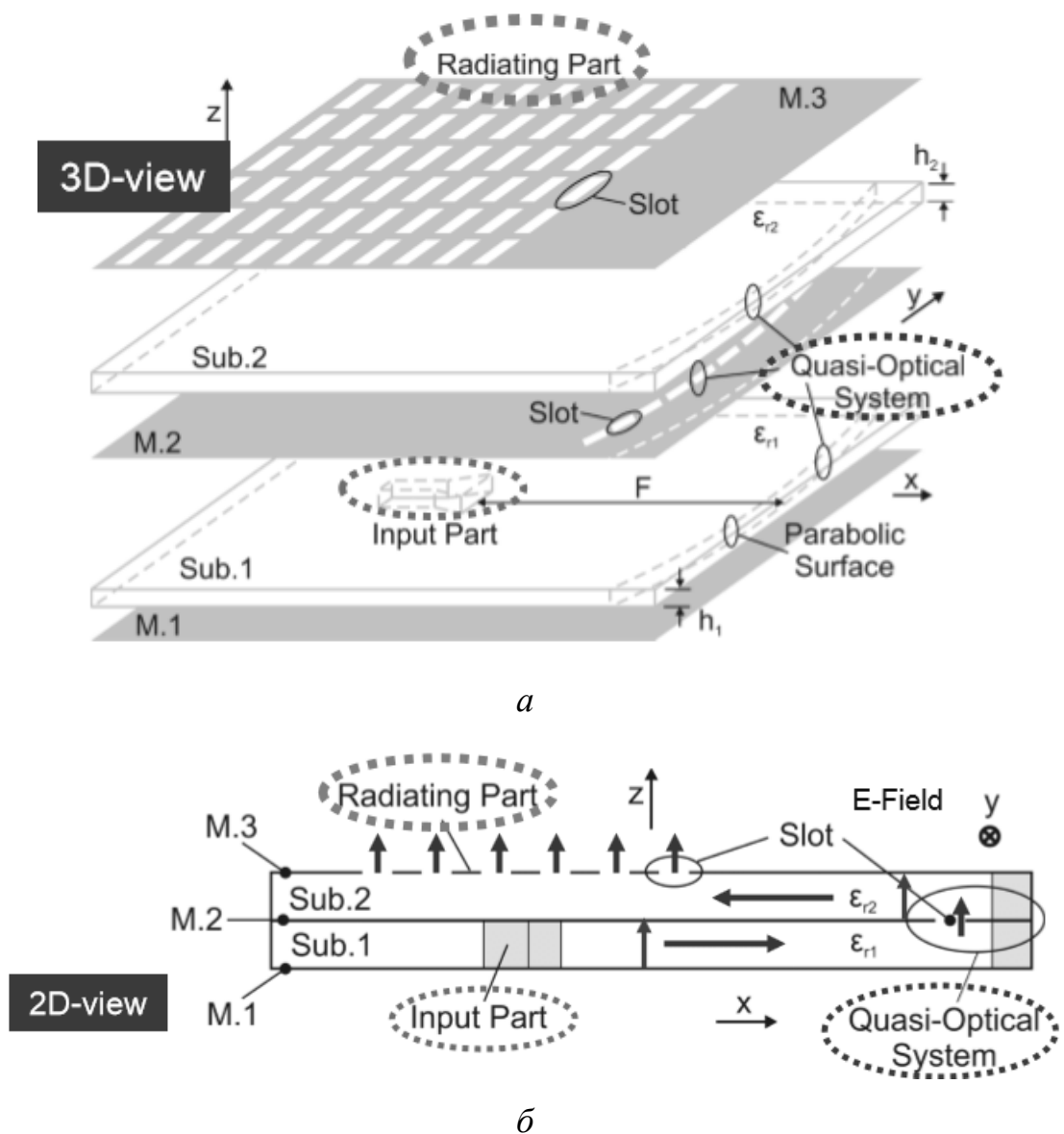


Рис. 8.3.25. Двухслойная однозеркальная антенна

По принципу функционирования обсуждаемая антенна не отличается от рассмотренной выше. Однако конструктивно ее элементы выполнены иначе. Так в качестве многоканального облучателя используется решетка SIW рупоров, апертюры которых расположены вдоль дуги сканирования планарного зеркала. Схематично структура облучателя показана на рис. 8.3.26. В работе [23] сообщается о создании семилучевой системы данного типа для диапазона 24 ГГц.

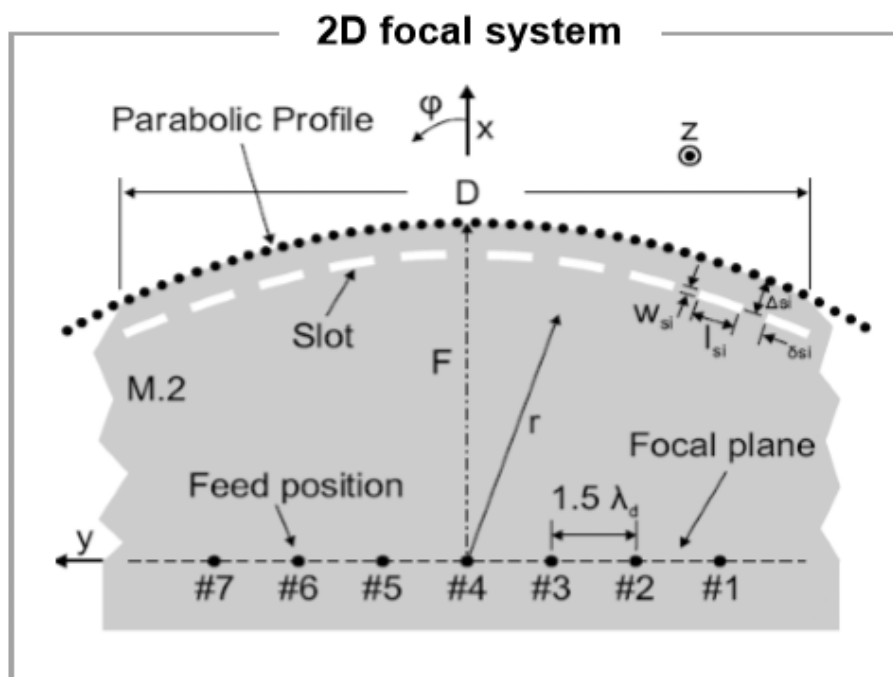


Рис. 8.3.26. Структурная схема многоканального облучателя

На рис. 8.3.27 показана конструкция SIW рупора и его ДН, которая по уровню - 10 дБ имеет ширину  $60^\circ$ . Выход рупора связан с переходом на коаксиальный разъем, который соединяется с измерительной аппаратурой или другими блоками системы.

В экспериментальном образце антенны, который исследовался в [23] рупора располагались вдоль прямой как показано на рис. 8.3.28. Такое расположение облучателей не является оптимальным с точки зрения достижения максимальной эффективности использования поверхности. Однако, судя по всему, авторы работы не ставили перед собой такой задачи, поскольку излучающая решетка на основе ПВ (см. рис. 8.3.25 а), как

отмечалось выше, исключает возможность достижения максимальной эффективности.

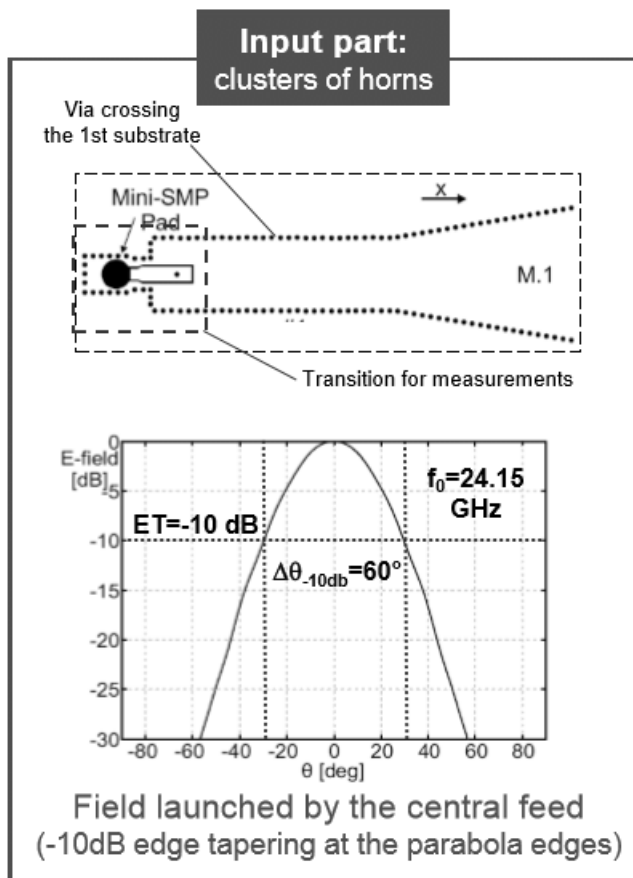


Рис. 8.3.27. SIW рупор и его ДН

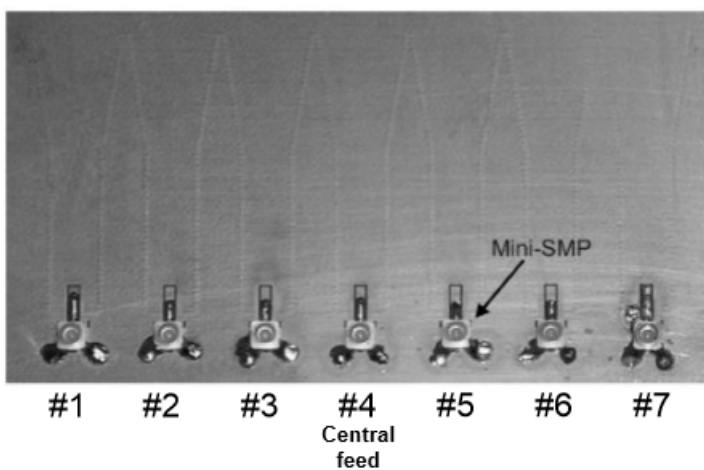
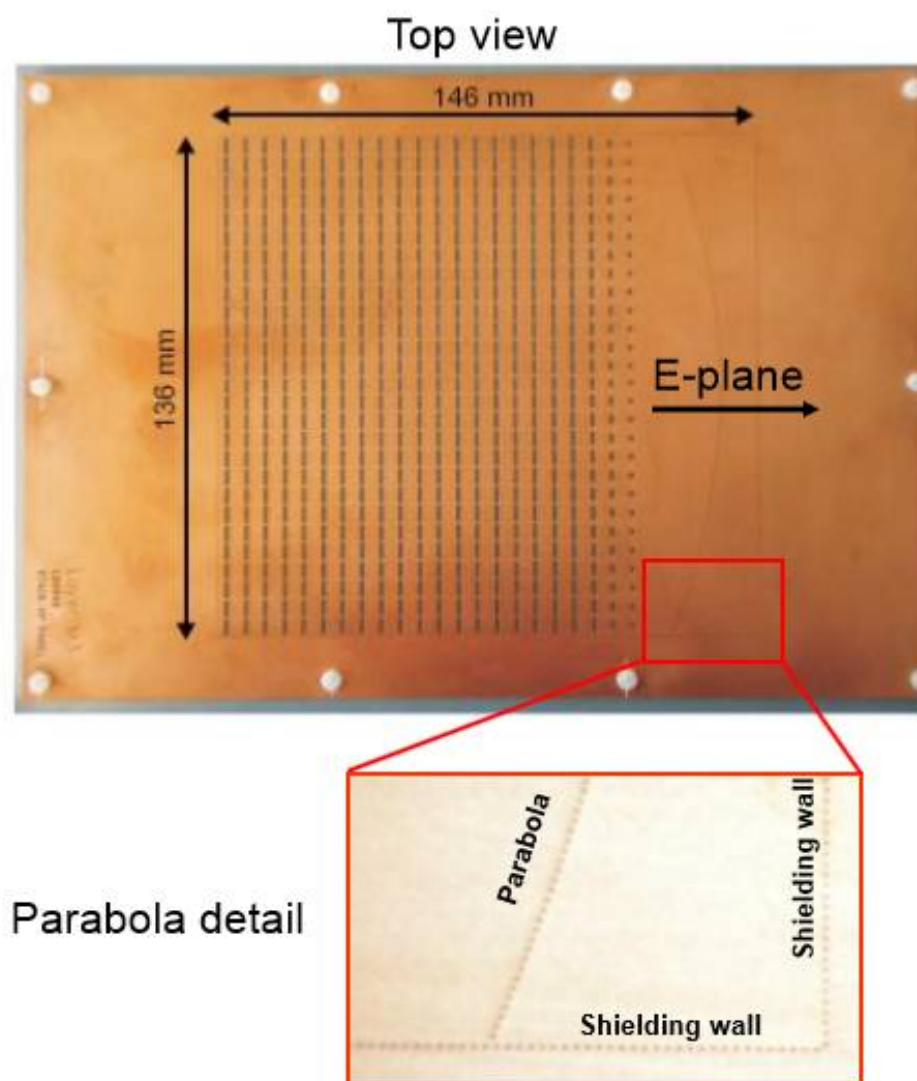


Рис. 8.3.28. Решетка SIW рупоров

Особенностью данной антенны является конструкция межслойного перехода, соединяющего ПВ, образующие двухслойное зеркало. В нем

используется не сплошная щель, а линейка щелей в экране ПВ (рис. 8.3.26). По утверждению авторов [23] ее применение позволяет расширить диапазон рабочих частот и углов планарного зеркала.

Излучающая решетка из поперечных относительно направления распространения волновых пучков щелей в экране ПВ показана на рис. 8.3.29. Щели имеют в продольном направлении переменную длину для оптимизации амплитудного распределения в апертуре решетки.



*Рис. 8.3.29. Вид макета многолучевой антенны диапазона 24 ГГц со стороны излучающей решетки*

На рис. 8.3.30 показаны ДН центрального канала многолучевой антенны в продольной ( $E$ ) и поперечной ( $H$ ) плоскостях на частоте 24.2 ГГц.

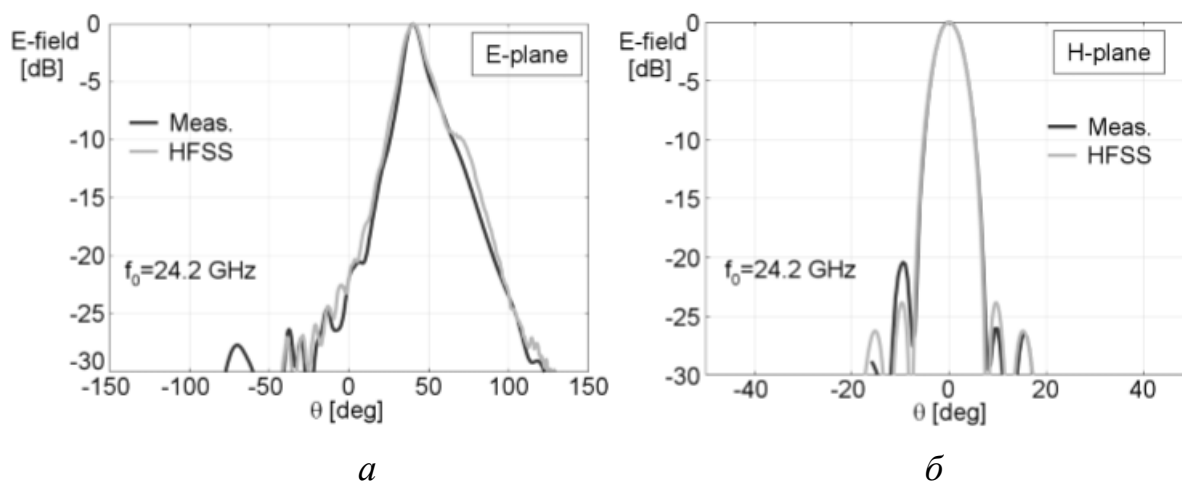


Рис. 8.3.30. ДН центрального канала антенны  $E, H$  плоскостях

Авторы работы [23] утверждают, что исследованная многолучевая антенна имеет по центральному каналу эффективность больше 80% при КУ равном 24 дБ.

Полностью аналогичная однозеркальная двухслойная семилучевая антенна для диапазона 77 ГГц описана в работе [163]. Ее экспериментальный образец показан на рис. 8.3.31. Измерения показали, что по центральному каналу антенна имеет КУ равный 24 дБ и эффективность близкую к 50%.

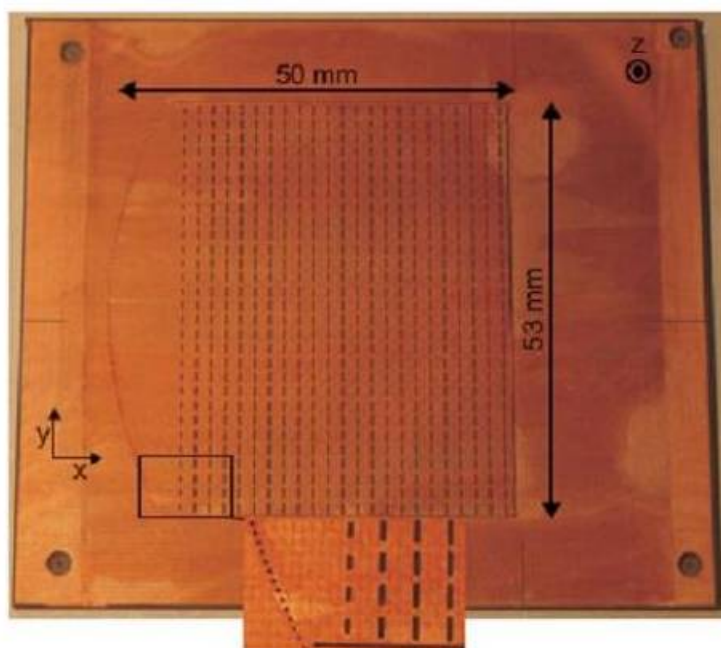


Рис. 8.3.31. Многолучевая антенна диапазона 77 ГГц

Двухзеркальная многослойная многолучевая антенна. В в разд. 4.7 мы говорили о том, что применение двухслойных планарных зеркал открывает новые перспективы для разработки сложных многозеркальных систем, обладающих улучшенной совокупностью ПК по сравнению со сравнительно более простыми структурами. Двухзеркальная планарная система была рассмотрена в разд. 4.7, где было показано, что она обеспечивает существенно больший сектор обзора, чем однозеркальная система.

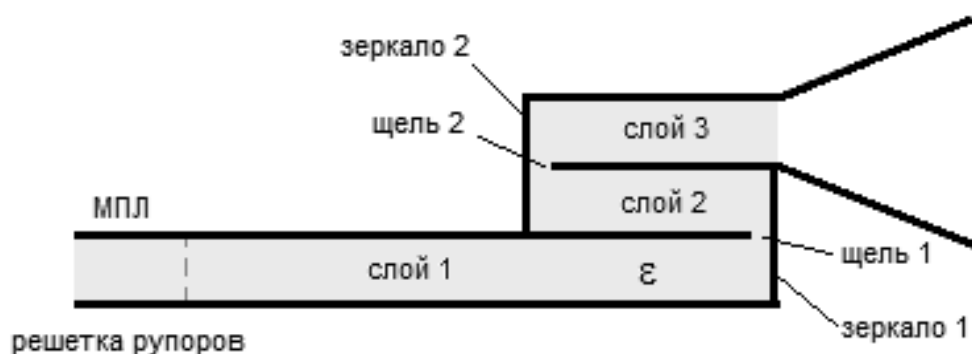


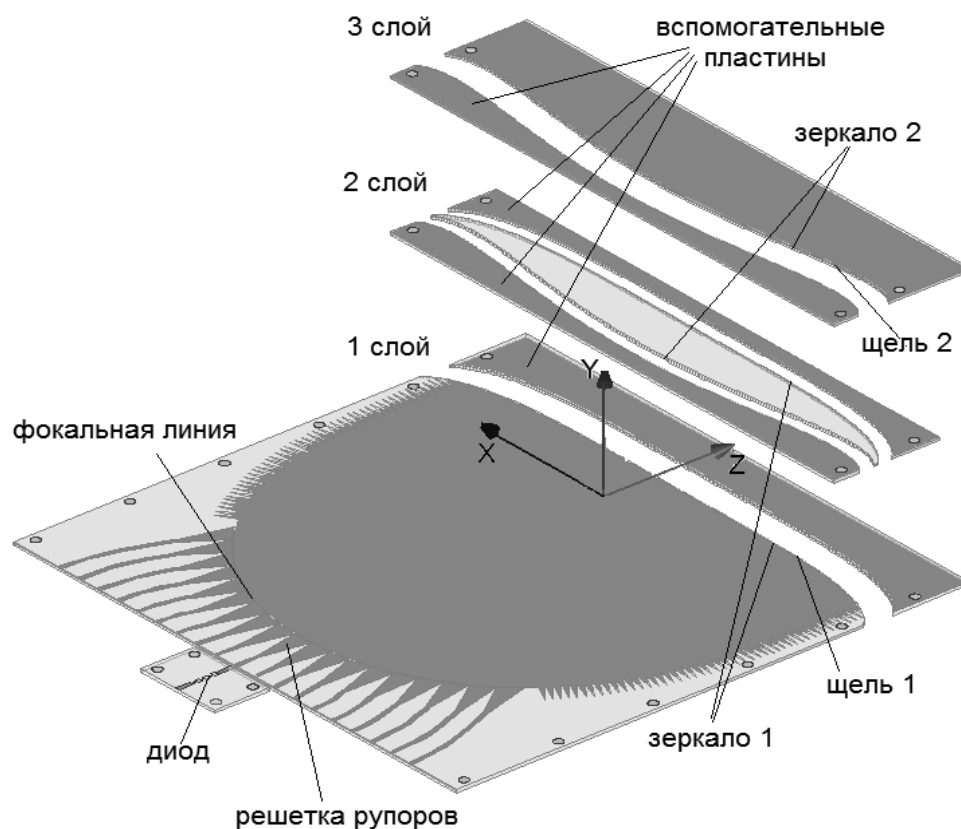
Рис. 8.3.32. Структурная схема двухзеркальной трехслойной многолучевой антенны

В работе [95] излагаются результаты проектирования и экспериментального исследования двухзеркальной планарной многолучевой антенны диапазона 8 мм. Схематично она показана на рис. 8.3.32.

Оптическая часть антенны состоит из двух планарных двухслойных зеркал, образующих апланатическую систему Шварцшильда, которая обладает расширенным сектором обзора по сравнению с однозеркальной системой. Она состоит (см. рис. 8.3.32) из трех основных частей: многоканального облучателя, квазиоптической системы и излучающего устройства. Конструктивной основой всех элементов служит диэлектрическая пластина с нанесенными на ее поверхности проводниками, то есть ПВ.

В качестве многоканального облучателя авторы работы [95] использовали решетку полосковых рупоров, которая была описана выше. Также как и в работе [162] полосковые рупора располагались вдоль некоторой кривой, а их оси наклонялись таким образом, чтобы обеспечить оптимальные условия облучения оптической системы в отличие, например, от решетки ИПВ, состоящей из параллельных волноводов (см. выше).

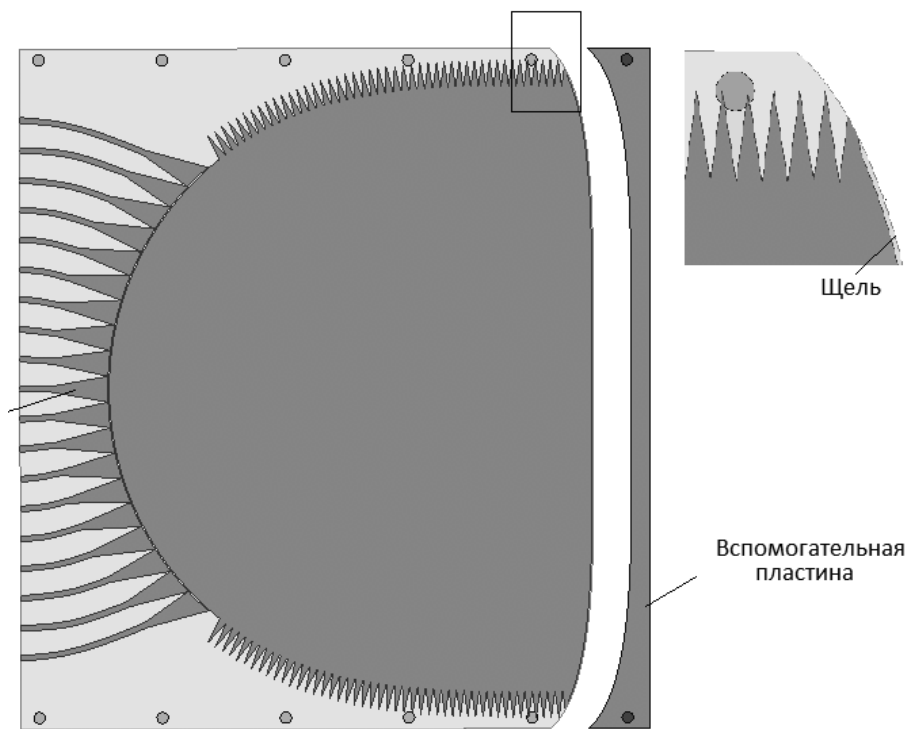
Для построения двухслойных зеркал использовались межслойные переходы с непрерывной щелью связи. Конструкция многолучевой антенны поясняется на рис. 8.3.33.



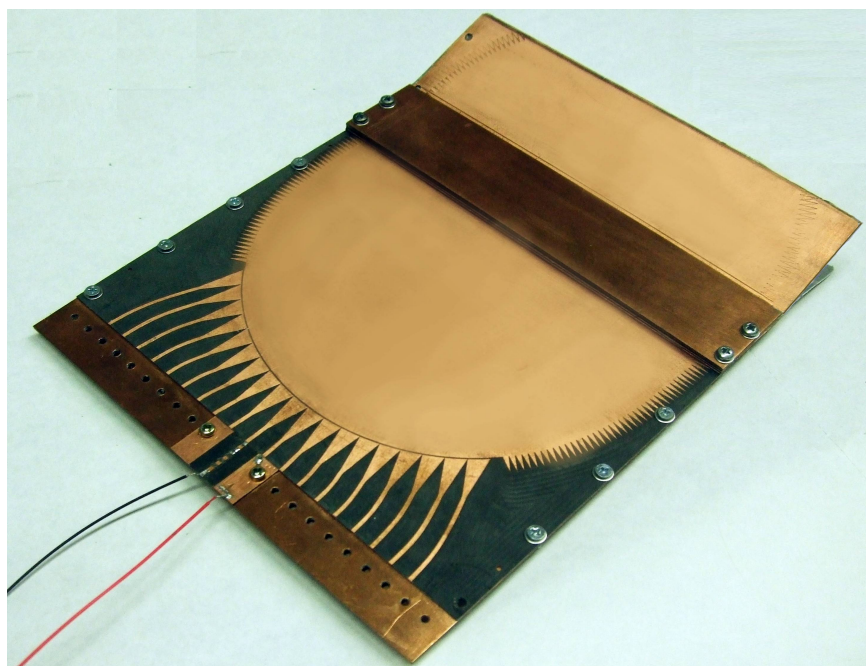
*Рис. 8.3.33. Конструкция двухзеркальной многолучевой антенны*

Она включает три слоя (три подложки на обеих сторонах которых размещены полосковые проводники разной конфигурации). Антенна формирует систему веерных ДН узких в плоскости подложки и широких в ортогональной плоскости. Некоторое сужение в этой плоскости обеспечивается использованием двумерного рупора (см. рис. 8.3.32). Более подробно топология полосковых проводников и некоторые конструктивные особенности нижнего слоя антенны показаны на рис. 8.3.34.



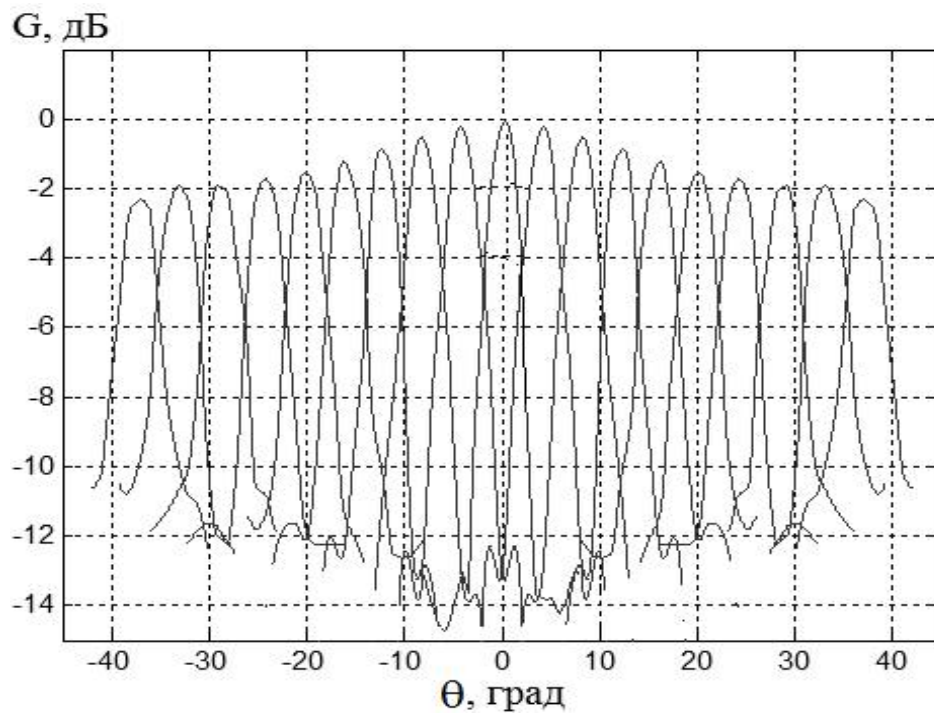


*Рис. 8.3.34. Нижний слой многолучевой антенны*



*Рис. 8.3.35. Образец для экспериментальных исследований*

Образец многолучевой антенны для экспериментальных исследований изображен на рис. 8.3.35. Полосковые выходы соединялись с детекторной секцией, которая регистрировала принятые антенной сигналы.



*Рис. 8.3.36. ДН многолучевой антенны*

На рис. 8.3.36 показаны нормированные ДН многолучевой антенны по разным ее каналам. Они были измерены в диапазоне 30-36 ГГц. Видно, что сектор обзора, задаваемый снижением КУ на 3 дБ равен  $\pm 40^\circ$ .

Приведенные выше результаты позволяют сделать вывод, что с точки зрения достижения технических характеристик зеркальные многолучевые антенны продвинулись дальше, чем их линзовые аналоги. Особенно это относится к линзам Люнеберга. Такое положение обусловлено сравнительно более простой структурой зеркальной антенны, которая не требует создания сложной искусственной среды с изменяющимися в пространстве параметрами. Реализация планарных зеркал, в особенности при помощи ИПВ технологии представляет существенно более простую задачу. Мы можем отметить, что в области проектирования интегральных зеркальных антенн предложен ряд новых технических решений, которые исследуются в настоящее время. Среди них можно отметить двухслойные зеркала с щелями связи конечной длины, а также многозеркальные системы.

## Литература

1. Корнблит С. СВЧ оптика. Оптические принципы в приложении к конструированию СВЧ антенн. М.: Связь. 1980.
2. Gorwara A.K. // Microwave Journal. 1976. N4. P. 36.
3. Davis R.T. // Microwaves. 1976. N3. P.32.
4. Емельяненко Б.Н., Кошечая С.В., Гассанов Л.Г., Омельяненко М.Ю. // Изв. ВУЗов Радиоэлектроника. 1982. Т. 25. №10. С. 14.
5. Взятых В.Ф., Нарытник Т.Н., Рябов Б.А. и др. Диэлектрические интегральные схемы КВЧ. М.: ЦНИИ “Электроника”. Обзоры по электронной технике. Вып. 13. Часть 2. Элементы и устройства. 1985. С. 73.
6. Шевченко В.В. Патент РФ № 1626282. Микрополосковый волновод. Оpubл. БИ №5. 07.02.91.
7. Банков С.Е., Взятых В.Ф., Рябов Б.А. Диэлектрический щелевой волновод - перспективная основа интегральных схем КВЧ // Доклады Всесоюзной НТК “Проектирование и применение радиоэлектронных устройств на диэлектрических волноводах и резонаторах” - Саратов: Изд-во СГУ, 1983, с. 232-233.
8. Meier P.J. Millimeter integrated circuits suspended in the E-plane of rectangular waveguide // IEEE Trans. on MTT. 1978. V. 26. N 10. P. 726-732.
9. Meier P.J. Integrated fin-line millimeter components. IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. 1974. V. MTT-22, P. 1209-1216.
10. Meier P. J. Two new integrated-circuit media with special advantages at millimeter wavelengths // Proceedings of IEEE MTT-S Microwave Symp. 1972. P. 221-223.
11. Унгер Г.Г. Оптическая связь. М.: Связь. 1979.
12. Шевченко В.В. Плавные переходы в открытых волноводах. М.: Наука. 1969.

13. Банков С.Е. Щелевые интегральные схемы миллиметрового диапазона // Радиотехника и электроника. 2006, Т. 51, №9, с. 1066-1086.
14. Bankov S.E., Douplenkova M.D., Kalinichev V.I., Kozin V.N., Levchenko I.V., Kuranov U.V., Rodionova E.V., Vasjukov V.D. 60 GHz Sensors Based on Dielectric Slotted Waveguide // 22nd European Microwave Conf. Proc. of Workshop “Commercial Applications of Microwave and Millimeter Waves”, 1992, p.p. 41-46.
15. Vzyatyshev V. F., Ryabov B. I., Rozhkov G. D. & Merkuryev A. N. Dielectric waveguides and waveguide devices for microwave applications // International Journal of Electronics. 1975. V. 39:3. P. 275-287.
16. Wu K., Deslandes D., and Cassivi Y. The substrate integrated circuits —A new concept for high-frequency electronics and optoelectronics // Proc. 6-th Int. Conf. Telecomm. Modern Satellite, Cable and Broadcasting Service, Oct. 2003. V. 1. P. 3–5.
17. Ando M., Hirokawa J., Yamamoto T., Akiyama A., Kimura Y. and Goto N. Novel Single-Layer Waveguides for High- Efficiency Millimeter-Wave Arrays // IEEE Trans. on MTT. 1998. V. 46. N.6. P.792-799.
18. Mosallaei H., Rahmat-Samii Y. Periodic band-gap and effective dielectric materials in electromagnetics: Characterization and applications in nanocavities and waveguides // IEEE Trans. 2003. V. AP-51. №3. P. 549.
19. Teshirogi T. and Yoneyama T. Modern Millimeter-Wave Technologies // IOS Press. 2001.
20. Взятышев В.Ф. Диэлектрические волноводы. М.: Сов. Радио. 1970.
21. Маркузе Д. Оптические волноводы. М: Мир. 1974. 576 с.
22. С.Е. Банков. Проектирование и экспериментальное исследование решетки щелевых излучателей. // РЭ, 2004, т.49, №6, с. 701-706.
23. Ettore M., Sauleau R. and Le Coq L. Multi-Beam Multi-Layer Leaky-Wave SIW Pillbox Antenna for Millimeter-Wave Applications // IEEE Trans AP. 2011. V. 59, N. 4. P. 1093-1100.

24. Бахарев С.И., Вольман В.И., Либ Ю.Н. и др. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств. М. Радио и связь. 1982.
25. Rotman W. and Turner R.F. Wide-Angle Microwave Lens for Line Source Applications. // IEEE Transactions on AP. 1963. V. 11. N. 11. P. 623-632.
26. Shelton J., Kelleher K. Multiple beams from linear arrays // IEEE Trans. on AP. 1961. V. 9. №2. P. 154-161.
27. Банков С.Е., Взятых В.Ф., Родионова Е.В. Анализ ключевой структуры для щелевых диэлектрических интегральных схем // РЭ. 1988. Т. 33. №11. С. 2373-2381.
28. Rotman W. Wide angle scanning with microwave double-layer pillboxes // IRE Trans. 1957. N10.
29. Livanos A. C. , Katzir A. , Yariv A. , Hong C. S. Chirped-grating demultiplexers in dielectric waveguides // Appl. Phys. Lett. 1977. V. 30. N10. P. 519.
30. Банков С.Е. Антенные решетки с последовательным питанием. М.: Физматлит. 2013. 416.
31. Уолтер К. Антенны бегущей волны. М.: Энергия, 1970.
32. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. М.: Высш. школа. 1988.
33. Kalinichev V.I., Bankov S.E., Kozin V.N., Kuranov Y.V. Theoretical and Experimental Study of a Frequency- Scanning Beam Antenna at 60 GHz Frequency Range // Proceedings of International Conference on Millimeter and Submillimeter Waves and Applications, Jan.10-14, 1994, San-Diego, California, vol. No.2211, pp.267-276.
34. Ettore M., Bruni S., Gerini G., Neto A., Llombart N., Maci S. Multi Sector PCS-EBG Antenna for low cost high directivity applications // IEEE AP-S Symposium, Honolulu, Hawaii, June 2007.
35. Sakakibara et. al. Single-layer Slotted Waveguide Arrays for Millimeter Wave Applications // IEICE Trans. Commun. 1996. V. E79-B. N.12, P. 1765-1772.

36. Hirokawa J., Ando M., Goto N., Takahashi N., Ojima T., and Uematsu M. A Single-Layer Slotted Leaky Waveguide Array Antenna for Mobile Reception of Direct Broadcast from Satellite // *IEEE Trans. Vehicular Tech.* 1995. V. 44. N.4, PP. 749-755.
37. Natori M., Ando M., and Goto N. A Design of Coaxial-to-Radial Line Adapters in Radial Line Slot Antennas // *IEICE Trans.* 1990. V. E73, N.11. P.1874-1879.
38. Cheng H., Hong W., Wu K., Qi Kuai Z., Chen Yu, Chen J, Zhou J. and Tang H. Substrate Integrated Waveguide (SIW) Rotman Lens and Its Ka-Band Multibeam Array Antenna Applications // *IEEE Trans. AP.* 2008. N8. P. 2504-2513.
39. Hosseini S. A. R., Firouzeh Z. H. and Maddahali M. Design of Rotman Lens Antenna at Ku-Band Based on Substrate Integrated Technology // *Journal of Communication Engineering.* 2014. V. 3. N.1. P. 33.
40. Патент РФ №905919. Взятыхшев В.Ф., Подковырин С.И., Раевский Г.П. Полосовой фильтр. Оpubл. БИ. 1982. №6.
41. Патент РФ №2316029. Оптический многослойный фильтр. Гончаров Ф.Н., Лапшин Б.А., Петраков В.А., Политыкин Р.В., Шмидт А.А. 27.01.2008.
42. Банков С.Е., Курушин А.А., Разевиг В.Д. Анализ и оптимизация трехмерных СВЧ структур с помощью HFSS. М.: Изд-во Солон-Пресс. 2005.
43. Банков С.Е., Курушин А.А. Расчет излучаемых структур с помощью FEKO. М.: Издание ЗАО НПП «Родник». 2008.
44. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука. 1973.
45. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции. М.: Связь. 1978.
46. Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. М.: Сов. Радио. 1962.

47. Sihvola A. Metamaterials in electromagnetics // Metamaterials. 2007. V.1. N1. P.2.
48. Eleftheriades G. V., Balmain. K. Negative-Refractive Metamaterials: Fundamental Principles and Applications. Wiley-IEEE Press. 2005.
49. Миллер М. А., Таланов В. И. Использование понятия поверхностного импеданса в теории поверхностных электромагнитных волн. // Изв. вузов. Радиофизика. 1961. Т.4. N 5. С. 795.
50. Вайнштейн Л.А. Теория диффракции и метод факторизации. М.: Сов. Радио. 1966.
51. Нефедов Е.И., Сивов А.Н. Электродинамика периодических структур. М.: Наука. 1977.
52. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь. 1983.
53. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука. 1973.
54. Банков С.Е. Волноводы с нелокальными границами // Журнал радиоэлектроники. № 6. 2008. <http://jre.cplire.ru/iso/jun08/5/contents.html>.
55. Нефёдов Е.И. Дифракция электромагнитных волн на диэлектрических структурах М: Наука. 1979.
56. Вайнштейн Л.А. К электродинамической теории решеток // Электроника больших мощностей. Сб. № 2 под ред. П.Л. Капицы и Л.А. Вайнштейна. Изд-во АН СССР. 1963. С. 26-56.
57. Банков С.Е., Левченко И.В. // РЭ. Т. 33. №10. 1988. С. 2045-2050.
58. Конторович М.И., Астрахан М.И., Акимов В.П., Ферсман Г.А. Электродинамика сетчатых структур. М.: Радио и связь. 1987.
59. Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток. М.: Мир. 1974.
60. Кинг Р., Тай-Цзунь У. Рассеяние и дифракция электромагнитных волн. М.: Изд-во иностранной литературы. 1962.

61. Swinger J., Saxon D. Discontinuities in waveguides. New York. Gordon and Breach. 1968.
62. Левин Л. Теория волноводов. М.: Радио и связь. 1981.
63. Никольский В.В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. М. Наука. 1967.
64. Чаплин А.Ф. Анализ и синтез антенных решеток. Львов: Выща шк. 1987.
65. Нобл Б. Метод Винера-Хопфа. // М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
66. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука. 1973.
67. Вендик О.Г. Сегнетоэлектрики в технике СВЧ. М.: Мир. 1968.
68. Сазонов В.П., Силин Р.А. Замедляющие системы. М.: Сов. Радио. 1966.
69. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. М.: Изд-во Физматлит. Т.1. 2002.
70. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука. 1964.
71. Шевченко В.В. Плавные переходы в открытых волноводах. М.: Наука. 1969.
72. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. М.: Наука. 1964.
73. Казанцев Ю.Н., Аплеталин В.Н. Искусственные магнитные проводники на основе решеток емкостного типа // Радиотехника и электроника : 2007. Т. 52, №4. С. 415-423.
74. Гуткин Л.С. Оптимизация радиоэлектронных устройств по совокупности показателей качества. М.: Сов. радио, 1975.
75. Гуткин Л.С. Проектирование радиосистем и радиоустройств. М.: Радио и связь, 1986.
76. Банков С.Е., Васюков В.Д. Машинное проектирование элементов диэлектрических интегральных схем // Сб. научн. тр. №88 - М.: МЭИ, 1986, с. 15-21.



77. Банков С.Е. Бугрова Т.И. Собственные волны планарной металло - диэлектрической решетки // РЭ. 1993. №1. С. 73-80.
78. Bankov S.E., Bugrova T.I. Analysis of a Millimeter Wave Integrated Beamforming Network for Quasioptical Multibeam Antennas // Microwave and Optical Technology Letters. 1993. V. 6. P. 782-786.
79. Банков С.Е. Двумерные диаграммообразующие схемы на связанных волноводах // РЭ. 2009. Т. 54. №10. С. 1157-1170.
80. Luneburg R. K.. Mathematical Theory of Optics. Providence, Rhode Island: Brown University. P. 189–213.
81. Банков С.Е. Повороты волноводов на разреженных двумерных PBG кристаллах. // Радиотехника и электроника. 2005. Т. 50. №1. С. 41-47.
82. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
83. Банков С.Е. Электромагнитные кристаллы. М.: Физматлит. 2010.
84. Панченко Б.А. Тензорные функции Грина уравнений Максвелла для областей, частично заполненных диэлектриком. Часть 1. // Проблемы повышения эффективности и качества радиотехнических систем. Свердловск: Изд. УПИ, 1979. Вып. 2. С. 29 – 35.
85. Нефедов Е.И., Фиалковский А.Т. Полосковые линии передачи. М.: Наука. 1980.
86. Шестопапов В.П., Кириленко А.А., Сиренко Ю.К. Резонансное рассеяние волн. Т.1 Дифракционные решетки. Киев: Наукова Думка, 1986.
87. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь. 1988.
88. Фельд Я.Н. О бесконечных системах линейных алгебраических уравнений, связанных с задачами о полубесконечных периодических структурах. ДАН СССР. (102) 1956. С. 257-260.
89. Ахиезер Н.И. Лекции по теории аппроксимации. М.: Наука. 1965.

90. Банков С.Е. Синтез зеркал с пространственной дисперсией коэффициента отражения // Журнал радиоэлектроники. 2013. №1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan13/5/text.html>.
91. Albani M., Ettore M., Maci S., Balling P., Gerini G., Pontoppidan K., Sipus Z., Sfoberg D., Vecchi G., Vipiana F. Reflector Surface Modeling // A European Collaboration. Eucap 2007. Edinburgh. UK. November 2007.
92. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. М.: Мир. 1974.
93. Банков С.Е., Курушин А.А., Гутцайт Э.М. Решение оптических и СВЧ задач с помощью HFSS. М.: Оркада, 2012. 240 С.
94. Банков С.Е., Весник М.В. Квазиоптический возбудитель антенной решетки на основе EBG структуры // РЭ. 2009. Т. 54. № 11, С. 1256-1266.
95. Банков С.Е., Калошин В.А., Фролова Е.В. Исследование и оптимизация планарной двухзеркальной системы Шварцшильда // Тезисы докладов I Всероссийской Микроволновой конференции, 27-29 ноября 2013 г., Москва. С. 388-392.
96. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Оптика. М.: Наука, 1985.
97. Калошин В. А., Фролова Е. В. Анализ и минимизация aberrаций в широкоугольных планарных зеркальных системах// ЖРЭ, 2014, №1, <http://jre.cplire.ru/jre/jan14/16/text.html>.
98. Банков С.Е., Калошин В.А. Фролова Е.В. Оптимизация планарных зеркальных систем по совокупности показателей качества // РЭ. 2014. Т.59. №11. С. 1090 - 1101.
99. Фрадин А.З. Антенны сверхвысоких частот. М.: Сов. Радио. 1957.
100. Katagi T., Mano S. and Sato S. An Improved Design Method of Rotman Lens Antennas // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1984. V. AP-32, N5. P. 524-527.
101. Альтман К. Устройства СВЧ М.: Мир. 1968.

102. Калошин В.А. Метод ключевых задач в асимптотической теории волноведущих и излучающих систем с кромками. Дисс. на соиск. уч. ст. докт. физ.- мат. наук, М., ИРЭ АН СССР, 1989 г.
103. Fuchs B., Le Coq L., Lafond O., Rondineau S. Design optimization of multishell Luneburg Lenses // IEEE Trans. AP. 2007. V. 55. N. 2. P. 283-289.
104. Zouganelis G., Budimir D. Effective dielectric constant and design of sliced Luneberg lens // Microwave and Optical Technology Letters. 2007. V. 49. N. 10. P. 2332-2337.
105. Kokkorakis G. C., Fikioris J. G. EM field induced in inhomogeneous dielectric spheres by external sources // IEEE Trans. AP. 2007. V. 55. N. 11. P. 3178-3190.
106. Б.А. Панченко, М.Г. Гизатуллин. Дифракция электромагнитных волн на металлических и диэлектрических сферах – Екатеринбург: УрТИСИ ГОУ ВПО «СибГУТИ», 2007. – 88 с.
107. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. М.: Мир. Т.1. 1978.
108. Скобелев С.П. Фазированные антенные решетки с секторными диаграммами направленности. М.: Физматлит. 2010.
109. Нефедов Е.И., Фиалковский А.Т. Полосковые линии передачи. М.: Наука. 1980.
110. Банков С.Е. Диэлектрический щелевой волновод - перспективная основа интегральных схем КВЧ диапазона // Межведомственный сб. тр. №19 - М.: МЭИ, 1983, с. 79-88.
111. Банков С.Е., Калошин В.А. Волновод с бесконтактными стенками из ЕВГ структуры // РЭ. 2010. Т. 55. №4. С. 415.
112. Кортоков В.Д., Скобелев С.П. Патент РФ №1769270 Антенная решетка из диэлектрических. От 15.06.1992.
113. Банков С.Е. Диаграммообразующая схема на неодинаковых связанных волноводах // РЭ. 2009. Т. 54. №7. С. 796-805.

114. Банков С.Е., Грачев Г.Г., Дупленкова М.Д. Двумерная двухполяризационная диаграммообразующая схема на основе системы связанных двухмодовых металлических волноводов // Журнал радиоэлектроники. 2012. №10. <http://jre.cplire.ru/jre/oct12/1/text.html>
115. Банков С.Е., Калошин В.А, Фролова Е.В. Компьютерное проектирование и экспериментальное исследование кластерного излучателя на основе EBG структуры // Журнал радиоэлектроники. 2009. №3. <http://jre.cplire.ru/jre/mar09/1/text.html>.
116. Банков С. Е., Весник М. В. Волны системы связанных интегральных диэлектрических волноводов // Журнал радиоэлектроники. 2014. №5. <http://jre.cplire.ru/jre/may14/9/text.html>.
117. Банков С.Е., Грачев Г.Г. Матричный облучатель на связанных диэлектрических волноводах // РЭ. 2014. Т. 59. №2. С. 132-142.
118. Банков С.Е. Двумерные диаграммообразующие схемы на связанных волноводах // РЭ. 2009. Т. 54. №10. С. 1157-1170.
119. Банков С.Е., Скородумова Е.А. Квазистатический анализ собственных волн решетки связанных щелевых линий передачи // РЭ. 2015. Т. 60. №5. С. 470-479.
120. Банков С.Е., Грачев Г.Г., Дупленкова М.Д. Двумерная двухполяризационная диаграммообразующая схема на основе системы связанных двухмодовых металлических волноводов // Журнал радиоэлектроники. 2012. №10. <http://jre.cplire.ru/jre/oct12/1/text.html>
121. Бодров В.В, Сурков В.И. Математическое моделирование устройств СВЧ и антенн. М.: Изд-во МЭИ, 1994.
122. Воскресенский Д. И., Гостюхин В. Л., Максимов В. М., Пономарёв Л. И. Антенны и устройства СВЧ / Под ред. Д. И. Воскресенского. Учебник. 2-е изд. М: МАИ, 1993. 528 с.
123. Goto N. US Patent №5175561. 1992.

124. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высш. Школа. 2000.
125. С.Е. Банков, М.Д. Дупленкова. Модель бесконечной решетки бегущей волны в виде канала Флоке // Труды международной НТК ИРЭМВ – 2013. Россия, Дивноморское, 24-28 июня 2013. С. 194-198.
126. Ishimaru A., Bernard G. Theory of frequency scanning of antennae // IRE Trans. on AP. 1962, V. AP-10. N. 2. P. 151.
127. Банков С.Е., Бодров В.В., Дупленкова М.Д. Двумерно-эквидистантная решетка щелевых излучателей, конечная по одной координате и бесконечная по другой // РЭ. 2003. Т.48. №8. С. 922-931.
128. С.Е. Банков. Проектирование и экспериментальное исследование решетки щелевых излучателей. // РЭ. 2004. Т.49. №6. С. 701-706.
129. Калиничев В. И., Бабаскин А. А. Анализ двумерно-периодической волноводно-щелевой решетки с частотно-фазовым сканированием луча // Журнал радиоэлектроники. 2016. №3. <http://jre.cplire.ru/jre/feb16/3/text.html>.
130. Банков С.Е., Бодров В.В., Дупленкова М.Д. Исследование двумерно-эквидистантной решетки щелевых излучателей конечных размеров при помощи эквивалентных схем замещения // РЭ. 2003. Т. 48. №11, С. 1312-1321.
131. Банков С.Е., Ан Дж. Проектирование и экспериментальное исследование полосковых антенн // РЭ. 2007. Т.52. №8. С. 932-943.
132. Патент РФ № 2099832. Сестрорецкий Б.В., Джон С. Цой. Плоская щелевая двухвходовая антенна. Опубл. 20.12.1997.
133. Патент РФ № 1256114, Калошин В.А. Планарная антенна. БИ №33, 1986.
134. Akiyama A., Yamamoto T., Hirokawa J., Ando M., Takeda E. and Arai Y. High Gain Radial Line Slot Antennas for Millimeter Wave Applications // IEEE Proceedings Microwave, Antennas and Propagation. April 2000. V. 147. N.2. P. 134-138.

135. Shavit R., Pazin L., Israeli Y., Sigalov M., Levitan Y. Dual frequency and dual circular polarization microstrip nonresonant array pin-fed from a radial line. // IEEE Trans. on AP. 2005. V. AP-53. N12. P. 3897-3905.
136. Воскресенский Д.И., Грановская Р.А., Давыдова Н.С. и др. Антенны и устройства СВЧ. М.: Радио и связь, 1981.
137. Ohtera I. Focusing properties of a microwave radiator utilizing a slotted rectangular waveguide // IEEE Trans. on AP, 1990. V. 38. N. 1. P. 121-124.
138. Gómez-Tornero J. L., Quesada-Pereira F., Alvarez-Melcón A., et al. Frequency Steerable Two Dimensional Focusing Using Rectilinear Leaky-Wave Lenses // IEEE Trans. on AP. 2011. V. 59. N 2. P. 407-415.
139. Okuyama T., Monnai Y., Shinoda H. 20-GHz Focusing Antennas Based on Corrugated Waveguide Scattering // IEEE Trans. on AP. 2013. V. 60. N. 12. P. 1284-1286.
140. Gómez-Tornero J. L., Martínez-Ros A. J., Blanco N. D., Rajo-Iglesias E. Near-eld focusing with holographic two-dimensional tapered leaky-wave slot antennas // Proc. of the 6-th European Conf. on Antennas and Propagation (EUCAP). 2012. P. 234-238.
141. Ettore M., Casaletti M., Valerio G., Sauleau R., Le Coq L., Pavone S. C., Albani M. On the Near-Field Shaping and Focusing Capability of a Radial Line Slot Array // IEEE Trans. on AP. 2014. V. 62. N 4. P.1991-1999.
142. Банков С.Е., Калошин В.А., Фролова Е.В. Синтез и анализ планарной волноводной решетки с частотным сканированием, сфокусированной в зоне Френеля // РЭ. 2016. Т. 61. №6. С. 547-557.
143. Маттей Д.Л., Янг Л., Джонс Е.М.Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи. Т.1. М.: Связь. 1972.
144. Мэттьюз Г. Фильтры на поверхностных акустических волнах. М.: Радио и связь. 1981.
145. Mailoux R.J. Phased array antennas handbook. Artech House. 2005.

146. Ruze J. Wide-Angle Metal-Plate Optics // Proc. IRE. 1950. V. 38. N. 1. P. 6.
147. Archer D.H. and Maybell M.J. Rotman Lens Development History at Raytheon Electronic Warfare Systems 1967–1995 // IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. 2005. V. 2B. P. 31-34.
148. Archer D.H., Prickett R.J. and Hartwig C.P. Multi-Beam Array Antenna. U.S. Patent 3761936. September 1973.
149. Abbott D. and Parfitt A., Collision avoidance device using passive millimeter-wave array based on insect vision. // Proc. IREE 14th Australian Microelectronics Conference (Micro' 97). October 1997. P. 201–204. Australia, Melbourne.
150. Mohamed A., Campbell A., Goodfellow D., Abbott D., Hansen H., and Harvey K. Integrated millimeter wave antenna for early warning detection. // Proc. SPIE Design, Characterization and Packaging for MEMS and Microelectronics. October 1999. P. 461–469. Australia, Queensland.
151. Hall L., Abbott D., and Hansen H. Microstrip-based Rotman lens for mm-wave sensing operations. // Proc. SPIE Passive Millimeter Wave Technology. April 2001. P. 40–48. USA, Orlando.
152. Kouemou G. Planar Antenna Technology for mm-Wave Automotive Radar, Sensing, and Communications, Radar Technology. InTech. 2010. ISBN: 978-953-307-029-2. <http://www.intechopen.com/books/radar-technology/planar-antenna-technology-for-mm-waveautomotive-radar-sensing-and-communications>.
153. Kilic O. Dielectric Rotman lens alternatives for broadband multiple beam antennas in multi-function RF applications <http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a432071.pdf>.
154. Банков С.Е., Путилов В.Я. Радиолокационный измеритель уровня золы в силосных емкостях установок по отбору и выдаче сухой золы ТЭС // Сб.: Энергетика и охрана окружающей среды. – М.: ИнформЭнерго. 1995. С.54.

155. Банков С.Е., Дупленкова М.Д., Фролова Е.В. Планарная линза миллиметрового диапазона на основе неоднородной среды с принудительным преломлением // РЭ. 2014. Т. 59. №6. С. 552-571.
156. Кузьмин С.В. Математическая модель многослойной линзы Люнеберга. Диссертация на соискание уч. ст. канд. физ.-мат. наук. С. Петербург. ГОУ ВПО Санкт-Петербургский Государственный Политехнический университет. 2004.
157. Ахияров В.В., Калошин В.А., Никитин Е.А., Моделирование планарной линзы Люнеберга. Труды I Всеросс. Микроволной конф., 2013., ноябрь, М. ИПЭ им. Котельникова РАН. С.393-396
158. Bor J., Lafond O., Merle H., Bars P. and Himdi M. Foam Based Luneburg Lens Antenna at 60GHz // PIERS Proc. 2014. V. 44. P. 1-7.
159. Калошин В.А. Многолучевые гибридные антенны // Труды междунар. конф. Crimico-2002. Севастополь, сентябрь 2002 г.
160. Ашихмин А.В., Негрбов В.В., Пастернак Ю.Г., Федоров С.М. Исследование конструкций сверхширокополосных излучающих структур на основе плоской линзы Люнеберга // Радиотехника. 2012, №5. С.14-17.
161. Hunt J., Kundtz N., Landy N., Nguyen V., Perram T., Starrand A., Smith D. R. Broadband Wide Angle Lens Implemented with Dielectric Metamaterials. // Sensors. 2011. №11. [www.mdpi.com/journal/sensors](http://www.mdpi.com/journal/sensors).
162. Elliot P.G., Kerby-Patel K.C., Hanna D.L. Multiple-Beam Low-Profile Low-Cost Antenna. // [https://www.mitre.org/sites/default/files/pdf/12\\_4425.pdf](https://www.mitre.org/sites/default/files/pdf/12_4425.pdf).
163. Dockrey J. A., Lockyear M. J., Berry S. J., Horsley S. A. R., Sambles J. R. and Hibbins A. P. Thin metamaterial Luneburg lens for surface waves // Physical Review. V. B 87. 2013. ID 125137.
164. Cheng Q., Cui T. J., et. al., Broadband planar Luneburg lens based on complementary metamaterials // Applied Physics Letters. 2009. V. 95. N 18. ID 181901.



165. Wan X., Shen X.P. Luo Y. and Cu T.J. Planar bifunctional Luneburg-fisheye lens made of an anisotropic metasurface // *Laser & Photonics Reviews*. 2014.V. 8. N. 5. P. 757-765.
166. Chen H., Cheng Q., Huang A. et. all. Modified Luneburg lens on metamaterials // *International Journal on Antennas and Propagation*. 2015. <http://dx.doi.org/10.1155/2015/902634>. ID 902634.
167. Dhouibi A., Burokur S. N., De Lustrac A., and Priou A. Compact metamaterial-based substrate-integrated luneburglens antenna // *IEEE Antennas and Wireless Propag. Lett.* 2012. N. 11. P. 1504-1507.
168. Cheng Y. J., Hong W., Fan KeWu Y. Millimeter-Wave Substrate Integrated Waveguide Long Slot Leaky-Wave Antennas and Two-Dimensional Multibeam Applications // *IEEE Trans. on AP*. 2011. V. 59. N. 1. P. 40-47.
169. Банков С.Е., Бредихин И.Ю., Давыдов А.Г. Сверхширокополосная многолучевая гибридная антенная система с цифровым диаграммообразованием // *Труды Международной научно-технической конференции КРЫМИКО-2014*. Россия. Севастополь. Сентябрь 2014.
170. Банков С.Е., Грачев Г.Г., Дупленкова М.Д., Фролова Е.В.. Проектирование и экспериментальное исследование интегральной зеркальной многолучевой антенны миллиметрового диапазона // *РЭ*. 2014. Т. 59. № 6. С. 552–571.
171. Ettorre M., Sauleau R., Le Coq L., Bodereau F. Single-folded leaky-wave antennas for automotive radars at 77 GHz // *IEEE Trans. on AP*. 2014. V.62. N 14. P. 1991-1999.

## Список обозначений

- СВЧ - сверхвысокие частоты
- ИС - интегральная схема
- НЧ - низкие частоты
- РЭУ - радиоэлектронное устройство
- ММД - миллиметровый диапазон
- ЛП - линия передачи
- ПЛ - полосковая линия
- МПЛ - микрополосковая линия
- КПД - коэффициент полезного действия
- ДЩВ - двухсторонний щелевой волновод
- ВЩЛ - волноводно - щелевая линия
- ДВ - диэлектрический волновод
- ИДВ - интегральный диэлектрический волновод
- ОДВ - отражательный ДВ
- НДВ - Н - образный ДВ
- SIW - substrate integrated waveguide
- PPW - parallel plate waveguide
- EBG - electromagnetic bandgap
- ИПВ - интегрированный в подложку волновод
- ИО - интегральная оптика
- ПлДВ - планарный ДВ
- ПВ - плоский волновод
- ПлВ - планарный волновод
- СММД - субмиллиметровый диапазон
- СМД - сантиметровый диапазон
- HFSS - high frequency system simulator
- MWS - microwave studio
- ЭГУ - эквивалентные граничные условия

ПК - показатель качества  
ДН - диаграмма направленности  
ЧПР - частопериодическая решетка  
СЛАУ - система линейных алгебраических уравнений  
МНХ - множество нехудших решений  
ГО - геометрическая оптика  
КИП - коэффициент использования поверхности  
СКА - среднеквадратичная абберрация  
МСД – множество строго допустимых решений  
БКП – безусловный критерий предпочтения  
КНД – коэффициент направленного действия  
ДОС - диаграммобразующая схема  
АФР - амплитудно-фазовое распределение  
РПВ - решетка с последовательным возбуждением  
ВЩР - волноводно-щелевая решетка  
КУ - коэффициент усиления  
PML - perfectly matched layer  
КСВ - коэффициент стоячей волны  
МДМ - многоканальный делитель мощности  
СПЛ - симметричная полосковая линия  
АРЛ - антенна на радиальной линии  
RLSA - radial line slot antenna  
УБЛ - уровень боковых лепестков  
АЧХ - амплитудно - частотная характеристика