

Фотоэлектроника

УДК 621.283.4/5

Аналитическое описание характеристик лавинных фотодиодов (обзор) Часть I

И. Д. Бурлаков, А. М. Филачев, В. А. Холоднов

Представлены аналитические выражения для коэффициентов лавинного размножения носителей в p - n -структурах. Рассмотрены наиболее характерные ситуации: ступенчатый (резкий) и плавный (линейный) p - n -переходы и тонкая p^+ - $n(p)$ - n^+ -структура (типа p - i - n). Выведены формулы для напряжения лавинного пробоя V_{BD} и показателя степени в соотношении Миллера для зависимости коэффициента размножения носителей от приложенного напряжения V . На примере полупроводников Ge , Si , GAP и $InSb$ показано, что полученные аналитические результаты находятся в хорошем количественном согласии с проведенными ранее численными расчетами и экспериментальными данными. Эти результаты позволяют быстро и с хорошей точностью оценивать коэффициенты размножения электронов и дырок при заданном приложенном напряжении V .

Проведен теоретический анализ зависимости межзонного туннельного тока гетероструктуры с p^+ - n -переходом в "широкозонном" слое от параметров используемых полупроводниковых материалов, уровней легирования "высокоомных" слоев и их толщин при напряжениях лавинного пробоя гетероструктуры. Показано, что туннельный ток, как правило, немонотонно зависит от концентрации легирующей примеси в "высокоомной" части "широкозонного" слоя. В наиболее практически интересном случае существует оптимальная концентрация этой примеси, при которой для заданных толщин слоев и уровня легирования "узкозонного" слоя туннельный ток достигает абсолютного минимума. Выведена простая формула для определения величины этой концентрации. Получено также аналитическое выражение для определения минимального значения туннельного тока. В реальных случаях перепад токов может составлять несколько порядков. Выяснено, что увеличение уровня легирования "узкозонного" слоя во многих случаях приводит к уменьшению туннельного тока. Показано, что при понижении уровня легирования "высокоомных" слоев гетероструктуры туннельный ток не обращается в нуль, а начиная с некоторой концентрации перестает зависеть от уровня легирования. Аналогичный эффект имеет место и для гомогенного p^+ - n -перехода. Обсуждаются физические причины такого поведения туннельного тока при напряжениях лавинного пробоя. Разработана методика оптимизации параметров гетероструктуры порогового лавинного фотодиода с разделенными областями поглощения и умножения. Проведены конкретные расчеты, например, для широко используемой системы $InP-In_{0,53}Ga_{0,47}As-InP$.

Рассмотрена возможность описания переходных процессов в p - i - n лавинных фотодиодах (ЛФД) элементарными функциями, прежде всего, при начальном напряжении V_0 , большем напряжения лавинного пробоя V_{BD} . Постановка задачи вызвана необходимостью знать явные условия возникновения гейгеровской моды работы ЛФД. Выведено несложное выражение, описывающее динамику лавинного гейгеровского процесса. Получена формула для полного времени его протекания. Представлено явное аналитическое соотношение реализации моды Гейгера. Определены условия применимости полученных результатов.

В заключение на основе аналитических вычислений обсуждены и продемонстрированы преимущества лавинных гетерофотодиодов (ЛГФД) с разделенными областями поглощения и умножения (РОПУ) типа "low-high-low" перед классическими образцами.

PACS: 72.20.Ht, 72.20.Jv, 85.30.Mn, 85.30.Kk

Ключевые слова: ударная генерация электронно-дырочных пар, коэффициенты ударной ионизации и лавинного размножения носителей, лавинный фотодиод, ЛФД, поле и напряжение лавин-

ного пробоя, $p-i-n$ -структура, $p-n$ -гетероструктура, лавинный гетерофотодиод, ЛГФД, разделенные области поглощения и умножения, РОПУ, межзонный туннельный ток, фоточувствительность, спектральная плотность шума, лавинный шум-фактор, быстродействие, ЛГФД с РОПУ классического типа и типа "low-high-low", режим Гейгера, аналитическая модель.

1. Введение

Минимально возможный темновой ток обратно смещенных $p-n$ -структур определяется межзонным туннелированием. При напряжениях V , близких к напряжению лавинного пробоя V_{BD} [1—3], в ряде материалов даже с относительно большой шириной запрещенной зоны E_g туннельная составляющая тока становится преобладающей уже при комнатных температурах T . Это относится, например, к соединению $\text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}$ — одному из наиболее важных фоточувствительных материалов для техники оптической связи на длину волны λ до 1,7 мкм [2, 4—9]. Резкое снижение туннельных токов в лавинных фотодиодах (ЛФД) можно обеспечить за счет использования гетероструктур, в которых металлургическая граница $p-n$ -перехода ($x = 0$) располагается в их "широкозонной" части [2—8, 10—12] (рис. 1). Для достижения высоких технических характеристик ЛФД параметры гетероструктуры должны быть такими, чтобы в рабочем режиме область пространственного заряда (ОПЗ) проникала в "узкозонный" слой II фотопоглощения, а процесс лавинного размножения носителей вследствие падения напряженности электрического поля $E(x)$ вглубь от точки $x=0$ развивался лишь в "широкозонном" слое I (рис. 1). В результате по-

лучается лавинный гетерофотодиод с разделенными областями поглощения и умножения (ЛГФД с РОПУ). Подавление туннельного тока обусловлено тем, что большому значению E отвечает и большая величина E_g . В "узкозонном" же слое электрическое поле не настолько велико, чтобы вызвать в этом слое большие туннельные токи. Составляющая темнового тока, обусловленная тепловой генерацией носителей в ОПЗ (генерационный ток плотностью J_G), пропорциональна собственной концентрации носителей $n_i \propto \exp(-E_g/2kT)$ [1, 3, 4]. Туннельный же ток I_T растет с уменьшением E_g существенно резче, чем n_i , и слабо зависит от T [4, 13]. Поэтому в достаточно "узкозонных" материалах I_T будет преобладать над I_G даже при комнатных температурах. Для устранения составляющей темнового тока, обусловленной втеканием неосновных носителей в ОПЗ из квазинейтральных областей структуры (диффузионно-дрейфовый ток) пропорциональной $n_i^2 \cdot N^{-1}$ [1, 4] (где N — концентрация легирующей примеси), одну из сторон $p-n$ -перехода высоко легируют, а "узкозонный" слой выращивают на "широкозонной", изотипной, высоколегированной подложке [2]. Таким образом, наиболее оптимальной (классической) структурой является структура типа $p_{wg}^+ - n_{wg} - n_{ng} - n_{wg}^+$, где нижние символы wg и ng означают "широкозонный" (wide-gap) и "узкозонный" (narrow-gap) полупроводник.

Существенно, что для обеспечения плотности туннельного тока, не превышающей заданной величины, необходимо точно знать допустимый интервал изменения легирующих концентраций и толщин слоев гетероструктуры. Толщина "узкозонного" слоя W_2 определяется в основном коэффициентом поглощения света γ и быстродействием. От толщины же "широкозонного" слоя W_1 и от концентраций легирующих примесей (особенно, в этом слое N_1) и в "узкозонном" слое N_2 , очень сильно зависит, как показано ниже, туннельный ток.

Бурлаков Игорь Дмитриевич, зам. генерального директора по инновациям и науке¹, профессор⁴.

Филачев Анатолий Михайлович, генеральный директор¹, зав. кафедрой⁴.

Холоднов Вячеслав Александрович, научный консультант¹, ведущий научный сотрудник², профессор^{3,4}.

¹ АО «НПО «Орион».

Россия, 111538, Москва, ул. Косинская, 9.

² Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН.

Россия, 125009, Москва, Моховая ул., 11.

³ Московский физико-технический институт (МФТИ).

Россия, 141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9.

⁴ Московский институт радиотехники, электроники и автоматики (МИРЭА).

Россия, 119454, Москва, просп. Вернадского, 78.

Тел. 8 (916) 189-11-28. E-mail: vkholodnov@mail.ru

Статья поступила в редакцию 22 января 2016 г.

© Бурлаков И. Д., Филачев А. М., Холоднов В. А., 2016

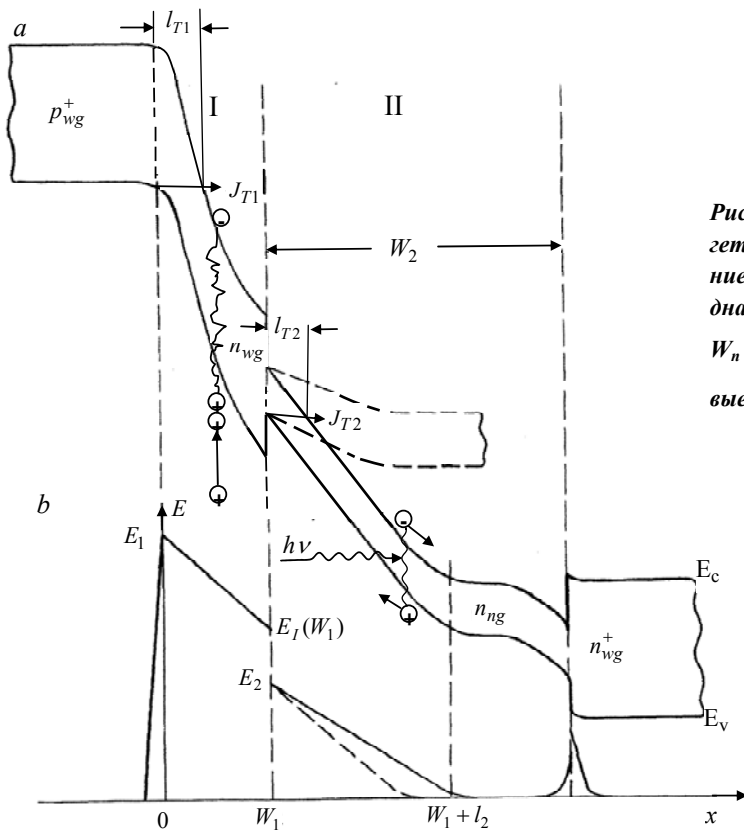


Рис. 1. Энергетическая диаграмма классической гетероструктуры в рабочем режиме (а) и распределение электрического поля в ней (б). E_c и E_v — энергии дна зоны проводимости и потолка валентной зоны; $W_n = W_1 + l_2$. Сплошные линии — $N_2 = N_2^{(1)}$, штриховые — $N_2 > N_2^{(1)}$.

В работах [6, 7] был предложен подход к оптимизации структуры ЛГФД с РОПУ (см. также монографию [2]). Для ЛГФД с РОПУ на основе $\text{InP-In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As-InP}$ гетероструктуры авторами этих статей была разработана диаграмма для физического проектирования прибора. Однако эта диаграмма по своей сути недостаточно информативна и сильно некорректна, чтобы с ее помощью можно было определять искомые интервалы параметров гетероструктуры. Даже до сих пор допускаются подобные ошибки. Дело в том, что при разработке этой диаграммы было принято, что когда напряженность электрического поля $E(x)$ (см. рис. 1, б) на металлургической границе $p_{wg}^+ - n_{wg}$ -перехода $E(0) \equiv E_1$ превышает значение $4,5 \cdot 10^5$ В/см, то в содержащем $p^+ - n$ -переход InP -слое происходит лавинное размножение свободных носителей тока при любых значениях концентрации легирующих примесей и толщин слоев гетероструктуры. Однако значение поля $E_1 = E_{1BD}$, при котором происходит лавинный пробой $p - n$ -структуры, зависит как от уровня легирования ее слоев, так и от их толщин [1, 2, 14—19]. Поэтому при поле $E_1 = 4,5 \cdot 10^5$ В/см лавинное размножение носителей в рассматриваемой гетероструктуре может либо вообще не возникать, либо происходить в "узкозонном" слое [14, 20, 21]. Такое значение поля даже может превышать E_{1BD} [1, 14, 16—19],

что имеет физический смысл лишь в нестационарной ситуации [22, 23]. Далее, при разработке диаграммы считалось, что максимально допустимое значение поля в слое поглощения на гетерогранице со слоем умножения E_2 (см. рис. 1, б) составляет $1,5 \cdot 10^5$ В/см. При таком значении поля туннельный ток в $\text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}$ [20, 21] много меньше генерационного, плотность которого I_G в наилучших образцах $\text{InP-In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As-InP}$ -гетероструктур [2, 8, 24] может составлять до 10^{-6} А/см². Однако диаграмма не учитывает, что туннельный ток в "широкозонном" слое умножения может быть много больше, чем в "узкозонном" поглощающем слое [20, 21]. Поэтому полный туннельный ток может превышать генерационный.

Ниже проведен последовательный анализ зависимости межзонного туннельного тока лавинного гетерофотодиода от концентраций легирующих примесей N_1 и N_2 в wg ("широкозонном") слое I размножения и ng ("узкозонном") слое II фотопоглощения и их толщин W_1 и W_2 соответственно (рис. 1), а также от фундаментальных параметров полупроводниковых материалов. Проанализированы [25] предельные характеристики ЛГФД с РОПУ. Выведена формула для квантовой эффективности η гетероструктуры, которая учитывает внутреннее отражение от гетерограниц. Разработаны концентрационно-толщинные номограммы,

позволяющие определять допустимые интервалы концентраций и толщин слоев гетероструктуры при заданном уровне шума и коэффициенте лавинного усиления фототока. Выяснено, что собственное максимально возможное быстроедействие прибора существенно зависит не только от коэффициента лавинного фотоусиления, как это хорошо известно, но и при заданном значении его от допустимого уровня шума. Проведены конкретные расчеты для системы $\text{InP-In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As-InP}$. При этом использованы следующие значения фундаментальных параметров InP (I, рис. 1) и $\text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}$ (II, рис. 1) материалов [2, 4, 6—9, 24, 26—28]: ширины запрещенных зон $E_{g1} = 1,35$ эВ и $E_{g2} = 0,73$ эВ; собственные концентрации носителей $n_i^{(1)} = 10^8 \text{ см}^{-3}$ и $n_i^{(2)} = 5,4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$; относительные диэлектрические постоянные $\epsilon_1 = 12,4$ и $\epsilon_2 = 13,9$; коэффициент поглощения света в $\text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}$ $\gamma = 10^4 \text{ см}^{-1}$; приведенные эффективные массы $m_i^* = 2m_{ci} \cdot m_{vi} / (m_{ci} + m_{vi})$ легких носителей $m_1^* = 0,06 m_0$ и $m_2^* = 0,045 m_0$, где m_0 — масса покоя электрона.

В соответствии с темой статьи материал представлен в аналитическом виде. Выведены простые формулы для напряженности электрического поля E_{BD} и напряжения V_{BD} лавинного пробоя p - n -перехода с учетом конечной толщины образца. Выведены также аналитические выражения для показателя степени в широко известном соотношении Миллера [1, 2, 29], описывающем зависимости коэффициента размножения носителей от приложенного напряжения V . Получена несложная формула для лавинного тока. Продемонстрировано, что моду Гейгера [22] лавинных фотодиодов можно описать элементарными функциями [23]. В заключение на примере наиболее оптимального ЛГФД с РОПУ типа "low-high-low" показано, что коэффициент размножения фотоносителей и лавинный шум-фактор можно описать аналитически.

2. Постановка задачи. Основные соотношения

Рассмотрим $p_{wg}^+ - n_{wg} - n_{ng} - n_{wg}^+$ -структуру при обратных напряжениях V , достаточных для возникновения лавинного размножения носителей. Из соотношений, приведенных в работах [1—3, 12, 30, 31], которые запишем в виде:

$$M_n = M(-W_p), \quad M_p = M(W_n),$$

$$\tilde{M}(-W_p, W_n) = \int_{-W_p}^{W_n} g(x)M(x)dx / \int_{-W_p}^{W_n} g(x)dx, \quad (1)$$

$$M(x) = Y(x, -W_p) / (1 - m), \quad (2)$$

$$m(-W_p, W_n) = \int_{-W_p}^{W_n} \alpha(x)Y(x, -W_p)dx,$$

$$Y(x, x_0) = \exp \left[\int_{x_0}^x (\beta - \alpha)dx' \right] \quad (3)$$

можно, в принципе, определить зависимости коэффициентов лавинного размножения носителей M в p - n -структурах от V , где M_n и M_p — коэффициенты размножения электронов и дырок, втекающих в ОПЗ; значение коэффициента размножения носителей, генерируемых в ОПЗ, \tilde{M} лежит между значениями M_n и M_p ; плотность скорости генерации носителей в ОПЗ $g = g_d + g_{ph}$ состоит из темновой g_d и световой g_{ph} составляющих; W_p и W_n толщины ОПЗ в p и n -областях структуры; $\alpha(E)$ и $\beta(E) = K(E) \cdot \alpha(E)$ — коэффициенты ударной ионизации электронов и дырок; $E(x)$ — напряженность электрического поля. Обозначим через $N_{1\max}$ такую концентрацию N_1 , что при $N_1 < N_{1\max}$ происходит "прокол" (истощение) wg -слоя I, т. е. неравновесная ОПЗ проникает в ng -слой II (рис. 1). Излучение, проходя через "широкозонное" окно, поглощается в ng -слое, рождая в нем электронно-дырочные пары. Когда $N_1 < N_{1\max}$, то появившиеся вблизи $wg(I)/ng(II)$ гетерограницы ($x = W_1$) неосновные фотоносители (на рис. 1 — дырки) разогреваются электрическим полем неравновесной ОПЗ и при умеренных скачках потолка валентной зоны ΔE_v при $x = W_1$ проникают в wg -слой I за счет эмиссии и туннелирования. Если W_1 больше некоторого значения $W_{1\min}(N_1, N_2, W_2)$ [20], вычисленное ниже, то лавинное размножение носителей происходит лишь в wg -слое I, т. е. фотоносители пролетают всю область размножения. В этом случае коэффициент усиления фототока [2, 31] $M_{ph} = M_p$ для $p_{wg}^+ - n_{wg} - n_{ng} - n_{wg}^+$ -структуры и $M_{ph} = M_n$ для $n_{wg}^+ - p_{wg} - p_{ng} - p_{wg}^+$ -структуры. Пусть та часть "широкозонного" p - n -перехода, которая не примыкает к "узкозонному" слою поглощения, настолько сильно легирована, что лавинным размножением носителей в ней можно пренебречь [16—19]. В рассматриваемых условиях в

соотношениях (1)—(3) можно положить $W_p = 0$ и $W_n = W_1$, т. е., записать выражение:

$$M_{ph} = Y(W_1, 0) / [1 - m(0, W_1)]. \quad (4)$$

Характерно, что токовая фоточувствительность $S_I(\lambda)$, где λ — длина волны излучения, рассматриваемого типа структуры резко возрастает, как только ОПЗ достигает поглощающего ng -слоя (слоя II) (рис. 1), а затем слабо зависит от V вплоть до напряжения лавинного пробоя V_{BD} [4]. Этот эффект обусловлен наличием на $wg(I)/ng(II)$ -гетерогранице потенциального барьера для неосновных фотоносителей и их разогревом полем неравновесной ОПЗ. Если рекомбинационные потери незначительны [1—4, 7, 26, 32, 33], например, при "проколе" поглощающего слоя, то в рабочем режиме $S_I(\lambda)$ будет определяться хорошо известным выражением [1—4, 12]:

$$S_I(\lambda) = \eta(\lambda) \cdot \frac{\lambda}{1.24} \cdot M_{ph}, \quad (5)$$

в котором λ измеряется в мкм, а квантовая эффективность η рассмотрена ниже.

Внутреннее усиление фототока и большая дрейфовая скорость носителей в ОПЗ позволяют создавать на основе ЛФД быстродействующие высокочувствительные пороговые фотоприемные устройства (ФПУ) [1—3, 5, 12, 34]. Это связано с высокими уровнями шумов внешней цепи при больших частотах или с большими токами утечки. Вследствие чего эквивалентная шуму мощность (NPE) ФПУ, несмотря на рост отношения шум/сигнал ЛФД [2, 12, 34, 35], падает с увеличением M_{ph} до тех пор, пока его значение не превысит некоторой величины M_{ph}^{opt} , выше которой шум ЛФД становится основным в ФПУ [1—3, 12, 34]. Даже при малых токах утечки и низких уровнях шумов внешней цепи лавинное размножение носителей может приводить к уменьшению NEP ФПУ за счет падающей при определенных условиях зависимости отношения шум/сигнал от M_{ph} самого ЛФД [31]. Более того, избыточный фактор лавинного шума [2, 12, 34, 35] сам по себе может падать с усилением лавинного процесса, например, в структурах металл/диэлектрик/полупроводник за счет экранировки поля свободными носителями [36, 37]. Используя результаты работ [31, 35], спектральную плотность шума S_N рассматриваемой структуры при ограничении ее пороговой чувствительности туннельным током можно представить в виде:

$$S_N = 2qAM_{ph}^2 \sum_{i=1}^2 J_{T,i}(V) F_{ef,i}(M_{ph}), \quad (6)$$

где q — абсолютная величина заряда электрона; A — площадь поперечного сечения образца; $F_{ef,i}(M_{ph})$ — эффективные факторы шума [31] в "широкозонном" слое умножения ($i=1$) и в поглощающем слое ($i=2$); $J_{T,i}(V)$ — плотности первичных туннельных токов в этих слоях (токов, которые существовали бы в слоях 1 и 2, соответственно, если бы носители не размножались за счет ударной генерации).

Применение ЛФД в качестве фоточувствительных элементов ФПУ обусловлено внутренним усилением фототока в них. Поэтому сравнивать два образца с целью определения, какой из них имеет лучшие пороговые характеристики, имеет смысл лишь при одинаковых значениях M_{ph} . Из (6) видно, что для заданного коэффициента усиления фототока уровень шума определяется значениями первичных туннельных токов $I_{T1} = J_{T1} \cdot A$ и $I_{T2} = J_{T2} \cdot A$ (полный первичный ток $I_T = I_{T1} + I_{T2}$).

Распределение поля $E(x)$, которое нужно знать для расчета технических характеристик (5) и (6) лавинного гетерофотодиода, находится из уравнения Пуассона и в слоях I и II (рис. 1) определяется соответственно выражениями:

$$E(x) = \left(E_1 - \frac{qN_1 x}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} \right) \cdot U_-(l_1 - x), \quad (7)$$

$$E(x) = \left[E_2 - \frac{qN_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} (x - W_1) \right] \cdot U_-(W_1 + l_2 - x), \quad (8)$$

$$\text{где } E_2 = \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_1 - \frac{qN_1 W_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} \right) \cdot U_-(l_1 - W_1), \quad (9)$$

$$l_i = \frac{\varepsilon_i \varepsilon_0}{qN_i} E_i \cdot U_+(W_i - l_i) + W_i \cdot U_-(l_i - W_i), \quad (10)$$

Здесь $U_-(x)$ и $U_+(x)$ — ступенчатые ассиметричные единичные функции [38], ε_0 — электрическая постоянная (в системе СИ), ε_1 и ε_2 — относительные диэлектрические проницаемости слоев I и II (рис. 1).

3. Коэффициенты лавинного размножения носителей в p - n -структурах

3.1. Предварительные замечания. Напряженность поля пробоя

Для успешной разработки полупроводниковых приборов, использующих эффект ударной ио-

низации и лавинного размножения носителей, нужно знать зависимости коэффициентов лавинного размножения носителей $M(V)$ в p - n -структурах от приложенного напряжения V . Нужно знать, в том числе, зависимость напряжения лавинного пробоя структуры V_{BD} от её параметров и соответствующее ему распределение напряженности электрического поля $E(x)$. Обычный способ вычисления искомых зависимостей основан на численной обработке в каждой конкретной ситуации интегральных соотношений (1)—(3). Коэффициенты ионизации электронов $\alpha(E)$ и дырок $\beta(E)$ резко зависят от электрического поля. В то же время в теоретических выражениях для $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ имеются, как правило, подгоночные параметры. Поэтому для предотвращения больших ошибок при вычислении коэффициентов размножения в (1)—(3) обычно используются экспериментальные зависимости $\alpha(E)$ и $\beta(E)$. Напряжение лавинного пробоя V_{BD} определяется как напряжение, при котором коэффициент размножения носителей стремится к бесконечности [1—3, 29, 30]. Поэтому, как видно из (2), условие пробоя сводится к интегральному уравнению $m=1$, в котором распределение поля $E(x)$ определяется из решения уравнения Пуассона. Напряжение, при котором выполняется это условие пробоя $V = V_{BD}$, можно рассчитать методом последовательных приближений на ЭВМ. Этот способ определения V_{BD} а, следовательно, и $E(x)$ при $V = V_{BD}$ требует трудоемких численных расчетов. То же самое относится и к зависимости M от V . Такие расчеты были проведены для ряда полупроводников при некоторых значениях толщин базы, т. е., "высокомной" части p^+ - n -гомоперехода или же "узкозонной" части гетероперехода [1—3, 12, 26, 30, 39—42]. Кроме большой трудоемкости, другой недостаток этого способа определения $M(V)$ и V_{BD} состоит в отсутствии наглядности результатов и трудности их применения в сопутствующих задачах, например, при вычислении туннельных токов.

При анализе характеристик приборов, использующих лавинное размножение носителей, весьма ценно иметь аналитические, более или менее универсальные выражения, например, описывающие $E(x)$ при анализе свойств туннельных токов лавинных гетерофотодиодов. В данном разделе представлены искомые аналитические зависимости [15, 16, 18, 21].

Для быстрой оценки напряжения пробоя резкого p^+ - n -гомоперехода или же гетероперехода часто используется известное приближенное выражение Зи-Гиббонса [1—3, 43]:

$$V_{BD} = A_V \cdot N^{-(s-2)/s}, \quad \text{В}, \quad (11)$$

в котором

$$s = 8, \quad A_V = 6 \cdot 10^{13} \cdot (E_g / 1,1)^{3/2}, \quad (12)$$

ширина запрещенной зоны материала базы E_g и концентрация легирующей примеси в ней N измеряются в эВ и см^{-3} соответственно. Значению напряжения (11) отвечает, как это следует из уравнения Пуассона, величина напряженности поля на металлургической границе ($x = 0$, рис. 2) p^+ - n -перехода:

$$E(0) = E_{BD} = A \cdot N^{1/s}, \quad (13)$$

где при $s = 8$ имеем выражение:

$$A = \sqrt{\frac{1,2 \cdot q}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}} \cdot \left(\frac{E_g}{11q}\right)^{3/4} 10^{10}, \quad (14)$$

Здесь ε_0 и ε — электрическая постоянная и относительная диэлектрическая проницаемость материала базы соответственно; $q > 0$ — абсолютное значение заряда электрона. В (13) и (14) и всюду далее в разделах 3.1—3.3, если не оговорено особо, используется система единиц СИ.

Формулы (11) и (12) нельзя использовать для образцов с достаточно тонкой базой. Действительно, зависимость V_{BD} от N обусловлена двумя факторами. Во-первых, из уравнения Пуассона вытекает, что чем больше N , тем круче спадает поле $E(x)$ вглубь от $x = 0$ по сравнению со значением $E_1 = E(0)$ (рис. 1, б). Во-вторых, величина поля $E_1 = E(0)$ при $V = V_{BD}$ падает с уменьшением N за счет уменьшения $|\nabla E|$ в ОПЗ. По мере уменьшения N падение $E(x)$ становится все более слабым (рис. 1, б), поэтому при заданной толщине базы W требуется все меньшая напряженность поля E_1 для возникновения лавинного процесса. При достаточно малых концентрациях N , тем меньших, чем больше W , изменение поля $E(x)$ на длине базы оказывается настолько несущественным, что вероятность ударной ионизации становится практически одинаковой в любой точке базы. Поэтому значения напряжения пробоя V_{BD} и поля пробоя E_{BD} не будут зависеть от N . В то же время эти значения будут зависеть от W , причем, чем меньше W , тем, естественно, больше E_{BD} . Нередко используемые в литературе при любых значениях W формулы (11) и (12) противоречат этому выводу. В следующем разделе 3.2 показано, что поле про-

боя ступенчатого $p^+ - n$ -перехода для ряда материалов можно описать формулой

$$E_{BD}(N, W) = E_{BD}(0, W) \cdot \left[1 + \frac{N}{\tilde{N}(W)} \right]^{1/s}, \quad (15)$$

где

$$E_{BD}(0, W) = A \cdot \left(\frac{A \varepsilon \varepsilon_0}{sqW} \right)^{1/(s-1)}, \quad (16)$$

$$\tilde{N}(W) = \left(\frac{A \varepsilon \varepsilon_0}{sqW} \right)^{s/(s-1)}. \quad (17)$$

Из выражения (15) видно, что при $N < \tilde{N}(W)$ напряженность электрического поля лавинного пробоя E_{BD} практически не зависит от уровня легирования базы (т. е. от N).

3.2. Вывод формулы для напряженности поля лавинного пробоя

Для вывода искомой формулы рассмотрим $p_{wg}^+ - n_{wg} - n_{ng} - n_{wg}^+$ -структуру (рис. 2). Индексы wg и ng означают "широкозонный" и "узкозонный" полупроводник соответственно, а символы n_{wg} и n_{ng} указывают на неодинаковые, в общем случае, уровни легирования "высокоомных" слоев структуры. Обозначения W_1 , W_2 и N_1 , N_2 означают толщины n_{wg} и n_{ng} слоев и концентрации легирующих примесей в них соответственно. Диоду на основе гомогенной основе $p^+ - n - n^+$ -структуры отвечает значение $W_2 = 0$.

Пусть величины N_1 и W_1 такие, что при приложении к структуре напряжения лавинного пробоя V_{BD} ОПЗ проникает в "узкозонный" n_{ng} слой (см. рис. 2). Когда W_1 и N_1 , N_2 достаточно малы, а W_2 достаточно велико, то лавинный процесс развивается в n_{ng} -слое. Другими словами, при увеличении напряжения на гетероструктуре V поле $E = E_2$ в "узкозонном" слое на n_{wg}/n_{ng} гетерогранице (рис. 2) достигает величины поля E_{2BD} этого слоя раньше, чем напряженность поля на металлургической границе ($x = 0$) $p^+ - n$ -перехода E_1 становится равной напряженности поля пробоя E_{1BD} "широкозонного" n_{wg} -слоя. Это связано с тем, что при малых W_1 и N_1 изменение поля $E(x)$ в пределах "широкозонного" n_{wg} -слоя мало, а вероятность ударной ионизации в "узкозонном" слое намного больше, чем в "широкозонном".

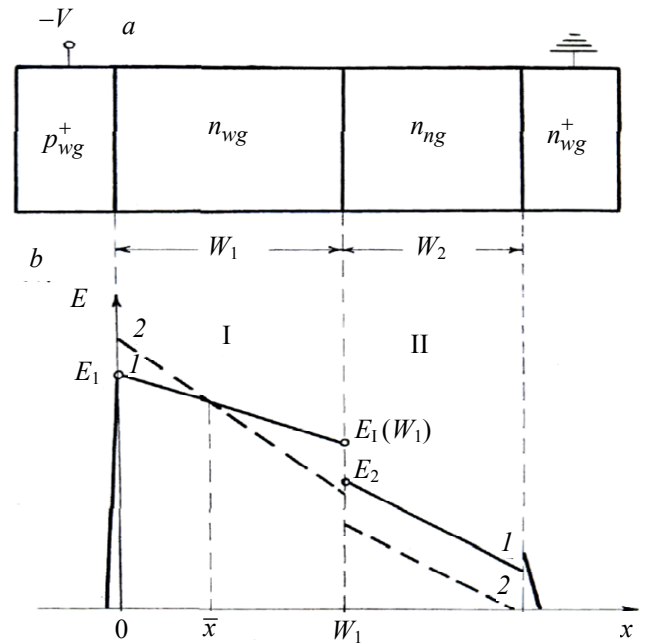


Рис. 2. Схема диода на основе $p^+ - n - n^+$ -гетероструктуры (а) и распределение электрического поля в ней при напряженных лавинного пробоя (б); 1 — $N_1 = N_1^{(0)}$, 2 — $N_1 > N_1^{(0)}$; N_1 — концентрация легирующей примеси в n_{wg} "широкозонном" слое I.

Если же W_1 и N_1 , N_2 достаточно велики, а W_2 достаточно мало, то лавинный процесс развивается лишь в "широкозонном" n_{wg} -слое. При таких значениях толщин и концентраций электрическое поле E_1 достигает значения E_{1BD} раньше, чем E_2 — значения E_{2BD} . Это обусловлено тем, что за счет существенного спада поля в $E(x)$ в n_{wg} -слое по мере удаления от $x = 0$ поле E_2 оказывается меньше E_{2BD} несмотря на то, что ширина запрещенной зоны в n_{wg} -слое E_{g1} больше ширины запрещенной зоны в n_{ng} -слое E_{g2} .

Распределение поля $E(x)$ в n_{wg} - и n_{ng} -слоях рассматриваемой гетероструктуры, как это следует из уравнения Пуассона, определяется выражениями (7)–(10).

При напряжении лавинного пробоя структуры $V = V_{BD}$ либо $E_1 = E_{1BD}(N_1, W_1)$, либо $E_2 = E_{2BD}(N_2, W_2)$. В разделе 3.1 отмечалось, что при достаточно малых концентрациях N_i напряженности полей $E_{iBD}(N_i, W_i)$ не должны зависеть от N_i и иметь вполне определенные значения, зависящие от W_i , где $i = 1, 2$. Для учета этого эффекта формулу (13) нужно изменить таким образом, чтобы при $N \rightarrow 0$ напряженность поля пробоя E_{BD} стремилась к некоторой величине, отличной от нуля. Казалось бы, для этого достаточно к пра-

вой части выражения (13) добавить некоторую константу, не зависящую от N .

Покажем, что такое изменение формулы (13) приводит к противоречию. Рассмотрим для этого ситуацию, когда лавинное размножение носителей происходит в n_{wg} -слое, т. е., E_I близко к E_{1BD} , и зафиксируем коэффициент размножения дырок M_p (1). Тогда с увеличением концентрации N_1 значение поля $E_I(W_1)$ (рис. 2, *b*) должно монотонно падать. Действительно, при увеличении N_1 поле E_{1BD} и $|\nabla E_I(x)|$ растут. Увеличение $|\nabla E_I|$ должно быть таким, чтобы при x больше некоторого \bar{x} значение $E_I(x)$ уменьшилось (рис. 2, *b*). В противном случае $E(x)$ везде в ОПЗ увеличились бы, что, естественно, привело бы к увеличению M_p . Это видно непосредственно и из соотношений (1)—(3). С другой стороны, добавление константы к правой части выражения (13) не изменяет значение $\partial E_{1BD} / \partial N_1$. Это приводит, как следует из (7) и (10), к немонотонной зависимости $E_I(W_1)$ от N_1 .

Формула (15), которую для каждого из n_{wg} - и в n_{ng} -слоев можно переписать в виде:

$$E_{iBD}(N_i, W_i) = A_i \cdot [N_i + \tilde{N}_i(W_i)]^{1/s}, \quad (18)$$

не приводит к этому и другим противоречиям. Из (18) следует, что

$$\tilde{N}_i(W_i) = \left[\frac{E_{iBD}(0, W_i)}{A_i} \right]^s. \quad (19)$$

Для определения зависимостей $E_{iBD}(0, W_i)$ рассмотрим поведение $E_I(W_1)$ при изменении параметров гетероструктуры N_1 , N_2 и W_2 . Из (7)—(10), (18) и (19) найдем, что когда величина

$$\Delta = N_2 + \tilde{N}_2(W_2) - \left(\frac{\varepsilon_1 \cdot A_1}{\varepsilon_2 \cdot A_2} \right)^s \cdot \tilde{N}_1(W_1) > 0, \quad (20)$$

то лавинный пробой контролируется n_{wg} -слоем. Это означает, что справедливо выражение:

$$E_I(W_1) = E_{1BD}(N_1, W_1) - \frac{qN_1 \cdot W_1}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1}. \quad (21)$$

Если же $\Delta < 0$, то лавинный пробой контролируется n_{wg}/n_{ng} гетеропереходом, т. е. имеем соотношение:

$$E_I(W_1) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} E_{2BD}(N_2, W_2). \quad (22)$$

Из (18)—(22) получим, что

$$\frac{\partial E_I(W_1)}{\partial N_1} \Big|_{N_1 \rightarrow 0} = \begin{cases} \frac{A_1}{s} \cdot \tilde{N}_1^{(1/s)-1} - \frac{q \cdot W_1}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1} & \text{при } \Delta > 0, \\ 0 & \text{при } \Delta < 0. \end{cases} \quad (23)$$

Формулы (16), (17) вытекают из выражений (19), (20) и требования

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \left\{ \frac{\partial E_I(W_1)}{\partial N_1} \Big|_{N_1 \rightarrow 0} \right\} = \lim_{\Delta \rightarrow +0} \left\{ \frac{\partial E_I(W_1)}{\partial N_1} \Big|_{N_1 \rightarrow 0} \right\}, \quad (24)$$

которое означает гладкость изменения напряженности поля $E(x)$ в реальных гетероструктурах при непрерывном изменении их параметров. В частности, для полупроводников, в которых справедливы соотношения (12) и (14), напряженность поля пробоя на металлургической границе p^+-n -перехода (или на гетерогранице в "узкозонном" слое гетероперехода, в том числе, изотипного) можно описать формулой:

$$E_{BD}(N, W) = E_{BD}(0, W) \cdot \left[1 + \frac{N}{\tilde{N}(W)} \right]^{1/8}, \quad (25)$$

в которой

$$E_{BD}(0, W) = X_\varepsilon^{3/7} \cdot X_g^{-6/7} \cdot E_{BD}^{(InP)}(0, W); \quad (26)$$

$$\tilde{N}(W) = X_\varepsilon^{-4/7} \cdot X_g^{-6/7} \tilde{N}_{InP}(W), \quad (27)$$

где для InP материала, использующегося в лавинных гетерофотодиодах [2—5, 12, 41, 42], справедливо:

$$E_{BD}^{(InP)}(0, W) = 4,3 \cdot 10^5 \cdot W^{-1/7} \frac{В}{см}, \quad (28)$$

$$\tilde{N}_{InP}(W) = 3,4 \cdot 10^{15} \cdot W^{-8/7} \text{ см}^{-3}. \quad (29)$$

Здесь $X_\varepsilon = 12,4 / \varepsilon$, $X_g = 1,35 / E_g$, а ширина запрещенной зоны E_g в базе и ее толщина W измеряются в эВ и мкм соответственно.

3.3. Напряжение лавинного пробоя

Из выражения (7)—(10), (15)—(17) следует, что для p^+-n-n^+ -структуры можно записать выражение:

$$V_{BD} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2e} A^2 \cdot \left[1 + \frac{\tilde{N}(W)}{N} \right]^{2/s} \cdot N^{-\frac{s-2}{s}} \equiv$$

$$\equiv A_V \cdot \left[1 + \frac{\tilde{N}(W)}{N} \right]^{2/s} N^{-\frac{s-2}{s}}, \quad (30)$$

если $\frac{\tilde{N}}{N} < \frac{1}{\theta}$ т. е., когда база не "проколота", и другое выражение:

$$V_{BD}(N, W) =$$

$$= V_{BD}(0, W) \cdot \left\{ \left[1 + \frac{N}{\tilde{N}(W)} \right]^{1/s} - \frac{N}{2s \cdot \tilde{N}(W)} \right\}, \quad (31)$$

если $\frac{\tilde{N}}{N} > \frac{1}{\theta}$ т. е., когда база "проколота". В выражении (31) использовано значение:

$$V_B(0, W) = A \cdot \left(\frac{A\varepsilon\varepsilon_0}{sq} \right)^{\frac{1}{s-1}} \cdot W^{\frac{s-2}{s-1}}. \quad (32)$$

Величина θ определяется из уравнения $\theta = s \cdot (1 + \theta)^{1/s}$ и с хорошей степенью точности равна $\theta \approx s^{\frac{s}{s-1}}$. Так как $\theta \gg 1$, то (30) практически совпадает с формулой (11), т. е. V_{BD} диода с толстой базой не зависит от ее толщины W . Для образцов на основе материалов, удовлетворяющих соотношениям (12) и (15), с тонкой базой, а именно, при выполнении соотношения:

$$W \leq \tilde{W}(N) = 9 \cdot X_\varepsilon^{-1/2} \cdot X_g^{-3/4} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^{15}}{N} \right)^{7/8}, \quad (33)$$

напряжение пробоя диода зависит от W и N следующим образом:

$$V_{BD}(N, W) = V_{BD}(0, W) \times \Phi,$$

$$\Phi = \left(1 + X_\varepsilon^{4/7} \cdot X_g^{6/7} \cdot W^{8/7} \frac{N}{2,65 \cdot 10^{15}} \right)^{1/8} -$$

$$- X_\varepsilon^{4/7} \cdot X_g^{6/7} \cdot W^{8/7} \cdot \frac{N}{4,24 \cdot 10^{18}},$$

где

$$V_B(0, W) = 43,1 \cdot X_\varepsilon^{3/7} \cdot X_g^{-6/7} W^{6/7}, \text{ В.} \quad (35)$$

В выражениях (33)—(35) $X_\varepsilon = 12,4 / \varepsilon$, $X_g = 1,35 / E_g$, а ширина запрещенной зоны E_g в базе, концентрация легирующей примеси в ней N

и ее толщина W измеряются в эВ, см⁻³ и мкм соответственно.

Напряжение лавинного пробоя двойной гетероструктуры (рис. 1), рассмотренной в разделе 4, в зависимости от соотношений между фундаментальными параметрами материалов n_{wg} и n_{ng} слоев, их уровней легирования и толщин определяется, как это следует из (7)—(10), (15)—(17), различными комбинациями (с небольшим изменением) выражений (30)—(32) для этих слоев гетероструктуры.

3.4. О корреляции между значениями коэффициентов ударной ионизации электронов и дырок в полупроводниках

Одна из главных целей многочисленных экспериментальных и теоретических исследований явления ударной ионизации в полупроводниках состоит в определении коэффициентов ударной ионизации электронов $\alpha(E)$ и дырок $\beta(E)$ как функций напряженности электрического поля E [1—4, 12, 30, 39—42, 44]. От величины отношения $K(E) = \beta / \alpha$ существенно зависят технические характеристики ряда полупроводниковых приборов, например, лавинных фотодиодов [2, 4, 12, 31, 39]. Эти характеристики можно численно рассчитать, если известны $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ [1—3, 12, 30, 39, 40, 44]. Зависимости $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ с большей или меньшей степенью точности известны для целого ряда полупроводников [1—3, 12, 30, 39, 40, 44]. Вместе с тем, в работах, посвященных определению коэффициентов ударной ионизации, не ставилось вопроса о связи между $\alpha(E)$ и $\beta(E)$. Однако законы сохранения энергии и квазиимпульса при акте ударной ионизации обеспечиваются, в основном, за счет электронно-дырочной подсистемы полупроводника [2, 30, 44]. Поэтому есть основания ожидать, что между $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ существует некоторая корреляция, хотя, вероятно, и не вполне однозначная, например, из-за большой роли фононов в формировании функций распределения.

В данном разделе 3.4 показано, что для ряда полупроводников выполняется следующее приближенное соотношение [45]:

$$Z(E, \alpha(E), \beta(E)) \approx 9 \cdot 10^2 \cdot \left(\frac{10^5}{E} \right)^7 \cdot \frac{\alpha(E) - \beta(E)}{\ln \left[\frac{\alpha(E)}{\beta(E)} \right]} =$$

$$= C(E) \cdot Z_0 \approx Z_0 \approx \frac{\varepsilon^3}{E_g^6}, \quad (36)$$

где ε — относительная диэлектрическая проницаемость, а ширина запрещенной зоны полупро-

водника E_g , напряженность поля E и коэффициенты ударной ионизации носителей измеряются в удобной для данной тематики смешанных единицах [1, 3] эВ, В/см и см⁻¹ соответственно.

Для вывода соотношения (36) рассмотрим тонкую структуру p^+-n-n^+ -типа, а именно, такую, что толщина ее "высокоомного" n -слоя (базы) W удовлетворяет неравенству:

$$W < W_0 = \frac{A\varepsilon\varepsilon_0}{qs} N^{\frac{1-s}{s}}, \quad (37)$$

где ε_0 — электрическая постоянная; q — абсолютная величина заряда электрона; s и A некоторые постоянные, определяющие зависимость $E_{BD} \approx A \cdot N^{1/s}$ напряженности электрического поля E_{BD} на металлургической границе ($x=0$) резкого p^+-n -перехода от концентрации легирующей примеси в базе N при лавинном пробое толстой p^+-n-n^+ структуры (см. разделы 3.1—3.3, [1, 3, 30, 43]). При выполнении условия (37) поле лавинного пробоя выражается следующим образом:

$$E_{BD}(W) \approx A \cdot \left(\frac{A\varepsilon\varepsilon_0}{sqW} \right)^{\frac{1}{s-1}}, \quad (38)$$

причем в рассматриваемых условиях изменение поля $E(x)$ на длине базы W настолько незначительно, что вероятность ударной ионизации практически одинакова в любой точке базы структуры. Для многих полупроводников, в т. ч. Ge, Si, GaAs, InP, GaP, выполняются соотношения из [1, 3, 15, 17, 43]:

$$s = 8, \quad A = \sqrt{\frac{1,2q}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}} \cdot \left(\frac{E_g}{11q} \right)^{3/4} \cdot 10^{10}, \quad (39)$$

В этом случае, как следует из (37), (38), можно записать выражение:

$$W_0 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot E_g^{3/4} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^{15}}{N} \right)^{7/8}, \quad (40)$$

а поле лавинного пробоя тонкой структуры типа p^+-n-n^+ определяется следующей приближенной универсальной формулой:

$$E_{BD}(W) \approx \left(\frac{E_g^2}{\varepsilon} \right)^{3/7} \cdot \frac{10^6}{W^{1/7}}. \quad (41)$$

В выражениях (40), (41) и всюду далее в этом разделе 3.4 концентрация измеряется в см⁻³, энер-

гия — в эВ, длина — в мкм, электрическое поле — в В/см. С другой стороны, условие лавинного пробоя структуры p^+-n-n^+ -типа (раздел 2, раздел 3.1, [1—3, 12, 30, 39, 40]), записываемое формулой:

$$m(0, W) = \int_0^W \alpha(E(x)) \cdot \Psi dx = 1, \quad (42)$$

$$\Psi = \exp \left\{ \int_0^x [\beta(E(x')) - \alpha(E(x'))] dx' \right\}$$

принимает вид:

$$W \cdot [\alpha(E_{BD}) - \beta(E_{BD})] = \ln \left[\frac{\alpha(E_{BD})}{\beta(E_{BD})} \right], \quad (43)$$

когда вероятность ударной ионизации одинакова в любой точке базы структура. Из выражений (41), (43) и следует соотношение (36).

Оценим интервал значений поля, в котором это соотношение применимо. Для справедливости выражения (41) необходимо, чтобы как для электронов, так и для дырок выполнялось неравенство:

$$E_{BD}(W) \cdot W > \left(\frac{W}{\lambda_R} E_R + E_i \right) \cdot 10^4, \quad (44)$$

где λ_R, E_i, E_R — средняя длина свободного пробега носителей при рассеянии на оптических фоновых, пороговая энергия ионизации электронов или дырок и энергия романовского фонона соответственно [1—3, 30, 39, 44]. Учитывая, что для многих полупроводников

$$5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon}}{E_g} E_i^{7/6} \approx W_{\min} \ll \frac{E_i}{E_R} \lambda_R \ll W_{\max} \approx 10^{14} \cdot \frac{\lambda_R^7 E_g^6}{E_R^7 \varepsilon^3}, \quad (45)$$

из (41) и (44) найдём искомый интервал напряженностей электрического поля:

$$10^4 \cdot \frac{E_R}{\lambda_R} \approx E_{BD}(W_{\max}) \approx E_{\min} < E < E_{\max} \approx \approx E_{BD}(W_{\min}) \approx 2 \cdot 10^6 \cdot \frac{E_g}{\sqrt{\varepsilon} \cdot \sqrt[6]{E_i}}. \quad (46)$$

Диапазон полей (46) чаще всего и реализуется при экспериментальных исследованиях [1—3, 30, 39, 44]. Отношение W_{\min} к λ_R составляет обычно не более нескольких единиц. Поэтому, если $W < W_{\min}$, то имеем оценку:

$$E_{BD} \approx \frac{E_i}{W} \cdot 10^4, \quad (47)$$

а, следовательно, при $E > E_{\max}$ вместо (36) должно выполняться соотношение:

$$\frac{E_i}{E} \cdot \frac{\alpha(E) - \beta(E)}{\ln \left[\frac{\alpha(E)}{\beta(E)} \right]} = c(E) \approx 1, \quad (48)$$

где E_i — наибольшая из пороговых энергий ионизации электронов и дырок.

На основе соотношения (36) [или его модернизированного варианта, если параметры s и A отличаются от значений (39)] и соотношения (48) можно получить, хотя и приближенные, но относительно простые и универсальные аналитические зависимости от напряжения коэффициентов размножения носителей (1), (2) и избыточных факторов шума [2, 12, 26, 31, 34, 35, 39]. Можно также вывести аналитические выражения для напряжения лавинного пробоя при различных распределениях концентрации легирующей примесей p - n -структур.

3.5. О явном виде соотношения Миллера для коэффициентов размножения носителей в p - n -структурах

3.5.1. Предварительные замечания. Соотношение Миллера

Обычный способ вычисления зависимости коэффициентов лавинного размножения носителей M (раздел 2) в p - n -структурах от приложенного напряжения V основан на численной обработке в каждой конкретной ситуации интегральных соотношений (1)—(3). Распределение плотности скорости генерации носителей $g(x)$ в области пространственного заряда (ОПЗ), т. е., при $-W_p < x < W_n$ (см. вставку на рис. 3), в данном разделе 3.5 принято экспоненциальным (как частный случай — однородным). Аналитические, более или менее универсальные зависимости M от V весьма полезно иметь для практических применений. В работе [43] были предложены аналитические выражения для напряжений лавинного пробоя V_{BD} , т. е., значения V , при котором $M = \infty$, в асимметричном резком и линейном p - n -переходах. Выражение для V_{BD} [43] в случае асимметричного резкого p^+ - n -перехода было обобщено в работе [14] на случай тонкой p^+ - $n(p)$ - n^+ -структуры (типа p - i - n), что рассмотрено в разделе 3.3. В работе [15] на примере модели резкого (ступенчатого) p - n -перехода в предположении

$K(E) = \beta / \alpha = \text{const}$ было показано, что на основе соотношений (1)—(3) и выражения (36), справедливого для ряда полупроводников, например, Ge, Si, GaAs, GaP, InP, можно получить аналитические зависимости коэффициентов размножения носителей от напряжения. Перепишем (36) в таком виде:

$$\alpha(E) \frac{K(E) - 1}{\ln K(E)} = \frac{5}{6} \left(\frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}{6 \cdot 10^8 \cdot q} \right)^3 \left(\frac{1,1}{E_g} \right)^6 \left(\frac{E}{10^5} \right)^7. \quad (49)$$

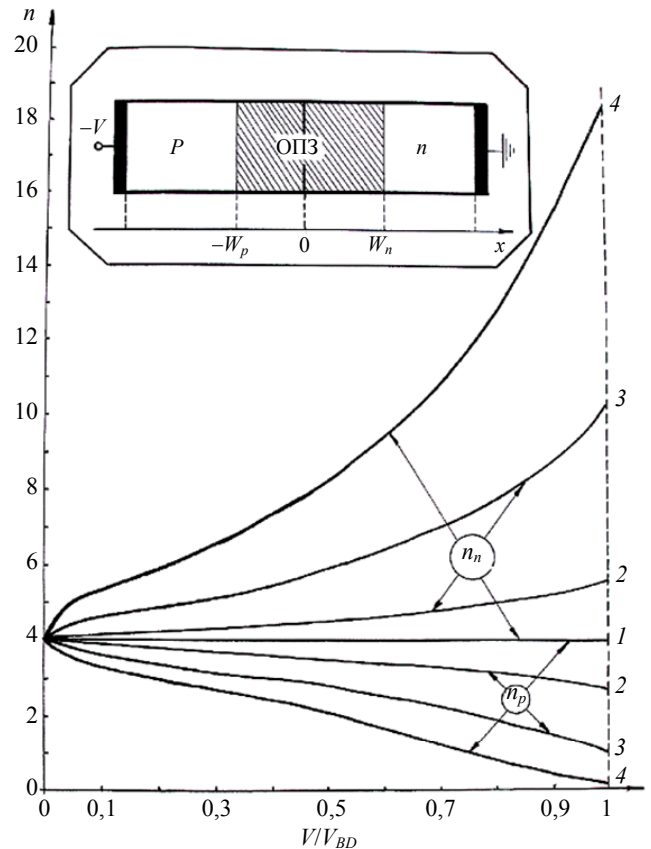


Рис. 3. Зависимость от напряжения V электронного n_n и дырочного n_p показателей степени в соотношении Миллера для "толстого" резкого p - n -перехода при различных значениях $K = \beta/\alpha$.

В (49) и всюду далее в этом разделе 3.5 принята (если не оговорено особо) следующая, удобная для рассматриваемой тематики, система единиц и обозначений [1, 3]: ширина запрещенной зоны E_g и пороговая энергия ионизации E_i — эВ; электрическое поле E — В/см; напряжение — В; α и β — см^{-1} ; заряд электрона q — К; электрическая постоянная ε_0 — Ф/м; концентрация, в том числе мелких легирующих доноров N_D и акцепторов N_A — см^{-3} ; градиент концентрации κ — см^{-4} ; размеры ОПЗ в p и n слоях W_p и W_n и толщины этих слоев (вставка на рис. 3) — мкм, коэффициент поглощения излучения γ — мкм^{-1} .

В данном разделе 3.5 проведены аналитические вычисления зависимостей $M(V)$ в p - n -структурах без использования условия $K(E) = \text{const}$. Возможность таких вычислений основана на том,

что величина отношения $\frac{K(E)-1}{\ln K(E)}$ изменяется, как

правило, существенно слабее, чем E^7 . Это позволяет в ряде случаев с помощью соотношения (49) аналитически (в некоторых случаях — приближенно) проинтегрировать выражения (1)—(3). Тем самым вывести аналитические, более или менее универсальные и относительно простые зависимости M от V . Рассмотрены наиболее характерные ситуации: резкий (ступенчатый) и плавный (линейный) p - n -переходы (как в модели [1, 3, 43]), а также тонкая p^+ - $n(p)$ - n^+ -структура (типа p - i - n) со ступенчатым профилем легирования (как в модели [14]).

При обсуждении полученных результатов и их сравнении с численными расчетами и экспериментальными данными коэффициенты размножения будут записываться в традиционно принятой форме:

$$M_n = \frac{1}{1-v^{n_n}}, \quad M_p = \frac{1}{1-v^{n_p}}, \quad \tilde{M} = \frac{1}{1-v^{\tilde{n}}}, \quad (50)$$

где $v = V/V_{BD}$. Эта форма записи впервые была предложена Миллером в 1955 г [29] и затем, несмотря на отсутствие аналитических выражений для показателей степеней n_n , n_p , \tilde{n} , стала широко использоваться под названием "соотношение Миллера" [1—3, 30, 46—48]. Значения этих пока-

зателей, как выяснилось, зависят от многих факторов, включая в общем случае, и от напряжения [15, 30] (см. рис. 3). При форме записи (50) отчетливо видно, что $M(V) \rightarrow \infty$ при $V \rightarrow V_{BD}$.

3.5.2. Ступенчатый p - n -переход

В рассматриваемых условиях из соотношений (1)—(3), (49) и из уравнения Пуассона (единицы СИ):

$$\frac{dE}{dx} = \begin{cases} qN_A / \epsilon\epsilon_0, & \text{при } x < 0 \\ -qN_D / \epsilon\epsilon_0, & \text{при } x > 0 \end{cases} \quad (51)$$

следует, что

$$M_n = (K_0 - 1) / (K_0 - K_0^{v^4}), \quad M_p = K_0^{v^4} \cdot M_n, \quad (52)$$

$$V_{BD} = 6 \cdot 10^{13} \cdot \left(\frac{E_g}{1,1} \right)^{3/2} \cdot N_{eff}^{-3/4}, \quad (53)$$

$$N_{eff} = \frac{N_D N_A}{N_D + N_A}, \quad (54)$$

где K_0 — значение $K(x)$ при $E(x) = E(0) = E_0$, т. е. значение K на металлургической границе p - n -перехода ($x = 0$, см. вставку на рис. 3). Формулы (53), (54) для V_{BD} при $N_D \ll N_A$ или $N_A \ll N_D$ переходит в общеизвестное соотношение Зи-Гиббонса [1, 3, 43]. Для носителей, однородно генерируемых в ОПЗ, вычисления приводят к следующим выражениям:

$$\frac{\tilde{M}}{M_n} = \frac{N_A \exp[\xi_A \cdot e(K_0 - 1) + \xi_D / g] + N_D \exp[\xi_D \cdot e(1 - K_0) + \xi_A / g]}{(N_A + N_D)}, \quad (55)$$

при

$$\xi_{A,D}(v) = (N_{eff} / N_{A,D}) v^4 |\ln K_0| \leq 1; \quad (56)$$

$$\tilde{M} = \left(1 - K_{eff} \frac{8v^4 \cdot \frac{1-K_{eff}^{1-v^4}}{K_{eff}^{-1}}}{K_{eff}^{-1}} \right)^{-1} \cdot M_n, \quad (57)$$

при

$$K_{eff} \frac{v^4 \cdot N_{eff}}{N_{A,D}} \gg 1, \quad (58)$$

где $e(x)$ — единичная функция [49],

$$K_{eff} = K_0 + K_0^{-1}. \quad (59)$$

Выражение (55) получено разложением функции $Y(x, -W_p)$ [см. (3)] по степеням величины:

$$\int_{-W_p}^x (\beta - \alpha) dx', \quad (60)$$

а при выводе выражения (57) использован обычный метод интегрирования быстро меняющихся функций [49].

3.5.3. Линейный p - n -переход

В рассматриваемых условиях уравнение Пуассона имеет вид (единицы СИ):

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{q \cdot \kappa}{\epsilon \cdot \epsilon_0} \cdot x, \quad (61)$$

ниях ϵ , порядка 10 [1, 3, 28], как это видно, близок к единице.

где $\kappa = \left| \frac{\partial N}{\partial x} \right|$. Поэтому

$$M_n = (K_0 - 1) / (K_0 - K_0^{v^5}), \quad M_p = K_0^{v^5} M_n, \quad (62)$$

$$V_{BD} = 60 \left(\frac{3 \cdot 10^{20}}{\kappa} \right)^{2/5} \left(\frac{E_g}{1,1} \right)^{6/5} \left(\frac{17,7}{\epsilon} \right)^{1/5}. \quad (63)$$

При выводе соотношений (62), (63) использовано известное выражение для напряжения на линейном p - n -переходе [1, 3], а также учтено из [50] соотношение:

$$\int_0^y \frac{(y-x)^7}{\sqrt{x}} dx = \frac{4096}{6435} y^{15/2}. \quad (64)$$

Формула (63) отличается от известной формулы Зи-Гиббонса для напряжения лавинного пробоя линейного p - n -перехода [1, 3, 43] последним множителем, который при типичных значе-

3.5.4. Тонкая ступенчатая $p^+ - n(p) - n^+$ -структура ($p-i-n$)

Когда толщина высокоомной области (базы) рассматриваемой структуры удовлетворяет условию:

$$W > \tilde{W} = \sqrt{\frac{6\epsilon\epsilon_0}{5q}} \cdot \left(\frac{E_g}{1,1} \right)^{3/4} \cdot \frac{10^{10}}{N^{7/8}} \approx \approx 2\sqrt{\epsilon} \cdot E_g^{3/4} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^{15}}{N} \right)^{7/8}, \quad (65)$$

где N — концентрация легирующей примеси (например, донорной) в базе, то при $V = V_{BD}$ ОПЗ распространяется не на всю толщину базы ([14], разд. 3.1—3.3, вставка на рис. 4). В этом случае выражения (52)—(58) остаются, естественно, справедливыми. В противоположном случае база обедняется свободными носителями при $V < V_{BD}$, вследствие чего выражения для коэффициентов размножения носителей и напряжения лавинного пробоя становятся существенно другими.

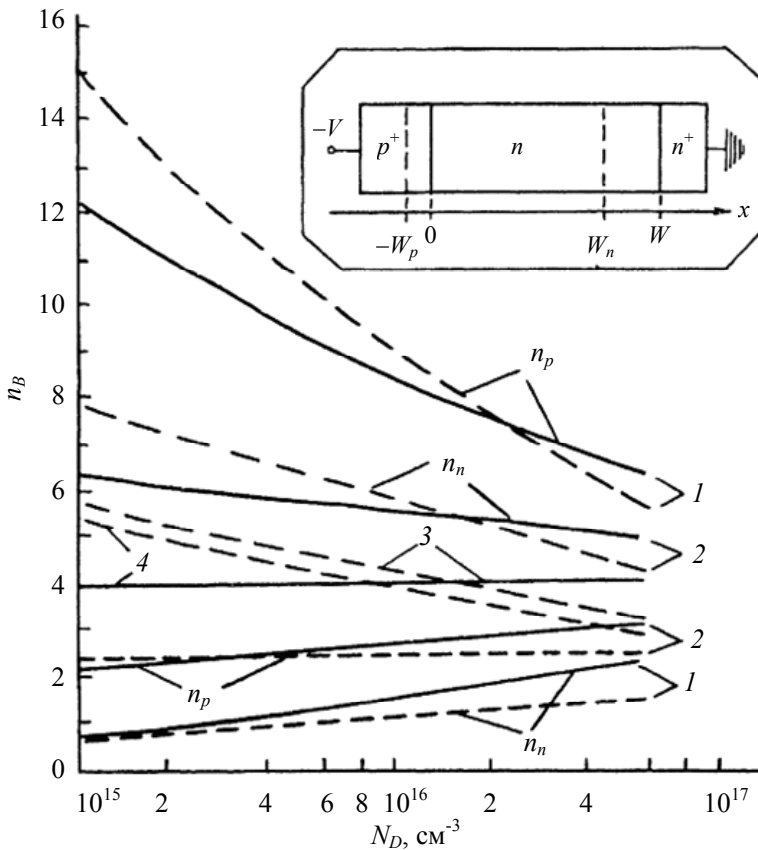


Рис. 4. Зависимости аналитических (сплошные линии) и численных (штриховые) [47] предельных значений показателя степени $n_B = \lim_{V \rightarrow V_{BD}} n(V)$ в соотношениях Миллера (50) от концентрации легирующей донорной примеси N_D в "толстом" высокоомном слое ступенчатой $p^+ - n - n^+$ -структуры. Кривая 1 — Si, кривая 2 — Ge, кривая 3 — GaAs, кривая 4 — GaP. Значения $K(E)$, как и в [47], взяты из работы [43]. На вставке — схема "толстой" $p^+ - n - n^+$ -структуры.

При $W < \tilde{W}$ из соотношений (1)—(3), (49) и уравнения Пуассона:

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{qN}{\epsilon\epsilon_0} \quad (66)$$

найдем, что

$$M_n = (K_0 - 1) / (K_0 - K_0^{\tilde{v}^8}), \quad M_p = K_0^{\tilde{v}^8} M_n, \quad (67)$$

где

$$\tilde{v}^8 = \frac{(V + V_1)^8 - (V - V_1)^8}{V_2^8}, \quad (68)$$

$$V_1 = \frac{qNW^2}{2\epsilon\epsilon_0} 10^{-6}, \quad (69)$$

$$V_2^8 = \left(\frac{6\epsilon\epsilon_0}{5 \cdot 10^8 qW^2} \right)^4 \cdot \left(\frac{1.1}{\epsilon_g} \right)^6 \cdot \frac{1}{N}. \quad (70)$$

При выводе выражений (67)—(70) пренебрежено разномножением носителей в p^+ - и n^+ -слоях и напряжением на них. Это оправдано из-за резкого спада поля $E(x)$ вглубь высоколегированных слоев структуры [1—3, 12, 16, 18, 47]. Допустимость такого пренебрежения подтверждает и формула (53) при $N_A \ll N_D$ или при $N_D \ll N_A$.

Напряжение лавинного пробоя определяется уравнением $\tilde{v} = 1$, которое не имеет точного аналитического решения. Однако пока W превосходит $\tilde{W} / 8$, значение поля при $x = W$ много меньше значения поля при $x = 0$. В этом случае, используя параметр малости:

$$\left(1 - 2 \frac{V_1}{V_2} \right)^8 \ll 1 \quad (71)$$

найдем, что в нулевом приближении по этому параметру

$$V_{BD} = V_2 - V_1. \quad (72)$$

При совсем тонкой базе, когда

$$W \leq W_0 = \frac{1}{8} \tilde{W}, \quad (73)$$

электрическое поле $E(x)$ настолько слабо изменяется вдоль базы, что вероятность ударной ионизации практически одинакова в любой ее точке ([14, 40], разд. 3.2, 3.4). Это позволяет получить выражения:

$$M_n = (K - 1) / (K - K^{v^7}), \quad M_p = K^{v^7} \cdot M_n, \quad (74)$$

$$\tilde{M} = \frac{\gamma W}{\gamma W + v^7 \cdot \ln K} \cdot \frac{K^{v^7} \exp(\gamma W) - 1}{\exp(\gamma W) - 1} \cdot M_n, \quad (75)$$

$$V_{BD} = 7 \sqrt{\frac{3}{25} \cdot \left(\frac{3q}{50\epsilon \cdot \epsilon_0} \right)^3 \cdot \left(\frac{E_g \cdot W}{1.1} \right)^6} \cdot 10^6 \approx \approx 98 \cdot \left(\frac{W \cdot E_g}{\sqrt{\epsilon}} \right)^{6/7}, \quad (76)$$

где $\gamma < 0$, если структура освещается со стороны p^+ -области, и $\gamma > 0$, если оптическое излучение падает со стороны n^+ -области.

3.6. Обсуждение результатов. Сравнение с численными расчетами и экспериментальными данными

3.6.1. В разделах 3.1—3.3 выведены приближенные универсальные формулы для напряженности поля лавинного пробоя E_{BD} и для напряжения лавинного пробоя V_{BD} резкого p^+ - n -перехода с учетом конечности толщины высокоомного слоя W . На рис. 5 для трех полупроводников — Si, Ge и InP, на основе которых часто создаются ЛФД [1—5, 12, 22, 26, 33, 34, 40—42, 46—48, 51—53], приведены сравнительные значения поля пробоя $E_{BD}(0, W)$, вычисленные по формулам (26)—(29) и найденные из численно решения интегрального уравнения пробоя $m = 1$, где m определяется выражениями (3).

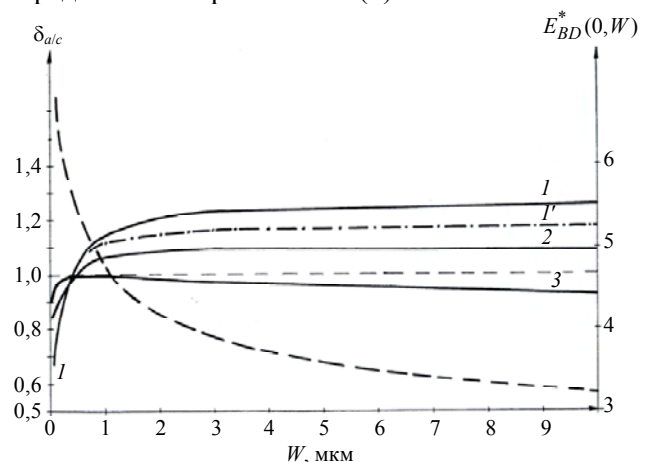


Рис. 5. Зависимость от W отношения $\delta_{a/c}$ аналитического значения поля пробоя $E_{BD}^{(a)}(0, W)$, полученного по формулам (2526)—(2629), к численному $E_{BD}^{(c)}(0, W)$. Пунктирная кривая — аналитическое значение эффективного поля лавинного пробоя $E_{BD}^*(0, W) = X_\epsilon^{-3/7} \cdot X_g^{6/7} \cdot E_{BD}(0, W) \equiv E_{BD}^{(InP)}(0, W)$, в см. кривые 1 и 1' — Si, 2 — InP, 3 — Ge. Значения $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ взяты: для кривых 1 и 3 — из таблицы № 1 монографии [30], для кривой 1' — из статьи [64], для кривой 2 — из статьи [55].

Из рис. 5 видно, что для всех этих материалов в наиболее практически интересном интервале $W = (0,2 \div 10)$ мкм аналитическое $E_{BD}^{(a)}(0, W)$ и численное $E_{BD}^{(c)}(0, W)$ значения поля пробоя отличаются друг от друга менее чем на 20 %. Сравнительно резкое уменьшение с уменьшением W отношения $\delta_{alc} = E_{BD}^{(a)}(0, W) / E_{BD}^{(c)}(0, W)$ по отношению с единицей при достаточно малых значениях W связано с тем, что, как показано в разделе 3.4, при

$$W < W_{\min} \approx 5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\sqrt{\epsilon}}{E_g} \cdot E_i^{7/6}, \text{ мкм}, \quad (77)$$

формулы (26)—(29) несправедливы. При таких значениях W для оценки поля пробоя $E_{BD}(0, W)$ можно использовать следующую формулу:

$$E_{BD}(0, W) = 10^4 \cdot \frac{E_i}{W}, \text{ В/см}. \quad (78)$$

Если считать, что в кремнии пороговая энергия ударной ионизации E_i дырок больше, чем электронов, и составляет 5 эВ [1, 3], то из (77) найдем для этого полупроводника $W_{\min} \approx 0,1$ мкм. Оценки на основе данных работ [1—3, 26, 30, 39] показывают, что для Ge и InP значение W_{\min} в $(2 \div 3)$ раза меньше. Поэтому кривая 1 на рис. 5 начинает опускаться существенно ниже единицы при больших значениях W , чем кривые 2 и 3.

На рис. 6 приведены численные и аналитические зависимости E_{BD} от N для InP материала, используемого в эффективных ЛФД на длину волны $\lambda = (1 \div 1,7)$ мкм в качестве "широкозонных" слоев двойных гетероструктур (рис. 1, 2) [2—5, 7, 12, 26, 32, 33]. Видно, что $E_{BD}^{(a)}(N, W)$ и $E_{BD}^{(c)}(N, W)$ отличаются друг от друга менее чем на 10 %.

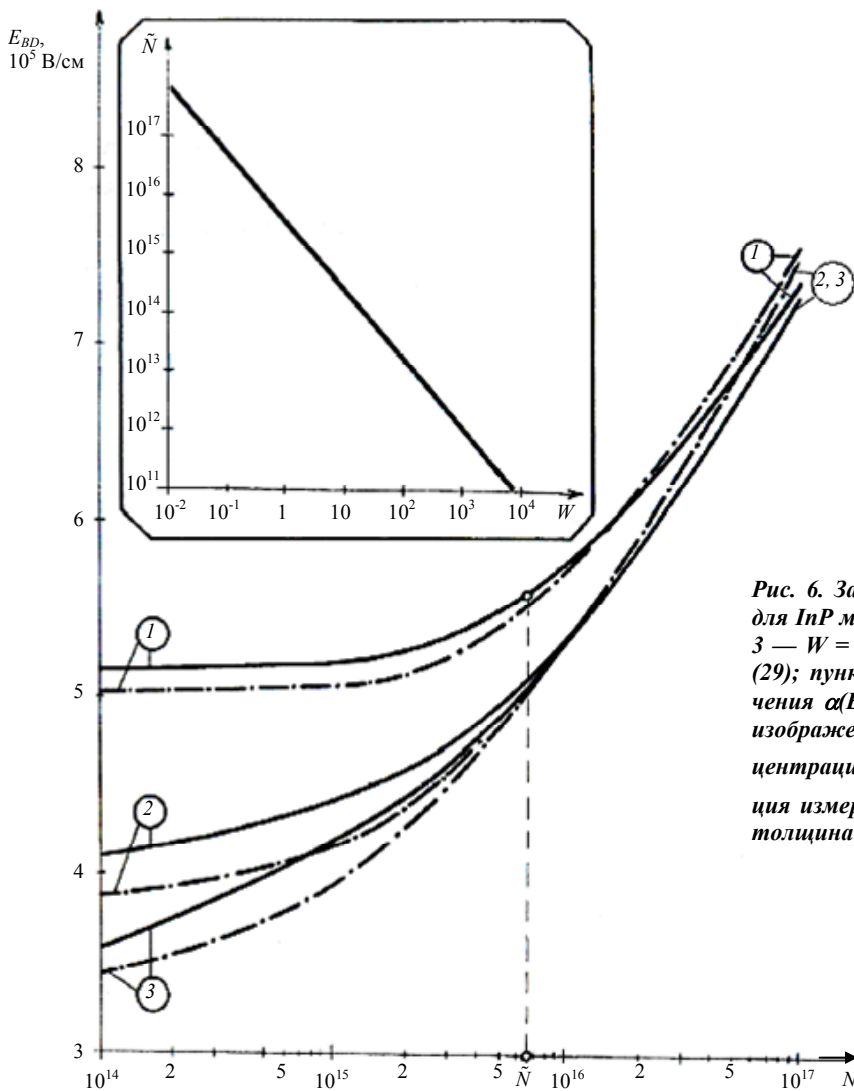


Рис. 6. Зависимость напряженности поля E_{BD} от N для InP материала: 1 — $W = 0,5$ мкм, 2 — $W = 2$ мкм, 3 — $W = 8$ мкм. Сплошные линии — формулы (25)—(29); пунктирные кривые — численный расчет. Значения $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ взяты из статьи [55]. На вставке изображена зависимость от W эффективной концентрации $\tilde{N}^* = X_g^{4/7} \cdot X_g^{6/7} \cdot \tilde{N} \equiv \tilde{N}_{InP}$. Концентрация измерена в см^{-3} , напряженности поля — в В/см, толщина W — в мкм.

На рис. 7 и 8 приведены универсальные зависимости напряжения пробоя $V_{BD}^{(a)}$ от N и W , рассчитанные по формулам (12), (30)—(32). Из рис. 7 видно, что соотношениями Зи-Гиббонса (11), (12) [1, 3, 43] можно пользоваться для определения V_{BD} только при $N > N_{\min} \approx 10 \cdot \tilde{N}(W)$. Величина этой минимальной концентрации, например, для классических полупроводников Ge, Si, GaAs, GaP и InP при $W = (1 \div 2)$ мкм составляет $(1 \div 5) \cdot 10^{16}$ см⁻³. Как показано на нижней вставке к рис. 7, зависимость V_{BD} от N , строго говоря, немонотонна.

Такой характер зависимости $V_{BD}(N)$ обусловлен тем, что при достаточно малых концентрациях N напряженность поля пробоя E_{BD} растет быстрее, чем $|\nabla E| \propto N$, с увеличением N . Максимум V_{BD} достигается, как это следует из (31), при значении:

$$N = N_{\max} = (2^{\frac{s}{s-1}} - 1) \cdot \tilde{N}(W) \quad (79)$$

и составляет величину

$$V_{BD}^{(\max)} = [(s-1) \cdot 2^{\frac{s}{s-1}} + 1] \cdot (2s)^{-1} \cdot V_{BD}(0, W). \quad (80)$$

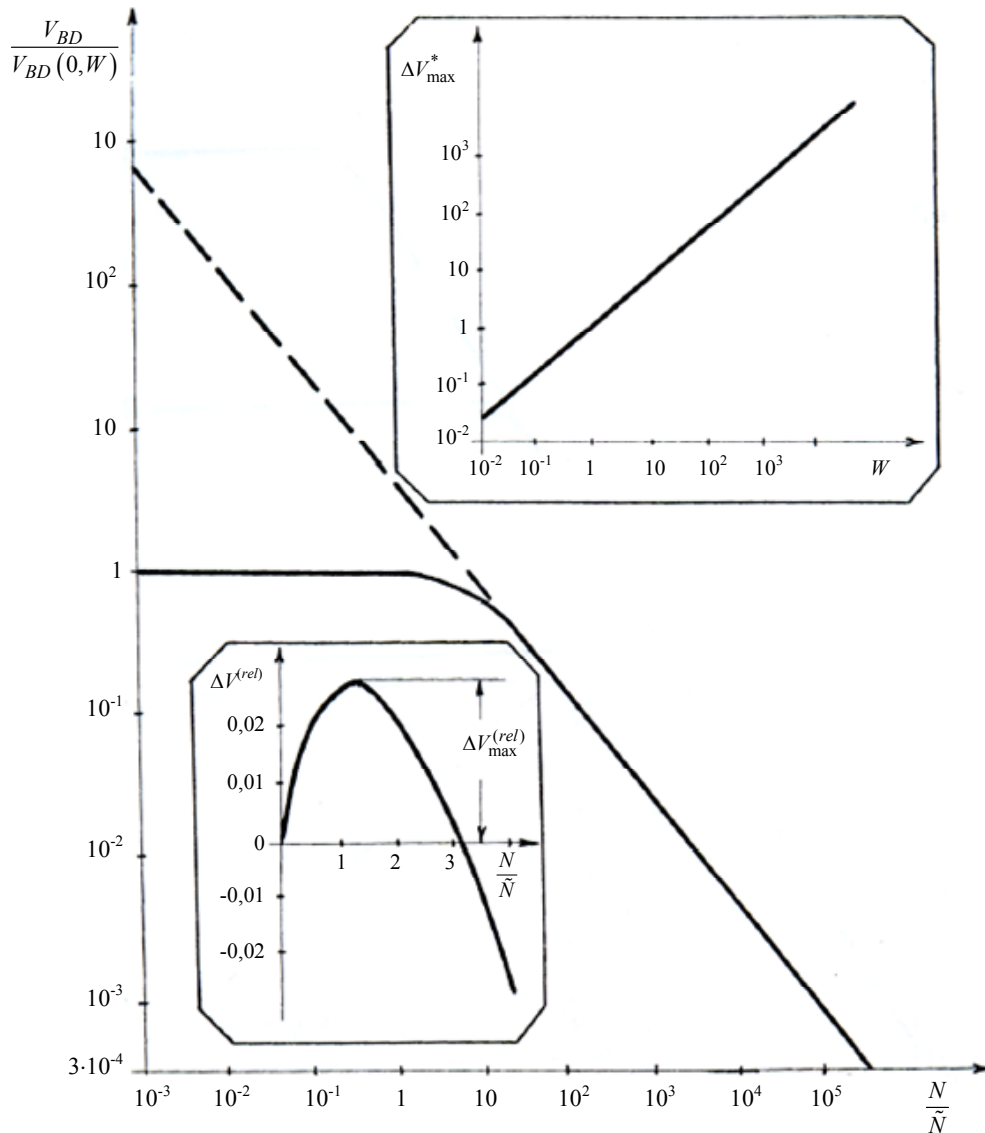


Рис. 7. Зависимость напряжения лавинного пробоя V_{BD} однородной $p^+ - n - n^+$ -структуры от концентрации легирующей примеси в базе N : сплошная линия — формулы (34), (35); пунктирная — выражения (11), (12). На нижней вставке: зависимость относительного напряжения $\Delta V^{(rel)} = [V_{BD}/V_{BD}(0, W)] - 1$ от нормированной на $\tilde{N}(W)$ концентрации при $N \leq 4 \cdot \tilde{N}(W)$. На верхней вставке: зависимость эффективного напряжения $\Delta V_{\max}^* = X_e^{-3/7} \cdot X_g^{6/7} \cdot [V_{BD} - V_{BD}(0, W)]_{\max} \equiv \Delta V_{\max}^{(InP)}$ от толщины базы W . Напряжение измерено в В, толщина W — в мкм.

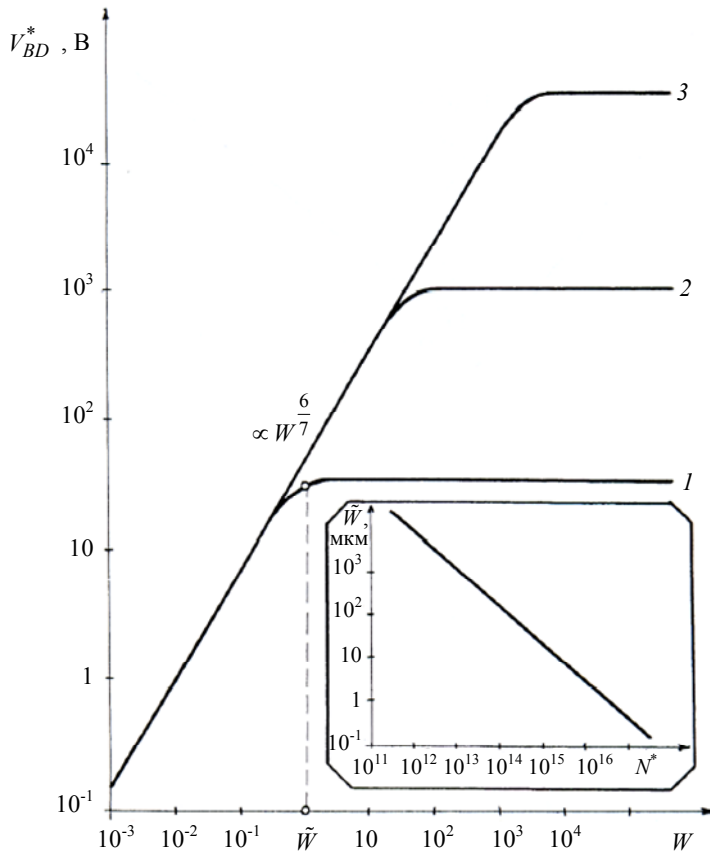


Рис. 8. Зависимость эффективного напряжения лавинного пробоя $V_{BD}^* = X_\varepsilon^{-3/7} \cdot X_g^{6/7} \cdot V_{BD} \equiv V_{BD}^{(InP)}$ гомогенной p^+-n^+ -структуры от толщины её базы W при трех значениях эффективной концентрации $N^* = X_\varepsilon^{4/7} \cdot X_g^{6/7} \cdot N \equiv N_{InP}$: 1 — $N^* = 3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, 2 — $N^* = 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, 3 — $N^* = 3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$. На вставке изображена зависимость \tilde{W} от N^* . Концентрация измерена в см^{-3} , напряжение — в В, толщина W — в мкм.

При $s=8$ значение $N_{\max} \approx 1,2 \cdot \tilde{N}$, $\Delta V_{\max}^{(rel)} \approx 2,86 \cdot 10^{-2} \ll 1$, абсолютная величина ΔV_{\max} может достигать десятков вольт и даже более (см. рис. 7). Аналитические зависимости $V_{BD}^{(a)}(N, W)$ (рис. 7 и 8) для ряда полупроводников хорошо совпадают с численными зависимостями $V_{BD}^{(c)}(N, W)$, рассчитанными на основе интегральных соотношений (1)—(3) [1—4, 26, 30, 47].

Отметим, что результаты сравнения $V_{BD}^{(a)}(N, W)$ с $V_{BD}^{(c)}(N, W)$ и $E_{BD}^{(a)}(N, W)$ с $E_{BD}^{(c)}(N, W)$ зависят от точности определения коэффициентов ударной ионизации электронов $\alpha(E)$ и дырок $\beta(E)$ — резких функций напряженности электрического поля E . Обычно разные авторы получают и разные результаты [1—4, 26, 30, 39, 43, 44, 53—55] (см., например, кривые 1 и 1' на рис. 5). Кроме того, вывод соотношений (1)—(3) основан на локальной связи α и β с $E(x)$ [1—4, 12, 26, 30, 39, 43, 44, 53—55], что не всегда выполняется [54, 56—58].

3.6.2. В разделе 3.4 показано, что есть основания предположить существование некоторой корреляции между значениями коэффициентов ударной ионизации электронов $\alpha(E)$ и дырок $\beta(E)$ и предложен

вид искомой связи (выражения (36) и (49)). Из рис. 9 видно, что значения $Z_0 \equiv \varepsilon^3 / E_g^6$ могут отличаться для разных полупроводников на много порядков. В то же время для рассмотренных на рис. 9 Ge, Si и GaP функция $c(E)$ [см. соотношения (36) и (49)] в интервале полей, в котором $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ изменяются на несколько порядков [59], остается, как это следует из (36) и (49), порядка единицы. Вычисления, основанные на экспериментальных зависимостях $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ работы [55], показывают, что в InP материале $c(E)$ оказывается еще ближе к 1. Из рис. 10 видно, что для GaAs функция $c(E)$ независимо от ориентации кристалла по отношению к электрическому полю слабо зависит от E по сравнению с коэффициентами ударной ионизации носителей (значения которых взяты из [60]) и отличается от 1 не более, чем в 2–3 раза. Аналогичная ситуация имеет место и в Ge (рис. 11, по данным работы [61]). В работе [62] показано, что измеренные в работах [29, 63] в интервале полей $E = (1,5 \div 2,7) \cdot 10^5$ В/см зависимости $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ можно в Ge описать формулами $\alpha(E) = 7,81 \cdot 10^{-34} \cdot E^7$, $\beta(E) \cong 2\alpha(E)$. Этот результат хорошо согласуется с выражением (36).

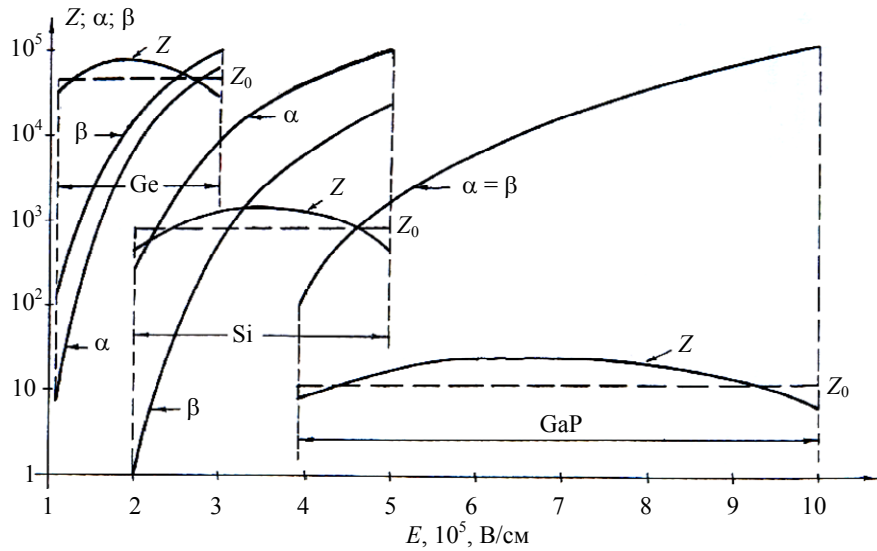


Рис. 9. Зависимость $Z(E)$ [соотношение (36)] в Ge, Si и InP для значений $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ работы [59].

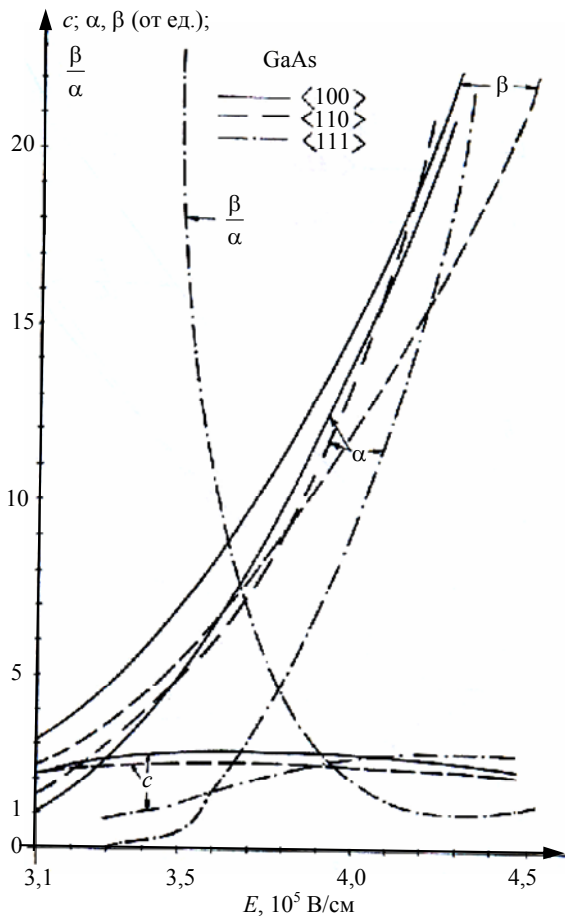


Рис. 10. Зависимость $c(E)$ при различных ориентациях кристалла GaAs по отношению к электрическому полю для значений $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ работы [60].

Отметим, что $c(E)$ примерно во столько же раз отличается от 1, во сколько раз значения $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ для одного и того же материала, полученное разными авторами, отличаются, соответствен-

но, друг от друга [1—3, 7, 30, 43, 39, 44, 53, 55, 57, 59—61, 64].

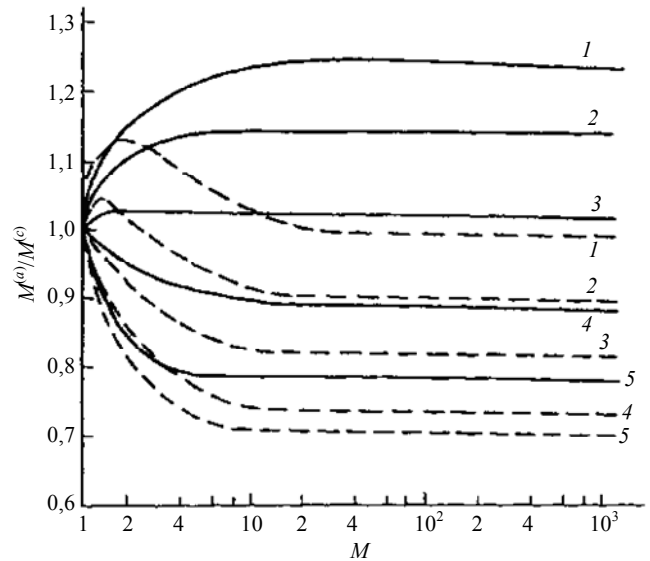


Рис. 11. Зависимость отношений аналитических значений коэффициентов лавинного размножения $M^{(a)}$ электронов и дырок к численным значениям $M^{(c)}$ [47] в ступенчатом асимметричном p-n-переходе на основе Ge от величины коэффициента размножения носителей $M = M^{(a)}$. Сплошные линии — электроны; штриховые — дырки. Концентрация легирующей примеси в высокоомной части p-n-перехода $N, \text{см}^{-3}$: 1 — 10^{15} , 2 — $3 \cdot 10^{15}$, 3 — 10^{16} , 4 — $3 \cdot 10^{16}$, 5 — $6 \cdot 10^{16}$. Значения $K(E)$, как и в [47], взяты из работы [43].

Используя процедуру, изложенную в разделе 3.4, можно вывести связь между $\alpha(E)$ и $\beta(E) = K(E) \cdot \alpha(E)$ и в том случае, когда соотношения (12), (14) не выполняются [30]. Искомая связь в этом случае в предположении степенной зависимости α от E и $K(E) = \text{const}$ впервые, по-видимому, была получена в работе [65].

3.6.3. Из формул (52), (62) и (74) следует, что показатели степени в соотношениях Миллера (50) для коэффициентов размножения электронов и дырок определяются выражениями:

$$n_n \cdot \ln v = \ln \left[(K_0^{v^\xi} - 1) / (K_0 - 1) \right], \quad (81)$$

$$n_p \cdot \ln v = \ln \left[\frac{K_0}{K_0 - 1} (1 - K_0^{-v^\xi}) \right], \quad (82)$$

где $\xi = 4, 5$ и 7 для ступенчатого p - n -перехода, линейного p - n -перехода и очень "тонкой" (73) p - n - n^+ -структуры (ситуация 1, 2 и 3 соответственно). Если толщина базы p - n - n^+ -структуры не очень мала, а именно, $W_0 < W < \tilde{W}$ (ситуация 4), то, как это следует из формул (67), показатели n_n и n_p также определяются выражениями (81) и (82), в правой части которых вместо v стоит \tilde{v} , а $\xi = 8$. Значение показателя \tilde{n} лежит между значениями n_n и n_p . Из соотношений (1) и (2) видно, что при $\alpha = \beta$ коэффициенты M_n , M_p и \tilde{M} совпадают между собой, т. е., $n_n = n_p = \tilde{n} = n$. Причем, как это следует из выражений (81) и (82), независимо от напряжения $n = 4, 5$ и 7 для ситуаций 1, 2 и 3 соответственно. Такие же значения имеют показатели степеней в соотношении Миллера при $V \ll V_{BD}$, точнее, при $|\ln K_0 / \ln v| \ll \xi$, независи-

мо от величины отношения $K_0 = \beta(E_0) / \alpha(E_0)$. При $V \rightarrow V_{BD}$ точнее, если

$$\Delta v = 1 - v \ll \min \left\{ \frac{1}{\xi |\ln K_0|}, \frac{1}{\xi} \right\}, \quad M \gg 1, \quad (83)$$

то для этих ситуаций

$$\begin{aligned} n_n &= n_{nB} \equiv \xi \cdot K_0 \cdot [\ln K_0 / (K_0 - 1)], \\ n_p &= n_{pB} \equiv \xi \cdot [\ln K_0 / (K_0 - 1)]. \end{aligned} \quad (84)$$

Рис. 4 позволяет сравнить численные значения $n_B^{(c)}$, рассчитанные в работе [47], и аналитические $n_B^{(a)}$, вычисленные по формулам (84), значения показателя степеней n_{nB} и n_{pB} ступенчатого асимметричного p - n -перехода. При вычислении зависимостей $n_B^{(a)}$, как и в работе [47], использованы функциональные зависимости $\alpha(E_0)$ и $\beta(E_0)$, экспериментально определенные в работе [43]. Как следует из соотношений (50), при $M \gg 1$ отношение аналитического значения коэффициента размножения $M^{(a)}$ к численному $M^{(c)}$ равно отношению $n_B^{(c)}$ к $n_B^{(a)}$ (рис. 11—13). Из рис. 11—13 видно, что для всех рассмотренных полупроводников при зависимостях $\alpha(E)$ и $\beta(E)$, представленных в работе [43], зависимости $M^{(a)}(V)$ и $M^{(c)}(V)$ друг от друга не отличаются более чем на 50 %.

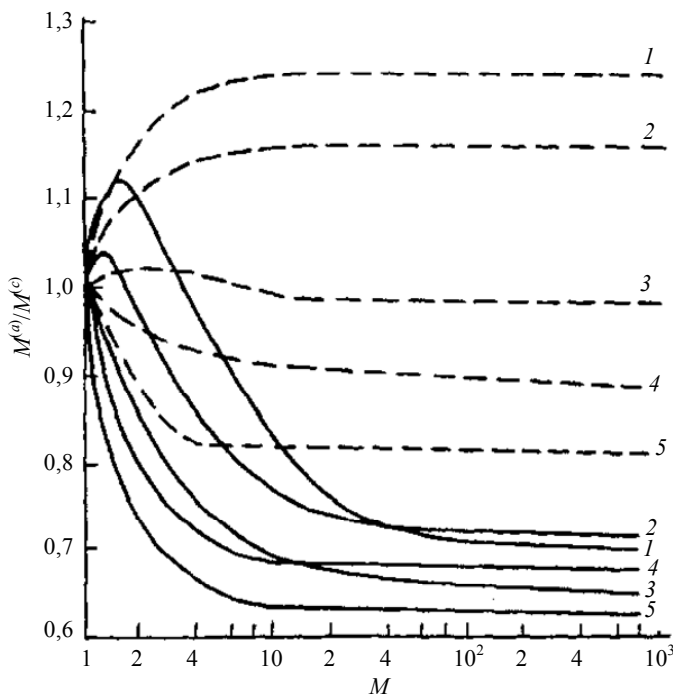


Рис. 12. Зависимость отношений аналитических значений коэффициентов лавинного размножения $M^{(a)}$ электронов и дырок к численным значениям $M^{(c)}$ [47] в ступенчатом асимметричном p - n -переходе на основе Si от величины коэффициента размножения носителей $M = M^{(a)}$. Сплошные линии — электроны; штриховые — дырки. Концентрация легирующей примеси в высокоомной части p - n -перехода N , см⁻³: 1 — 10^{15} , 2 — $3 \cdot 10^{15}$, 3 — 10^{16} , 4 — $3 \cdot 10^{16}$, 5 — $6 \cdot 10^{16}$. Значения $K(E)$, как и в [47], взяты из работы [43].

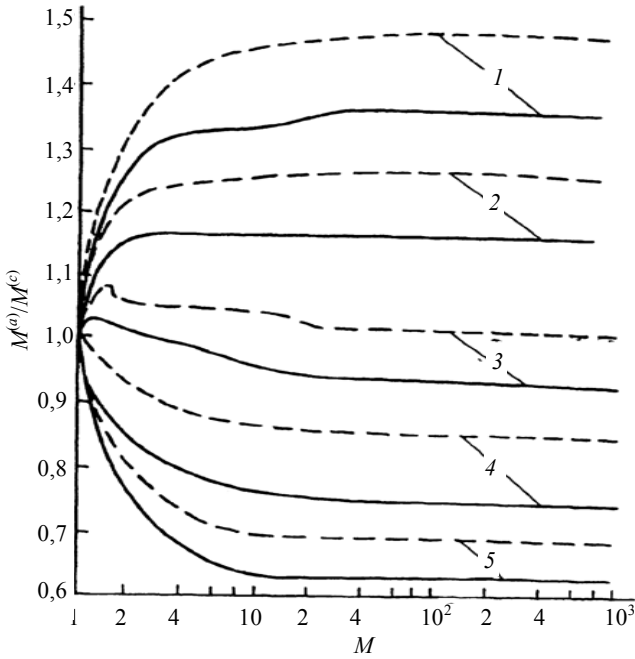
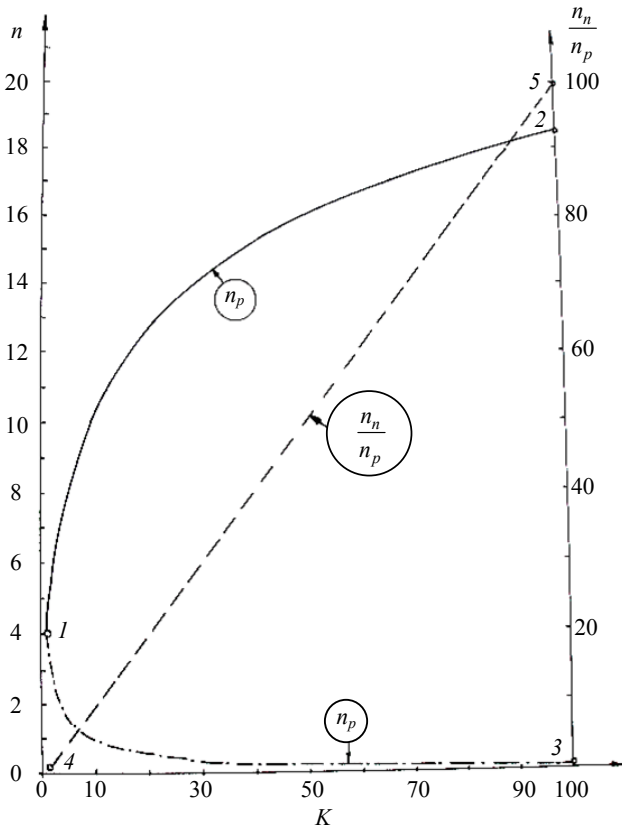


Рис. 13. Зависимость отношения аналитического значения коэффициента лавинного размножения носителей $M^{(a)}$ к численному значению $M^{(c)}$ [47] в ступенчатых асимметричных $p-n$ -переходах на основе GaAs (сплошные линии) и GaP (штриховые) от коэффициента размножения носителей $M = M^{(a)}$. Концентрация легирующей примеси в высокоомной части $p-n$ -перехода N , см^{-3} : 1 — 10^{15} , 2 — $3 \cdot 10^{15}$, 3 — 10^{16} , 4 — $3 \cdot 10^{16}$, 5 — $6 \cdot 10^{16}$. Значения $K(E)$, как и в [47], взяты из работы [43].

Зависимости показателей степеней $n_n^{(a)}$ и $n_p^{(a)}$ от напряжения и $n_{nB}^{(a)}$ и $n_{pB}^{(a)}$ от отношения $K = \beta/\alpha$ иллюстрируют рис. 3 и 14, соответственно.

Следует отметить, что численные значения показателя степени в соотношении Миллера, как и величина V_{BD} , зависят, естественно, от того какие функции $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ используются при расчете в соотношениях (1)—(3). Проиллюстрируем это на простейшем примере, когда $\alpha(E) = \beta(E)$ и $p-n$ -переход — ступенчатый. Варьируя выражения (1), (2), найдем, что в рассматриваемых условиях



$$n_B = \frac{\epsilon \cdot \epsilon_0}{500q \cdot N_{eff}} \cdot \alpha(E_{BD}) \cdot E_{BD}, \quad (85)$$

где $E_{BD} = E(0)$ при $V = V_{BD}$ определяется из условия

$$\int_0^{E_{BD}} \alpha(E) dE = \frac{100}{\epsilon \cdot \epsilon_0} \cdot N_{eff}. \quad (86)$$

На рис. 15, а представлены зависимости $n_B(N_{eff})$, рассчитанные на основе соотношений (85) и (86), для четырех значений $\alpha(E) = \beta(E)$, полученных разными авторами в GaAs [30, 59, 66, 62]. Видно, что аналитическое значение $n_{nB} = n_{pB} = 4$, вычисленное по формулам (84), примерно равно среднему значению по отношению к кривым 1—4 на рис. 15, а. В соответствии с полученными выше результатами выражения (52)—(58) не справедливы при концентрациях

Рис. 14. Зависимость предельных значений $n_B = \lim_{V \rightarrow V_{BD}} n(V)$ электронного n_n и дырочного n_p показателей степени в соотношении Миллера от $K = \beta/\alpha$ для "толстого" резкого $p-n$ -перехода.

$$N_{eff} > (N_{eff})_{max} \cong 2 \cdot 10^{17} (E_g)^2 \cdot E_i^{-4/3}, \quad (87)$$

что для многих полупроводников составляет величину порядка 10^{17} см^{-3} . При таких больших кон-

центрациях, как это следует из раздела 3.4 и работы [45] и соотношений (1)—(3), для ступенчатого p - n -перехода можно записать выражения:

$$n_n = \frac{\ln((K_0^v - 1)/(K_0 - 1))}{\ln v}, \quad n_p = n_n + \frac{1-v}{\ln v} \cdot \ln K_0, \quad (88)$$

причем

$$n_{nB} = K_0 \cdot \ln K_0 / (K_0 - 1) = K_0 \cdot n_{pB}. \quad (89)$$

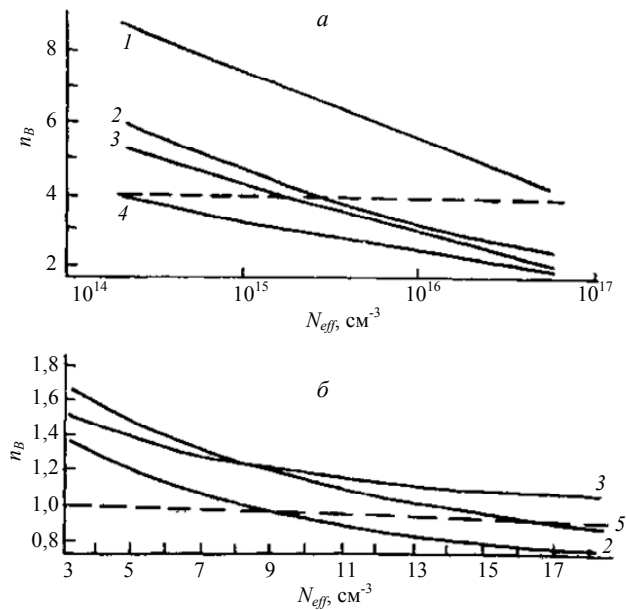


Рис. 15. Расчетные зависимости $n_B(N_{eff})$ в GaAs, вычисленные на основе различных зависимостей $\alpha(E) = \beta(E)$, взятых из работ: 1 — [72], 2 — [30], 3 — [59], 4 — [66], 5 — [43]. Штриховые прямые — аналитические значения.

Для сравнения на рис. 15, б представлены зависимости $n_B^{(c)}(N_{eff})$ и $n_B^{(a)}(N_{eff})=1$ в случае $\alpha = \beta$ (когда $n_{nB} = n_{pB} = n_B$). Видно, что значение $n_B^{(a)}(N_{eff})=1$ примерно равно среднему значению по отношению к численным кривым 2, 3, 5 на рис. 15, б. Отметим, что начиная с $N_{eff} \cong (N_{eff})_{max}$, зависимость напряжения пробоя V_{BD} от N_{eff} по мере роста N_{eff} становится все слабее по сравнению с выражениями (53) и (54). В пределе V_{BD} стремится к значению $V_{BD} = E_i / q$. Этот вывод соответствует работам [30, 67].

Полученные результаты хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований ряда p - n -структур, в т.ч. на основе Si, Ge, GaAs, GaP [1—3, 26, 29, 30, 39, 43, 48, 55, 65]. Приведем здесь три конкретных примера.

При экспериментальном исследовании в работе [29] пробоя германиевого ступенчатого p - n -пе-

рехода измеренные значения показателей степеней в соотношении Миллера оказались лежащими в диапазоне от 3 до 6,6. Такие же значения дают и выражения (81) и (82) при $\xi = 4$, если учесть что в Ge при использованных в работе [29] уровнях легирования $K_0 = 2 \div 3$ [1—3, 29, 30, 39, 65].

В лавинном фотодиоде на основе структуры металл-диэлектрик-полупроводник, экспериментально исследованной в работе [48], размножение носителей происходит в толстой p -Si подложке. С точки зрения лавинного процесса, такая структура аналогична ассиметричному ступенчатому n^+ - p -переходу. Поэтому для неё применимы выражения (81), (82), (84) со значением $\xi = 4$. Концентрация мелких легирующих акцепторов в подложке рассматриваемой структуры составляла 10^{15} см^{-3} . При таком уровне легирования лавинный пробой в Si происходит тогда, когда напряженность электрического поля в Si вблизи гетерограницы диэлектрик-полупроводник достигает величины $E_{BD} \cong 3 \cdot 10^{15} \text{ В/см}$ (раздел 3.1, раздел 3.2, [1, 3, 14, 43]), а поэтому $K_0 \cong 10^{-2}$ [1—3, 30, 39, 41, 43, 64]. Измеренное в [48] значение n_n при $V_{BD} - V \ll V_{BD}$ оказалось равным 0,2. Из формул (84) при $K_0 \cong 10^{-2}$ следует, что $n_{nB} = 0,186$.

В таблицах 1 и 2 приведены экспериментальные [65] и вычисленные по формулам (52), (62) значения коэффициентов размножения электронов $M_n(V)$ и дырок $M_p(V)$ в германии для ступенчатого и линейного p - n -переходов. Видно, что для этих переходов экспериментальные и аналитические значения коэффициентов размножения отличаются друг от друга менее, чем на 20 % во всем измеренном диапазоне напряжений V .

Таблица 1

Экспериментальные [65] и вычисленные по формулам (52) значения коэффициента лавинного размножения дырок M_p в ступенчатом германиевом p - n -переходе при различных отношениях приложенного напряжения V к напряжению лавинного пробоя V_{BD} .
Принято, что $K_0 = 2$ [65]

V/V_{BD}	M_p	
	Эксперимент	Теория
0,65	1,35	1,30
0,70	1,50	1,44
0,75	1,75	1,65
0,80	2,10	1,98
0,85	2,65	2,55
0,90	3,70	3,71
0,95	7,00	7,30

Таблица 2

Экспериментальные [65] и вычисленные по формулам (62) значения коэффициента лавинного размножения дырок M_p и электронов M_n в линейном германиевом p - n -переходе при различных отношениях приложенного напряжения V к напряжению лавинного пробоя V_{BD}

V/V_{BD}	M_p		M_n		K_0 [65]
	Эксперимент	Теория	Эксперимент	Теория	
0,65	1,25	1,19	1,12	1,09	2,10
0,70	1,40	1,28	1,20	1,14	2,0
0,75	1,60	1,44	1,30	1,22	2,0
0,80	1,85	1,70	1,40	1,33	2,10
0,85	2,40	2,13	1,70	1,56	2,0
0,90	3,50	3,10	2,20	2,0	2,10
0,95	6,80	5,89	3,90	3,45	2,0
0,975	13,0	11,64	7,0	6,32	2,0
0,98	—	14,52	—	7,76	2,0
0,985	—	19,33	—	10,16	2,0
0,99	30	28,9	—	14,97	2,0

Наконец, интересно посмотреть, к каким следствиям приводит применение соотношений (49), (84) к InSb. Дело в том, если зависимость $\alpha(E)$ в этом материале была довольно хорошо известна еще в 1967 г. [68], то получить информацию о зависимости $\beta(E)$ никак не удавалось [44, 69—71]. Подставив в (49) зависимость $\alpha(E)$ для InSb [71], найдем что отношение $K = \beta(E) / \alpha(E)$ исчезающе мало, вплоть до напряженности электрического поля $E \cong 4 \cdot 10^4$ В/см, вследствие чего значение n_{pB} чрезвычайно велико, значение же n_{nB} чрезвычайно мало. Это означает, что $M_n(V)$ становится много больше единицы уже при напряжениях V , заметно меньших напряжения лавинного пробоя V_{BD} . Значение же $M_p(V)$ остается равным единице вплоть до значений V , предельно близких к V_{BD} . Полученное следствие соотношений (49), (84) очень хорошо согласуется с экспериментальными данными работ [68, 69] и объясняет, почему умножение дырок в InSb наблюдать чрезвычайно тяжело [44, 68—71].

Заключение

Данная работа представляет собой первую часть общего обзора. В этой части проведена общая постановка задачи по аналитическому вычислению межзонных туннельных токов в p - n -структурах, прежде всего, на основе прямозонных полупроводников, в условиях лавинного размножения носителей, их коэффициентов размножения и лавинных факторов шума. Выполнена программа по вычислению коэффициентов размножения, а именно, они представлены в аналитическом виде.

Рассмотрены наиболее характерные ситуации: ступенчатый (резкий) и плавный (линейный) p - n -переходы и тонкая $p^+n(p)-n^+$ -структура (типа $p-i-n$). Выведены формулы для напряжения лавинного пробоя V_{BD} и показателя степени в соотношении Миллера для зависимости коэффициента размножения носителей от приложенного напряжения V . На примере полупроводников Ge, Si, GAP и InSb показано, что полученные аналитические результаты находятся в хорошем количественном согласии с проведенными ранее численными расчетами и экспериментальными данными. Эти результаты позволяют быстро и с хорошей точностью оценивать коэффициенты размножения электронов и дырок при заданном приложенном напряжении V .

ЛИТЕРАТУРА

1. Зи С. М. Физика полупроводниковых приборов. Кн. 1. — М.: Мир, 1984.
2. Техника оптической связи: фотоприемники. Под ред. У. Тсанга. (пер. с англ. под ред. М. А. Трищенко). — М.: Мир, 1988.
3. Sze S. M., Ng Kwok K. Physics of Semiconductors Devices. — Wiley, 2007.
4. Stillman G. (ed.) // IEEE J. Quant. Electron. 1981. Vol. QE-17. No. 2.
5. Филачев А. М., Таубкин И. И., Трищенко М. А. Современное состояние и магистральные направления развития твердотельной фотоэлектроники. — М.: Физматкнига, 2010.
6. Kim O. K., Forrest S. R., Bonner W. A., Smith R. G. // Appl. Phys. Lett. 1981. Vol. 39. No. 5. P. 402.
7. Forrest S. R., Kim O. K., Smith R. G. // Solid-State Electron. 1983. Vol. 26. No. 10. P. 951.
8. Tarof L. E., Knight D. G., Fox K. E. et al. // Appl. Phys. Lett. 1990. Vol. 57. No. 7. P. 670.
9. Into M., Kaneda T., Nakagim K. a et al. // Solid-State Electron. 1981. Vol. 25. No. 5. P. 421.
10. Clark W. A., Voccaro R., Waters W. D. et al. // Proceedings of SPIE. 2007. Vol. 6796. P. 67962H.

11. Hayat M. M., Ramirez D. A. // Optics Express. 26 March 2012. Vol. 20. No. 7. P. 8024.
12. Филачев А. М., Таубкин И. И., Трищенко М. А. Твердотельная фотоэлектроника. Фотодиоды. — М.: Физматкнига, 2011.
13. Туннельные явления в твердых телах. Под ред. Бурштейна Э. и Лундквиста С. — М.: Мир, 1973.
14. Осипов В. В., Холоднов В. А. // ФТП. 1987. Т. 21. № 11. С. 2078.
15. Холоднов В. А. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 15. С. 1349.
16. Холоднов В. А. // Оптический журнал. 1996. № 6. С. 53.
17. Холоднов В. А. // ФТП. 1996. Т. 30. № 6. С. 1051.
18. Холоднов В. А. // Радиотехника и Электроника. 1998. Т. 43. № 10. С. 1.
19. Курочкин Н. Е., Холоднов В. А. // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. № 17. С. 9.
20. Осипов В. В., Холоднов В. А. // ЖТФ. 1989. Т. 59. № 1. С. 80.
21. Kholodnov V. A., Nikitin M. C. In book "Photodiodes — From Fundamentals to Applications". — Rijeka, Croatia: InTech, 2012. P. 27.
22. Groves C., Tan C. H., David J. P. R., Rees G. J., Hayat M. M. // IEEE Transactions on Electron Devices. 2005. V. 52. No. 7. P. 1527.
23. Холоднов В. А. // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. № 16. С. 10.
24. Браер А. М., Забенькин О. А. и др. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. № 8. С. 8.
25. Холоднов В. А. // Оптический журнал. 1996. № 6. С. 42.
26. Stillman G. E., Cook L. W. et al. // IEEE Transactions on Electron Devices. 1983. Vol. ED-30. No. 4. P. 364.
27. Buekhard H., Dinges H. W. et al. // J. Appl. Phys. 1982. Vol. 53. No. 1. P. 655.
28. Casev H. C., Panish M. B. // Heterostructure lasers. — New York-San Francisco-London: Academic Press, 1978.
29. Miller S. L. // Phys. Rev. 1955. Vol. 99. P. 1234.
30. Грехов И. В., Сережкин Ю. Н. Лавинный пробой p - n -перехода в полупроводниках. — Л.: Энергия, 1980.
31. Арцис Н. Х., Холоднов В. А. // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29. № 1. С. 151.
32. Ando H., Kanbe H. et al. // Jap. J. Appl. Phys. 1980. Vol. 19. No. 6. P. 277.
33. Trommer R. // Frequenz. 1984. Vol. 38. No. 9. P. 212.
34. Вуль А. Я. // Электронная техника, сер.2, полупроводниковые приборы. 1980. № 5 (140). С. 49.
35. McIntere R. // Electron Devices. 1966. Vol. ED-13. No. 1. P. 164.
36. Курочкин Н. Е., Холоднов В. А. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. № 9. С. 70.
37. Kurocnkin N. E., Kholodnov V. A. // Proceedings of SPIE. 1999. Vol. 3819. P. 116.
38. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров (пер. с англ. Под ред. И. Г. Арамановича). — М.: Наука, 1977.
39. Stillman G. E., Wolf C. M. Avalanche photodiodes, Semiductors and Semimetals. Ed. by Willardson R. K. and Beer A. C. Acad. Press, New York-San Francisco-London, 1977, Vol. 12.
40. Levinshtein M., Kostamovaara J. and Vainshtein S. Breakdown Phenomena in Semiconductors and Semiconductor Devices. World Scientific Publishing. 2005.
41. Sadao Adachi. Properties of Semiconductor Alloys: Group-IV, III-V and II-VI Semiconductors. 2009. John Wiley & Sons. Ltd. ISBN: 978-0-470-74369-0.
42. Giovanni Ghio. Semiconductor Devices for High-Speed Optoelectronics. Cambridge-New York-Melbourne-Madrid-Cape Town-Singapore-Sro Paulo-Delhi-Dubai-Tokyo — Cambridge University Press, 2009.
43. Sze S. M., Gibbons G. // Appl. Phys. Lett. 1966. Vol. 8. No. 5. P. 111.
44. Dmitriev A. P., Mikhailova M. P., Yassievich I. N. // Phys. St. Sol. (b). 1987. Vol. 140. No. 1. P. 9.
45. Холоднов В. А. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 6. С. 551.
46. Анисимова И., Викулин И., Заитов Ф., Курмаилов Ш. Полупроводниковые фотоприемники. Ультрафиолетовый, видимый и ближний инфракрасный диапазоны спектра. Под ред. Стафеева В. И. — М.: Радио и связь, 1984.
47. Legierre R. and Urgell J. // Solid State Electron. 1976. Vol. 19. P. 875.
48. Bogdanov S. V., Kravchenko A. B., Plotnikov A. F., Shubin V. E. // Phys. status solidi. 1986. Vol. A 93. P. 361.
49. Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д. Элементы прикладной математики. — М.: Наука, 1972.
50. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Физ.-мат. литература, 1963.
51. Гасанов А. Т., Головин В. М., Садыгов З. Я., Юсупов Н. Ю. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 8. С. 706.
52. Brain M. C. // Opt. and Quant. Electron. 1981. Vol. 13. No. 2. P. 353.
53. Тагер А. С., Валь-Перлов В. М. Лавинно-пролетные диоды и их применение в технике СВЧ. — М.: Сов. Радио, 1968.
54. McIntere R. IEEE Transactions on Electron Devices. 1972. Vol. ED-19. No. 6. P. 703.
55. Cook L. W., Bulman G. E., Stillman G. E. // Appl. Phys. Lett. 1982. Vol. 40. No. 7. P. 589.
56. Gribnikov Z. S., Ivastchenko V. M., Mitin V. V. // Phys. St. Sol. (b). 1981. Vol. 105. No. 2. P. 451.
57. Okuto Y., Growell C. R. // Phys. Rev. 1974. Vol. 10. No. 10. P. 4284.
58. McIntyre R. J. // IEEE Trans. Electron Devices. 1999. Vol. 46. P. 1623.
59. Okuto Y., Growell C.R. // Solid State Electron. 1975. Vol. 18. No. 2-D. P. 161.
60. Lee M. H., Sze C. M. // Solid State Electron. 1980. Vol. 23. No. 9. P. 1007.
61. Mikawa T., Kagawa S., Kaneda T., Toyama T. // Appl. Phys. Lett. 1980. Vol. 37. No. 4. P. 387.
62. Kobajashi M., Shimizu A., Ishida T. // Electronics and Communication in Japan. 1969. Vol. 52-C. No. 9. P. 167.
63. Mc Kay K. G., Mc Afee K. B. // Phys. Rev. 1953. Vol. 91. No. 5. P. 1079.
64. Кузьмин В. А., Крюкова Н. Н., Кюрегян А. С., Мнацкянов Т., Шуман В. // ФТП. 1975. Т. 9. № 4. С. 735.
65. Шотов А. П. // ЖТФ. 1958. Т. 28. № 3. С. 437.
66. Kressel H., Kupsky G. M. W. // Int. J. Electronics. 1966. Vol. 20. No. 6. P. 535.
67. Nuttal K. J., Nield M. W. // Int. J. Electronics. 1974. Vol. 37. No. 3. P. 295.
68. Baertch R. D. // J. Appl. Phys. 1967. Vol. 38. No. 11. P. 4267.
69. Дмитриев А. П., Михайлова М. П., Яссиевич И. Н. // ФТП. 1983. Т. 17. № 5. P. 875.
70. Dmitriev A. P., Mikhailova M. P., Yassievich I. N. // Phys. Status Solidi (b). 1982. Vol. 113. No. 1. P. 125.
71. Гаврюшко В. В., Косоогов О. В., Лебедев В. Д. // ФТП. 1978. Т. 12. № 12. С. 2351.
72. Shabde S. N., Yeh C. // J. Appl. Phys. 1970. Vol. 41. P. 4743.

Analytical description of characteristics of the avalanche photodiodes (a review) Part I

I. D. Burlakov^{1,4}, A. M. Filachev^{1,4}, and V. A. Kholodnov^{1,2,3,4}

¹ Orion R&P Association, Inc.
9 Kosinskaya str., Moscow, 111538, Russia

² V. A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics, RAS
11 Mokhovaya str, Moscow, 125009, Russia
E-mail: vkholodnov@mail.ru

³ Moscow Institute of Physics and Technology
9 Institute al., Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russia

⁴ Moscow Institute of Radio Electronics and Automatics (MIREA)
78 Vernadsky av., Moscow, 119454, Russia

Received January 22, 2016

Analytical expressions for avalanche multiplication factors of charge carriers in p^+-n structures are presented. The most typical configurations: stepwise (abrupt) and gradual (linear) $p-n$ junction and thin $p^+-n(p)-n^+$ structure (like as $p-i-n$) are considered. Formulae for avalanche breakdown voltage V_{BD} and exponent in Miller's relation for dependence of multiplication factors of charge carriers on applied voltage are derived. Application of obtained analytical formulae to calculate characteristics of diode structures based on semiconductors Si, Ge, GaP and InSb gives in the result good quantitative agreement with previously published numerical and experimental data. Obtained results allow quick and precise estimation of multiplication factors of electrons and holes at a given applied voltage V .

Dependence of inter-band tunnel current at avalanche breakdown voltage in heterostructure with p^+-n junction in "wide-gap" layer on parameters of used semiconductor materials, doping levels of "high-resistivity" layers and their thicknesses is analyzed theoretically. It is shown that tunnel current depends, as a rule, non-monotonically on dopant's concentration in "high-resistivity" region of "wide-gap" layer. Moreover there is optimal dopant's concentration when tunnel current reaches absolute minimum for given layer thickness and doping level of "narrow-gap" layer, this result is very interesting for practical applications. Simple formula for evaluation of that optimal concentration is derived. Analytical expression for estimation of minimal value of tunnel current is obtained also. In real cases tunnel currents can vary by several orders of magnitude. It is found that increase of doping level of "narrow-gap" layer leads in many cases to decrease in tunnel current. It is shown that tunnel current does not fall to zero with lowering of doping level of "high-resistivity" layers of heterostructure and at some concentration it becomes independent on doping level. A similar effect takes place for homogeneous p^+-n junction. Physical reasons of such behavior of tunnel current at avalanche breakdown voltage are discussed. Technique for optimization of heterostructure's parameters of high-quality avalanche heterophotodiode (AHPD) with separate regions of absorption and multiplication is developed. It are carried out, as an example, specific calculations for using extensively $InP_{0.53}Ga_{0.47}As-InP$ heterostructure.

Possibility of description of transient phenomena in $p-i-n$ avalanche photodiode (APD) by elementary functions is considered, first of all in the case when initially applied voltage V_0 is higher than V_{BD} . Formulation of the problem is caused by need to know the explicit conditions of APD operation in Geiger mode. Simple expression describing dynamics of avalanche process in Geiger mode is derived. Formula for total time of its progress is obtained. Analytical expression for realization of Geiger mode of operation is presented. The conditions of applicability of obtained results are defined.

On the basis of analytical calculations advantages of AHPD with separate absorption and multiplication regions of type "low-high-low" before classical samples are discussed and shown in concluding part.

PACS: 72.20.Ht, 72.20.Jv, 85.30.Mn, 85.30.Kk

Keywords: percussion generation of hole-electron pairs, coefficients of percussion ionization, avalanche photodiode, AHPD, field and voltage of avalanche discharge, $p-i-n$ structure, $p-n$ -heterostructure, avalanche heterostructure photodiode, separate areas of absorption and multiplication, band-to-band tunnel current, photosensitivity, noise spectral density, avalanche noise factor, speed capability, an AHPD of the classic type and the "low-high-low" type, Geiger regime, analytical model.

REFERENCES

1. S. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*. (New York: John Wiley and Sons, 1981).
2. W. Tsang (ed.). *Lightwave Communication Technology: Photodetectors. Semiconductors and Semimetals Vol. 22, Part D*, Willardson R. & Beer A. (eds.). (New York-London-Tokyo: Academic Press, 1985).
3. S. M. Sze and K. Ng Kwok, *Physics of Semiconductors Devices*. (Wiley, 2007).
4. G. Stillman (ed.), IEEE J. Quant. Electron. **QE-17** (2) (1981).
5. A. M. Filachev, I. I. Taubkin, and M.A. Trishenkov, *Current State and Main Directions of Development of Solid-State Photoelectronics*. (Moscow, Fizmatkniga, 2010) [in Russian].
6. O. K. Kim, S. R. Forrest, W. A. Bonner, and R. G. Smith, Appl. Phys. Lett. **39**, 402 (1981).
7. S. R. Forrest, O. K. Kim, and R.G.Smith, Solid-State Electron. **26**, 951 (1983).
8. L. E. Tarof, D. G. Knight, K. E. Fox, et al., Appl. Phys. Lett. **57**, 670 (1990).
9. M. Into, T. Kaneda, K. Nakagima, et al., Solid-State Electron. **25**, 421 (1981).
10. W.A. Clark, R. Voccaro, W. D. Waters, et al., Proceedings of SPIE **6796**, 67962H (2007).
11. M. M. Hayat and D.A. Ramirez, Optics Express. **20**, 8024 (2012).
12. A. M. Filachev, I. I. Taubkin, and M. A. Trishenkov, *Solid-State Photoelectronics. Photodiodes*. (Moscow, Fizmatkniga, 2011) [in Russian].
13. *Tunneling Phenomena in Solids*. Ed. by E. Burstein and S. Lundqvist. (New York: Plenum Press, 1969).
14. V. V. Osipov and V. A. Kholodnov, Semiconductors **20**, 1299 (1987).
15. V. A. Kholodnov, Tech. Phys. Lett. **14**, 589.
16. V. A. Kholodnov, J. Optical Technology **63**, 459 (1996).
17. V. A. Kholodnov, Semiconductors **30**, 558 (1996).
18. V. A. Kholodnov, Comm. Techn. and Electronics **43**, 1166 (1998).
19. V. A. Kholodnov and N.E. Kurochkin, Tech. Phys. Lett. **24**, 668 (1998).
20. V. V. Osipov and V. A. Kholodnov, Zh. Tekh. Fiz. 1989. V. **59** (1), 80.
21. V. A. Kholodnov and M. C. Nikitin, in *Book: Photodiodes. From Fundamentals to Applications*. (Rijeka, Croatia: In-Tech, 2012). P. 27.
22. C. Groves, C.H. Tan, J. P. R. David, G. J. Rees, and M.M. Hayat, IEEE Transactions on Electron Devices **52**, 1527 (2005).
23. V. A. Kholodnov, Tech. Phys. Lett. **35**, 744 (2009).
24. A. Braer, O. Zaben'kin, A. Kulymanov, O. Ogneva, V. Ravich, and I. Chinareva, Pisma Zh. Tekh. Fiz. **16**, N. (8), 8.
25. V. A. Kholodnov, J. Optical Technology **63**, 449 (1996).
26. G. E. Stillman, L. W. Cook et al., IEEE Transactions on Electron. Devices **ED-30**, 364 (1983).
27. H. Buekhard, H. W. Dinges et al., J. Appl. Phys. **53**, 655 (1982).
28. H. C. Casev and M. B. Panish, *Heterostructure Lasers*. (New York-San Francisco-London: Academic Press, 1978).
29. S. L. Miller, Phys. Rev. **99**, 1234 (1955).
30. I. V. Grekhov and Yu.N. Serezhkin, Avalanche Breakdown of p-n Junction in Semiconductors. (Leningrad: Energiya, 1980). [in Russian].
31. N. Kh. Artsis and V. A. Kholodnov, Radio Tekh. Elektron. **29** (1), 151 (1984).
32. H. Ando, H. Kanbe, et al., Jap. J. Appl. Phys. **19**, 277 (1980).
33. R. Trommer, Frequenz. **38**, 212 (1984).
34. A. Wou, Electr. Tekhnika. Ser. 2, Semicond. Devices, No. 5, 49 (1980).
35. R. McIntere, Electron. Devices **ED-13**, 164 (1966).
36. N. E. Kurocokin and V. A. Kholodnov, Tech. Phys. Lett. **25**, 369 (1999).
37. N. E. Kurocokin and V. A. Kholodnov, Proceedings of SPIE **3819**, 116 (1999).
38. G. Korn and T. Korn, *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulas for Reference and Review*. (USA: Dover Publications, 2nd Revised Edition, 2000).
39. G. E. Stillman and C. M. Wolf, *Avalanche Photodiodes, Semiconductors and Semimetals*. (New York-San Francisco-London: Acad. Press, 1977, V. 12).
40. M. Levinshtein, J. Kostamovaara and S. Vainshtein, *Breakdown Phenomena in Semiconductors and Semiconductor Devices*. (World Scientific Publishing, 2005).
41. SADAQ ADACHI, *Properties of Semiconductor Alloys: Group-IV, III-V and II-VI Semiconductors*. (John Wiley & Sons, 2009).
42. GIOVANNI GHIO, *Semiconductor Devices for High-Speed Optoelectronics*. (Cambridge-New York-Melbourne-Madrid-Cape Town-Singapore-Sro Paulo-Delhi-Dubai-Tokyo: Cambridge University Press, 2009).
43. S. M. Sze and G. Gibbons, Appl. Phys. Lett. **8** (5), 111 (1966).
44. A. P. Dmitriev, M. P. Mikhailova, and I. N. Yassievich, Fiz. Tverd. Tela **140** (1), 9 (1987).
45. V. A. Kholodnov, Tech. Phys. Lett. **14**, 246 (1988).
46. I. Anisimova, I. Vikulin, F. Zaitov, and Sh. Kurmashev, *Semiconductor Photodetectors. Ultraviolet, Visible and Near-Infrared Spectral Ranges* (Moscow: Radio i Svyaz, 1984) [in Russian].
47. R. Leguerre and J. Urgell, Solid State Electron. **19**, 875 (1976).
48. S. V. Bogdanov, A. B. Kravchenko, A. F. Plotnikov, and V. E. Shubin, Phys. Status Solidi. **A 93**, 361 (1986).
49. Ya. B. Zeldovich and A. D. Myshkis, Elements of Applied Mathematics. (Moscow: Nauka, 1972) [in Russian].
50. I. S. Gradstein and I. M. Ryzhyk, Tables of Integrals, Sums, Series and Products. (Moscow: Fiz-math Literature Publishing, 1963) [in Russian].

51. A. T. Gasanov, V. M. Golovin, Z. Ya. Sadygov, and N. Yu. Yusipov, *Pisma Zh. Tekh. Fiz.* **14**, 706 (1988).
52. M. C. Brain, *Opt. and Quant. Electron.* **13**, 353 (1981).
53. A. S. Tager and V. M. Vald-Perlov, *Impact Avalanche and Transit-Time (IMPATT) Diodes and Its Application in Microwave Engineering*, (Moscow: Sov. Radio, 1968) [in Russian].
54. R. McIntere, *IEEE Transactions on Electron. Devices* **ED-19**, 703 (1972).
55. L. W. Cook, G. E. Bulman, and G. E. Stillman, *Appl. Phys. Lett.* **40**, 589 (1982).
56. Z. S. Gribnikov, V. M. Ivastchenko, and V. V. Mitin, *Fiz. Tverd. Tela* **105**, 451 (1981).
57. Y. Okuto and C. R. Growell, *Phys. Rev.* **10**, 4284 (1974).
58. R. J. McIntyre, *IEEE Trans. Electron Devices* **46**, 1623 (1999).
59. Y. Okuto and C. R. Growell, *Solid State Electron.* **18**, 161 (1975).
60. M. H. Lee and C. M. Sze, *Solid State Electron.* **23**, 1007 (1980).
61. T. Mikawa, S. Kagawa, T. Kaneda, and T. Toyama, *Appl. Phys. Lett.* **37**, 387 (1980).
62. M. Kobajashi, A. Shimizu, and T. Ishida, *Electronics and Communication in Japan* **52-C**, 167 (1969).
63. K. G. Mc Kay and K. B. Mc Afee, *Phys. Rev.* **91**, 1079 (1953).
64. V. A. Kuzmin, N. N. Krjukova, A. S. Kjuregjan, T. Mnatsekanov, and V. Shuman, *Fiz. Tekh. Poluprovodn.* **9**, 735 (1975).
65. A. P. Shotov, *Zh. Tekh. Fiz.* **28**, 437 (1958)
66. H. Kressel and G. M. W. Kupsky, *Int. J. Electronics* **20**, 535 (1966).
67. K. J. Nuttal and M. W. Nield, *Int. J. Electronics* **37**, 295 (1974).
68. R. D. Baertch, *J. Appl. Phys.* **38**, 4267 (1967).
69. A. P. Dmitriev, M. P. Mikhailova, and I. N. Yassievich, *Fiz. Tekh. Poluprovodn.* **17**, 875 (1983).
70. A. P. Dmitriev, M. P. Mikhailova, I. N. Yassievich, *Phys. Status Solidi (b)* **113**, 125 (1982).
71. V. V. Gavryushko, O. V. Kosogov, and V. D. Lebedev, *Fiz. Tekh. Poluprovodn.* **12**, 2351 (1978).
72. S. N. Shabde and C. Yeh, *J. Appl. Phys.* **41**, 4743 (1970).