

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 534.2, 534-8, 534-16

ЧИСТО СДВИГОВЫЕ ОБРАТНЫЕ ВОЛНЫ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПЛАСТИНАХ НИОБАТА КАЛИЯ X- И Y-СРЕЗОВ

© 2016 г. И. Е. Кузнецова^{1,*}, В. Г. Можаяев^{2,**}, И. А. Недоспасов^{1,2,***}

¹Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН,
Российская Федерация, 125009, Москва, ул. Моховая, 11, стр. 7

²Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Российская Федерация, 119991, Москва, Ленинские горы, 1, стр. 2

*E-mail: kuziren@yandex.ru,

**E-mail: vgmozhaev@mail.ru,

***E-mail: nedospasov.ilya@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 12.08.2015 г.

Исследован вопрос о существовании чисто сдвиговых обратных волн и волн с нулевой групповой скоростью в пластинах X- и Y-срезов ромбического кристалла ниобата калия, отличающегося от других кристаллов исключительно сильным пьезоэффектом. В явной аналитической форме получены дисперсионные уравнения задачи, которые в случае границы кристалла с вакуумом изучаются численно. Выделены два фактора, способствующие возникновению обратных волн: отрицательное смещение лучей объемных сдвиговых волн при наклонном отражении от поверхности в пьезокристаллах и вогнутость сечения поверхности медленности для сдвиговых объемных волн вблизи оси X в пластине ниобата калия. Численно обнаружены обширные частотные диапазоны существования симметричных и антисимметричных обратных волн первого и второго порядков в пластине X-среза, для которого действуют оба указанных фактора. Для изучения дисперсионного расплывания импульсов обратных сдвиговых волн предложено использовать параболическое уравнение, отвечающее второму приближению в теории дисперсии. Показано, что коэффициент “диффузии” в этом уравнении обращается в нуль на выделенных частотах, что приводит к существенному подавлению дисперсионных искажений импульсов изучаемых волн.

DOI: 10.7868/S0033849416110085

ВВЕДЕНИЕ

Обратными волнами принято называть волны с противоположно направленными фазовой и групповой скоростями [1]. Такие волны существуют для волновых процессов различной природы, в том числе и для акустических волн в упругих пластинах. Моды упругих изотропных пластин, как известно, разделяются на волны Лэмба, поляризованные в сагиттальной плоскости (т.е. плоскости, проходящей через волновой вектор и нормаль к поверхности), и сдвиговые горизонтальные волны, поляризованные перпендикулярно сагиттальной плоскости. Существование частотных диапазонов для мод Лэмба с противоположным направлением фазовой и групповой скоростей было впервые обнаружено в 1957 г. [2]. С тех пор исследования обратных волн Лэмба были проведены экспериментально и теоретически во многих изотропных, анизотропных и пьезоэлектрических материалах (см., например, [3–13] и приведенную там библиографию). В последнее время появилась интересная идея практического применения мод пластин, относящихся к промежуточному типу между обратными и прямыми

волнами, т.е. мод с нулевой групповой скоростью [14]. Данные моды можно использовать для создания акустоэлектронных резонаторов нового типа, сочетающих достоинства традиционных резонаторов на объемных и поверхностных акустических волнах.

Обратные волны возникают не только в спектрах волн Лэмба, но и в спектрах чисто сдвиговых мод пьезоэлектрических пластин, хотя при отсутствии пьезоэффекта эти волны не существуют. Такие сдвиговые волны в пьезоэлектрических пластинах до сих пор мало изучены [15–17]. В частности, в литературе, за исключением фрагментарной информации в работе [11], практически полностью отсутствуют данные о свойствах обсуждаемых волн в пластинах ромбических пьезоэлектрических кристаллов. Следует подчеркнуть, что к ромбическим кристаллам относится такой интересный и перспективный материал, как ниобат калия, характеризующийся необычайно сильным пьезоэффектом именно для сдвиговых волн. Согласно предшествующим исследованиям, обратные чисто сдвиговые волны существуют в гексагональных пьезопластинах, но только для семей-

ства антисимметричных мод [15], а в кубических пьезопластинах – как для антисимметричных, так и для симметричных [16]. Цель данной работы состоит в аналитическом и численном изучении возможности существования чисто сдвиговых обратных волн в спектрах симметричных и антисимметричных мод в пластинах ромбического пьезоэлектрического кристалла ниобата калия базовых X - и Y -срезов.

1. ДИСПЕРСИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ

В ромбических пьезоэлектрических кристаллах класса $2mm$, к которым относится ниобат калия, пьезоактивные чисто сдвиговые волны могут распространяться только в плоскости XOY при условии, что их поляризация ортогональна этой плоскости. Уравнение движения и уравнение Пуассона для этих волн в квазиэлектростатическом приближении в декартовой системе координат имеют вид

$$c_{55} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_{44} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + e_{15} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + e_{24} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \rho \ddot{u}, \quad (1)$$

$$-\epsilon_{11} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \epsilon_{22} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + e_{15} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e_{24} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad (2)$$

где $u = u_3$ – компонента вектора смещения частиц среды под действием сдвиговых волн; φ – потенциал электрического поля, сопровождающего акустические волны; ρ – плотность среды; c_{44}, c_{55} – сдвиговые упругие модули; e_{15}, e_{24} – пьезоконстанты; $\epsilon_{11}, \epsilon_{22}$ – диэлектрические проницаемости.

Поиск решения дифференциальных уравнений (1), (2) в виде плоских гармонических волн с циклической частотой ω и волновым вектором k , бегущих вдоль оси x и экспоненциально изменяющихся с показателем ξ по оси y , $u = u_0 \exp(ikx + \xi y - i\omega t)$, $\varphi = \varphi_0 \exp(ikx + \xi y - i\omega t)$, приводит к линейным алгебраическим уравнениям относительно амплитудных коэффициентов u_0, φ_0 :

$$\begin{bmatrix} -c_{55}k^2 + c_{44}\xi^2 + \rho\omega^2 & -e_{15}k^2 + e_{24}\xi^2 \\ -e_{15}k^2 + e_{24}\xi^2 & \epsilon_{11}k^2 - \epsilon_{22}\xi^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ \varphi_0 \end{bmatrix} = 0. \quad (3)$$

Система (3) имеет ненулевое решение в случае, когда определитель, составленный из ее коэффициентов, равен нулю. Отсюда следует

$$a\xi^4 + b\xi^2 + c = 0, \quad \xi_{1,3}^2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (4)$$

где $a = c_{44}\epsilon_{22} + e_{24}^2$, $b = \rho\omega^2\epsilon_{22} - 2e_{24}e_{15}k^2 - c_{44}\epsilon_{11}k^2 - c_{55}\epsilon_{22}k^2$, $c = (c_{55}\epsilon_{11} + e_{15}^2)k^4 - \rho\omega^2\epsilon_{11}k^2$. Решению

ξ_1^2 в (4) соответствует знак “+” перед квадратным корнем, а решению ξ_3^2 – знак “–”. Полное решение уравнений (4) содержит четыре корня: $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$, связанных между собой соотношениями $\xi_2 = -\xi_1, \xi_4 = -\xi_3$. В общем случае поля в пластине представляют сумму четырех парциальных волн, соответствующих этим четырем корням:

$$u = \sum_{j=1}^4 A_j \exp(\xi_j y) \exp(ikx - i\omega t), \quad (5)$$

$$\varphi = \sum_{j=1}^4 A_j G_j \exp(\xi_j y) \exp(ikx - i\omega t), \quad (6)$$

где $G_j = \varphi_0/u_0 = (e_{24}\xi_j^2 - e_{15}k^2)/(\epsilon_{22}\xi_j^2 - \epsilon_{11}k^2)$, A_j – амплитуды смещений парциальных волн. Далее будем считать, что на средней плоскости пластины $y = 0$.

На верхней и нижней свободных поверхностях пластины используем стандартные граничные условия отсутствия нормальных напряжений $T_{23} = 0$ и непрерывности электрического импеданса $Z = E_1/D_2$, где E_1 – тангенциальная компонента напряженности электрического поля, D_2 – нормальная компонента вектора электрической индукции. Эти величины в квазиэлектростатическом приближении ($E_j = -\partial\varphi/\partial x_j$) связаны с полями в пьезоэлектрике следующим образом:

$$T_{23} = c_{44} \frac{\partial u}{\partial y} + e_{24} \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad Z = \frac{-ik\varphi}{-\epsilon_{22} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + e_{24} \frac{\partial u}{\partial y}}. \quad (7)$$

Внешнюю среду считаем вакуумом. Ее импеданс на верхней границе равен $Z = -i/\epsilon_0$ (ϵ_0 – диэлектрическая постоянная) при условии, что ось y направлена вверх, а на нижней поверхности импеданс по модулю такой же, но имеет противоположный знак.

Подставляя решение в виде суммы четырех парциальных волн (5), (6) в указанные граничные условия, получаем систему уравнений:

$$\sum_{j=1}^4 (c_{44} + G_j e_{24}) \xi_j \exp(\xi_j d) A_j = 0, \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^4 (c_{44} + G_j e_{24}) \xi_j \exp(-\xi_j d) A_j = 0, \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^4 (-\epsilon_{22} \xi_j G_j + e_{24} \xi_j - \epsilon_0 k G_j) \exp(\xi_j d) A_j = 0, \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^4 (-\epsilon_{22} \xi_j G_j + e_{24} \xi_j + \epsilon_0 k G_j) \exp(-\xi_j d) A_j = 0, \quad (11)$$

где $d = h/2$, h – толщина пластины. Складывая и вычитая уравнения (8), (9) и аналогично (10), (11), с учетом взаимосвязей между корнями ξ_j получаем

$$\begin{bmatrix} (c_{44} + G_1 e_{24}) \xi_1 \operatorname{ch}(\xi_1 d) & (c_{44} + G_3 e_{24}) \xi_3 \operatorname{ch}(\xi_3 d) \\ (e_{24} - \varepsilon_{22} G_1) \xi_1 \operatorname{ch}(\xi_1 d) - \varepsilon_0 k G_1 \operatorname{sh}(\xi_1 d) & (e_{24} - \varepsilon_{22} G_3) \xi_3 \operatorname{ch}(\xi_3 d) - \varepsilon_0 k G_3 \operatorname{sh}(\xi_3 d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 - A_2 \\ A_3 - A_4 \end{bmatrix} = 0, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} (c_{44} + G_1 e_{24}) \xi_1 \operatorname{sh}(\xi_1 d) & (c_{44} + G_3 e_{24}) \xi_3 \operatorname{sh}(\xi_3 d) \\ (e_{24} - \varepsilon_{22} G_1) \xi_1 \operatorname{sh}(\xi_1 d) - \varepsilon_0 k G_1 \operatorname{ch}(\xi_1 d) & (e_{24} - \varepsilon_{22} G_3) \xi_3 \operatorname{sh}(\xi_3 d) - \varepsilon_0 k G_3 \operatorname{ch}(\xi_3 d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 + A_2 \\ A_3 + A_4 \end{bmatrix} = 0. \quad (13)$$

Эти две системы уравнений имеют ненулевые решения в двух случаях. В первом случае обращается в нуль определитель системы (12), а входящие в (13) комбинации коэффициентов $A_1 + A_2$ и $A_3 + A_4$ равны нулю. Этот случай описывает антисимметричные моды пластины. Во втором случае

симметричных мод обращается в нуль определитель системы (13) и равны нулю комбинации коэффициентов $A_1 - A_2$ и $A_3 - A_4$, входящие в (12). Условия равенства детерминантов нулю дают дисперсионные уравнения задачи, которые можно записать в виде одной общей формулы:

$$\frac{(c_{44} + e_{24} G_1) \xi_1 \{ (e_{24} - \varepsilon_{22} G_3) \xi_3 - \varepsilon_0 k G_3 [\operatorname{th}(\xi_3 d)]^\pm \}}{(c_{44} + e_{24} G_3) \xi_3 \{ (e_{24} - \varepsilon_{22} G_1) \xi_1 - \varepsilon_0 k G_1 [\operatorname{th}(\xi_1 d)]^\pm \}} = 1. \quad (14)$$

Знак плюс в показателе степени тангенса соответствует антисимметричным модам, а знак минус – симметричным. Решения для полей антисимметричных мод u_a , φ_a и симметричных мод u_s , φ_s имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} u_a &= 2[A_1 \operatorname{sh}(\xi_1 y) + A_3 \operatorname{sh}(\xi_3 y)] \exp(ikx - i\omega t), \\ \varphi_a &= 2[A_1 G_1 \operatorname{sh}(\xi_1 y) + A_3 G_3 \operatorname{sh}(\xi_3 y)] \times \\ &\quad \times \exp(ikx - i\omega t), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} u_s &= 2[A_1 \operatorname{ch}(\xi_1 y) + A_3 \operatorname{ch}(\xi_3 y)] \exp(ikx - i\omega t), \\ \varphi_s &= 2[A_1 G_1 \operatorname{ch}(\xi_1 y) + A_3 G_3 \operatorname{ch}(\xi_3 y)] \times \\ &\quad \times \exp(ikx - i\omega t). \end{aligned} \quad (16)$$

При переходе от пластин Y -среза к пластинам X -среза приведенные формулы сохраняют структурный вид при условии, что координаты x и y , а также материальные константы c_{55} , e_{15} , ε_{11} и c_{44} , e_{24} , ε_{22} взаимно меняются местами.

Дисперсионные уравнения (14) упрощаются в ряде частных случаев, которые рассмотрим ниже. Известно, что при стремлении произведения hf к бесконечности ($f = \omega/2\pi$ – частота) происходит вырождение низших волноводных мод в пару бездисперсионных поверхностных волн, распространяющихся по противоположным поверхностям пластины [4]. В данном предельном случае это позволяет найти из полученных результатов асимптотическое решение и сравнить его с известным решением для поверхностных волн. Для этого учтем, что в обсуждаемом пределе аргументы обоих тангенсов, входящих в дисперсионные уравнения (14), являются в общем случае комплексными величинами и стремятся по модулю к

бесконечности. Тогда тангенсы можно заменить единицами, что в результате даст дисперсионное уравнение для поверхностных сдвиговых волн (волн Гуляева–Блюстейна) в пьезоэлектрическом ромбическом кристалле Y -среза. Ранее выражение для скорости этих волн в данном частном случае было представлено без вывода в работе [18]. Однако его корректность вызывает сомнение по следующей причине. Выражение из [18] должно давать как частный предельный случай значение скорости для волн Гуляева–Блюстейна на металлизированной поверхности в гексагональных кристаллах. Согласно формуле (11) из [19], это соотношение имеет вид $\rho v^2 = c_{44} (1 + K^2) (1 - K^4)$,

где $K^2 = e_{15}^2 / c_{44} \varepsilon_{11}$. Но из выражения работы [18] в данном предельном случае следует иной результат: $\rho v^2 = c_{44} (1 + 2K^2) / (1 + K^2)$, что показывает ошибочность этого выражения. Поскольку других явных формул для скорости волн Гуляева–Блюстейна на базовых срезах ромбических пьезокристаллов в литературе нет, т.е. отсутствует возможность сравнения (14) с известными результатами, асимптотика полученного решения в виде поверхностных волн далее не рассматривается.

Другой предельный случай, который позволяет сравнить дисперсионные уравнения (14) с известными результатами, это переход от ромбических кристаллов к гексагональным класса $6mm$, 6∞ . Для этого в (14) следует считать $c_{44} = c_{55}$, $e_{15} = e_{24}$, $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$, что позволяет определить предельные значения коэффициентов G_1 , G_3 . Особенностью обсуждаемого перехода является то,

что в этом случае корень ξ_1^2 оказывается равным k^2 . Тогда формальная подстановка данного корня в выражение для G_1 приводит к неопределенности типа $0/0$. Раскрытие неопределенности показывает, что $G_1 \rightarrow \infty$. Дисперсионные уравнения, полученные путем такого предельного перехода с учетом отмеченных особенностей, полностью совпадают с уравнениями (35), (37) из работы [20], что свидетельствует о правильности формул (14).

Еще один предельный случай значительного упрощения дисперсионных соотношений (14) относится к точкам рождения высших мод, соответствующих толщинным резонансам пластины. В этих точках фазовая скорость мод пластины обращается в бесконечность, а волновое число — в нуль, что дает $\xi_1 = 0$. Но при подстановке в G_1 значений $k = 0$, $\xi_1 = 0$ возникает особенность типа $0/0$. Поэтому для нахождения корректного предельного значения G_1 необходимо исследовать асимптотическое поведение данного множителя при $k \rightarrow 0$. В этом пределе $\xi_1^2 \approx \epsilon_{11}k^2/\epsilon_{22}$, т.е. $\xi_1 \rightarrow 0$, а $\xi_3^2 \approx -\rho\omega^2/[c_{44}(1 + K_2^2)]$, т.е. эта величина конечна. Здесь $K_2^2 = e_{24}^2/c_{44}\epsilon_{22}$ — квадрат коэффициента электромеханической связи для объемных сдвиговых волн, распространяющихся в направлении оси y . При использовании представленного асимптотического выражения для ξ_1 видно, что $G_1 \rightarrow \infty$. Предельное же значение G_3 не имеет особенностей и равно e_{24}/ϵ_{22} . Тем не менее это предельное значение обращает в нуль множитель $(e_{24} - \epsilon_{22}G_3)$, входящий в (14), а к нулю стремится этот множитель как k^2 . Подставляя приведенные выражения в (14) и учитывая величины, не выше первого порядка малости по k , приходим к заключению, что в точках толщинных резонансов $[\text{th}(\xi_3 d)]^\pm \rightarrow \infty$. Отсюда следуют искомые условия резонансов:

для симметричных мод

$$fh = n\sqrt{\frac{c_{44}(1 + K_2^2)}{\rho}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (17)$$

для антисимметричных

$$fh = \left(m - \frac{1}{2}\right)\sqrt{\frac{c_{44}(1 + K_2^2)}{\rho}}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (18)$$

где n, m — номера мод. Эти условия соответствуют случаю, когда по толщине пластины для симметричных мод укладывается четное число полуволн, а для антисимметричных — нечетное. Подчеркнем, что точки толщинных резонансов располагаются в спектре рассматриваемых нормальных волн пла-

стины со свободной поверхностью эквидистантно в отличие от случая антисимметричных мод пьезоэлектрической пластины с закороченными поверхностями [20, 21].

Здесь следует обратить внимание на два разных подхода, используемых в литературе для нумерации мод пластин. Согласно одному из них [22], симметричные и антисимметричные моды нумеруют независимо друг от друга, как это сделано в формулах (17), (18). В этом случае сдвиговая мода без отсечки обычно считается нулевой, а моды с отсечкой нумеруют начиная с номера 1. Другой известный альтернативный подход — это сплошная нумерация мод начиная с нулевой, без их разделения по симметрии волнового поля [21]. Первый вариант традиционен и вполне оправдан, когда изучают симметричные пластины с одинаковыми граничными условиями на верхней и нижней поверхностях. Именно этот вариант используется в данной работе. Второй вариант предпочтителен в тех задачах, в которых допускается введение асимметрии относительно средней плоскости пластины, приводящей к связи мод и невозможности разделения решения по типу симметрии.

В зависимости от выбранного варианта нумерации мод следует изменять множитель в формуле для частот рождения высших мод. В формуле (18) множитель $(m - 1/2)$ соответствует первому подходу. При использовании второго подхода для правильной нумерации мод этот множитель следует заменить на $(n + 1/2)$. Подчеркнем еще раз, что такая вариативность и неоднозначность нумерации мод возникает только для симметричных пластин, и она является следствием разделения задачи для таких пластин на две независимые части для семейств симметричных и антисимметричных мод.

2. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИСПЕРСИОННЫХ УРАВНЕНИЙ

Решение полученных дисперсионных уравнений (14) в случае границы пластины с вакуумом найдено численно. Расчеты проведены при использовании значений материальных постоянных ниобата калия, измеренных в работе [23]. На рис. 1а, 1б приведены зависимости фазовых скоростей антисимметричных (кривые А1, А2) и симметричных (кривые S1, S2) нормальных мод от параметра hf соответственно для пластин Y - и X -срезом. Кривая для нулевой моды S0, существующей при любых частотах, не приведена, поскольку обратных волн на этой ветви нет. Отметим, что данная мода изучена ранее численно для базовых срезов ниобата калия в работе [24].

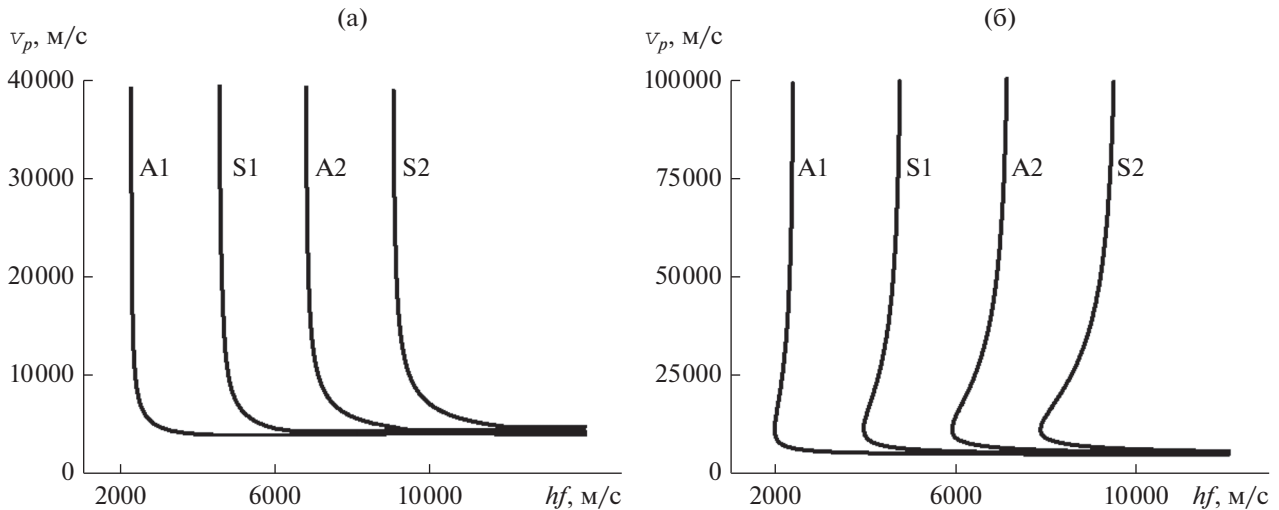


Рис. 1. Дисперсионные кривые для фазовых скоростей v_p антисимметричных (кривые A1, A2) и симметричных (кривые S1, S2) мод в пластинах ниобата калия Y -среза (а) и X -среза (б); h – толщина пластины, f – частота.

Из рис. 1а видно, что качественное поведение дисперсионных кривых для пластины Y -среза подобно поведению в изотропном случае, т.е. высшие моды рождаются на частотах толщинных резонансов, для которых скорость движения волнового фронта вдоль поверхности пластины равна бесконечности, а затем фазовая скорость мод монотонно убывает с ростом частоты. Другая картина наблюдается в спектре нормальных волн в пластине X -среза (рис. 1б). В этом случае дисперсионные кривые для высших мод после рождения на частотах толщинных резонансов поворачиваются не вправо от точек рождения, а влево. В результате возникают частотные диапазоны с аномальной дисперсией, в которых фазовая скорость не падает, а растет с увеличением частоты. Отметим, что точки появления высших мод, представленных на рис. 1, совпали со значениями, рассчитанными по формулам толщинных резонансов (17), (18). Дисперсионные зависимости фазовых скоростей, представленные на рис. 1а, 1б, использованы для расчетов групповых скоростей $v_g = d\omega/dk$. Эти расчеты в диапазонах аномальной дисперсии дают отрицательные значения v_g (рис. 2б) в отличие от скоростей мод пластины Y -среза, для которых $v_g > 0$ (рис. 2а).

Диапазоны существования обратных волн ограничены точками, где групповая скорость обращается в нуль. Правые границы этих диапазонов соответствуют толщинным резонансам и бесконечным значениям фазовой скорости. На левых границах, отмеченных точками на рис. 2б, групповая скорость также обращается в нуль, но значение фазовой скорости конечно. Это свойство открывает интересные новые возможности

для создания акустоэлектронных резонаторов на чисто сдвиговых волнах с нулевой групповой скоростью (см. ниже разд. 5). И левые, и правые границы диапазонов существования обратных волн располагаются для разных мод эквидистантно по горизонтальной оси. Но периоды повторения для левых и правых границ разные, что приводит к уширению обсуждаемых диапазонов с ростом номера волноводных мод. Максимальные по модулю значения отрицательной групповой скорости достигаются вблизи середины данных диапазонов, эти значения практически не зависят от номера моды и располагаются квазиэквидистантно по горизонтальной оси.

В связи с использованием в данной работе квазиэлектростатического приближения следует обратить внимание на одно ограничение, относящееся к области его применения. Точки рождения обратных волн соответствуют толщинным резонансам и бесконечным фазовым скоростям. Это означает, что при малом отклонении от указанных точек фазовая скорость становится конечной и возможно достижение синхронизма по скорости акустических волн с электромагнитными [25, 26]. Тогда на поверхности пьезокристалла будет происходить эффективная трансформация одного типа волн в другой. Для описания этого процесса необходимо решить рассматриваемую задачу в точной электродинамической постановке. Следует, однако, отметить, что угловой диапазон, в котором выполняется условие синхронизма, весьма мал. Вследствие этого обсуждаемый эффект взаимной трансформации акустоэлектромангнитных волн может лишь незначительно изменить результаты проведенных расчетов и только вблизи правой границы диапазонов суще-

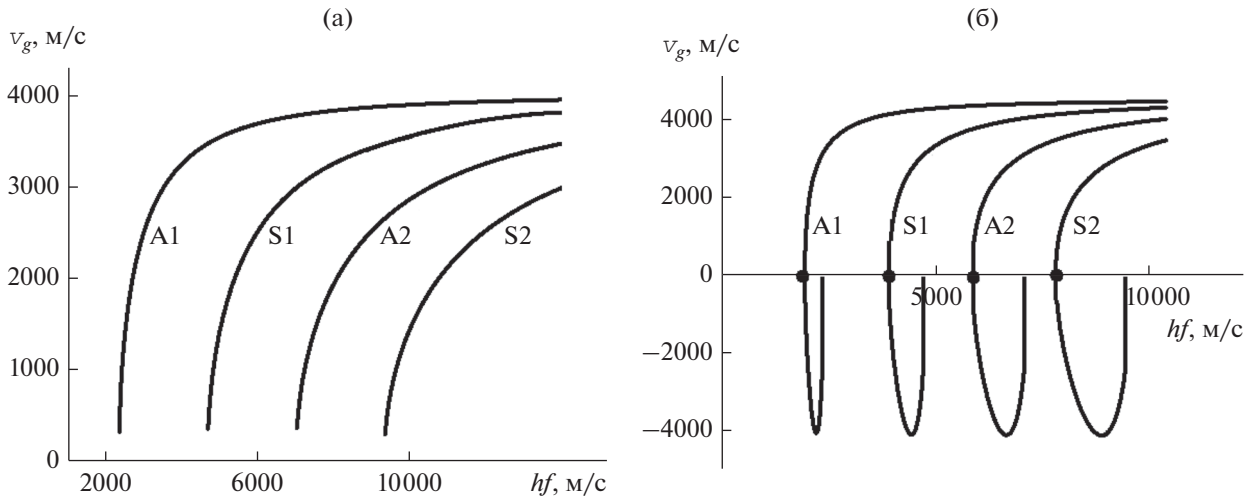


Рис. 2. Дисперсионные кривые для групповых скоростей v_g антисимметричных (кривые A1, A2) и симметричных (кривые S1, S2) мод в пластинах ниобата калия Y -среза (а) и X -среза (б); h – толщина пластины, f – частота.

ствования обратных волн. Кроме того, размеры пьезопластин в реальных акустоэлектронных устройствах обычно значительно меньше длины электромагнитной волны на рабочей частоте. Это в свою очередь существенно усложняет анализ, поскольку требуется переход от решений для плоских волн к волновым решениям с ограниченной апертурой.

3. МЕХАНИЗМЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОБРАТНЫХ ВОЛН

Представляет интерес выяснение причин, почему согласно проведенным численным расчетам для одного из рассматриваемых срезов (а именно, X -среза ниобата калия) обратные сдвиговые волны существуют, а для Y -среза они отсутствуют. Однако для обоих срезов электромеханическая связь для сдвиговых волн весьма сильная. Для объяснения этого результата необходимо более детально рассмотреть известные свойства двух парциальных объемных волн, которые составляют четырехпарциальное решение (5), (6) для мод пластин. Одним из таких свойств является отрицательное смещение пучка объемных сдвиговых волн при наклонном отражении от границы в гексагональных пьезоэлектриках [27]. Исходя из анализа этого эффекта и результатов работ [17, 28], можно сделать вывод, что аномальное отрицательное смещение при отражении испытывают не только пучки, но и потоки энергии, и волновые лучи, относящиеся к плоским волнам, входящим в решение (5), (6). Схематически упрощенно такое смещение проиллюстрировано на рис. 3 для трех возможных вариантов, соответствующих уменьшению угла отклонения волнового вектора объемных парциальных волн от нор-

мали к поверхности кристалла. Упрощение здесь связано с тем, что вследствие существования неоднородных волн прямолинейность потоков энергии вблизи поверхности должна нарушаться, поэтому эти рисунки поясняют только интегральный эффект отражения. При реализации первого варианта (рис. 3а) волноводная мода в пластине будет прямой волной, во втором варианте (рис. 3б) – волной с нулевой групповой скоростью, в третьем (рис. 3в) – обратной волной. С увеличением относительной толщины пластины (толщины, выраженной в длинах волн) два последних варианта плавно трансформируются в первый. В результате такой поверхностный механизм для толстой пластины по сравнению с длинной волны или, что эквивалентно, для высших мод не обеспечивает формирования обратных волн. Для низших мод, наоборот, он может быть причиной появления обратных волн.

Другая причина возникновения обратных мод может быть связана с вогнутостью сечения поверхности медленности. Такая вогнутость существует для сдвиговых объемных волн вблизи оси x в кристаллах ниобата калия вследствие влияния аномально сильного пьезоэффекта. Нормаль к поверхности медленности определяет направление групповой скорости и, соответственно, направление потоков энергии. В случае, когда обуславливаемая вогнутость ориентирована по нормали к поверхности пластины (а это имеет место для X -среза) возникает качественно новая ситуация по сравнению с анизотропным случаем, для которого вогнутость в направлении нормали к поверхности пластины отсутствует (рис. 4а, 4б). А именно, при отклонении волнового вектора от нормали к поверхности поток энергии поворачивается не в ту сторону, как волновой вектор, а в противо-

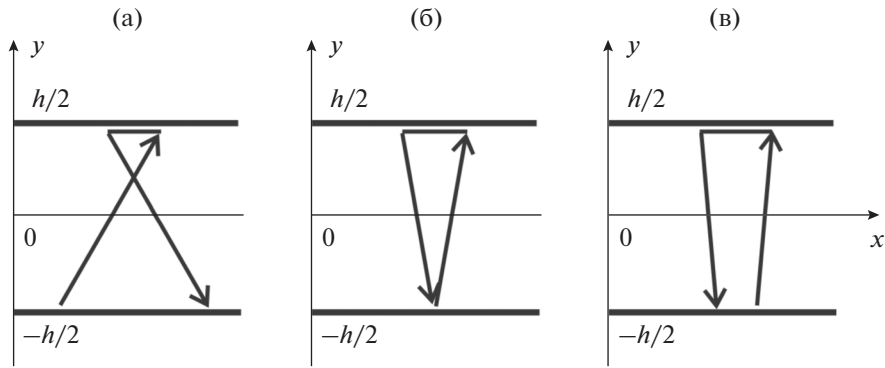


Рис. 3. Картины наклонного отражения лучей объемных сдвиговых волн с отрицательным смещением от верхней границы гексагональной пьезоэлектрической пластины толщиной h , соответствующие образованию прямой волноводной моды (а), моды с нулевой групповой скоростью (б), обратной моды (в).

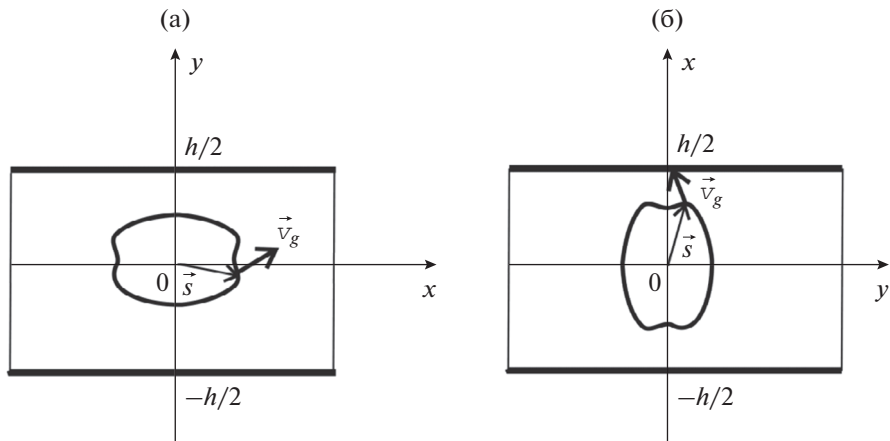


Рис. 4. Сечения поверхности медленности объемных сдвиговых волн сагиттальными плоскостями в пластинах кристалла ниобата калия Y -среза (а) и X -среза (б). В области вогнутости возникает разнонаправленность векторов $\vec{s} = 1/\bar{v}_p$ и групповой скорости \vec{v}_g относительно горизонтальной оси (а) и вертикальной оси (б).

положную [10]. В результате для двухпарциальной части решения в виде объемных волн, входящей в полное четырехпарциальное решение, поток энергии вдоль поверхности оказывается ориентированным в отрицательном направлении по отношению к направлению проекции волновых векторов на ось пластины. Эта проекция и является волновым вектором нормальных мод. Два других решения в виде неоднородных волн, входящих в (5), (6), имеют заметную амплитуду только вблизи поверхности пластины, а в объеме они экспоненциально малы и их вкладом в общую энергетическую картину можно пренебречь. Следовательно, влияние данного механизма должно проявляться тем сильнее, чем толще по сравнению с длиной волн пластина или выше номер моды.

Для пластин X -среза на существование обратных волн могут оказывать влияние оба указанных механизма. Из результатов численных расчетов для

данного среза следует, что с увеличением номера моды диапазоны существования обратных волн не уменьшаются, а увеличиваются (см. рис. 2б). Этим свойством изучаемые волны принципиально отличаются от известных обратных волн Лэмба в изотропных пластинах, которые существуют только на ветвях низших мод (в частности, на первой симметричной моде [2]). Следует отметить, что аналогичная закономерность уширения диапазонов существования обратных волн была выявлена ранее для волн Лэмба в пластине кристалла парателлуриата Y -среза [9], для которого характерна сильно выраженная вогнутость поверхности медленности в направлении нормали к пластине. Из рис. 2б можно также сделать вывод, что основным для X -среза является второй из обсуждаемых механизмов.

Относительно существования секторов направлений с локальной вогнутостью сечения поверхности медленности для чисто сдвиговых волн

в пьезоэлектрических кристаллах отметим следующее. В работах [25, 29] для чисто сдвиговых волн в кубических пьезокристаллах изучен необычный эффект двойного лучепреломления и лучеотражения без изменения волновой ветви. Был сделан вывод, что этот эффект существует лишь при условии, когда $K^2 > 1/3$, где K – коэффициент электромеханической связи для сдвиговых волн. Данное условие соответствует появлению локальной вогнутости на сечении поверхности медленности для этих волн. Интересно отметить, что именно это пороговое значение для K^2 , выше которого создаются более благоприятные условия для существования обратных волн, упоминается и в [16], но без указания его связи с появлением вогнутости на поверхности медленности. Как отмечено в [25, 29], кубические кристаллы со столь сильным пьезоэффектом неизвестны, и эта ситуация сохраняется до сих пор. Уникальность ниобата калия и заключается в том, что он, по-видимому, является в настоящее время единственным известным реальным пьезокристаллом, у которого сечение поверхности медленности для чисто сдвиговых волн имеет вогнутые участки.

4. ДИСПЕРСИОННЫЕ ИСКАЖЕНИЯ ИМПУЛЬСОВ SH-МОД

Для описания дисперсионных искажений волновых импульсов обычно достаточно использовать второе приближение теории дисперсии, в рамках которого форма импульсов описывается параболическим уравнением типа уравнения диффузии [30, 31]. Ранее, насколько нам известно, данный подход к линейным волноводным модам упругих пластин не применяли. В качестве аналога коэффициента диффузии D в указанное параболическое уравнение входит производная $D = -i d^2 k / d\omega^2 = -i d(v_g^{-1}) / d\omega$. Это параболическое уравнение описывает, в частности, распространение гауссовского импульса с квадратичной модуляцией фазы [31]. Длина дисперсионного расплывания такого импульса обратно пропорциональна коэффициенту D . Зависимость производной $hd^2k/d\omega^2$ от параметра hf , которая определяет коэффициент D для изучаемых сдвиговых мод пластины X-среза, приведена на рис. 5. Как видно из рис. 2б и 5, вблизи середины диапазонов существования обратных волн их групповая скорость достигает экстремума, а коэффициент D обращается в нуль, причем эти точки на горизонтальной оси располагаются квазиэквидистантно. Импульсы в данных условиях, согласно теории дисперсии второго порядка, распространяются без искажения формы. Конечно, это не означает полного устранения дисперсионных искажений,

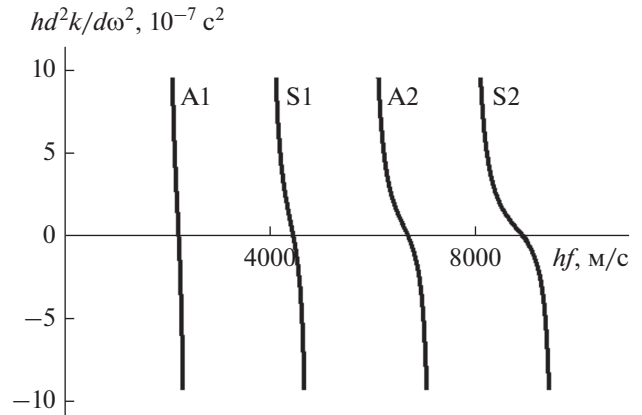


Рис. 5. Толщинно-частотная зависимость множителя $d^2k/d\omega^2$, входящего в коэффициент “диффузии” параболического уравнения для импульсов обратных антисимметричных (кривые A1, A2) и симметричных (кривые S1, S2) мод пластины ниобата калия X-среза.

поскольку является следствием лишь приближенной теории. Тем не менее это свойство позволяет существенно уменьшить такие искажения. Появление обсуждаемых экстремумов с обращением коэффициента D в нуль – это качественно новое свойство чисто сдвиговых волн с отрицательной групповой скоростью по сравнению с волнами той же поляризации, но с положительной групповой скоростью, для которых данное свойство отсутствует.

5. ПРИМЕНЕНИЕ ВОЛН С НУЛЕВОЙ ГРУППОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Проведенное исследование представляет не только научный интерес, но и практический для разработки акустоэлектронных устройств, основанных на новых принципах. В традиционных акустоэлектронных устройствах используются резонаторы на объемных акустических волнах и резонаторы на поверхностных акустических волнах (ПАВ), каждый имеет достоинства и недостатки.

Для создания резонаторов на ПАВ требуются пьезокристаллы больших по площади размеров, чем для тонкопленочных резонаторов на объемных волнах. Данное условие связано с тем, что помимо встречно-штыревого преобразователя (ВШП) для возбуждения и приема поверхностных волн в резонаторах на ПАВ используются отражающие решетки, занимающие дополнительную площадь поверхности пьезокристалла и отсутствующие в резонаторах на объемных волнах (рис. 6а, 6б). В этом состоит одно из преимуществ резонаторов на объемных волнах.

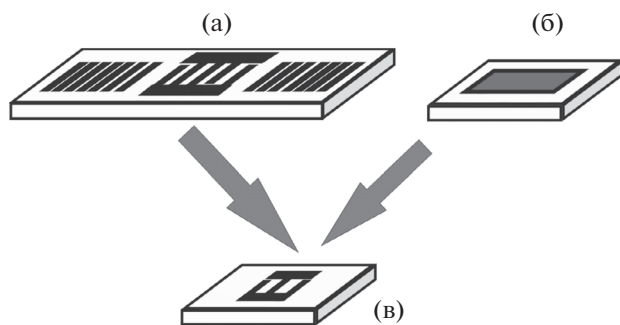


Рис. 6. Акустические резонаторы, основанные на использовании различных типов волн: а – резонатор на поверхностных волнах, б – резонатор на объемных волнах, в – резонатор на пластиночных модах с нулевой групповой скоростью.

Для возбуждения объемных волн при помощи собственного пьезоэффекта резонатора требуется располагать электроды на обеих поверхностях пластины. В некоторых случаях это нежелательно; например, когда резонаторы используются в качестве датчиков для измерения физических свойств проводящих жидкостей, поскольку такие жидкости закорачивают электроды. У резонаторов с ВШП на ПАВ нет этого недостатка. Указанный недостаток резонаторов объемных волн исчезает, если использовать дополнительные пластиночные пьезопреобразователи, располагаемые только на одной поверхности резонаторной пластины. Но стоимость данных пьезопреобразователей может быть значительно выше стоимости ВШП [32].

В работе [14] предложена и экспериментально реализована идея создания резонаторов на модах Лэмба с нулевой групповой скоростью. Такие резонаторы представляют собой устройства промежуточного класса, которые допускают сочетание достоинств описанных выше резонаторов известных типов. Для возбуждения и приема указанных волн пригодны обычные ВШП, причем размеры пьезокристалла для резонатора могут быть минимизированы и ограничены только той поверхностью, которую занимает ВШП. К потенциальным достоинствам рассматриваемых устройств относятся меньший размер пьезопластин, малая стоимость изготовления ВШП, повышение рабочей частоты устройства без изменения периода ВШП за счет большей фазовой скорости обсуждаемых мод пластин по сравнению с поверхностными волнами, одностороннее расположение электродов (рис. 6в). По-видимому, рассматриваемые устройства могут быть созданы не только на волнах Лэмба, но и на чисто сдвиговых волнах, изучаемых в данной работе. В связи с этим актуальна разработка регулярных процедур, позволяющих упростить поиск кристаллов, срезов и направлений распространения, допускающих существова-

ние акустических мод с нулевой скоростью переноса энергии. Представленные выше результаты вносят вклад в решение данной задачи и показывают, что для поиска обсуждаемых мод пластин и интерпретации получаемых результатов полезной является информация о форме сечения поверхности медленности объемных акустических волн в кристаллах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Согласно ранее проведенным исследованиям, в гексагональных пьезоэлектрических пластинах обратными могут быть только антисимметричные сдвиговые моды [15], а в кубических – как антисимметричные, так и симметричные [16]. Расчеты, представленные выше, показывают, что в пластинах X -среза ромбического пьезоэлектрического кристалла ниобата калия обратными могут быть и симметричные, и антисимметричные моды. В пластине Y -среза данного кристалла в исследованном диапазоне фазовых скоростей обратные сдвиговые моды не обнаружены. Полученные результаты качественно можно объяснить наличием локальной вогнутости на кривой сечения поверхности медленности для сдвиговых волн. Вогнутость вызвана аномально сильным пьезоэффектом ниобата калия. С увеличением номера моды частотные диапазоны существования обратных волн уширяются, что позволяет предположить их слияние для высших мод в один сплошной спектр обратных волн.

Проведенное исследование представляет интерес для разработки и создания новых акустоэлектронных устройств на основе обратных волн и волн с нулевой групповой, но конечной фазовой скоростью.

Авторы признательны В.И. Анисимкину за полезное обсуждение результатов работы.

Исследования И.Е. Кузнецовой и И.А. Недоспасова поддержаны Российским научным фондом (грант № 15-09-20046).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lamb H.* // Proc. London Math. Soc. Ser. 2. 1904. V. 1. № 1. P. 473.
2. *Tolstoy I., Usdin E.* // J. Acoust. Soc. Amer. 1957. V. 29. № 1. P. 37.
3. *Meitzler A.H.* // J. Acoust. Soc. Amer. 1965. V. 38. № 5. P. 835.
4. *Викторов И.А.* Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. М.: Наука, 1966.
5. *Бурлий П.В., Кучеров И.Я.* // Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 26. № 9. С. 644.
6. *Григорьевский В.И., Козлов А.И., Плещский В.П., Терешков В.П.* // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 1. С. 42.

7. *Negishi K.* // Jap. J. Appl. Phys. 1987. V. 26. Suppl. 26-1. P. 171.
8. *Wolf J., Ngoc T.D.K., Kille R., Mayer W.G.* // J. Acoust. Soc. Amer. 1988. V. 83. № 1. P. 122.
9. *Parygin V.N., Vershoubский A.V., Mozhaev V.G., Weihnacht M.* // Ultrasonics. 2000. V. 38. № 1–8. P. 594.
10. *Shuvalov A.L., Poncelet O.* // Int. J. Solids Struct. 2008. V. 45. № 11–12. P. 3430.
11. *Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E., Borodina I.A., Teplykh A.A.* // IEEE Trans. 2008. V. UFFC-55. № 7. P. 1660.
12. *Prada C., Clorenec D., Murray T.W., Royer D.* // J. Acoust. Soc. Amer. 2009. V. 126. № 2. P. 620.
13. *Germano M., Alippi A., Bettucci A., Mancuso G.* // Phys. Rev. B. 2012. V. 85. № 1. P. 012102.
14. *Yantchev V., Arapan L., Katardjiev I., Plesky V.* // Appl. Phys. Lett. 2011. V. 99. № 3. P. 033505.
15. *Бурлий П.В., Ильин П.П., Кучеров И.Я.* // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 8. № 9. С. 568.
16. *Бурлий П.В., Ильин П.П., Кучеров И.Я.* // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 3. С. 310.
17. *Кучеров И.Я., Маляренко Е.В.* // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 4. С. 492.
18. *Tseng C.C.* // Appl. Phys. Lett. 1970. V. 16. № 6. P. 253.
19. *Bleustein J.L.* // Appl. Phys. Lett. 1968. V. 13. № 12. P. 412.
20. *Bleustein J.L.* // J. Acoust. Soc. Amer. 1969. V. 45. № 3. P. 614.
21. *Auld B.A.* Acoustic Fields and Waves in Solids. V. 1. New York: Wiley, 1973.
22. *Мукер Т., Мейтцлер А.* Физическая акустика. Т. 1. Ч. А / Под ред. Мэзона У. М.: Мир, 1966. С. 140.
23. *Zgonik M., Schlessler R., Biaggio I. et al.* // J. Appl. Phys. 1993. V. 74. № 2. P. 1287.
24. *Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E., Borodina I.A., Joshi S.G.* // Ultrasonics. 2001. V. 39. № 1. P. 51.
25. *Балакирев М.К., Гилинский И.А.* Волны в пьезокристаллах. Новосибирск: Наука, 1982.
26. *Бурлак Г.Н.* // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 6. С. 834.
27. *Лямиев Л.М., Шевяхов Н.С.* // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 6. С. 951.
28. *Марышева Т.Н., Шевяхов Н.С.* // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 3. С. 413.
29. *Balakirev M.K., Gilinsky I.A., Popov V.V.* // Sol. State Commun. 1979. V. 32. № 3. P. 253.
30. *Литвак А.Г., Таланов В.И.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. № 4. С. 539.
31. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1979.
32. *Волошинов В.Б., Никитин П.А., Трушин А.С., Магдич Л.Н.* // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. № 16. С. 22.