

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2,621.372.8

### КВАЗИСТАТИЧЕСКИЕ ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ В ЛЕНТЕ ИЗ ГРАФЕНА В ИНФРАКРАСНОМ ДИАПАЗОНЕ

© 2016 г. А. П. Аниутин, И. П. Коршунов, А. Д. Шатров

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН  
Российская Федерация, 141190, Фрязино Московской обл., пл. Введенского 1  
E-mail: anioutine@mail.ru; korip@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 18.09.2015 г.

Для случая *TM*-поляризации рассмотрена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны на ленте из графена. При помощи строгих численных методов исследованы квазистатические плазмонные резонансы. Рассчитаны поверхностные токи, сечения рассеяния и поглощения. Показано, что благодаря высокой добротности мультипольные плазмонные резонансы проявляются не только в ближнем, но и в дальнем поле.

DOI: 10.7868/S0033849416060024

#### ВВЕДЕНИЕ

Интерес к свойствам поверхностных плазмон-поляритонов обусловлен прежде всего высокой пространственной локализацией поля, которая позволяет использовать их в субволновой и ближнеполевой оптике. Нанопровода из серебра и золота широко используются в качестве сенсоров [1]. Плазмонные резонансы в них реализуются в ультрафиолетовой части спектра. Используя нанотрубки из серебра, можно сместить частоты плазмонных резонансов в видимую область светового диапазона [2, 3].

Открытый недавно новый материал графен представляет собой монокристаллический слой графита, в котором атомы углерода образуют гексагональную 2D-кристаллическую решетку с расстоянием между двумя соседними атомами в 0.142 нм [4]. Графен имеет уникальные электронно-оптические свойства в широкой полосе частот: от светового до терагерцевого диапазона. Электродинамические характеристики структур, содержащих графеновые элементы, могут изменяться при воздействии внешнего электрического поля [5]. Поэтому на основе графена могут быть созданы разнообразные устройства наноразмерной электроники: сенсоры, модуляторы, переключатели, фильтры [6, 7].

Известно большое число работ, посвященных рассеянию электромагнитного излучения графеновыми объектами различной геометрии (см., например, [7] и приведенную там библиографию). В работах [8, 9] численно исследованы плазмонные резонансы, возникающие при дифракции плоской электромагнитной волны терагерцевого диапазона на ленте из графена. В данной работе изучаются резонансные свойства графеновой ленты в ИК-диапазоне.

#### 1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассматривается задача дифракции плоской волны на ленте из графена (рис. 1). Плоская волна распространяется в свободном пространстве в направлении единичного вектора  $(\cos \varphi_0, \sin \varphi_0, 0)$  и характеризуется следующими компонентами электромагнитного поля:

$$\begin{aligned} H_z^0 &= \exp(-ikx \cos \varphi_0 - iky \sin \varphi_0), \\ E_x^0 &= -\eta \sin \varphi_0 \exp(-ikx \cos \varphi_0 - iky \sin \varphi_0), \\ E_y^0 &= \eta \cos \varphi_0 \exp(-ikx \cos \varphi_0 - iky \sin \varphi_0). \end{aligned} \quad (1)$$

Лента шириной  $2a$  расположена в плоскости  $y = 0$  и имеет неограниченную протяженность в направлении оси  $z$ . Зависимость от времени выбрана в виде

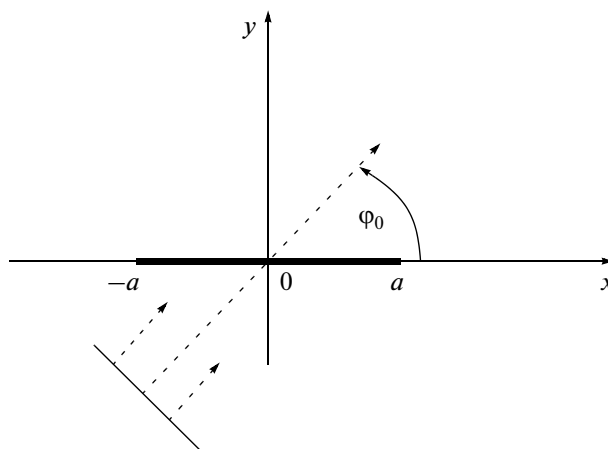


Рис. 1. Геометрия задачи.

$\exp(i\omega t)$ , где  $\omega = kc$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $c$  – скорость света в вакууме,  $\lambda$  – длина волны,  $\eta = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi$  Ом – волновое сопротивление вакуума.

Исследование сформулированной задачи более удобно проводить, используя  $z$ -компоненту магнитного поля  $U(x, y) = H_z(x, y)$ ; краевая задача для функции  $U(x, y)$  является скалярной.

Полное поле  $U(x, y)$  удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + k^2 U = 0. \quad (2)$$

Компоненты электрического поля могут быть выражены через функцию  $U(x, y)$ :

$$E_x = \frac{\eta}{ik} \frac{\partial U}{\partial y}, \quad E_y = -\frac{\eta}{ik} \frac{\partial U}{\partial x}. \quad (3)$$

Граничные условия на ленте из графена имеют вид [10]

$$\begin{aligned} E_x(x, +0) &= E_x(x, -0), \quad |x| < a, \\ H_z(x, +0) - H_z(x, -0) &= \sigma E_x(x, 0), \quad |x| < a, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\sigma$  – поверхностная проводимость графена. Для функции  $U(x, y)$  эти условия имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial y}(x, +0) &= \frac{\partial U}{\partial y}(x, -0), \quad |x| < a, \\ U(x, +0) - U(x, -0) &= \frac{\eta\sigma}{ik} \frac{\partial U}{\partial y}(x, 0), \quad |x| < a. \end{aligned} \quad (5)$$

Полное поле состоит из падающего  $U^0$  и рассеянного  $U^s$  полей:

$$U = U^0 + U^s. \quad (6)$$

Падающее поле задано функцией

$$U^0 = \exp(-ikx \cos \varphi_0 -iky \sin \varphi_0). \quad (7)$$

Рассеянное поле в цилиндрической системе координат ( $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ) должно удовлетворять в дальней зоне условию излучения

$$U^s \sim \Phi(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \exp\left(-ikr + i\frac{\pi}{4}\right), \quad kr \rightarrow \infty, \quad (8)$$

где  $\Phi(\varphi)$  – диаграмма рассеяния.

Стандартными методами краевая задача, состоящая из уравнения (2), граничных условий (5) и условия излучения (8), может быть сведена к интегро-дифференциальному уравнению для функции

$$g(x) = U(x, +0) - U(x, -0), \quad |x| < a, \quad (9)$$

которая имеет смысл поверхностного тока на ленте. Это уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{4k} \left( \frac{d^2}{dx^2} + k^2 \right) \int_{-a}^a H_0^{(2)}(k|x-x'|) g(x') dx' + \\ + \frac{1}{\eta\sigma} g(x) = \frac{1}{ik} \frac{\partial U^0}{\partial y}(x, 0), \quad |x| < a, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $H_0^{(2)}$  – функция Ганкеля. Уравнение (10) может быть получено, например, методом, использованным в работе [11] при исследовании задачи дифракции на анизотропно-проводящей ленте. Решение уравнения (10) следует искать в классе функций, обращающихся в нуль на концах интервала  $(-a, a)$ :

$$g(-a) = g(a) = 0. \quad (11)$$

Это условие обеспечивает сходимость интеграла  $\iint |\mathbf{E}|^2 dx dy$  вблизи кромок ленты (условие Майксона [12]).

Диаграмма рассеяния выражается через ток по формуле

$$\Phi(\varphi) = \frac{k}{4} \sin \varphi \int_{-a}^a g(x) \exp(ikx \cos \varphi) dx. \quad (12)$$

Сечения рассеяния  $\sigma_s$  и поглощения  $\sigma_a$  определяются согласно выражениям

$$\sigma_s = \frac{2}{\pi k} \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi, \quad (13)$$

$$\sigma_a = \text{Re} \left( \frac{1}{\eta\sigma} \right) \int_{-a}^a |g(x)|^2 dx. \quad (14)$$

Согласно оптической теореме имеем

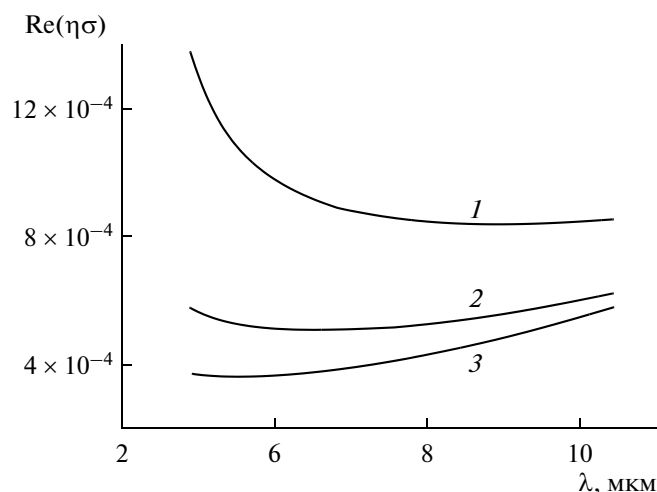
$$k\sigma_s + k\sigma_a = -4 \text{Re} [\Phi(\varphi_0)]. \quad (15)$$

Численное решение интегродифференциального уравнения (10) проведено на основе метода продолженных граничных условий [13, 14], при этом точность полученного решения контролировалась выполнением условия оптической теоремы (15).

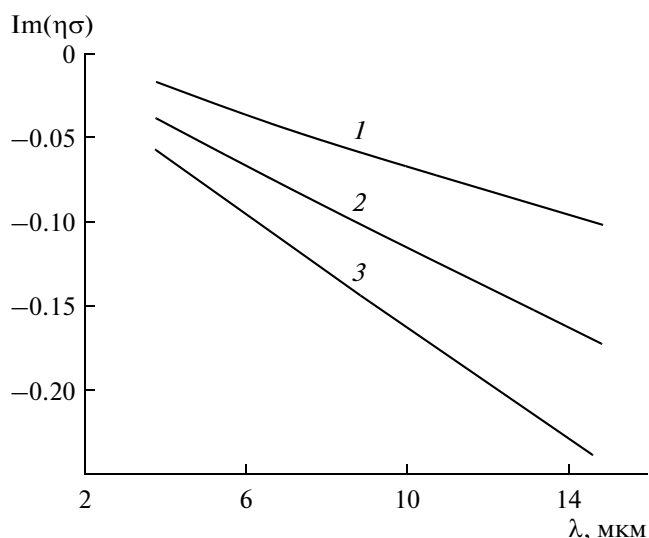
## 2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Поверхностную проводимость графена считывали по формуле Кубо [10, 15]

$$\sigma = \frac{-2ie^2 k_B T}{\pi \hbar (\hbar\omega - i\Gamma)} \ln \left[ 2 \text{ch} \left( \frac{\mu}{2k_B T} \right) \right] + \frac{e^2}{4\hbar} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \text{arc tg} \left( \frac{\hbar\omega - 2\mu}{2k_B T} \right) \right) + \frac{i}{2\pi} \ln \frac{(\hbar\omega + 2\mu)^2}{(\hbar\omega - 2\mu)^2 + (2k_B T)^2}, \quad (16)$$



**Рис. 2.** Зависимость от длины волны вещественной части поверхностной проводимости графена при  $T = 300$  К,  $\Gamma = 10^{-4}$  эВ. Кривые 1, 2, 3 соответствуют  $\mu = 0.3; 0.5; 0.7$  эВ.



**Рис. 3.** Зависимость от длины волны мнимой части поверхностной проводимости графена при  $T = 300$  К,  $\Gamma = 10^{-4}$  эВ. Кривые 1, 2, 3 соответствуют  $\mu = 0.3; 0.5; 0.7$  эВ.

где  $e$  – заряд электрона,  $\hbar$  – постоянная Планка,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $\mu$  – химический потенциал,  $\Gamma$  – энергия релаксации носителей зарядов,  $T$  – температура графена.

Энергетические величины  $\hbar\omega$ ,  $k_B T$ ,  $\mu$ ,  $\Gamma$  принято выражать в электрон-вольтах. Для энергии фотона и длины волны справедливо соотношение

$$\hbar\omega \text{ (эВ)} = 1.24/\lambda \text{ (мкм)}. \quad (17)$$

Использовали следующие значения физических констант

$$k_B = 8.6 \times 10^{-5} \text{ (эВ/К)}, \quad \frac{\eta e^2}{4\pi\hbar} = \frac{1}{137}. \quad (18)$$

В научной литературе вместо  $\Gamma$  часто используют время релаксации  $\tau$ :  $\Gamma = \hbar/\tau$ .

Зависимость от длины волны вещественной и мнимой частей безразмерной величины  $\eta\sigma$  проиллюстрирована на рис. 2 и 3 при комнатной температуре  $T = 300$  К и типичных для графена параметрах. Заметим, что проводимость графена зависит от химического потенциала  $\mu$ , который можно изменять при помощи приложенного внешнего электрического поля. Видно, что в рассматриваемом диапазоне длин волн выполняются неравенства

$$\text{Re}(\eta\sigma) \ll -\text{Im}(\eta\sigma) \ll 1. \quad (19)$$

Вдоль пленки графена неограниченных размеров может распространяться поверхностная волна [6]

$$U(x, y) = \begin{cases} \exp(-wy - i\beta x), & y > 0, \\ -\exp(wy - i\beta x), & y < 0, \end{cases} \quad (20)$$

где

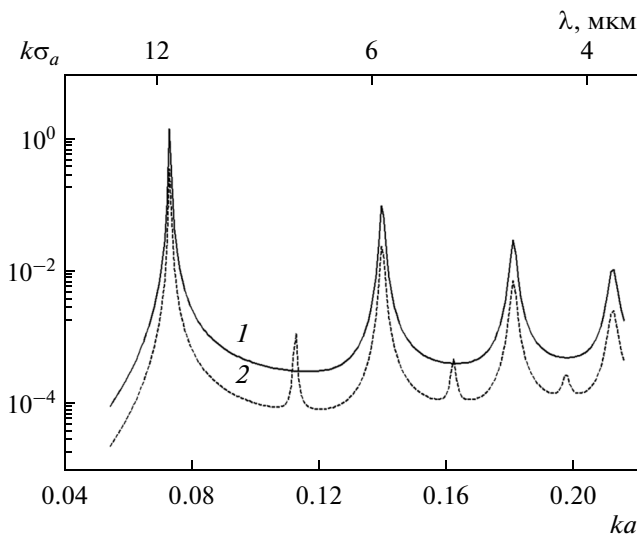
$$w = -\frac{2ik}{\eta\sigma} = w' - iw'', \quad \beta = \sqrt{k^2 + w^2} = \beta' - i\beta''. \quad (21)$$

Поле (20) удовлетворяет уравнению Гельмгольца (2) и граничным условиям (5) на бесконечном интервале  $-\infty < x < \infty$ .

Из формул (19) и (21) следуют неравенства  $w' \gg k$  и  $\beta' \gg k$ , которые означают субволновую локализацию поля по координате  $y$  и частые в масштабе длины волны  $\lambda$  осцилляции по координате  $x$ . Именно эти свойства поверхностной волны делают возможным существование плазмонных резонансов в узкой по сравнению с длиной волны  $\lambda$  ленте. Резонансы возникают за счет преотражений поверхностной волны от кромок ленты [8, 9].

Во всех расчетах предполагали, что  $a = 0.13$  мкм,  $T = 300$  К. На рис. 4 представлены частотные характеристики сечения поглощения  $\sigma_a$  при углах скольжения  $\varphi_0 = \pi/2$  и  $\pi/6$  (кривые 1 и 2). Видно, что в рассматриваемой полосе частот кривая 1, соответствующая нормальному падению, содержит четыре резонансных пика; при наклонном падении возникают три дополнительных резонанса (кривая 2).

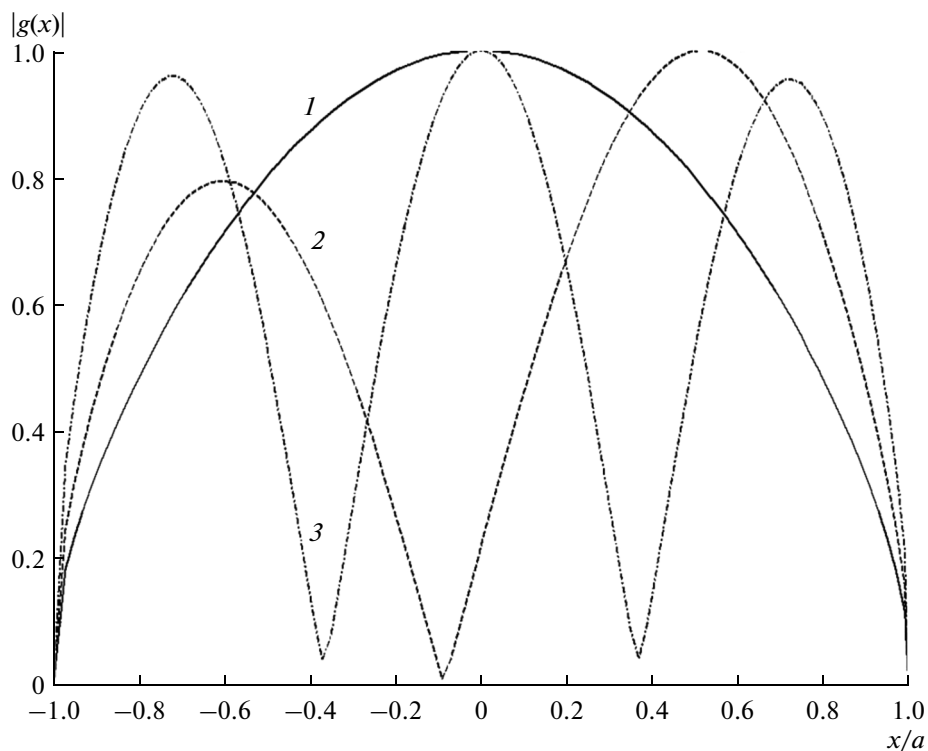
На рис. 5 изображены распределения нормированного модуля тока  $|g(x)|$  на трех низших резонансных частотах. Эти распределения имеют вид стоячих колебаний, причем резонансы  $ka \approx 0.074$  и  $0.14$  соответствуют четным по координате  $x$  волновым полям  $U(x, y)$ , резонанс  $ka \approx 0.11$  – нечетным.



**Рис. 4.** Зависимость от частоты сечения поглощения ленты из графена при  $\Gamma = 10^{-4}$  эВ,  $\mu = 0.5$  эВ. Кривые 1, 2 соответствуют  $\varphi_0 = \pi/2; \pi/6$ .

Закон сохранения заряда позволяет выразить плотность поверхностных зарядов  $\rho(x)$  через ток  $g(x)$ :

$$\rho(x) = -\frac{1}{i\omega} \frac{dg(x)}{dx}. \quad (22)$$



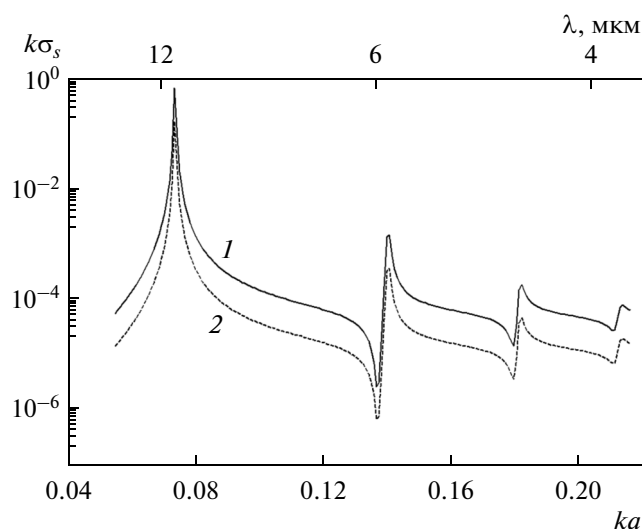
**Рис. 5.** Нормированное распределение модуля поверхностного тока на ленте из графена при  $\Gamma = 10^{-4}$  эВ,  $\mu = 0.5$  эВ,  $\varphi_0 = \pi/6$ . Кривые 1, 2, 3 соответствуют резонансным частотам  $ka = 0.074; 0.11; 0.14$ .

Из рис. 5 и формулы (22) следует, что при дипольном резонансе ( $ka \approx 0.074$ ) заряды противоположных знаков сосредоточены вблизи кромок ленты, а у резонансов высших порядков распределение зарядов описывается знакопеременной функцией с большим числом осцилляций.

На рис. 6 представлена зависимость от частоты сечения рассеяния  $\sigma_s$  при  $\varphi_0 = \pi/2$  и  $\pi/6$ . Из сравнения рис. 4 и 6 следует, что спектры поглощения и рассеяния существенно различаются. Во-первых, у функции  $\sigma_s$  нет нечетных резонансов. Во-вторых, вблизи высших четных резонансов у функции  $\sigma_s$  наблюдаются глубокие провалы, которые означают, что в узкой полосе частот имеет место эффект “незаметности” ленты. Из формул (12), (13) следует, что в квазистатическом приближении ( $ka \ll 1$ ) сечение рассеяния обращается в нуль, если ток на ленте удовлетворяет условию

$$\int_{-a}^a g(x) dx = 0. \quad (23)$$

В результате в дальней зоне происходит интерференционное гашение поля. На рис. 7 представлено распределение модуля тока  $|g(x)|$  на частоте провала функции  $\sigma_s$  (кривая 1). Видно, что функция  $g(x)$  приближенно удовлетворяет условию (23).



**Рис. 6.** Зависимость от частоты сечения рассеяния ленты из графена при  $\Gamma = 10^{-4}$  эВ,  $\mu = 0.5$  эВ. Кривые 1, 2 соответствуют  $\varphi_0 = \pi/2$ ;  $\pi/6$ .

Обсудим более подробно влияние угла  $\varphi_0$  на спектральные характеристики поля. В квазистатическом приближении ( $ka \ll 1$ ) правую часть уравнения (10) можно аппроксимировать выражением

$$-\sin \varphi_0 (1 - ikx \cos \varphi_0), \quad |x| < a. \quad (24)$$

Первое и второе слагаемые в (24) отвечают за возбуждение четной и нечетной частей волнового

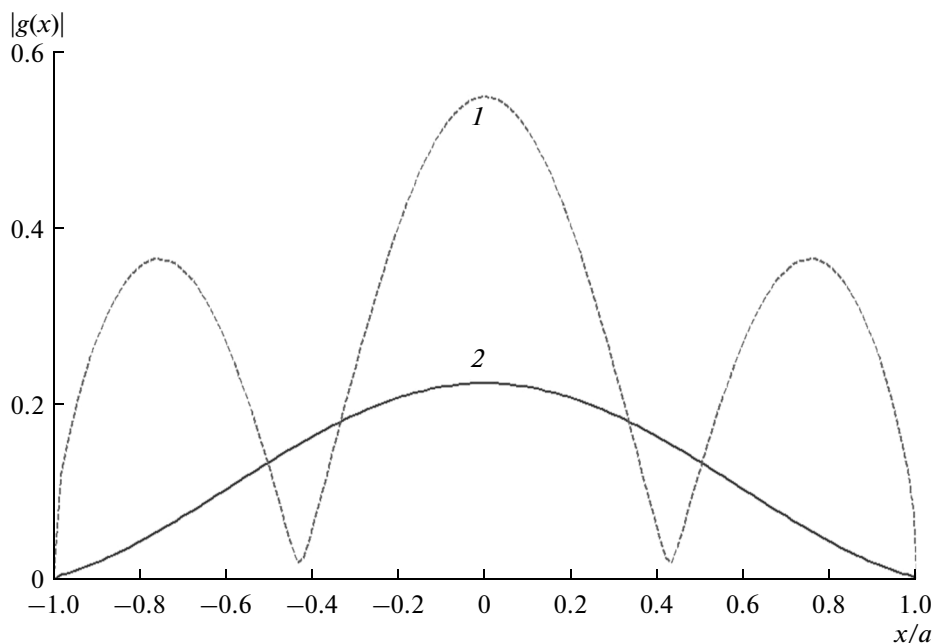
поля. Заметим, что второе слагаемое значительно меньше первого и обращается в нуль при нормальном падении плоской волны ( $\varphi_0 = \pi/2$ ). Поэтому нечетные резонансы при нормальном падении не возбуждаются, а при наклонном падении они менее выражены, чем четные резонансы (см. рис. 4). Очевидно, что для нечетных колебаний условие (23) выполняется автоматически, поэтому у функции  $\sigma_s$  нет резонансных всплесков на соответствующих частотах (см. рис. 6).

Из формулы (14) следует, что поглощенная мощность минимальна, если

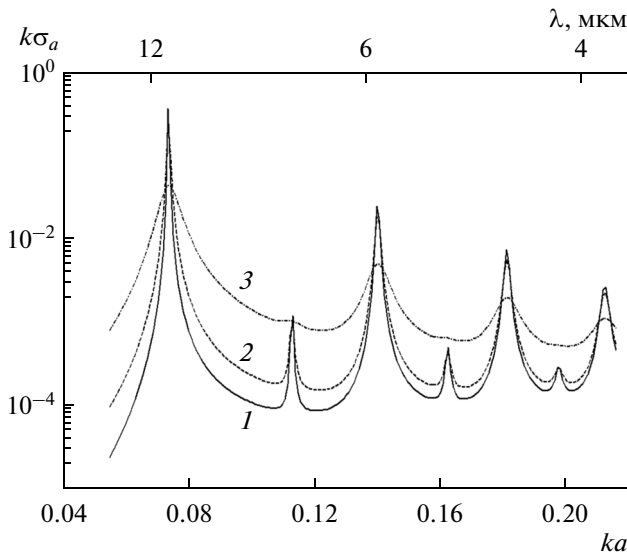
$$\int_{-a}^a |g(x)|^2 dx = \min. \quad (25)$$

На рис. 7 показано также распределение тока на частоте  $ka = 0.11$ , соответствующей минимуму поглощенной мощности (кривая 2). Заметим, что амплитуда этого тока в три раза меньше, чем амплитуда тока на кривой 1. Однако рассеянная мощность при  $ka = 0.11$  оказалась почти на два порядка больше мощности, рассеянной на частоте провала  $ka = 0.137$ . Неожиданный на первый взгляд результат объясняется тем, что распределение тока при  $ka = 0.11$  не удовлетворяет условию гашения дальнего поля (23).

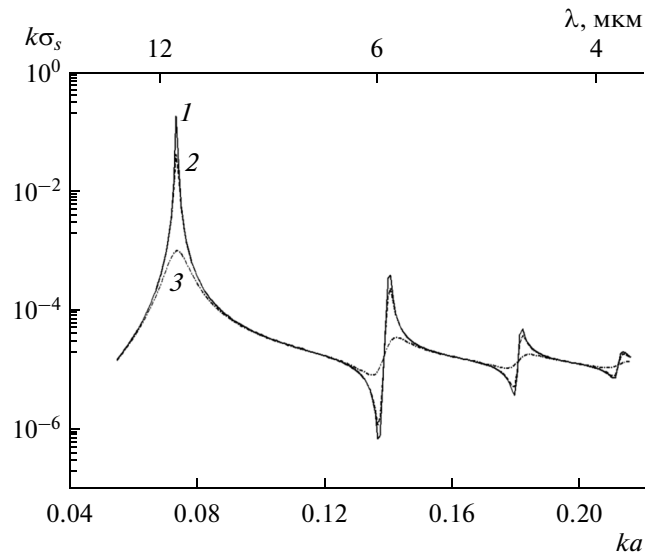
Исследуем влияние энергии релаксации  $\Gamma$  на свойства плазменных резонансов. При увеличении параметра  $\Gamma$  тепловые потери возрастают. На рис. 8 и 9 приведены спектры соответственно поглощенной и рассеянной мощности при  $\Gamma = 10^{-4}$ ,



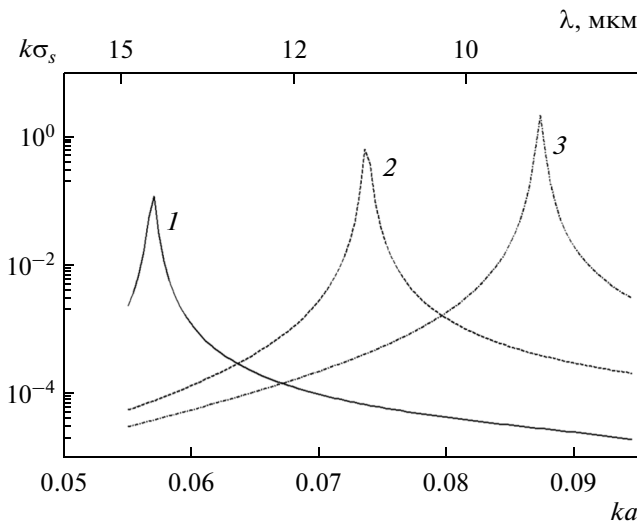
**Рис. 7.** Распределение модуля поверхностного тока на ленте из графена при  $\Gamma = 10^{-4}$  эВ,  $\mu = 0.5$  эВ,  $\varphi_0 = \pi/2$ . Кривые 1, 2 соответствуют частотам  $ka = 0.137$ ;  $0.11$ .



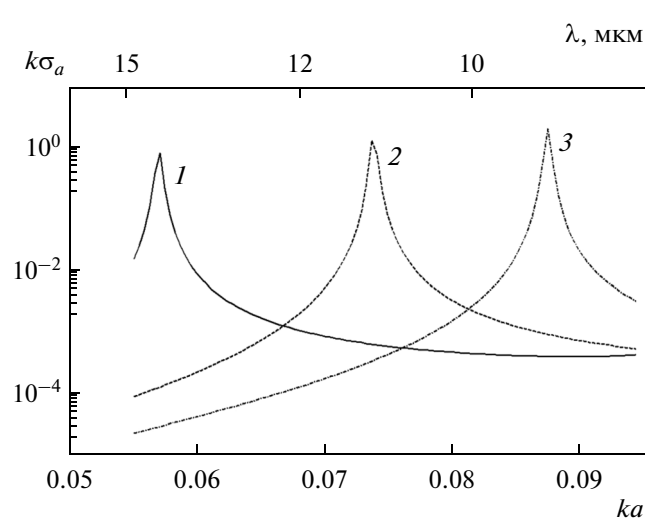
**Рис. 8.** Зависимость от частоты сечения поглощения ленты из графена при  $\mu = 0.5$  эВ,  $\varphi_0 = \pi/4$ . Кривые 1, 2, 3 соответствуют  $\Gamma = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$  эВ.



**Рис. 9.** Зависимость от частоты сечения рассеяния ленты из графена при  $\mu = 0.5$  эВ,  $\varphi_0 = \pi/4$ . Кривые 1, 2, 3 соответствуют  $\Gamma = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$  эВ.



**Рис. 10.** Зависимость от частоты сечения рассеяния ленты из графена при  $\Gamma = 10^{-4}$  эВ,  $\varphi_0 = \pi/2$ . Кривые 1, 2, 3 соответствуют  $\mu = 0.3; 0.5; 0.7$  эВ.



**Рис. 11.** Зависимость от частоты сечения поглощения ленты из графена при  $\Gamma = 10^{-4}$  эВ,  $\varphi_0 = \pi/2$ . Кривые 1, 2, 3 соответствуют  $\mu = 0.3; 0.5; 0.7$  эВ.

$10^{-3}, 10^{-2}$  эВ. Видно, что при  $\Gamma = 10^{-2}$  эВ нечетные резонансы исчезают и в спектре поглощения. Заметим, что в отличие от цилиндра из серебра [16], в ленте из графена мультипольные плазмонные резонансы проявляются и в дальнем поле (см. рис. 9) благодаря более высокой добротности.

Из формулы (12) следует, что для рассматриваемого случая узких лент ( $ka \ll 1$ ) диаграммы рассеяния на всех частотах можно аппроксимировать выражением  $\Phi \sim A \sin \varphi$ . Таким образом, плазмонные резонансы проявляются лишь в уве-

личении амплитуды  $A$ . Заметим, что в цилиндре мультипольные резонансы различных порядков характеризуются различными диаграммами рассеяния  $\cos(m\varphi)$  [16].

Положением резонансов на кривых  $\sigma_s(\lambda)$  и  $\sigma_a(\lambda)$  можно управлять, изменяя химический потенциал  $\mu$ . Влияние химического потенциала на рассеивающие и поглощающие свойства ленты в окрестности дипольного резонанса проиллюстрировано соответственно на рис. 10, 11.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено численное исследование резонансных явлений, возникающих при дифракции плоской волны на ленте из графена. Рассмотрено влияние энергии релаксации и химического потенциала графена на поглощающие и рассеивающие свойства ленты в инфракрасном диапазоне длин волн. Показано, что спектры поглощения и рассеяния принципиально различаются. Обнаружено, что вблизи четных высших резонансов на спектральной характеристике рассеяния наблюдаются глубокие провалы, приводящие к эффекту “незаметности” ленты.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-02-00247-а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Климов В.В.* Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
2. *Velichko E.A., Nosich A.I.* // Opt. Lett. 2013. V. 38. № 23. P. 4978.
3. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 896.
4. *Geim A.K., Novoselov K.S.* // Nature Mater. 2007. V. 6. № 3. P. 183.
5. *Ju L., Geng B., Horng J. et al.* // Nature Nanotechnol. 2011. V. 6. № 10. P. 630.
6. *Vakil A., Engheta N.* // Science. 2011. V. 332. № 10. P. 1291.
7. *Garcia de Abajo F.J.* // ACS Photonics. 2014. V. 1. № 1. P. 135.
8. *Shapoval O.V., Gomez-Diaz J.S., Perruisseau-Carrier J. et al.* // IEEE Trans. 2013. V. TST-3. № 5. P. 666.
9. *Balaban M.V., Shapoval O.V., Nosich A.I.* // J. Opt. 2013. V. 15. № 11. P. 114007.
10. *Фальковский Л.А.* // Успехи физ. наук. 2008. Т. 178. № 9. С. 923.
11. *Мальшикин П.А., Шатров А.Д.* // РЭ. 1999. Т. 44. № 7. С. 800.
12. *Ваганов Р.Б., Каценеленбаум Б.З.* Основы теории дифракции. М.: Наука, 1982.
13. *Кюркчан А.Г., Анютин А.П.* // ДАН. 2002. Т. 385. № 3. С. 309.
14. *Анютин А.П., Кюркчан А.Г.* // РЭ. 2004. Т. 49. № 1. С. 15.
15. *Francescato Y., Giannini V., Maier S.A.* // New J. Phys. 2013. V. 5. № 6. P. 063020.
16. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 6. С. 610.