

УДК 538.566.2+621.372.8

## ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ В ЭЛЛИПТИЧЕСКОМ ЦИЛИНДРЕ ИЗ ЗОЛОТА

*Д. В. Александров, А. П. Анютин, И. П. Коршунов\*, А. Д. Шатров*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, г. Фрязино Московской обл., Россия

Исследованы плазмонные резонансы, возникающие в двумерной задаче о дифракции плоской волны на золотом цилиндре с эллиптической формой поперечного сечения. Численными и асимптотическими методами найдены спектры рассеяния и поглощения в оптическом диапазоне. Для цилиндра с вытянутой формой поперечного сечения в квазистатическом приближении получено простое аналитическое решение задачи. Показано, что при нормальном падении плоской волны в таком цилиндре возбуждается единственный квазистатический плазмонный резонанс.

### ВВЕДЕНИЕ

Интерес к свойствам плазмон-поляритонов связан, прежде всего, с высокой локализацией их электромагнитного поля, которая позволяет использовать их в субволновом и ближнепольном зондировании. Например, нанопровода из серебра и золота широко применяются в качестве сенсоров [1]. Отметим, что плазмонные резонансы в проводах с круглым сечением реализуются в ультрафиолетовой части спектра. Однако, используя нанотрубки, можно сместить частоты плазмонных резонансов в видимую область светового диапазона [2, 3]. Такой же эффект достигается при использовании металлических нанолент, ширина которых значительно превышает их толщину. Численные расчёты рассеивающих и поглощающих свойств металлических лент с поперечным сечением в виде вытянутого прямоугольника проведены в работе [4]. Цель данной работы состоит в исследовании особенностей квазистатических плазмонных резонансов в ленте из золота в случае, когда её поперечное сечение имеет форму сильно вытянутого эллипса.

### 1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД ЕЁ РЕШЕНИЯ

Рассматривается задача о дифракции плоской волны на эллиптическом цилиндре из золота (см. рис. 1). Плоская волна распространяется в свободном пространстве в направлении единичного вектора  $(\cos \varphi_0, \sin \varphi_0, 0)$  и характеризуется следующими компонентами электрического ( $\mathbf{E}^{(0)}$ ) и магнитного ( $\mathbf{H}^{(0)}$ ) полей:

$$\begin{aligned} H_z^{(0)} &= \exp(-ikx \cos \varphi_0 - iky \sin \varphi_0), & E_x^{(0)} &= -\eta \sin \varphi_0 \exp(-ikx \cos \varphi_0 - iky \sin \varphi_0), \\ E_y^{(0)} &= \eta \cos \varphi_0 \exp(-ikx \cos \varphi_0 - iky \sin \varphi_0). \end{aligned} \quad (1)$$

Граница цилиндра задана уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (2)$$

---

\* korip@ms.ire.rssi.ru

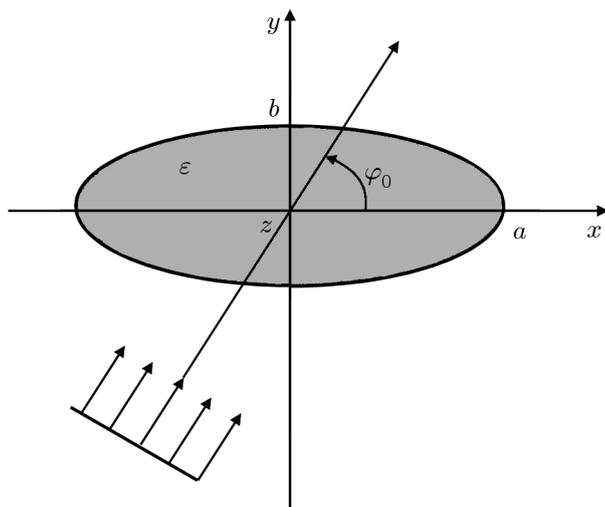


Рис. 1. Геометрия задачи

Зависимость от времени выбрана в виде  $\exp(i\omega t)$ , где  $\omega = kc$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\lambda$  — длина волны,  $\eta = 120\pi$  Ом — волновое сопротивление вакуума. Пространственное распределение диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\bar{\epsilon}(x, y) = \begin{cases} \epsilon, & x^2/a^2 + y^2/b^2 < 1; \\ 1, & x^2/a^2 + y^2/b^2 > 1, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$  — комплексная диэлектрическая проницаемость золота, которая является функцией длины волны  $\lambda$  [1].

Исследование сформулированной задачи удобнее проводить, используя  $z$ -компоненту  $U(x, y) = H_z(x, y)$  магнитного поля, т. к. в этом случае краевая задача для функции  $U(x, y)$  является скалярной. Полное поле  $U(x, y)$ , т. е. суперпозиция падающего и рассеянного полей, в

кусочно-постоянной среде (3) удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial y^2} + k^2 \bar{\epsilon}(x, y) U(x, y) = 0. \quad (4)$$

Компоненты электрического поля могут быть выражены через функцию  $U(x, y)$ :

$$E_x(x, y) = \frac{\eta}{ik\bar{\epsilon}(x, y)} \frac{\partial U(x, y)}{\partial y}, \quad E_y(x, y) = -\frac{\eta}{ik\bar{\epsilon}(x, y)} \frac{\partial U(x, y)}{\partial x}. \quad (5)$$

Граничные условия на поверхности цилиндра имеют вид

$$U^- = U^+, \quad \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial U^-}{\partial N} = \frac{\partial U^+}{\partial N}, \quad (6)$$

где величина  $\partial U/\partial N$  означает производную по направлению внешней нормали к контуру (2), индексы минус и плюс относятся к значениям поля на внутренней и внешней сторонах поверхности цилиндра соответственно.

Как уже отмечалось, полное поле вне цилиндра состоит из падающего ( $U^{(0)}$ ) и рассеянного ( $U^s$ ) полей. Падающее поле задано функцией

$$U^{(0)} = \exp(-ikx \cos \varphi_0 -iky \sin \varphi_0). \quad (7)$$

Рассеянное поле в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi)$ , где  $x = r \cos \varphi$  и  $y = r \sin \varphi$ , в дальней зоне ( $kr \rightarrow \infty$ ) должно удовлетворять условию излучения

$$U^s = \Phi(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \exp\left(-ikr + i\frac{\pi}{4}\right), \quad (8)$$

где  $\Phi(\varphi)$  — диаграмма рассеяния.

Полное сечение рассеяния  $\sigma_s$  определяется формулой

$$\sigma_s = \frac{2}{\pi k} \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi. \quad (9)$$

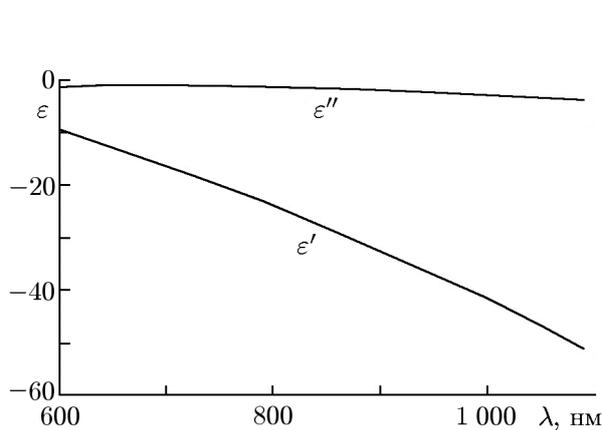


Рис. 2. Зависимость действительной ( $\varepsilon'$ ) и мнимой ( $\varepsilon''$ ) частей диэлектрической проницаемости золота от длины волны

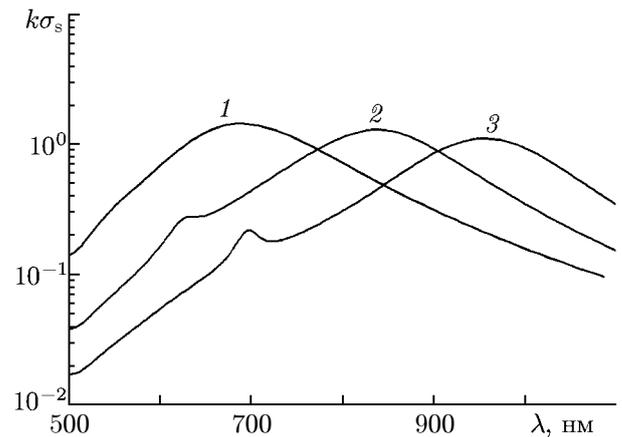


Рис. 3. Зависимость от длины волны полного сечения рассеяния эллиптического цилиндра при  $a = 100$  нм и  $\varphi_0 = \pi/6$ . Кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям  $a/b = 10, 20, 30$

Сечение поглощения может быть представлено в виде интеграла по внешнему контуру границы цилиндра,

$$\sigma_a = \frac{1}{k} \operatorname{Im} \oint \frac{\partial U}{\partial N} U^* ds, \quad (10)$$

где индекс «звёздочка» означает комплексное сопряжение. Нетрудно показать, что величины  $\sigma_s$  и  $\sigma_a$  удовлетворяют оптической теореме

$$k\sigma_s + k\sigma_a = -4\operatorname{Re}\Phi(\varphi_0). \quad (11)$$

## 2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение сформулированной задачи проводилось модифицированным методом дискретных источников [5, 6]. Заметим, что в работе [7] этот метод уже применялся для описания дифракции на эллиптическом цилиндре из метаматериала.

Зависимости вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости золота от длины волны  $\lambda$  в диапазоне  $600 \div 1100$  нм были аппроксимированы интерполяцией кубическими сплайнами экспериментальных данных работы [8] и представлены на рис. 2.

На рис. 3 изображены зависимости полных сечений рассеяния от длины волны  $\lambda$  для эллиптических цилиндров с одинаковой большой полуосью,  $a = 100$  нм, и различными значениями малой полуоси  $b$ . Расчёты выполнены для случая наклонного падения плоской волны:  $\varphi_0 = \pi/6$ . Видно, что с уменьшением размера  $b$  резонансная частота смещается в область больших длин волн.

На рис. 4 представлены аналогичные зависимости для эллиптических цилиндров меньшего размера ( $a = 20$  нм) при  $\varphi_0 = \pi/2$ . Тенденция к увеличению резонансной длины волны с уменьшением размера  $b$  сохранилась. Чтобы оценить роль тепловых потерь, на этом рисунке приведены также кривые, рассчитанные для гипотетического случая, когда потерь нет ( $\varepsilon'' = 0$ ). Резонансные значения сечений рассеяния увеличились примерно в 40 раз. Заметим, что на всех графиках в исследуемом диапазоне длин волн наблюдается единственный резонанс.

### 3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИ $ka \ll 1$ И $b/a \ll 1$

Известно, что тонкая пластина из диэлектрика с большой по модулю диэлектрической проницаемостью обладает такими же электродинамическими свойствами, что и плёнка с поверхностной проводимостью  $\sigma$ , равной [9]

$$\sigma = ikd\varepsilon/\eta, \tag{12}$$

где  $d$  — толщина диэлектрической пластины ( $kd \ll 1$ ). Если пластина расположена в плоскости  $y = 0$ , то соответствующие граничные условия для полного поля имеют вид

$$E_x(x, +0) = E_x(x, -0), \quad H_z(x, +0) - H_z(x, -0) = \sigma E_x(x, 0). \tag{13}$$

При  $\sigma = \text{const}$  и  $\text{Im}\sigma < 0$  двухсторонние граничные условия (13) описывают, в частности, плёнку из графена. Интерпретация графена как тонкого диэлектрического слоя, у которого  $\varepsilon' \ll -1$ , часто используется при расчётах конкретных электродинамических структур [10, 11].

Если применить описанный подход к диэлектрическому цилиндру, имеющему в поперечном сечении форму вытянутого эллипса (2), то толщина пластины будет функцией координаты  $x$ :

$$d = 2b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}, \tag{14}$$

где  $|x| < a$ . Поэтому в этом случае эквивалентная поверхностная проводимость плёнки будет изменяться вдоль её поверхности по закону

$$\eta\sigma(x) = 2ikb\varepsilon \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}. \tag{15}$$

Задача о дифракции плоской волны (7) на бесконечно тонкой ленте с проводимостью  $\sigma(x)$  может быть сведена к решению интегро-дифференциального уравнения для поверхностного тока  $g(x)$  на ленте:

$$g(x) = H_z(x, +0) - H_z(x, -0), \tag{16}$$

где  $|x| < a$ . В частном случае нормального падения волны ( $\varphi_0 = \pi/2$ ) это уравнение в безразмерных переменных  $x/a = s$  и  $x'/a = t$  имеет вид [12]

$$\frac{1}{4ka} \left( \frac{d^2}{ds^2} + k^2 a^2 \right) \int_{-1}^1 H_0^{(2)}(ka|s-t|)g(t) dt + \frac{1}{\eta\sigma(s)} g(s) = -1, \quad g(-1) = g(1) = 0, \tag{17}$$

где  $H_0^{(2)}(\xi)$  — функция Ханкеля II-го рода 0-го порядка. При малых значениях аргумента аппроксимируем её выражением

$$H_0^{(2)}(ka|s-t|) \approx 1 - \frac{1}{4} k^2 a^2 (s-t)^2 - \frac{2i}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma ka}{2} |s-t|\right), \tag{18}$$

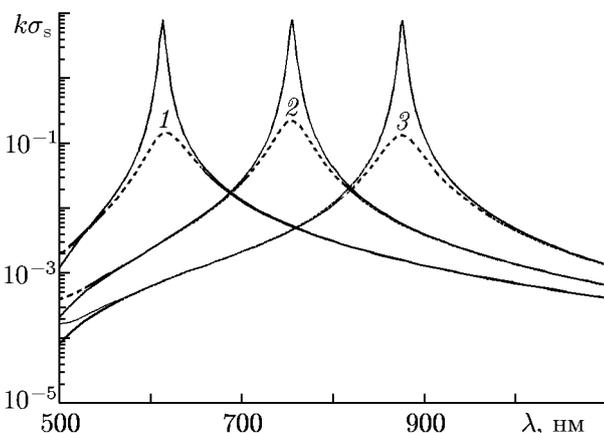


Рис. 4. Зависимость от длины волны полного сечения рассеяния эллиптического цилиндра при  $a = 20$  нм,  $\varphi_0 = \pi/2$ . Кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям  $a/b = 10, 20, 30$ . Сплошные и штриховые кривые отвечают  $\varepsilon = \varepsilon'$  и  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$

где  $\gamma = 1,78 \dots$ . Сохраняя в вещественной и мнимой частях уравнения (17) лишь старшие по малому параметру  $ka$  члены, получим

$$-\frac{i}{2\pi ka} \frac{d^2}{ds^2} \int_{-1}^1 \ln\left(\frac{\gamma ka}{2} |s-t|\right) g(t) dt + \frac{ka}{8} \int_{-1}^1 g(s) ds + \frac{1}{\eta\sigma(s)} g(s) = -1, \quad g(-1) = g(1) = 0. \quad (19)$$

Внесём операцию дифференцирования под знак интеграла:

$$\frac{i}{2\pi ka} \frac{d}{ds} \int_{-1}^1 \frac{g(t)}{t-s} dt + \frac{ka}{8} \int_{-1}^1 g(s) ds + \frac{1}{\eta\sigma(s)} g(s) = -1, \quad g(-1) = g(1) = 0. \quad (20)$$

В квазистатическом приближении диаграмма рассеяния и сечения рассеяния и поглощения выражаются через ток  $g(s)$  по формулам [12]

$$\Phi(\varphi) = \frac{1}{4} ka \sin \varphi \int_{-1}^1 g(s) ds, \quad (21)$$

$$k\sigma_s = \frac{1}{8} k^2 a^2 \left| \int_{-1}^1 g(s) ds \right|^2, \quad (22)$$

$$k\sigma_a = ka \int_{-1}^1 |g(s)|^2 \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{\eta\sigma(s)} \right] ds. \quad (23)$$

Умножим уравнение (20) на  $g^*(s)$  и проинтегрируем его по интервалу  $(-1, 1)$ . Выделив вещественную часть, получим

$$\frac{ka}{8} \left| \int_{-1}^1 g(s) ds \right|^2 + \int_{-1}^1 |g(s)|^2 \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{\eta\sigma(s)} \right] ds = -\operatorname{Re} \int_{-1}^1 g(s) ds. \quad (24)$$

С учётом соотношений (21)–(23) выражение (24) эквивалентно оптической теореме (11). Таким образом, при использовании приближённого квазистатического уравнения (20) фундаментальное свойство волнового поля (11) сохраняется.

При численном решении интегральных уравнений с ядром Коши удобно использовать полиномы Чебышёва 2-го рода [13]

$$U_m(s) = \frac{\sin[(m+1)\theta]}{\sin \theta}, \quad (25)$$

где  $s = \cos \theta$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$ . Ток  $g(s)$  ищем в виде разложения

$$g(s) = \sqrt{1-s^2} \sum_{m=0}^{\infty} A_m U_m(s). \quad (26)$$

Подставляя разложение (26) в уравнение (20) и используя свойство полиномов  $U_m(s)$ ,

$$\frac{d}{ds} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-t^2} U_m(t)}{t-s} dt = -\pi(m+1)U_m(s), \quad (27)$$

получим функциональное соотношение

$$\begin{aligned}
 -\frac{i}{2ka} \sum_{m=0}^{\infty} (m+1)A_m U_m(s) + \frac{ka}{8} \sum_{m=0}^{\infty} A_m \int_{-1}^1 \sqrt{1-s^2} U_m(s) ds + \\
 + \frac{1}{\eta\sigma(s)} \sqrt{1-s^2} \sum_{m=0}^{\infty} A_m U_m(s) = -1. \tag{28}
 \end{aligned}$$

Для вытянутого эллипса поверхностная проводимость даётся формулой

$$\eta\sigma(s) = \eta\sigma_0 \sqrt{1-s^2}, \tag{29}$$

где  $\eta\sigma_0 = 2ikb\varepsilon$ . В этом случае из (28) следует, что только коэффициент  $A_0$  отличен от нуля:

$$A_0 = -\frac{2i}{\frac{1}{ka} + \frac{2i}{\eta\sigma_0} + i\frac{\pi ka}{8}} = -\frac{2i}{\frac{1}{ka} + \frac{1}{\varepsilon kb} + i\frac{\pi ka}{8}}, \quad A_m = 0, \quad m \geq 1. \tag{30}$$

Формулы (22) и (23) примут вид

$$k\sigma_s = \frac{\pi^2 k^2 a^2}{32} |A_0|^2, \tag{31}$$

$$k\sigma_a = \frac{\pi ka}{2} |A_0|^2 \operatorname{Re} \left( \frac{1}{\eta\sigma_0} \right) = \frac{\pi a}{4b} |A_0|^2 \operatorname{Im} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right). \tag{32}$$

Из (30) следует, что в отсутствие тепловых потерь ( $\varepsilon'' = 0$ ) резонанс наблюдается при условии

$$\frac{a}{b} = -\varepsilon' \tag{33}$$

и резонансное значение полного сечения рассеяния

$$k\sigma_s = 8. \tag{34}$$

На рис. 5 и 6 приведены рассчитанные согласно (30)–(32) зависимости от длины волны сечений рассеяния и поглощения для эллиптического цилиндра из золота в диапазоне  $600 \div 1100$  нм при  $a = 20$  нм и различных значениях  $b$ . Кривые на рис. 5 хорошо согласуются с результатами строгих расчётов, представленных на рис. 4. Как следует из рис. 2, положение резонансов на рис. 4 соответствует формуле (33). Значения максимумов на сплошных кривых на рис. 4 также согласуются с квазистатической формулой (34).

Для сравнения рассмотрим случай, когда сечение диэлектрического цилиндра имеет прямоугольную форму с размерами  $2a \times 2b$ . Тогда эквивалентная поверхностная проводимость ленты постоянна:

$$\eta\sigma(s) = \eta\sigma_0 = 2ikb\varepsilon. \tag{35}$$

В отличие от случая эллиптического цилиндра ряд (26) теперь содержит бесконечное число чётных членов  $A_{2m}$ . Из-за чётности функции  $g(s)$  коэффициенты  $A_{2m+1}$  равны нулю. Из соотношения (28) можно получить бесконечную систему линейных алгебраических уравнений для коэффициентов  $A_{2m}$ , где  $m = 0, 1, 2, \dots$ . Для этого достаточно умножить (28) на  $\sqrt{1-s^2} U_m(s)$  и проинтегрировать его по интервалу  $(-1, 1)$ . При этом используются следующие свойства полиномов:

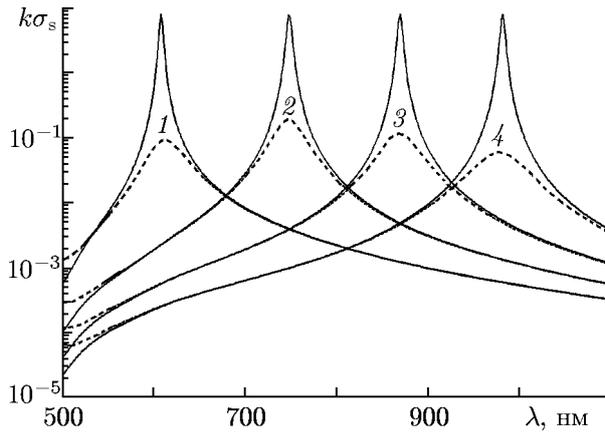


Рис. 5. Зависимость от длины волны полного сечения рассеяния эллиптического цилиндра в квазистатическом приближении при  $a = 20$  нм,  $\varphi_0 = \pi/2$ . Кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют  $a/b = 10, 20, 30, 40$ . Сплошные и штриховые кривые отвечают  $\varepsilon = \varepsilon'$  и  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$

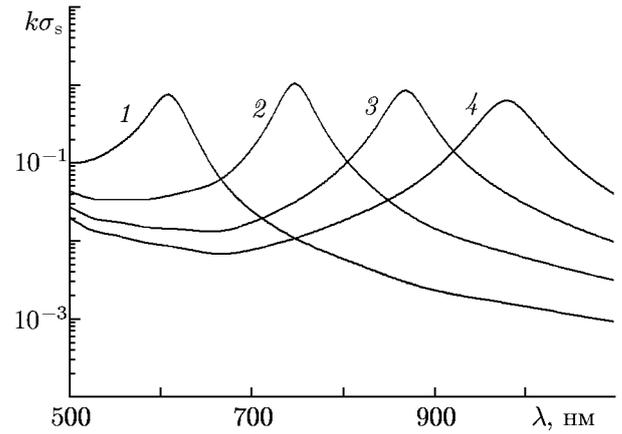


Рис. 6. Зависимость от длины волны полного сечения поглощения эллиптического цилиндра в квазистатическом приближении при  $a = 20$  нм,  $\varphi_0 = \pi/2$ . Кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют  $a/b = 10, 20, 30, 40$

$$\int_{-1}^1 \sqrt{1-s^2} U_n(s) U_m(s) ds = \frac{\pi}{2} \delta_{mn}, \quad (36)$$

$$\int_{-1}^1 (1-s^2) U_{2n-2}(s) U_{2m-2}(s) ds = \frac{1}{4(n+m-1)^2-1} - \frac{1}{4(n-m)^2-1}, \quad (37)$$

где

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 0, & m \neq n; \\ 1, & m = n. \end{cases} \quad (38)$$

Если ввести обозначение

$$B_m = A_{2m-2}, \quad (39)$$

где  $m = 1, 2, 3, \dots$ , то для коэффициентов  $B_m$  получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{m=1}^{\infty} C_{nm} B_m = D_n, \quad (40)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,

$$C_{mn} = (2n-1)\delta_{mn} + i \frac{4ka}{\pi\eta\sigma_0} \left[ \frac{1}{4(n+m-1)^2-1} - \frac{1}{4(n+m)^2-1} \right] + i \frac{\pi k^2 a^2}{8} \delta_{1,n} \delta_{1,m}, \quad (41)$$

$$D_n = -2ika\delta_{1,n}. \quad (42)$$

Величины  $\sigma_s$  и  $\sigma_a$  выражаются через коэффициенты  $B_m$  по формулам

$$k\sigma_s = \frac{\pi^2 k^2 a^2}{32} |B_1|^2, \quad (43)$$

$$k\sigma_a = ka \operatorname{Re} \left( \frac{1}{\eta\sigma_0} \right) \sum_{n,m=1}^{\infty} B_m B_n^* \left[ \frac{1}{4(n+m-1)^2 - 1} - \frac{1}{4(n-m)^2 - 1} \right]. \tag{44}$$

Рисунок 7 иллюстрирует принципиальное различие спектральных характеристик полей, рассеянных лентами с постоянной и переменной поверхностными проводимостями. Кривые 1 и 2 описывают зависимость величин  $\sigma_s$  и  $\sigma_a$  от параметра  $ka$  для ленты с постоянной проводимостью, равной

$$\eta\sigma_0 = 0,0005 - i0,25. \tag{45}$$

Поскольку проводимость материала зависит от частоты  $\omega$ , то график на рис. 7, описывающий зависимость характеристик поля от безразмерного параметра  $ka$ , следует рассматривать как функцию полуширины ленты  $a$  при фиксированной частоте. Расчёты проведены путём решения системы алгебраических уравнений (40). В приведённом диапазоне изменения параметра  $ka$  рассматриваемые зависимости содержат два резонанса. Кривые 3 и 4 характеризуют сечения  $\sigma_s$  и  $\sigma_a$  для ленты, проводимость которой меняется вдоль поверхности согласно формуле (29) с тем же значением (45) параметра  $\eta\sigma_0$ . В этом случае задача имеет явное решение (30)–(32) и зависимости 3, 4 содержат единственный резонанс. Из (30) следует, что при малых тепловых потерях ( $\operatorname{Re}(\eta\sigma_0) \ll |\operatorname{Im}(\eta\sigma_0)|$ ) положение этого резонанса определяется выражением

$$ka = -\frac{1}{2} \operatorname{Im}(\eta\sigma_0) = 0,125. \tag{46}$$

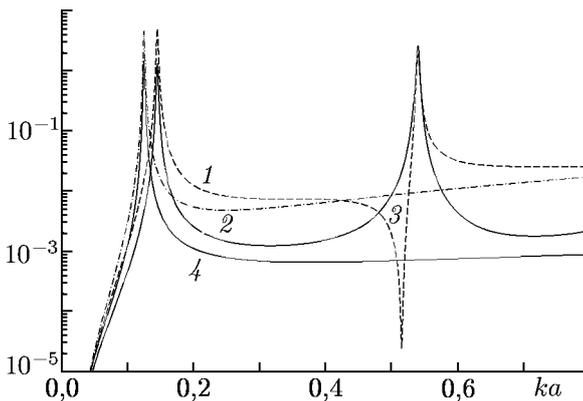


Рис. 7. Спектры рассеяния ( $k\sigma_s$ , штриховые кривые) и поглощения ( $k\sigma_a$ , сплошные кривые) лент с постоянной ( $\eta\sigma_0 = 0,0005 - i0,25$ ; кривые 1, 2) и переменной ( $\eta\sigma(s) = \eta\sigma_0 \sqrt{1 - s^2}$ ; кривые 3, 4) поверхностными проводимостями при  $\varphi_0 = \pi/2$

Уникальность закона распределения поверхностной проводимости (29) состоит в том, что в этом случае возбуждается только один плазмонный резонанс. При этом следует иметь в виду, что упомянутое свойство реализуется только при нормальном падении плоской волны, когда правая часть уравнения (20) содержит единственную функцию  $U_0(s)$ . Например, при возбуждении ленты линейным источником, расположенным вблизи неё, в спектрах рассеяния и поглощения возникнут многочисленные резонансы высших порядков. Как следует из (28), их резонансные частоты определяются формулой

$$ka = -\frac{m+1}{2} \operatorname{Im}(\eta\sigma_0), \tag{47}$$

где  $m = 1, 2, 3, \dots$ . Выражая согласно (29) величину  $\eta\sigma_0$  через диэлектрическую проницаемость эллиптического цилиндра, получим условие резонанса, которое обобщает формулу (33):

$$\frac{a}{b} = -(m+1)\varepsilon', \tag{48}$$

где  $m = 1, 2, \dots$ . Эквивалентный поверхностный ток в условиях резонанса определяется единственным членом ряда (26).

Разумеется, реализация плазмонных резонансов высших порядков возможна лишь при малых тепловых потерях материала. Кривые 1 и 2 на рис. 7 рассчитаны для ленты, у которой поверхностная проводимость задана величиной (45), которая обеспечивает весьма малые потери.

Эта величина поверхностной проводимости типична для графена и в инфракрасном диапазоне. В результате в спектрах рассеяния и поглощения наблюдаются два ярко выраженных чётных резонанса.

Плазмоны в ленте из золота характеризуются существенно большими потерями. Кривая 3 на рис. 3 кроме основного резонанса ( $m = 0$ ) при  $\lambda \approx 950$  нм содержит слабо выраженный резонанс при  $\lambda \approx 700$  нм. Этот резонанс существует только при наклонном падении плоской волны; он соответствует нечётному колебанию ( $m = 1$ ).

Заметим, что металл рассматривался в данной работе как однородный электронный газ, который характеризовался локальной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Однако известно, что при рассмотрении сверхтонких металлических плёнок с толщиной порядка 1 нм необходимо учитывать нелокальный характер оптического отклика среды, что является весьма сложной задачей [14, 15]. Поэтому результаты, относящиеся к случаю  $b \approx 1$  нм, могут оказаться недостаточно точными.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для случая ТМ-поляризации рассмотрена задача дифракции плоской волны на эллиптическом цилиндре из золота. Численными методами исследовано влияние формы эллипса на частоты плазмонных резонансов. Для цилиндров с вытянутой формой поперечного сечения развита приближённая квазистатическая теория, основанная на замене эллиптического цилиндра лентой с переменной поверхностной проводимостью. Получены простые аналитические выражения для сечений рассеяния и поглощения. Показано, что в области своей применимости выводы приближённой теории хорошо согласуются с результатами строгих численных расчётов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 16-02-00247-а).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Климов В. В. Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009. 480 с.
2. Velichko E. A., Nosich A. I. // Opt. Lett. 2013. V. 38, No. 23. P. 4978.
3. Анютин А. П., Коршунов И. П., Шатров А. Д. // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60, № 9. С. 896.
4. Sharoval O. V., Nosich A. I. // IEEE Trans. Nanotechnol. 2013. V. 12, No. 3. P. 442.
5. Кюркчан А. Г., Минаев С. А., Соловейчик А. Л. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 6. С. 666.
6. Anuyutin A. P., Stasevich V. I. // JQSRT. 2006. V. 100, No. 1–3. P. 16.
7. Анютин А. П., Коршунов И. П., Шатров А. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 2014. Т. 57, № 5. С. 420.
8. Johnson P. B., Christy R. W. // Phys. Rev. B. 1972. V. 6, No. 12. P. 4370.
9. Аполлонский С. М., Ерофеев В. Т. Электромагнитные поля в экранирующих оболочках. Минск: Университетское из-во, 1988. 246 с.
10. Francescato Y., Giannini V., Maier S. A. // New J. Phys. 2013. V. 15, No. 6. Art. no. 063020.
11. Макеева Г. С., Голованов О. А., Вареница В. В. // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т. 17, № 4. С. 17.
12. Анютин А. П., Коршунов И. П., Шатров А. Д. // Радиотехника и электроника. 2016. Т. 61, № 6. С. 568.

13. Неганов В. А., Нефёдов Е. И., Яровой Г. П. Электродинамические методы проектирования устройств СВЧ и антенн. М.: Радио и связь, 2002. 416 с.
14. Andreev A. V., Kozlov A. B. // Phys. Rev. B. 2003. V. 68, No. 19. Art. no. 195405.
15. Raza S., Bozhevolnyi S. I., Wubs M., Mortensen N. A. // J. Phys. Condens. Matter. 2015. V. 27, No. 18. Art. no. 183204.

Поступила в редакцию 16 ноября 2015 г.; принята в печать 14 сентября 2016 г.

## PLASMON RESONANCES IN THE ELLIPTICAL GOLD CILINDERS

*D. V. Aleksandrov, A. P. Anyutin, I. P. Korshunov, and A. D. Shatrov*

The plasmon resonances occurring in the 2D diffraction problem of the plane wave into the gold cylinder with the elliptic cross-section shape is investigated. Scattered and absorbed spectrums over optical range are calculated by rigorous numerical methods. A simple analytic solution for the elongate cylinder is derived as the quasi-static approach. It is shown the resonance is unique quasi-static plasmon resonance in the cylinder.