

Исследование электродинамической системы, состоящей из лазерного резонатора и внешнего слабо отражающего элемента

А.Д. Шатров, М.Н. Дубров, Д.В. Александров

Аннотация

Поведение электромагнитного поля в трехзеркальном лазерном резонаторе описывается методом интегральных уравнений. Приводятся результаты численных расчетов и экспериментальных исследований для конкретных примеров реализации данной задачи. Определены условия оптимальной настройки лазерного интерферометра-деформографа с трехзеркальным резонатором. Исследуется вклад отраженного и рассеянного излучения, а также возникающих при этом дополнительных сейсмических помех в результирующую погрешность лазерных гравитационно-волновых детекторов.

Ключевые слова: лазер, интерферометр, деформограф, обратное рассеяние, гравитационно-волновой детектор

1. Введение

Методы расчета резонансных частот (собственных типов колебаний, мод) изолированного квазиоптического резонатора со сферическими (в двухмерном случае – цилиндрическими) зеркалами являются достаточно полно разработанными и изученными (см., например, обзор [1]). Однако указанная двухзеркальная электродинамическая система, входящая в качестве составной части в любое лазерное измерительное устройство, проявляет особые характеристики и свойства в случае внесения третьего отражающего или рассеивающего элемента. Эта ситуация реализуется на практике всегда, т.к. любая оптическая нагрузка не может быть сделана полностью согласованной – даже если предприняты специальные меры, часть отраженного и рассеянного излучения возвращается в резонатор лазера и вносит искажения в его спектральные характеристики. Использование этого эффекта, в частности для селекции типов колебаний открытого

резонатора, рассмотрено в работе [1]. Благодаря созданию в последние десятилетия высокостабильных лазеров и разработке высокоточных измерительных, в том числе интерферометрических методов и устройств, вопросы влияния несогласованной нагрузки на работу оптического генератора даже при весьма низком уровне обратного отражения оказываются чрезвычайно актуальными.

Простейшей моделью такой электродинамической системы является трехзеркальный лазерный резонатор, в котором роль несогласованной нагрузки выполняет внешнее слабо отражающее зеркало. Исследования трехзеркальных лазерных резонаторов, начавшиеся практически одновременно с созданием первых лазеров [2, 3], продолжают до сих пор [4, 5], что свидетельствует о сложности решения данной задачи и ее важности для практических приложений. При использовании лазера в качестве источника высоко когерентного излучения, например, при выполнении точных интерференционных измерений важными оказываются нестабильности не только интенсивности, но и частоты излучения лазера. Влияние второго параметра особенно ощутимо в интерферометрии на больших базах. Анализ показывает, что нестабильность частоты вызывают не только случайные флуктуации параметров лазерного резонатора, но и флуктуации длины и показателя преломления внешнего резонатора, образованного каким-либо отражающим или рассеивающим оптическим элементом, например, фотоприемником в системе стабилизации частоты лазера.

В данной работе в качестве двухмерной физической модели лазера с несогласованной нагрузкой изучается трехзеркальный резонатор, состоящий из частично пропускающих зеркал, поперечные размеры которых в квазиоптическом приближении велики по сравнению с поперечными размерами лазерного пучка. Исследуются случаи: промежуточное зеркало плоское; длины парциальных резонаторов равны; резонаторы не согласованы. Для описания электромагнитного поля в трехзеркальном резонаторе

используется метод интегральных уравнений. Приводятся результаты численных расчетов и экспериментальных исследований для некоторых примеров реализации данной задачи.

2. Метод нахождения собственных частот трехзеркального лазерного резонатора

Решение данной задачи рассмотрим на примере двумерной (x, z) модели составного резонатора, образованного тремя зеркалами S_1, S_2 и S_3 . Эти зеркала характеризуются соответственно следующими вещественными параметрами: поперечными размерами a_1, a_2, a_3 , радиусами кривизны R_1, R_2, R_3 и прозрачностями ρ_1, ρ_2, ρ_3 , которые связаны с комплексными коэффициентами отражения r_1, r_2 и r_3 этих зеркал формулами [6]:

$$r_n = -\frac{1}{1 + 2i\rho_n}, \quad n = 1, 2, 3 \quad (1)$$

В качестве потенциала $U(x, z)$ выбирается y -компонента электрического вектора электромагнитного поля: $U(x, z) = E_y(x, z)$. Функция $U(x, z)$ удовлетворяет волновому уравнению, а также условиям непрерывности на каждом полупрозрачном зеркале S_n . Скачек нормальной производной функции $U(x, z)$ на S_n пропорционален токам на этих поверхностях. Величины этих токов f_n обратно пропорциональны прозрачностям ρ_n зеркал и определяются следующим выражением:

$$f_n = \frac{1}{\rho_n} U_n, \quad n = 1, 2, 3, \quad (2)$$

где: $U_n(x, z) = E_{y,n}(x, z)$ – электрическое поле на каждом из полупрозрачных зеркал S_n .

Если прозрачность $\rho = 0$, то имеем идеально отражающее зеркало, которое описывается граничным условием $U|_S = 0$. Если $\rho = \infty$, то зеркало S является абсолютно прозрачным и не взаимодействует с падающей на него электромагнитной волной.

Физической реализацией зеркал с такими свойствами может служить частая (в масштабах длины волны λ) решетка из ленточных проводников. Проводники направлены вдоль оси y , перпендикулярно плоскости (x, z) ; коэффициент заполнения решетки определяет прозрачность зеркала.

Путем вычисления полей на каждом из зеркал с учетом текущих по ним токов и с использованием функции Грина свободного пространства в стандартном квазиоптическом приближении получаем систему трех интегральных уравнений [5], решение которой в приближении неограниченных зеркал ($a_n = \infty$) ищется в виде гауссовых пучков. Решение системы уравнений производится путем интегрирования слагаемых в одной части уравнений и приравнивания показателей экспонент слагаемых в обеих частях уравнений. Полученные в результате равенства будут справедливы, если выполняются условия согласования размеров пятен на зеркалах во всех трех парциальных двухзеркальных резонаторах S_1S_2 , S_2S_3 и S_1S_3 . Если эти условия не выполнены, то простого решения системы в виде гауссовых функций не существует. Проанализированы случаи, когда полученную систему интегральных уравнений можно свести к более простой системе из двух интегральных уравнений, а также частный случай $a_n = \infty$, $R_n = \infty$ (все три зеркала являются неограниченными и плоскими), когда для нахождения токов на зеркалах можно получить однородную систему из двух линейных алгебраических уравнений. Равенство нулю детерминанта этой системы дает соответствующее дисперсионное уравнение для вычисления собственных частот трехзеркального резонатора:

$$r_1 r_{23} \exp(-2ikL_{12}) = 1, \quad (3)$$

где:

$$r_{23} = r_2 + \frac{t_2^2 r_3 \exp(-2ikL_{23})}{1 - r_2 r_3 \exp(-2ikL_{23})}, \quad (4)$$

$$t_2 = \frac{2i\rho_2}{1 + 2i\rho_2} \text{ – коэффициент прохождения волны через зеркало } S_2 \text{ [6],}$$

L_{12} и L_{23} – длины парциальных резонаторов, k – волновое число.

В отличие от стандартного дисперсионного уравнения для двухзеркального лазерного резонатора уравнение (3) содержит зависимость одного из входящих в него коэффициентов отражения от длины L_{23} внешнего резонатора и от частоты генерации. При определенных соотношениях между параметрами связанных парциальных резонаторов S_1S_2 и S_2S_3 эти зависимости оказываются достаточно сильными и при незначительных изменениях длины L_{23} (возникающих, например, под действием микросейсмических колебаний или акустических вибраций) приводят к значительным флуктуациям резонансных частот исследуемой трехзеркальной системы.

3. Численное моделирование поведения собственных частот

С использованием полученного дисперсионного уравнения (3) для трехзеркального лазерного резонатора вычисляется сдвиг частоты в двухзеркальном резонаторе S_1S_2 при добавлении дополнительного третьего зеркала S_3 . В приближении слабо связанных резонаторов $|r_3| \ll |r_2|$ уравнение (3) имеет аналитическое решение. Сдвиг частоты $\Delta\omega$ при дополнительном условии [5]:

$$\Delta\omega \ll c / L_{23}, \quad c - \text{ скорость света,} \quad (5)$$

является синусоидальной функцией длины L_{23} внешнего резонатора S_2S_3 и для вычисления этого сдвига можно пользоваться простейшими формулами [3, 4]. При нарушении указанных выше условий слабой связи резонаторов трансцендентное дисперсионное уравнение (3) становится достаточно сложным, и для его решения требуется применение численных методов.

Такие расчеты были выполнены при помощи компьютерной программы MATLAB, что позволило определить области параметров, в которых сдвиг частоты описывается однозначной квазисинусоидальной функцией длины L_{23} (рис. 1а). Найдены также

критические величины этих параметров, когда решение уравнения (3) становится неоднозначным, и сдвиг частоты при изменении длины L_{23} внешнего резонатора может принимать два или три значения (рис.1б). Если изменения длины L_{23} носят случайный знакопеременный характер (например, из-за турбулентных флуктуаций воздуха или микросейсмических колебаний грунта), в поведении частоты наблюдаются разрывы, скачки и другие нелинейные эффекты [7]. Положение частоты в этих областях становится неустойчивым, точность интерферометрических измерений на больших базах ухудшается на 2-3 порядка.

4. Экспериментальное изучение работы трехзеркального лазерного резонатора

Исследовались рабочие параметры трехзеркального лазерного резонатора, включенного в схему длиннобазового интерферометра со слабой и критической обратной связью. Отличительной особенностью исследуемой схемы является одновременная генерация He-Ne лазера на двух связанных переходах 0,63 мкм и 3,39 мкм [8]. Использовался двухволновый He-Ne лазер с тепловым регулированием длины его резонатора, обеспечивающим управление выходной мощностью и частотой излучения. В измерительной схеме на основе трехзеркального интерферометра модуляция лазерного излучения осуществляется отраженным и рассеянным светом за счет оптической обратной связи. Эксперименты проводились с He-Ne газоразрядными трубками с внутренними зеркалами и длиной резонатора 23 см и 30 см, обеспечивающими двух- и трехчастотный режим генерации на длине волны 0,63 мкм и одночастотный режим – на длине волны 3,39 мкм. Для контроля температуры корпуса лазера применялся прецизионный многоканальный измеритель температуры на базе прибора МИТ-8 с разрешением 0,001 К в диапазоне 273–378 К [9]. Для лазерного резонатора, закрепленного внутри стальной трубы, полученные оценки температурного коэффициента расширения α и постоянной

времени τ , характеризующей тепловую инерционность лазерного резонатора, составляют $\alpha \approx 1,14 \text{ град}^{-1}$ и $\tau \approx 1 \text{ час}$ соответственно.

Рассмотренный выше двухволновый лазер был использован при построении трехзеркальных интерферометрических измерителей перемещений и деформаций. Оптическая схема практической реализации одного из вариантов такого устройства показана на рис.2 [10]. При перестройке длины лазерного резонатора, вызванной его нагревом, экспериментально отмечены зоны неустойчивости в работе системы регистрации сдвигов интерферограммы, связанные с воздействием отраженного света на спектральный состав излучения лазера. На рис.3 показаны характерные примеры работы двух лазерных интерферометров-деформографов: один с длиной базы 300 м (пучок излучения экранирован подземным лучеводом – рис.3а) и второй – 66-метровый интерферометр, лазерный пучок распространяется в открытой атмосфере (рис.3б). Резкие вертикальные разрывы на обоих графиках (отмечены звездочкой *) соответствуют переносам начала отсчета системы регистрации на величину ΔL_N , кратную половине длины волны $\Delta L_N = N \cdot \lambda / 2$, ($N=3, \dots 8$). Амплитуды микросейсмических колебаний грунта и случайных флуктуаций из-за турбулентности воздуха в обоих интерферометрах превышают длину волны лазера, т.е. $k \cdot \Delta L_{23} > 2\pi$.

В зоне неустойчивой генерации 66-метрового трехзеркального лазерного интерферометра (левая часть графика на рис.3б) работа системы регистрации нарушается вследствие значительных быстрых флуктуаций частоты лазера - регистрируемый сигнал подвергается случайным хаотическим искажениям. При непрерывной перестройке длины резонатора лазера в режиме свободной генерации такие зоны появляются периодически. Их можно избежать, подстраивая частоту генерации лазера, т.е. изменяя длину резонатора в пределах $\pm 157 \text{ нм}$, что соответствует ширине его стабильной работы.

5. Обратное рассеяние и сейсмические шумы лазерного гравитационно-волнового детектора

Более сложную электродинамическую систему образуют лазерные интерферометры, построенные по схеме двулучевого интерферометра Майкельсона. Это, в частности, относится и к лазерно-интерферометрическим гравитационно-волновым детекторам, которые помимо основных (ведущих и ведомых) лазерных резонаторов содержат множество дополнительных оптических элементов и устройств, образующих внешние парциальные резонаторы.

Вклад отраженного и рассеянного излучения в результирующую погрешность лазерных гравитационно-волновых детекторов исследован в [11]. Показано, что в создаваемых за рубежом протяженных (0,3–4 км) интерферометрах, построенных по многозеркальной симметричной схеме Майкельсона/Фабри-Перо, эффекты воздействия обратного рассеяния могут вносить дополнительные неконтролируемые погрешности в результаты измерений. Возникающие в этих условиях флуктуации интенсивности и частоты используемых твердотельных стабилизированных лазеров [12] будут сравнимы с такими главными источниками помех, как технические и квантовые шумы лазерных излучателей и фотоприемников. Должны быть учтены также остаточные сейсмические шумы и другие природные и техногенные помехи [13, 14].

В модернизируемых гравитационно-волновых детекторах, содержащих в своем составе сложные оптические системы (рециркуляторы, оптические изоляторы, сейсмические компенсаторы и другие регулирующие и управляющие устройства) с неизбежностью будет присутствовать отраженное и рассеянное излучение, которое искажает резонансные частоты как рабочих многозеркальных лазерных систем, так и опорных оптических резонаторов, используемых для стабилизации частоты. Длины парциальных резонаторов L_{2n} , не включенные в цепь автоматического регулирования и

вибростабилизации, будут подвергаться случайным флуктуациям под воздействием постоянно присутствующего микросейсмического фона и акустических помех.

Возникающие при этом дополнительные шумы в системах интерферометрической регистрации, обеспечивающих инструментальное фазовое разрешение на уровне 10^{-9} – 10^{-10} радиан в диапазоне частот 10 Гц – 10 кГц могут оказаться сравнимыми или даже преобладающими по отношению к остаточным сейсмическим, квантовым и другим технологическим шумам. Действительно, наличие в современных схемах гравитационно-волновых детекторов обратного рассеяния на уровне 10^{-6} [15] относительно мощности прямого излучения (что соответствует параметру $|r_3|=0,001$) с необходимостью вызовет существенные частотные погрешности. Если не предприняты специальные меры, искажения могут возникнуть, например, в системе стабилизации применяемых в этих детекторах лазеров высокой мощности [12]. Так, сдвиги центральной частоты высокочастотного опорного резонатора (параметр $|t_2|^2 \sim 10^{-4}$) [12] при длине резонатора $L_{12}=0,2$ м будут достигать величин $\Delta\omega \sim 70$ – 80 с $^{-1}$ (рис. 1, 2), что на 1-2 порядка выше требуемого предельного уровня частотных шумов для конструкций этих инструментов [12-14].

О реальном наличии указанных помех, связанных с отраженным и рассеянным излучением, свидетельствуют результаты тщательного анализа источников погрешностей для последних из наиболее продвинутых прототипов гравитационно-волновых детекторов (Advanced LIGO H1, L1 [15]). Таким образом, рассмотренные в предыдущих разделах эффекты необходимо учитывать при интерпретации результатов уже существующих, а также при создании новых, более совершенных гравитационно-волновых детекторов.

6. Заключение

Методом интегральных уравнений исследовано влияние несогласованной нагрузки на работу оптического генератора при различных уровнях обратного рассеянного и

отраженного излучения. Найдены области параметров, в которых сдвиг частоты системы описывается однозначной квазисинусоидальной функцией, а также их критические величины, когда сдвиг частоты может принимать два или три значения. Поведение частоты в этих областях становится неустойчивым, точность интерферометрических измерений ухудшается.

В трехзеркальном лазерном интерферометре обнаружено наличие зон нестабильной работы лазера в двухволновом режиме генерации. Определены условия оптимальной настройки, обеспечивающие стабильную работу лазерного интерферометра-деформографа с трехзеркальным резонатором. Рассмотрены особенности работы двухволнового He-Ne лазера в режиме генерации на связанных переходах 3,39 мкм и 0,63 мкм в трехзеркальном интерферометре.

Проанализирован возможный вклад отраженного и рассеянного излучения в результирующую погрешность лазерных гравитационно-волновых детекторов, приведены оценки возникающих при этом дополнительных сейсмических помех и акустических шумов в системах интерферометрической регистрации.

Результаты работы могут быть использованы при создании двухволновых источников когерентного излучения и основанных на них измерительных средств для применения в интерферометрии, метрологии, геофизике, а также для анализа данных существующих и создания новых, более совершенных гравитационно-волновых детекторов и других прецизионных приборов.

1. Авербах В.С., Власов С.Н., Таланов В.И. Радиофизика, **10**, 1333, (1967).
2. Сикора С.В, Симкин Г.С. Активный лазерный интерферометр. В сб. «Труды Харьковского государственного НИИ метрологии» (М., 1969, с.104).
3. Brannon P.J. Appl. Opt., **15**, 1119 (1976).

4. Дмитриев А.К., Дычков А.С., Луговой А.А. Квантовая электроника, **35**, 285, (2005).
5. Александров Д.В., Дубров М.Н., Шатров А.Д. Радиотехника и электроника, **56**, 1149, (2011).
6. Войтович Н.Н., Каценеленбаум Б.З., Коршунова Е.Н. и др. Электродинамика антенн с полупрозрачными поверхностями. Методы конструктивного синтеза (М.: Наука, 1989).
7. Дубров М.Н., Алешин В.А. Оптика и спектроскопия, **72**, 640, (1992).
8. D.V. Aleksandrov, M.N. Dubrov, M.S. Remontov. Application of three-mirror laser resonator in two-wavelength interferometer scheme, in Proceeding of 11th International conference LFNМ-2011 (Kharkov, Ukraine, 2011, DOI:10.1109/LFNМ.2011.6144996).
9. Многоканальные прецизионные измерители температуры серии МИТ 8, Каталог фирмы "ИзТех" (М.: ИзТех, 2016, <http://www.iztech.ru/catalog/3/>).
10. Александров Д. В., Дубров М.Н. Результаты измерений деформаций земной поверхности с помощью лазерных интерферометров. В сб. «Лазеры, измерения, информация - 2009», т.3 (СПб: Изд. Политехн. ун-та, 2009, с.105).
11. Dubrov M.N. Backscattering and seismic noise in laser gravitational wave detectors, in Abstracts of the Gravitational Wave Physics & Astronomy Workshop 2012 (Hannover, Germany, 2012, <http://gwpaw2012.aei.mpg.de/accessibility-info>).
12. Kwee P. et al. Opt. Express, 20, 10617 (2012) DOI: 10.1364/OE.20.010617
<https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-20-10-10617>
13. J.R. Smith, P. Ajith, H. Grote, M. Hewitson, S. Hild, H. Luck, K.A. Strain, B. Willke, J. Hough, K. Danzmann. Class. Quantum Grav. **23**, 527 (2006).
14. M.G. Beker, G. Cella, R. DeSalvo, M. Doets, H. Grote, J. Harms, E. Hennes, V. Mandic, D. S. Rabeling, J.F.J. van den Brand, C.M. van Leeuwen. Gen. Relativ. Grav. **43**, 623 (2011).

15. Martynov D. V. et al. Phys. Rev. D 93, 112004 (2016) DOI: 10.1103/PhysRevD.93.112004;
arXiv:1604.00439v2 [astro-ph.IM].

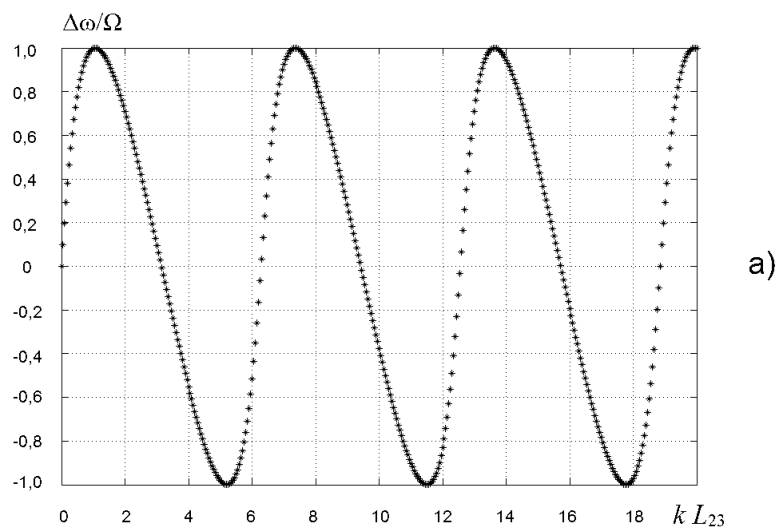
Официальное название места работы авторов:

Фрязинский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук
(сокращенное наименование ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН).

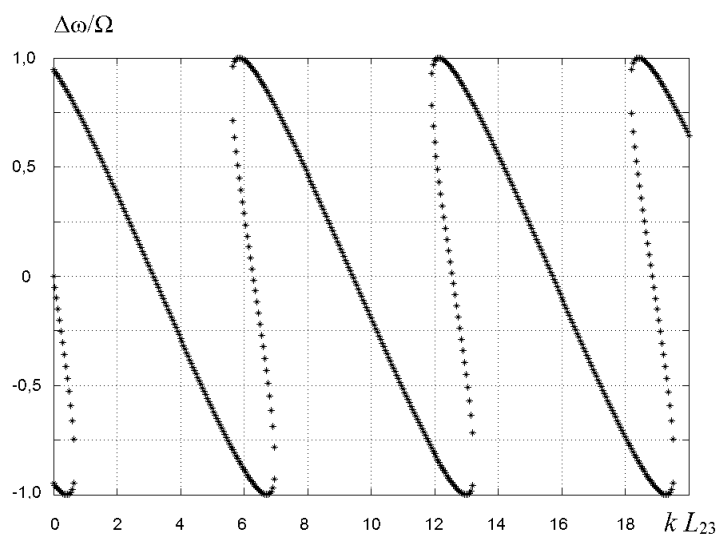
Fryazino Branch of Kotelnikov Institute of Radio-Engineering and Electronics of Russian
Academy of Sciences

Полный адрес организации:

ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 141190, г. Фрязино Московской обл., пл. академика
Б.А. Введенского, д. 1



a)



б)

Рис.1. Сдвиг частоты в трехзеркальном лазерном интерферометре при изменении длины

L_{23} : а – связь меньше критической; б – связь больше критической; по оси ординат

отложена безразмерная величина $\Delta\omega/\Omega$, где $\Omega = \frac{c|r_3||t_2|^2}{2L_{12}|r_2|}$.

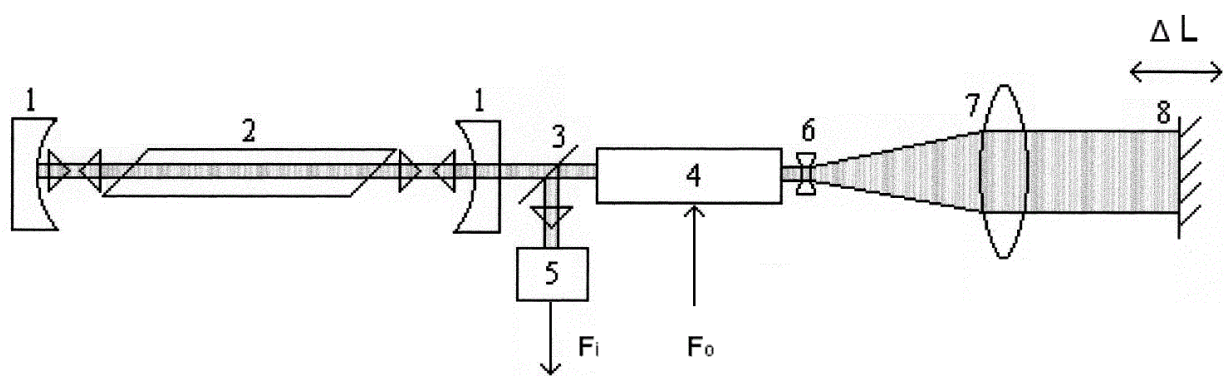


Рис.2. Оптическая схема трехзеркального лазерного интерферометра-деформографа: 1– зеркала лазера, 2 – рабочая среда лазера, 3 – светоделительная пластинка, 4 – электрооптический модулятор, 5 – фотоприемник, 6, 7 – линзы согласующего телескопа, 8 – измерительное зеркало.

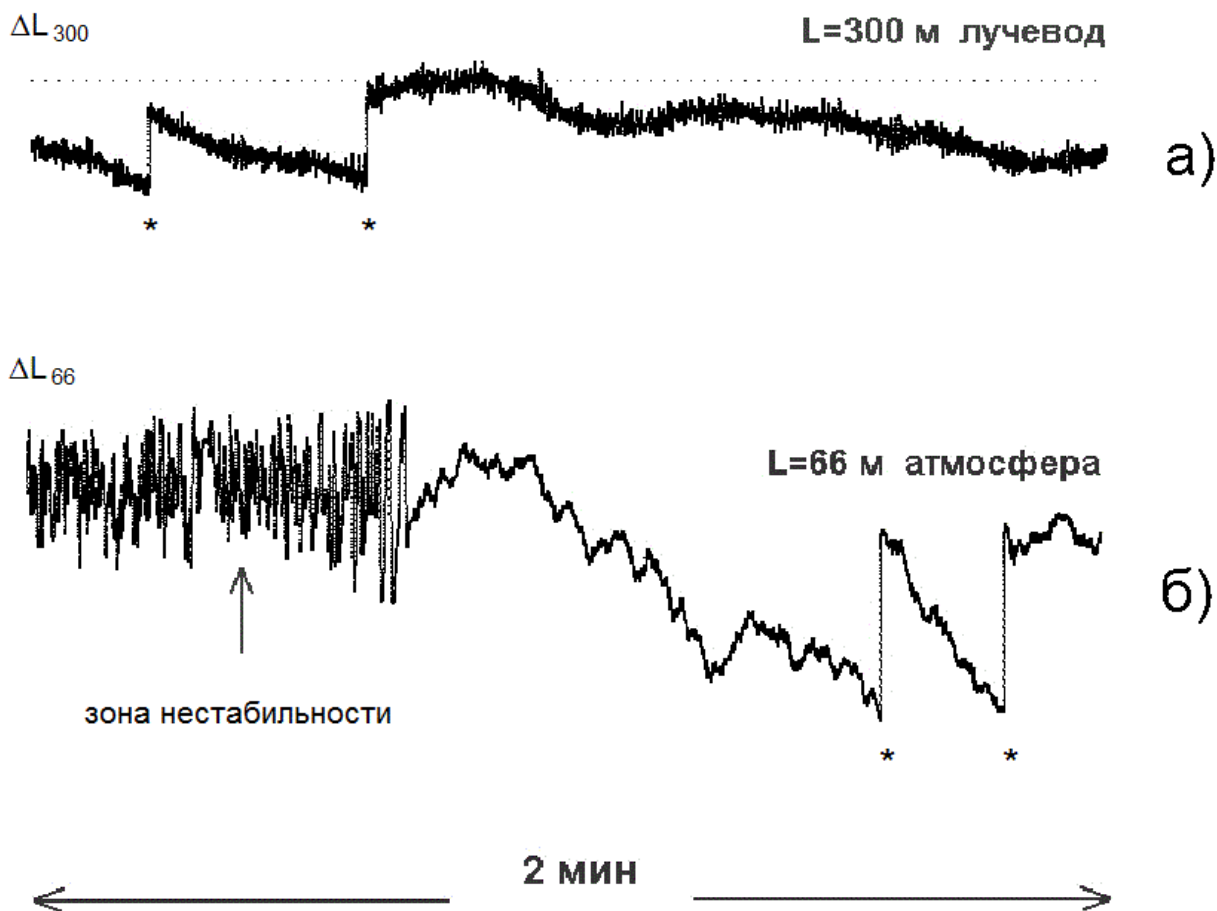


Рис 3. Записи вариаций оптической длины, зарегистрированные интерферометрами-деформографами: а – длина базы 300 м, подземный лучевод; б – 66-метровый интерферометр в открытой атмосфере; * – отмечены автоматические переносы начала отсчета системы регистрации на величину $N = (3, \dots, 8)$ периодов интерферограммы.

Investigation of electrodynamic system consisting of laser cavity and external reflecting element

A.D. Shatrov, M.N. Dubrov, D.V. Aleksandrov

Abstract

Behavior of electromagnetic wave field in three-mirror laser cavity has been studied by means of the integral equation techniques. Results of the numerical calculations and of the experimental study for selected examples of the system under study are presented. The conditions for optimal tuning of three-mirror laser strainmeter have been determined. The noise contributions from reflected and scattered radiation and from arising additional seismic distortions into resulting errors at the output of laser gravitational wave detectors are investigated.