

УДК 621.315.61

**РЕЗОНАТОРНЫЙ МЕТОД
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ
МАТЕРИАЛОВ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА НА ЕГО ОСНОВЕ
В МИЛЛИМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ ДЛИН ВОЛН**

М. П. Пархоменко, Д. С. Калёнов

ФирЭ им. В. А. Котельникова РАН, г. Фрязино

Ю. Ф. Абакумов

МГТУ им. Баумана

В статье получены искомые соотношения для определения резонаторным методом диэлектрической и магнитной проницаемостей вещества и описана экспериментальная установка для определения параметров материалов в мм-диапазоне длин волн.

КС: резонаторный метод, диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества, экспериментальная установка, мм-диапазон, теория возмущений

The desired combinations for defining dielectric and magnetic permeabilities of materials by the cavity method are obtained and experimental installation for defining material parameters in mm-wavelengths is described.

Keywords: cavity method, dielectric and magnetic permeabilities of materials, experimental installation, millimeter range, perturbation theory

1. ВВЕДЕНИЕ

Резонаторные методы широко используются для определения параметров материалов. В роли непосредственно измеряемых величин в этом методе выступают резонансная частота, добротность, а также коэффициенты отражения и прохождения, поэтому необходимо найти связь между измеряемыми величинами и параметрами материала. Наиболее просто это можно сделать с помощью теории возмущений, которая позволяет найти связь между изменением резонансной частоты и добротности при внесении образца в полость резонатора и электрическими и магнитными параметрами материала образца. В статье получены искомые соотношения для определения диэлектрической и магнитной проницаемостей и описана экспериментальная установка для определения параметров материалов в мм-диапазоне длин волн.

2. ВЫВОД ФОРМУЛ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОМПЛЕКСНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ ВЕЩЕСТВА РЕЗОНАТОРНЫМ МЕТОДОМ

Вначале обратимся к теории возмущений для резонаторов [1, 2]. Рассмотрим полый резонатор с вакуумным наполнением, имеющий резонансную частоту f_0 (или ω_0) и объем V , в котором отсутствуют источники возмущений. В каждой точке этого резонатора определены поля E_0 и H_0 , которые обычно называют «невозмущенными». Сам резонатор в этом случае также называют «невозмущенным». Внесем в полость резонатора образец объемом ΔV , у которого диэлек-

трическая и магнитная проницаемости соответственно равны ϵ и μ . Резонансная частота изменится теперь до величины f (или ω), а поля в каждой точке усложнившейся системы станут равными \mathbf{E} и \mathbf{H} . Эти поля, \mathbf{E} и \mathbf{H} , обычно называют «возмущенными»; и сам резонатор в силу присутствия источников возмущений также называют «возмущенным» (рис. 1).

Для любой точки внутри невозмущенного резонатора уравнения Максвелла запишутся [1, 2] следующим образом:

$$\text{rot } \mathbf{H}_0 = j\omega_0 \epsilon_0 \mathbf{E}_0, \quad (1)$$

$$\text{rot } \mathbf{E}_0 = -j\omega_0 \mu_0 \mathbf{H}_0. \quad (2)$$

В возмущенном резонаторе эти уравнения принимают вид:

а) для точек резонатора вне области ΔV

$$\text{rot } \mathbf{H} = j\omega \epsilon_0 \mathbf{E}, \quad (3)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -j\omega \mu_0 \mathbf{H}.$$

б) для точек резонатора внутри области ΔV

$$\text{rot } \mathbf{H} = j\omega \epsilon \mathbf{E}, \quad (4)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -j\omega \mu \mathbf{H}.$$

Рис. 1. «Возмущенный» резонатор

После математических преобразований уравнений (1)...(4) получаем формулу для приращения собственной частоты резонатора в результате действия «возмущающего» тела [1, 2]

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = - \frac{\int_{\Delta V} [\epsilon_0 (\epsilon - 1) \mathbf{E}_0^* \mathbf{E} + \mu_0 (\mu - 1) \mathbf{H}_0^* \mathbf{H}] dV}{\int_V [\epsilon_0 \mathbf{E}_0^* \mathbf{E} + \mu_0 \mathbf{H}_0^* \mathbf{H}] dV}, \quad (5)$$

где \mathbf{E}_0^* и \mathbf{H}_0^* – комплексно-сопряженные векторы поля. При выводе уравнения (5) не накладывались никакие ограничения, поэтому это уравнение дает точное решение для приращения собственной частоты резонатора. Следующий шаг заключается в том, чтобы найти связь между приращением частоты ($\omega - \omega_0$) резонатора и параметрами возмущающего тела. Для этого надо вычислить интегралы в правой части уравнения. Теория возмущений при вычислении интегралов делает ряд допущений. Если объем ΔV возмущающей неоднородности мал (по сравнению с общим объемом V резонатора) и вне этого объема влиянием неоднородности можно пренебречь, тогда для полей \mathbf{E} и \mathbf{H} вне объема ΔV можно записать: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0$ и $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0$. В этом случае интеграл знаменателя в формуле (5) приближенно равен

$$\int_V [\epsilon_0 \mathbf{E}_0^* \mathbf{E} + \mu_0 \mathbf{H}_0^* \mathbf{H}] dV \cong \int_V (\epsilon_0 |E_0|^2 + \mu_0 |H_0|^2) dV = 4W_3,$$

где W_3 – энергия, запасенная в резонаторе (т. е. средняя накопленная энергия резонатора).

Теперь уравнение (5) принимает вид

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = - \frac{\int_{\Delta V} [\epsilon_0 (\epsilon - 1) \mathbf{E}_0^* \mathbf{E} + \mu_0 (\mu - 1) \mathbf{H}_0^* \mathbf{H}] dV}{4W_3}. \quad (6)$$

Источник возмущения обычно вносится в область, где очень мало либо магнитное, либо электрическое поле. Если источник возмущения ввести в область, где магнитное поле незначительное, то формула (6) запишется как

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = - \frac{\int_{\Delta V} [\epsilon_0(\epsilon - 1) \mathbf{E}_0^* \mathbf{E}] dV}{4W_3}, \quad (7)$$

а в том случае, когда источник возмущения вносится в область, где мало электрическое поле, из (6) получаем

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = - \frac{\int_{\Delta V} [\mu_0(\mu - 1) \mathbf{H}_0^* \mathbf{H}] dV}{4W_3}. \quad (8)$$

Интегралы, стоящие в числителе выражений (7) и (8), нетрудно вычислить, если границы возмущающей неоднородности имеют простую форму, а векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} либо параллельны, либо перпендикулярны основной границе. Если вектор \mathbf{E} параллелен основной границе, в этом случае поле внутри объема ΔV запишется как $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0$, а если перпендикулярен, тогда $\mathbf{D} = \mathbf{D}_0$ и $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0/\epsilon$.

Аналогичные условия относятся к вектору \mathbf{H} . Если вектор \mathbf{H} параллелен основной границе, то $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0$, а если перпендикулярен, тогда $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0$, $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0/\mu$.

Обратимся теперь к возмущающей неоднородности. Пусть возмущающая неоднородность является магнитодиэлектриком с потерями, у которого диэлектрическая и магнитная проницаемости будут комплексными величинами и запишутся в виде: $\epsilon = \epsilon_1 - j\epsilon_2$, $\mu = \mu_1 - j\mu_2$. В этом случае уравнения (6)...(8) остаются справедливыми, но левая часть их будет также комплексной величиной. Введем понятие комплексной резонансной частоты $\tilde{\omega}$ резонатора, которая связана с его добротностью Q соотношением [1]

$$\tilde{\omega} = \omega \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2Q}\right)^2} + j \frac{\omega}{2Q}, \quad (9)$$

где ω – частота, соответствующая резонансу.

Внесем магнитодиэлектрик в электрическое поле резонатора (где магнитное поле очень мало) и запишем формулу (9) в нашем случае дважды. Для резонатора с потерями, но с достаточно высокой собственной добротностью Q_0 комплексная частота $\tilde{\omega}_0$ без возмущающего тела запишется как

$$\tilde{\omega}_0 \cong \omega_0 + j \frac{\omega_0}{2Q_0}. \quad (10)$$

Аналогично записывается резонансная частота резонатора с возмущающим телом:

$$\tilde{\omega} \cong \omega + j \frac{\omega}{2Q}, \quad (11)$$

где Q – добротность резонатора с возмущающим телом.

Подставив (10) и (11) в (7), получаем

$$\frac{\omega + j\frac{\omega}{2Q} - \omega_0 - j\frac{\omega_0}{2Q_0}}{\omega + j\frac{\omega}{2Q}} = -\frac{\int_{\Delta V} [\varepsilon_0(\varepsilon - 1)\mathbf{E}_0^*\mathbf{E}]dV}{4W_3}.$$

Мы считаем, что диэлектрическая проницаемость одинакова во всем объеме ΔV возмущающего тела. Пренебрегая в знаменателе величиной $j(\omega/2Q)$ по сравнению с ω получаем

$$\frac{\omega + j\frac{\omega}{2Q} - \omega_0 - j\frac{\omega_0}{2Q_0}}{\omega} = -\frac{\int_{\Delta V} [\varepsilon_0(\varepsilon - 1)\mathbf{E}_0^*\mathbf{E}]dV}{4W_3}. \quad (12)$$

Разобьем выражение (12) на вещественную и мнимую части

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = -\varepsilon_0(\varepsilon_1 - 1)\frac{\int_{\Delta V} \mathbf{E}_0^*\mathbf{E}dV}{4W_3}, \quad (13)$$

$$\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} = \varepsilon_0\varepsilon_2\frac{\int_{\Delta V} \mathbf{E}_0^*\mathbf{E}dV}{2W_3}. \quad (14)$$

При выводе последнего выражения мы положили $\omega \approx \omega_0$. Из этих формул следует, что, измеряя сдвиг резонансной частоты и изменение добротности, можно определить действительную ε_1 и мнимую ε_2 части комплексной диэлектрической проницаемости исследуемого материала.

Теперь внесем магнитодиэлектрик в магнитное поля резонатора (здесь электрическое поле очень мало). Произведем аналогичные выкладки для определения μ_1 и μ_2 магнитодиэлектрика. Запишем комплексные частоты резонатора без возмущающего тела и с ним:

$$\tilde{\omega}_0 \cong \omega_0 + j\frac{\omega_0}{2Q_0}, \quad \tilde{\omega} \cong \omega + j\frac{\omega}{2Q}.$$

Подставим эти соотношения в (8)

$$\frac{\omega + j\frac{\omega}{2Q} - \omega_0 - j\frac{\omega_0}{2Q_0}}{\omega + j\frac{\omega}{2Q}} = -\frac{\mu_0(\mu_1 - 1 - j\mu_2)\int_{\Delta V} \mathbf{H}_0^*\mathbf{H}dV}{4W_3}.$$

Пренебрегая в знаменателе величиной $j(\omega/2Q)$ по сравнению с ω разобьем последнее выражение на действительную и мнимую части

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = -\mu_0(\mu_1 - 1)\frac{\int_{\Delta V} \mathbf{H}_0^*\mathbf{H}dV}{4W_3}, \quad (15)$$

$$\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} = \mu_0\mu_2\frac{\int_{\Delta V} \mathbf{H}_0^*\mathbf{H}dV}{2W_3}. \quad (16)$$

При выводе соотношения (16) мы положили $\omega \approx \omega_0$. Перейдем в формулах (13)...(16) от круговой частоты ω к частоте f и найдем значения ϵ_1 и ϵ_2 , μ_1 и μ_2 :

$$\epsilon_1 = 1 + \frac{f_0 - f}{f} \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4W_3}{\int_{\Delta V} \mathbf{E}_0^* \mathbf{E} dV}, \quad (17)$$

$$\epsilon_2 = \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right) \frac{1}{\epsilon_0} \frac{2W_3}{\int_{\Delta V} \mathbf{E}_0^* \mathbf{E} dV}, \quad (18)$$

$$\mu_1 = 1 + \frac{f_0 - f}{f} \frac{1}{\mu_0} \frac{4W_3}{\int_{\Delta V} \mathbf{H}_0^* \mathbf{H} dV}, \quad (19)$$

$$\mu_2 = \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right) \frac{1}{\mu_0} \frac{2W_3}{\int_{\Delta V} \mathbf{H}_0^* \mathbf{H} dV}. \quad (20)$$

Из формул (17)...(20) следует, что в тех случаях, когда интегралы по объему возмущающего тела нетрудно вычислить, измеряя сдвиг резонансной частоты и изменение добротности резонатора, можно определить значения ϵ_1 и ϵ_2 диэлектрической и μ_1 и μ_2 магнитной проницаемостей исследуемого магнитодиэлектрика.

3. ПРИМЕНЕНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ РЕЗОНАТОРОВ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МАТЕРИАЛОВ

Для измерения параметров материалов с использованием формул (17)...(20), полученных с помощью теории возмущений, обычно используют цилиндрические или прямоугольные резонаторы. Рассмотрим случай применения прямоугольного резонатора на колебаниях типа H_{10p} . Выпишем выражения для полей в резонаторе [3, 4]:

$$\begin{aligned} H_z &= H_{0p} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{p\pi x}{L}\right), \\ H_x &= -\frac{pa}{L} H_{0p} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{p\pi z}{L}\right), \\ E_y &= -j \frac{\omega \mu \mu_0 a}{\pi} H_{0p} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{L}\right). \end{aligned} \quad (21)$$

В приближении идеальной проводимости стенок резонатора его собственные частоты находятся по формуле [5, 6]

$$\omega_p = \frac{\pi c}{L \sqrt{\epsilon \mu}} \sqrt{(p)^2 + \left(\frac{2L}{\lambda_{кр}}\right)^2}.$$

Для волны H_{10} $\lambda_{кр} = 2a$, и выражение для резонансных частот запишется в виде

$$\omega_p = \frac{\pi c}{L \sqrt{\epsilon \mu}} \sqrt{(p)^2 + \left(\frac{L}{a}\right)^2}. \quad (22)$$

Как сказано выше, объем образца ΔV значительно меньше объема V резонатора, поэтому внесение образца очень мало влияет на запасенную энергию в резонаторе. Найдем запасенную энергию в резонаторе (при $\mu = 1$, $\epsilon = 1$), используя выражение для E_y -составляющей поля из (21),

$$\begin{aligned} W_3 &= \int \frac{\epsilon_0 |E_y|^2}{2} dV = \frac{\epsilon_0}{2} \int_0^a \int_0^b \int_0^L |E_y|^2 dx dy dz = \\ &= (H_{0p})^2 \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 \mu_0^2 a^2}{2\pi^2} \int_0^b dy \int_0^a \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx \int_0^L \sin^2 \frac{p\pi z}{L} dz = \\ &= (H_{0p})^2 \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 \mu_0^2 a^2}{2\pi^2} b \frac{a}{2} \frac{L}{2} = (H_{0p})^2 \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 \mu_0^2 a^2}{8\pi^2} V, \end{aligned} \quad (23)$$

где $V = abL$ – объем резонатора.

В качестве возмущающего тела используем образцы двух форм: в виде тонкого цилиндрического стержня и тонкого прямоугольного параллелепипеда. Получим для каждого случая формулы для определения параметров исследуемого материала.

**Образец в виде тонкого цилиндрического стержня
диаметром d ($d \ll a$) и высотой b**

Вначале получим формулы для определения диэлектрических параметров ϵ_1 и ϵ_2 исследуемого материала. Для этого поместим цилиндрический образец в пучность электрического поля резонатора (рис. 2), т. е. в точку с координатами $x = a/2$, $\sin(p\pi z/L) = 1$ (ось цилиндра параллельна вектору электрического поля E_y). В этом случае поле на оси цилиндрического стержня описывается выражением $E_y = (\omega_p \mu_0 a / \pi) H_{0p}$.

Интеграл знаменателя в формулах (17) и (18) равен

$$\int_{\Delta V} E_0^* E dV = \int_{\Delta V} |E_y|^2 dV = (H_{0y})^2 \frac{\omega_p^2 \mu_0^2 a^2}{\pi^2} \int_{\Delta V} dV = (H_{0p})^2 \frac{\omega_p^2 \mu_0^2 a^2}{\pi^2} \Delta V, \quad (24)$$

где ΔV – объем цилиндра.

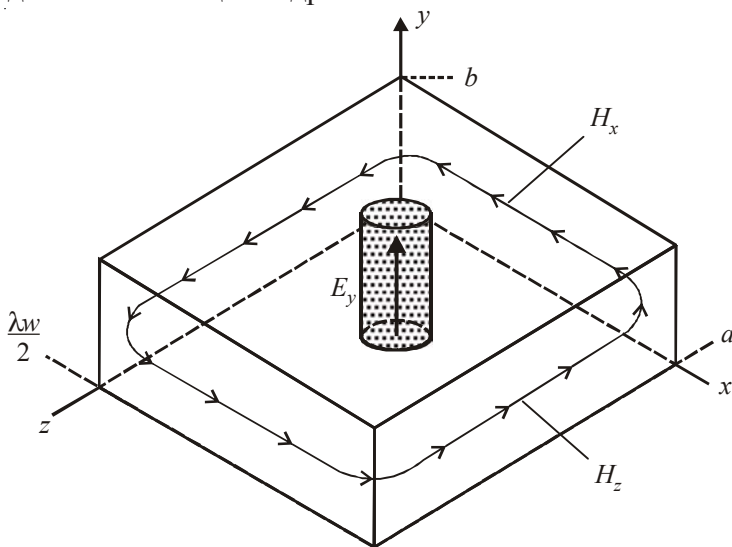


Рис. 2. Образец
в пучности электрического поля E_y
(тип колебаний H_{10p})

Подставив это соотношение в (17) и (18), получаем после преобразований формулы, по которым вычисляются значения действительной ϵ_1 и мнимой ϵ_2 частей комплексной диэлектрической проницаемости исследуемого вещества

$$\epsilon_1 = 1 + \frac{f_0 - f}{f} \frac{V}{2\Delta V}, \quad (25)$$

$$\epsilon_2 = \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right) \frac{V}{4\Delta V}. \quad (26)$$

Теперь определим значения μ_1 и μ_2 комплексной магнитной проницаемости материала образца. Для этого поместим цилиндрический образец в пучность магнитного поля, точнее, в пучность поперечного магнитного поля H_x . Поперечная составляющая магнитного поля H_x максимальна в плоскости $z = 0$. Если стержень поместить в резонатор так, чтобы его ось совпала с прямой $y = b/a$ (при $z = 0$), то он оказывается в продольном магнитном поле (рис. 3)

$$H_x(z = 0) = -H_{0p}(pa/L)\sin(\pi x/a). \quad (27)$$

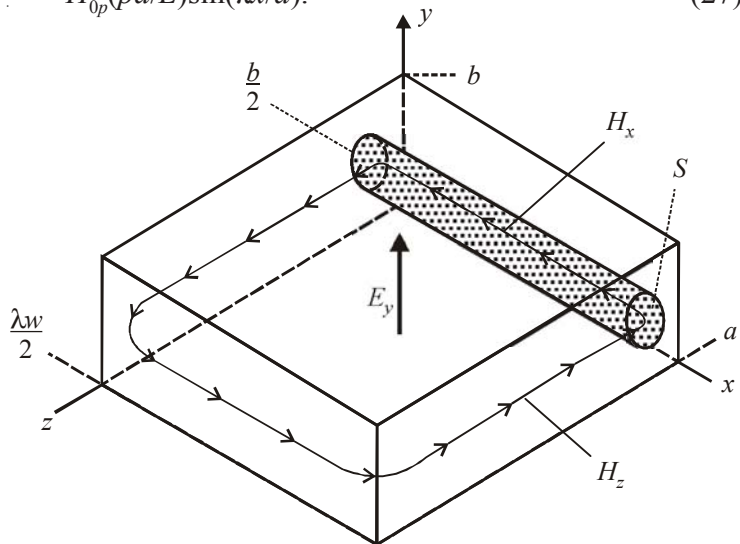


Рис. 3. Образец в пучности магнитного поля H_x (тип колебаний H_{10p})

Запишем соотношения для элементарного $dV = Sdx$ и полного объема $\Delta V = Sa$ образца (S – поперечное сечение образца).

С учетом выражения (27) интеграл знаменателя в формулах (19) и (20) равен

$$\begin{aligned} \int_{\Delta V} \mathbf{H}_0^* \mathbf{H} dV &= \int_{\Delta V} |H_x|^2 dV = S \int_0^a |H_x|^2 dx = S(H_{0p})^2 \frac{p^2 a^2}{L^2} \int_0^a \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx = \\ &= (H_{0p})^2 \frac{p^2 a^2}{L^2} \frac{Sa}{2} = (H_{0p})^2 \frac{p^2 a^2}{2L^2} \Delta V. \end{aligned} \quad (28)$$

Используя формулы (23) и (28), запишем отношение $\frac{W_3}{\int_{\Delta V} \mathbf{H}_0^* \mathbf{H} dV} = \mu_0 \frac{V}{\Delta V} \epsilon_0 \mu_0 f_p^2 \left(\frac{L}{p} \right)^2$, где

$f_p = \omega_p/2\pi$. Так как

$$\varepsilon_0 \mu_0 f_p^2 = 1/\lambda_0^2, \quad (L/p)^2 = \lambda_w^2/4, \quad (29)$$

где λ_0 и λ_w – это соответственно длины волн в вакууме и в волноводе с воздушным заполнением на резонансной частоте резонатора (без возмущающего тела), то последнее выражение переписывается

$$\frac{W_3}{\int_{\Delta V} \mathbf{H}_0^* \mathbf{H} dV} = \frac{\mu_0}{4} \left(\frac{\lambda_w}{\lambda_0} \right)^2 \frac{V}{\Delta V}.$$

Подставив это соотношение в (19) и (20), получаем формулы, по которым вычисляются значения действительной μ_1 и мнимой μ_2 частей комплексной магнитной проницаемости исследуемого вещества

$$\mu_1 = 1 + \frac{f_0 - f}{f} \left(\frac{\lambda_w}{\lambda_0} \right)^2 \frac{V}{\Delta V}, \quad (30)$$

$$\mu_2 = \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right) \left(\frac{\lambda_w}{\lambda_0} \right)^2 \frac{V}{2\Delta V}. \quad (31)$$

Образец в форме тонкого прямоугольного параллелепипеда с поперечными размерами $a \times b$ и толщиной h ($h \ll \lambda_w/4$, $h \ll L$)

Вначале получим формулы для определения действительной μ_1 и мнимой μ_2 частей комплексной магнитной проницаемости исследуемого вещества. Для этого поместим образец в виде тонкого прямоугольного параллелепипеда с поперечными размерами $a \times b$ и толщиной h на торце резонатора, т. е. в пучности магнитного поля H_x (рис. 4).

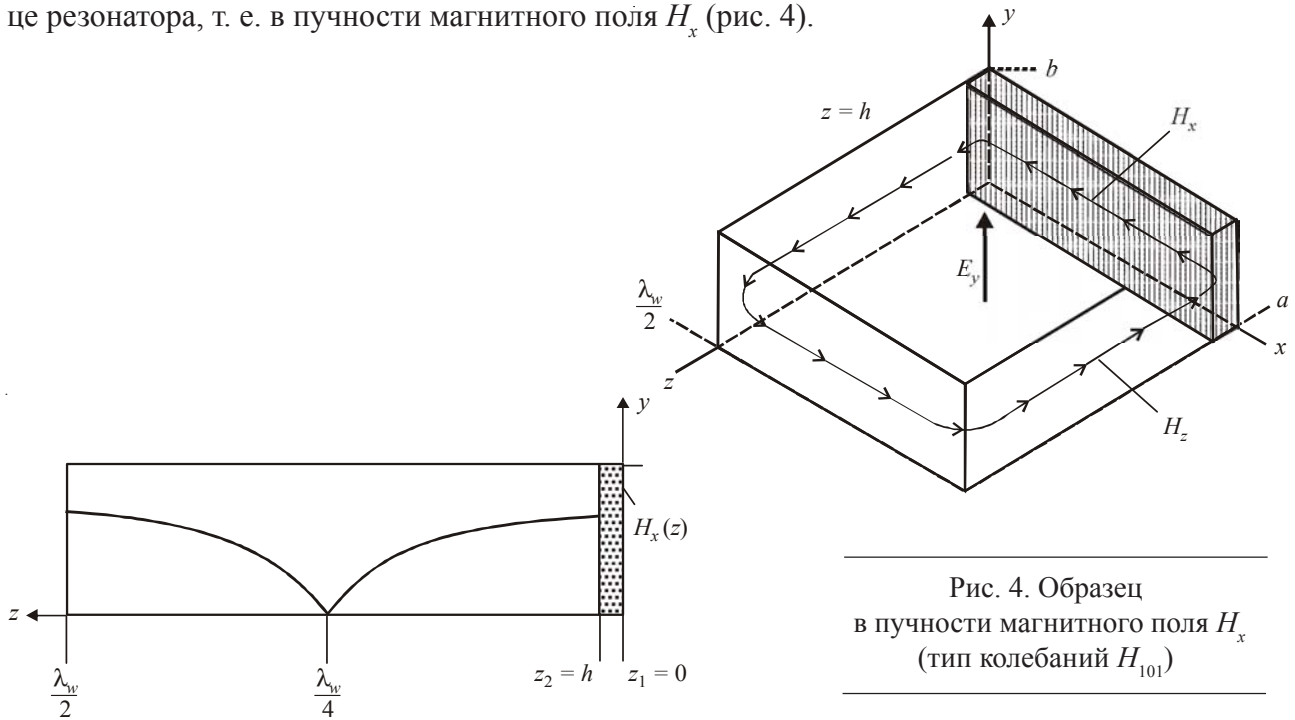


Рис. 4. Образец в пучности магнитного поля H_x (тип колебаний H_{101})

В этом случае при выполнении условия $h \ll \lambda_w/4$ влиянием продольной составляющей магнитного поля H_z и поперечной составляющей электрического поля E_y на измеряемые параметры можно пренебречь.

Составляющая H_x магнитного поля задается из (21) уравнением

$$H_x = - (pa/L) H_{0p} \sin(\pi x/a) \cos(p\pi z/L).$$

Обратимся к уравнениям (19) и (20). Запасенная энергия W_3 в резонаторе определена ранее и задается выражением (23). Вычислим интеграл знаменателя

$$\begin{aligned} \int_{\Delta V} \mathbf{H}_0^* \mathbf{H} dV &= \int_{\Delta V} |H_x|^2 dV = \int_{\Delta V} |H_x|^2 dx dy dz = (H_{0p})^2 \frac{p^2 a^2}{L^2} \int_0^b dy \int_0^a \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx \int_0^h \cos^2 \frac{p\pi z}{L} dz = \\ &= (H_{0p})^2 \frac{p^2 a^2}{4L^2} ba \left(h + \frac{L}{2p\pi} \sin \left(\frac{2p\pi h}{L} \right) \right). \end{aligned}$$

С учетом соотношений (29) этот интеграл запишется

$$\int_{\Delta V} \mathbf{H}_0^* \mathbf{H} dV = (H_{0p})^2 \frac{a^2}{\lambda_w^2} ba \left(h + \frac{\lambda_w}{4\pi} \sin \left(\frac{4\pi h}{\lambda_w} \right) \right). \quad (32)$$

Используя выражения (23) и (32), найдем

$$\frac{W_3}{\int_{\Delta V} \mathbf{H}_0^* \mathbf{H} dV} = \frac{(H_{0p})^2 \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 \mu_0^2 a^2}{8\pi^2} V}{(H_{0p})^2 \frac{a^2}{\lambda_w^2} ba \left(h + \frac{\lambda_w}{4\pi} \sin \left(\frac{4\pi h}{\lambda_w} \right) \right)} = \frac{\mu_0}{2} \frac{\epsilon_0 \mu_0 f_p^2 L \lambda_w^2}{h + \frac{\lambda_w}{4\pi} \sin \left(\frac{4\pi h}{\lambda_w} \right)}.$$

Упростим выражение, используя равенства (29),

$$\frac{W_3}{\int_{\Delta V} \mathbf{H}_0^* \mathbf{H} dV} = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{\lambda_w}{\lambda_0} \right)^2 \frac{L}{h + \frac{\lambda_w}{4\pi} \sin \left(\frac{4\pi h}{\lambda_w} \right)}.$$

Подставив это отношение в (19) и (20), получим формулы, по которым вычисляются значения действительной μ_1 и мнимой μ_2 частей комплексной магнитной проницаемости исследуемого вещества при использовании возмущающего тела в виде тонкого прямоугольного параллелепипеда

$$\mu_1 = 1 + \frac{f_0 - f}{f} \left(\frac{\lambda_w}{\lambda_0} \right)^2 \frac{2L}{h + \frac{\lambda_w}{4\pi} \sin \left(\frac{4\pi h}{\lambda_w} \right)}, \quad (33)$$

$$\mu_2 = \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right) \left(\frac{\lambda_w}{\lambda_0} \right)^2 \frac{L}{h + \frac{\lambda_w}{4\pi} \sin \left(\frac{4\pi h}{\lambda_w} \right)}. \quad (34)$$

Если исследуемое вещество является диэлектриком (т. е. $\mu = 1$), то для определения его параметров также можно использовать возмущающее тело в виде тонкого прямоугольного параллелепипеда (с поперечными размерами $a \times b$ и толщиной h). Поместим образец в пучности электрического поля (рис. 5), которое задается в (21) уравнением

$$E_y = -j \frac{\omega_p \mu_0 a}{\pi} H_{0p} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{L}\right). \quad (35)$$

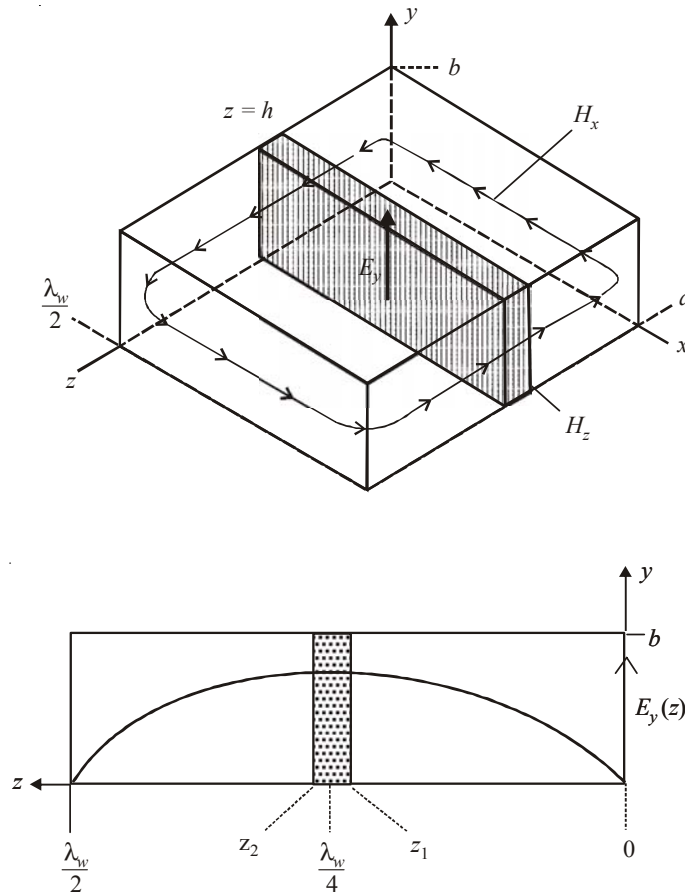


Рис. 5. Образец в пучности электрического поля E_y (тип колебаний H_{101})

Запишем интеграл знаменателя для формул (19) и (20)

$$\begin{aligned} \int_{\Delta V} \mathbf{E}_0^* \mathbf{E} dV &= \int_{\Delta V} |E_y|^2 dx dy dz = (H_{0p})^2 \frac{\omega_p^2 \mu_0^2 a^2}{\pi^2} \int_0^b dy \int_0^a \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx \int_{z_1}^{z_2} \sin^2 \frac{p\pi z}{L} dz = \\ &= (H_{0p})^2 \frac{\omega_p^2 \mu_0^2 a^2}{\pi^2} \frac{ba}{2} \left(\frac{z}{2} \Big|_{z_1}^{z_2} - \frac{L}{4p\pi} \sin\left(\frac{2p\pi z}{L}\right) \Big|_{z_1}^{z_2} \right). \end{aligned} \quad (36)$$

При размещении образца в пучности электрического поля координаты z_1 и z_2 его границ запишутся в виде (рис. 5, здесь представлен случай $m = 0$):

$$z_1 = \frac{\lambda_w}{4}(2m+1) - \frac{h}{2} = \frac{L}{2p}(2m+1) - \frac{h}{2},$$

$$z_2 = \frac{\lambda_w}{4}(2m+1) + \frac{h}{2} = \frac{L}{2p}(2m+1) + \frac{h}{2},$$

где $m = 0; 1; 2; \dots$ Подставив эти значения z в (36), получаем

$$\int_{\Delta V} \mathbf{E}_0^* \mathbf{E} dV = (H_{0p})^2 \frac{\omega_p^2 \mu_0^2 a^2}{\pi^2} \frac{ba}{4} \left(h + \frac{L}{p\pi} \sin\left(\frac{p\pi h}{L}\right) \right).$$

Перепишем последнее выражение с учетом условия резонанса $L = p(\lambda_w/2)$:

$$\int_{\Delta V} \mathbf{E}_0^* \mathbf{E} dV = (H_{0p})^2 \frac{\omega_p^2 \mu_0^2 a^2}{\pi^2} \frac{ba}{4} \left(h + \frac{\lambda_w}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi h}{\lambda_w}\right) \right). \quad (37)$$

Используя соотношения (23) и (37), запишем отношение

$$\frac{W_3}{\int_{\Delta V} \mathbf{E}_0^* \mathbf{E} dV} = \frac{(H_{0p})^2 \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2 \mu_0^2 a^2}{8\pi^2} V}{(H_{0p})^2 \frac{\omega_p^2 \mu_0^2 a^2}{\pi^2} \frac{ba}{4} \left(h + \frac{\lambda_w}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi h}{\lambda_w}\right) \right)} = \frac{\varepsilon_0 L}{2 \left(h + \frac{\lambda_w}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi h}{\lambda_w}\right) \right)}.$$

Подставив это отношение в (17) и (18), получим формулы, по которым вычисляются значения действительной ε_1 и мнимой ε_2 частей комплексной диэлектрической проницаемости исследуемого диэлектрика при использовании возмущающего тела в виде тонкого прямоугольного параллелепипеда

$$\varepsilon_1 = 1 + \frac{f_0 - f}{f} \frac{2L}{h + \frac{\lambda_w}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi h}{\lambda_w}\right)}, \quad (38)$$

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right) \frac{L}{h + \frac{\lambda_w}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi h}{\lambda_w}\right)}. \quad (39)$$

Напомним обозначения, которые используются в конечных формулах диэлектрической и магнитной проницаемостей: f_0 и f – это резонансные частоты резонатора без образца и с образцом; Q_0 и Q – добротности резонатора без образца и с образцом; λ_0 и λ_w – это длины волн в вакууме и в волноводе с воздушным заполнением на резонансной частоте резонатора (без возмущающего тела), т. е. на частоте f_0 .

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ МАТЕРИАЛОВ РЕЗОНАТОРНЫМ МЕТОДОМ

Экспериментальная установка построена на базе панорамного измерителя Р2-65, который работает в диапазоне частот 26...37,5 ГГц. Сечение волноводного тракта составляет 7,2×3,4 мм. В установке используются стандартные волноводные секции, направленные ответвители, детекторные головки и ферритовый вентиль. Для расширения функциональных возможностей и автоматизации процесса измерений в состав установки введены модуль аналогово-цифрового преобразователя (АЦП) и компьютер. Структурная схема установки изображена на рис. 6, где 1 – генератор качающейся частоты (ГКЧ); 2 – ферритовый вентиль; 3 – направленный ответвитель и детекторная головка падающей мощности; 4 – направленный ответвитель и детекторная головка отраженной мощности; 5 – резонатор, в который помещается исследуемый образец; 6 – индикаторный блок Я2Р-67; 7 – двухканальный согласующий усилитель; 8 – модуль АЦП L-Card E14-140; 9 – компьютер.

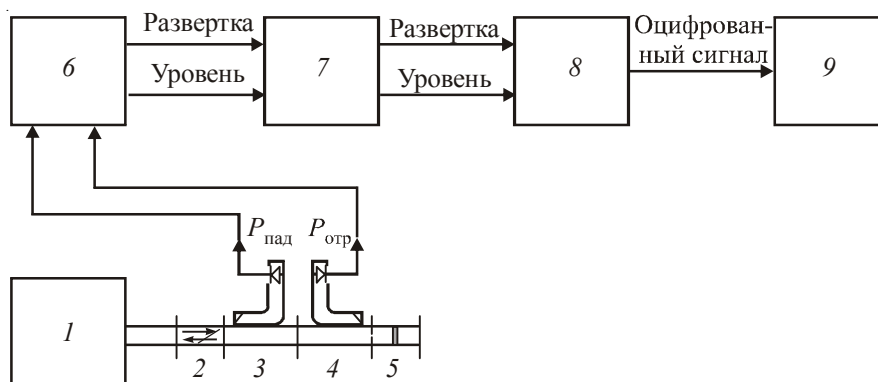


Рис. 6. Структурная схема установки

Установка работает следующим образом: ГКЧ 1 генерирует СВЧ-сигнал, модулированный частотой 100 кГц, который по волноводному тракту подается на измерительный резонатор 5. Измерения основаны на выделении посредством направленных ответвителей с установленными на них детекторными головками сигналов, пропорциональных падающей на резонатор и отраженной от резонатора мощностям СВЧ. Затем эти сигналы подаются на индикаторный блок Я2Р-67 6, на экране которого отображается резонансная зависимость коэффициента отражения от частоты. Одновременно сигнал подается через усилитель 7 на блок АЦП 8. Далее оцифрованный сигнал с АЦП подается в компьютер 9, где с помощью специальной программы, написанной в среде LabView, происходят обработка, хранение и отображение сигнала на мониторе компьютера.

Резонатор включает в себя отрезок стандартного прямоугольного волновода длиной 24,3 мм с металлической короткой с одной стороны и индуктивной диафрагмой с другой. На этой длине резонатора укладывается три полуволны (т. е. $p = 3$). В нашем случае при измерении диэлектрических параметров образец в виде цилиндрической трубки помещается через просверленное в резонаторе отверстие диаметром 1 мм в пучность электрического поля (рис. 7).

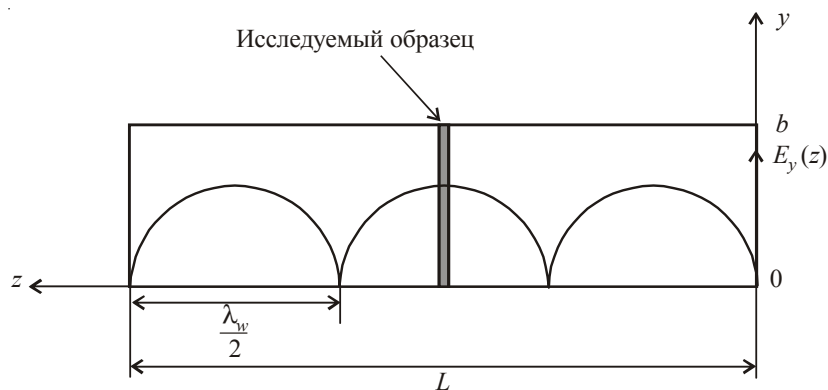


Рис. 7. Размещение образца в резонаторе при измерении диэлектрических параметров (тип колебаний H_{103})

При измерении магнитных параметров образец в виде тонкой пластинки размещается на торце резонатора в пучности магнитного поля (рис. 8).

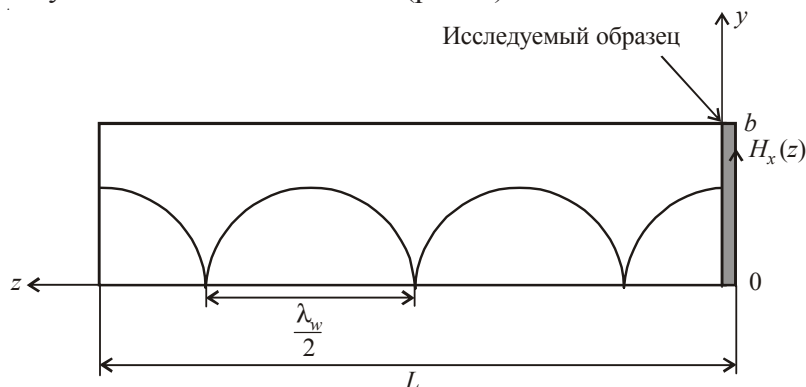


Рис. 8. Размещение образца в резонаторе при измерении магнитных параметров (тип колебаний H_{103})

Далее представим в качестве примера результаты исследования диэлектрических и магнитных параметров нанопорошка мультиферроика. На рис. 9 приведена зависимость коэффициента отражения от частоты измерительного резонатора без образца.

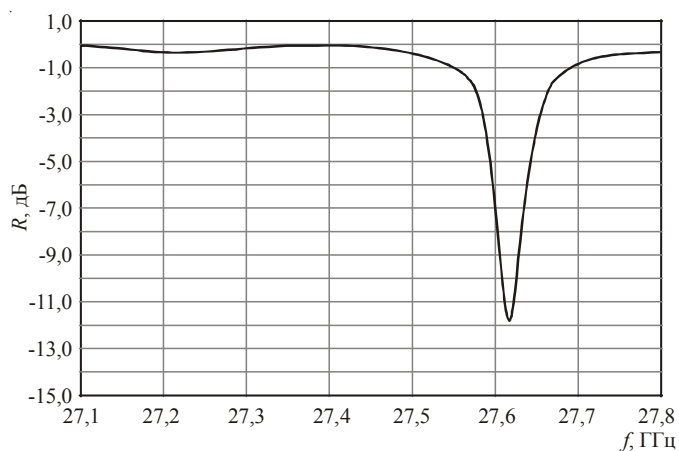


Рис. 9. Зависимость коэффициента отражения от частоты измерительного резонатора без образца

Эта же зависимость для резонатора с образцом, помещенным в пучность электрического поля, представлена на рис. 10.

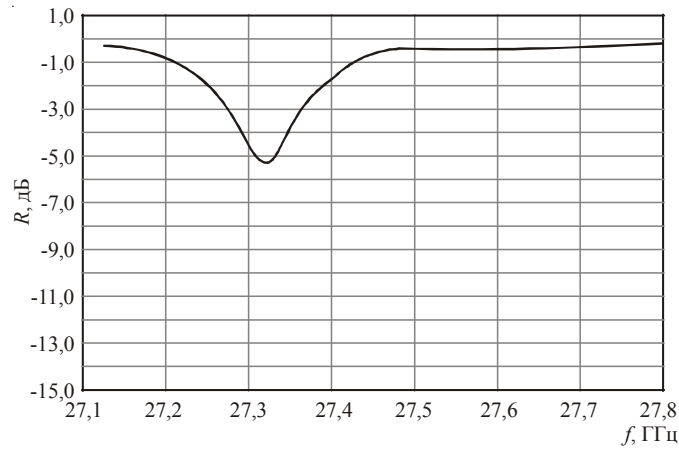


Рис. 10. Зависимость коэффициента отражения резонатора с образцом, помещенным в пучность электрического поля, от частоты

Диэлектрические параметры определялись по формулам (25) и (26). В нашем эксперименте параметры, входящие в эти формулы, имеют значения: объем резонатора $V = 594,9 \text{ мм}^3$, объем возмущающего тела $\Delta V = 2,7 \text{ мм}^3$, резонансные частоты $f_0 = 27,62 \text{ ГГц}$, $f = 27,32 \text{ ГГц}$. Нагруженная добротность резонатора рассчитывается по формуле $Q = f/\Delta f$, где Δf – полоса частот по уровню половинной мощности, поглощенной в резонаторе, по отношению к мощности, поглощенной на резонансной частоте. В резонаторе отражательного типа измеряется зависимость коэффициента отражения от частоты, и требуемая полоса частот Δf определяется при значении коэффициента отражения (дБ) на резонансной кривой, определяемой по формуле

$$R = 10 \log \left(\frac{1 + 10^{\frac{R_{\min}}{10}}}{2} \right),$$

где R_{\min} – значение коэффициента отражения на резонансной частоте (дБ). Используя графики, представленные на рис. 9 и 10, определяем: $Q_0 = 460$, $Q = 182$. Подставив полученные выше значения в (25) и (26), находим действительную ϵ_1 и мнимую ϵ_2 части диэлектрической проницаемости исследуемого вещества: $\epsilon_1 = 3,43$ и $\epsilon_2 = 0,18$.

Аналогично производился расчет магнитных параметров исследуемых образцов. Но в данном случае использовались образцы в виде тонких пластинок, размещаемых в пучности магнитного поля (см. рис. 8). В ходе эксперимента получены следующие данные: $Q_0 = 460$, $Q = 441$, $f_0 = 27,62 \text{ ГГц}$ и $f = 27,61 \text{ ГГц}$. Подставив эти величины в (33) и (34), находим действительную μ_1 и мнимую μ_2 части магнитной проницаемости исследуемого мультиферроика, которые составили: $\mu_1 = 1,15$ и $\mu_2 = 0,023$.

Таким образом, реализован резонансный метод и создана установка на его основе, на которой можно определять комплексные диэлектрическую и магнитную проницаемости веществ в миллиметровом диапазоне длин волн. Данный метод обладает высокой чувствительностью,

позволяет измерять относительно малые потери и разделить потери в веществе на диэлектрические и магнитные. Проведенная оценка погрешности измерений показала, что она не превышает шести процентов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Альтман, Дж. Л.** Устройства сверхвысоких частот / Дж. Л. Альтман – М.: Мир, 1968. – 487 с.
2. **Завьялов, А. С.** Измерение параметров материалов на сверхвысоких частотах / А. С. Завьялов, Г. Е. Дунаевский – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1985. – 214 с.
3. **Вольман, В. И.** Техническая электродинамика / В. И. Вольман, Ю. В. Пименов. – М.: Связь, 1971. – 487 с.
4. **Ковалев, И. С.** Основы теории и расчета устройств СВЧ / И. С. Ковалев. – Минск: Наука и техника, 1972. – 256 с.
5. **Лебедев, И. В.** Техника и приборы СВЧ. Т. 1 / И. В. Лебедев. – М.: Высшая школа, 1970. – 440 с.
6. **Алмазов-Долженко, К. И.** Техническая электродинамика и устройства СВЧ / К. И. Алмазов-Долженко, А. Н. Королев. – М.: Научный мир, 2006. – 263 с.

Статья поступила 13 марта 2013 г.