

Физические процессы в электронных приборах

УДК 538.245

ЭЛЕКТРОЗВУКОВЫЕ СДВИГОВЫЕ ВОЛНЫ В ЩЕЛЕВОЙ СТРУКТУРЕ ДВУХ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКОВ

М.С.Афанасьев, Е.А.Вилков *, О.А.Бышевский-Конопко, Г.В.Чучева

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А.

Котельникова РАН, Российская федерация, 141190, Фрязино Московской обл.,

пл. Введенского, 1

**E-mail: e-vilkov@yandex.ru*

Поступила в редакцию 01.07.2023 г.

Рассмотрены дисперсионные свойства электрорезонансных волн в щелевой структуре двух разных пьезоэлектриков. Показано, что в рассмотренной структуре $PbTiO_3$ – вакуумный зазор – $BaTiO_3$ при наличии разности скоростей сдвиговых волн в пьезоэлектриках отсутствуют чисто симметричные и антисимметричные моды, а коэффициенты граничной локализации сдвиговой волны будут значительно отличаться. Оценено влияние электрорезонансной волны на диэлектрическую проницаемость. В малосигнальном приближении это влияние мало и составляет тысячные доли процента от величины диэлектрической проницаемости.

ВВЕДЕНИЕ

Слоистые структуры пьезоэлектриков являются одним из распространенных элементов современной электроники [1]. Они используются, например, в конденсаторах большой емкости [2,3]. При этом емкость таких конденсаторов из-за свойств пьезоэлектриков может существенно зависеть от температуры, электрического поля, а также от различного вида деформаций. Так, в частности, в работах [4,5] было показано увеличение значения диэлектрической проницаемости в слоистой структуре $BaTiO_3/SrTiO_3$ или $PbTiO_3/SrTiO_3$ из-за

межслойного электростатического взаимодействия. Однако в указанных работах рассмотрена лишь зависимость диэлектрической проницаемости от напряженности электрического поля, при этом упускаются из внимания величины упругих деформаций, которые могут быть значительными [1] в рассмотренных условиях. Возникает вопрос - как может измениться диэлектрическая проницаемость при распространении акустических волн в слоистых пьезоэлектрических материалах, когда учитываются одновременно как величина упругой деформации, так и амплитуда напряженности электрического поля в пьезоэлектрике? Такое теоретическое исследование было бы полезно как с научной точки зрения, так и с практической.

В настоящее время акустические волны находят широкое применение в различных устройствах. Мониторинг состояния конструкций и неразрушающий контроль [1], манипулирование небольшими объектами [6, 7], микроэлектромеханические системы (МЭМС) [8] – это только малая часть практического применения акустических волн. Связь акустической и электрической подсистем в пьезоэлектриках открывает дополнительный канал управления спектральными свойствами акустических волн [9-11]. В настоящее время исследования дисперсионных свойств щелевых электрорезонансных волн в плоских пьезоэлектрических волноводах направлены на выявлении особенностей, связанных с учетом диэлектрических свойств материала слоя, размещенного в зазоре [12-14]. Наряду с этим, ранее учитывались различия физических параметров и кристаллографической симметрии пьезоэлектриков, рассматривалось влияние поперечного размера одного из пьезоэлектриков

слоистой структуры, а также оценивался вклад запаздывания электрических полей [15, 16]. Кроме перечисленных аспектов, в [17] в связи с запросами бурно развивающейся мехатроники [18] обсуждалось влияние относительного продольного перемещения (ОПП) пьезоэлектриков класса $4mm$ ($6mm$, ∞m), разделенных предельно тонким зазором, на поведение щелевых электрорезонансных волн.

В данной работе мы рассмотрим сдвиговые волны в щелевой структуре двух разных пьезоэлектриков $BaTiO_3/PbTiO_3$ класса $4mm$ ($6mm$, ∞m). Рассмотренные локализованные сдвиговые волны на одиночной границе пьезоэлектрика получили название волн Гуляева-Блюштейна [19, 20], которые нашли широкое применение в акустоэлектронике. В представленной работе рассматриваются изменения спектральных свойств этих волн при наличии близкой границы другого пьезоэлектрика. При этом главная цель работы — это оценка влияния сдвиговой деформации на величину диэлектрической проницаемости пьезоэлектриков при постоянной температуре.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В геометрии задачи, представленной на рис. 1, принято, что оба кристалла принадлежат к общему классу симметрии $4mm$ с одинаковой ориентацией кристаллографических осей 4 перпендикулярно плоскости рисунка. Два кристалла отличаются по физическим параметрам. Как будет показано далее, существование чисто симметричных и антисимметричных мод возможно при равенстве скоростей сдвиговых смещений в пьезоэлектриках.

В акустоэлектронике [11] в качестве независимых величин, определяющих состояние пьезоактивной среды (в сегнетофазе), обычно выбирают упругую деформацию, задаваемую тензором деформации:

$$u_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right), \quad (1)$$

и напряженность электрического поля E_j . Если процесс деформирования протекает адиабатически, то уравнения состояния принимают вид [20]:

$$\begin{aligned} T_{ik} &= c_{iklm} u_{lm} - e_{jik} E_j \\ D_p &= \varepsilon_{pq} E_q + 4\pi e_{prm} u_{rm} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь T_{ik} – тензор механических напряжений, который, как и тензор деформации u_{ik} из соотношения (1), представляет собой симметрический тензор второго ранга; c_{iklm} , e_{jik} и ε_{pq} – тензоры упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических модулей кристалла, соответственно. В уравнениях (2), где величина D_p представляет собой вектор электрической индукции, по повторяющимся тензорным индексам подразумевается суммирование. Исходными являются уравнения движения кристалла:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} \quad (3)$$

и уравнения Максвелла в квазистатической форме:

$$E_i = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}, \quad \frac{\partial D_k}{\partial x_k} = 0. \quad (4)$$

Здесь дифференциальный оператор $\partial/\partial x_i$ рассматривается как вектор, φ – электрический потенциал, ρ – плотность кристалла.

Для совместного рассмотрения уравнений (1)-(4) конкретизируем тип симметрии кристалла и геометрию распространения акустических волн. Примем, что сегнетоэлектрик класса 4mm имеет такую кристаллографическую установку, что ось симметрии четвертого порядка параллельна оси z, где z – ось лабораторной системы отсчета $x_0 y_0 z_0$. Для данного типа симметрии кристалла и для случая распространения акустических волн перпендикулярно оси симметрии кристалла высшего порядка решение уравнений (1)-(4) не будет

зависеть от координаты z , и система уравнений (1)-(4) распадается на две независимые системы уравнений. Первая система:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= c_{11} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + c_{12} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} , \\ \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} &= c_{11} \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + c_{12} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (5)$$

описывает волны вертикальной поляризации: $\mathbf{u} \perp z$. Вторая система

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= c_{44} \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right) + e_{15} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) , \\ 4\pi e_{15} \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right) &= \varepsilon_1 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

описывает волны горизонтальной поляризации: $\mathbf{u} \parallel z$.

Волны горизонтальной и вертикальной поляризации не взаимодействуют между собой. При этом упругие смещения в волнах вертикальной поляризации не сопровождаются электрическим полем, и кристалл по отношению к ним ведет себя как обычная упругая среда без пьезоэффекта. Из-за отсутствия акустодоменного взаимодействия волны вертикальной поляризации не представляют интереса и в дальнейшем не рассматриваются. Волны горизонтальной поляризации со смещениями частиц по оси z пьезоактивны, их сопровождает электрическое поле в плоскости распространения. Уравнениям (6) можно придать вид:

$$\left[\frac{1}{c_{44}^{(j)*}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right] u_j = 0, \quad \nabla^2 \Phi_j = 0 . \quad (7)$$

В уравнениях (7) $c_{44}^* = c_{44} + 4\pi e_{15}^2 / \varepsilon_1$, $\tilde{\nabla}^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$, Φ_j – часть полного потенциала φ_j в кристалле номера j :

$$\varphi_j = -\frac{4\pi e^{(j)}}{\varepsilon_1} u_j + \Phi_j , \quad (8)$$

представляющий собой электрическое поле, индуцируемое с доменных границ пьезополяризационными зарядами [21].

Очевидно, что исходные уравнения будут одинаковы в лабораторной системе отсчета $xOyz$ для нижнего ($y < -h$) и верхнего ($y > h$) кристаллов. Учитывая горизонтальную поляризацию электрорезонансных волн, в силу

различия материальных параметров кристаллов в соответствии с выражениями (7), (8), напомним:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tilde{t}^2} &= (v_t^{(1)})^2 \nabla^2 u_1, & \nabla^2 \Phi_1 &= 0, & \varphi_1 &= \frac{4\pi e_{15}^{(1)}}{\varepsilon_1} u_1 + \Phi_1, \\ \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} &= (v_t^{(2)})^2 \nabla^2 u_2, & \nabla^2 \Phi_2 &= 0, & \varphi_2 &= \frac{4\pi e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_2} u_2 + \Phi_2. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $v_t^{(j)} = \left[\left(c_{44}^{(j)} + \frac{4\pi (e_{15}^{(j)})^2}{\varepsilon_j} \right) \rho_j^{-1} \right]^{1/2}$ – скорость сдвиговых волн горизонтальной

поляризации в j -ом пьезокристалле с модулем упругости $c_{44}^{(j)}$, пьезомодулем $e_{15}^{(j)}$, диэлектрической проницаемостью ε_j и плотностью ρ_j . Уравнения (9) следует решать совместно с уравнением Лапласа:

$$\nabla^2 \Phi_0 = 0 \quad (10)$$

для потенциала Φ_0 электрического поля, возникающего в зазоре ($|y| < h$, $2h$ – толщина зазора) между кристаллами. Кроме этого, на неметаллизированных границах кристаллов $y = \pm h$ должны соблюдаться требования непрерывности потенциалов и нормальных составляющих D_y векторов электрической индукции, а также отсутствия сдвиговых напряжений T_{yz} .

Из уравнений пьезоэффекта (2) в случае сдвиговых волн с поляризацией смещений по оси симметрии высшего порядка имеем для кристаллов класса 4mm следующие выражения:

$$D_y = 4\pi e_{15} \frac{\partial u}{\partial y} - \varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad T_{yz} = e_{15} \frac{\partial \varphi}{\partial y}. \quad (11)$$

Они не содержат производных по времени и поэтому справедливы в любых инерциальных системах отсчета – следовательно, пригодны для представления нормальных составляющих электрической индукции и сдвигового напряжения в лабораторной системе отсчета для обоих кристаллов.

2. ДИСПЕРСИОННОЕ СООТНОШЕНИЕ И СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

Выражения (11), необходимые для формулировки граничных условий, можно несколько изменить. Для этого воспользуемся последним из равенств (7). После несложных преобразований получим:

$$D_y = -\varepsilon \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad T_{yz} = c_{44}^* \frac{\partial u}{\partial y} + e_{15} \frac{\partial \Phi}{\partial y}. \quad (12)$$

Теперь с учетом равенств (12), где уже потребуется индексировать параметры и поля номером $j=1,2$ кристалла, упомянутые выше граничные условия можно написать следующим образом:

$$\begin{aligned} \left(\frac{4\pi e_{15}^{(j)}}{\varepsilon_j} u_j + \Phi_j \right) \Big|_{y=(-1)^{j+1}h} &= \Phi_0 \Big|_{y=(-1)^{j+1}h}, \\ \left(\varepsilon_j \frac{\partial \Phi_j}{\partial y} \right) \Big|_{y=(-1)^{j+1}h} &= \frac{\partial \Phi_0}{\partial y} \Big|_{y=(-1)^{j+1}h}, \\ \left[c_{44}^{(j)*} \frac{\partial u_j}{\partial y} + \left(e_{15}^{(j)} \frac{\partial \Phi_j}{\partial y} \right) \right] \Big|_{y=(-1)^{j+1}h} &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

В выражениях (14), как и в предыдущих разделах, верхней звездочкой помечены пьезоэлектрически ужесточенные модули сдвига кристаллов:

$$c_{44}^{(j)*} = c_{44}^{(j)} + \frac{4\pi (e_{15}^{(j)})^2}{\varepsilon_j}.$$

Решение уравнений (9) ищем в виде волн, распространяющихся вдоль границ структуры $y=\pm h$. Примем, что u_j , Φ_j и $\Phi_0 \sim \exp[i(kx - \omega t)]$, где k – волновое число, ω – циклическая частота щелевой электровзвучивающей волны в лабораторной системе отсчета. С учетом требования ограниченности сдвиговых смещений и потенциалов электрических полей кристаллов на основании (9) получим:

$$\begin{aligned} u_1 &= U_1 \exp(i\phi) \exp(-s_1 y), \quad \Phi_1 = F_1 \exp(i\phi) \exp(-ky), \\ u_2 &= U_2 \exp(i\phi) \exp(s_2 y), \quad \Phi_2 = F_2 \exp(i\phi) \exp(ky), \\ \Phi_0 &= \exp(i\phi) [A \exp(ky) + B \exp(-ky)], \quad \phi = kx - \omega t. \end{aligned} \quad (14)$$

Величины $s_{1,2}$ определяются равенствами:

$$s_1 = \left[k^2 - \left(\frac{\omega}{v_t^{(1)}} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad s_2 = \left[k^2 - \left(\frac{\omega}{v_t^{(2)}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (15)$$

и имеют смысл коэффициентов амплитудного спада сдвиговых смещений с удалением от границы соответствующего кристалла.

Подстановка выражений (14) в граничные условия (13) приводит к следующей системе шести однородных алгебраических уравнений относительно амплитуд U_1, U_2, F_1, F_2, A и B :

$$\begin{aligned}
\frac{4\pi e_{15}^{(1)}}{\varepsilon_1} \tilde{U}_1 + \tilde{F}_1 &= Ae^\xi + Be^{-\xi}, \\
\frac{4\pi e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_2} \tilde{U}_2 + \tilde{F}_2 &= Ae^{-\xi} + Be^\xi, \\
-\varepsilon_1 \tilde{F}_1 &= Ae^\xi - Be^{-\xi}, \\
\varepsilon_2 \tilde{F}_2 &= Ae^{-\xi} - Be^\xi, \\
-s_1 c_{44}^{(1)*} \tilde{U}_1 - k e_{15}^{(1)} \tilde{F}_1 &= 0, \\
s_2 c_{44}^{(2)*} \tilde{U}_2 + k e_{15}^{(2)} \tilde{F}_2 &= 0,
\end{aligned} \tag{16}$$

где $\tilde{U}_j = U_j e^{-s_j h}$, $\tilde{F}_j = F_j e^{-\xi}$, $\xi = kh$.

Из первых 4-х уравнений (16) получаем выражения для амплитудных коэффициентов A и B в виде:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{2} \left[4\pi \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{\varepsilon_1} \right) \tilde{U}_1 + (1 - \varepsilon_1) \tilde{F}_1 \right] e^{-\xi} = \frac{1}{2} \left[4\pi \left(\frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_2} \right) \tilde{U}_2 + (1 + \varepsilon_2) \tilde{F}_2 \right] e^\xi, \\
B &= \frac{1}{2} \left[4\pi \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{\varepsilon_1} \right) \tilde{U}_1 + (1 + \varepsilon_1) \tilde{F}_1 \right] e^\xi = \frac{1}{2} \left[4\pi \left(\frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_2} \right) \tilde{U}_2 + (1 - \varepsilon_2) \tilde{F}_2 \right] e^{-\xi}.
\end{aligned} \tag{17}$$

Подставляя A и B из (17) в систему (16), получаем однородную систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}
4\pi \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{\varepsilon_1} \right) \tilde{U}_1 + (1 + \varepsilon_1) \tilde{F}_1 &= e^{-2\xi} \left[4\pi \left(\frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_2} \right) \tilde{U}_2 + (1 - \varepsilon_2) \tilde{F}_2 \right], \\
e^{-2\xi} \left[4\pi \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{\varepsilon_1} \right) \tilde{U}_1 + (1 - \varepsilon_1) \tilde{F}_1 \right] &= 4\pi \left(\frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_2} \right) \tilde{U}_2 + (1 + \varepsilon_2) \tilde{F}_2, \\
\left[-\frac{s_1}{k} c_{44}^{(1)*} \right] \tilde{U}_1 + (-e_{15}^{(1)}) \tilde{F}_1 &= 0, \\
\left[\frac{s_2}{k} c_{44}^{(2)*} \right] \tilde{U}_2 + (e_{15}^{(2)}) \tilde{F}_2 &= 0.
\end{aligned} \tag{18}$$

Из равенства нулю детерминанта системы (18) находим искомое дисперсионное соотношение для щелевых электрзвукковых волн в слоистой структуре пьезоэлектриков класса 4mm с вакуумной щелью:

$$\left[K_2^2 - (1 + \varepsilon_2) \frac{s_2}{k} \right] \cdot \left[K_1^2 - (1 + \varepsilon_1) \frac{s_1}{k} \right] = e^{-4\xi} \left[K_2^2 - (1 - \varepsilon_2) \frac{s_2}{k} \right] \cdot \left[K_1^2 - (1 - \varepsilon_1) \frac{s_1}{k} \right]. \quad (19)$$

Вместе с выражениями (14), (15) оно полностью определяет структуру и дисперсионные свойства щелевых электрозвуковых волн. В частности, если в нем выразить величины s_1 и s_2 согласно (15), то (19) примет вид трансцендентного уравнения, корни которого устанавливают типичную дисперсионную связь ω от k .

В случае кристаллов с одинаковыми материальными параметрами, когда различие между s_1 и s_2 исчезает, произведения величин в квадратных скобках равенства (19) образуют их квадраты. Соответственно, извлекая корни в обеих сторонах равенства, можно вдвое понизить порядок уравнения и написать с учетом знака корней:

$$\left[K^2 - (1 + \varepsilon) \frac{s}{k} \right] = \pm e^{-2\xi} \left[K^2 - (1 - \varepsilon) \frac{s}{k} \right].$$

Отсюда получаем возможность выразить s явным образом:

$$s = k \frac{K^2 (1 \mp e^{-2\xi})}{(1 + \varepsilon) \pm (\varepsilon - 1) e^{-2\xi}}. \quad (20)$$

Выражения (19) переходят, как и следовало ожидать, в формулы работы [22].

Существенным преимуществом явного представления спектра щелевых электрозвуковых волн по формулам (20) является то обстоятельство, что при установлении их общих дисперсионных свойств отпадает необходимость численного решения трансцендентных уравнений. Так, определив простым расчетом s для избранного значения k , последующим использованием формул (15) можно всегда установить соответствующее этому k (и этому s) значение ω , а далее найти фазовую скорость волны. Другое достоинство формулы (20) заключается в явном разделении спектра по модам – симметричной (верхние знаки в (20)) и антисимметричной (нижние знаки в (20)), названных так в соответствии с характером распределения электрического потенциала в вакуумном зазоре [22, 23]. Общая картина спектров мод щелевых электрозвуковых волн для одинаковых тетрагональных кристаллов показана на рис.2. Спектры симметричной и антисимметричной мод щелевой

электрозвуковой волны помечены на рис.2 соответственно знаками “плюс” и “минус”. Штриховые прямые I и II изображают линейные спектры электрозвуковой волны на металлизированной: $s=kK^2$ и неметаллизированной: $s=k(K^2)/(1+\varepsilon)$ границах пьезоэлектрического кристалла [9].

Различия материальных свойств кристаллов приводят к тому, что моды щелевых электрозвуковых волн теряют признаки строгой симметрии (антисимметрии) распределения электрического поля в вакуумном зазоре. При этом наиболее существенную роль в изменениях спектров мод играет разница в скоростях сдвиговых волн в кристаллах. Для того, чтобы сопоставить вклады в изменения спектров мод за счет разницы в физических параметрах, сравним результаты численных расчетов для щелевой структуры с параметрами $K_1^2=0.3$, $K_2^2=0.2$, $\varepsilon_1=6$, $\varepsilon_2=7$ (модельные значения), а также с неодинаковыми отношениями скоростей $v_i^{(2)}/v_i^{(1)}$ (рис. 3). Нижняя штриховая кривая рис. 3 соответствует симметричной моде в случае $v_i^{(2)}/v_i^{(1)}=1$, когда значения s_1 и s_2 совпадают. Поэтому из рис. 2, 3 видно, что отличия в коэффициентах электромеханической связи кристаллов даже при одинаковых скоростях распространения в них сдвиговых волн приводят к заметному расхождению асимптот дисперсионных ветвей симметричной и антисимметричной мод.

Разница в скоростях распространения сдвиговых волн (сплошные кривые рис. 3) приводит, прежде всего, к неодинаковой локализации колебаний мод в кристаллах, т.е. s_1 не равно s_2 . Так, кривые 1 и 2 (рис. 3) получаются “расщеплением” верхней штриховой кривой для антисимметричной моды. Симметричная мода в этих условиях отсутствует. При $kh \gg 1$ спектр ветви 1 практически совпадает с антисимметричной модой при $v_i^{(2)}/v_i^{(1)}=1$. На низких частотах, когда $kh \ll 1$, ветвь 1 спектра из-за сильного электростатического взаимодействия через вакуумный зазор между кристаллами будет мало отличаться от ветви 2 для “квазиантисимметричной” моды в кристалле со скоростью $v_i^{(2)} > v_i^{(1)}$. Последняя, кстати, как следует из выражений (15), из-за $v_i^{(2)} \neq v_i^{(1)}$ имеет по сравнению с s_1 добавку:

$$\Delta s = \sqrt{s_2^2 - s_1^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{v_t^{(1)}}{v_t^{(2)}} \right)^2}, \quad (21)$$

определяющую квазилинейный характер спектра на рис.3.

Высказанные соображения по поводу спектров коэффициентов локализации мод щелевых электрозвуковых волн в слоистой структуре, образованной неодинаковыми статичными кристаллами, сохраняют силу и при $v_t^{(2)} < v_t^{(1)}$. В этом случае кристаллы просто меняются местами (дисперсионное соотношение (19) инвариантно к перестановке индексов $1 \leftrightarrow 2$), и соответственно на рис. 3 следует поменять номера кривых, а в формуле (19) – переставить индексы.

На рис. 4 представлен спектр для пары реальных [24], а не модельных кристаллов. Первый материал титанат бария BaTiO_3 $K_1^2 = 0.27$, $\varepsilon_1 = 2000$, $c_{44}^{(1)} = 4.5 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$, $e_{15}^{(1)} = 4.5 \cdot 10^6$ ед. СГСЭ, $v_t^{(1)} = 2.7 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$ Второй материал титанат свинца PbTiO_3 : $K_2^2 = 0.48$, $\varepsilon_2 = 150$, $c_{44}^{(2)} = 8.3 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$, $e_{15}^{(2)} = 1.95 \cdot 10^6$ ед. СГСЭ, $v_t^{(2)} = 3.16 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$. Поскольку материальные параметры сильно отличаются друг от друга по сравнению с “модельными” кристаллами (см. рис. 3), то спектры 1 и 2 на рис. 4 сильно отличаются, но их поведение в целом соответствует поведению кривых 1 и 2 на рис. 3.

3. ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОЗВУКОВОЙ ЩЕЛЕВОЙ ВОЛНЫ НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ПРОНИЦАЕМОСТЬ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКОВ

Изменение диэлектрической проницаемости за счет давления [25] при постоянной температуре имеет вид:

$$\Delta \varepsilon_{ij} = - \left(\frac{\partial D_i}{\partial T_{kl}} \right)_E \left(\frac{\partial T_{kl}}{\partial u_{mn}} \right)_E \left(\frac{\partial u_{mn}}{\partial E_j} \right)_T \quad (22)$$

Нижние индексы E, T означают, что производные берутся при постоянной напряженности электрического поля или механического напряжения. При этом в нашем случае величины, входящие в формулу (22), имеют вид:

$$D_y = 4\pi e_{15} \frac{\partial u}{\partial y} - \varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad T_{yz} = c_{44}^* \frac{\partial u}{\partial y} + e_{15} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (23)$$

$$D_x = 4\pi e_{15} \frac{\partial u}{\partial x} - \varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad T_{xz} = c_{44} \frac{\partial u}{\partial x} + e_{15} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (24)$$

где

$$E_i = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}, \quad \frac{\partial D_k}{\partial x_k} = 0.$$

Согласно (22)-(24) и геометрии распространения электровзвукковой волны (рис.1):

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{xx} = & - \left(\frac{\partial D_x}{\partial T_{yz}} \right)_E \left(\frac{\partial T_{yz}}{\partial u_{zx}} \right)_E \left(\frac{\partial u_{zx}}{\partial E_x} \right)_T - \left(\frac{\partial D_x}{\partial T_{yz}} \right)_E \left(\frac{\partial T_{yz}}{\partial u_{zy}} \right)_E \left(\frac{\partial u_{zy}}{\partial E_x} \right)_T - \\ & - \left(\frac{\partial D_x}{\partial T_{xz}} \right)_E \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial u_{zx}} \right)_E \left(\frac{\partial u_{zx}}{\partial E_x} \right)_T - \left(\frac{\partial D_x}{\partial T_{xz}} \right)_E \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial u_{zy}} \right)_E \left(\frac{\partial u_{zy}}{\partial E_x} \right)_T. \end{aligned} \quad (25)$$

В (25) слагаемые в силу (23) и (24):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial D_x}{\partial T_{yz}} \right)_E \left(\frac{\partial T_{yz}}{\partial u_{zx}} \right)_E \left(\frac{\partial u_{zx}}{\partial E_x} \right)_T = 0, \quad \left(\frac{\partial D_x}{\partial T_{xz}} \right)_E \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial u_{zy}} \right)_E \left(\frac{\partial u_{zy}}{\partial E_x} \right)_T = 0, \\ \left(\frac{\partial D_x}{\partial T_{yz}} \right)_E \left(\frac{\partial T_{yz}}{\partial u_{zy}} \right)_E \left(\frac{\partial u_{zy}}{\partial E_x} \right)_T = 0. \end{aligned}$$

Поэтому:

$$\Delta \varepsilon_{xx} = - \left(\frac{\partial D_x}{\partial T_{xz}} \right)_E \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial u_{zx}} \right)_E \left(\frac{\partial u_{zx}}{\partial E_x} \right)_T. \quad (26)$$

Из (23) и (24) следуют следующие соотношения:

$$\left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial u_{zx}} \right)_E = c_{44}^*, \quad \left(\frac{\partial D_x}{\partial T_{xz}} \right)_E = \frac{4\pi e_{15}}{c_{44}^*}, \quad \left(\frac{\partial u_{zx}}{\partial E_x} \right)_T = -\frac{e_{15}}{c_{44}^*} \quad (27)$$

Подставляя (27) в (26), получим:

$$\Delta \varepsilon_{xx} = \frac{4\pi e_{15}^2}{c_{44}^*}. \quad (28)$$

Формула (28) получена для системы единиц измерения СГС. Для системы СИ она имеет вид:

$$\Delta \varepsilon_{xx} = \frac{4\pi e_{15}^2 c_{44}^*}{\varepsilon_0}, \quad (29)$$

где ε_0 - электрическая постоянная. Учитывая, что $K^2 = 4\pi e_{15}^2 / (c_{44}^* \varepsilon)$, относительное изменение диэлектрической проницаемости (28) можно представить в виде:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{xx}}{\varepsilon} = K^2. \quad (30)$$

Формула (30) получена при единичных амплитудах сдвигового смещения u_z и электрической напряженности E . При таких значениях относительное изменение диэлектрической проницаемости может достигать, согласно (30), десятки процентов. Для реальной оценки формулу (30) необходимо умножить на безразмерные величины квадрата амплитуды сдвигового смещения \bar{u}_z и электрической напряженности \bar{E} :

$$\frac{\Delta \varepsilon_{xx}}{\varepsilon} = K^2 \bar{E}_x \bar{u}_z^2 \quad (31)$$

Аналогично можно показать, что изменение диэлектрической проницаемости в пьезоэлектриках вдоль оси y :

$$\frac{\Delta \varepsilon_{yy}}{\varepsilon} = K^2 \bar{E}_y \bar{u}_z^2 \quad (32)$$

Из системы (16) можно получить связь между сдвиговым смещением и напряженностью электрического поля для нашей граничной задачи при $kh \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \bar{E}_x^{(2)} &= \frac{c_{44}^{*(1)} s_1 \varepsilon_1}{e_{15}^{(1)} \varepsilon_2} u_{z1}, \quad \bar{E}_y^{(2)} = s_2 \frac{c_{44}^{*(1)} s_1 \varepsilon_1}{e_{15}^{(1)} \varepsilon_2 k} u_{z1} \\ \bar{E}_x^{(1)} &= -\frac{c_{44}^{*(1)} s_1}{e_{15}^{(1)}} u_{z1}, \quad \bar{E}_y^{(j)} = -\frac{c_{44}^{*(1)} s_1^2}{e_{15}^{(1)} k} u_{z1} \\ u_{z2} &= -\frac{(-4\pi e_{15}^{(1)2} \varepsilon_2 k + c_{44}^{*(1)} s_1 \varepsilon_1 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2))}{4\pi e_{15}^{(1)} e_{15}^{(2)} \varepsilon_1 k} u_{z1}. \end{aligned} \quad (33)$$

Из формул (31)-(33) видно, что изменение диэлектрической проницаемости нелинейно зависит от величины сдвигового смещения. Проявление нелинейности типично для связанных колебательных систем, даже если каждая из систем (например, упругая и электрическая) описывается в линейном приближении (см. [26]). Магнитоупругая нелинейность, наблюдаемая во многих магнитных системах (например, гематите [27]) при высоком уровне мощности, была исследована как теоретически, так и экспериментально.

Нелинейность в нашем случае вызвана сильной связью между акустической и электрическими подсистемами.

Учитывая (33) на рис.5, 6, показана зависимости изменения диэлектрической проницаемости (31) в титанате бария от напряженности электрического для структуры PbTiO_3 – вакуумный зазор – BaTiO_3 . Изменение $\Delta\varepsilon_{xx}/\varepsilon$ в титанате бария для данной структуры будет значительно больше, чем в титанате свинца и намного больше чем изменение $\Delta\varepsilon_{yy}/\varepsilon$. На рис. 5 ограничение по величине сдвигового смещения принято $u_{z1}, u_{z2} < 10^{-6}$ см, а для рис. 6 $u_{z1}, u_{z2} < 10^{-4}$ см. Из рис. 5 видно, что в случае приближения малосигнальной акустики (когда деформация не разрушает материал) относительное изменение диэлектрической проницаемости мало и составляет тысячные доли процента от величины диэлектрической проницаемости. В случае же больших значений сдвиговой деформации (см. рис. 6) относительное изменение диэлектрической проницаемости $\Delta\varepsilon_{xx}/\varepsilon$ может достигать 80 процентов. При этом величина напряженности электрического поля достигает таких же значений, как в работах [4, 5], когда в слоистой структуре $\text{BaTiO}_3/\text{SrTiO}_3$ или $\text{PbTiO}_3/\text{SrTiO}_3$ изменение диэлектрической проницаемости также достигало несколько десятков процентов. Но в нашем случае необходимо учитывать, что при таких значениях сдвигового смещения скорее всего будет происходить разрушение целостности кристаллов пьезоэлектрика.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрены дисперсионные свойства электрорезонансных волн в щелевой структуре двух разных пьезоэлектриков. Показано, что при ненулевой разности скоростей сдвиговых волн в пьезоэлектриках отсутствуют чисто симметричные и антисимметричные моды, а коэффициенты граничной локализации сдвиговой волны будут значительно отличаться в пьезоэлектриках рассмотренной структуры PbTiO_3 – вакуумный зазор – BaTiO_3 . Оценено влияние электрорезонансной волны на диэлектрическую проницаемость. В малосигнальном приближении это влияние мало и составляет тысячные доли

процента от величины диэлектрической проницаемости. В случае больших значений сдвиговой деформации или напряженности электрического поля изменение диэлектрической проницаемости может достигать несколько десятков процентов.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН № FFWZ-2022-0016.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Miao H., Li F.* // *Ultrasonics*. 2021. V. 114. Art. № 106355.
2. *Майстренко А., Кочемасов В.* // *СВЧ электроника*. 2017. № 1. С. 42.
3. *Мухортов В.М., Юзюк Ю.И.* Гетероструктуры на основе наноразмерных сегнетоэлектрических пленок: получение, свойства и применение. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮНЦ РАН. 2008.
4. *Royburd A.L., Zhong S., Alpay S.P.* // *Appl. Phys. Lett.* 2005. V. 87. № 9. Art. № 092902.
5. *Zhong S., Alpay S.P., Mantese J.V.* // *Appl. Phys. Lett.* 2006. V. 88. № 13. Art. № 132904.
6. *Xua D., Caia F., Chena M. et al.* // *Ultrasonics*. 2019. V. 93. P. 18.
7. *Peng X., He W., Xin F. et al.* // *Ultrasonics*. 2020. V. 108. Art. № 106205.
8. *Zeng L., Zhang J., Liu Y. et al.* // *Ultrasonics*. 2019. V. 96. P. 34.
9. *Балакирев М.К., Гилинский И.А.* Волны в пьезокристаллах. Новосибирск: Наука. 1982.
10. *Пустовойт В.И.* // *УФН*. 1969. Т. 97. № 2. С. 257.
11. *Avetisyan A.S.* *Electroacoustic Waves in Piezoelectric Layered Composites.* Springer Cham. 2023.
12. *Alami M., El Boudouti E.H., Djafari-Rouhani B. et al.* // *Ultrasonics*. 2018. V. 90. P. 80.
13. *Zhou W., Muhammad, Chen W. et al.* // *European Journal of Mechanics - A/Solids*. 2019. V. 77. Art. № 103807.

14. Zhang Z.-D., Yu S.-Y., Ge H. et al. // Phys. Rev. Applied. 2021. V. 16. Art. № 044008.
15. Li X.-F., Yang J.S. // Sensors and Actuators A. 2006. V. 132. № 2. P. 472.
16. Yang J.S. // Mathematics and Mechanics of Solids. 2006. V. 11. № 5. P. 451.
17. Зеленка И. Пьезоэлектрические резонаторы на объемных и поверхностных акустических волнах: Материалы, технология, конструкция, применение. М.: Мир. 1990.
18. Recent Advances in Mechatronics (Eds Jablonski R., Turkowski M., Szewczyk R.). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag. 2007.
19. Гуляев Ю.В. // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т. 9. № 1. С. 63.
20. Bleustein J.L. // Appl. Phys. Lett. 1968. V. 13. № 12. P. 412.
21. Соснин А.С., Струков Б.А. Введение в сегнетоэлектричество. М.: Высшая школа. 1970.
22. Гуляев Ю.В., Плесский В.П. // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 5. С. 716.
23. Балакирев М.К., Горчаков А.В. // ФТТ. 1977. Т. 19. № 2. С. 613.
24. Акустические кристаллы: Справочник. (Под ред. Шаскольской М.П.). М.: Наука. 1982.
25. Най Дж.Ф. Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц. М.: Мир. 1967.
26. Ozhogin V.I., Preobrazhenskii V.L. // J. of Magnetism and Magnetic Materials. 1991. V. 100. № 1-3. P. 544.
27. Фетисов Ю.К., Преображенский В.Л., Перно Ф. // РЭ. 2006. Т. 51. № 2. С. 218.

28. Подписи к рисункам

Рис. 1. Схема задачи. Буквами А, S обозначены антисимметричная и симметричная моды.

Рис. 2. Спектр мод щелевых электрорезонансных волн для двух одинаковых пьезокристаллов класса 4mm (BaTiO_3), $h = 10^{-5}$ см. Кривая 1 – антисимметричная мода, кривая 2 – симметричная мода.

Рис. 3. Дисперсионные спектры коэффициентов локализации антисимметричной моды щелевых электрорезонансных волн в первом (1) и втором (2) кристаллах при $v_t^{(2)} / v_t^{(1)} = 1.01$ и $v_t^{(2)} / v_t^{(1)} = 1$ (верхняя штриховая кривая). $h = 10^{-6}$ см.

Рис. 4. Дисперсионные спектры коэффициентов локализации щелевых электрорезонансных волн в первом (1 - BaTiO_3) и втором (2 - PbTiO_3) кристаллах. $h = 10^{-6}$ см.

Рис. 5. Зависимость изменения диэлектрической проницаемости от напряженности электрического поля. Ограничение по величине сдвигового смещения принято $u_{z1}, u_{z2} < 10^{-6}$ см.

Рис. 6. Зависимость изменения диэлектрической проницаемости от напряженности электрического поля. Ограничение по величине сдвигового смещения принято $u_{z1}, u_{z2} < 10^{-4}$ см.

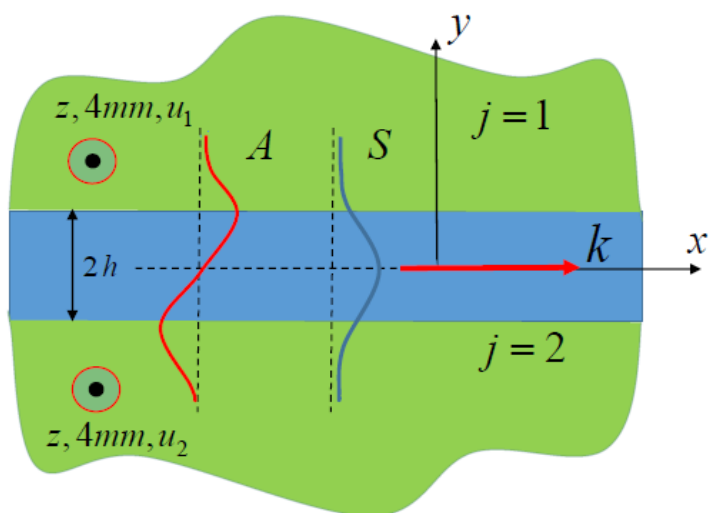


Рис.1.

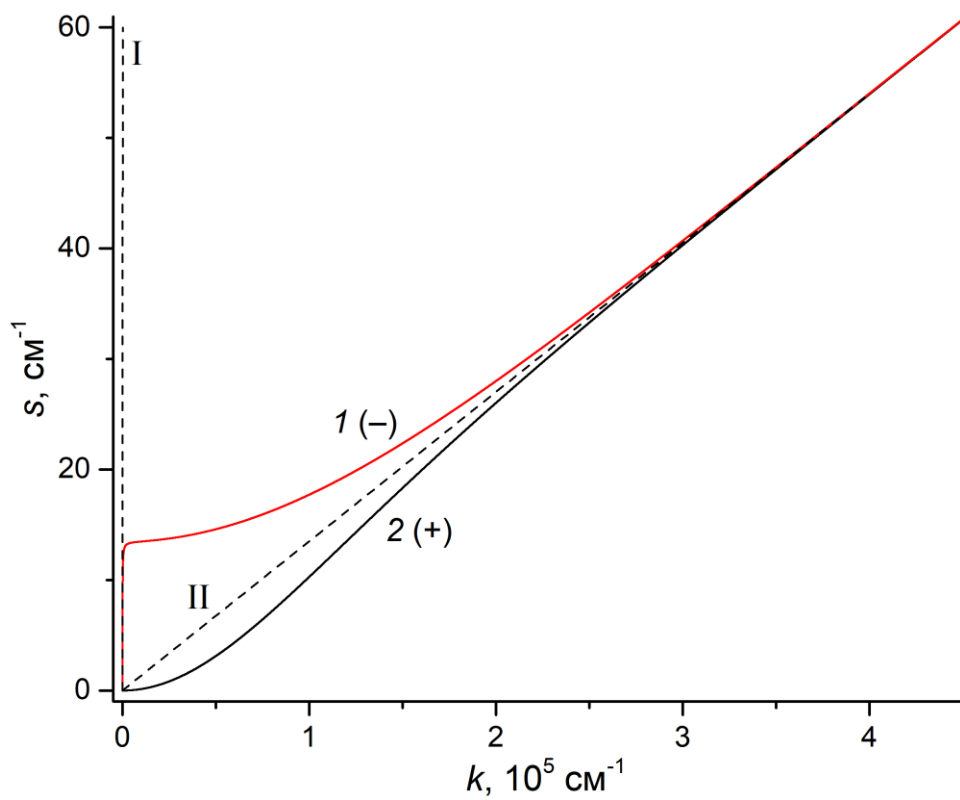


Рис.2.

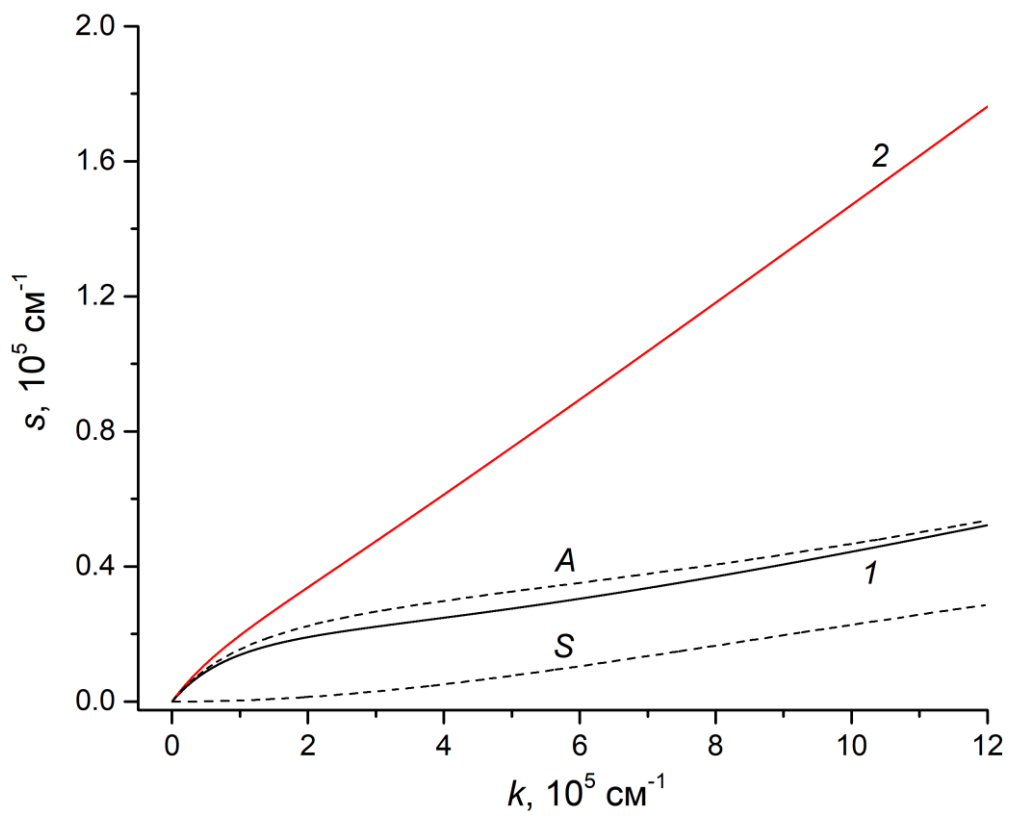


Рис.3.

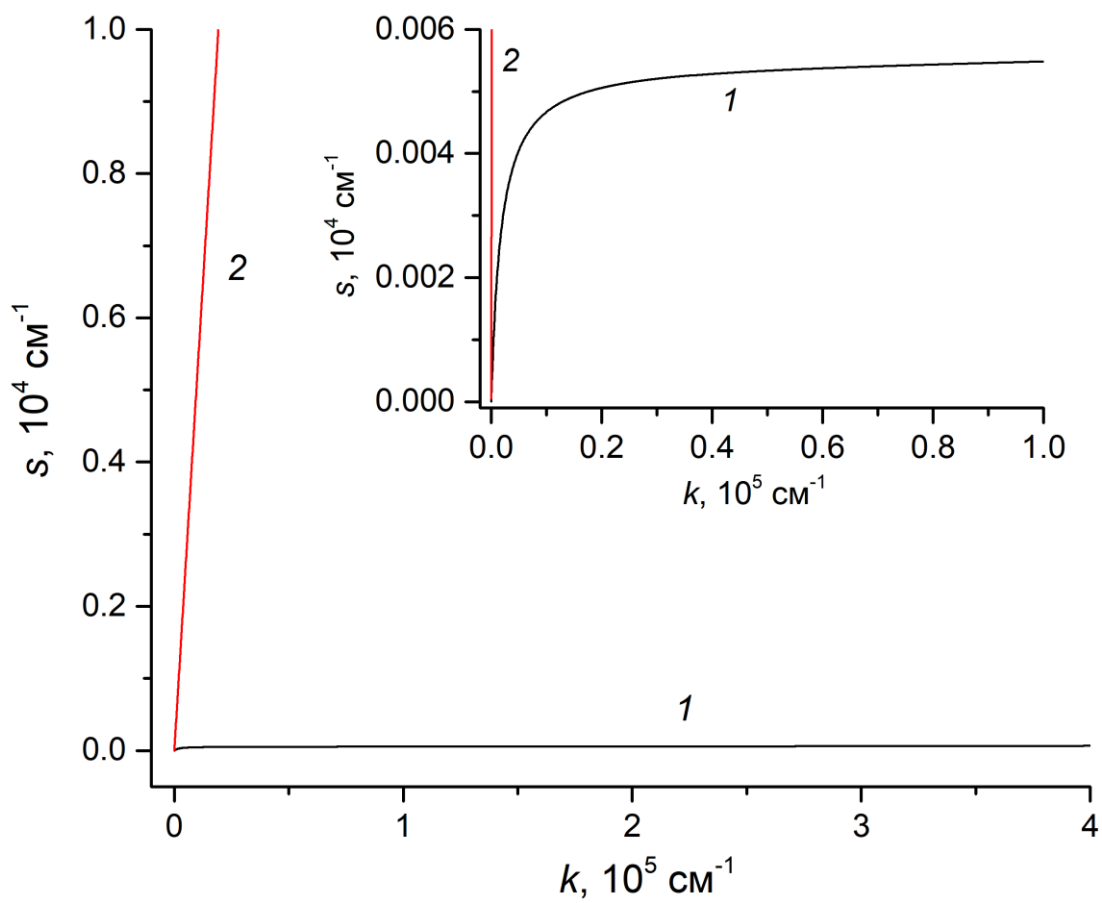


Рис.4.

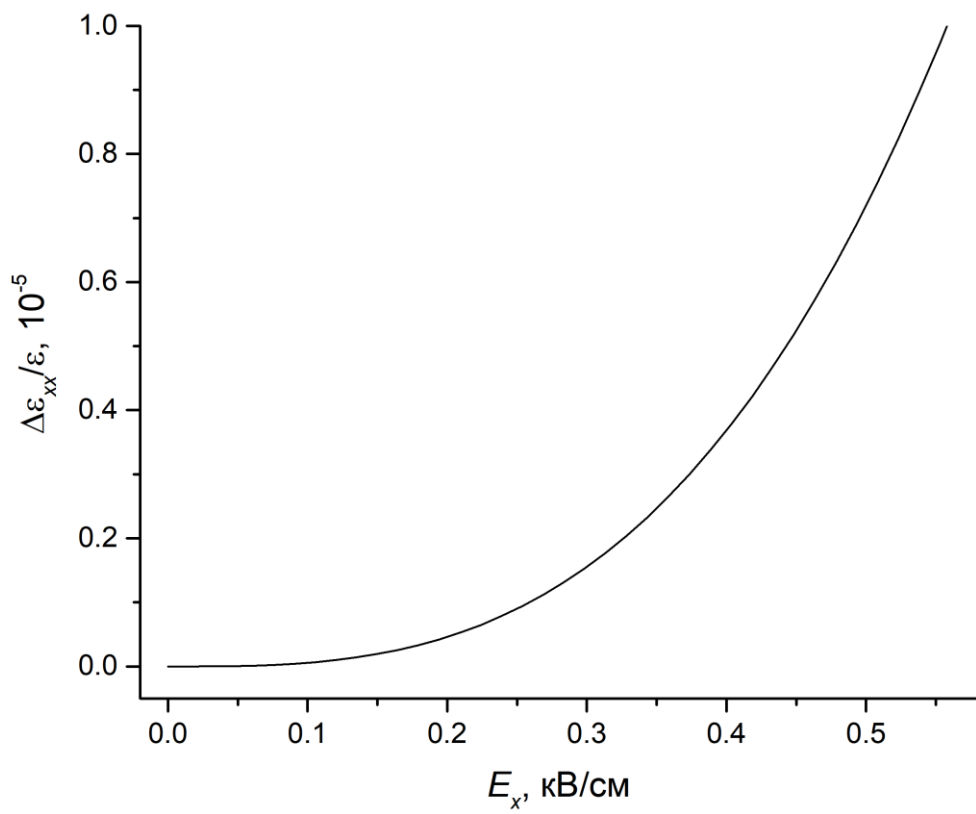


Рис.5.

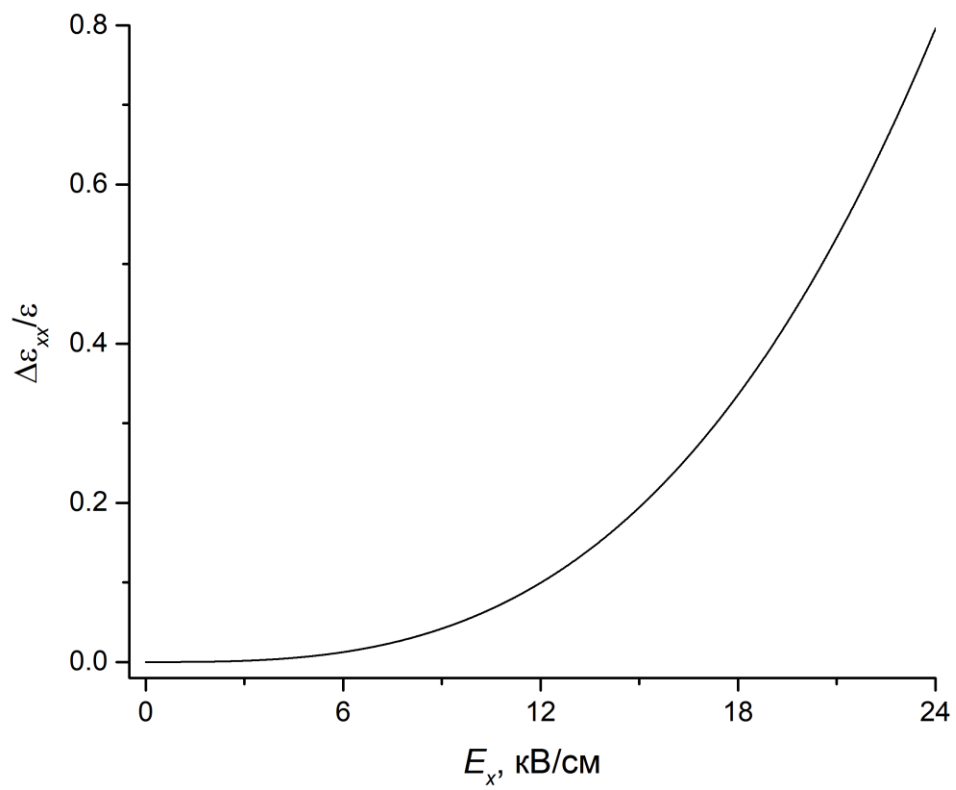


Рис.6.