
**РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ**

УДК 537.624;537.632

НЕЛИНЕЙНЫЕ УПРУГИЕ ВОЛНЫ В МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ ПРИ ОРИЕНТАЦИОННЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ

© 2021 г. А. Ф. Кабыченков^а, Ф. В. Лисовский^а, *^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141190, Российская Федерация

*E-mail: lisovsky.f@yandex.ru

Поступила в редакцию 02.04.2020 г.

После доработки 02.04.2020 г.

Принята к публикации 08.07.2020 г.

Построена фазовая диаграмма динамических магнитоупругих состояний легкоплоскостного антиферромагнетика. Определен закон дисперсии собственных нелинейных магнитоупругих волн. Показано, что в точке ориентационного фазового перехода дисперсия связанных спиновых и упругих волн зависит только от их амплитуды и параметров, характеризующих магнитоупругую связь.

DOI: 10.31857/S0033849421010034

ВВЕДЕНИЕ

Между электрической, магнитной и упругой подсистемами материальных сред существуют связи, приводящие к различным физическим эффектам. Одним из проявлений этого в магнитоупорядоченных твердых телах является наличие в спектре элементарных возбуждений связанных магнитоупругих волн (МУВ), при распространении которых существуют как деформации, так и изменения намагниченности. Это имеет место всегда, но наибольший эффект наблюдается вблизи точек фазового синхронизма, где совпадают значения частоты ω и волнового числа k спиновых и упругих волн в отсутствие связи между подсистемами. Известным примером этого может служить гибридизация спиновых и упругих волн в ферро- и ферримагнетиках, теоретический анализ которой впервые был дан в 1956 г. [1] (см. также [2, 3]), а первые эксперименты, подтверждающие теорию, были выполнены авторами работ [4–6].

В антиферромагнетиках (АФМ) влияние магнитоупругого взаимодействия на волновые процессы оказалось более сложным. Было обнаружено аномальное поведение нижней ветви дисперсионных кривых спиновых волн при $k \rightarrow 0$ в АФМ с анизотропией типа “легкая плоскость” [7–9], обусловленное, как это было показано в [10], спонтанными магнитоупругими деформациями среды в основном состоянии. Впоследствии это явление получило название “магнитоупругой щели” [11]. В легкоплоскостных АФМ со слабым ферромагнетизмом в окрестности ориентационного фазового перехода (ОФП) наблюдалась сильная зависимость скорости звука от напряженности магнитного поля в базисной плоскости [12–14]. Сообщалось о влиянии давления и

магнитного поля на распространение “собственных линейных” МУВ в одноосных АФМ [15–17]. Вблизи ОФП такие волны из-за возникновения неустойчивости ориентации векторов намагниченности подрешеток не являются гармоническими и линейными даже при малых амплитудах и приобретают сильную дисперсию (“собственные нелинейные” МУВ: уединенные, кноидальные, спиральные [18–24]). Изучалось и влияние магнитоупругой связи на ударные волны [25] и ангармонизм акустических волн [26, 27].

В окрестности ОФП спонтанное нарушение симметрии приводит и к ряду других неочевидных эффектов. Теоретические расчеты [28, 29], подкрепленные экспериментами [30], показывают, что низкочастотная упругая волна в легкоплоскостном ферромагнетике может переводить его из одного состояния в другое в областях растяжения и сжатия, образуя “бегущую” доменную структуру из разных фаз. Интенсивная упругая волна создает в среде пространственно-временную периодичность, создавая условия для существования устойчивых и неустойчивых параметрических взаимодействий между пространственно-временными гармониками спиновых волн [31, 32]. Нелинейные МУВ разного типа в окрестности ОФП можно считать динамическими состояниями с определенной симметрией, модифицирующейся при изменении типа волны. Изменение таких состояний под действием переменного упругого напряжения сходно с изменением статических состояний под действием статического напряжения, т.е. является фазовым переходом.

Настоящая работа посвящена исследованию фазовой диаграммы динамических магнитоупругих состояний и особенностей поведения уединенных и связанных МУВ вблизи ОФП в легкоплоскостном антиферромагнетике.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Решение проведем в рамках теории классических полей [33, 34], используя лагранжиан упруго напряженного многоподрешеточного магнетика

$$L = T - U, \quad (1)$$

где

$$T = -\sum_n \frac{M_0^{(n)}}{g^{(n)}} \frac{\partial \phi^{(n)}}{\partial t} \cos \theta^{(n)} + \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2$$

– кинетический “потенциал” [35], $0 \leq \theta^{(n)} \leq \pi$ и $0 \leq \phi^{(n)} \leq 2\pi$ – полярный и азимутальный углы вектора намагниченности n -й подрешетки

$$\vec{M}^{(n)} = M_0^{(n)} \{ \sin \theta^{(n)} \cos \phi^{(n)}, \sin \theta^{(n)} \sin \phi^{(n)}, \cos \theta^{(n)} \},$$

$M_0^{(n)}$ и $g^{(n)}$ – намагниченность насыщения и гиромагнитный коэффициент n -й подрешетки, ρ – плотность среды, $U = U(M_i^{(n)}, \partial M_i^{(n)} / \partial x_n, u_{ij})$ – потенциальная энергия, $u_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2$ – компоненты тензора деформаций, \vec{u} – вектор упругих смещений. Уравнения Лагранжа имеют вид

$$\frac{\partial L}{\partial q_n} = \frac{\partial}{\partial x^{(v)}} \frac{\partial L}{\partial (\partial q_n / \partial x^{(v)})}, \quad (2)$$

$q_n = \{ \theta^{(n)}, \phi^{(n)}, u_x, u_y, u_z \}$, $x^{(v)} = \{ x^{(0)} = t, x^{(1)} = x, x^{(2)} = y, x^{(3)} = z \}$, четырех-вектор энергии-импульса поля равен $P^{(v)} = \int T^{(v0)}(x^{(a)}, x) d^3 x$, где полевой тензор

$$T^{(v\mu)} = \frac{\partial L}{\partial (\partial q_n / \partial x^{(\mu)})} \frac{\partial q_n}{\partial x^{(v)}} - g^{(v\mu)} L;$$

значение $g^{(v\mu)}$ равно нулю при $v \neq \mu$, +1 при $v = \mu = 0$ и –1 при $v = \mu = 1, 2, 3$.

Из инвариантности $P^{(v)}$ следует уравнение непрерывности

$$\frac{\partial T^{(v\mu)}}{\partial x^{(\mu)}} = \frac{\partial T^{(v0)}}{\partial t} + \frac{\partial T^{(v1)}}{\partial x} + \frac{\partial T^{(v2)}}{\partial y} + \frac{\partial T^{(v3)}}{\partial z}.$$

Плотность энергии поля $T^{(00)}$ и плотность потока энергии $T^{(0\mu)}$ не зависят от гироскопических слабых и равны соответственно

$$T^{(00)} = \frac{\partial L}{\partial (\partial q_n / \partial t)} \frac{\partial q_n}{\partial t} - L \equiv H = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + U;$$

$$T^{(0\mu)} = \frac{\partial L}{\partial (\partial q_n / \partial x^{(\mu)})} \frac{\partial q_n}{\partial t},$$

а плотность $x^{(v)}$ -компоненты импульса поля определяется соотношением

$$T^{(v0)} = \frac{\partial L}{\partial (\partial q_n / \partial t)} \frac{\partial q_n}{\partial x^{(v)}} = -\sum_n \frac{M_0^{(n)}}{g^{(n)}} \cos \theta^{(n)} \frac{\partial \phi^{(n)}}{\partial x^{(v)}} + \rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x^{(v)}}.$$

С учетом диссипации уравнения Лагранжа записываются в виде

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial (\partial q_n / \partial t)} + \frac{\delta L_d}{\delta (\partial q_n / \partial t)} - \frac{\delta L}{\delta q_n} = 0, \quad (3)$$

где диссипативная функция имеет вид

$$L_d = \sum_n \frac{1}{2} \frac{M_0^{(n)}}{g^{(n)}} r^{(n)} \left(\left(\frac{\partial \theta^{(n)}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi^{(n)}}{\partial t} \right)^2 \sin^2 \theta^{(n)} \right) + \frac{1}{2} \eta_{ijkn} \frac{\partial u_{ij}}{\partial t} \frac{\partial u_{kn}}{\partial t},$$

$r^{(n)}$ – диссипативные коэффициенты намагниченности, η_{ijkn} – компоненты упругого диссипативного тензора,

$$\frac{\delta}{\delta q_n} \equiv \frac{\partial}{\partial q_n} - \frac{\partial}{\partial x_n} \frac{\partial}{\partial (\partial q_n / \partial x_n)}.$$

Используя (1) и (2), получаем следующие уравнения движения:

$$\frac{M_0^{(n)}}{g^{(n)}} \left(-\frac{\partial \phi^{(n)}}{\partial t} \sin \theta^{(n)} + r^{(n)} \frac{\partial \theta^{(n)}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x_n} \frac{\partial U}{\partial (\partial \theta^{(n)} / \partial x_n)} - \frac{\partial U}{\partial \theta^{(n)}},$$

$$\frac{M_0^{(n)}}{g^{(n)}} \sin \theta^{(n)} \left(\frac{\partial \theta^{(n)}}{\partial t} + r^{(n)} \frac{\partial \phi^{(n)}}{\partial t} \sin \theta^{(n)} \right) = \frac{\partial}{\partial x_n} \frac{\partial U}{\partial (\partial \phi^{(n)} / \partial x_n)} - \frac{\partial U}{\partial \phi^{(n)}}, \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} + \frac{1}{2} (1 + \delta_{mn}) \frac{\partial \sigma_{nm}^{(d)}}{\partial x_m} = -\frac{1}{2} (1 + \delta_{mn}) \frac{\partial \sigma_{nm}}{\partial x_m},$$

где $\sigma_{mn} = -\partial U / \partial u_{mn}$ и $\sigma_{nm}^{(d)} = -\eta_{nmkl} (\partial u_{kl} / \partial t)$ – упругие и вязкие напряжения.

В потенциальной энергии в рассматриваемом случае следует учитывать вклады от магнитной подсистемы U_m , от упругой подсистемы U_u , от взаимодействия между ними U_{mu} и от взаимодействия результирующей намагниченности \vec{M}_s с внешним магнитным полем \vec{H}_0 и размагничивающим полем \vec{H}_d , т.е. $U = U_m + U_u + U_{mu} - \vec{M}_s (\vec{H}_0 + \vec{H}_d / 2)$. Вклад магнитной подсистемы

$$U_m \equiv U_m(M_i^{(n)}, \partial M_j^{(n)} / \partial x_n) = U_{mn} + U_{mh},$$

где

$$U_{mn} = \sum_{n,m=1}^{n,m=N} a_{ij}^{(nm)} \frac{\partial \bar{M}^{(n)}}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{M}^{(m)}}{\partial x_j}$$

– потенциал неоднородного обменного взаимодействия,

$$U_{mh} = \sum_{n,m=1}^{n,m=N} b_{ij}^{(nm)} M_i^{(n)} M_j^{(m)} + \sum_{n,m,p,q=1}^{n,m,p,q=N} b_{ijkl}^{(nmpq)} M_i^{(n)} M_j^{(m)} M_k^{(p)} M_l^{(q)}$$

– однородный потенциал, в котором слагаемые вида скалярного произведения определяют энергию однородного обменного взаимодействия, остальные слагаемые – энергию анизотропии, $a_{ij}^{(nm)}$, $b_{ij}^{(nm)}$, и $b_{ijkl}^{(nmpq)}$ – феноменологические константы, $U_u = (1/2) \lambda_{ijkl} u_{ij} u_{kl}$ – потенциал упругой подсистемы,

$$U_{mu} = \sum_{n,m=1}^{n,m=N} c_{ijkl}^{(nm)} M_i^{(n)} M_j^{(m)} u_{kl}$$

– потенциал магнитоупругого взаимодействия,

$$\bar{M}_s = \sum_{n=1}^{n=N} \bar{M}^{(n)}$$

– результирующая намагниченность, \bar{H}_d – размагничивающее поле, удовлетворяющее уравнениям $\text{div} \bar{H}_d = -4\pi \text{div} \bar{M}_s$ и $\text{rot} \bar{H}_d = 0$. Динамические магнитоупругие состояния определяются уравнениями (2), а однородные и неоднородные статические уравнениями

$$\delta U / \delta \theta^{(n)} = 0; \quad \delta U / \delta \phi^{(n)} = 0; \quad \delta \sigma_{nm} / \delta x_m = 0. \quad (5)$$

Используя систему (4), уравнения движения магнитных векторов подрешеток АФМ можно записать в виде

$$\begin{aligned} & \omega_M^{-1} \left[-\frac{\partial \phi^{(\pm)}}{\partial t} \sin \theta^{(+)} \cos \theta^{(-)} - \right. \\ & \left. - \frac{\partial \phi^{(\mp)}}{\partial t} \sin \theta^{(-)} \cos \theta^{(+)} + r \frac{\partial \theta^{(\mp)}}{\partial t} \right] = \\ & = \frac{\partial}{\partial x_n} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial (\partial \theta^{(\pm)} / \partial x_n)} - \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta^{(\pm)}}, \\ & \omega_M^{-1} \left[\frac{\partial \theta^{(\pm)}}{\partial t} \sin \theta^{(+)} \cos \theta^{(-)} - \frac{\partial \theta^{(\mp)}}{\partial t} \sin \theta^{(-)} \cos \theta^{(+)} + \right. \\ & \left. + r \frac{\partial \phi^{(\mp)}}{\partial t} (\sin^2 \theta^{(+)} \cos^2 \theta^{(-)} + \sin^2 \theta^{(-)} \cos^2 \theta^{(+)}) + \right. \\ & \left. + 2r \frac{\partial \phi^{(\pm)}}{\partial t} \sin \theta^{(+)} \cos \theta^{(-)} \sin \theta^{(-)} \cos \theta^{(+)} \right] = \\ & = \frac{\partial}{\partial x_n} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial (\partial \phi^{(\pm)} / \partial x_n)} - \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \phi^{(\pm)}}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\theta^{(\pm)} = (\theta^{(1)} \pm \theta^{(2)} + \pi) / 2$, $\theta^{(1)} = \theta^{(+)} + \theta^{(-)}$, $\theta^{(2)} = \theta^{(+)} - \theta^{(-)} + \pi$, $\phi^{(\pm)} = (\phi^{(1)} \pm \phi^{(2)} + \pi) / 2$, $\phi^{(1)} = \phi^{(+)} + \phi^{(-)}$, $\phi^{(2)} = \phi^{(+)} - \phi^{(-)} + \pi$, $\omega_M = 2M_0 g$, $M_0 = |\bar{M}^{(1)}| = |\bar{M}^{(2)}|$, $g = g^{(1)} = g^{(2)}$, $r = r^{(1)} = r^{(2)}$, $\underline{u} = U / (2M_0)^2$ – нормированный однородный потенциал. Углы $\theta^{(-)}$ и $\phi^{(-)}$ определяют степень неколлинеарности векторов намагниченности подрешеток.

2. ОСНОВНОЕ СОСТОЯНИЕ

Рассмотрим тетрагональный антиферромагнетик в поле внешних одноосных упругих напряжений, приложенных вдоль ребер элементарной ячейки. Ограничим рассмотрение ситуацией вдали от фазового перехода типа “спин-флоп”, когда $|\bar{m}| \ll |\bar{l}|$, где $\bar{m} = (\bar{M}^{(1)} + \bar{M}^{(2)}) / (2M_0)$ и $\bar{l} = (\bar{M}^{(1)} - \bar{M}^{(2)}) / (2M_0)$ – нормированные векторы ферромагнетизма и антиферромагнетизма соответственно. В таком приближении слагаемые нормированного потенциала $\underline{u} = \underline{u}_m + \underline{u}_{mu} + \underline{u}_u$ могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \underline{u}_m &= a_0 m^2 + a_1 m_z^2 + k_1 l_z^2 + k_2 (l_x^4 + l_y^4 + l_z^4) + \\ &+ k_4 (l_x^2 l_y^2 + (l_x^2 + l_y^2) l_z^2), \\ \underline{u}_{mu} &= b_1 (l_x^2 u_{xx} + l_y^2 u_{yy}) + b_2 l_z^2 (u_{xx} + u_{yy}) + \\ &+ b_3 l_z^2 u_{zz} + b_4 (l_x l_z u_{xz} + l_y l_z u_{yz}) + b_6 l_x l_y u_{xy}, \quad (7) \\ \underline{u}_u &= (1/2) [\lambda_{11} (u_{xx}^2 + u_{yy}^2) + \lambda_{33} u_{zz}^2] + \\ &+ \lambda_{12} u_{xx} u_{yy} + \lambda_{13} (u_{xx} + u_{yy}) u_{zz} + \\ &+ 2\lambda_{44} (u_{xz}^2 + u_{yz}^2) + 2\lambda_{66} u_{xy}^2, \end{aligned}$$

где a_0 и a_1 – обменные константы, k_1, k_2 и k_4 – константы магнитокристаллической анизотропии, b_i – магнитоупругие постоянные, λ_{ik} – коэффициенты упругости.

В ненапряженном АФМ при $a_0, a_1 > 0$ основному статическому состоянию соответствует отсутствие результирующей намагниченности, при большой константе $k_1 > 0$ – имеет место легкоплоскостное состояние и при $k_4 - 2k_2 > 0$ – одно из двух вырожденных коллинеарных плоскостных состояний: $l_y = 0, l_x^2 = 1$ или $l_y^2 = 1, l_x = 0$. Внешние нормированные на $(2M_0)^2$ упругие напряжения $\sigma_{ij}^{(0)}$ создают равновесные деформации $u_{ij}^{(0)}$, кото-

рые, как следует из уравнений $\sigma_{ij}^{(0)} = \partial \underline{u} / \partial u_{ij}$, могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} u_{xx}^{(0)} &= -b_{11}^* (I_x^{(o)})^2 - b_{12}^* (I_y^{(o)})^2 - b_{13}^* (I_z^{(o)})^2 + \\ &\quad + \lambda_{10} \sigma_{xx}^{(o)} + \lambda_{20} \sigma_{yy}^{(o)} + \lambda_{30} \sigma_{zz}^{(o)}, \\ u_{yy}^{(0)} &= -b_{12}^* (I_x^{(o)})^2 - b_{11}^* (I_y^{(o)})^2 - b_{13}^* (I_z^{(o)})^2 + \\ &\quad + \lambda_{20} \sigma_{xx}^{(o)} + \lambda_{10} \sigma_{yy}^{(o)} + \lambda_{30} \sigma_{zz}^{(o)}, \\ u_{zz}^{(0)} &= -b_{31}^* (I_x^{(o)})^2 - b_{31}^* (I_y^{(o)})^2 - b_{33}^* (I_z^{(o)})^2 + \\ &\quad + \lambda_{30} \sigma_{xx}^{(o)} + \lambda_{30} \sigma_{yy}^{(o)} + \lambda_{40} \sigma_{zz}^{(o)}, \\ u_{xy}^{(0)} &= -b_{66}^* I_y^{(o)} I_x^{(o)}, \quad u_{xz}^{(0)} = -b_{44}^* I_x^{(o)} I_z^{(o)}, \\ u_{yz}^{(0)} &= -b_{44}^* I_y^{(o)} I_z^{(o)}; \quad b_{11}^* = \lambda_{10} b_1, \quad b_{12}^* = \lambda_{20} b_1, \\ b_{13}^* &= (\lambda_{10} + \lambda_{20}) b_2 + \lambda_{30} b_3, \quad b_{31}^* = \lambda_{30} b_1, \\ b_{33}^* &= 2\lambda_{30} b_2 + \lambda_{40} b_3, \\ \lambda_{i0} &= \lambda_i / \lambda_0 \quad (i = 1-4), \quad \lambda_1 = \lambda_{11} \lambda_{33} - \lambda_{13}^2, \\ \lambda_2 &= \lambda_{13}^2 - \lambda_{12} \lambda_{33}, \quad \lambda_3 = (\lambda_{12} - \lambda_{11}) \lambda_{13}, \\ \lambda_4 &= (\lambda_{11}^2 - \lambda_{12}^2), \quad \lambda_0 = (\lambda_{11}^2 - \lambda_{12}^2) \lambda_{33} + \\ &\quad + 2\lambda_{13}^2 (\lambda_{12} - \lambda_{11}), \quad b_{66}^* = b_6 / (2\lambda_{66}), \\ b_{44}^* &= b_4 / (2\lambda_{44}). \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя выражения для $u_{ij}^{(0)}$ из (8) в (7) находим равновесный потенциал:

$$\begin{aligned} \underline{u}_0 &= a_0 (m^{(0)})^2 + a_1 (m_z^{(0)})^2 + k_1' (I_z^{(0)})^2 + \\ &\quad + k_2' (I_z^{(0)})^4 + k_2'' \left((I_x^{(0)})^2 + (I_y^{(0)})^2 \right)^2 + \\ &\quad + k_{24} (I_x^{(0)})^2 (I_y^{(0)})^2 + k_4' \left((I_x^{(0)})^2 + (I_y^{(0)})^2 \right) (I_z^{(0)})^2 + \\ &\quad + \sigma_{11} (I_x^{(0)})^2 + \sigma_{22} (I_y^{(0)})^2, \end{aligned} \quad (9)$$

где $k_1' = k_1 + \sigma_{33}$, $k_2' = k_2 - 2b_2 b_{13}^* - b_3 b_{33}^*$, $k_2'' = k_2 - b_1 b_{11}^*$, $k_{24} = k_4 - 2k_2 + 2b_1 (b_{11}^* - b_{22}^*) - 2b_6 b_{66}^*$, $k_4' = k_4 - b_2 (b_{11}^* + b_{12}^*) - b_1 b_{31}^* - 2b_4 b_{44}^*$ — перенормированные магнитоупругие константы анизотропии,

$$\sigma_{11} = b_1 (\lambda_{10} \sigma_{xx}^{(o)} + \lambda_{20} \sigma_{yy}^{(o)} + \lambda_{30} \sigma_{zz}^{(o)}),$$

$$\sigma_{22} = b_1 (\lambda_{20} \sigma_{xx}^{(o)} + \lambda_{10} \sigma_{yy}^{(o)} + \lambda_{30} \sigma_{zz}^{(o)}),$$

$$\sigma_{33} = [b_2 (\lambda_{10} + \lambda_{20}) + b_3 \lambda_{30}] (\sigma_{xx}^{(o)} + \sigma_{yy}^{(o)}) + (2b_2 \lambda_{30} + b_3 \lambda_{40}) \sigma_{zz}^{(o)}$$

— эффективные напряжения. Магнитоупругая связь перенормирует магнитные константы, а

внешние напряжения приводят к возникновению дополнительного вклада в энергию плоскостной одноосной анизотропии. Если этот вклад достаточно велик и $k_1' > 0$, то основное состояние будет плоскостным, а в отсутствие внешних напряжений при $k_{24} > 0$ — и коллинеарным. Внешние напряжения могут вызывать ОФП по полярным и азимутальным углам.

Используя формулы для компонент \vec{m} и \vec{l} в сферических координатах, находим условия существования равновесных состояний в виде

$$f_{\theta 1}^{(-)} \sin 2\theta_0^{(-)} + (1/2) f_{\theta 2}^{(-)} \cos 2\theta_0^{(-)} \times \sin 2\theta_0^{(+)} \sin 2\phi_0^{(-)} = 0, \quad (10a)$$

$$f_{\phi 1}^{(-)} \sin 2\phi_0^{(-)} + f_{\phi 2}^{(-)} \sin 2\theta_0^{(-)} \sin 2\theta_0^{(+)} \cos 2\phi_0^{(-)} = 0, \quad (10б)$$

$$f_{\theta 1}^{(+)} \sin 2\theta_0^{(+)} + f_{\theta 2}^{(+)} \cos 2\theta_0^{+} \sin 2\theta_0^{(-)} \times \sin 2\phi_0^{+} \sin 2\phi_0^{(-)} = 0, \quad (10в)$$

$$f_{\phi 1}^{(+)} \cos 2\phi_0^{(+)} + f_{\phi 2}^{(+)} \sin 2\phi_0^{(+)} = 0, \quad (10г)$$

где $f_{\theta 1,2}^{(-)}$, $f_{\theta 1,2}^{(+)}$, $f_{\phi 1,2}^{(-)}$, $f_{\phi 1,2}^{(+)}$ — функции, определяющие угловые по полярному углу фазы (явные выражения из-за громоздкости не приводятся).

Анализ уравнений (10a)–(10г) показывает, что в равновесном статическом состоянии АФМ может находиться в одной из перечисленных ниже фаз $S^{(s)}$. В коллинеарной (по векторам $\vec{M}^{(1)}$ и $\vec{M}^{(2)}$) фазе $S_1^{(s)}$, для которой $\theta_0^{(-)} = \phi_0^{(-)} = 0$, уравнения (10a) и (10б) удовлетворяются автоматически, а ориентация вектора антиферромагнетизма определяется выражениями

$$\begin{aligned} \sin 2\theta_0^{(+)} f_0 = 0; \quad (\sin \theta_0^{(+)} \sin 2\phi_0^{(+)} \times \\ \times [k_{24} (\sin \theta_0^{(+)} \cos 2\phi_0^{(+)} + \sigma_{22} - \sigma_{11})] = 0, \end{aligned}$$

где $f_0 = f_0(\theta_0^{(+)}, \phi_0^{(+)})$ — функция полярного и азимутального углов вектора \vec{l} .

Возможна также “осевая” фаза $S_{1.1}^{(s)}$, для которой $\theta_0^{(+)} = 0$, и “плоскостные” фазы $S_{1.2}^{(s)}$, где $\theta_0^{(+)} = \pi/2$, в трех модификациях: двух коллинеарных $S_{1.2.1}^{(s)}$ и $S_{1.2.2}^{(s)}$, где $\phi_0^{(+)} = 0$ и $\phi_0^{(+)} = \pi/2$ соответственно, и угловой по азимутальному углу $S_{1.2.3}^{(s)}$, когда $\cos 2\phi_0^{(+)} = (\sigma_{11} - \sigma_{22}) / k_{24}$.

Угловая фаза по полярному углу $S_{1.3}^{(s)}$ также реализуется в трех модификациях: двух коллинеарных, $S_{1.3.1}^{(s)}$ и $S_{1.3.2}^{(s)}$, где соответственно

$$\phi_0^{(+)} = 0; \quad \cos^2 \theta_0^{(+)} = (\sigma_{11} - k_1') / (2k_{24}),$$

и

$$\begin{aligned} \phi_0^{(+)} &= \pi/2; \\ \cos^2 \theta_0^{(+)} &= (\sigma_{22} - k_1' - k_4' + 2k_2'') / (2k_{24}'), \end{aligned}$$

и угловой по азимуту $S_{1.3.3}^{(s)}$, где

$$\begin{aligned} &\cos 2\phi_0^{(+)} (\sigma_{11} - \sigma_{22}) \times \\ &\times \left(4k_{24}' + k_{24} \right) / \left[k_{24} \left(2k_1' + 4k_{24}' - \sigma_{11} - \sigma_{22} \right) \right]; \\ \sin^2 \theta_0^{(+)} &= (2k_1' + 4k_{24}' - \sigma_{11} - \sigma_{22}) / (4k_{24}' + k_{24}), \end{aligned}$$

$$\text{а } k_{24}' = k_2' + k_2'' - k_4'.$$

3. СОБСТВЕННЫЕ МАГНИТОУПРУГИЕ ВОЛНЫ ПРИ ОФП

Рассмотрим поведение нелинейных волн вблизи ОФП между плоскостной коллинеарной фазой $S_{12}^{(s)}$ и угловой фазой $S_{123}^{(s)}$ в точке $\sigma_{11} - \sigma_{22} = k_{24}$. При большой осевой константе анизотропии и слабом затухании из первого уравнения системы (6) следует соотношение

$$\omega_M^{-1} \left(\partial \phi^{(+)} / \partial t \right) = -k_1 \sin 2\theta^{(+)}, \quad (11)$$

а второе уравнение в (6) и уравнения упругости для зависящих от переменных (x, y) принимают вид

$$\begin{aligned} k_1^{-1} \omega_M^{-2} \left(\partial^2 \phi^{(+)} / \partial t^2 \right) &= a_{11} \left(\partial^2 \phi^{(+)} / \partial x^2 \right) - \\ &- \left[(1/2) k_4 - k_2 \right] \sin 4\phi^{(+)} + \\ &+ b_1 \left(u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)} + \partial u_x / \partial x \right) \sin 2\phi^{(+)} - \\ &- (1/2) b_6 \cos 2\phi^{(+)} \partial u_y / \partial x; \\ \rho \left(\partial^2 u_x / \partial t^2 \right) &= \lambda_{11} \left(\partial^2 u_x / \partial x^2 \right) + \\ &+ (1/2) b_1 \partial \left(\cos 2\phi^{(+)} \right) / \partial x; \\ \rho \left(\partial^2 u_y / \partial t^2 \right) &= \lambda_{66} \left(\partial^2 u_y / \partial x^2 \right) + \\ &+ (1/4) b_6 \partial \left(\sin 2\phi^{(+)} \right) / \partial x. \end{aligned} \quad (12)$$

Из (12) следует, что упругие деформации для бегущих со скоростью v волн вида $\{\phi^{(+)}, u_x, u_y\} \propto f(\xi)$, где $\xi = (x - vt)$, описываются выражениями

$$u_{xx} = b_{1v} \left(\cos 2\phi^{(+)} - 1 \right), \quad u_{yx} = b_{6v} \sin 2\phi^{(+)}, \quad (13)$$

где $b_{1v} = b_1 / 2\rho(v^2 - v_1^2)$, $b_{6v} = b_6 / 4\rho(v^2 - v_{11}^2)$ – динамические магнитоупругие коэффициенты; $v_1^2 = \lambda_{11} / \rho$ и $v_{11}^2 = \lambda_{66} / \rho$ – скорости упругих продольных и поляризованных по y поперечных

волн. Для спиновой квазичастицы можно записать уравнение Ньютона в виде

$$m^* \partial^2 \phi^{(+)} / \partial \xi^2 = -\partial \underline{u}^{\text{эф}} / \partial \phi^{(+)}, \quad (14)$$

где $m^* = a_{11}(v^2/s^2 - 1)$ – эффективная масса, положительная при $v^2 > s^2$ и отрицательная при $v^2 < s^2$, где $s = {}_1\omega_M \sqrt{a_{11}k_1}$ – параметр, имеющий размерность скорости, $\underline{u}^{\text{эф}} = \sin^2 \phi^{(+)} (k_{u2} \cos^2 \phi^{(+)} - k_{u1})$ – эффективный потенциал, который учитывает тетрагональную анизотропию с перенормированной динамическим магнитоупругим взаимодействием константой $k_{u2} = k_4 - 2k_2 - b_1 b_{1v} + 1/2 b_6 b_{6v}$, и одноосную анизотропию с обусловленной статическим и динамическим магнитоупругими взаимодействиями константой $k_{u1} = b_1 (u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)} - b_{1v})$. Согласно (14) закон сохранения энергии квазичастицы может быть записан в виде $w + \underline{u}^{\text{эф}} = \underline{e}$, где $w = (1/2) m^* \left(\partial \phi^{(+)} / \partial \xi \right)^2$ – кинетическая энергия, а константа интегрирования \underline{e} имеет смысл полной энергии квазичастицы. В неявном виде решение уравнения (14) можно записать следующим образом:

$$\int \left(\underline{e} - \underline{u}^{\text{эф}} \right)^{-1/2} d\phi^{(+)} = \pm (2/m^*)^{1/2} (\xi - \xi_0). \quad (15)$$

Тип и поведение МУВ зависят от вида функции $\underline{u}^{\text{эф}}(\phi^{(+)})$, обладающей на интервале $-1 \leq k_{u1}/k_{u2} \leq 1$ экстремумами при $\sin \phi_{m1}^{(+)} = 0$, $\cos \phi_{m2}^{(+)} = 0$ и $\cos 2\phi_{m3}^{(+)} = k_{u1}/k_{u2}$, где значения функции составляют

$$\underline{u}_1^{\text{эф}} \equiv \underline{u}^{\text{эф}}(\phi_{m1}^{(+)}) = 0,$$

$$\underline{u}_2^{\text{эф}} \equiv \underline{u}^{\text{эф}}(\phi_{m2}^{(+)}) = -k_{u1},$$

$$\underline{u}_3^{\text{эф}} \equiv \underline{u}^{\text{эф}}(\phi_{m3}^{(+)}) = (k_{u2} - k_{u1})^2 / 4k_{u2}.$$

При $k_{u2} > 0$ потенциал имеет абсолютный минимум в точках $\phi_{m1}^{(+)}$ при $k_{u1} < 0$ и в точках $\phi_{m2}^{(+)}$ при $k_{u1} > 0$. Максимумы расположены в точках $\phi_{m2}^{(+)}$ при $k_{u1} < -k_{u2}$, в точках $\phi_{m3}^{(+)}$ при $k_{u2} < k_{u1} < -k_{u2}$, в точках $\phi_{m1}^{(+)}$ при $k_{u1} > k_{u2}$. При $k_{u2} < 0$ минимум $\underline{u}^{\text{эф}}$ имеет место в точках $\phi_{m1}^{(+)}$ в области $k_{u1} < k_{u2}$, в точках $\phi_{m3}^{(+)}$ в интервале $k_{u2} < k_{u1} < -k_{u2}$, в точках $\phi_{m2}^{(+)}$ в области $k_{u1} < -k_{u2}$. Период потенциала равен π , в точке $k_{u1} = 0$ он уменьшается в два раза.

График зависимости $\underline{u}^{\text{эф}}(\phi^{(+)})$ при $k_{u2} > 0$ приведен на рис. 1. Штриховые линии имеют цифровые обозначения, относящиеся к типу динамических состояний (МУВ), существующих при различных значениях потенциала (см. далее). Аналогичный

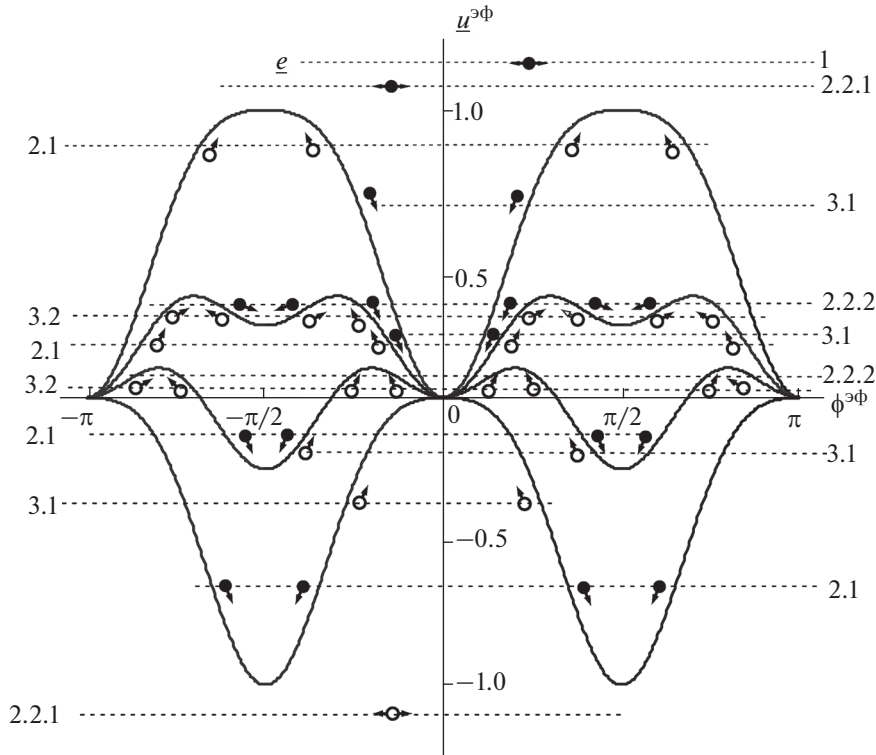


Рис. 1. График зависимости $u^{\text{эф}}(\phi^{(+)})$: темные и светлые точки обозначают квазичастицы с положительной и отрицательной эффективной массой соответственно, стрелками показано направление движения в потенциале $u^{\text{эф}}$; цифровые обозначения на пунктирных линиях относятся к типу динамических состояний, существующих при различных значениях потенциала.

график для случая $k_{u2} < 0$ получается инверсией графика, показанного на рис. 1, относительно начала координат.

Тип МУВ определяется соотношением между e, k_{u1}, k_{u2} и m^* . Если e выше потенциальных барьеров для $m^* > 0$ и ниже их для $m^* < 0$, то движение квазичастицы будет инфинитным. Вектор \vec{l} вращается в базисной плоскости, т.е. имеют место круговые нелинейные МУВ, т.е. волны поворота антиферромагнитного вектора. Если e лежит между максимумами или минимумами потенциала, то траектория движения будет ограничена потенциальными барьерами, что соответствует периодическим нелинейным МУВ. Если e совпадает с экстремумами $u^{\text{эф}}$, то траектория или лежит на экстремуме (однородное состояние), или переходит с одного экстремума на другой (уединенные нелинейные МУВ). Если асимптотики находятся в равных минимумах потенциала, то волны топологически устойчивы (солитоны).

Вводя обозначение $x = \text{tg } \phi^{(+)}$, представим выражение (15) в виде

$$\int [(x^2 - x_1^2)(x^2 - x_2^2)]^{-1/2} dx = \pm (\xi - \xi_0) \sqrt{\beta}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} x_{1,2}^2 &= -e_1 \pm e_2^{1/2}; \quad e_1 = (2e - k_{u2} + k_{u1})/2(e + k_{u1}) = \\ &= 1 - (k_{u1} + k_{u2})/2(e + k_{u1}); \\ \beta &= 2(e + k_{u1})/m^*; \quad e_0 = e/(e + k_{u1}); \\ e_2 &= e_1^2 - e_0 = -k_{u2}(e - u_3^{\text{эф}})/(e - u_2^{\text{эф}})^2. \end{aligned}$$

Полюса $x_{1,2}^2$, комплексно сопряженные при $e_2 < 0$, становятся вещественными при $e_2 > 0$. Если $e_2 < 0$, то $x_1^2 > 0$ и $x_2^2 < 0$, а $x_1^2 < |x_2^2|$ для $e_2 > 0$, и $x_1^2 > |x_2^2|$ для $e_2 < 0$; если $e_2 > 0$, то при $e_1 < 0$ полюса $x_{1,2}^2$ отрицательны, причем $|x_1^2| < |x_2^2|$, а при $e_1 < 0$ – положительны и $|x_1^2| > |x_2^2|$. Используя данные о полюсах, интеграл в (16) можно рассчитать по таблицам [36], а решения выразить через эллиптические функции Якоби $\text{sn}(\xi, \kappa), \text{cn}(\xi, \kappa), \text{dn}(\xi, \kappa)$, где κ – модуль функции. Полученные решения позволяют определить области существования и типы возможных динамических состояний.

Динамическое состояние 1: $k_{u2}(e - \underline{u}_3^{\text{эф}}) > 0; \beta > 0$. В данной области значение азимутального угла вычисляется по формуле

$$\phi^{(+)} = \text{arctg} \left\{ \pm e_0^{1/4} \left[(1 + \text{cn}(\xi_1, \kappa_1)) / (1 - \text{cn}(\xi_1, \kappa_1)) \right]^{1/2} \right\} + n\pi, \quad (17)$$

$$(n = 0, \pm 1, \dots),$$

где $\xi_1 = (\xi - \xi_0) / \delta_1$, $\delta_1 = (\beta e_0^{1/2})^{-1/2}$ – характерная длина. Если $|e| > k_{u1}$ и $|e| \gg (1/2)|k_{u1} - k_{u2}|$, то модуль $\kappa_1^2 = k_{u2}/4e$; при $\kappa_1 \rightarrow 0$ $\text{cn} \rightarrow \cos$, $e_0 \rightarrow 1$, откуда следует, что

$$\phi^{(+)} = (1/2)(\pi \pm \xi_1) + n\pi. \quad (18)$$

В неподвижном координатном сечении вектор \vec{l} вращается с течением времени в плоскости базиса и, аналогично, в фиксированный момент времени вектор \vec{l} вращается при смещении вдоль оси x , т.е. в данном случае мы имеем дело с круговой нелинейной МУВ. При $e \rightarrow \underline{u}_3^{\text{эф}}$, $\kappa_1 \rightarrow 1$, $\text{cn} \rightarrow \text{th}/\text{sh}$, и $e_0 \rightarrow (k_{u2} - k_{u1})^2 / (k_{u2} + k_{u1})^2 = \text{tg}^4 \phi_{m3}^{(+)}$, и тогда выражение (16) описывает уединенную нелинейную МУВ, для которой

$$\phi^{(+)} = \text{arccctg} \left[\pm e_0^{-1/4} \text{th}(\xi_1/2) \right] + n\pi. \quad (19)$$

Асимптотические значения $\phi^{(+)}(\pm\infty)$ отстоят от $\pi/2$ на $\text{arccctg} \phi_{m3}^{(+)}$.

Подставляя выражение (17) в (11), находим величину полярного угла $\theta_1^{(+)}$ выхода антиферромагнитного вектора из плоскости базиса, равную

$$\theta_1^{(+)} = (\pi/2) - \theta^{(+)} =$$

$$= \pm \delta_{v1} e_0^{1/4} F_1 \text{dn}(\xi_1, \kappa_1) / (1 - \text{cn}(\xi_1, \kappa_1)); \quad (20)$$

$$\delta_{v1} = \delta_v / \delta_1, \delta_v = -v / 2\omega_M \kappa_1, \quad F_1 = (1 + a^2)^{-1},$$

$$a^2 = e_0^{1/2} (1 + \text{cn}(\xi_1, \kappa_1)) / (1 - \text{cn}(\xi_1, \kappa_1)).$$

Значение полярного угла $\theta^{(+)}$ изменяется периодически от минимума $\theta_m^{(+)} = \delta_{v1} e_{01} \times \left[(1 - \kappa_1^2) / (1 + e_{02}^2 (\kappa_1^{-2} - 1)) \right]$ в точке $\text{cn}(\xi_1, \kappa_1) = e_{02} (1 - \kappa_1^2)$, где $e_{01} = e_0^{1/4} / (1 + e_0^{1/2})$, $e_{02} =$

$(1 - e_0^{1/2}) / (1 + e_0^{1/2})$, до максимума $\theta_M^{(-)} = \delta_{v1} / 2e_0^{1/4}$ в точке $\text{sn}(\xi_1, \kappa_1) = 0$. При $\kappa_1 \rightarrow 1$ значение $\theta_M^{(+)} \rightarrow 0$. При изменении направления вращения вектора \vec{l} меняется и знак угла выхода из плоскости базиса.

Подставляя (14) в (10) и учитывая (17), находим, что

$$u_{xx} = -b_{1v} F_1 a^2, \quad u_{yx} = -b_{6v} F_1 a. \quad (21)$$

Выход вектора \vec{l} из плоскости базиса связан с наличием деформации

$$u_{zx} = b_{4v} \cos \phi^{(+)} \sin \theta_1^{(+)}, \quad (22)$$

где $b_{4v} = b_4 / 4\rho (v^2 - v_{i2}^2)$, $v_{i2}^2 = \lambda_{44} / \rho$, откуда следует, что

$$u_{zx} = b_{4v} \delta_{v1} e_0^{1/4} F_1^{3/2} \text{dn}(\xi_1, \kappa_1) / (1 - \text{cn}(\xi_1, \kappa_1)). \quad (23)$$

Деформация u_{xx} изменяется от 0 до b_{1v} и имеет ненулевое среднее значение, амплитуда знакопеременной деформации равна $u_{yx0} = b_{6v}$; параметр e описывается выражением $e = u_{zx0}^2 m^* / (b_{4v} \delta_v)^2$, где u_{zx0} – амплитуда u_{zx} . Нелинейные круговые МУВ возбуждаются деформациями, описываемыми выражениями (21) и (23), а область их существования задается неравенствами

$$k_{u2} > 0, \quad e > \underline{u}_3^{\text{эф}} > \max(0, \underline{u}_2^{\text{эф}}), \quad m^* > 0, \quad (24)$$

$$k_{u2} < 0, \quad e < \underline{u}_3^{\text{эф}} < \min\{0, \underline{u}_2^{\text{эф}}\}, \quad m^* < 0.$$

Динамическое состояние 2: $k_{u2}(e - \underline{u}_3^{\text{эф}}) < 0, \beta > 0$. Тип состояния зависит от знака e_0 : $e_0 < 0$ при $0 < e < -k_{u1}$ или $-k_{u1} < e < 0$; $e_0 > 0$ при $e > \max\{0, -k_{u1}\}$ или $e < \min\{0, -k_{u1}\}$.

Динамическое состояние 2.1: $e_0 < 0$. Уравнение (16) имеет два решения

$$\phi^{(+)} = \text{arccctg} \left[\pm (x_1^2)^{-1/2} \text{cn}(\xi_2, \kappa_2) \right] + n\pi,$$

$$\phi^{(+)} = \text{arccctg} \left[\pm (x_1^2 - x_2^2 \text{cn}^2(\xi_2, \kappa_2))^{-1/2} \text{sn}(\xi_2, \kappa_2) \right] + n\pi, \quad (25)$$

где $\kappa_2^2 = -x_2^2 / (x_1^2 - x_2^2) = (1 + e_1 e_2^{-1/2}) / 2$; $\xi_2 = (\xi - \xi_0) / \delta_2$; $\delta_2 = (2\beta e_2^{1/2})^{1/2}$ – характерная длина, причем $0 \leq \kappa_2^2 \leq 1/2$ для $e_1 < 0$ и $1/2 \leq \kappa_2^2 \leq 1$ для $e_1 > 0$. Значение $\kappa_2^2 \rightarrow 1/2$, когда $e \rightarrow 2(k_{u2} - k_{u1})$. Для $k_{u2} > 0$ модуль $\kappa_2^2 \rightarrow 1/2$, когда $e \rightarrow u_1^{\text{эф}}$. Значение $\kappa_2 \rightarrow 0$ при $e \rightarrow -k_{u1}$ в области $k_{u1} < -k_{u2}$, $k_{u1} > 0$, а также при $e \rightarrow 0$ в интервале $0 < k_{u1} < k_{u2}$ и $\kappa_2^2 \rightarrow 1$ при $e \rightarrow 0$ в области $k_{u1} > k_{u2}$, $k_{u1} < 0$, а также при $e \rightarrow -k_{u1}$ в интервале $-k_{u2} \leq k_{u1} < 0$. Для $k_{u2} < 0$ соответствующие области получаются из рассмотренных путем инверсии. Выражения (25) описывают периодические нелинейные МУВ с колебаниями \bar{l} относительно оси y с амплитудой $\phi_0^{(+)} = \text{arctg}(x_1^2)^{-1/2}$, сдвинутые по фазе на четверть периода эллиптических функций.

При $\kappa_2 \rightarrow 0$ выражения (25) соответствуют гармоническим волнам

$$\phi^{(+)} = \alpha \cos \xi_2, \quad \phi^{(+)} = \alpha \sin \xi_2,$$

где амплитуда $\alpha = [(e + k_{01}) / (k_{u2} - k_{u1} - 2e)]^{1/2} \rightarrow 0$ при $e \rightarrow u_2^{\text{эф}}$.

При $\kappa_2 \rightarrow 1$ функции $\text{sn} \rightarrow \text{th}$, $\text{cn} \rightarrow \text{th}/\text{sh}$, $x_1^2 \rightarrow 0$, $x_2^2 \rightarrow (k_{u2}/k_{u1}) - 1$ и, следовательно, выражения (21) соответствуют либо постоянной величине, либо уединенной волне с асимптотическими значениями 0 и π , т.е.

$$\phi^{(+)} \rightarrow 0 \text{ и} \quad \phi^{(+)} \rightarrow \text{arccctg} \left\{ \pm [1 - (k_{u2}/k_{u1})]^{-1/2} \text{sh} \xi_2 \right\} + n\pi. \quad (26)$$

Из (11) и (25) следует, что угол выхода вектора \bar{l} из плоскости базиса может принимать следующие значения:

$$\theta_1^{(+)} = \mp \delta_{v2} (x_1^2)^{-1/2} F_{21} \text{sn}(\xi_2, \kappa_2) \text{dn}(\xi_2, \kappa_2), \quad (27)$$

$$\theta_1^{(+)} = \mp \delta_{v2} (x_1^2 - x_2^2) F_{22} F_{23} \text{cn}(\xi_2, \kappa_2) \text{dn}(\xi_2, \kappa_2),$$

где

$$F_{21} = [1 + x_1^2 \text{cn}^2(\xi_2, \kappa_2)]^{-1},$$

$$F_{22} = [1 + F_{23} \text{sn}^2(\xi_2, \kappa_2)]^{-1},$$

$$F_{23} = [x_1^2 - x_2^2 \text{cn}^2(\xi_2, \kappa_2)]^{-1}.$$

Подставляя (25), (27) в (13), (22), находим, что соответствующие двум решениям упругие деформации определяются выражениями

$$u_{xx} = -b_{1v} F_{21}, \quad u_{yx} = \pm b_{6v} F_{21} \text{cn}(\xi_2, \kappa_2),$$

$$u_{zx} = \pm b_{4v} \delta_{v2} (x_1^2)^{-1} \times$$

$$\times F_{21}^{3/2} \text{sn}(\xi_2, \kappa_2) \text{cn}(\xi_2, \kappa_2) \text{dn}(\xi_2, \kappa_2), \quad (28)$$

$$u_{xx} = -b_{1v} F_{22}, \quad u_{yx} = \pm b_{6v} F_{22} F_{23}^{1/2} \text{sn}(\xi_2, \kappa_2),$$

$$u_{zx} = \pm b_{4v} \delta_{v2} (x_1^2 - x_2^2)^{-1} F_{22}^{3/2} F_{23}^2 \times$$

$$\times \text{sn}(\xi_2, \kappa_2) \text{cn}(\xi_2, \kappa_2) \text{dn}(\xi_2, \kappa_2).$$

Средние значения u_{xx} – ненулевые, в то время как усредненные за период значения u_{yx} и u_{zx} обращаются в нуль; параметр e выражается через амплитуду волн. Рассматриваемые решения существуют при

$$k_{u2} > 0; \quad -k_{u1} < e < 0, \quad m^* > 0; \quad (29)$$

$$0 < e < -k_{u1}, \quad m^* < 0.$$

Характер движения определяется видом функциональной зависимости $u^{\text{эф}}(\phi^{(+)})$. В окрестности экстремумов имеют место нелинейные волновые возмущения – кноидальные волны. При уменьшении амплитуды нелинейные волны переходят в линейные гармонические волны, а при увеличении – в уединенные волны. Условия (29) соответствуют устойчивым динамическим состояниям. При наличии диссипации колебания являются затухающими и магнитная подсистема асимптотически стремится к основному состоянию. Колебания квазичастиц с обратным знаком эффективной массы будут неустойчивыми, однако если асимптотические значения $\phi^{(+)}(\xi_2)$ соответствуют равным экстремумам, разделенным потенциальным барьером, имеет место топологическая устойчивость (26). При наличии диссипации такие топологические солитоны, которые в статике определяют границу между “вакуумными” состояниями, при движении замедляются без изменения формы.

Динамическое состояние 2.2: $e_0 > 0$. Характер решения зависит от знака e_1 , он положителен при $e > -k_{u1}$, $\frac{1}{2}(k_{u2} - k_{u1})$ или $e < -k_{u1}$, $\frac{1}{2}(k_{u2} - k_{u1})$, и отрицателен при $k_{u1} > -k_{u2}$, $-k_{u1} < e < \frac{1}{2}(k_{u2} - k_{u1})$, или $k_{u1} < -k_{u2}$, $\frac{1}{2}(k_{u2} - k_{u1}) < e < -k_{u1}$.

Динамическое состояние 2.2.1: $\underline{e}_1 > 0$. Имеется два решения:

$$\begin{aligned} \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (-x_1^2)^{1/2} \operatorname{sn}(\xi_3, \kappa_3) / \operatorname{cn}(\xi_3, \kappa_3) \right] + n\pi, \\ \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (-x_2^2)^{1/2} \operatorname{cn}(\xi_3, \kappa_3) / \operatorname{sn}(\xi_3, \kappa_3) \right] + n\pi, \end{aligned} \quad (30)$$

где $\kappa_3^2 = (x_1^2 - x_2^2) / (-x_2^2) = 2(1 + \underline{e}_1 \underline{e}_2^{-1/2})$, $\delta_3 = (-\beta x_2^2)^{-1/2}$, $\xi_3 = (\xi - \xi_0) / \delta_3$ – характерная длина. Соотношение (30) описывает сдвинутые на $\pi/2$ нелинейные МУВ поворота антиферромагнитного вектора. Для полярных углов справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \theta_1^{(+)} &= \pm \delta_{v3} (-x_1^2)^{1/2} F_{31} \operatorname{dn}(\xi_3, \kappa_3), \\ F_{31} &= \operatorname{cn}^2(\xi_3, \kappa_3) + x_1^2 \operatorname{sn}^2(\xi_3, \kappa_3), \\ \theta_1^{(+)} &= \pm \delta_{v3} (-x_2^2)^{1/2} F_{32} \operatorname{dn}(\xi_3, \kappa_3), \\ F_{32} &= \operatorname{sn}^2(\xi_3, \kappa_3) + x_2^2 \operatorname{cn}^2(\xi_3, \kappa_3). \end{aligned} \quad (31)$$

Вектор \vec{l} вращается вокруг оси z с колебаниям по $\theta_1^{(+)}$; экстремумам $\theta_1^{(+)}$ соответствуют значения

$$\begin{aligned} \operatorname{sn}(\zeta_3, \kappa_3) &= 0, \quad \operatorname{cn}(\zeta_3, \kappa_3) = 0, \\ \operatorname{dn}^2(\zeta_3, \kappa_3) &= (\kappa_3^2 / (1 + x_1^2)) - 1. \end{aligned}$$

Выражения для упругих деформаций имеют вид

$$\begin{aligned} u_{xx} &= -b_{1v} x_1^2 F_{31} \operatorname{sn}^2(\xi_3, \kappa_3), \\ u_{yx} &= -\pm b_{6v} (-x_1^2)^{1/2} F_{31} \operatorname{sn}(\xi_3, \kappa_3) \operatorname{cn}(\xi_3, \kappa_3), \\ u_{zx} &= \mp b_{4v} \delta_{v3} (-x_1^2)^{1/2} F_{31}^{3/2} \operatorname{cn}(\xi_3, \kappa_3) \operatorname{dn}(\xi_3, \kappa_3), \\ u_{xx} &= b_{1v} x_2^2 F_{32} \operatorname{cn}^2(\xi_3, \kappa_3), \\ u_{yx} &= \pm b_{6v} (-x_2^2)^{1/2} F_{32} \operatorname{sn}(\xi_3, \kappa_3) \operatorname{cn}(\xi_3, \kappa_3), \\ u_{zx} &= \pm b_{4v} \delta_{v3} (-x_2^2)^{1/2} F_{32}^{3/2} \operatorname{sn}(\xi_3, \kappa_3) \operatorname{dn}(\xi_3, \kappa_3). \end{aligned} \quad (32)$$

Область существования рассматриваемых решений ограничена условиями

$$\begin{aligned} k_{u2} > 0: \underline{u}_2^{\text{эФ}} < \underline{e} < \underline{u}_3^{\text{эФ}}, \quad m^* > 0 \\ \text{или } \underline{e} < \min\{\underline{u}_1^{\text{эФ}}, \underline{u}_2^{\text{эФ}}\}, \quad m^* < 0; \\ k_{u2} < 0: \underline{e} > \max\{\underline{u}_1^{\text{эФ}}, \underline{u}_2^{\text{эФ}}\}, \quad m^* > 0 \\ \text{или } \underline{u}_3^{\text{эФ}} < \underline{e} < \underline{u}_2^{\text{эФ}}, \quad m^* < 0. \end{aligned} \quad (33)$$

Квазичастица движется над барьерами и под барьерами при $m^* > 0$ и $m^* < 0$ соответственно.

Динамическое состояние 2.2.2: $\underline{e}_1 < 0$. Имеется два решения:

$$\begin{aligned} \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_1^2)^{-1/2} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) \right] + n\pi, \\ \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_1^2 + x_2^2 \operatorname{sn}^2(\xi_4, \kappa_4))^{-1/2} \right] + n\pi, \end{aligned} \quad (34)$$

где $\kappa_4^2 = x_2^2 / x_1^2 = (\underline{e}_1 \underline{e}_2^{-1/2} + 1) / (\underline{e}_1 \underline{e}_2^{-1/2} - 1)$; $\xi_4 = (\xi - \xi_0) / \delta_4$; $\delta_4 = (\beta x_1^2)^{-1/2}$ – характерная длина. Формулы (34) описывают колебания с амплитудой $\operatorname{arctg}(x_1^2)^{-1/2}$ по азимуту, колебания \vec{l} относительно плоскости базиса задаются соотношениями

$$\begin{aligned} \theta_1^{(+)} &= \pm \delta_{v4} (x_1^2)^{-1/2} F_{41} \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4), \\ \theta_1^{(+)} &= -\pm \delta_{v4} (x_1^2 + x_2^2) F_{42} F_{43}^{4/3} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4), \end{aligned} \quad (35)$$

где $F_{41} = [1 + (x_1^2)^{-1} \operatorname{sn}^2(\xi_4, \kappa_4)]^{-1}$, $F_{42} = [1 + (x_2^2)^{-1} \operatorname{sn}^2(\xi_4, \kappa_4)]^{-1}$, $F_{43} = [x_1^2 + x_2^2 \operatorname{sn}^2(\xi_3, \kappa_3)]^{-1}$.

Колебания типа 2.2.2 сдвинуты по фазе по отношению к колебаниям типа 2.1, а сопровождающие их деформации равны

$$\begin{aligned} u_{xx} &= -b_{1v} F_{41}, \quad u_{yx} = \pm b_{6v} (x_1^2)^{-1/2} F_{41} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{zx} &= \mp b_{4v} \delta_{v4} (x_1^2)^{-1} F_{41}^{3/2} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) \times \\ &\quad \times \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{xx} &= -b_{1v} F_{42}, \quad u_{yx} = \pm b_{6v} F_{42} F_{43}^{1/2} \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{zx} &= \pm b_{4v} \delta_{v4} (x_1^2 + x_2^2) F_{42}^{3/2} F_{43}^2 \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) \times \\ &\quad \times \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4). \end{aligned} \quad (36)$$

Наряду с (34) имеются решения

$$\begin{aligned} \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_2^2)^{1/2} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) \right], \\ \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_2^2)^{1/2} \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) / \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4) \right] + n\pi. \end{aligned} \quad (37)$$

Выражения (37) описывают колебания относительно основного состояния с амплитудой $\operatorname{arctg}(x_2^2)^{1/2}$. При $\kappa \rightarrow 0$ нелинейные волны (37) переходят в гармонические

$$\phi^{(+)} = (x_2^2)^{1/2} \sin \xi_4, \quad \phi^{(+)} = (x_2^2)^{1/2} \cos \xi_4. \quad (38)$$

Причем $x_2^2 \rightarrow -\underline{e}/2(\underline{e} - 2(k_{u2} - k_{u1})) \rightarrow 0$, когда $\underline{e} \rightarrow 0$. Параметр

$$\underline{e} = \operatorname{tg}^2 \phi_a^{(+)} \left[\operatorname{tg}^2 \phi_a^{(+)} - 2(k_{u2} - k_{u1}) \right] / (1 + \operatorname{tg}^2 \phi_a^{(+)}),$$

где $\phi_a^{(+)}$ – амплитуда колебаний. При $\kappa \rightarrow 1$ или $\underline{e} \rightarrow \underline{u}^{\text{эФ}}$ выражения (37) переходят в выражения

$$\begin{aligned} \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm \eta \operatorname{tg} \phi_{m3}^{(+)} \operatorname{th}(\xi_4) \right] + n\pi, \\ \phi^{(+)} &= \phi_{m3}^{(+)} + n\pi. \end{aligned} \quad (39)$$

Первое выражение в (39) описывает уединенную МУВ с асимптотическими значениями $\pm\phi_{m3}^{(+)}$. Полярные углы, соответствующие решению (37), равны

$$\begin{aligned}\theta_1^{(+)} &= \pm\delta_{v4} (x_2^2)^{1/2} F_{44} \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4), \\ \theta_1^{(+)} &= \mp\delta_{v4} (x_2^2)^{1/2} (\kappa_4^2 - 1) \times \\ &\times F_{45}^{3/2} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) / \operatorname{dn}^2(\xi_4, \kappa_4), \\ F_{44} &= [1 + x_2^2 \operatorname{sn}^2(\xi_4, \kappa_4)]^{-1}, \\ F_{45} &= [1 + x_2^2 \operatorname{cn}^2(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}^{-2}(\xi_4, \kappa_4)]^{-1}.\end{aligned}\quad (40)$$

Максимальные значения $\theta_1^{(+)}$ достигаются при $\operatorname{sn} = 0$ и $\operatorname{cn} = 0$. Выражения для деформаций имеют вид

$$\begin{aligned}u_{xx} &= -b_{1v} x_2^2 F_{44} \operatorname{sn}^2(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{yx} &= b_{6v} (x_2^2)^{1/2} F_{44} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{zx} &= \mp b_{4v} \delta_{v4} (x_2^2)^{1/2} F_{44}^{3/2} \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{xx} &= -b_{1v} x_2^2 F_{45} \operatorname{cn}^2(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{yx} &= b_{6v} (x_2^2)^{1/2} F_{45} \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) / \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{zx} &= -b_{4v} \delta_{v4} (x_2^2)^{1/2} (\kappa_4^2 - 1) F_{45}^{3/2} \times \\ &\times \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) / \operatorname{dn}^2(\xi_4, \kappa_4).\end{aligned}\quad (41)$$

Область существования данных решений описывается выражениями

$$\begin{aligned}k_{u2} > |k_{u1}|, \quad \max\{0, -k_{u1}\} < \underline{e} < \underline{u}_3^{\text{эф}}, \quad m^* > 0; \\ k_{u2} < |k_{u1}|, \quad \underline{u}_3^{\text{эф}} < \underline{e} < \min\{0, -k_{u1}\}, \quad m^* < 0.\end{aligned}\quad (42)$$

Динамическое состояние 3: $k_{u2}(\underline{e} - \underline{u}_3^{\text{эф}}) < 0$, $\beta < 0$. В данном случае результат зависит от знака e_0 .

Динамическое состояние 3.1: $e_0 < 0$. Имеется два решения:

$$\begin{aligned}\phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_1^2)^{1/2} \operatorname{cn}(\xi_5, \kappa_5) \right] + n\pi, \\ \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_2^2)^{1/2} \kappa_5 \operatorname{sn}(\xi_5, \kappa_5) / \operatorname{dn}(\xi_5, \kappa_5) \right] + n\pi,\end{aligned}\quad (43)$$

где $\xi_5 = (\xi - \xi_0) / \delta_5$, $\delta_5 = [\beta(x_1^2 + x_2^2)]^{-1/2}$, $\kappa_5^2 = x_1^2 / (x_1^2 + x_2^2) = (1 - e_1^{-1} e_2^{1/2}) / 2$.

Колебания (43) сдвинуты по фазе по отношению к (37), значения полярных углов определяются выражениями

$$\begin{aligned}\theta_1^{(+)} &= \mp\delta_{v5} (x_1^2)^{1/2} F_{51} \operatorname{sn}(\xi_5, \kappa_5) \operatorname{dn}(\xi_5, \kappa_5), \\ \theta_1^{(+)} &= \pm\delta_{v5} (x_2^2)^{1/2} F_{52} \operatorname{cn}(\xi_5, \kappa_5) / \operatorname{dn}^2(\xi_5, \kappa_5), \\ F_{51} &= [1 + x_1^2 \operatorname{cn}^2(\xi_5, \kappa_5)]^{-1}, \\ F_{52} &= [1 + x_2^2 \kappa_5^2 \operatorname{sn}^2(\xi_5, \kappa_5) \operatorname{dn}^{-2}(\xi_5, \kappa_5)]^{-1}.\end{aligned}\quad (44)$$

Деформации в МУВ описываются соотношениями

$$\begin{aligned}u_{xx} &= -b_{1v} x_1^2 F_{51} \operatorname{cn}^2(\xi_5, \kappa_5), \\ u_{yx} &= b_{6v} (x_1^2)^{1/2} F_{51} \operatorname{cn}(\xi_5, \kappa_5), \\ u_{zx} &= b_{4v} \delta_{v5} (x_1^2)^{1/2} F_{51}^{3/2} \operatorname{sn}(\xi_5, \kappa_5) \operatorname{dn}(\xi_5, \kappa_5), \\ u_{xx} &= -b_{1v} x_2^2 \kappa_5^2 F_{52} \operatorname{sn}^2(\xi_5, \kappa_5) / \operatorname{dn}^2(\xi_5, \kappa_5), \\ u_{yx} &= b_{6v} (x_2^2)^{1/2} \kappa_5 F_{52} \operatorname{sn}(\xi_5, \kappa_5) / \operatorname{dn}(\xi_5, \kappa_5), \\ u_{zx} &= -b_{4v} \delta_{v5} (x_2^2)^{1/2} \kappa_5 F_{52}^{3/2} \operatorname{cn}(\xi_5, \kappa_5) / \operatorname{dn}^2(\xi_5, \kappa_5),\end{aligned}\quad (45)$$

а область существования данных решений – выражениями

$$0 < \underline{e} < -k_{u1}, \quad m^* > 0; \quad -k_{u1} < \underline{e} < 0, \quad m^* < 0.\quad (46)$$

Динамическое состояние 3.2: $e_0 > 0$. Имеется два решения:

$$\begin{aligned}\phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_1^2)^{1/2} \operatorname{dn}(\xi_6, \kappa_6) \right] + n\pi, \\ \phi^{(+)} &= \operatorname{arcctg} \left[\pm (x_2^2)^{-1/2} \operatorname{dn}(\xi_6, \kappa_6) \right] + n\pi,\end{aligned}\quad (47)$$

где $\xi_6 = (\xi - \xi_0) / \delta_6$, $\delta_6 = (\beta x_1^2)^{-1/2}$, $\kappa_6^2 = (x_1^2 - x_2^2) / x_1^2 = 2 / (1 - e_1^{-1} e_2^{1/2})$, а $e_1 < 0$. Выражения (47) описывают периодическую нелинейную МУВ. При $\kappa_6 \rightarrow 0$ колебания локализуются вблизи $\phi_{m3}^{(+)}$. Выражения для полярных углов имеют вид

$$\begin{aligned}\theta_1^{(+)} &= \mp\delta_{v6} (x_1^2)^{1/2} \kappa_6^2 F_{61} \operatorname{sn}(\xi_6, \kappa_6) \operatorname{cn}(\xi_6, \kappa_6), \\ \theta_1^{(+)} &= \mp\delta_{v6} (x_2^2)^{-1/2} \kappa_6^2 F_{62} \operatorname{sn}(\xi_6, \kappa_6) \operatorname{cn}(\xi_6, \kappa_6),\end{aligned}\quad (48)$$

где $F_{61} = [1 + x_1^2 \operatorname{dn}^2(\xi_6, \kappa_6)]^{-1}$, $F_{62} = [1 + (x_2^2)^{-1} \operatorname{dn}^2(\xi_6, \kappa_6)]^{-1}$, а деформации равны

$$\begin{aligned}u_{xx} &= -b_{1v} x_1^2 F_{61} \operatorname{dn}^2(\xi_6, \kappa_6), \\ u_{yx} &= b_{6v} (x_1^2)^{1/2} F_{61} \operatorname{dn}(\xi_6, \kappa_6), \\ u_{zx} &= b_{4v} \delta_{v6} (x_1^2)^{1/2} \kappa_6^2 F_{61}^{3/2} \operatorname{sn}(\xi_6, \kappa_6) \operatorname{cn}(\xi_6, \kappa_6), \\ u_{xx} &= -b_{1v} F_{62}, \quad u_{yx} = b_{6v} (x_2^2)^{-1/2} F_{62} \operatorname{dn}(\xi_6, \kappa_6), \\ u_{zx} &= -b_{4v} \delta_{v6} (x_2^2)^{-1} \kappa_6^2 F_{62}^{3/2} \times \\ &\times \operatorname{sn}(\xi_6, \kappa_6) \operatorname{cn}(\xi_6, \kappa_6) \operatorname{dn}(\xi_6, \kappa_6).\end{aligned}\quad (49)$$

Область существования данных решений описывается выражениями

$$\begin{aligned}k_{u2} > |k_{u1}|, \quad \max\{0, -k_{u1}\} < \underline{e} < \underline{u}_3^{\text{эф}}, \quad m^* < 0; \\ k_{u2} < |k_{u1}|, \quad \underline{u}_3^{\text{эф}} < \underline{e} < \min\{0, -k_{u1}\}, \quad m^* > 0.\end{aligned}\quad (50)$$

Квазичастица движется вблизи максимума $u_3^{\text{эф}}$ при $m^* < 0$ и вблизи минимума $u_3^{\text{эф}}$ при $m^* > 0$.

Диаграмма динамических состояний в безразмерных координатах $(\underline{e}^*, k_{u1}^*)$, где $\underline{e}^* = e/k_{u2}$, $k_{u1}^* = k_{u1}/k_{u2}$, для $k_{u2} > 0$ приведена на рис. 2. Аналогичная диаграмма для случая $k_{u2} < 0$ получается инверсией диаграммы, показанной на рис. 2 относительно начала координат.

Каждое из описанных динамических состояний характеризуется определенной симметрией. Так, в периодической нелинейной МУВ величина $\theta_1^{(+)}$ симметрична относительно плоскости базиса и ее среднее за период равно нулю, а в нелинейной МУВ поворота антиферромагнитного вектора это среднее отличается от нуля. За параметр порядка при фазовом переходе между этими волнами можно принять минимальное по модулю значение $\theta_{1m}^{(+)}$, которое для периодической волны равно нулю, а для волны поворота антиферромагнитного вектора пропорционально $(1 - \kappa_1^2)^{1/2}$. Наблюдаемая корневая зависимость параметра порядка $\theta_{1m}^{(+)}$ является типичной для любых фазовых переходов. Производная $\partial\theta_{1m}^{(+)}/\partial e$ при $e \rightarrow u_3^{\text{эф}}$ имеет особенность, аналогичную наблюдаемой у восприимчивости в точке Кюри ферромагнетиков. Следовательно, описанную смену типа волн можно рассматривать как динамический фазовый переход.

4. ДИСПЕРСИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ МАГНИТОУПРУГИХ ВОЛН

Нелинейные МУВ выражаются через эллиптические функции, которые имеют периоды $4K(\kappa)$ для sn, cn и $2K(\kappa)$ для dn, где $K(\kappa)$ – полный эллиптический интеграл 1-го рода. При $\kappa \rightarrow 0$ интеграл $K(\kappa)$ стремится к $\pi/2$, а при $\kappa \rightarrow 1$ возрастает, причем как $K(\kappa) \rightarrow \ln[4/(1 - \kappa^2)]$. Пространственный и временной периоды связаны соотношением $\Lambda = vT = nK\delta$, где $n = 4$ для sn, cn и $n = 2$ для dn; δ – характерный размер. С учетом этого выражение для частоты волн типа 3.1 можно записать в виде

$$\omega = (\pi/K)v[(\kappa_{u2} - \kappa_{u1} - 2\underline{e})/m^*]^{1/2} = (r^*/m^*)^{1/2}, \quad (51)$$

где $r^* = (\pi/K)^2 v^2 (k_{u2} - k_{u1} - 2\underline{e})$ – эффективная жесткость. Поскольку K зависит от модуля κ , а сам модуль зависит от v , выразить закон дисперсии в явном виде невозможно. Поэтому будем рассмат-

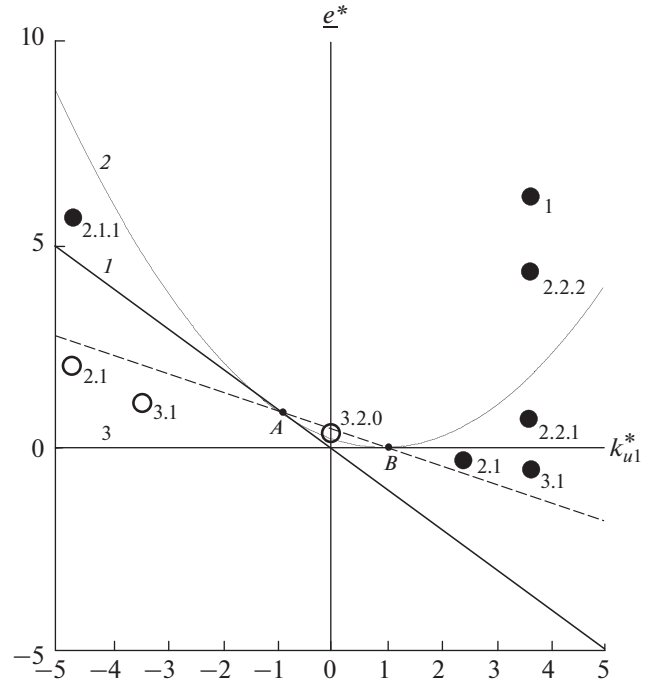


Рис. 2. Диаграмма динамических состояний в безразмерных координатах $(\underline{e}^*, k_{u1}^*)$ для $k_{u2} > 0$: темные и светлые точки обозначают квазичастицы с положительной и отрицательной эффективной массой соответственно, цифровые обозначения указывают тип волн, существующих в данной области диаграммы. Координаты точек A и B равны соответственно $\{-1, +1\}$ и $\{+1, 0\}$.

ривать K как параметр. Тогда для $v = \omega/k$, где $k = 2\pi/\Lambda$ – волновое число, находим, что

$$\omega_{s,t}^2 = (1/2)[(s^2 + v_{t1}^2)k^2 + \Omega_e^2] \pm \left\{ (1/4)[(s^2 - v_{t1}^2)k^2 + \Omega_e^2]^2 + v_{t1}^2 k^2 \Omega_{me}^2 \right\}^{1/2}, \quad (52)$$

где $\Omega_e^2 = (\pi s/K)^2 (k_e/a_{11})$ – энергия активации, $k_e = k_c + k_b - 2\underline{e}$, $k_c = k_{24} - (\sigma_{11} - \sigma_{22})$ – критическая эффективная константа анизотропии (в точке ОФП $k_c = 0$), $k_b = (b_6^2/4\lambda_{66}) + (b_1^2/(\lambda_{12} - \lambda_{11}))$ – магнитоупругая константа анизотропии, $\Omega_{me}^2 = (\pi s/K)^2 (b_6 b_{66}^*/2a_{11})$ – параметр, определяющий магнитоупругое расталкивание ветвей. Константа k_e , определяющая энергию активации и зависящая от амплитуды волны, в точке ОФП зависит только от магнитоупругой константы. Соотношение (52) описывает дисперсию связанных спиновых волн и упругих поперечных волн. При

$e \rightarrow 0$ ($|e| \ll k_c$) модуль $k \rightarrow 0$ и интеграл $K \rightarrow \pi/2$, $\Omega_e^2 \rightarrow 4s^2(k_e^2/a_{11})$, $\Omega_e^2 \rightarrow 4s^2(k_e^2/a_{11})$, $\Omega_{me}^2 \rightarrow 2s^2 b_6 b_{66}^*/a_{11}$, $\operatorname{cn}(\xi, k) \rightarrow \sin \xi$, $\operatorname{sn}(\xi, k) \rightarrow \cos \xi$, $\operatorname{dn}(\xi, k) \rightarrow 1$ и (52) переходит в закон дисперсии линейных волн. В области малых волновых чисел дисперсия квазиспиновых и квазиупругих волн описывается выражениями

$$\begin{aligned} \omega_s^2 &= \Omega_e^2 + \left[s^2 + \left(\Omega_{me}^2 / \Omega_e^2 \right) v_{rl}^2 \right] k^2, \\ \omega_l^2 &= v_{rl}^2 \left[1 - \left(\Omega_{me}^2 / \Omega_e^2 \right) \right] k^2. \end{aligned} \quad (53)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для тетрагонального антиферромагнетика выполнен теоретический анализ поведения нелинейных МУВ в окрестности ОФП между плоскостной коллинеарной фазой и угловой фазой. Установлено, что в рассматриваемом случае могут существовать семь различных динамических состояний, обладающих определенной симметрией. Переходы между этими состояниями могут происходить при изменении параметров внешнего упругого воздействия.

Движение вектора антиферромагнетизма в поле упругой волны можно уподобить движению эффективной спиновой квазичастицы в периодическом кристаллографическом потенциале, модифицированном магнитоупругими статическим и динамическим взаимодействиями. Динамическое состояние 1 при $k \rightarrow 0$ соответствует свободной классической частице, состояние 2.2.1 соответствует квантовой свободной квазичастице, которая движется выше максимумов потенциала, но чувствует его изменения. Локализованная спиновая квазичастица колеблется относительно минимума периодического потенциала для эффективной положительной массы и максимума для эффективной отрицательной массы. Потенциалы с локальными минимумами (см. рис. 1 состояния 2, 3) соответствуют двум энергетическим уровням, поэтому в рассматриваемых случаях могут существовать эффекты, присущие двухуровневым квантовым системам [37], например, излучение спиновых волн за счет упругой накачки. Собственные нелинейные МУВ обладают особенностями по скорости, которые исчезают при учете выхода вектора антиферромагнетизма из плоскости базиса. Аналогичные динамические магнитные фазовые переходы со спонтанным нарушением симметрии могут происходить в полигармоническом световом поле [38].

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет финансирования в рамках государственного задания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Туров Е.А., Ирхин Ю.П. // ФММ. 1956. Т. 3. № 1. С. 15.
2. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. № 7. С. 228.
3. Kittel C. // Phys. Rev. 1958. V. 110. № 4. P. 836.
4. Spencer E.G., Le Craw R. // Phys. Rev. Lett. 1958. V. 1. № 7. P. 241.
5. Matthews H., Le Craw R. // Phys. Rev. Lett. 1962. V. 8. № 10. P. 397.
6. Lüthi B. // Phys. Lett. 1963. V. 3. № 6. P. 285.
7. Rudashevsky E.G., Shalnikova T.A. // 3rd Regional Conf. on Physics and Techniques of Low Temperatures. September 1963. Prague. P. 84.
8. Tasaki A., Iida S. // J. Phys. Soc. Japan. 1963. V. 18. № 8. P. 1148.
9. Боровик-Романов А.С., Рудашевский Е.Г. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. № 6. С. 2095.
10. Туров Е.А., Шавров В.Г. // ФТТ. 1965. Т. 7. № 3. С. 217.
11. Туров Е.А., Шавров В.Г. // Успехи физ. наук. 1983. Т. 140. № 1. С. 429.
12. Шеглов В.И. // ФТТ. 1972. Т. 14. № 7. С. 2180.
13. Seavay M.H. // Solid State Commun. 1972. V. 10. № 2. P. 219.
14. Максименков П.П., Ожогин В.И. // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. № 2. С. 657.
15. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. // ЖЭТФ. 1975. Т. 67. № 2. С. 816.
16. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. // ФТТ. 1977. Т. 19. № 4. С. 1107.
17. Мигачев С.А., Богданова Х.Г., Куркин М.И. // ФТТ. 2015. Т. 57. № 1. С. 37.
18. Ozhigin V.I., Lebedev A.Yu. // J. Magn. Magn. Mater. 1980. V. 15–18. P. 617.
19. Турицын С.К., Фалькович Г.Е. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 1. С. 258.
20. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 2. С. 580.
21. Киселев В.В., Танкеев А.П. // ФММ. 1993. Т. 75. № 1. С. 40.
22. Шамсутдинов М.А., Харисов А.Т., Танкеев А.П. // ФММ. 1998. Т. 85. № 1. С. 43.
23. Харисов А.Т., Шамсутдинов М.А., Танкеев А.П. // ФММ. 1999. Т. 87. № 4. С. 5.
24. Екрекро А. // IJRRAS. 2011. Т. 6. № 4. С. 449.
25. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г., Шевченко А.Л. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 7. С. 2010.
26. Ожогин В.И., Преображенский В.Л. // Успехи физ. наук. 1988. Т. 155. № 4. С. 593.
27. Ожогин В.И., Преображенский В.Л. // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. № 3. С. 988.

28. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 2. С. 433.
29. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 1. С. 202.
30. Четкин М.В., Лыков В.В. // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 52. № 4. С. 863.
31. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г., Шевченко А.Л. // ФТТ. 1989. Т. 31. № 7. С. 193.
32. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г., Шевченко А.Л. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 4. С. 1182.
33. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984.
34. Богуш А.А., Мороз Л.Г. Введение в теорию классических полей. М.: УРСС, 2004.
35. Власов К.Б., Ишмухаметов Б.Х. // ЖЭТФ. 1964. Т. 46. № 1. С. 201.
36. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Т. 2. Специальные функции. М.: Физматлит, 2003.
37. Клышко Д.Н. Физические основы квантовой электроники. М.: Наука, 1986.
38. Кабыченков А.Ф. // ФТТ. 2006. Т. 48. № 3. С. 485.