

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи



**ВИ УТ НАМ**  
**МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ БИФОКАЛЬНЫХ**  
**СИСТЕМ**

Специальность 2.2.14– «Антенны, СВЧ устройства и их технологии».

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель –  
Доктор физико-математических наук  
**Калошин Вадим Анатольевич**

Москва–2022

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	4
<b>ГЛАВА 1. СИНТЕЗ БИФОКАЛЬНЫХ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ СИСТЕМ</b>	13
1.1. МЕТОДИКА СИНТЕЗА БИФОКАЛЬНОЙ ДВУХЗЕРКАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ	13
1.2. СИНТЕЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ БИФОКАЛЬНЫХ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СИСТЕМ.	19
<b>ГЛАВА 2. СИНТЕЗ БИФОКАЛЬНЫХ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВЫХ СИСТЕМ.</b>	30
2.1. МЕТОДИКА СИНТЕЗА БИФОКАЛЬНОЙ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.	30
2.2. СИНТЕЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ БИФОКАЛЬНЫХ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СИСТЕМ.	38
<b>ГЛАВА 3. СИНТЕЗ БИФОКАЛЬНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЛИНЗ</b>	48
3.1 СИНТЕЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ БИФОКАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЛИНЗ.	48
3.2. СИНТЕЗ ТРЕХМЕРНОЙ БИФОКАЛЬНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ.	58
<b>ГЛАВА 4. ШИРОКОУГОЛЬНЫЕ МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ, ЛИНЗОВЫХ И ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВЫХ БИФОКАЛЬНЫХ СИСТЕМ</b>	66
4.1. МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ ПЛАНАРНЫХ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ БИФОКАЛЬНЫХ СИСТЕМ.	66
4.2. МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ ПЛАНАРНЫХ БИФОКАЛЬНЫХ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВЫХ СИСТЕМ.	73
4.3. МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ ПЛАНАРНЫХ БИФОКАЛЬНЫХ ЛИНЗ.	78

4.4. МНОГОЛУЧЕВАЯ АНТЕННА НА ОСНОВЕ ТРЁХМЕРНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ БИФОКАЛЬНОЙ ЛИНЗЫ.	85
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	90
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b>	92
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 1</b>	96
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 2</b>	102

## ВВЕДЕНИЕ

### АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

В последнее время возрос интерес к многолучевым антеннам [1]. Этот интерес обусловлен тем, что наряду с традиционными приложениями таких антенн, появляются новые, в частности, в базовых станциях систем мобильной связи нового поколения, наземных и бортовых системах космической связи, радио-мониторинга и т. д. Еще одна причина интереса – появление и развитие новых технологий изготовления СВЧ элементов и антенн, в частности, аддитивных и планарных технологий. При этом возрастающие требования в приложениях и внутренняя логика развития науки требуют улучшения параметров этого класса антенн, в первую очередь, расширения сектора обзора многолучевой антенны и повышения коэффициента усиления.

Для формирования многолучевой диаграммы направленности в планарных антенных решетках с квазиоптическим формированием лучей используется диаграмно-образующие системы (ДОС) на основе планарного волновода с расположенными в волноводе с облучателями и фокусирующим элементом. В простейшем случае конструкция антенной решетки содержит два слоя, связанных параболической щелью или системой отверстий, которые замыкаются параболическим зеркалом [2, 3]. Однако система с параболическим зеркалом не может обеспечить широкоугольную многолучевую диаграмму из-за аберраций, возникающих при смещении облучателя из фокуса параболы. В работе [4], где впервые была применена двухслойная конструкция планарной многолучевой антенны с квазиоптической ДОС, для уменьшения среднеквадратической аберрации (СКА) использована бифокальная зеркально-линзовая система на основе волноводной линзы, в работах [5-8] – трехфокальная система на основе линзы Ротмана. В работах [9, 10] синтезирована и оптимизирована, а в работе [11] - экспериментально исследована двухзеркальная апланатическая ДОС. В работе [12] синтезирована и исследована трехзеркальная апланатическая ДОС, а в работе [13] - трехфокальная волноводная зеркально-линзовая ДОС с

одинаковыми длинами волноводов.

Следует отметить, что использование зеркально - линзовых ДОС с принудительным преломлением и трехзеркальных ДОС приводит к усложнению конструкции и увеличению потерь. Поэтому представляет интерес задача уменьшения аберраций и, в результате, расширение углового сектора (угла зрения) многолучевой антенны при использовании полифокальных двухзеркальных, а также линзовых и зеркально-линзовых ДОС на основе диэлектрических линз.

В работах Б.Е. Кинбера с соавторами [14, 15] предложена методика решения задачи синтеза бифокальной двухзеркальной системы и линзы, преобразующих две расходящиеся цилиндрические волны в сходящиеся или плоские. Методика основана на задании начального участка поверхности одного из зеркал (первой поверхности линзы) и последовательного нахождения других участков этого и другого зеркала (другой поверхности линзы). Для получения гладкого решения в указанных работах приведены условия сопряжения с требованием непрерывности функций, описывающих участки поверхности, а также их производных на границах участков. Однако приведенных в указанных работах условий недостаточно для получения корректного решения задачи геометрооптического синтеза. Кроме того, в этих работах отсутствует ответ на вопрос о выборе начального участка.

В работах [16, 17] эта методика была развита с целью обеспечения непрерывности вторых производных и реализована в задачах синтеза бифокальных линзовых и двухзеркальных систем.

Для трехмерных двухзеркальных систем методика [14, 15] была развита в работах [18, 19].

Однако при увеличении угла зрения величина СКА бифокальных систем растет, что ограничивает возможности многолучевых антенн, построенных на их основе.

В работах [20, 21] величина СКА волноводно-щелевой антенной решетки с

двухзеркальной и зеркально-линзовой ДОС была уменьшена путем синтеза трехфокальных систем, используя в качестве дополнительной степени свободы линии расположения щелей. Однако такой подход приводит к ограничению полосы частот антенной решетки и не может быть использован в других антенных системах.

С другой стороны потенциальные возможности двухзеркальных, линзовых и зеркально-линзовых бифокальных систем с точки зрения минимизации СКА и построения широкоугольных многолучевых антенн на их основе не были исследованы.

Из изложенного выше следует, что задача синтеза двухзеркальных, линзовых и зеркально-линзовых бифокальных систем с минимальной СКА с целью построения на их основе широкоугольных многолучевых антенн является актуальной как с научной, так и прикладной точек зрения.

### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью диссертационной работы является разработка и исследование широкоугольных многолучевых антенн на основе бифокальных систем с минимальными aberrациями.

### ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Достижение поставленной цели потребовало решения следующих задач:

- 1) Разработка методики и алгоритмов синтеза цилиндрических бифокальных систем с минимальными aberrациями, а также их программная реализация.
- 2) Синтез двухзеркальной цилиндрической бифокальной системы с минимальными aberrациями.
- 3) Синтез зеркально-линзовой цилиндрической бифокальной системы с минимальными aberrациями.

- 4) Синтез цилиндрической бифокальной линзы с минимальными aberrациями.
- 5) Синтез трехмерной бифокальной линзы.
- 6) Разработка электродинамических моделей и исследование многолучевых антенн на базе двухзеркальной, зеркально-линзовой и линзовой бифокальных систем.
- 7) Изготовление экспериментального образца и проведение измерений параметров многолучевой антенны на основе бифокальной цилиндрической диэлектрической линзы.

### МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В работе использованы: аналитическая теория синтеза на основе геометрической оптики, приближение Кирхгофа и численный эксперимент на основе метода конечных элементов.

### НАУЧНАЯ НОВИЗНА

В диссертационной работе получены следующие новые научные результаты:

1. Развита численно-аналитическая методика синтеза бифокальных цилиндрических двухзеркальных, а также диэлектрических линзовых и зеркально-линзовых систем с минимальной величиной среднеквадратической aberrации (СКА).
2. Синтезированы двухзеркальные цилиндрические бифокальные системы с СКА:  $8 \times 10^{-6}$  в угле зрения  $50^\circ$ ,  $2 \times 10^{-5}$  в угле зрения  $70^\circ$  и  $4 \times 10^{-5}$  в угле зрения  $105^\circ$ .
3. Синтезированы зеркально-линзовые цилиндрические бифокальные системы с СКА:  $2 \times 10^{-5}$  в угле зрения  $50^\circ$ ,  $5 \times 10^{-5}$  в угле зрения  $70^\circ$  и  $1.3 \times 10^{-4}$  в угле зрения  $100^\circ$ .
4. Синтезирована цилиндрическая бифокальная диэлектрическая линза

с СКА:  $1.5 \times 10^{-4}$  в угле зрения  $90^\circ$ .

5. Синтезирована трехмерная бифокальная диэлектрическая линза с СКА:  $6 \times 10^{-4}$  в угле зрения  $90^\circ$ .

6. С использованием численного моделирования исследованы широкоугольные многолучевые антенны на основе оптимизированных бифокальных систем.

### ПРАКТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ РАБОТЫ

1) Многолучевые антенны на основе синтезированных бифокальных систем позволяют расширить сектор обзора при заданном коэффициенте усиления и увеличить коэффициент усиления при заданном секторе обзора.

2) Разработана конструкция экспериментального макета многолучевой антенны на основе бифокальной цилиндрической диэлектрической линзы для угла зрения  $90^\circ$ .

### ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1) Развита методика решения задачи геометрооптического синтеза цилиндрических двухзеркальных бифокальных систем позволяет расширить угол обзора многолучевых антенн на их основе.

2) Развита методика решения задачи геометрооптического синтеза цилиндрических зеркально-линзовых бифокальных систем позволяет расширить угол обзора многолучевых антенн на их основе.

3) Развита методика решения задачи геометрооптического синтеза цилиндрических линзовых бифокальных систем позволяет расширить угол обзора многолучевых антенн на их основе.

4) Развита методика позволяет решать задачи геометрооптического синтеза трехмерных линзовых бифокальных систем.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались на международной конференции: *2021 Radiation and Scattering*



*of Electromagnetic Waves (RSEMW)*

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из Введения, четырех глав, Заключения, Списка литературы из 28 наименований и двух Приложений. Диссертационная работа изложена на 109 страницах, содержит 70 рисунков.

### **Краткое содержание работы**

В первой главе рассмотрены задачи синтеза и оптимизации цилиндрических двухзеркальных бифокальных систем.

В первом разделе главы развита методика синтеза цилиндрических двухзеркальных бифокальных систем с использованием последовательного нахождения участков зеркал и заданием начального участка вспомогательного зеркала в виде полинома второй и четвертой степени. Один из коэффициентов полиномов определяется в результате решения найденного в работе уравнения, которое в общем случае обеспечивает непрерывность вторых производных функций, описывающих поверхности зеркал. Начальный участок главного зеркала находится в результате решения задачи синтеза плоского фронта для центрального положения источника.

Во втором разделе главы определены параметры оптимизации с целью минимизации величины СКА при фиксированном расстоянии между зеркалами и угле зрения бифокальной системы. На плоскости этих параметров для углов зрения 50, 70 и 105 градусов найдены границы области существования решения задачи синтеза и приведены зависимости величины СКА от параметров, при этом показано, что ее минимум достигается на границе области существования решения и найден набор параметров, обеспечивающих этот минимум.

Во второй главе рассмотрены задачи синтеза и оптимизации цилиндрических зеркально-линзовых бифокальных систем.

В первом разделе главы развита методика синтеза двумерных зеркально-линзовых бифокальных систем с использованием последовательного нахождения участков первой поверхности диэлектрической линзы и зеркала, примыкающего ко второй поверхности линзы. При этом начальный участок

первой поверхности линзы задается в виде полинома второго порядка, параметры которого определяются в результате решения найденного в работе уравнения в общем случае обеспечивающего непрерывность вторых производных функций, описывающих поверхности линзы и зеркала. Начальный участок зеркала находится в результате решения задачи синтеза плоского фронта для центрального положения источника.

Во втором разделе главы определены параметры оптимизации с целью минимизации величины СКА при фиксированной толщине линзы, коэффициенте преломления и угле зрения бифокальной системы. На плоскости этих параметров для углов зрения 50, 70 и 100 градусов найдены области существования решения задачи синтеза, зависимости величины СКА от параметров оптимизации и набор параметров, обеспечивающих ее минимальное значение.

В третьей главе рассмотрены задачи синтеза и оптимизации цилиндрических и трехмерных диэлектрических линз.

В первом разделе главы рассмотрены задачи синтеза и оптимизации цилиндрических диэлектрических бифокальных линз с целью реализации минимальной величины СКА. Методика основана на последовательном нахождении участков поверхности линзы с заданием начального участка одной из поверхностей в виде полинома второго порядка, параметры которого определяются в результате решения найденного в работе уравнения в общем случае обеспечивающего непрерывность вторых производных функций, описывающих поверхности линзы, при этом начальный участок другой поверхности линзы находится в результате синтеза плоского фронта для центрального положения луча. В качестве примера синтезированы и оптимизированы двумерные бифокальные линзы для углов зрения  $40^{\circ}$  и  $90^{\circ}$ .

Во втором разделе главы рассмотрены задачи синтеза трёхмерных диэлектрических бифокальных линз. Методика синтеза также основана на последовательном нахождении участков поверхности линзы. При этом форма начального участка первой поверхности линзы задается в виде полинома двух

переменных второго порядка. Форма начального участка второй поверхности и границы находится из условия «сшивания» начальных участков с вновь синтезированными. Это условие обеспечивает непрерывность первых производных поверхностей линзы.

В четвертой главе исследованы многолучевые антенны на основе синтезированных и оптимизированных бифокальных систем.

В первом разделе главы с использованием численного моделирования методом конечных элементов (МКЭ) и в приближении Кирхгофа исследованы характеристики многолучевых антенн с широким углом обзора на основе планарных бифокальных двухзеркальных систем с минимальной СКА, с компактной облучающей системой и с использованием оптимизации по максимуму величины КИП.

Во втором разделе главы с использованием численного моделирования и в приближении Кирхгофа исследованы характеристики многолучевых антенн с широким углом обзора на основе планарных бифокальных зеркально-линзовых систем с минимальной СКА и с компактной облучающей системой.

В третьем разделе главы с использованием численного моделирования и в приближении Кирхгофа исследованы характеристики многолучевых антенн с широким углом обзора на основе планарных бифокальных линзовых систем с минимальной СКА и с компактной облучающей системой. Проведены измерения зависимости коэффициента усиления от угла обзора макета многолучевой антенны на основе планарной бифокальной диэлектрической линзы. В приближении Кирхгофа рассчитаны характеристики излучения многолучевой антенны на основе трехмерной диэлектрической бифокальной линзы.

В Заключении приведены основные результаты диссертации и сделаны общие выводы и рекомендации.

В Приложении приведены результаты решения задачи синтеза цилиндрической двухзеркальной системы с максимальной величиной КИП.

## ЛИЧНЫЙ ВКЛАД СОИСКАТЕЛЯ

В работах, опубликованных в соавторстве, соискателю принадлежит: вывод и решение уравнений геометрического синтеза двухзеркальных, линзовых и зеркально-линзовых бифокальных систем, оптимизация их параметров с целью реализации минимальной СКА в заданном угле зрения, исследования многолучевых антенн на основе синтезированных бифокальных систем с использованием численного моделирования и приближения Кирхгофа, а также изготовление макета многолучевой линзовой антенны и проведение измерений.

# ГЛАВА 1. СИНТЕЗ БИФОКАЛЬНЫХ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ СИСТЕМ

## 1.1. МЕТОДИКА СИНТЕЗА БИФОКАЛЬНОЙ ДВУХЗЕРКАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрим задачу синтеза цилиндрической бифокальной двухзеркальной системы, с одной стороны которой расположены два симметричных относительно оси  $Y$  (рис. 1.1) фокуса (точки идеальной фокусировки  $F_1$  и  $F_2$ ) с декартовыми координатами  $(x_{F_1}, y_{F_1})$  и  $(x_{F_2}, y_{F_2})$ . При положении источника цилиндрической волны в каждом из этих фокусов с другой стороны бифокальной системы формируются два симметричных относительно оси  $Y$  плоских фронта.

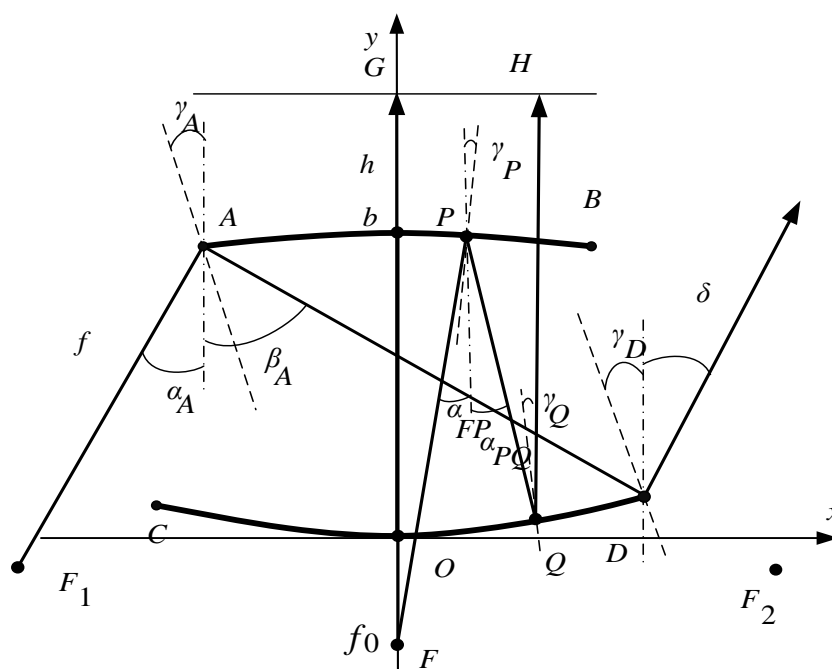


Рис.1.1. Начальные участки зеркал.

Пусть форма вспомогательного (первого) и основного (второго) зеркала описываются неизвестными четными функциями  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ , соответственно, а функция  $y_{10}(x)$ , описывающая начальный участок вспомогательного зеркала, задана, т.е. на интервале  $[-x_0, x_0]$  функция  $y_1(x) = y_{10}(x)$  известна. При этом поверхности первого и второго зеркал пересекают ось  $Y$  в точках  $(0, b)$  и  $(0, 0)$ , соответственно (рис.1.1). Потребуем, чтобы лучи из источника, расположенного в точке  $F_0$  с координатами  $(0, -f_0)$  после двух отражений от зеркал формировали

плоский фронт  $y=h$ , где  $h$  – произвольная постоянная. При этом луч, идущий вдоль оси  $Y$ , падает на первое зеркало в точке  $(0, b)$ , отражается от него, падает на второе зеркало в точке  $(0,0)$ , снова отражается и снова идет вдоль оси  $Y$ . Эйконалот источника до фронта этого (осевого) луча:

$$L_0=f_0+2b+h. \quad (1.1)$$

Пусть другой луч, выходящий из точки  $F_0$ , падает на первое зеркало в точке  $P$  с координатами  $(x_P, y_P)$ , отражается от него, падает на второе зеркало в точке  $Q$  с координатами  $(x_Q, y_Q)$  и отражается от него параллельно оси  $Y$ . При этом его эйконал определяется формулой:

$$L=\sqrt{x_P^2+(y_P+f_0)^2}+PQ+h-y_P+PQ\cos(\alpha_{PQ}), \quad (1.2)$$

где  $\alpha_{PQ} = \alpha_{FP} - 2\gamma_P$  - угол между осью  $Y$  и отрезком  $PQ$ ;  $\alpha_{FP} = \arctg(x_P / (y_P - y_F))$  - угол между осью  $Y$  и падающим лучом в точке  $P$ ;  $\gamma_P = \arctg(y_P / x_P)$  - угол между осью  $Y$  и нормалью первому зеркалу в точке  $P$ ;  $PQ$  – расстояние от точки  $P$  до точки  $Q$ .

Потребуем, чтобы все лучи, выходящие из точки  $F$  после двух отражений от зеркал, шли параллельно оси  $Y$  и формировали плоский фронт на выходе системы. Для этого необходимо равенство эйконалов всех лучей (от источника до фронта). Потребуем, чтобы эйконалы всех лучей были равны эйконалу центрального луча:

$$\sqrt{x_P^2+(y_P+f_0)^2}+PQ-y_P+PQ\cos(\alpha_{PQ})=f_0+2b. \quad (1.3)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$PQ = \frac{f_0 + 2b + y_P - \sqrt{x_P^2 + (y_P + f_0)^2}}{(1 + \cos(\alpha_{PQ}))}. \quad (1.4)$$

Зная расстояние от точки  $P$  до точки  $Q$  и угол  $\alpha_{PQ}$ , нетрудно найти координаты точки  $Q$ :

$$\begin{aligned} x_Q &= x_P + PQ \sin(\alpha_{PQ}), \\ y_Q &= y_P - PQ \cos(\alpha_{PQ}). \end{aligned} \quad (1.5)$$

Множество точек  $Q$  образует начальный участок второго зеркала.

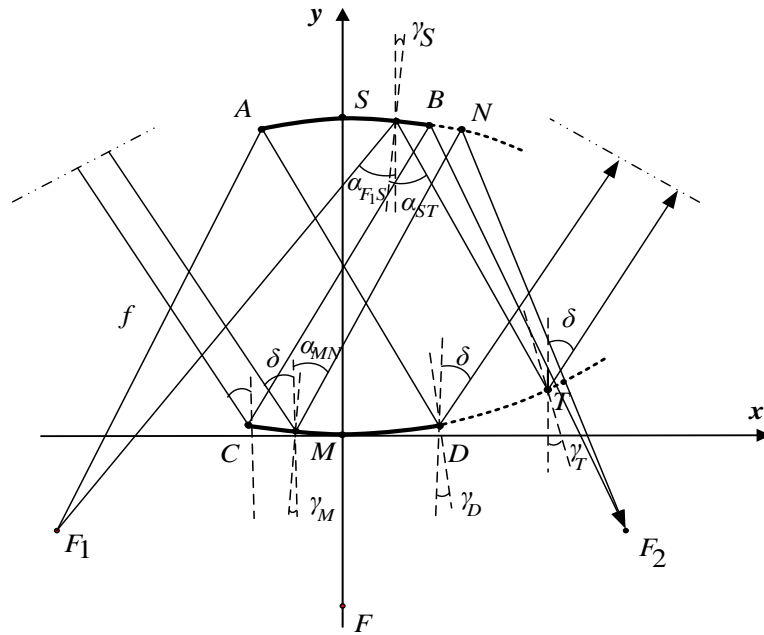


Рис. 1.2.К определению новых участков зеркал.

Для реализации на стыках начальных участков с соседними непрерывности функций, описывающих форму поверхности зеркал и их производных, необходимо, чтобы луч плоской волны, падающей на зеркало под углом к оси  $Y$  после отражения в точке  $D$  попадал в точку  $A$ , а после отражения в точке  $A$  - в фокус  $F_1$ . Из геометрии на рис. 1.2 нетрудно найти координаты этого фокуса, а также фокуса  $F_2$ , учитывая, что он симметричен фокусу  $F_1$  относительно оси  $Y$ :

$$\begin{aligned} x_{F_1} &= x_A - f \sin(\alpha_{AF_1}), \\ y_{F_1} &= y_A - f \cos(\alpha_{AF_1}), \\ x_{F_2} &= -x_{F_1}; y_{F_2} = y_{F_1} \end{aligned} \quad (1.6)$$

где  $x_A = -x_0$ ;  $y_A = y(-x_0)$ ;  $\alpha_{AF_1} = \arctg((x_D - x_A)/(y_D - y_A)) - 2 \arctg(-y'(x_A))$  - угол между осью  $Y$  и линией, соединяющей фокус  $F_1$  с краем (точка  $A$ ) начального участка вспомогательного зеркала;  $f$  - расстояние от края начального участка до фокуса.

Рассмотрим луч, который из фокуса  $F_1$  падает на первое зеркало в точке  $A$ , отражается и падает на второе зеркало в точке  $D$ . Из геометрии на рис.1.1 следует, что угол выхода луча из системы определяется формулой.

$$\delta = \alpha_{AD} - 2 \arctg(y_2'(x_D)), \quad (1.7)$$

где  $y_2'(x_D)$  - первая производная функции  $y_2(x)$  в точке  $D$ .

Для определения нового участка второго зеркала предложим, что луч из фокуса  $F_1$  падает на начальный участок первого зеркала, отражается от него в точке  $S$  с координатами  $(x_S, y_S)$ , падает на второе зеркало в точке  $T$  с координатами  $(x_T, y_T)$  и отражается под углом  $\delta$  (рис. 1.2). Отсюда получаем угол между осью  $Y$  и падающим от точки  $F_1$  в точку  $S$  лучом  $\alpha_{F_1S} = \arctg((x_S - x_{F_1}) / (y_S - y_{F_1}))$  и угол  $\alpha_{ST} = \alpha_{F_1S} - 2\gamma_S$  между осью  $Y$  и лучом, отраженным от зеркала в точке  $S$ .

Для того чтобы двухзеркальная система формировала на выходе плоский фронт, необходимо равенство эйконалов всех лучей, которые выходят из фокуса  $F_1$  и после отражения от зеркал идут параллельно (под углом  $\delta$  к оси  $Y$ ). Отсюда получаем уравнение:

$$\begin{aligned} ST + (x_D - x_S - ST \sin(\alpha_{ST})) \sin(\delta) + (y_D - y_S + ST \cos(\alpha_{ST})) \cos(\delta) = \\ = f + l_0 - \sqrt{(x_{F_1} - x_S)^2 + (y_{F_1} - y_S)^2} \end{aligned} \quad (1.8)$$

где  $l_0 = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$ ;  $ST$  – расстояние от точки  $S$  до точки  $T$ .

Решение этого уравнения имеет вид

$$ST = \frac{f + l_0 - \sqrt{(x_S - x_{F_1})^2 + (y_S - y_{F_1})^2} + (x_S - x_D) \sin(\delta) + (y_S - y_D) \cos(\delta)}{(1 - \sin(\alpha_{ST}) \sin(\delta) + \cos(\alpha_{ST}) \cos(\delta))}. \quad (1.9)$$

Зная длину  $ST$  и угол  $\alpha_{ST}$ , можно определять координаты точки  $T$  по формулам:

$$\begin{aligned} x_T &= x_S + ST \sin(\alpha_{ST}), \\ y_T &= y_S - ST \cos(\alpha_{ST}) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Множество точек  $T$  образует новый участок второго зеркала. При этом функция  $y_2(x)$  и ее первая производная также непрерывны на стыке начального участка второго зеркала с его новым (соседним) участком.

Для определения нового участка первого зеркала рассмотрим падение плоской волны на второе зеркало. Пусть луч, который падает на начальный участок второго зеркала в точке  $M$  с координатами  $(x_M, y_M)$  под углом  $\delta$  к оси  $Y$ , отражается от второго зеркала и падает на первое зеркало в точке  $N$  с координатами  $(x_N, y_N)$ , снова отражается и проходит через фокус  $F_2$  (см. рис. 1.2).



Угол между осью  $Y$  и отраженным лучом в точке  $M$   $\alpha_{MN} = \delta - 2\gamma_M$ .

Приравнивая эйконалы лучей, отраженных от разных точек  $M$  зеркала, получим уравнение:

$$MN + \sqrt{(x_M + MN \sin(\alpha_{MN}) - x_{F2})^2 + (y_N + MN \cos(\alpha_{MN}) - y_{F2})^2} - d_C - l_o - f + d_M = 0, \quad (1.11)$$

где  $d_M$ - расстояние от точки  $M$  до фронта волны;  $d_C$ - расстояние от точки  $C$  до фронта волны.

Решение этого уравнения имеет вид:

$$MN = \frac{A^2 - (y_M - y_{F2})^2 - (x_M - x_{F2})^2}{2A + 2(x_M - x_{F2}) \sin(\alpha_{MN}) + 2(y_M - y_{F2}) \cos(\alpha_{MN})}, \quad (1.12)$$

где  $A = l_o + f + (x_C - x_M) \sin(\delta) + (y_C - y_M) \cos(\delta)$ .

Зная расстояние  $MN$  и угол  $\alpha_{MN}$ , координаты точки  $N$  можно найти по формулам:

$$\begin{aligned} x_N &= x_M + MN \sin(\alpha_{MN}), \\ y_N &= y_M + MN \cos(\alpha_{MN}) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Множество точек  $N$  образует новый участок первого зеркала. При этом функция  $y_1(x)$  и ее первая производная непрерывны на стыке начального отрезка с новым.

Для обеспечения непрерывности амплитудного распределения отраженных волн в первом приближении геометрической оптики необходимо, чтобы вторые производные функций, описывающих поверхности зеркал, были непрерывными. Первая производная функции  $y_1(x)$  в точке  $N$  имеет вид:

$$y_N' = \text{tg}(-\gamma_N) = \text{tg}\left(\frac{\alpha_{MN} - \alpha_{F2}}{2}\right). \quad (1.14)$$

Так как координаты точки  $N$  определяются через координаты точки  $M$ , вторую производную второго отрезка первого зеркала в точке  $N$  определяем дифференцированием его первой производной в точке  $N$  по координате  $x_M$ :

$$y_N''(x_M) = \frac{d(y_N')}{d(x_N)} = \left(\frac{d(y_N')}{d(x_M)}\right) / \left(\frac{d(x_N)}{d(x_M)}\right) = \frac{(\alpha'_{MN}(x_M) - \alpha'_{F2}(x_M))(1 + y_N'^2)}{2x_N'(x_M)}. \quad (1.15)$$

Для того чтобы вторая производная первого зеркала на стыках была

непрерывной, значение второй производной первого участка в точке  $B$  должно равняться значению второй производной в точке  $N$ , когда точки  $M$  и  $C$  совпадают. Заменяем  $x_M$  на  $-x_0$  в выражении для второй производной (1.15) и приравняем его значению второй производной начального отрезка первого зеркала в точке  $B$ . В результате получим уравнение:

$$\frac{(y_0'^2 + 2T_0 y_0' - 1)x_N' - ((1 - y_0'^2)T_0 - 2y_0')y_N'}{f(y_0'^2 + 1)\sqrt{T_0^2 + 1}} + \alpha_0' + \frac{2y_0''x_N'}{1 + y_0'^2} = 0, \quad (1.16)$$

где

$$T_0 = \frac{S_b(f_0 + 2b + y_0 - \sqrt{x_0^2 + (y_0 + f_0)^2}) + 2x_0(1 + C_b)}{(1 + C_b)C_b l_x};$$

$$S_b = \frac{(y_0'(y_0 + f_0) + x_0)}{(1 + y_0)\sqrt{(y_0 + f_0)^2 + x_0^2}}; C_b = \frac{((y_0 + f_0) + y_0'x_0)}{(1 + y_0)\sqrt{(y_0 + f_0)^2 + x_0^2}};$$

$$\beta_0' = \frac{y_0 + f_0 - x_0 y_0'}{x_0^2 + (y_0 + f_0)^2} - \frac{2y_0''}{1 + y_0'^2};$$

$$l_x' = \frac{(-y_0' + \frac{x_0 + (y_0 + f_0)y_0'}{\sqrt{x_0^2 + (y_0 + f_0)^2}})(1 + C_b) + S_b \beta_0' (\sqrt{x_0^2 + (y_0 + f_0)^2} - f_0 - 2b_1 - y_0)}{(1 + C_b^2)}$$

$$\beta_0 = \arctg\left(\frac{x_0}{y_0 + f_0}\right) - \arctg(y_0'); l_x = \frac{f_0 + 2b_1 + 2b_2 + y_0 - \sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{1 + C_b};$$

$$\alpha_0' = \frac{2\beta_0'}{(1 + l_x C_b \beta_0' + l_x' S_b)}; S_T = \frac{T_0(1 - y_0'^2) + 2y_0'}{(1 + y_0'^2)\sqrt{1 + T_0^2}}; C_T = \frac{1 - y_0'^2 - 2T_0 y_0'^2}{(1 + y_0'^2)\sqrt{1 + T_0^2}};$$

$$A = \sqrt{(x_0 + l_x S_b)^2 + l_x^2 C_b^2} + f; A_1 = \frac{S_b - T_0(1 + C_b)}{(1 + C_b)\sqrt{1 + T_0^2}};$$

$$B = A^2 + (l_x C_b - f C_T)^2 - (l_x S_b - f S_T)^2; B_1 = 2AA_1 + \frac{2(l_x C_b - f C_T)^2 S_b}{1 + C_b} - (l_x S_b - f S_T);$$

$$C_1 = 2A_1 + \frac{2\alpha_0'(l_x C_b - f C_T - (l_x S_b - f S_T)T_0)}{\sqrt{1 + T_0^2}} - \frac{2S_b}{(1 + C_b)\sqrt{1 + T_0^2}}$$

$$C = 2A + \frac{2(l_x C_b - f C_T) T_0 + 2(l_x S_b - f S_T)}{\sqrt{1 + T_0^2}}; l_0 = \frac{B}{C}; l_0' = \frac{B_1 C - B C_1}{C^2};$$

$$x_N' = 1 + \frac{l_0' T_0}{\sqrt{1 + T_0^2}} + \frac{l_0 \alpha_0'}{\sqrt{1 + T_0^2}}; y_N' = \frac{S_b}{1 + C_b} + \frac{l_0'}{\sqrt{1 + T_0^2}} + \frac{l_0 \alpha_0' T_0}{\sqrt{1 + T_0^2}},$$

$y_0 = y_1(x_0)$ ;  $y_0' = y_1'(x_0)$ ;  $y_0'' = y_1''(x_0)$  - значения функции  $y_1(x)$ , ее первой и второй производной, соответственно, в точке  $B$  с координатами  $(x_0, y_0)$ .

## 1.2. СИНТЕЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ БИФОКАЛЬНЫХ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СИСТЕМ.

Задача синтеза и оптимизации состоит в нахождении формы зеркал и фокальной кривой, обеспечивающие минимальную величину СКА эйконала на выходе двухзеркальной системы, которую будем определять по формуле:

$$\sigma = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_i - L_0)^2}, \quad (1.17)$$

где  $L_i$  - эйконал луча с номером  $i$ ;  $n$  - количество учтенных лучей,  $D$  - размер апертуры системы;  $L_0$  - эйконал луча, относительно которого СКА имеет минимальное значение (этот луч будем называть опорным).

Зададим исходные параметры системы: расстояние между зеркалами  $b$ , полуразмер начального отрезка  $x_0$ , расстояние  $f$  от конца начального отрезка до фокуса  $F_1$ , расстояние  $p$  от первого зеркала до фокуса  $F_0$  начальной системы, и используем изложенный выше алгоритм синтеза бифокальной системы с начальным отрезком первого зеркала в виде полинома второго  $y(x) = ax^2 + b$  и четвертого  $y(x) = a_4 x^4 + a_2 x^2 + b$  порядка. Один из коэффициентов полинома находим из условия непрерывности второй производной функций, описывающих форму зеркал (1.16). В первом случае, подставляя  $y_0 = ax_0^2 + b$ ;  $y_0' = 2ax_0$ ;  $y_0'' = 2a$  в уравнение (1.16), находим  $a$ . Во втором случае аналогично находим  $a_4$  при заданном значении  $a_2$ , которое в данном случае является дополнительной

степенью свободы для оптимизации. Реализуя описанный выше алгоритм синтеза отрезков зеркал  $m$  раз, находим форму зеркала, которые состоят из  $2m+1$  отрезков.

Проведем анализ СКА двухзеркальной системы, синтезированной для фиксированного значения угла зрения в зависимости от ее параметров. Для вычисления СКА системы по формуле (1.17) необходимо найти эйконалы лучей, для определения которых, в свою очередь, необходимо знать направление фронта и величину эйконала  $L_0$  опорного луча, относительно которого будет рассчитываться СКА. Если источник находится в фокусе, углы выхода всех лучей из системы одинаковы и определяются формулой (1.7). При смещенном положении источника углы выхода лучей будут разные. Найдем  $k$  таких лучей и выберем из них несколько опорных, проходящих вблизи центра двухзеркальной системы. По формуле (1.17) найдем СКА для каждого опорного луча с соответствующим (ортогональным) фронтом (рис.1.3) и выберем из полученных величин СКА минимальное значение. Полученное приближенное значение СКА уточняем, меняя угол выхода опорного луча и находя минимум СКА.

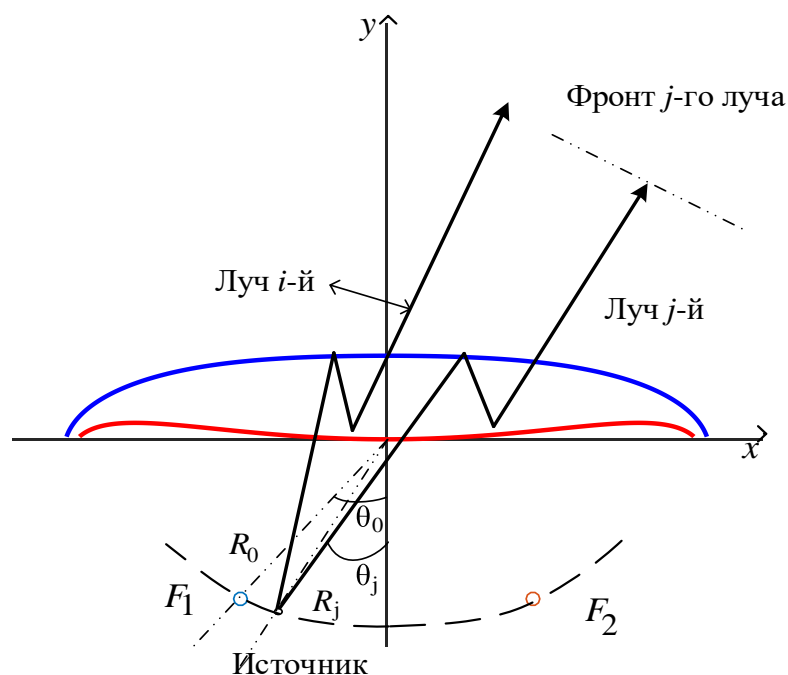


Рис. 1.3. Геометрия лучей в двухзеркальной системе.

Для определения фокальной кривой найдем геометрическое место положений источника (рис.1.3), которые обеспечивают наименьшую величину СКА. Декартовы и полярные координаты источника связаны формулами  $x_{Fj} = -R_j \sin(\theta_j)$ ,  $y_{Fj} = -R_j \cos(\theta_j)$ . Задача состоит в нахождении оптимальной функции  $R_j(\theta_j)$ . Для набора значений угла  $\theta_j$  находим  $R_j$  с использованием стандартной численной процедуры нахождения минимума. Применяя сплайн-интерполяцию, находим функцию  $R_j(\theta_j)$  и таким образом получаем фокальную кривую.

Проведем исследование зависимости величины СКА от параметров бифокальной системы. На рис. 1.4 представлены зависимости СКА от угла зрения системы с разным размером начального участка  $2x_0$  в виде параболы, расстояния между зеркалами  $b$  и разным числом синтезированных отрезков  $m$ . Видно, что величина СКА медленно уменьшается при увеличении  $x_0$ . Это объясняется тем, что только система из начальных участков имеет фокус в точке  $F(0, -f_0)$  на оси  $x$ . Новые синтезированные участки уже не обеспечивают точную фокусировку при положении источника в этой точке, их число при заданной апертуре системы увеличивается при уменьшении  $x_0$  и это, соответственно, приводит к увеличению СКА.

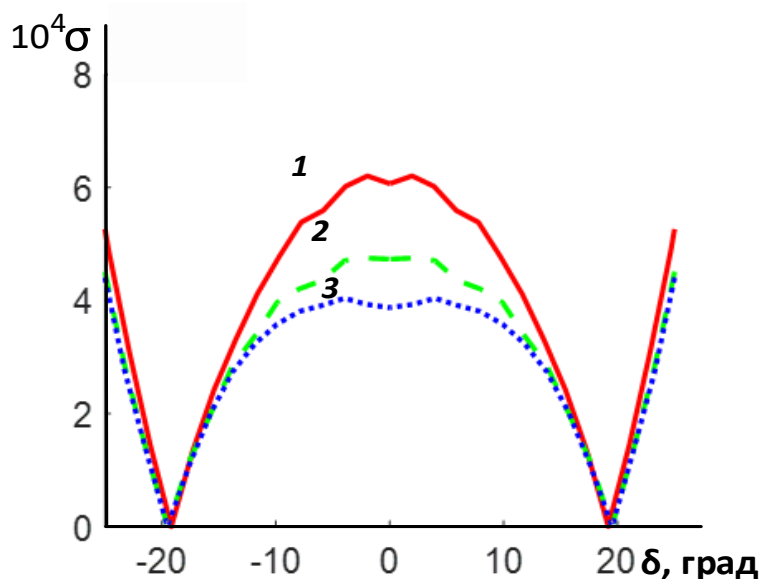
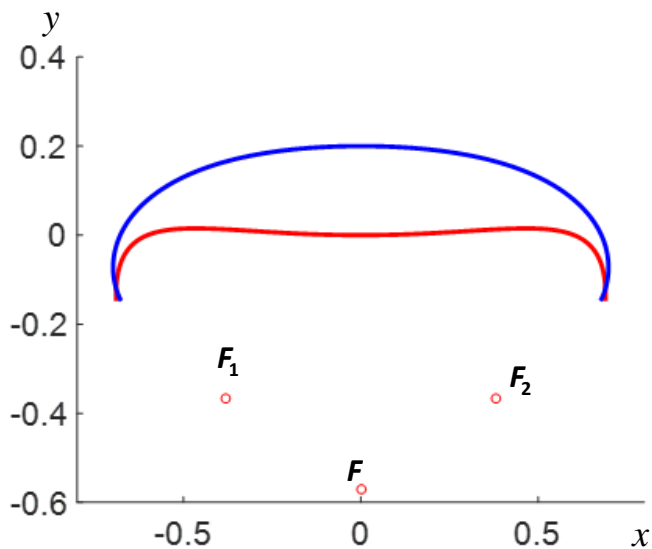
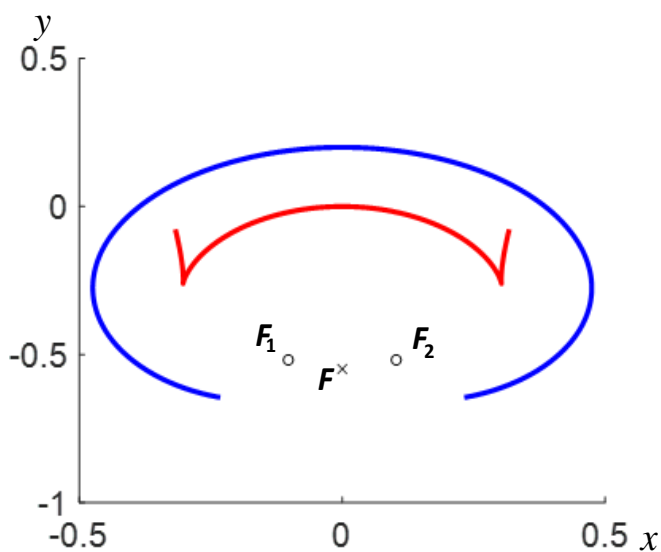


Рис.1.4. Зависимость СКА бифокальной двухзеркальной системы с начальным участком первого зеркала в виде параболы в зависимости от угла

зрения при  $f= 0.6$ ,  $p= 0.7$  и разных значениях  $x_0$  и  $b_1$ : кривая 1 -  $x_0= 0.026$ ,  $b_1 = 0.146$ ; кривая 2-  $x_0= 0.0455$ ,  $b_1 = 0.2495$ , кривая 3 -  $x_0= 0.065$ ,  $b_1 = 0.355$ .



(а)



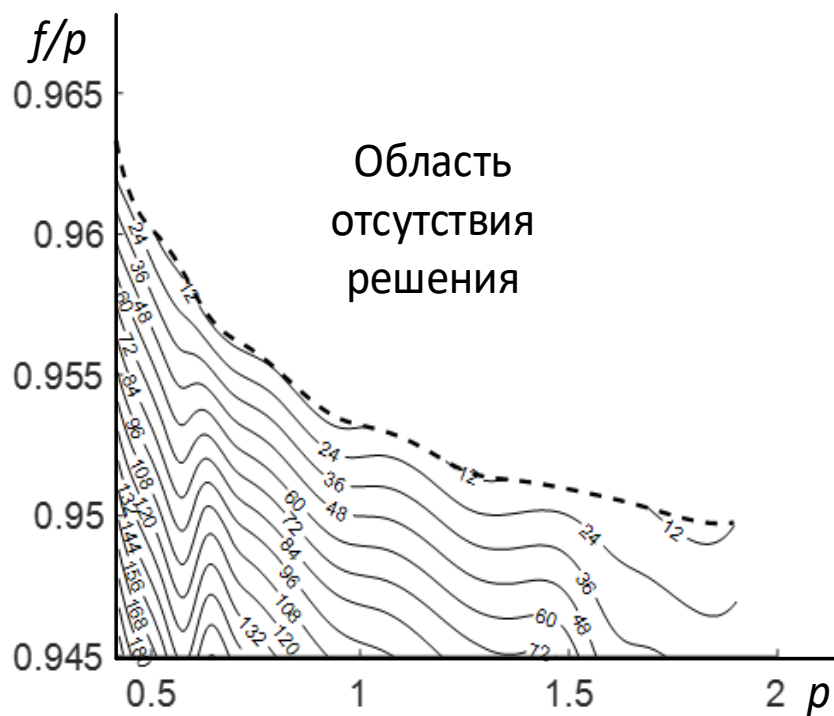
(б)

Рис. 1.5. Геометрия бифокальной двухзеркальной системы с параметрами  $n = 1.6$ ,  $b_1=0.2$ , а)  $x_0 = 0.006$ ,  $f= 0.65$ ,  $p= 0.77$ ; б)  $x_0 = 0.035$ ,  $f= 0.72$ ,  $p= 0.7479$ .

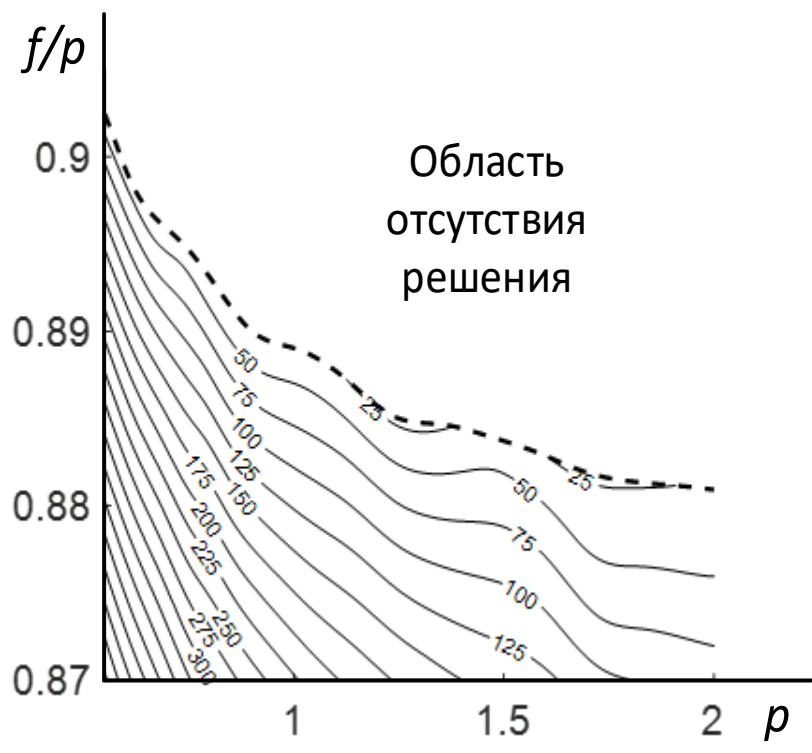
При увеличении числа синтезированных отрезков зеркал их края приближаются друг к другу. В результате зеркала либо пересекаются (рис. 1.5а), либо у них появляются точки возврата (рис.1.5б). Параметры системы, при

которых у зеркала при построении первого нового участка возникают точки возврата или решение задачи синтеза перестает существовать, будем называть критическими.

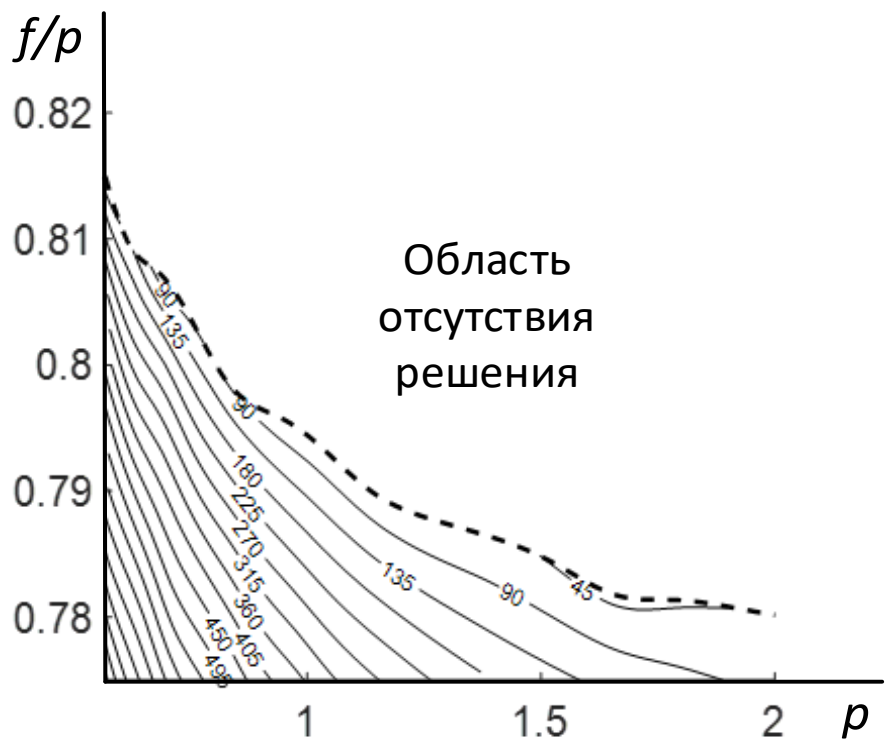
Далее исследуем СКА бифокальной системы в зависимости от параметров  $f$  и  $p = f_0 + b$  для трех наборов фиксированных параметров: расстояния  $b$  между зеркалами и  $x_0$  (отношение  $b/x_0$  определяет угол зрения). Линии уровня СКА для трех наборов фиксированных параметров, соответствующих значениям угла зрения 50, 70 и 105 градусов в зависимости от параметров  $f$  и  $p$ , показаны на рис. 1.6а-рис.6в. На рисунках видны границы областей существования решения, а также уменьшение величины СКА по мере приближения параметров системы к этим границам. При этом линии уровни СКА идут почти параллельно границе.



(a)



(б)



(в)

Рис. 1.6. Линии уровня величины  $10^6\sigma$  бифокальной зеркальной системы в зависимости от параметров  $\rho$  и  $f/p$  при  $b=0.1$  и разных углах зрения: а) угол зрения



50° ( $x_0 = 0.0175$ ), б) угол зрения 70° ( $x_0 = 0.028$ ), в) угол зрения 105° ( $x_0 = 0.042$ ).

На рис. 1.7 кривыми (1) - (3) показаны зависимости СКА от параметра  $p$  системы при движении вдоль границы (при критической величине  $f$ ) для тех же трех наборов фиксированных параметров. На рисунке видно, что зависимость СКА от  $p$  имеет колебательный характер, при этом для больших углов зрения средняя величина СКА при уменьшении  $p$  – уменьшается. Минимальные величины СКА для исследованного интервала ( $p < 2.5$ ) и углов зрения 50, 70 и 105 градусов равны:  $8.0 \times 10^{-6}$ ,  $2.2 \times 10^{-5}$  и  $4.1 \times 10^{-5}$ , соответственно.

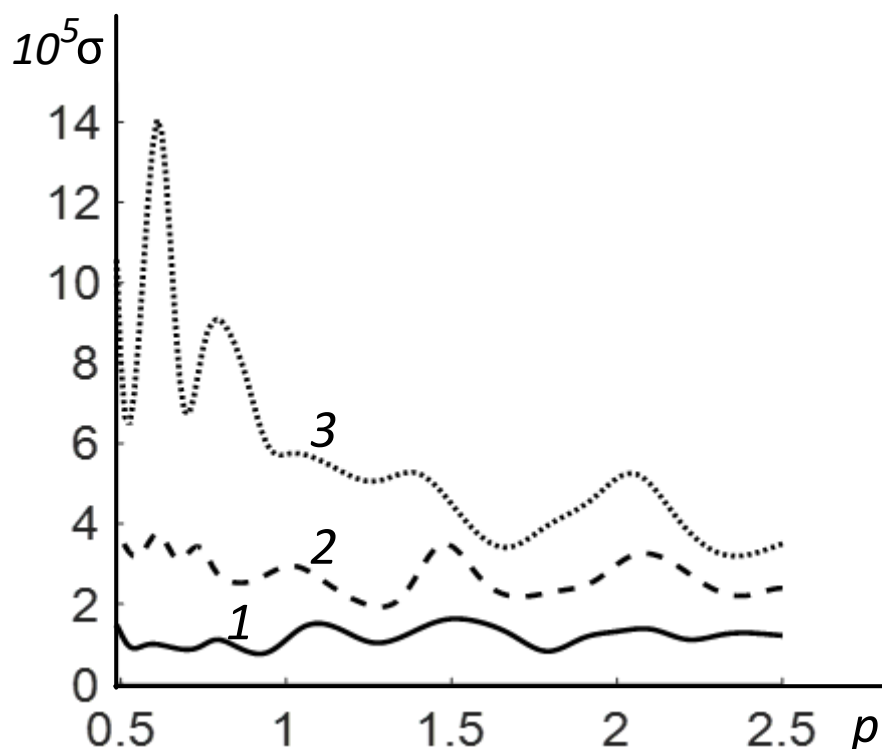
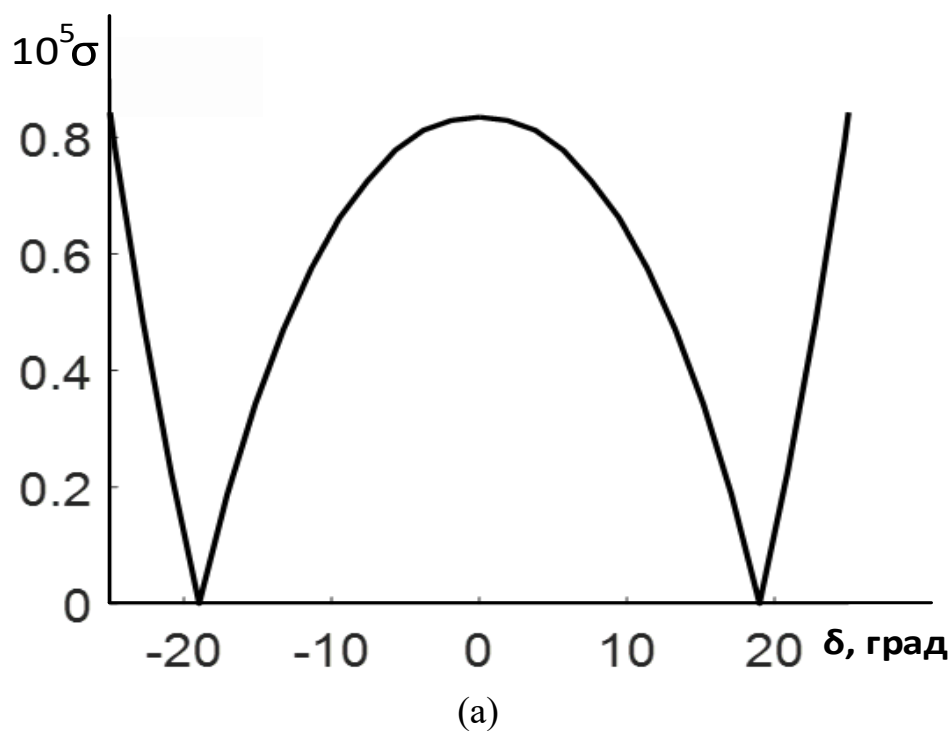
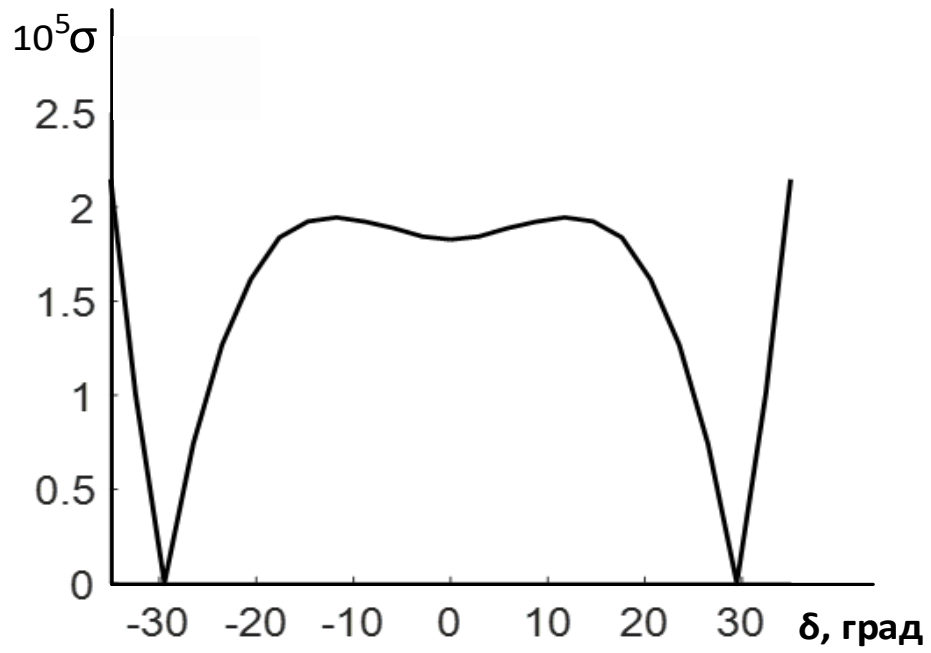


Рис. 1.7. Зависимости СКА бифокальной зеркальной системы для критических значений  $f$  от параметра  $p$  при  $b = 0.1$ : кривая 1- угол зрения 50° ( $x_0 = 0.0175$ ), кривая 2 - угол зрения 70° ( $x_0 = 0.028$ ), кривая 3 - угол зрения 105° ( $x_0 = 0.042$ ).

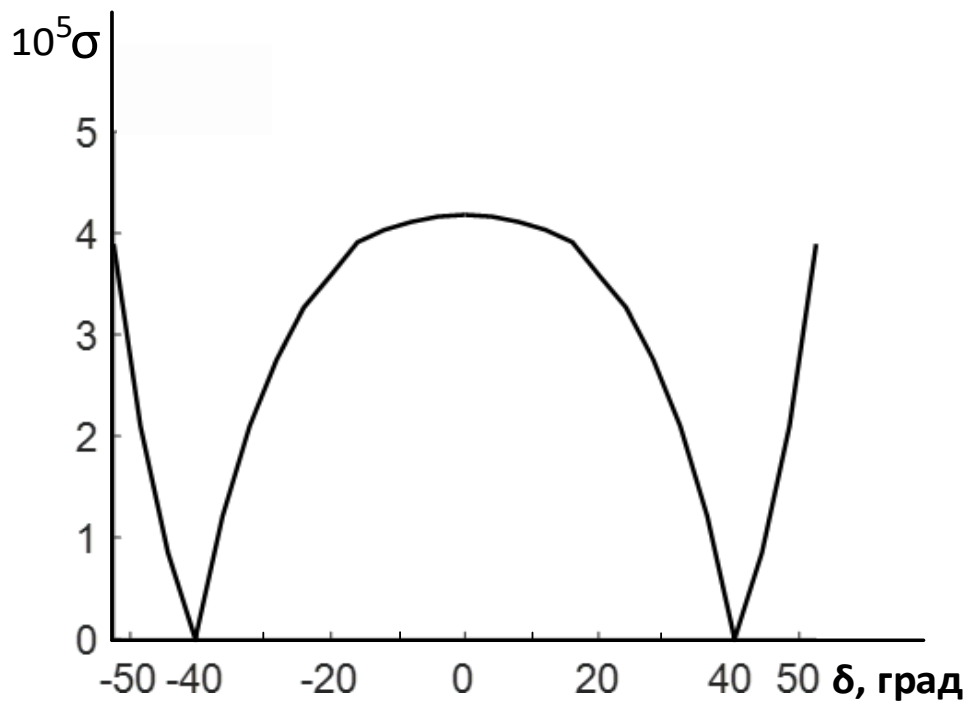
На рис.1.8 приведены зависимости СКА бифокальной двухзеркальной

системы от угла зрения для трех оптимальных наборов параметров, которые соответствуют трем углам зрения (50, 70 и 105 градусов). Как видно на рисунке, при увеличении угла зрения примерно в два раза СКА увеличивается в пять раз. При этом полученные в результате минимальные величины СКА в 60 раз меньше СКА двухзеркальных бифокальных систем, синтезированных в работе [17] и близки к СКА трехфокальных систем [20, 21].





(б)



(в)

Рис. 1.8. Зависимость СКА оптимальной бифокальной двухзеркальной системы от угла зрения: а)  $x_0 = 0.0175, f = 1.695, p = 1.784$ ; б)  $x_0 = 0.028, f = 1.139, p = 1.287$ ; в)  $x_0 = 0.042, f = 1.793, p = 2.306$ .

Величина апертуры  $D$  для разных наборов параметров получается разной. Для анализа полученных результатов удобно считать все величины относительно апертуры системы. Для этого достаточно умножить все геометрические размеры на множитель, равный обратной величине  $D$ . В результате для систем с  $D=1$  и углами зрения 50, 70 и 105 градусов величина  $p$ , соответственно, равна: 1.30, 1.14 и 1.41, а расстояние между зеркалами  $b$  - 0.073, 0.089 и 0.061.

На рис. 1.9 показаны фокальные кривые синтезированных систем с оптимальными параметрами для углов зрения 50, 70 и 105 градусов. Видно, что с увеличением угла зрения в два раза угловой размер фокальной кривой увеличивается также в два раза, при этом фокальный размер меняется немонотонно, а различие между минимальным и максимальным размерами составляет 23%.

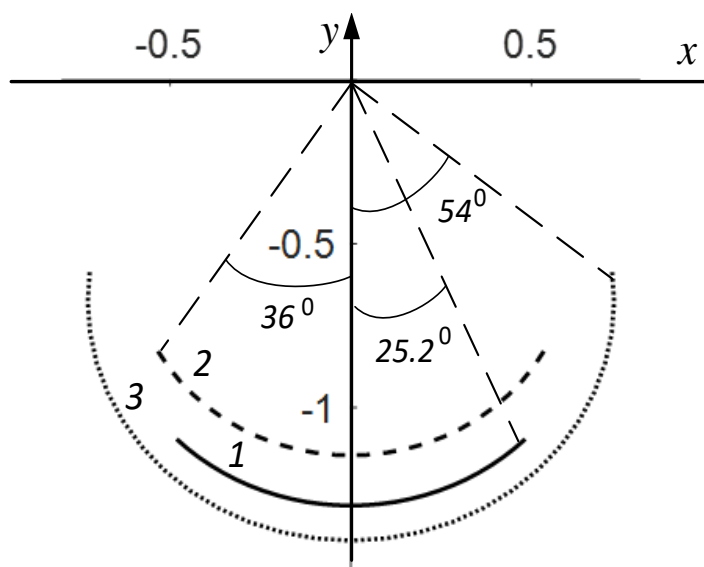


Рис. 1.9. Фокальные кривые синтезированных двухзеркальных систем: кривая 1 -  $x_0=0.0175$  (угол зрения 50°), кривая 2 - угол зрения 70° ( $x_0=0.028$ ), кривая 3- угол зрения 105° ( $x_0=0.042$ ).

Дальнейшее исследование показало, что использование дополнительной степени свободы при задании формы первого участка вспомогательного зеркала в виде полинома четвертого порядка не приводит к дополнительному уменьшению СКА.

## ***Выводы***

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Разработанная методика позволяет синтезировать и оптимизировать двухзеркальные бифокальные цилиндрические системы по минимуму СКА.
2. Синтезированные и оптимизированные в результате разработанной методики бифокальные двухзеркальные системы имеют СКА в десятки раз меньшие, чем известные.
3. Увеличение угла зрения в два раза приводит к увеличению СКА в пять раз, при этом различие между минимальным и максимальным продольным размером составляет 23%.
4. Задание формы начального участка вспомогательного зеркала в виде полинома четвертого порядка вместо полинома второго порядка и использование дополнительной степени свободы не приводит к дополнительному уменьшению СКА.

## ГЛАВА 2. СИНТЕЗ БИФОКАЛЬНЫХ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВЫХ СИСТЕМ.

### 2.1. МЕТОДИКА СИНТЕЗА БИФОКАЛЬНОЙ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.

Рассмотрим задачу синтеза двухслойной зеркально-линзовой бифокальной системы, которая фокусирует поле источника цилиндрической волны, расположенного в любом из двух фокусов ( $F_1, F_2$ ) в первом слое в плоскую волну во втором слое (рис.2.1). Система содержит цилиндрическую диэлектрическую линзу и зеркало, поверхность которого совпадает со второй поверхностью линзы. Первый и второй слои связаны через щель, форма которой совпадает с формой зеркала (металлизированной второй поверхностью линзы). Предположим, что задан коэффициент преломления линзы  $n$ , а форма первой поверхности линзы (далее - поверхность линзы) и зеркала описываются четными функциями  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ , соответственно. При этом поверхности линзы и зеркала симметричны относительно оси  $Y$  и пересекают ее в точках с декартовыми координатами  $(0,b)$  и  $(0,0)$  соответственно (рис.2.1). Задача синтеза заключается в нахождении этих функций.

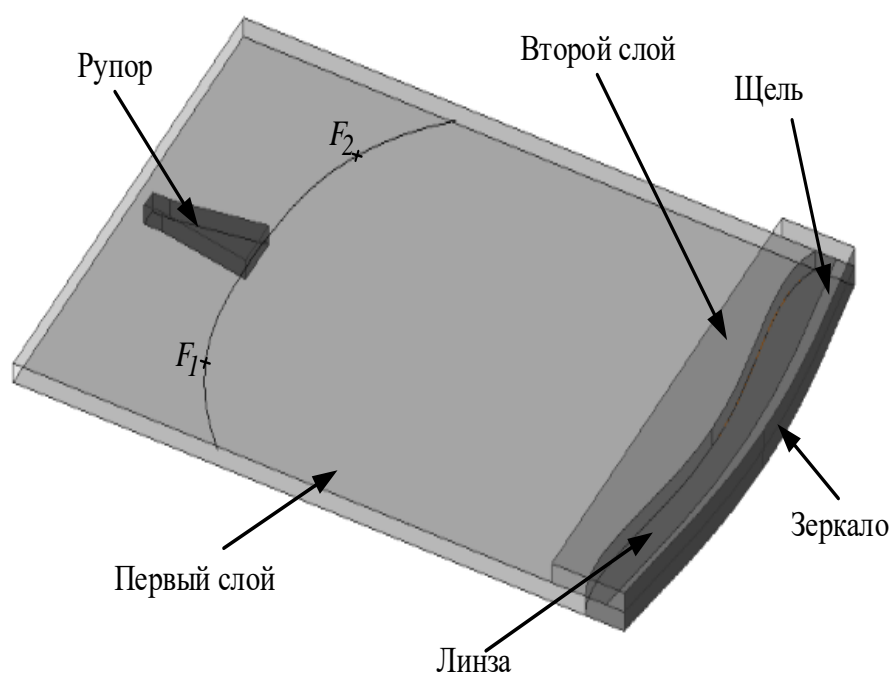


Рис. 2.1. Конструкция двухслойной зеркально-линзовой бифокальной системы.

Для решения задачи применим, как и в работе [22], методику последовательного нахождения участков поверхности линзы и зеркала. Предложим, что форма начального участка поверхности линзы (между точками  $A$  и  $B$ ) известна, т.е. функция  $y_1(x) = y_{10}(x)$  на интервале  $[-x_0, x_0]$ , где  $y_{10}(x)$  - известная функция.

Осевой (идет вдоль оси  $Y$ ) луч, выходящий из точки  $F_0$  с декартовыми координатами  $(0, b+f_0)$  не преломляется линзой. Эйконал этого луча от точки  $F_0$  до плоского фронта  $(y=b+f_0)$  определяется формулой  $L_0=2f_0+(n+1)b$ , где  $f_0$ - расстояние от точки  $F_0$  до поверхности линзы.

Рассмотрим другой луч, выходящий из фокуса  $F_0$  и падающий на поверхность линзы в точке  $P$  с координатами  $(x_P, y_P)$ . Луч преломляется линзой, падает на зеркало в точке  $Q$  с координатами  $(x_Q, y_Q)$  и отражается от него. Эйконал этого луча определяется формулой:

$$L = \sqrt{x_P^2 + (f_0 + b - y_P)^2} + n l_{PQ} + f_0 + b - y_P - l_{PQ} \frac{\sqrt{(n^2 + S_{FP}^2 - S_{FP} y_P')}}{n \sqrt{(1 + y_P'^2)}}, \quad (2.1)$$

где  $y_P' = \left. \frac{dy_1}{dx} \right|_{x=x_P}$ ;  $S_{FP} = \frac{x_P - y_P'(b + f_0 - y_P)}{\sqrt{(x_P - y_P'(b + f_0 - y_P))^2 + (x_P y_P' + b + f_0 - y_P)^2}}$ ;

$l_{PQ}$  - расстояние от точки  $P$  до точки  $Q$  (рис.2.2).

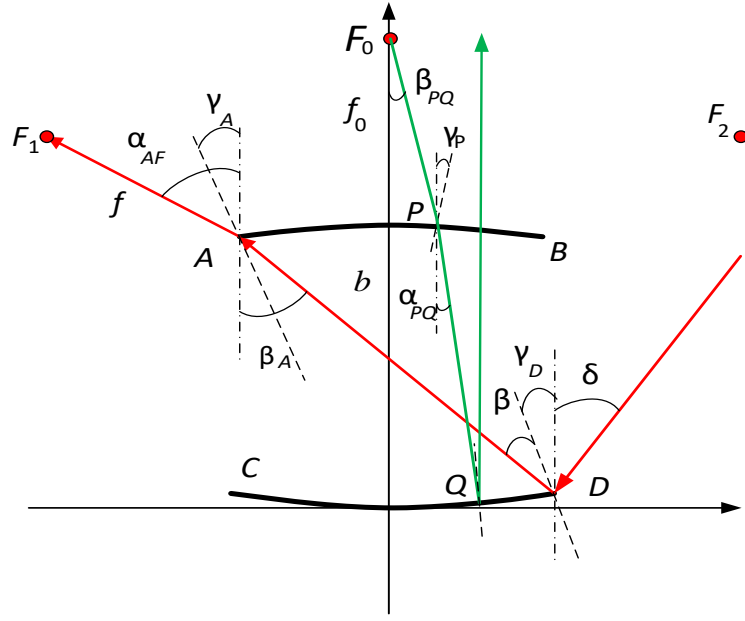


Рис. 2.2. Начальные участки поверхности зеркала и линзы.

Потребуем, чтобы все лучи, выходящие из точки  $F_0$ , после преломления линзой и отражения от зеркала были параллельны оси  $Y$ . Для этого необходимо равенство эйконалов всех лучей от источника до фронта. Приравняем эйконал произвольного луча эйконалу осевого луча:

$$\sqrt{x_P^2 + (f_0 + b - y_P)^2} + nl_{PQ} + f_0 + b - y_P - l_{PQ} \frac{\sqrt{(n^2 + S_{FP}^2 - S_{FP}y_P')}}{n\sqrt{(1 + y_P'^2)}} = 2f_0 + (1+n)b. \quad (2.2)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$l_{PQ} = n\sqrt{(1 + y_P'^2)} \frac{f_0 + nb + y_P - \sqrt{x_P^2 + (f_0 + b - y_P)^2}}{(n^2\sqrt{(1 + y_P'^2)} + \sqrt{(n^2 + S_{FP}^2 - S_{FP}y_P')})}. \quad (2.3)$$

Координаты точки  $Q$  определяются формулой:

$$\begin{aligned} x_Q &= x_P + \frac{f_0 + nb + y_P - \sqrt{x_P^2 + (f_0 + b - y_P)^2}}{(n^2\sqrt{(1 + y_P'^2)} + \sqrt{(n^2 + S_{FP}^2 - S_{FP}y_P')})} (y_P' \sqrt{(n^2 + S_{FP}^2 + S_{FP})}), \\ y_Q &= y_P + \frac{f_0 + nb + y_P - \sqrt{x_P^2 + (f_0 + b - y_P)^2}}{(n^2\sqrt{(1 + y_P'^2)} + \sqrt{(n^2 + S_{FP}^2 - S_{FP}y_P')})} (\sqrt{(n^2 + S_{FP}^2 - S_{FP}y_P')}). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Множество точек  $Q$  образует начальный участок зеркала.



Первая производная функции  $y_2(x)=y_Q(x_Q)$ , описывающей поверхность начального участка зеркала, определяется формулой:

$$y'_Q(x_Q) = \frac{n \sin(\alpha_{PQ})}{1 + n \cos(\alpha_{PQ})} = \frac{y'_P \sqrt{n^2 + S_{FP}^2} + S_{FP}}{\sqrt{(1 + y_P'^2) + \sqrt{n^2 + S_{FP}^2} - S_{FP} y'_P}} \quad (2.5)$$

Для реализации непрерывности функций, описывающих форму поверхности зеркала и линзы и их производных на стыках ( $A$ ,  $D$ ) начальных участков с соседними, необходимо, чтобы луч плоской волны, падающей на зеркало под углом  $\delta$  к оси  $y$ , после отражения в точке  $D$  попадал в точку  $A$ , а после преломления в точке  $A$  - в фокус  $F_1$ . Из геометрии на рис. 2.2 нетрудно найти координаты этого фокуса, а также фокуса  $F_2$ , учитывая, что он симметричен фокусу  $F_1$  относительно оси:

$$\begin{aligned} x_{F_1} &= -x_0 - f \frac{nS_{AD} - y'_0 \sqrt{1 - n^2 S_{AD}^2}}{\sqrt{(1 + y_0'^2)}}; x_{F_2} = -x_{F_1}; \\ y_{F_1} &= y_0 - f \frac{nS_{AD} y'_0 + \sqrt{1 - n^2 S_{AD}^2}}{\sqrt{(1 + y_0'^2)}}; y_{F_2} = y_{F_1}; \end{aligned} \quad (2.6)$$

где

$$S_{AD} = \frac{(x_D - x_A) + y'_A (y_D - y_A)}{\sqrt{((x_D - x_A) + y'_A (y_D - y_A))^2 + ((x_D - x_A) y'_A - (y_D - y_A))^2}};$$

$y_0 = y_{I0}(-x_0)$ ;  $y'_A = dy_1/dx | x = x_A$ , а  $f$ - расстояние от края начального участка линзы до фокуса.

Рассмотрим луч, который выходит из фокуса  $F_1$ , падает на линзу в точке  $A$ , преломляется, падает в точку  $D$ , отражается от зеркала и выходит под углом  $\delta$  к оси  $Y$ . Этот угол определяется формулой

$$\delta = \arcsin\left(\frac{n((x_D - x_A) - y'_D (y_D - y_A))}{\sqrt{((x_D - x_A) - y'_D (y_D - y_A))^2 + ((x_D - x_A) y'_D + (y_D - y_A))^2}}\right) + \arctg(y'_D), \quad (2.7)$$

где  $y'_D = dy_2/dx | x = x_D$ .

Для определения нового участка зеркала предположим, что луч из фокуса

$F_1$  падает на начальный участок линзы в точке  $M$  с координатами  $(x_M, y_M)$ ,  $(-x_0 \leq x_M \leq x_0)$ , преломляется, падает на зеркало в точке  $N$  с координатами  $(x_N, y_N)$  и отражается под углом  $\delta$  к оси  $Y$  (рис. 2.3). Отсюда для угла между осью  $Y$  и падающим из точки  $F_1$  в точку  $M$  лучом получаем  $\beta_M = \arctg((x_M - x_{F1}) / (y_{F1} - y_M))$ . Угол между осью  $Y$  и лучом, проходящим через линзу от точки  $M$  до точки  $N$ , определяется формулой:

$$\alpha_{MN} = \arcsin\left(\frac{(x_M - x_{F1}) - y'_M(y_M - y_F)}{n\sqrt{((x_M - x_{F1}) - y'_M(y_M - y_F))^2 + ((x_M - x_{F1})y'_M + (y_M - y_F))^2}}\right) + \arctg(-y'_M), \quad (2.8)$$

где  $y'_M = dy_1/dx | x = x_M$ .

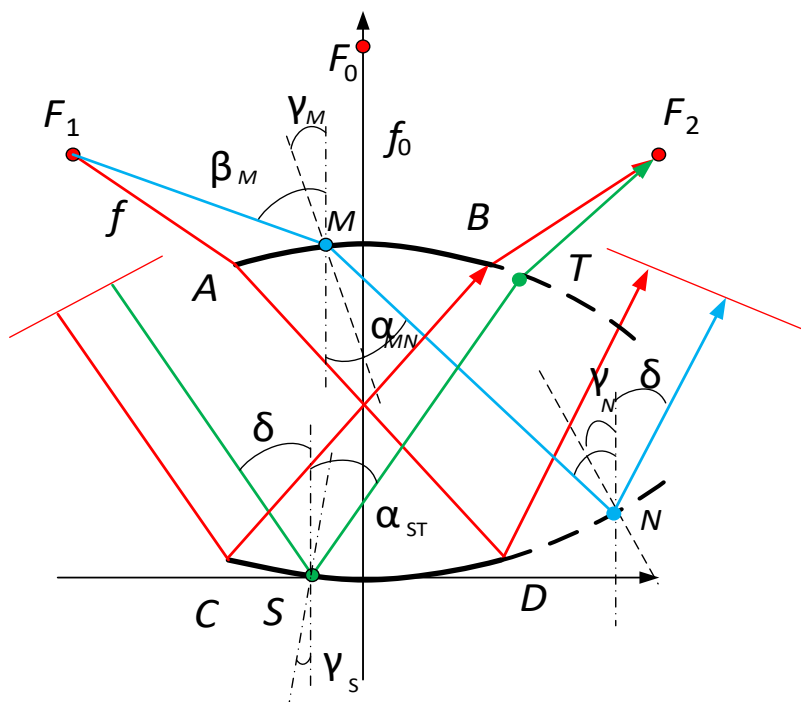


Рис. 2.3.К определению нового участка поверхности зеркала и линзы.

Из условия равенства эйконалов всех лучей, которые выходят из фокуса, после преломления линзой и отражения от зеркала, получаем уравнение:

$$\sqrt{(x_M - x_{F1})^2 + (y_M - y_{F1})^2} + n l_{MN} - x_N \sin(\delta) - y_N \cos(\delta) = f + n \cdot l_0 - x_D \sin(\delta) - y_D \cos(\delta), \quad (2.9)$$

где  $l_0 = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$ ;  $l_{MN}$  – расстояние от точки  $M$  до точки  $N$ ,  $\delta$  – угол между выходящими лучами и осью  $Y$ .

Решение уравнения (2.9) имеет вид:

$$l_{MN} = \frac{f - \sqrt{(x_M - x_{F1})^2 + (y_M - y_{F1})^2} + nl_0 + (x_M - x_A) \sin(\delta) + (y_M - y_A) \cos(\delta)}{n - \sin(\alpha_{MN}) \sin(\delta) + \cos(\alpha_{MN}) \cos(\delta)}. \quad (2.10)$$

Зная длину  $l_{MN}$  и угол  $\alpha_{MN}$ , можно определить координаты точки  $N$  по формулам:

$$\begin{aligned} x_N &= x_M + l_{MN} \sin(\alpha_{MN}), \\ y_N &= y_M - l_{MN} \cos(\alpha_{MN}) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Множество точек  $N$  образует новый участок зеркала. При этом функция  $y_2(x)$  и ее первая производная непрерывны в точке  $D$  стыка начального участка зеркала с новым (соседним) участком.

Из законов преломления и отражения в точке  $N$  получаем:

$$y_N'(x_N) = \frac{n \sin(\alpha_{MN}) - \sin(\delta)}{n \cos(\alpha_{MN}) + \cos(\delta)}. \quad (2.12)$$

Для определения нового участка линзы рассмотрим падение плоской волны на начальный участок зеркала. Пусть один из лучей падает на зеркало в точке  $S$  с координатами  $(x_S, y_S)$  под углом  $\delta$  к оси  $Y$ . Этот луч отражается от зеркала, проходит через линзу, после преломления выходит из точки  $T$  с координатами  $(x_T, y_T)$  и проходит через фокус  $F_2$  (рис. 2.2). Угол между осью  $Y$  и отрезком  $ST$  определяется формулой

$$\alpha_{ST} = \arcsin\left(\frac{W(1 + y_D' y_S') + (y_D' - y_S') \sqrt{1 - W^2}}{\sqrt{(y_D' - y_S')^2 + (1 + y_D' y_S')^2}}\right) - \arctg(y_S'), \quad (2.13)$$

где  $y_S' = dy_2/dx | x = x_S$ ;

$$W = \frac{((x_D - x_A) - y_D'(y_D - y_A))}{\sqrt{((x_D - x_A) - y_D'(y_D - y_A))^2 + ((x_D - x_A)y_D' + (y_D - y_A))^2}}.$$

Из условия равенства эйконалов лучей получаем уравнение:

$$d_{SC} + nl_{ST} + \sqrt{(x_S + l_{ST} \sin(\alpha_{ST}) - x_{F2})^2 + (y_S + l_{ST} \cos(\alpha_{ST}) - y_{F2})^2} = nl_0 + f, \quad (2.14)$$

где  $d_{SC} = (x_S - x_C) \sin(\delta) - (y_S - y_C) \cos(\delta)$ .

Решение уравнения (2.14) имеет вид:

$$l_{PQ} = \frac{-B - \sqrt{B^2 - A \cdot C}}{A}, \quad (2.15)$$

где  $A = n^2 - 1$ ;  $B = (x_{F2} - x_S) \sin(\alpha_{ST}) + (y_{F2} - y_S) \cos(\alpha_{ST}) + n(d_{SC} - f - l_0)$ ;

$$C = (d_{SC} - f - l_0)^2 + (x_S - x_{F2})^2 - (y_S - y_{F2})^2.$$

Координаты точки  $T$  нового отрезка линзы рассчитываются по формулам:

$$\begin{aligned} x_T &= x_S + l_{ST} \sin(\alpha_{ST}), \\ y_T &= y_S + l_{ST} \cos(\alpha_{ST}). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Из закона преломления находим первую производную функции, описывающую новый участок линзы:

$$y'_T(x_T) = \frac{\sin(\beta_T) - n \sin(\alpha_{ST})}{\cos(\beta_T) - n \cos(\alpha_{ST})}, \quad (2.17)$$

где  $\beta_T = \arctg((x_{F2} - x_T) / (y_{F2} - y_T))$ .

Множество точек  $T$  образует новый участок линзы. При этом функция  $y_1(x)$  и ее первая производная также непрерывны на стыке начального участка зеркала с новым (соседним) участком в точке  $B$ .

Непрерывность функций, описывающих поверхности линзы и зеркала и их первых производных, обеспечивает непрерывность фазового распределения поля на выходе системы в приближении геометрической оптики. Для обеспечения непрерывности амплитудного распределения необходимо, чтобы вторые производные функций, описывающих поверхности линзы и зеркала в местах стыков соседних участков также были непрерывными. Для этого необходимо и достаточно удовлетворить этому условию для точек стыков с начальным участком зеркала. Непрерывность вторых производных в остальных точках поверхности линзы и зеркала обеспечивается автоматически.

Вторую производную функций  $y_Q(x_Q)$ ,  $y_N(x_N)$ , описывающих начальный и второй участок поверхности зеркала, можно получить дифференцированием (2.5) и (2.12) по  $x_P$  и  $x_M$ , соответственно. При совпадении точек  $Q$  и  $D$ ,  $D$  и  $N$  заменим  $x_P$  на  $-x_0$ , а  $x_M$  на  $x_0$ . В результате, получим уравнение, решение которого

обеспечивает непрерывность вторых производных функции  $y_1(x)$ :

$$\frac{\alpha'_M(qS_l - n\sqrt{q^2+1} - C_l)v_0^2(q^2+1)}{(n+C_l+\sqrt{q^2+1})^2(v_0^2\sqrt{q^2+1}+(u_0v_0-u_0v_0')q+\alpha'_M)} + \frac{\alpha'_G(n+C_p)}{(n+C_p+1)^2(1+lC_p+lC_p\alpha'_G)} = 0, \quad (2.18)$$

$$\text{где } u_0' = S_l - S_e - y_0'(C_l + C_e); u_0 = n\sqrt{(2x_0 + lS_p)^2 + (lC_p)^2} + (2x_0 + lS_p)S_l + lC_pC_l;$$

$$v_0 = n - ((2x_0 + lS_p)S_l + lC_pC_l) / (lC_p\sqrt{q^2+1}); v_0' = -\alpha'_M(qC_l + S_l) / \sqrt{q^2+1};$$

$$\alpha'_M = \frac{y_0''}{1+y_0'^2} + \frac{(C_e - S_e y_0')(\beta'_M(1+y_0'^2) + y_0'')}{(1+y_0'^2)\sqrt{n^2(1+y_0'^2) - (S_e + C_e y_0')}}; \quad \beta'_M = \frac{C_e - y_0'S_e}{f(C_e^2 - S_e^2)};$$

$$S_e = \frac{nS_b - y_0'\sqrt{1-n^2S_b^2}}{\sqrt{(1+y_0'^2)}}; \quad C_e = \frac{nS_b y_0' + \sqrt{1-n^2S_b^2}}{\sqrt{(1+y_0'^2)}}; \quad S_b = \frac{2x_0 + l(y_0'C_p + S_p)}{\sqrt{(1+y_0'^2)}};$$

$$q = \frac{2x_0 + lS_p}{lC_p}; \quad S_l = \frac{nS_r(nC_p + 1) - nS_p\sqrt{1-n^2S_r^2}}{\sqrt{n^2S_r^2 + (nC_p + 1)^2}}; \quad C_l = \frac{n^2S_rS_p + (nC_p + 1)\sqrt{1-n^2S_r^2}}{\sqrt{n^2S_r^2 + (nC_p + 1)^2}};$$

$$h = \frac{nS_p}{nC_p + 1}; \quad S_r = \frac{q - h}{\sqrt{(q-h)^2 + (1+qh)^2}}; \quad l = \frac{f_0 + y_0 + nb - \sqrt{x_0^2 + (b + f_0 - y_0)^2}}{n + C_p};$$

$$l' = \frac{(y_0' - F_p + lS_p\alpha'_G)}{n + C_p}; \quad F_p = \frac{x_0 - y_0'(b + f_0 - y_0)}{\sqrt{x_0^2 + (b + f_0 - y_0)^2}}; \quad \alpha'_G = \frac{y_0''}{1+y_0'^2} + \frac{C_x}{\sqrt{n^2 - S_x^2}}(\beta'_P - \frac{y_0''}{1+y_0'^2});$$

$$C_x = \frac{b + f_0 - y_0 + x_0 y_0'}{\sqrt{(x_0 - (b + f_0 - y_0)y_0')^2 + (b + f_0 - y_0 + x_0 y_0')^2}}; \quad S_x = \frac{x_0 - (b + f_0 - y_0)y_0'}{\sqrt{(x_0 - (b + f_0 - y_0)y_0')^2 + (b + f_0 - y_0 + x_0 y_0')^2}};$$

$$C_p = \frac{\sqrt{n^2 + S_t^2} - S_t y_0'}{n\sqrt{(1+y_0'^2)}}; \quad S_p = \frac{y_0'\sqrt{n^2 + S_t^2} + S_t}{n\sqrt{(1+y_0'^2)}}; \quad S_t = \frac{x_0 - y_0'(b + f_0 - y_0)}{\sqrt{(x_0 - y_0'(b + f_0 - y_0))^2 + (x_0 y_0' + b + f_0 - y_0)^2}};$$

$$\beta'_P = \frac{x_0 y_0' + b + f_0 - y_0}{\sqrt{x_0^2 + (b + f_0 - y_0)^2}};$$

$y_0, y_0', y_0''$ -значения, соответственно, функции  $y_1(x)$ , ее первой и второй производной в точке  $B$  с координатами  $(x_0, y_0)$ .

## 2.2. СИНТЕЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ БИФОКАЛЬНЫХ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СИСТЕМ.

Для синтеза зеркально-линзовой бифокальной системы зададим исходные параметры: расстояние  $b$  (толщина линзы) между центральными точками на поверхности линзы и зеркала, полуразмер  $x_0$  начального отрезка поверхности линзы, расстояние  $f$  от конца начального отрезка поверхности линзы до фокуса  $F_1$ , расстояние  $f_0$  от центральной точки поверхности линзы до фокуса начальной системы  $F_0$ . Будем синтезировать бифокальную систему с начальным отрезком зеркала в виде полинома второго порядка:  $y_{10}(x)=ax^2+b$ .

Подставляя  $y_0=ax_0^2+b$ ,  $y_0'=2ax_0$ ,  $y_0''=2a$  в уравнение (2.18) и решая его с использованием стандартной численной процедуры, находим параметр  $a$ . Реализуя описанный выше алгоритм синтеза новых отрезков  $m$  раз, находим форму поверхности линзы и зеркала, которые имеют непрерывные первые и вторые производные.

Задача оптимизации состоит в нахождении геометрических параметров системы, а также формы фокальной кривой, обеспечивающих минимальную СКА эйконала на выходе ДОС, которую будем определять по формуле:

$$\sigma = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (L_i - L_0)^2}, \quad (2.19)$$

где  $L_i$ - эйконал луча с номером  $i$ ;  $k$ - количество учтенных лучей,  $D$ -размер апертуры системы;  $L_0$ - эйконал луча, относительно которого СКА имеет минимальное значение (далее – опорный луч).

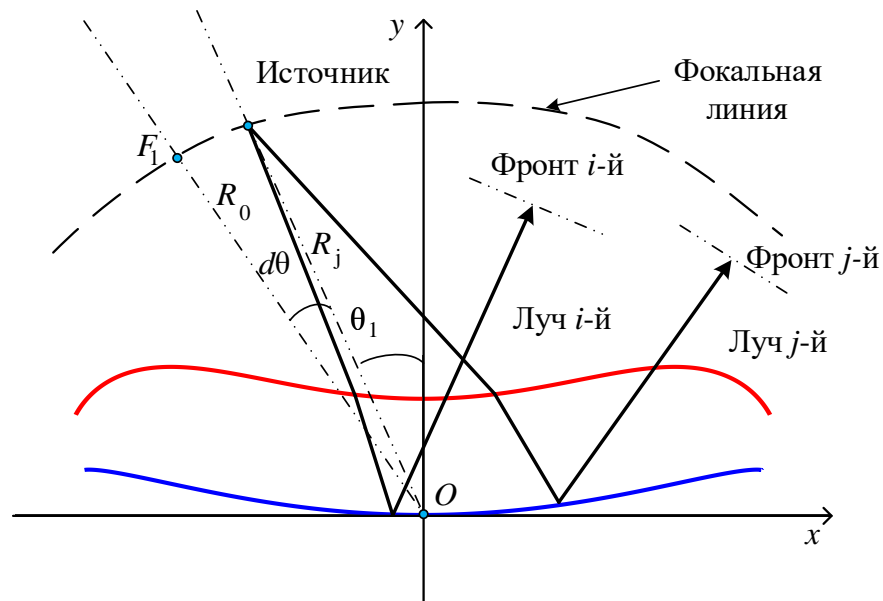


Рис. 2.4. К определению фокальной кривой и СКА системы.

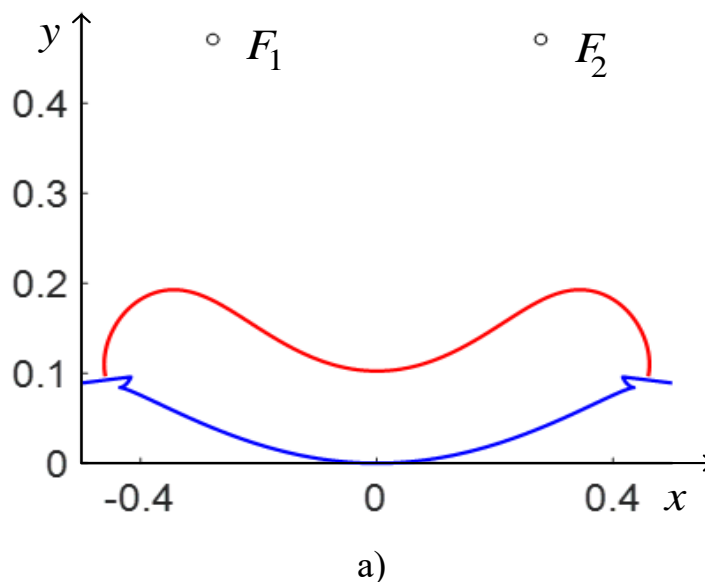
Для вычисления СКА системы по формуле (12.9) необходимо найти направление фронта и величину эйконала  $L_0$  опорного луча, а также отличие эйконалов всех остальных лучей от эйконала этого луча. Если источник находится в фокусе, углы выхода всех лучей одинаковые и определяются формулой (2.7). При смещении положения источника углы выхода лучей будут разные. Для каждого положения источника найдем  $k$  лучей, которые выходят из источника, преломляются линзой и отражаются от зеркала. Далее выбирая каждый из этих лучей в качестве опорного по формуле (2.19) найдем СКА относительно каждого из опорных лучей с соответствующим (ортогональным) фронтом (рис. 2.4). Выберем из полученных величин СКА минимальное значение и определим соответствующее направление излучения. Полученное приближенное значение СКА можно уточнить, меняя угол выхода опорного луча вблизи найденного значения и определяя минимум СКА.

Для определения фокальной кривой найдем геометрическое место положений источника (рис.2.4), которые обеспечивают наименьшую величину СКА. Декартовые и полярные координаты источника связаны формулами  $x_{Fj} = R_j \sin(\theta_j)$ ,  $y_{Fj} = R_j \cos(\theta_j)$ . Задача состоит в нахождении оптимальной функции  $R(\theta)$ . Для угла  $\theta_j$ , соответствующего положению точного фокуса, эта

величина  $R_0 = \sqrt{x_{F1}^2 + y_{F1}^2}$  известна. Далее, уменьшая угол  $\theta_j$  на некоторое малое значение  $\xi$ , находим в окрестности  $R_0$  значение  $R_{j+1}(\theta_0 - \xi)$  с использованием стандартной процедуры нахождения минимума. Применяя описанный алгоритм многократно, находим значения  $R_j(\theta_j)$  для дискретного набора точек. Далее повторяем процедуру в сторону увеличения  $\theta_j$  до необходимой величины, которая определяется углом зрения системы. Используя сплайн-интерполяцию определяем искомую функцию  $R(\theta)$ .

При решении задачи синтеза бифокальной зеркально-линзовой системы было замечено, что описанный выше алгоритм позволяет получить аналитическое решение не для всех наборов исходных параметров. Решение перестает существовать в двух случаях: в первом - алгоритм перестает работать из-за того, что уравнение (2.18) не имеет действительного корня, а во втором, когда в процессе синтеза у зеркала появляется точка возврата (рис.2.5а). В последнем случае бифокальной системы зависимость СКА от угла зрения имеет вид, соответствующий трехфокальной системе (рис.2.5б).

Набор параметров, при котором алгоритм перестает работать, будем называть критическим. При увеличении числа синтезированных отрезков зеркала всегда появляются точки возврата, которые и определяют предельный размер апертуры системы.





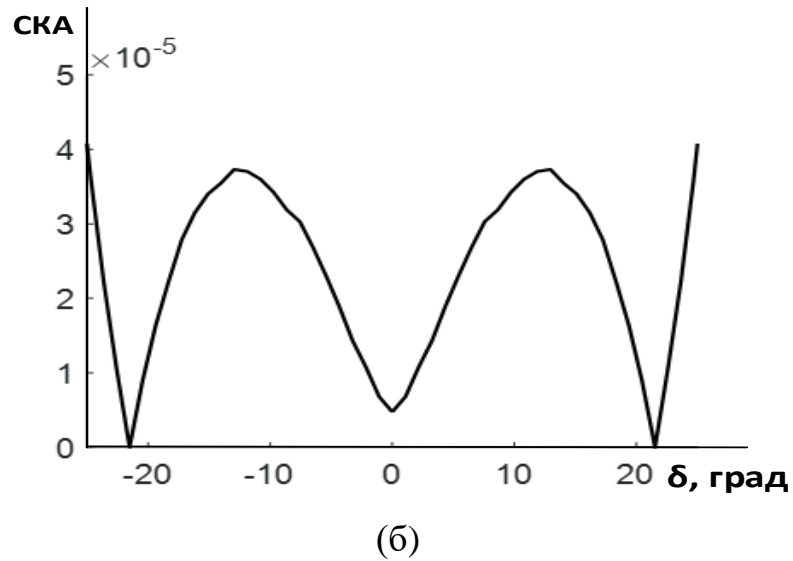
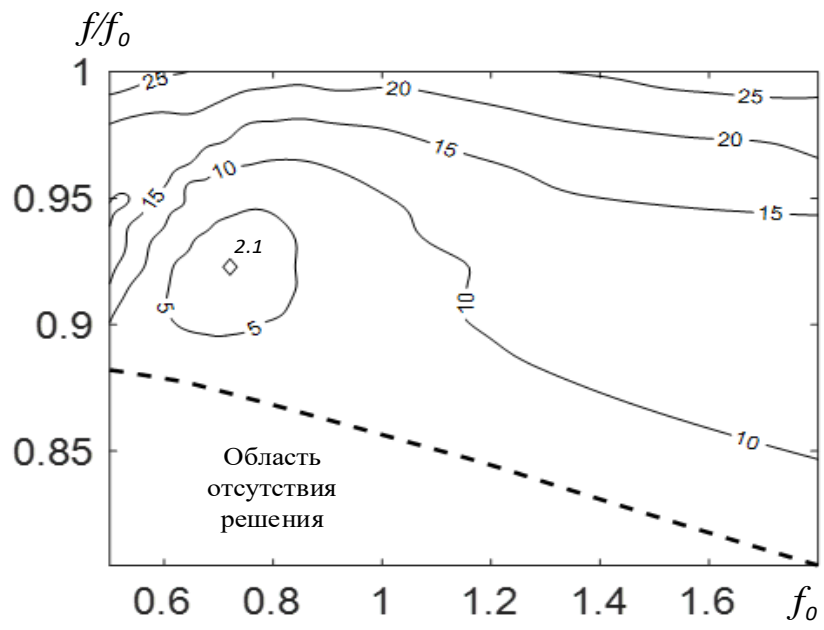


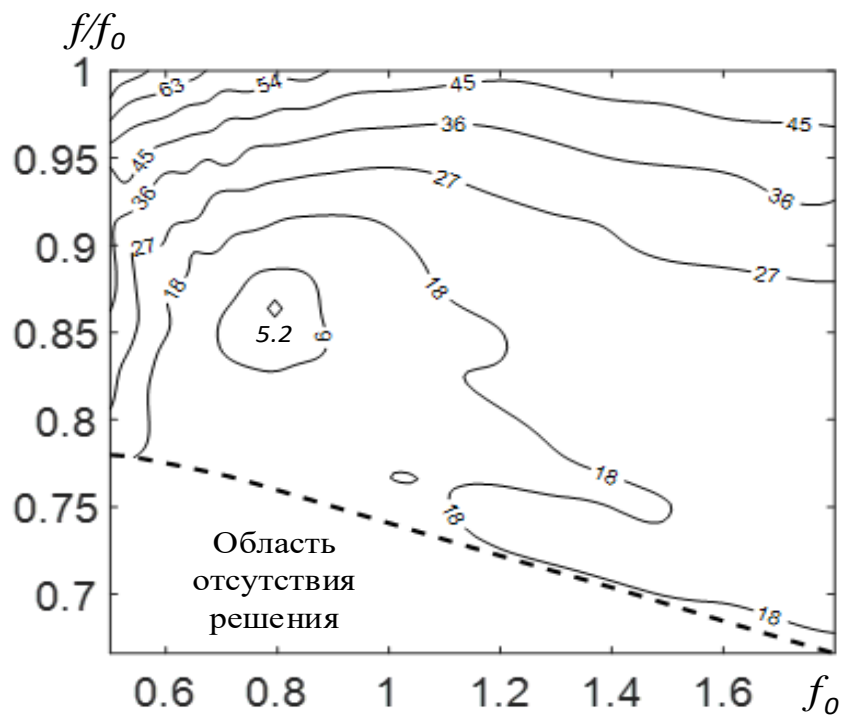
Рис. 2.5. Бифокальная зеркально-линзовая система с параметрами  $n=1.5$ ,  $f=0.6201$ ,  $f_0=0.683$ ,  $x_0=0.01295$ ,  $b=0.1024$ , а) геометрия системы, б) зависимость СКА от угла зрения.)

Будем оптимизировать систему с фиксированным углом зрения, толщиной линзы  $b=0.102$  и коэффициентом преломления  $n=1.5$ . Угол зрения определяется отношением  $x_0/b$ , поэтому будем фиксировать параметр  $x_0$ . В результате параметрами оптимизации являются: расстояние  $f$  от края начального участка линзы до фокуса  $F_1$  и расстояние  $f_0$  от фокуса начальной системы  $F_0$  до поверхности линзы. Проведем исследование величины СКА от этих двух параметров.

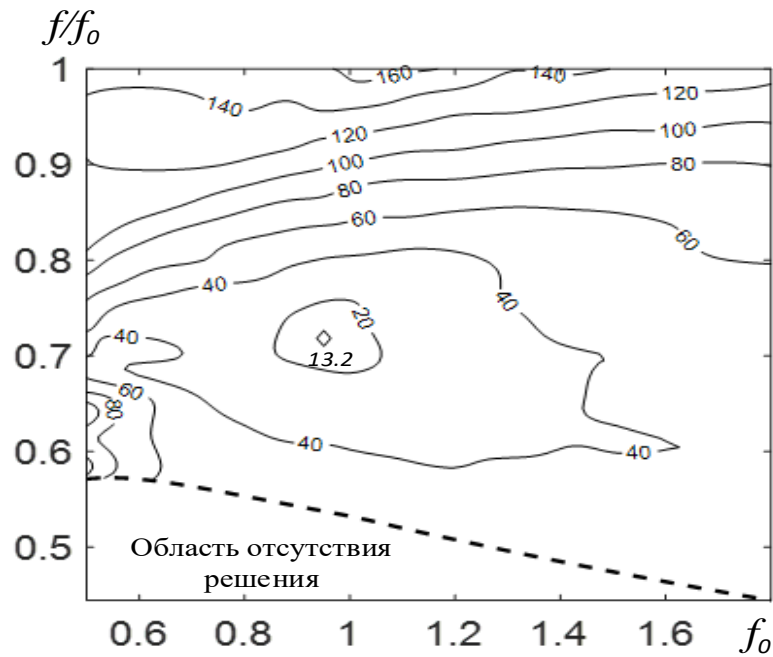
Линии уровня величины  $10^5\sigma$  в зависимости от величин  $f_0$  и  $f/f_0$  при фиксированных значениях  $n$  и  $b$  показаны на рис. 6а- рис.6в для углов зрения  $50^\circ$  ( $x_0=0.0129$ ),  $70^\circ$  ( $x_0=0.0181$ ) и  $100^\circ$  ( $x_0=0.0265$ ), соответственно. Видно, что минимальная величина СКА достигается при следующих наборах параметров:  $f_0=0.722$ ,  $f/f_0=0.923$  (для угла зрения  $50^\circ$ ),  $f_0=0.794$ ,  $f/f_0=0.863$  (для угла зрения  $70^\circ$ ) и  $f_0=0.951$ ,  $f/f_0=0.719$  (для угла зрения  $100^\circ$ ), которые, в отличие от бифокальной двухзеркальной системы (см. главу 1), находятся достаточно далеко от границы области существования решения.



(a)



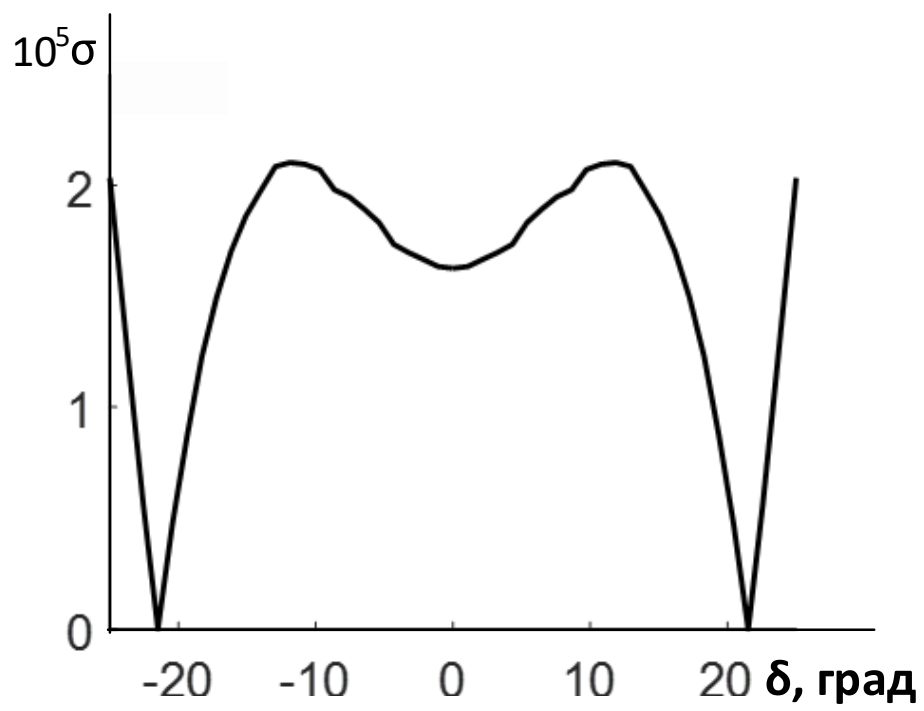
(б)



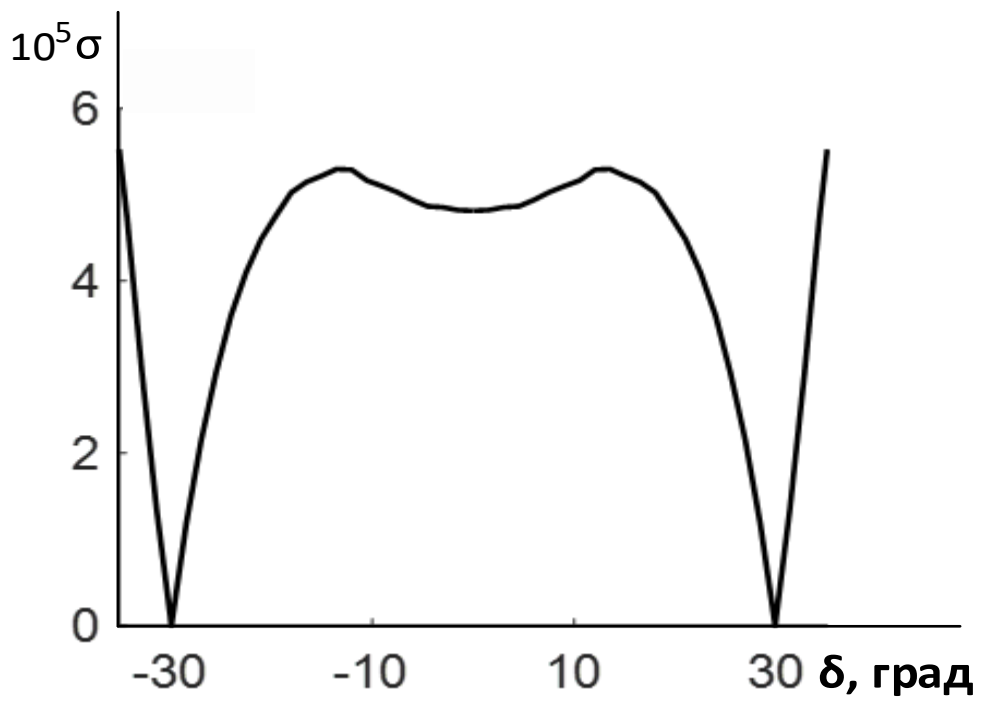
(в)

Рис. 2.6. Линии уровня  $10^5\sigma$  бифокальной зеркально-линзовой системы с коэффициентом преломления  $n=1.5$  и толщиной  $b=0.102$  при  $x_0=0.0129$  (а),  $0.0181$  (б) и  $0.0265$  (в).

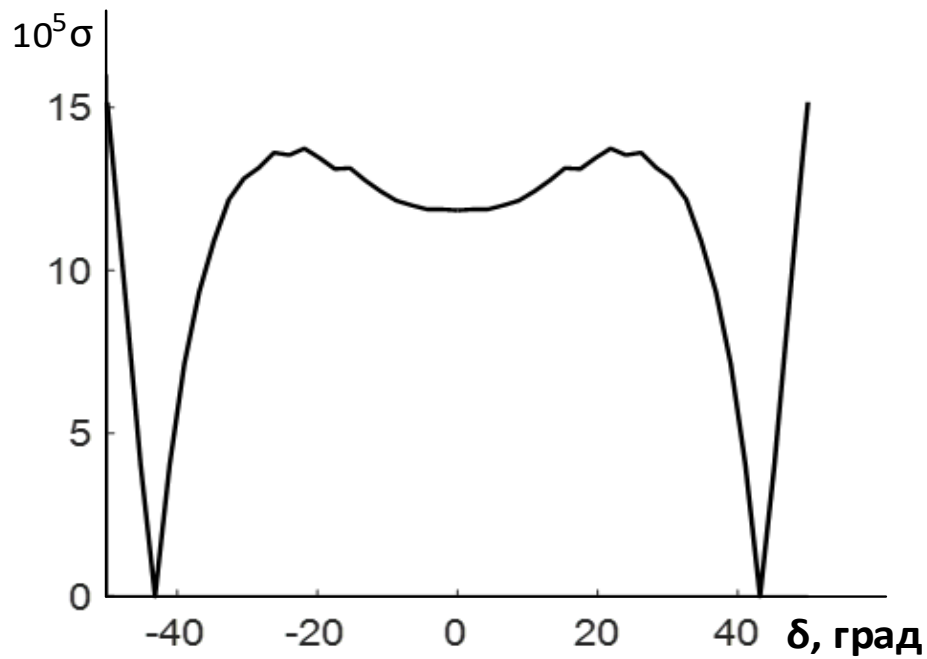
На рис. 2.7а - рис.2.7в показаны зависимости СКА синтезированных систем с оптимальными параметрами от угла зрения. Как видно на рисунках, максимальная величина СКА зеркально-линзовых систем с оптимальными параметрами для углов зрения  $50^\circ$ ,  $70^\circ$  и  $100^\circ$  составляет, соответственно,  $2.1 \times 10^{-5}$ ,  $5.2 \times 10^{-5}$  и  $1.3 \times 10^{-4}$ . При этом величина апертуры  $D$  бифокальных систем равна, соответственно,  $0.707$ ,  $0.789$  и  $0.850$ .



(a)



(б)



(в)

Рис. 2.7. Зависимость величины  $10^5 \sigma$  от угла зрения оптимальной бифокальной зеркально-линзовой системы с  $n = 1.5$ ,  $b = 0.1024$  и тремя наборами параметров: а)  $f = 0.666$ ,  $f_0 = 0.722$ ,  $x_0 = 0.0129$ ; б)  $f = 0.685$ ,  $f_0 = 0.794$ ,  $x_0 = 0.01812$ ; в)  $f = 0.683$ ,  $f_0 = 0.951$ ,  $x_0 = 0.0265$ .

Для анализа полученных результатов удобно считать все размеры относительно апертуры системы. Для этого достаточно умножить все размерные параметры на множитель, равный обратной величине  $D$ . В результате для систем с  $D = 1$  и углами зрения  $50^\circ$ ,  $70^\circ$  и  $100^\circ$  величина  $f_0$  равна, соответственно, 1.02, 1.01 и 1.12, а толщина линзы  $b$  - 0.145, 0.130 и 0.120.

На рис. 2.8 показаны фокальные кривые синтезированных систем с оптимальными параметрами для углов зрения  $50^\circ$ ,  $70^\circ$  и  $100^\circ$ .

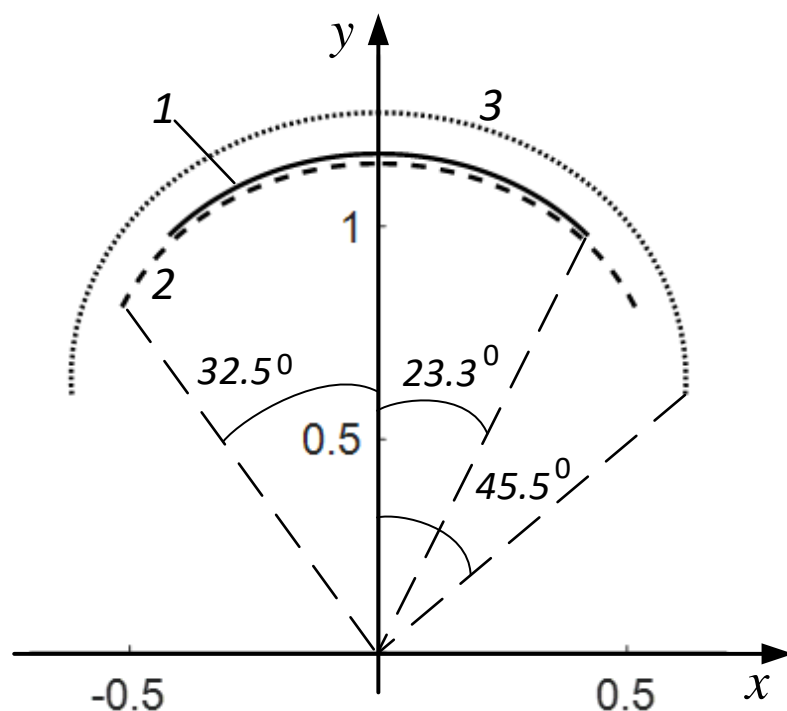


Рис. 2.8. Фокальные кривые синтезированных систем с углами зрения  $50^\circ$  (1),  $70^\circ$  (2) и  $100^\circ$  (3).

Отметим, что полученные величины СКА в два-три раза превышают соответствующие величины для двухзеркальных бифокальных систем синтезированных и оптимизированных в главе 1, но при этом для угла зрения  $70^\circ$  – в девять раз меньше аналогичной величины для бифокальной зеркально-линзовой системы, синтезированной в работе [22].

С увеличением угла зрения от  $50^\circ$  до  $100^\circ$  величина СКА увеличивается в пять раз, угловой размер фокальной линии – примерно в два раза, толщина линзы уменьшается на 17%, а продольный размер системы ( $f_0 + b$ ) увеличивается на 6%.

### **Выводы**

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Развитая в работе методика позволяет синтезировать и оптимизировать бифокальные зеркально-линзовые цилиндрические системы по минимуму СКА.

2. Продольный размер бифокальных зеркально-линзовых систем с оптимальными параметрами слабо зависит от угла зрения и близок к размеру апертуры.

## ГЛАВА 3. СИНТЕЗ БИФОКАЛЬНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЛИНЗ

### 3.1 СИНТЕЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ БИФОКАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЛИНЗ.

Рассмотрим двумерную задачу синтеза бифокальной цилиндрической диэлектрической линзы, с одной стороны которой расположены два симметричных относительно оси  $Y$  (рис. 3.1) фокуса ( $F_1$  и  $F_2$ ) с координатами  $(x_{F1}, y_{F1})$  и  $(x_{F2}, y_{F2})$ . При нахождении источника цилиндрической волны в этих фокусах с другой стороны бифокальной системы формируются два симметричных относительно оси  $Y$  плоских фронта.

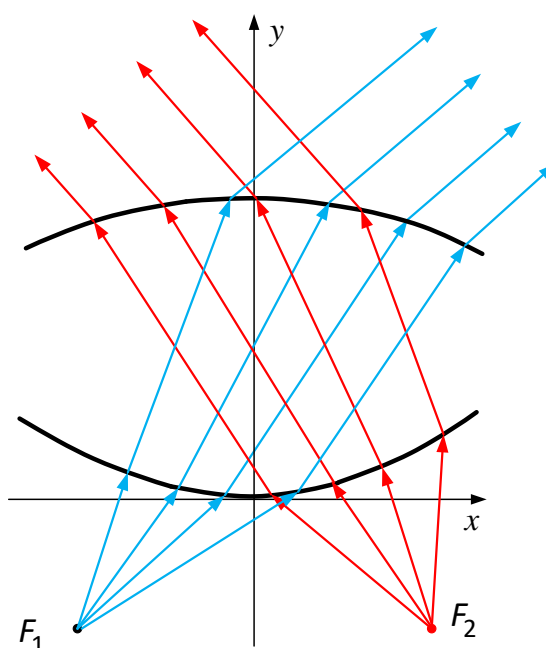


Рис.3.1. Бифокальная цилиндрическая диэлектрическая линза

Применим методику последовательного синтеза поверхностей бифокальной линзы. Пусть начальный участок первой поверхности линзы задан в виде некоторой четной функции  $g_1(x)$ , при этом первая и вторая поверхности линзы пересекают ось  $Y$  в точках  $(0,0)$  и  $(0,b)$ , соответственно (рис.3.2). Найдем начальный участок второй поверхности линзы, который описывается функцией  $g_2(x)$ , таким образом, что эти начальные участки преобразуют цилиндрический фронт, источник которого находится в точке  $F_0(0, -f_0)$  на оси  $Y$ , в плоский фронт на выходе. Предположим, что луч из источника в точке  $F_0$ , попадает на линзу в точке  $(0,0)$ , преломляется и выходит из нее с точки  $(0, b)$ . Эйконал этого луча от



источника до фронта  $L_0=f_0+nb+h_0-b$ , где  $n$ - коэффициент преломления материала линзы,  $h_0$ - расстояние от начала координат до фронта.

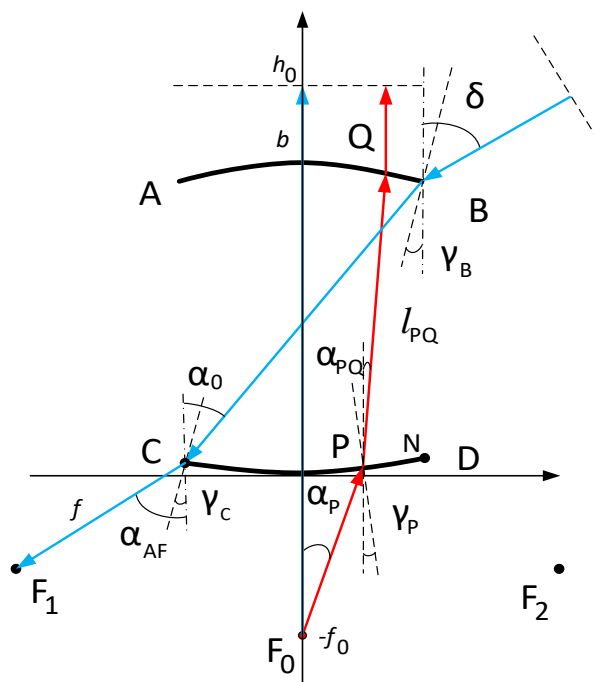


Рис.3.2. К определению первых участков и положения фокусов бифокальной линзы

Рассмотрим другой луч, выходящий из точки  $F_0(0, -f_0)$ , который падает на первую поверхность линзы в точке  $P(x_p, y_p)$ , преломляется линзой и выходит из нее в точке  $Q(x_Q, y_Q)$ . Далее луч идет параллельно оси  $Y$ , при этом его эйконал

$$L = \sqrt{x_p^2 + (y_p + f_0)^2} + n l_{PQ} + h_0 - y_p - l_{PQ} \cos(\alpha_{PQ}) \quad (3.1)$$

где  $\alpha_{PQ} = \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha_p + \gamma_p)}{n}\right) - \gamma_p$  - угол между осью  $Y$  и отрезком  $PQ$ ;

$\alpha_p = \arctg(x_p / (y_p + f_0))$  - угол между осью  $Y$  и подающим лучом в точке  $P$ ;

$\gamma_p = \arctg(g_1'(x_p))$  - угол между осью  $Y$  и нормалью первой поверхности линзы

в точке  $P$ ;  $l_{PQ}$  - расстояние от точки  $P$  до точки  $Q$ .

Потребуем, чтобы все лучи, выходящие из точки  $F(0, -f_0)$  после преломления линзой были параллельно оси  $Y$  и формировали плоский фронт на выходе. Для этого необходимо равенство эйконалов всех лучей:

$$\sqrt{x_P^2 + (y_P + f_0)^2} + nl_{PQ} - y_P - l_{PQ} \cos(\alpha_{PQ}) = f_0 + nb - b \quad (3.2)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$l_{PQ} = \frac{f_0 + (n-1)b + y_P - \sqrt{x_P^2 + (y_P + f_0)^2}}{(n - \cos(\alpha_{PQ}))} \quad (3.3)$$

Зная расстояние от точки  $P$  до точки  $Q$  и угол  $\alpha_{PQ}$ , нетрудно найти координаты точки  $Q$ :

$$\begin{aligned} x_Q &= x_P + l_{PQ} \sin(\alpha_{PQ}) \\ y_Q &= y_P + l_{PQ} \cos(\alpha_{PQ}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Множество точек  $Q$  образует начальный участок второй поверхности линзы.

Далее определим координаты фокусов системы (точек  $F_1$  и  $F_2$ ) таким образом, чтобы луч плоской волны, который падает на линзу под углом  $\delta$  к оси  $Y$  в крайней точке  $B(x_B, y_B)$  первого отрезка второй поверхности линзы, после преломления линзой попал в крайнюю точку  $C(x_C, y_C)$  первого отрезка первой поверхности линзы, затем прошел через фокус  $F_1$  (рис. 3.2).

Из геометрии на рис.3.2 получаем координаты фокусов, учитывая, что фокус  $F_2$  симметричен фокусу  $F_1$  относительно оси  $Y$ :

$$\begin{aligned} x_{F1} &= x_C - f \sin(\alpha_{AF}) \\ y_{F1} &= y_C - f \cos(\alpha_{AF}) \\ x_{F2} &= -x_{F1}; y_{F2} = y_{F1} \end{aligned} \quad (3.5)$$

где  $x_C = -x_0$ ;  $y_C = y(-x_0)$ ;  $\alpha_{AF} = \gamma_C + \arcsin(n \sin(\alpha_0 - \gamma_C))$  - угол между осью  $Y$  и линией, соединяющей фокус  $F_1$  с краем (точка  $C$ ) первого отрезка первой поверхности линзы,  $f$  - расстояние от края начального участка первой поверхности линзы до фокуса,  $\alpha_0 = \arctg((x_D - x_A)/(y_D - y_A))$ ;  $\gamma_C = \arctg(-g_1'(x_C))$ .

Рассмотрим луч, который из фокуса  $F_1$  падает на линзу в в точке  $C$ , преломляется линзой и выходит из нее в точке  $B$  под углом  $\delta$ .

Из геометрии на рис. 3.1 следует, что угол выхода луча из линзы определяется формулой:

$$\delta = \gamma_B + \text{asin}(n \sin(\alpha_0 - \gamma_B)) \quad (3.6)$$

где  $\gamma_B = \text{arctg}(g_2'(x_B))$ .

Для определения нового участка второй поверхности линзы, предположим, что луч из фокуса  $F_1$  падает на начальный участок первой поверхности линзы в точке  $S$  с координатами  $(x_S, y_S)$ , где  $(-x_0 \leq x_S \leq x_0)$ , преломляется линзой, выходит из нее в точке  $T$  с координатами  $(x_T, y_T)$  и выходит под углом  $\delta$  относительно оси  $Y$  (рис. 3.3). Отсюда получаем угол между осью  $Y$  и падающим из точки  $F_1$  в точку  $S$  лучом  $\beta_S = \text{arctg}((x_S - x_{F_1}) / (y_S - y_{F_1}))$  и угол между осью  $Y$  и лучом  $ST$   $\alpha_{ST} = \text{asin}(\sin(\beta_S - \gamma_S) / n) + \gamma_S$ , где  $\gamma_S = \text{arctg}(-g_1'(x_S))$ .

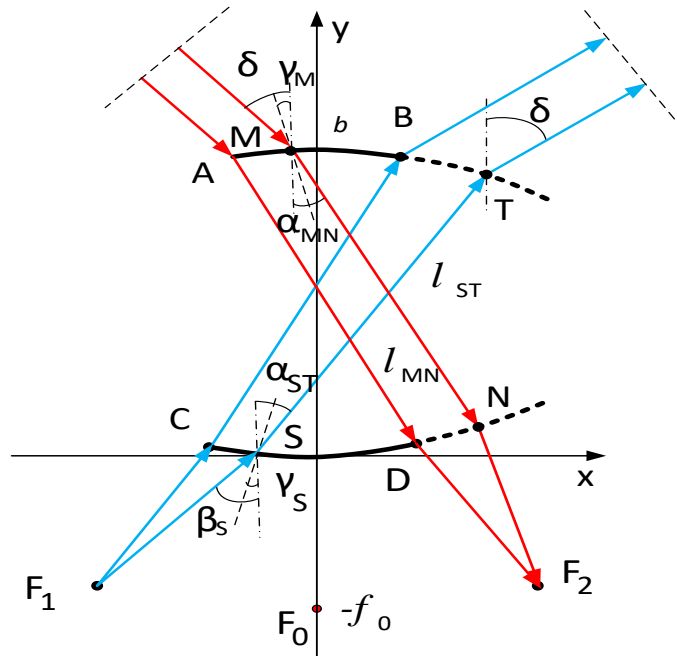


Рис.3.3. К определению новых участков бифокальной линзы

Для того, чтобы линза формировала на выходе плоский фронт, необходимо равенство эйконалов всех лучей, которые выходят из фокуса  $F_1$  и после преломления линзой идут параллельно под углом  $\delta$  к оси  $Y$ . Отсюда получаем уравнение:

$$\begin{aligned} n l_{ST} + (x_B - x_S - l_{ST} \sin(\alpha_{ST})) \sin(\delta) + (y_B - y_S - l_{ST} \cos(\alpha_{ST})) \cos(\delta) = \\ = f_0 + n l_0 - \sqrt{(x_{F_1} - x_S)^2 + (y_{F_1} - y_S)^2} \end{aligned} \quad (3.7)$$

где  $l_0 = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$ ;  $l_{ST}$  – расстояние от точки  $S$  до точки  $T$ .

Решение данного уравнения имеет вид:

$$l_{ST} = \frac{f_0 + nl_0 - \sqrt{(x_{F_1} - x_S)^2 + (y_{F_1} - y_S)^2} + (x_S - x_B) \sin(\delta) + (y_S - y_B) \cos(\delta)}{n - \sin(\alpha_{ST}) \sin(\delta) + \cos(\alpha_{ST}) \cos(\delta)} \quad (3.8)$$

Зная длину  $l_{ST}$  и угол  $\alpha_{ST}$ , можно определить координаты точки  $T$  по формулам:

$$\begin{aligned} x_T &= x_S + l_{ST} \sin(\alpha_{ST}) \\ y_T &= y_S + l_{ST} \cos(\alpha_{ST}) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Множество точек  $T$  образует новый участок второй поверхности линзы.

Аналогично, для определения нового участка первой поверхности линзы, рассмотрим луч плоской волны, который падает на первый участок второй поверхности линзы в точке  $M$  с координатами  $(x_M, y_M)$  под углом  $\delta$  к оси  $Y$ . Этот луч преломляется линзой, выходит из нее в точке  $N$  с координатами  $(x_M, y_M)$  на первой поверхности линзы и проходит через фокус  $F_2$  (рис. 3.3). Тогда угол между осью  $Y$  и лучом  $MN$  определяется формулой  $\alpha_{MN} = \text{asin}(\sin(\delta - \gamma_M) / n) + \gamma_M$ ,

где  $\gamma_M = \text{arctg}(-g_1'(x_C))$ .

Равенство эйконалов для этих лучей имеет вид:

$$\begin{aligned} nl_{MN} + \sqrt{(x_M + l_{MN} \sin(\alpha_{MN}) - x_{F_2})^2 + (y_M - l_{MN} \cos(\alpha_{MN}) - y_{F_2})^2} = \\ = nl_0 + f + (x_A - x_M) \sin(\delta) - (y_A - y_M) \cos(\delta) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Решение уравнения имеет вид:

$$l_{MN} = \frac{\sqrt{A^2 + (n^2 - 1)((x_M - x_{F_2}) + (y_M - x_{F_2})^2 - (nl_0 + f + (x_A - x_M) \sin(\delta) + (y_M - y_A) \cos(\delta))^2)} - A}{1 - n^2} \quad (3.11)$$

где  $A = (x_M - x_{F_2}) \sin(\alpha_{MN}) + (y_{F_2} - y_M) \cos(\alpha_{MN}) + n(nl_0 + f + (x_A - x_M) \sin(\delta) + (y_M - y_A) \cos(\delta))$ .

Зная расстояние  $l_{MN}$  и угол  $\alpha_{MN}$ , координаты точки  $N$  можно найти по формулам:

$$\begin{aligned} x_N &= x_M + l_{MN} \sin(\alpha_{MN}) \\ y_N &= y_M - l_{MN} \cos(\alpha_{MN}) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Множество точек  $N$  образует новый участок первой поверхности линзы.

Для обеспечения непрерывности фазового распределения преломлённых волн необходимо, чтобы первые производные функций поверхностей линзы были непрерывными. Из геометрии на рис. 2 и закон преломления получим:

$$n \sin(\alpha_{ST} - \gamma_T) = \sin(\delta + \gamma_T)$$

Отсюда следует:

$$\frac{dy_T}{dx_T} = -\tan(\gamma_T) = -\frac{\sin(\delta) - n \sin(\alpha_{ST})}{\cos(\delta) - n \cos(\alpha_{ST})}$$

В точках стыка участков второй поверхности линзы функция  $\alpha_{ST}(x_M)$  непрерывна, следовательно первая производная функции второй поверхности линзы  $dy_T/dx_T$  в этих точках также непрерывна. Нетрудно убедиться, что первая производная функции первой поверхности линзы  $dy_N/dx_N$  также непрерывна. Таким образом, условие непрерывности первых производных поверхности линзы в точках стыка выполняется.

Для обеспечения непрерывности амплитудного распределения преломлённых волн необходимо, чтобы вторые производные функций, описывающих поверхности линзы были непрерывными. Так как координаты точки  $T$  определяются через координаты точки  $S$ , вторую производную второго отрезка второй поверхности линзы в точке  $T$  можно найти дифференцированием его первой производной в точке  $N$  по координате  $x_M$ .

$$\begin{aligned} y_T''(x_T) &= \left( \frac{d(y_T')}{d(x_S)} \right) / \left( \frac{d(x_T)}{d(x_S)} \right) = \\ &= \frac{n \alpha'_{ST} (\sin(\alpha_{ST}) \sin(\delta) + \cos(\alpha_{ST}) \cos(\delta) - n)}{(\cos(\delta) - n \cos(\alpha_{ST}))^2 (1 + l'_{ST} \sin(\alpha_{ST}) + l_{ST} \cos(\alpha_{ST}) \alpha'_{ST})} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Аналогично вторая производная первого отрезка второй поверхности линзы определяется по формуле

$$y_Q''(x_Q) = \left( \frac{d(y_Q')}{d(x_S)} \right) / \left( \frac{d(x_Q)}{d(x_S)} \right) = \frac{n\alpha'_{PQ}(n - \cos(\alpha_{ST}))}{(1 - n \cos(\alpha_{PQ}))^2 (1 + l'_{PQ} \sin(\alpha_{PQ}) + l_{PQ} \cos(\alpha_{PQ}) \alpha'_{PQ})} \quad (3.14)$$

Для того, чтобы вторая производная первой поверхности линзы в точке стыка была непрерывной, величина второй производной первого участка, которое определяется в (3.14) и величина второй производной второго участка, определенная в (3.13), должны совпадать. Заменяем  $x_M = -x_0, x_P = x_0$  в выражениях (3.13), (3.14), соответственно и приравняем их. В результате, получим уравнение, решение которого обеспечивает непрерывность вторых производных поверхностей линзы:

$$\frac{nA_p(C_p - n)V^2}{(1 - nC_p)^2(1 + l_p S_p + lC_p A_p)} + \frac{nA_m(n - S_a S_l - C_a C_l)V^2}{(C_l - nC_a)^2(V^2 + S_a(U_P V - V_P U) + C_a V A_m)} = 0 \quad (3.15)$$

$$\text{где: } l = \frac{f_0 + b(n-1) + y_0 - \sqrt{x_0^2 + (y_0 + f_0)^2}}{n - C_p}; \quad y_0 = g(x_0) \quad y_0' = g'(x_0); \quad y_0'' = g''(x_0);$$

$$l_p = \frac{(-y_0' + \frac{x_0 + (y_0 + f_0)y_0'}{\sqrt{x_0^2 + (y_0 + f_0)^2}})(n - C_p) + S_p A_p (\sqrt{x_0^2 + (y_0 + f_0)^2} - f_0 - b(n-1) - y_0)}{(n - C_p)^2}$$

$$S_p = \frac{H - y_0' \sqrt{(1 + H^2)n^2 - H^2}}{n \sqrt{1 + y_0'^2} \sqrt{1 + y_0'^2}}; \quad C_p = \frac{\sqrt{(1 + H^2)n^2 - H^2} + y_0' H}{n \sqrt{1 + y_0'^2} \sqrt{1 + y_0'^2}};$$

$$A_p = \frac{-y_0''}{1 + y_0'^2} + \frac{1}{\sqrt{(1 + H^2)n^2 - H^2}} \left( \frac{y_0 + f_0 - x_0 y_0'}{x_0^2 + (y_0 + f_0)^2} - \frac{y_0''}{1 + y_0'^2} \right); \quad H = \frac{y_0'(y_0 + f_0) + x_0}{y_0 + f_0 - x_0 y_0'};$$

$$A_m = \frac{-y_0''}{1 + y_0'^2} + \frac{\sqrt{1 + y_0'^2 - n^2(S_a + C_a y_0')^2} (y_0'' f + (1 + y_0'^2)^{3/2} \sqrt{1 - n^2 S_m})}{n f (1 + y_0'^2) \sqrt{1 + y_0'^2} - (S_a + C_a y_0')^2};$$

$$U = n \sqrt{l_p^2 + 4x_0(x_0 + l_p S_p)} - l_p (S_p S_l + C_p C_l); \quad U_p = n S_m (1 + y_0'^2)^{-1/2} + S_l - y_0' C_l);$$

$$V_p = A_m(S_a S_l - C_a C_l); V = n - S_a S_l - C_a C_l; S_l = \frac{nS_x(nC_p - 1) + nS_p \sqrt{1 - (nS_x)^2}}{\sqrt{1 + n^2 - 2nC_p}};$$

$$C_l = \frac{(nC_p - 1)\sqrt{1 - (nS_x)^2} - n^2 S_x S_p}{\sqrt{1 + n^2 - 2nC_p}}; S_x = \frac{S_a(nC_p - 1) - nS_p C_a}{\sqrt{n^2 + 1 - 2nC_p}}; S_m = \frac{S_a - y_0' C_a}{\sqrt{1 + y_0'^2}};$$

$$S_a = \frac{2x_0 + l_p S_p}{\sqrt{l_p^2 + 4x_0(x_0 + l_p S_p)}}; C_a = \frac{l_p C_p}{\sqrt{l_p^2 + 4x_0(x_0 + l_p S_p)}}; y_0 = g_1(x_0);$$

$$y_0' = g_1'(x_0); y_0'' = g_1''(x_0),$$

Для синтеза линзы необходимо задать исходные параметры: толщину линзы  $b$ , размер начального отрезка  $2x_0$ , расстояние  $f$  от конца начального отрезка первой поверхности линзы до фокуса  $F_1$ , расстояние  $f_0$  от линзы до фокуса  $F_0$  начальной системы. Используя изложенный выше алгоритм синтеза бифокальной системы, остальные постоянные, которые нужны для определения формы начального отрезка  $g_1(x)$ , находим из условия непрерывности второй производной поверхности линзы (3.15). В данной работе будем синтезировать линзы с начальным отрезком в виде полинома второго порядка  $g_1(x) = ax^2 + b$ . Поставляя  $y_0 = g_1(x_0); y_0' = g_1'(x_0); y_0'' = g_1''(x_0)$  в уравнение (13.5) и решая его находим величину  $a$ . Реализуя алгоритм синтеза новых отрезков  $m$  раз, находим форму линзы, образующие поверхности которой состоят из  $2m+1$  отрезков (рис.3.4).

В процессе синтеза выяснилось, что алгоритм работает не со всеми комбинациями входных параметров, т.е. существует область отсутствия решения, в которой уравнение (3.15) не имеет действительного корня.

При увеличении числа повторения  $m$ , размер линзы увеличивается. В результате, для некоторого значения  $m_{\max}$ , у поверхности линзы появится точка возврата (рис.3.4), которая определяет максимальное значение апертуры линзы.

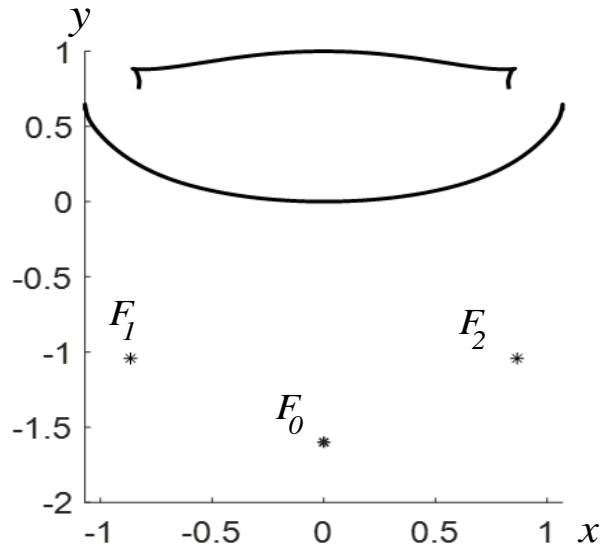


Рис.3.4. Геометрия бифокальной линзы

Проведем исследование зависимости величины СКА бифокальной линзы от ее параметров. СКА эйконала на выходе линзовой системы определяется формулой:

$$\sigma = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (L_i - L_0)^2} \quad (3.16)$$

где  $L_i$ - эйконал луча с номером  $i$ ;  $m$ - количество учтенных лучей,  $D$ -размер апертуры системы;  $L_0$  - эйконал, относительно которого СКА имеет минимальное значение (этот луч будем называть опорным).

Угол зрения определяется соотношением  $x_0/b$ , поэтому для оптимизации линз с заданным углом значения  $x_0$  и  $b$  будем фиксировать. На рис. 3.5 показаны СКА бифокальной линзы с начальным участком в виде параболы при значениях  $x_0$  и  $b$  приблизительно соответствующих углам зрения 40 и 90 градусов и  $n= 1.6$  в зависимости от параметров  $f_0$  и  $f/f_0$ . Минимальное значение СКА линзы для угла зрения  $40^\circ$  (при  $x_0=0.95$  и  $b=1, f_0=5.9$  и  $f/f_0=0.88$ ) составляет  $2.9 \times 10^{-5}$ , а для угла зрения  $90^\circ$  (при  $x_0=0.2, b=1, f_0=1.1$  и  $f/f_0=0.81$ ) в 5 раз больше ( $15 \times 10^{-5}$ ).



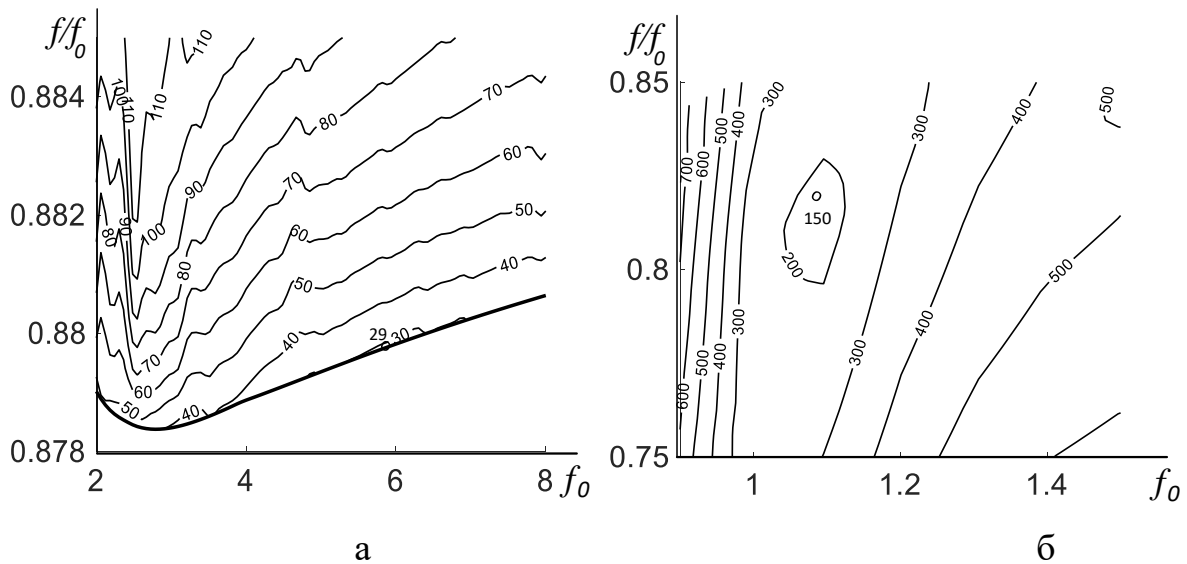


Рис.3.5. Линии уровня  $\times 10^6$  бифокальной линзы с коэффициентом преломления  $n=1.6$ : а- $x_0=0.95, b=$ ; б- $x_0=0.2, b=1$ .

В результате оптимизации были получены параметры линзы, обеспечивающие минимум СКА для углов зрения 40 и 90 градусов. На рис. 3.6а, 3.6б показаны зависимости СКА этих линз от угла зрения.

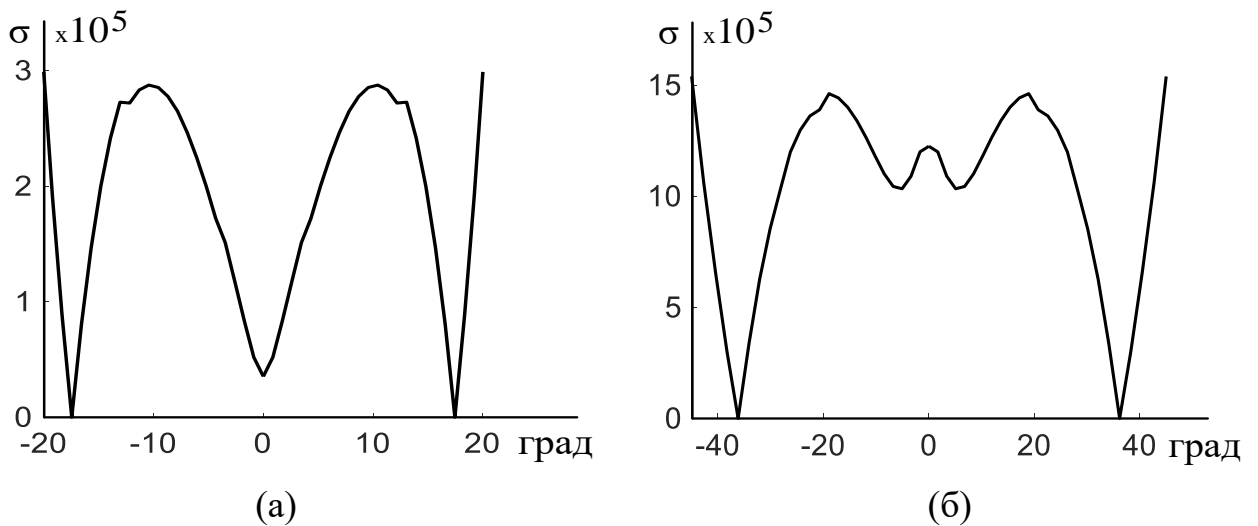


Рис.3.6. Зависимости величины  $\sigma \times 10^5$  бифокальных линз с коэффициентом преломления  $n=1.6$  а)  $x_0=0.95, b=1, f_0=5.9$  и  $f=5.191$ ; б)  $x_0=0.2, b=1, f_0=1.1$  и  $f=0.891$ .

Как видно на рисунках, СКА бифокальных линз, синтезированных и оптимизированных для углов зрения 40 и 90 градусов, составляет:  $2.9 \times 10^{-5}$  и  $15 \times 10^{-5}$ , соответственно.

### 3.2. СИНТЕЗ ТРЕХМЕРНОЙ БИФОКАЛЬНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ.

Рассмотрим задачу синтеза трехмерной бифокальной диэлектрической линзы, с одной стороны которой расположены два лежащих в плоскости  $XU$  симметрично относительно плоскости  $YZ$  фокуса ( $F_1$  и  $F_2$ ) с координатами  $(x_{F_1}, y_{F_1}, 0)$  и  $(x_{F_2}, y_{F_2}, 0)$  (рис. 3.7). При положении источника сферической волны в этих фокусах с другой стороны бифокальной линзы формируются два симметричных относительно плоскости  $YZ$  плоских фронта. Поскольку линза симметрична относительно плоскости  $XU$ , а фокусы линзы лежат также в этой плоскости, лучи, вышедшие из линзы после преломления параллельны этой плоскости.

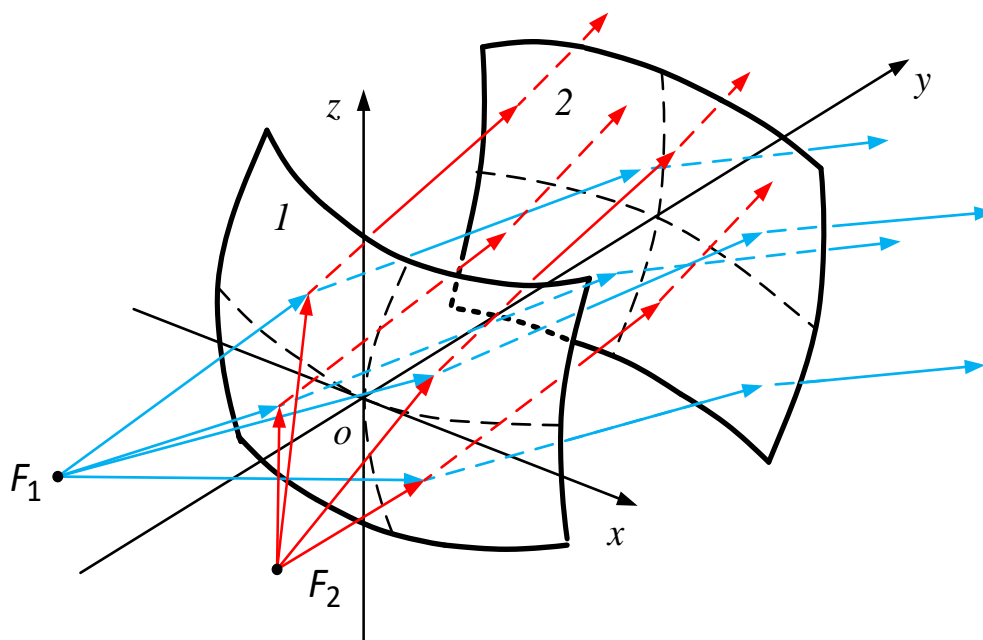


Рис. 3.7. Трехмерная бифокальная диэлектрическая линза  
1- первая поверхность линзы, 2- вторая поверхность линзы.

Пусть начальные участки первой и второй поверхности линзы описываются в виде суммы четных одномерных функций:  $y_1=g(x,z)=g_1(x)+g_2(z)$ ,  $y_2=h(x,z)=h_1(x)+h_2(z)+b$ . При этом первая и вторая поверхности линзы пересекают ось  $Y$  в точках  $(0,0,0)$  и  $(0,b,0)$ , соответственно (рис. 3.8).

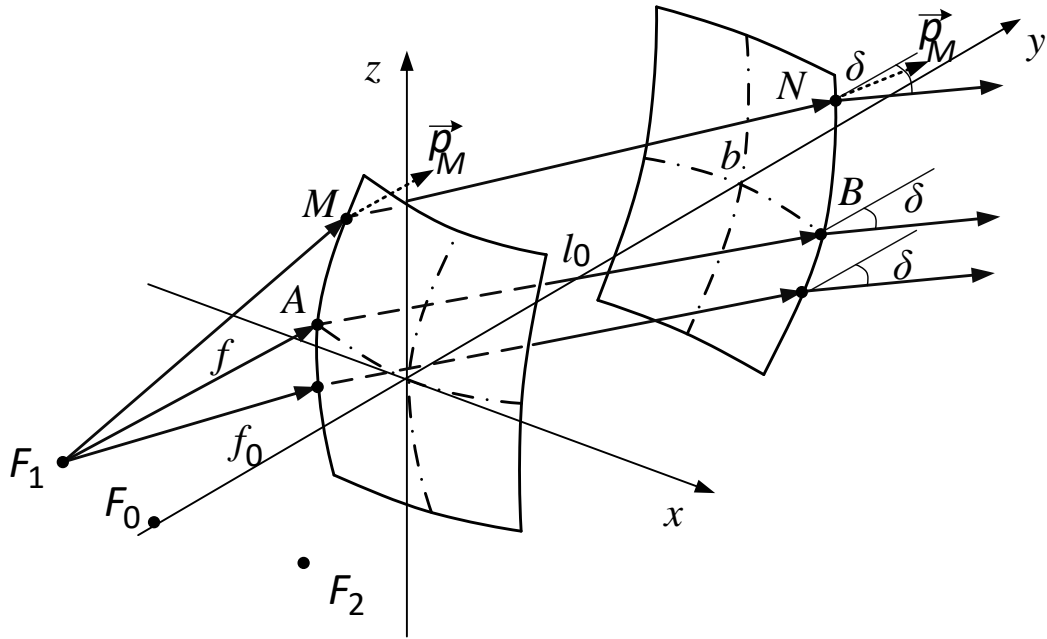


Рис. 3.8. К определению начальных участков поверхностей трехмерной диэлектрической линзы.

Для синтеза сечения линзы в плоскости  $z=0$  зададим параметры: размер  $2x_0$  начального участка сечения первой поверхности линзы в плоскости  $z=0$ , расстояние  $f$  от краев этого сечения до фокусов, расстояние  $f_0$  от линзы до точки  $F_0$  и применим алгоритм, описанный в первом разделе главы. В результате находим функции  $g_I(x)$ ,  $h_I(x)$ , их производные и угол выхода луча  $\delta$ . Единичная нормаль к одному из двух плоских фронтов имеет вид:

$$\vec{p}_{FR} = (\sin(\delta), \cos(\delta), 0) \quad (3.17)$$

Эйконал соответствующего луча имеет вид:

$$E_0 = f + nl_0 + h - (\vec{OB}, \vec{p}_{FR}), \quad (3.18)$$

где  $h$ - расстояние от начала системы координат до фронта, а величина  $l_0$  показана на рис. 3.8.

Определим размер начального участка первой поверхности линзы по  $x$  в зависимости от  $z$ . Предположим, что луч из фокуса  $F_1$  попадает в точку  $M$  с координатами  $(x_M, y_M, z_M)$ , которая находится на границе начального участка первой поверхности линзы (рис.3.8).

Вектор-нормаль к первой поверхности линзы в точке  $M$  имеет вид:

$$\vec{p}_M = \frac{\left(-\frac{\partial y_M}{\partial x_M}, 1, -\frac{\partial y_M}{\partial z_M}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\partial y_M}{\partial x_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_M}{\partial z_M}\right)^2 + 1}} \quad (3.19)$$

Пусть после преломления в точке  $M$  луч проходит через точку  $N$ , лежащую на границе первого участка второй поверхности линзы. Лучевой вектор  $MN$  имеет вид:

$$\vec{v} = a_M \vec{u} + b_M \vec{p}_M \quad (3.20)$$

где  $a_M = \frac{1}{n}$ ;  $b_M = \sqrt{1 - a_M^2 (1 - (\vec{u}, \vec{p}_M)^2)} - a_M (\vec{u}, \vec{p}_M)$ ,  $\vec{u}$  – лучевой вектор луча  $F_1M$ .

Координаты точки  $N$  определяются формулой:

$$\vec{ON} = \vec{OM} + l_{MN} \vec{v} \quad (3.21)$$

где  $l_{MN}$  – расстояние между точками  $M$  и  $N$ , а эйконал луча

$$E_M = |\vec{F_1M}| + nl_{MN} + h - (\vec{ON}, \vec{p}_{FR}) \quad (3.22)$$

Подставляя вектор  $\vec{ON}$  из (3.21) в (3.22) и приравнивая величину  $E_M$ , определенную в (3.22) и длину луча  $E_0$  в (3.18), получаем выражение для  $l_{MN}$ :

$$l_{MN} = \frac{f + nl_0 + (\vec{BM}, \vec{p}_{FR}) - |\vec{F_1M}|}{n - (\vec{v}, \vec{p}_{FR})} \quad (3.23)$$

Из закона преломления находим нормаль ко второй поверхности линзы в точке  $N$ :

$$\vec{p}_N = a_N \vec{v} + b_N \vec{p}_{FR}, \quad (3.24)$$

где  $b_M = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1 - 2n(\vec{u}, \vec{p}_M)}}$ ;  $a_N = -nb_N$ .

Учитывая, что  $\frac{\partial y_2}{\partial x} = h_1'(x)$  и формулу (25), получаем уравнение относительно

$x_M$ :

$$h_1'(x_N(x_M, z_M)) p_{Ny}(x_M, z_M) - p_{Nx}(x_M, z_M) = 0 \quad (3.25)$$

где  $p_{Nx}, p_{Ny}$  – проекции вектора  $\vec{p}_N$ .

Решая с использованием численной процедуры уравнение (3.25), находим зависимость  $x_M(z_M)$ , которая определяет границу начального участка первой поверхности линзы. Зная координаты точки  $M$  на этой границе и используя формулы (3.21) и (3.23), определяем вектор  $\overrightarrow{ON}$  и соответствующую границу начального участка второй поверхности линзы  $x_N(z_N)$ . Подставляя эту функцию и  $y_N(z_N)$  в выражение  $y_2 = h_1(x) + h_2(z) + b$ , находим функцию

$$h_2(z_N) = y_N - h_1(x_N(z_N)) + b, \quad (3.26)$$

которая определяет первый участок второй поверхности линзы.

Для синтеза нового участка второй поверхности линзы предположим, что луч из фокуса  $F_1$  падает на первую поверхность линзы в точке  $S$  с координатами  $(x_S, y_S, z_S)$ . После преломления линзой луч выходит из линзы в точке  $Q$  с координатами  $(x_Q, y_Q, z_Q)$ . Эти координаты можно найти по формулам (3.21)-(3.26) с соответствующей заменой обозначений. Множество точек  $Q$  образуют новый участок второй поверхности линзы.

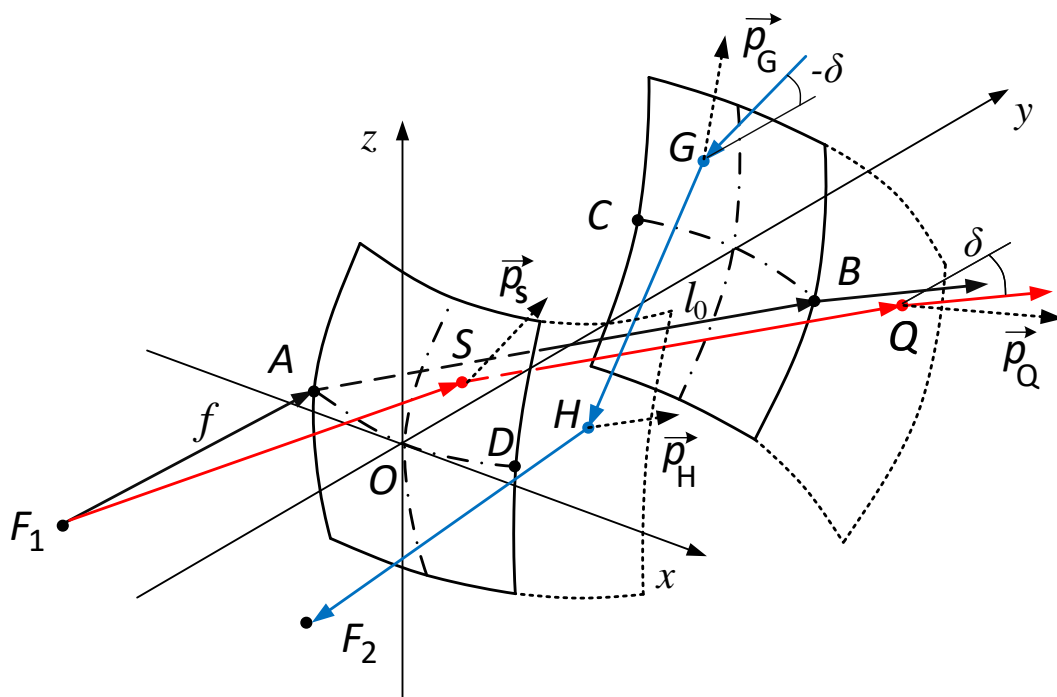


Рис. 3.9. К определению новых участков поверхностей трехмерной диэлектрической линзы.

Для синтеза нового участка первой поверхности линзы рассмотрим падение плоского фронта, нормаль к которому параллельна плоскости  $YX$  на начальный участок второй поверхности линзы. Пусть луч падает на эту поверхность в точке  $G$  с координатами  $(x_G, y_G, z_G)$  под углом  $\delta$  к плоскости  $YZ$  (рис. 3.9). Его лучевой вектор имеет вид:

$$\vec{u}_G = (-\sin(\delta), \cos(\delta), 0). \quad (3.27)$$

Луч преломляется линзой, выходит из нее в точке  $H$  с координатами  $(x_H, y_H, z_H)$  на первой поверхности линзы и проходит через фокус  $F_2$ . Нормаль ко второй поверхности линзы в точке  $G$  определяется формулой:

$$\vec{p}_G = \frac{\left(-\frac{\partial y_G}{\partial x_G}, 1, -\frac{\partial y_G}{\partial z_G}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\partial y_G}{\partial x_G}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_G}{\partial z_G}\right)^2 + 1}} \quad (3.28)$$

Лучевой вектор  $\vec{GH}$  определяется формулой:

$$\vec{w} = a_G \vec{u}_G + b_G \vec{p}_G, \quad (3.29)$$

где  $a_G = -\frac{1}{n}$ ;  $b_G = \sqrt{1 - a_G^2 (1 - (\vec{u}_G, \vec{p}_G)^2)} - a_G (\vec{u}_G, \vec{p}_G)$ .

Координаты точки  $H$  определяются формулой:

$$\vec{OH} = \vec{OG} + l_{GH} \vec{w} \quad (3.30)$$

где  $l_{GH}$  – расстояние между точками  $G$  и  $H$ . Эйконал этого луча от фронта до фокуса  $F_2$  имеет вид:

$$E_G = h - (\vec{OG}, \vec{u}_G) + nl_{GH} + \left| \vec{HF}_2 \right| \quad (3.31)$$

Приравнивая (3.31) и (3.18), получаем уравнение:

$$f + nl_0 + (\vec{OG}, \vec{u}_G) - (\vec{OB}, \vec{p}_{FR}) - nl_{GH} = + \left| \vec{HF}_2 \right| \quad (3.32)$$

Учитывая, что  $\vec{HF}_2 = \vec{OF}_2 - \vec{OH} = \vec{OF}_2 - \vec{OG} - l_{GH} \vec{w} = \vec{F}_2G - l_{GH}$ , нетрудно

получить уравнение:

$$A_1 l_{GH}^2 + 2A_2 l_{GH} + A_3 = 0 \quad (3.33)$$

где  $A_1 = (n^2 - 1)$ ;  $A_2 = (\vec{w}, \vec{F_2G}) - nL$ ;  $A_3 = L^2 - |\vec{F_2G}|$ ,  $L = f + nl_0 + (\vec{OG}, \vec{u_G}) - (\vec{OB}, \vec{p_{FR}})$ .

Уравнения (3.33) имеет два корня. При совпадении точки G и точки C величина  $l_{GH}$  должна равняться  $l_0$ . Это требование определяет единственный корень уравнения:

$$l_{GH} = \frac{-A_2 - \sqrt{A_2^2 - A_1A_3}}{A_1} \quad (3.34)$$

Зная величину  $l_{GH}$ , определяем координаты точки H по формуле (3.30). Далее, определяем нормаль к первой поверхности линзы в точке H

$$\vec{p}_H = a_H \vec{w} + b_H \vec{s} \quad (3.35)$$

где  $a_H = n / \sqrt{n^2 + 1 - 2n(\vec{w}, \vec{s})}$ ,  $b_H = -\frac{a_H}{n}$ ,  $\vec{s}$ -лучевой вектор луча  $HF_2$ .

Для определения следующих участков линзы применим такой же алгоритм, используя синтезированные участки в качестве начальных.

В качестве примера синтезируем линзы с начальным участком первой поверхности в виде полинома второго порядка  $y_1 = a_x x^2 + a_z z^2$ . Зададим толщину линзы  $b$ , размер  $2x_0$  сечения начального участка первой поверхности линзы при  $z=0$ , расстояния  $f$  от краев начального участка двумерной бифокальной линзы до фокусов и  $f_0$  от линзы до точки  $F_0$ .

Решая уравнение (3.15), находим  $a_x$ . Далее находим начальные участки поверхностей линзы. При увеличении  $z$  один из этих участков расширяется, а другой - сужается. При некотором  $z = z_{max}$  границы второго участка пересекаются. Изменяя  $a_z$  и параметры системы можно регулировать величину  $z_{max}$ .

После определения начальных участков линзы находим новые участки линзы с использованием описанного алгоритма  $m$  раз. В результате находим поверхности линзы, состоящие из  $2m+1$  участков. На рис. 3.10 представлена геометрия трехмерной бифокальной диэлектрической линзы, синтезированной для угла зрения 90 градуса ( $a_x = 0.2311$ ,  $a_z = -0.3$ ,  $x_0 = 0.14$ ,  $b = 1$ ,  $f_0 = 1.6$ ,  $f = 1.28$ ).

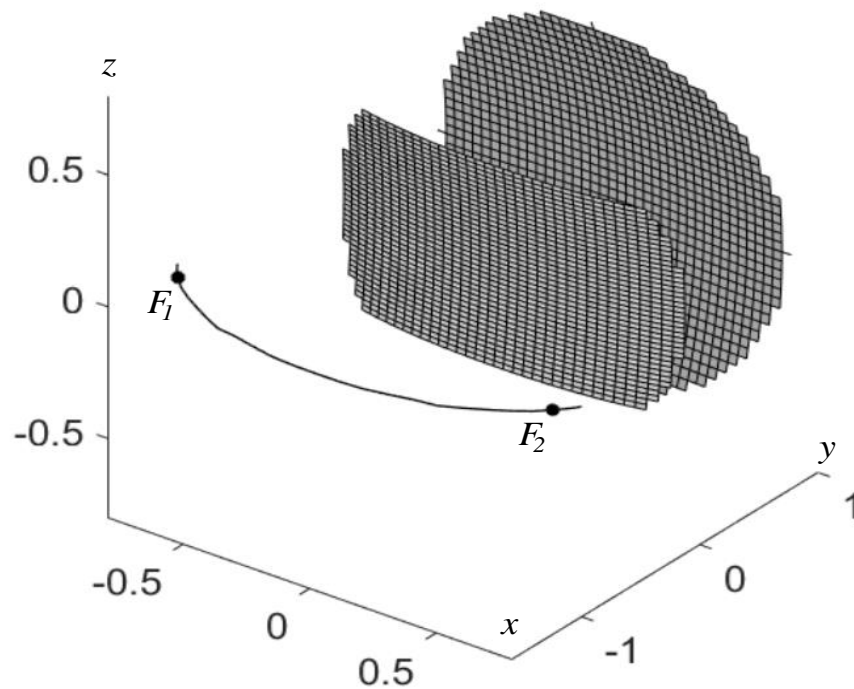


Рис. 3.10. Геометрия входной и выходной поверхности линзы.

На рис. 3.11 показана зависимость СКА линзы от угла зрения, рассчитанная по формуле (3.16)

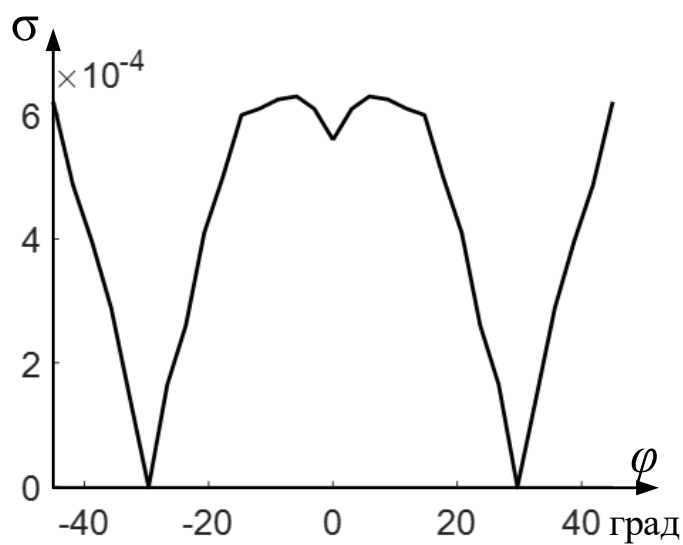


Рис. 3.11. Зависимости СКА от угла отклонения луча трехмерной бифокальной диэлектрической линзы



На рисунке видно, что СКА в угле зрения  $90^0$  не превышает величину  $6 \times 10^{-4}$ .

### ***Выводы***

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Развитая методика позволяет синтезировать и оптимизировать бифокальные диэлектрические цилиндрические линзы по минимуму СКА.
2. С увеличением угла зрения в два раза СКА цилиндрической линзы увеличивается в 5 раз.
3. СКА синтезированных цилиндрических линз больше, чем СКА соответствующих двухзеркальных и зеркально-линзовых систем.
4. Развитая методика позволяет синтезировать трехмерные бифокальные диэлектрические линзы.
5. СКА синтезированной трехмерной линзы в 4 раза превышает СКА соответствующей цилиндрической линзы.

## ГЛАВА 4. ШИРОКОУГОЛЬНЫЕ МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ, ЛИНЗОВЫХ И ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВЫХ БИФОКАЛЬНЫХ СИСТЕМ

### 4.1. МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ ПЛАНАРНЫХ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ БИФОКАЛЬНЫХ СИСТЕМ.

Многолучевая антенна на основе цилиндрической двухзеркальной бифокальной системы с минимальной величиной СКА ( $5 \times 10^{-5}$ ) в угле обзора  $105^\circ$ , синтезированной в главе 1, показана на рис. 4.1. Антенна содержит три слоя (три планарных волновода (1), расположенных друг над другом). В первом из них расположена облучающая система Н-секториальных рупоров (2), на выходе третьего- Е-секториальный рупор (2). Волноводы связаны между собой щелями (4), которые замыкаются конформными им зеркалами (3) бифокальной системы.

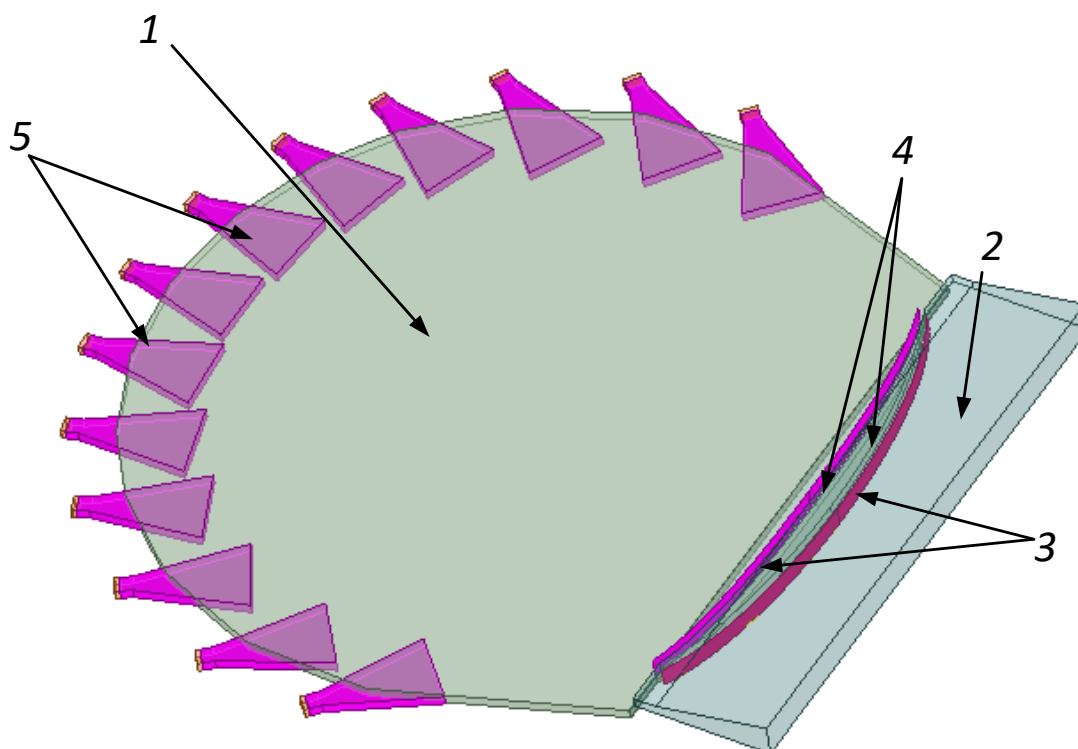


Рис. 4. 1. Многолучевая антенна на основе бифокальной двухзеркальной системы с минимальной СКА: 1- планарный волновод, 2- рупор, 3- зеркала, 4- щели связи, 5- облучатели.

На рис. 2, 3, соответственно, показаны зависимости коэффициента усиления (КУ) и величины КИП от угла обзора антенны для двух значений размера апертуры линзы ( $D$ ) в  $H$ -плоскости, рассчитанные с использованием метода конечных элементов в программной среде Ansys HFSS и в приближении Кирхгофа. Размеры волноводов в  $E$  плоскости равны  $0,16$  длины волны ( $\lambda$ ), параметры облучателей ( $H$ -секториальных рупоров) выбраны из условия облучения краев двухзеркальной системы по уровню  $-10$  дБ, размер  $E$ -секториального рупора в  $E$ -плоскости равен  $1.1\lambda$ , в  $H$  плоскости –  $1.2D$ , ширина щелей связи  $d=0.12\lambda$ .

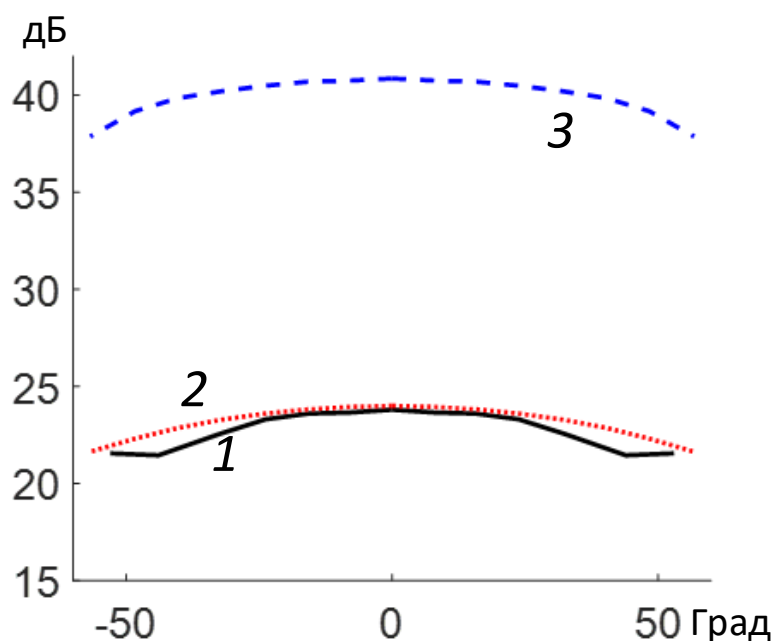


Рис.4. 2 . Зависимости коэффициента усиления от угла обзора: 1-  $D=20\lambda$ , МКЭ, 2- $D=20\lambda$ , Кирхгоф, 3-  $D=1000\lambda$ , Кирхгоф.

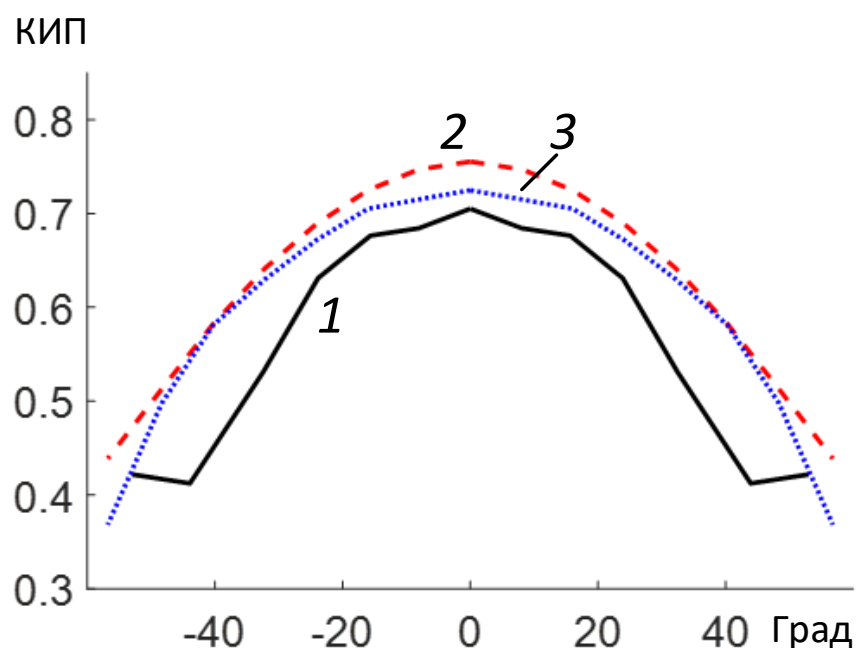


Рис. 4. 3. Зависимости КИП от угла обзора: 1-  $D=20\lambda$ , МКЭ, 2-  $D=20\lambda$ , Кирхгоф, 3-  $D=1000\lambda$ , Кирхгоф.

При расчете величины КИП учитывалась полная апертура антенны, т.е. апертура рупора (2), которая выбрана большего размера в Н-плоскости, чем апертура зеркальной системы для обеспечения согласования при отклонении главного лепестка ДН на угол  $52.5^\circ$ .

На рис. 4. 3 видно, что величина КИП зависит от размера апертуры антенны в Н-плоскости в центре и на краях сектора обзора, что говорит о влиянии СКА на эту величину на этих углах. При этом для небольших значений  $D/\lambda$  можно без потери усиления антенны использовать бифокальную систему с большей величиной СКА, но с меньшим размером фокального расстояния и, соответственно, облучающей системы.

На рис. 4. 4 показана такая антенна, параметры двухзеркальной системы в которой найдены по методике работы [23,25], СКА равна  $1 \times 10^{-4}$ , а поверхности зеркал продлены до краев апертуры. Видно, что с уменьшением фокального расстояния габариты облучающей системы уменьшаются, при этом СКА увеличивается примерно в два раза по сравнению с минимальной величиной, оставаясь минимальной для данного фокального расстояния.

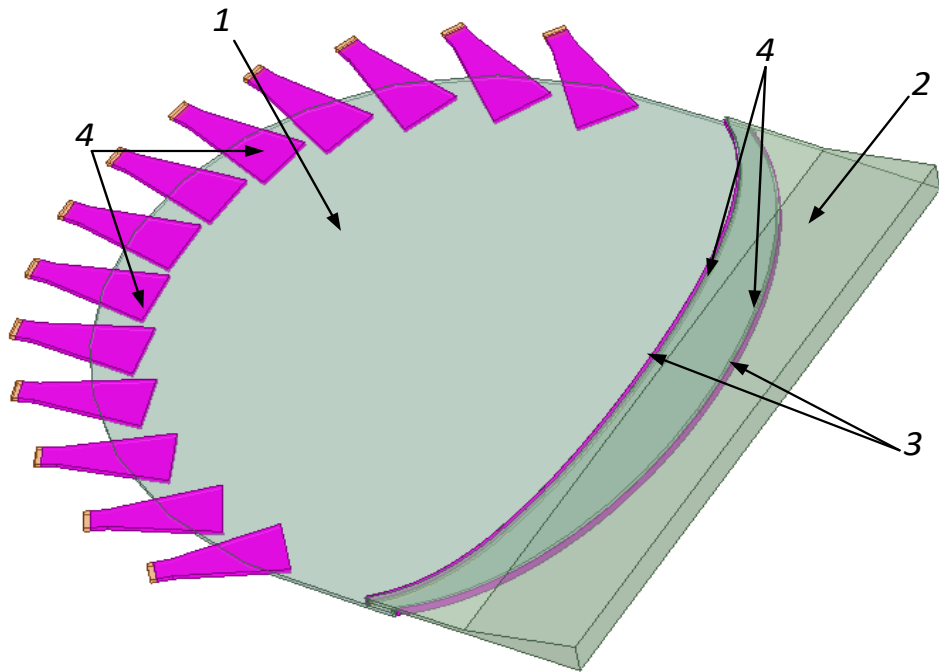


Рис.4. 4. Многолучевая антенна на основе бифокальной двухзеркальной системы с компактной облучающей системой.

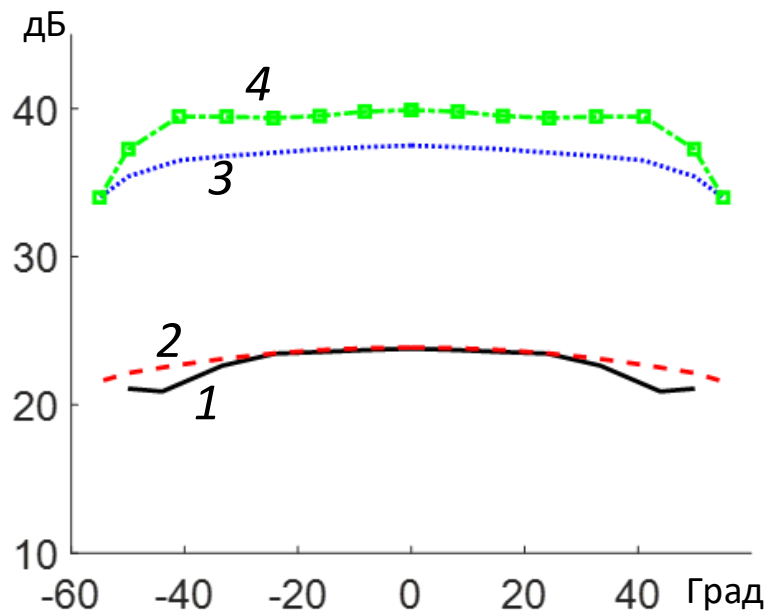


Рис. 4. 5. Зависимости коэффициента усиления от угла обзора: 1- $D=20\lambda$ , МКЭ; 2- $D=20\lambda$ , Кирхгоф, 3- $D=500\lambda$ , Кирхгоф, 4-  $D=1000\lambda$ , Кирхгоф.

На рис. 4. 5 и рис. 4. 6, соответственно, показаны зависимости КУ и КИП антенны от угла обзора, рассчитанные двумя методами для разных электрических

размеров апертуры антенны. На рис.6 видно, что КИП антенны при  $D=20\lambda$  примерно такой же, как у антенны на основе бифокальной системы с минимальной СКА (рис.3), а при  $D=1000\lambda$  - меньше (особенно сильно на краях сектора обзора) из-за увеличения фазовых aberrаций.

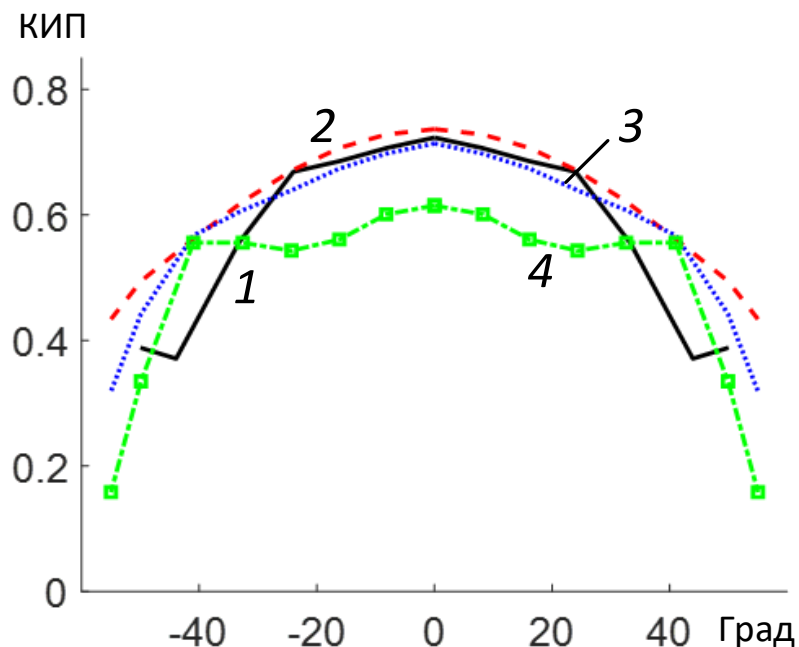


Рис. 4. 6. Зависимости КИП от угла обзора: 1- $D=20\lambda$ , МКЭ; 2- $D=20\lambda$ , Кирхгоф, 3- $D=500\lambda$ , Кирхгоф, 4-  $D=1000\lambda$  Кирхгоф.

При разработке многолучевых антенн с умеренным электрическим размером можно оптимизировать параметры бифокальной двухзеркальной системы, максимизируя величину КУ (КИП) антенны с использованием численного моделирования.

На рис. 4.7 показан вариант такой антенны, а на рис. 4. 8 и рис. 4. 9, соответственно, показаны зависимости КУ и КИП антенны от угла обзора.

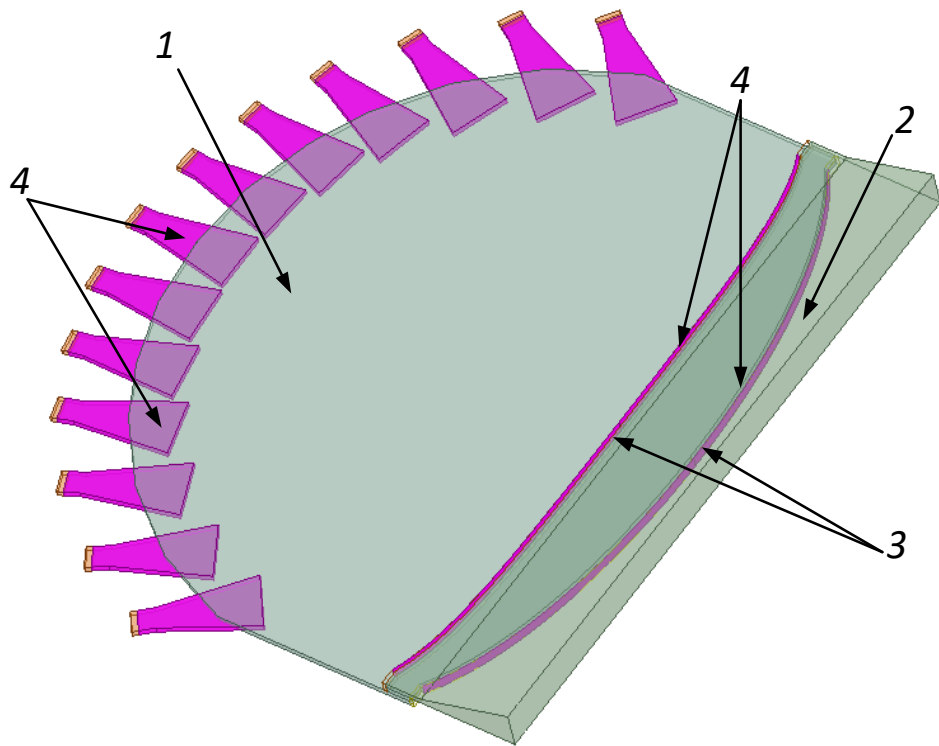


Рис. 4. 7. Многолучевая антенна на основе бифокальной двухзеркальной системы с оптимизацией по максимуму КИП.

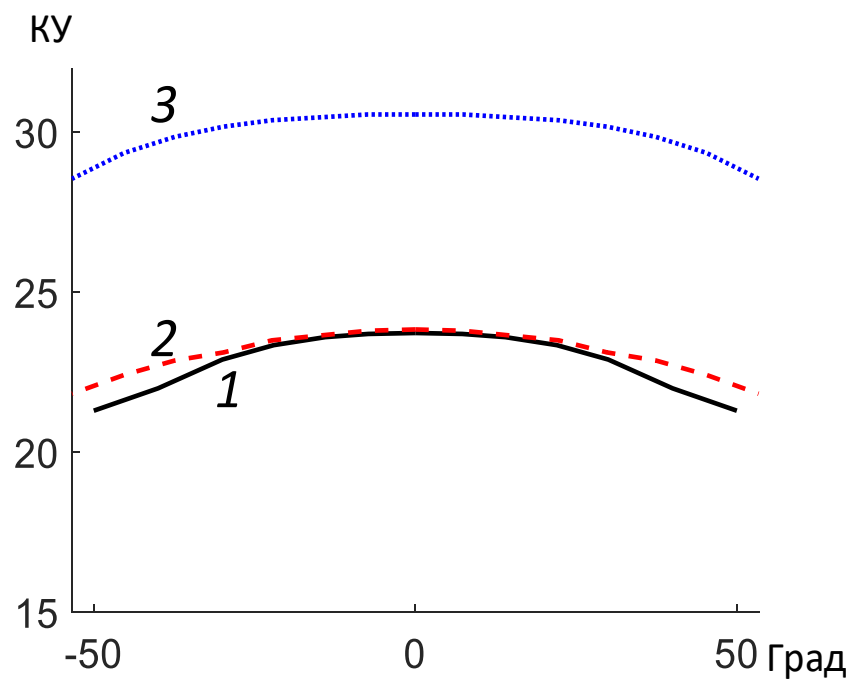


Рис. 4. 8. Зависимости коэффициента усиления антенны от угла обзора: 1-  $D=20\lambda$ , МКЭ; 2-  $D=20\lambda$ , Кирхгоф, 3-  $D=100\lambda$ , Кирхгоф.

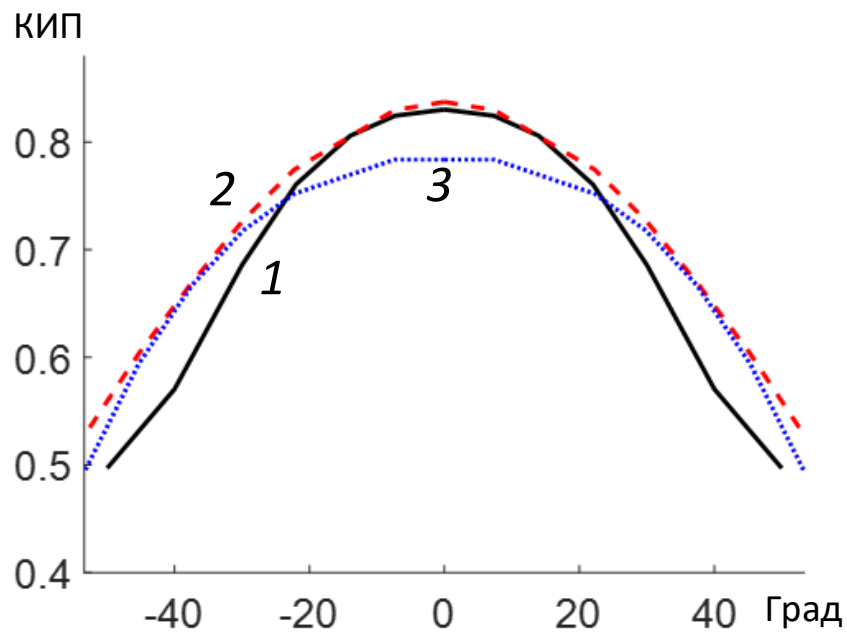


Рис. 4. 9. Зависимости КИП антенны от угла обзора: 1- $D=20\lambda$ , МКЭ; 2- $D=20\lambda$ , Кирхгоф, 3- $D=100\lambda$ , Кирхгоф.

На рис. 4. 9 видно, что КИП антенны при  $D=20\lambda$  в угле обзора  $100^\circ$  не ниже 0.5, а максимальное значение (при центральном положении луча) составляет 0.84, т.е. выше, чем в предыдущих вариантах антенны.

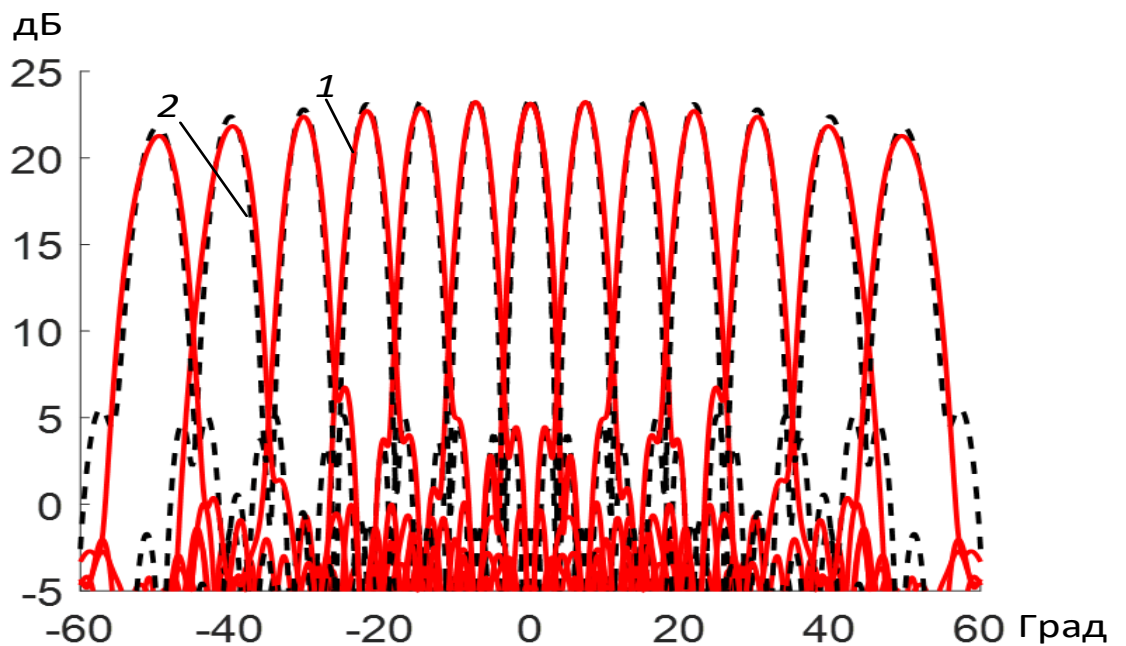


Рис. 4. 10. Диаграммы направленности антенны, рассчитанные с использованием МКЭ (1) и методом Кирхгофа (2).



На рис. 4.10 показаны диаграммы направленности 13 лучей многолучевой антенны, оптимизированной по максимуму КИП, рассчитанные для  $D/\lambda = 20$  двумя методами. Видно, что метод Кирхгофа правильно описывает структуру главных лепестков лучей антенны во всем секторе обзора.

Число лучей в секторе обзора  $100^\circ$  при увеличении  $D/\lambda$  до 1000 (в первом варианте антенны) при использовании в качестве облучателей Н-секториальных рупоров равно 650 (на рисунке не показаны).

#### 4.2. МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ ПЛАНАРНЫХ БИФОКАЛЬНЫХ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВЫХ СИСТЕМ.

Многолучевая антенна на основе зеркально-линзовой системы с минимальной СКА ( $1.3 \times 10^{-4}$ ), синтезированной в работе [23, 27], показана на рис.4.11.

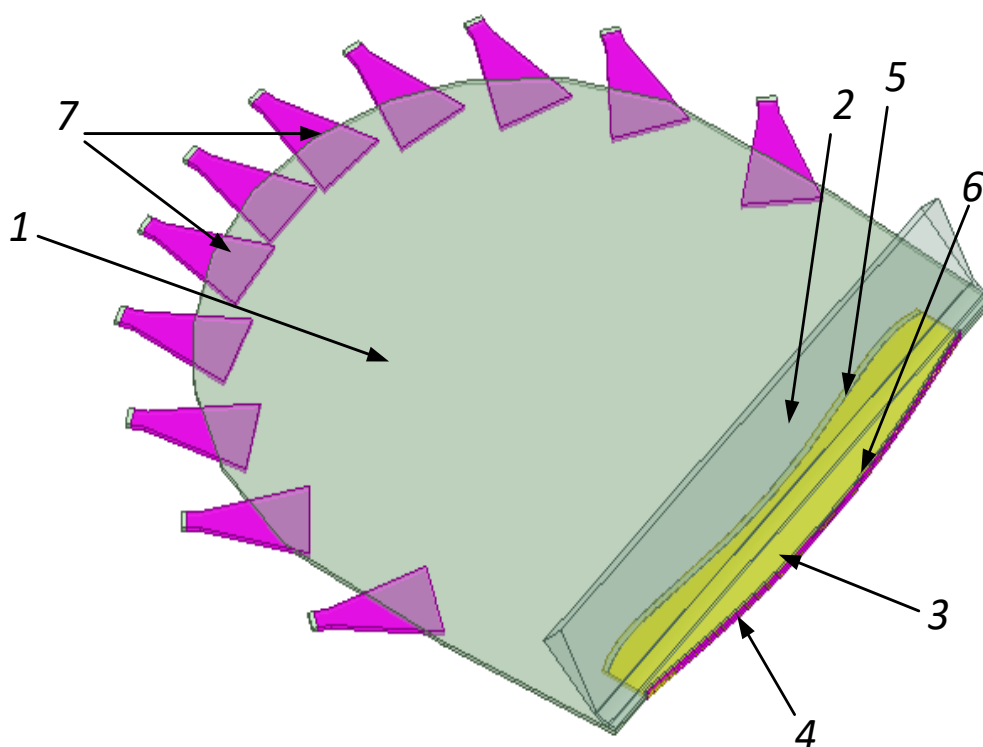


Рис. 4. 11. Многолучевая антенна на основе планарной зеркально-линзовой системы с минимальной СКА: 1-первый планарный волновод, 2-Е-секториальный рупор, 3- линза, 4- зеркало,5- согласующий слой линзы, 6- щель связи, 7- облучатели.

В отличие от двухзеркального варианта конструкция зеркально-линзовой антенны – двухслойная, т.е. содержит только два планарных волновода.

На рис. 4. 12 и рис. 4. 13, соответственно, показаны зависимости величины КУ и КИП для двух значений электрического размера апертуры в Н-плоскости, рассчитанные двумя методами. Размеры планарных волноводов в Е плоскости равны  $0.16\lambda$ , параметры Н-секторальных рупоров выбраны из условия облучения краев зеркально-линзовой системы по уровню  $-10$  дБ, размер Е-секторального рупора в Е-плоскости равен  $1.1\lambda$ , размер в Н-плоскости -  $1.2D$ , ширина щелей связи  $d=0.12\lambda$ .

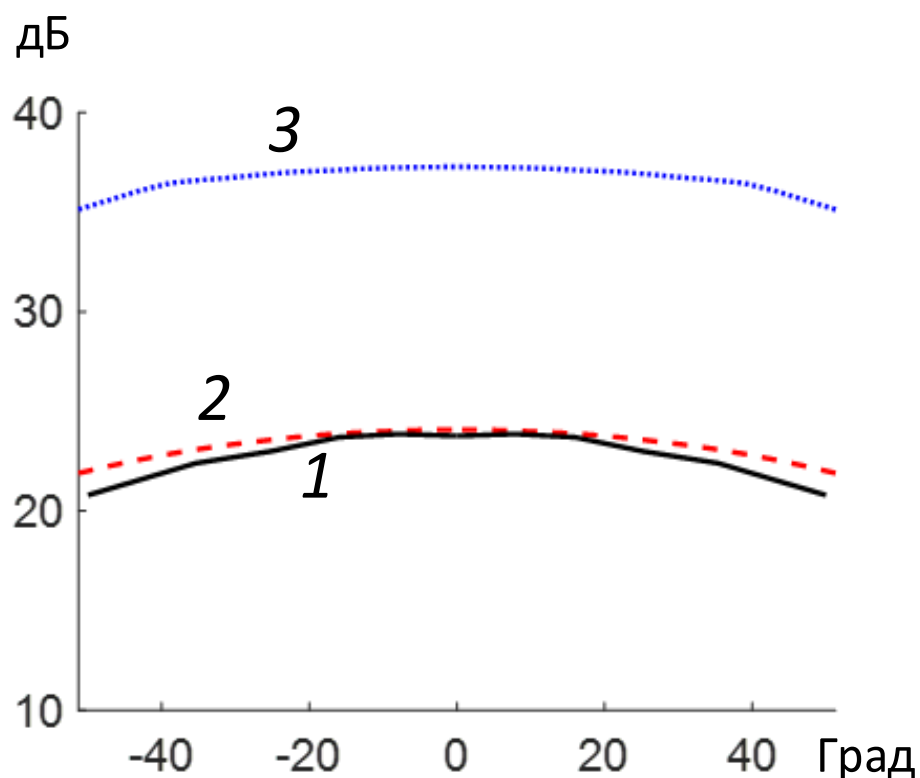


Рис.4. 12. Зависимости коэффициента усиления антенны на основе планарной зеркально-линзовой системы с минимальными aberrациями от угла обзора: 1-  $D=20\lambda$ , МКЭ, 2-  $D=20\lambda$ , Кирхгоф, 3-  $D=500\lambda$ , Кирхгоф.

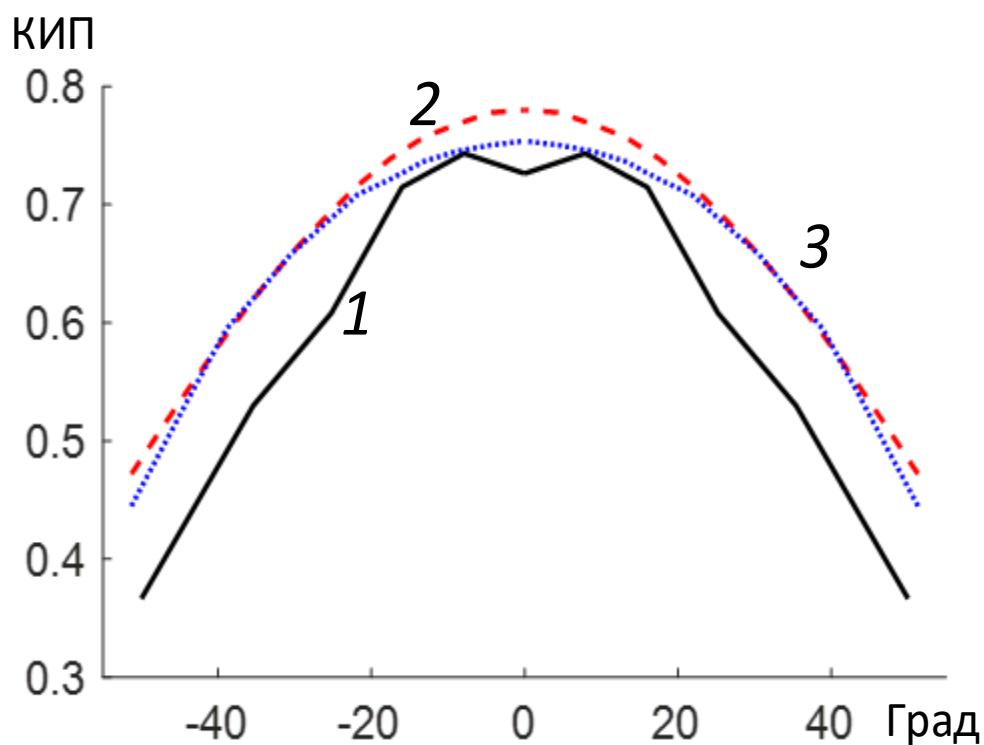


Рис. 4. 13. Зависимости КИП от угла обзора: 1-  $D=20\lambda$ , МКЭ, 2-  $D=20\lambda$ , Кирхгоф, 3-  $D=500\lambda$ , Кирхгоф.

Как видно на рис. 4.13, КИП зависит в рассмотренных примерах от размера апертуры в Н-плоскости в центре сектора обзора, что говорит о влиянии аберрации на эту величину для этих углов. Для небольших значений  $D/\lambda$ , как и в двухзеркальном варианте, можно использовать бифокальную систему с большей величиной СКА, но с более компактной облучающей системы. Параметры такой системы с величиной СКА ( $4 \times 10^{-4}$ ) были найдены по описанной выше методике, а соответствующая многолучевая антенна показана на рис. 4. 14.

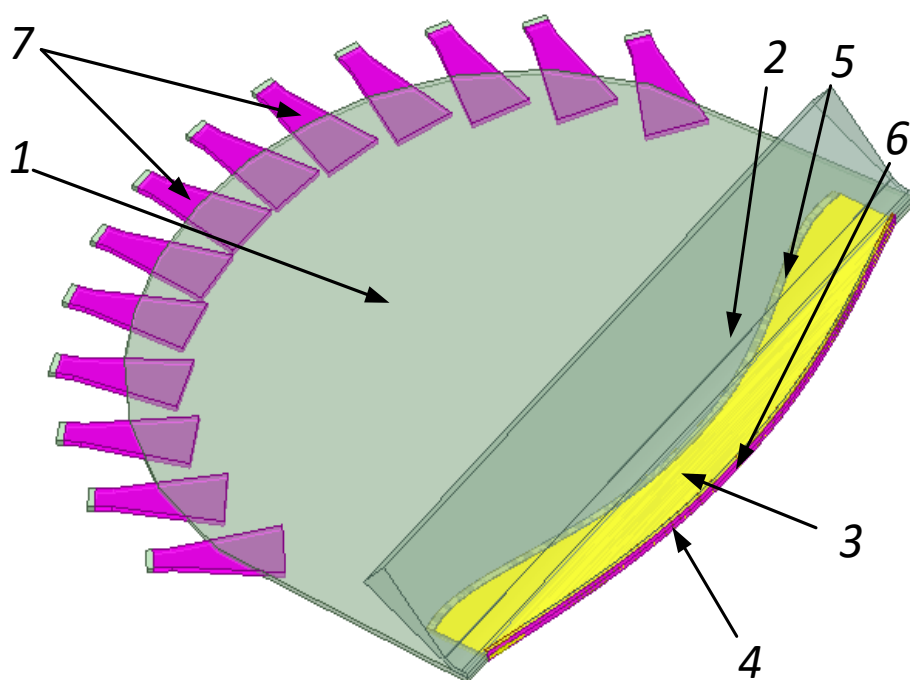


Рис. 4. 14. Многолучевая антенна на основе бифокальной зеркально-линзовой системы с компактной облучающей системой: 1-первый планарный волновод, 2-Е-секторальный рупор, 3- линза, 4- зеркало, 5- согласующий слой линзы, 6- щель связи, 7- облучатели.

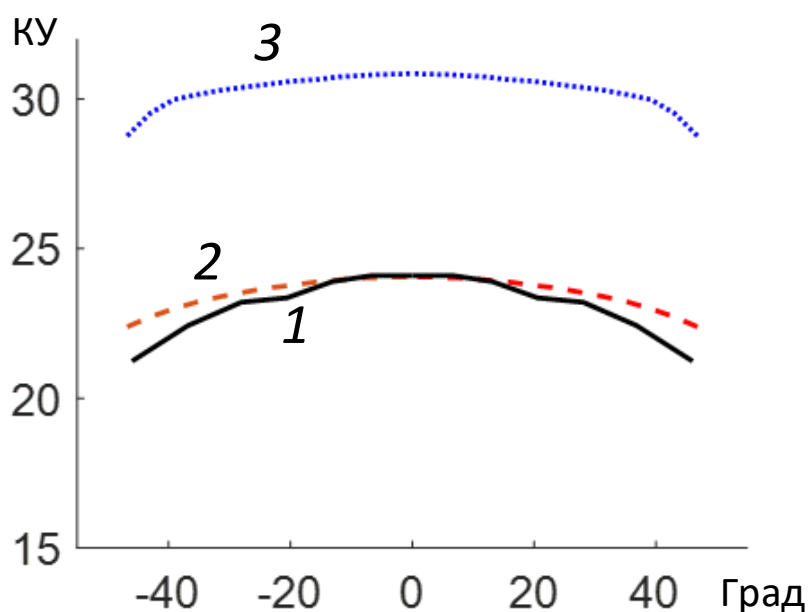


Рис. 4. 15. Зависимости коэффициента усиления антенны на основе планарной зеркально-линзовой системы с компактной облучающей системой от угла обзора: 1-  $D=20\lambda$ , МКЭ, 2-  $D=20\lambda$ , Кирхгоф, 3-  $D=500\lambda$ , Кирхгоф.

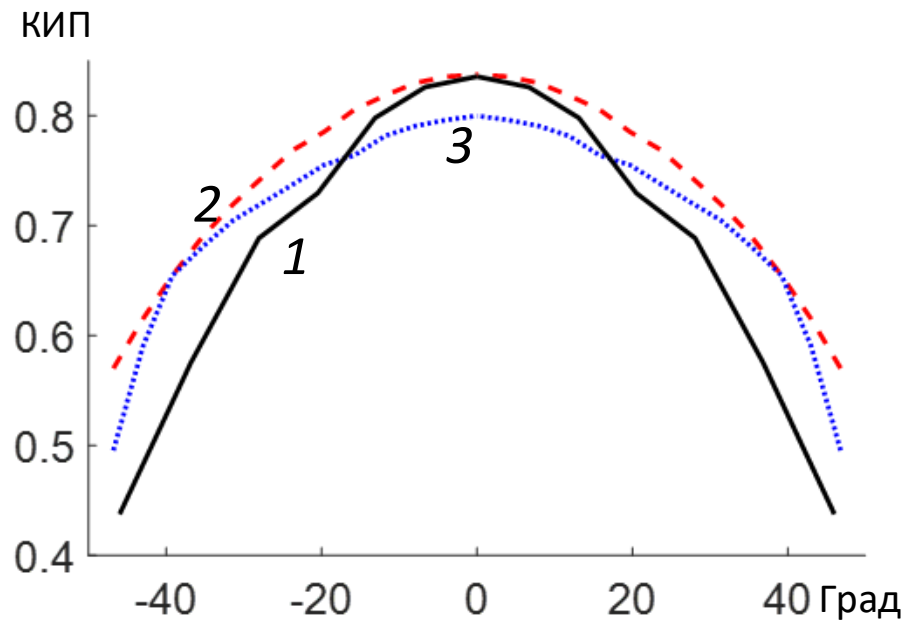


Рис. 4. 16. Зависимости КИП от угла обзора: 1-  $D=20\lambda$ , МКЭ, 2-  $D=20\lambda$ , Кирхгоф, 3-  $D=100\lambda$ , Кирхгоф.

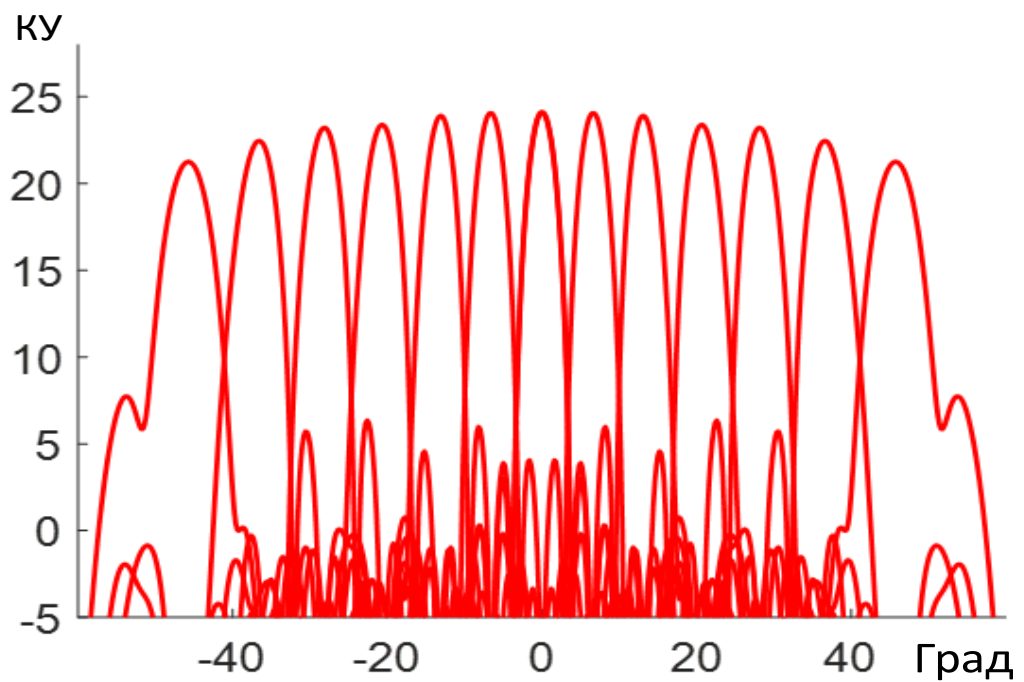


Рис. 4. 17. Диаграммы направленности лучей антенны на основе бифокальной зеркально-линзовой системы с компактной облучающей системой.

На рис. 4.15 и рис. 4. 16, соответственно, показаны зависимости КУ и КИП от угла обзора этой антенны, рассчитанные двумя методами, а на рис. 4. 17 – диаграммы направленности 13 лучей антенны для  $D/\lambda = 20$ .

Как видно на рисунках, сектор обзора антенны по уровню КИП = 0.5 составляет более  $80^\circ$ . Число лучей при  $D/\lambda = 20$  в этом секторе – 11, при  $D/\lambda = 100$  - 55, а при увеличении  $D/\lambda$  до 500 (в первом варианте антенны) число лучей увеличивается до 275.

#### 4.3. МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ ПЛАНАРНЫХ БИФОКАЛЬНЫХ ЛИНЗ.

Многолучевая антенна на основе бифокальной линзы из полистирола с минимальной абберацией, синтезированной в работе [23, 26], показана на рис.18. Антенна состоит из планарного волновода (1), Е-секториального рупора (2) бифокальной диэлектрической линзы (3) и разработанных металлодиэлектрических облучателей (5), которые находятся внутри волновода (1). Для улучшения согласования на входной и выходной поверхности линзы имеются выступы длиной равной четверти длины волны в диэлектрике.

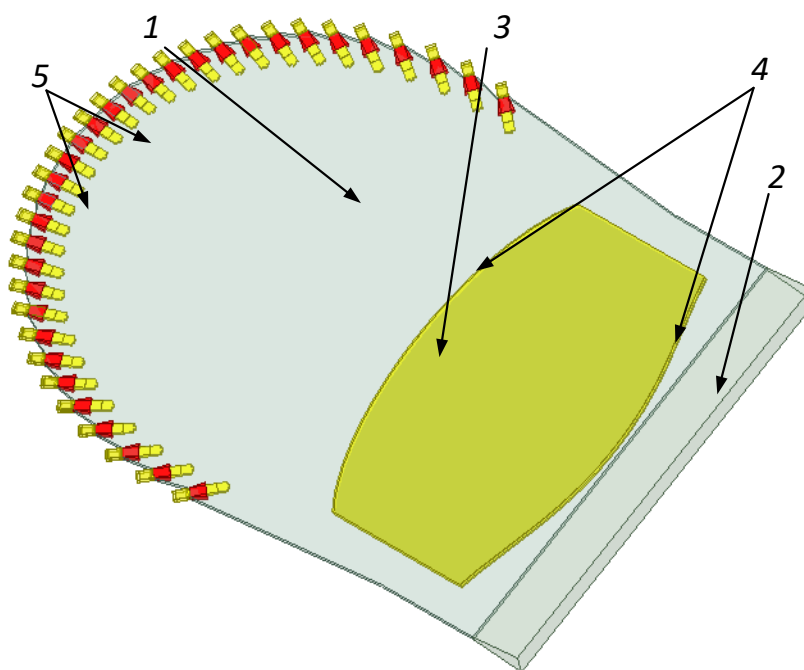


Рис. 4. 18. Многолучевая антенна на основе бифокальной диэлектрической линзы с минимальной СКА: 1- планарный волновод, 2- *E*-секторальный рупор, 1- бифокальная диэлектрическая линза, 4- согласующие выступы, 5- метало-диэлектрические облучатели.

Метало-диэлектрический облучатель (рис. 4. 19) состоит из металлического рупора (1) и выступающего из него ступенчато-нерегулярного в *E*- плоскости диэлектрического стержня из полистирола прямоугольного сечения (2). Нерегулярная часть стержня (3) внутри волноводной части рупора обеспечивает его согласование с полым волноводом в полосе частот более 25 % по уровню -15 дБ.

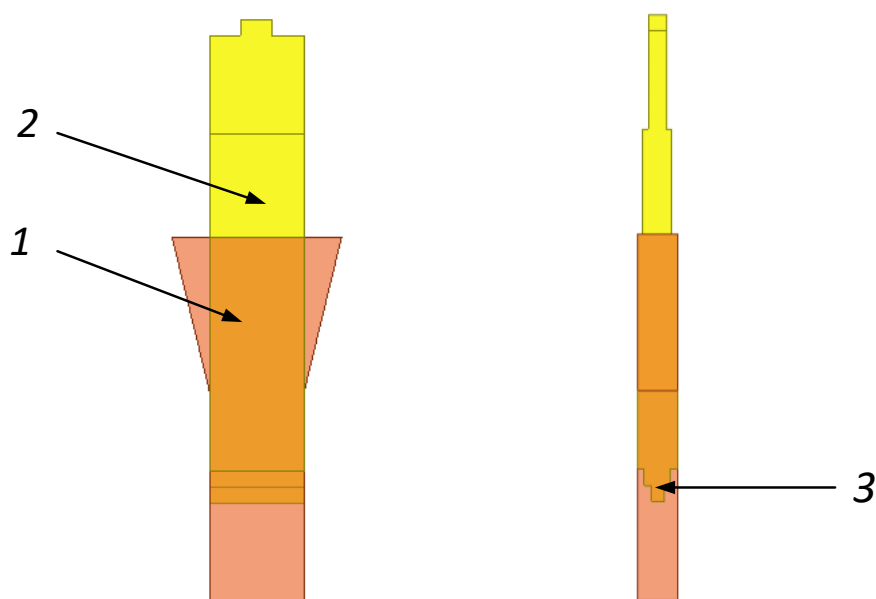


Рис. 4. 19. Метало-диэлектрический облучатель: 1-*H*-секториальный рупор, 2- диэлектрический стержень, 3- согласующая часть стержня.

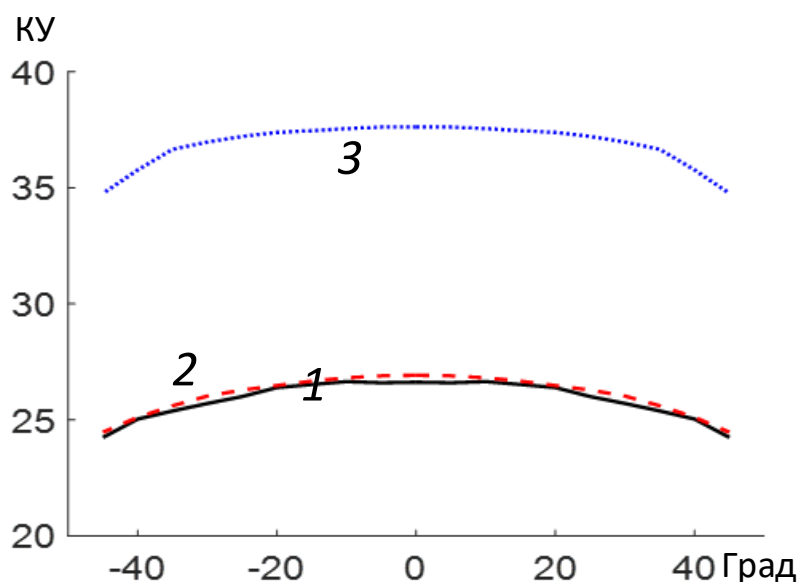


Рис.4. 20. Зависимости коэффициента усиления от угла обзора:  
 1-  $D=27.5\lambda$ , МКЭ, 2-  $D=27.5\lambda$ , Кирхгоф, 3-  $D=350\lambda$ , Кирхгоф.

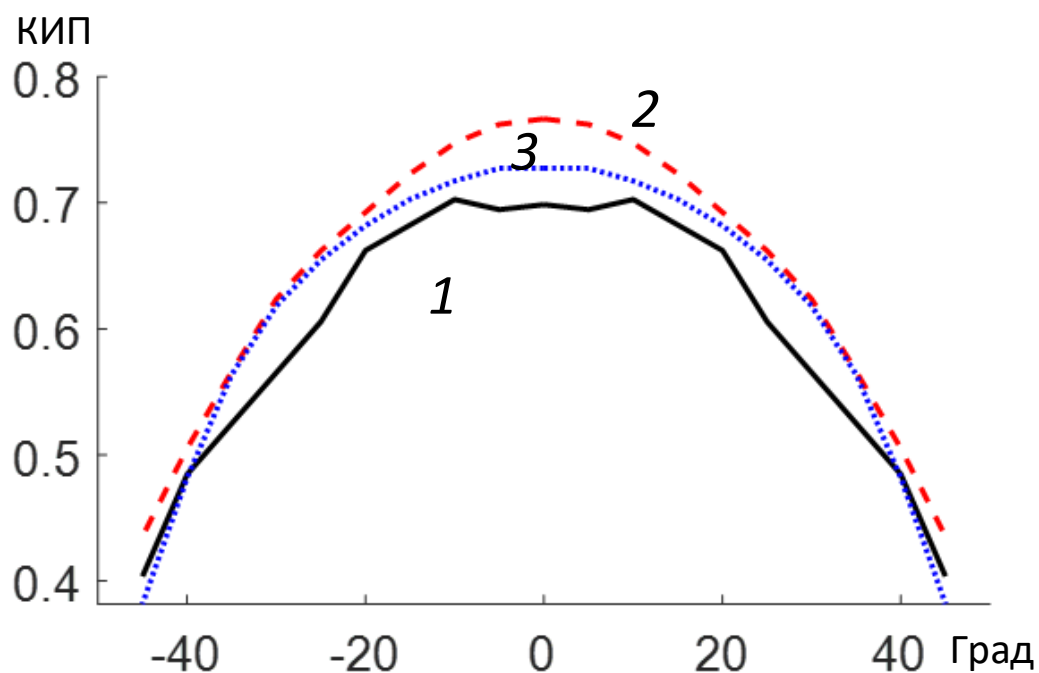


Рис. 4. 21. Зависимости КИП от угла обзора: 1-  $D=27.5\lambda$ , МКЭ, 2-  $D=27.5\lambda$ , Кирхгоф, 3-  $D=350\lambda$ , Кирхгоф.

На рис. 4. 20 и рис. 4. 21, соответственно, показаны зависимости КУ и КИП от угла обзора антенны для двух значений электрического размера апертуры в Н-плоскости, рассчитанные двумя методами. Размеры волноводов в Е плоскости равны  $0.3\lambda$ , размер Е-секториального рупора в Е-плоскости равен  $1.85\lambda$ , в Н-плоскости  $1.2D$ .



Как видно на рис. 4. 21 сектор обзора по уровню КИП 0.5 около  $80^{\circ}$  для обоих электрических размеров апертуры. Для небольших значений  $D/\lambda$ , как и в двух предыдущих вариантах фокусирующих систем, можно использовать бифокальную систему с большей величиной СКА, но с более компактной облучающей системы. Параметры такой системы с величиной СКА  $4 \times 10^{-4}$  в угле зрения  $90^{\circ}$  были найдены по описанной выше методике, а соответствующая многолучевая антенна показана на рис. 4. 22.

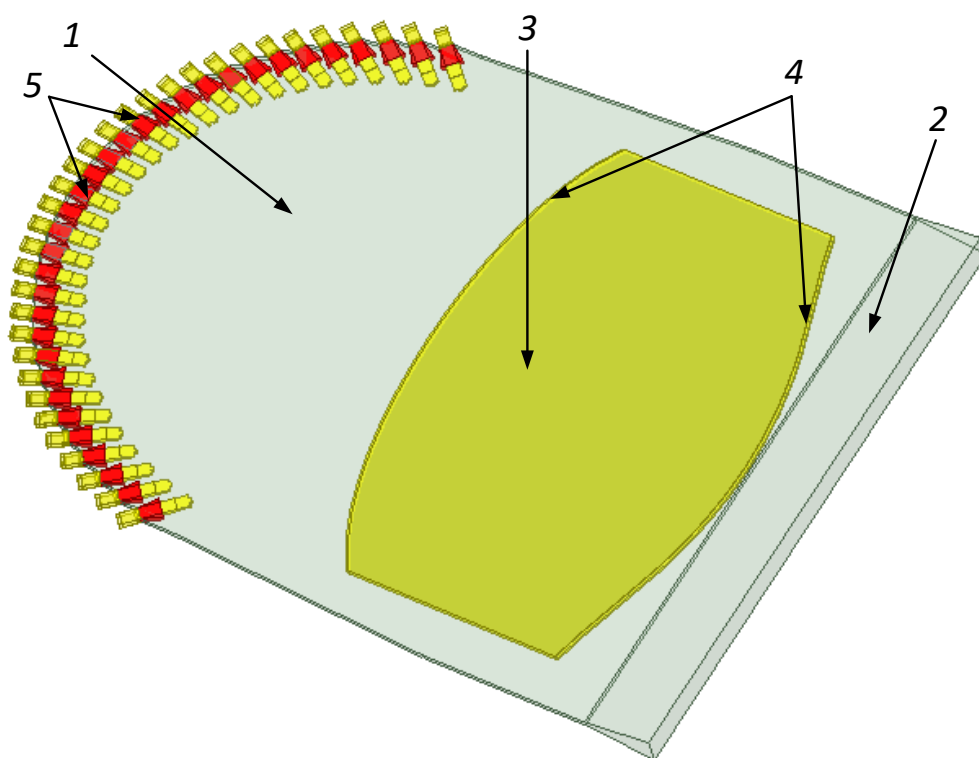


Рис. 4.22. Многолучевая антенна на основе бифокальной диэлектрической линзы с компактной облучающей системой

На рис. 4.23, 4.24 показаны зависимости КУ и КИП от угла обзора этой антенны, рассчитанные двумя методами для двух размеров линзы в Н-плоскости, а на рис. 4.25 – диаграммы направленности 29 лучей антенны с размером  $D = 27.5\lambda$ .

Как видно на рис.24, сектор обзора антенны по уровню КИП = 0.5 более  $80^{\circ}$ . Число лучей при  $D/\lambda = 350$  равно 370 (на рис.4.25 не показаны).

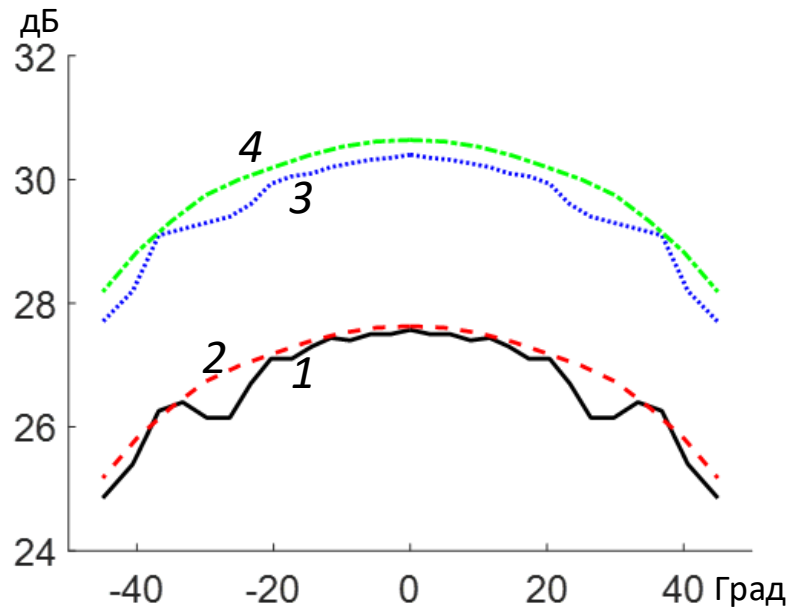


Рис. 4. 23. Зависимости коэффициента усиления от угла обзора: 1-  $D=28.8\lambda$ , МКЭ; 2-  $D=58\lambda$ , Кирхгоф; 3-  $D=28.8\lambda$ , МКЭ; 4-  $D=58\lambda$ , Кирхгоф;

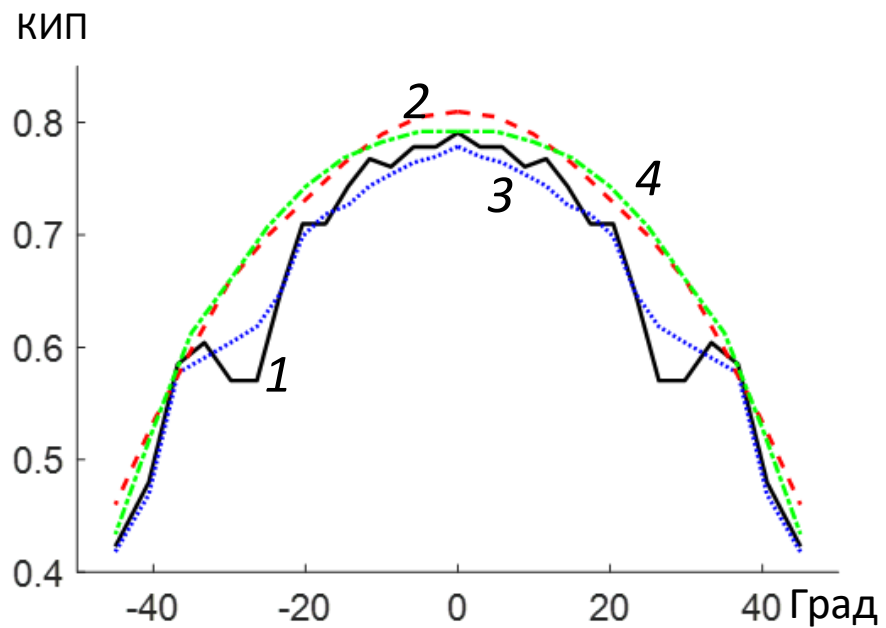


Рис. 4. 24. Зависимости КИП от угла обзора: 1-  $D=28.8\lambda$ , МКЭ; 2-  $D=58\lambda$ , Кирхгоф; 3-  $D=28.8\lambda$ , МКЭ; 4-  $D=58\lambda$ , Кирхгоф

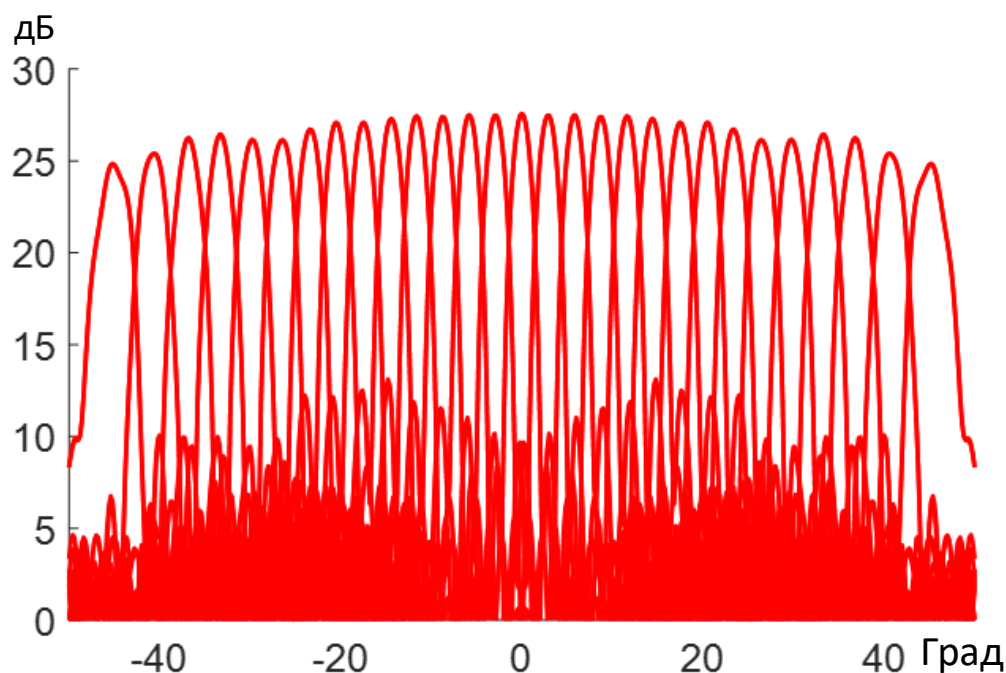


Рис. 4. 25. Диаграммы направленности многолучевой антенны на основе бифокальной линзы компактной облучающей системой.

Для проверки полученных результатов был изготовлен экспериментальный образец многолучевой антенны на основе планарной бифокальной линзы толщиной 3мм и  $D=288$ мм (рис.4.26). Размер рупора в Е-плоскости- 18.5 мм, в Н-плоскости - 400 мм, рабочей части (часть планарного волновода и рупора закрыта поглотителем) 340 мм. Для учета взаимодействия облучателей рядом с активным излучателем расположены по одному пассивному, нагруженному на согласованную нагрузку.

На рис 4. 26а и 4.26б, соответственно, показаны зависимости КУ и КИП экспериментального образца от угла обзора. Для сравнения на рисунках приведены аналогичные зависимости, рассчитанные с использованием МКЭ.

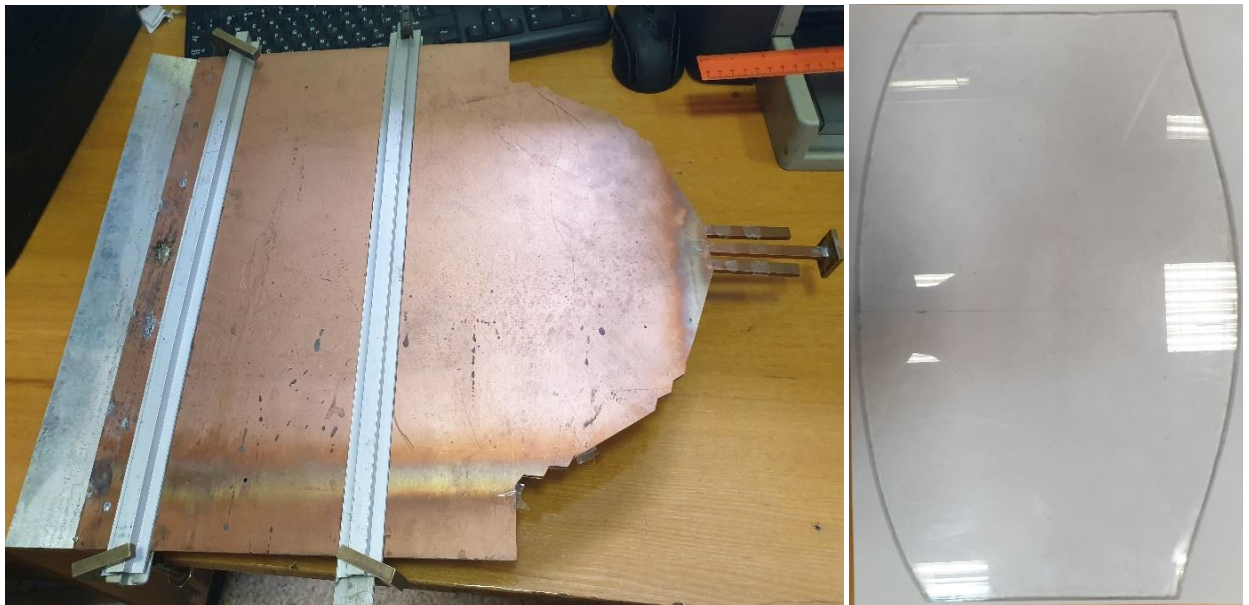


Рис. 4. 26. Экспериментальный образец многолучевой антенны на основе бифокальной диэлектрической линзы.

а)

б)

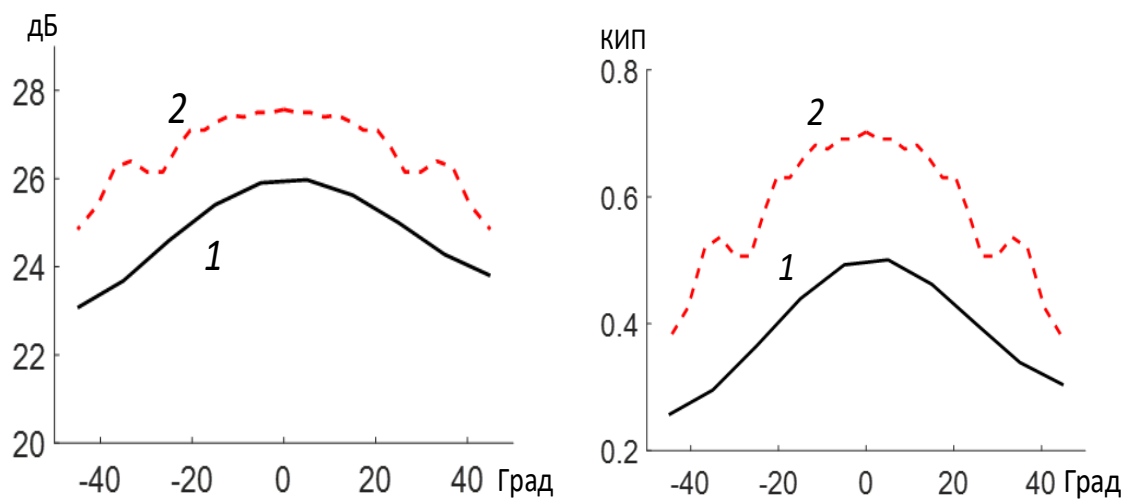


Рис. 4. 27. Зависимости от угла обзора коэффициента усиления и величины КИП экспериментального образца многолучевой антенны на основе бифокальной линзы: 1- результаты измерений; 2- результаты моделирования с использованием МКЭ.

Как видно на рис. 4. 27а, измеренные зависимости КУ экспериментального образца идут на 2 дБ ниже результатов моделирования, что можно объяснить

неучетом при моделировании тепловых потерь в металле и диэлектрике, а также погрешностями изготовления и измерения.

#### 4.4. МНОГОЛУЧЕВАЯ АНТЕННА НА ОСНОВЕ ТРЁХМЕРНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ БИФОКАЛЬНОЙ ЛИНЗЫ.

Рассмотренные выше многолучевые антенны на основе планарных бифокальных систем могут обеспечить широкие углы обзора и большое количество лучей в Н-плоскости при относительно небольших величинах КУ. Для увеличения КУ можно использовать эти антенны в качестве ДОС многолучевых планарных решеток (Приложение 1) или облучающих систем для цилиндрической зеркальной системы, фокусирующей в ортогональной плоскости. Такая фокусирующая системы может быть однозеркальной или двухзеркальной (Приложение 2).

Другой путь увеличения КУ многолучевой антенны заключается в использовании в качестве фокусирующего элемента трехмерной бифокальной диэлектрической линзы.

На рис.4. 28 показана многолучевая антенна на основе трехмерной бифокальной диэлектрической линзы, синтезированной выше. Антенна состоит из диэлектрической линзы (1) и системы облучателей в виде пирамидальных рупоров (2). Параметры рупоров подобраны из условия облучения кромки апертуры линзы на уровне -10 дБ.

На рис. 4. 29а и 4. 29б, соответственно, показаны зависимости КУ и КИП от угла обзора в Н-плоскости многолучевой антенны на основе трехмерной диэлектрической бифокальной линзы с круглой апертурой и двумя значениями диаметра ( $D$ ), рассчитанные в приближении Кирхгофа.

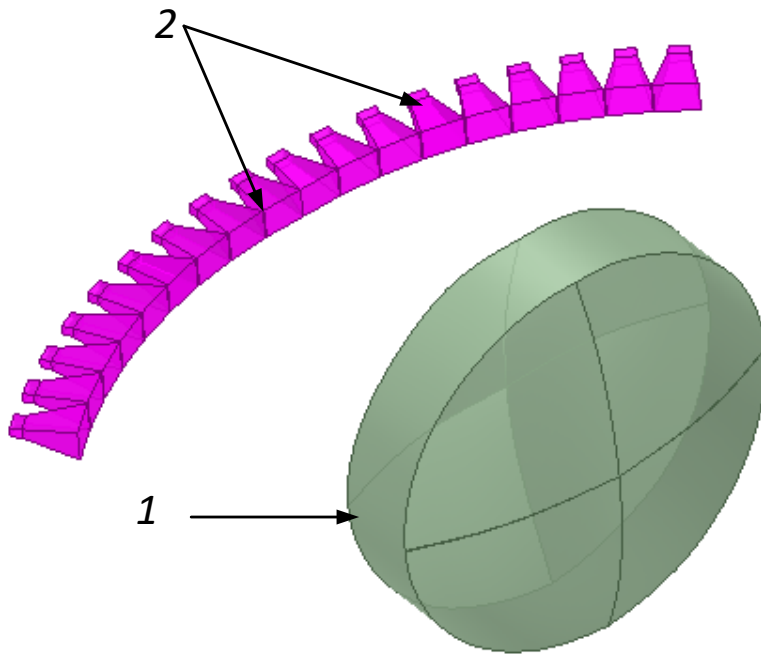


Рис.4. 28. Многолучевая антенна на основе трехмерной бифокальной диэлектрической линзы, 1-трехмерная бифокальная диэлектрическая линза, 2-облучатели.

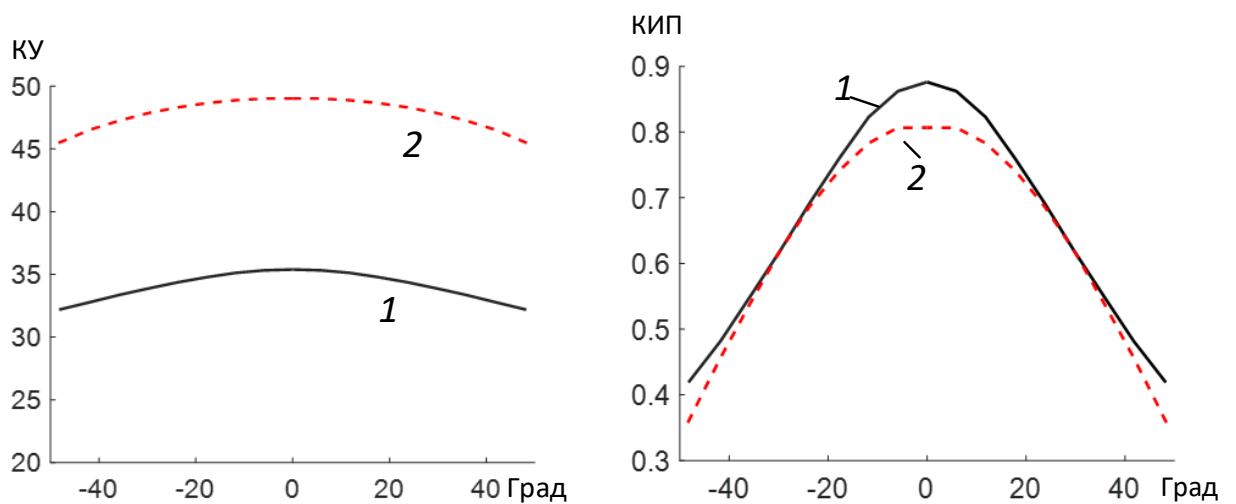


Рис.4. 29. Зависимости от угла обзора коэффициента усиления и величины КИП многолучевой антенны на основе трехмерной бифокальной диэлектрической линзы: 1-  $D=20\lambda$ , 2-  $D=100\lambda$ .

Как видно на рис. 4. 29б максимальная величина КИП антенны на основе трехмерной бифокальной диэлектрической линзы больше, чем у антенн на основе цилиндрических бифокальных систем, что связано с наличием у последних рупора в Е-плоскости с увеличенным размером апертуры в Н-плоскости.

При этом скорость падения величины КИП с увеличением угла обзора у антенны на основе трехмерной бифокальной диэлектрической линзы также выше.

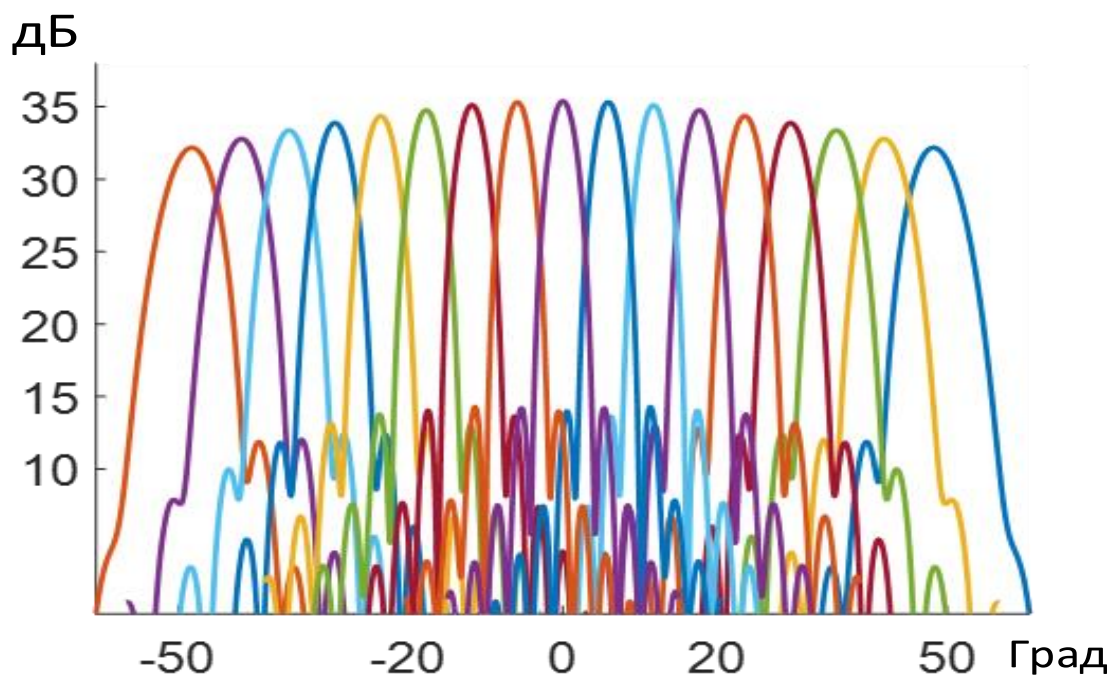


Рис.4. 30. Диаграммы направленности в Н-плоскости лучей многолучевой антенны на основе трехмерной диэлектрической бифокальной линзы при  $D= 20\lambda$ .

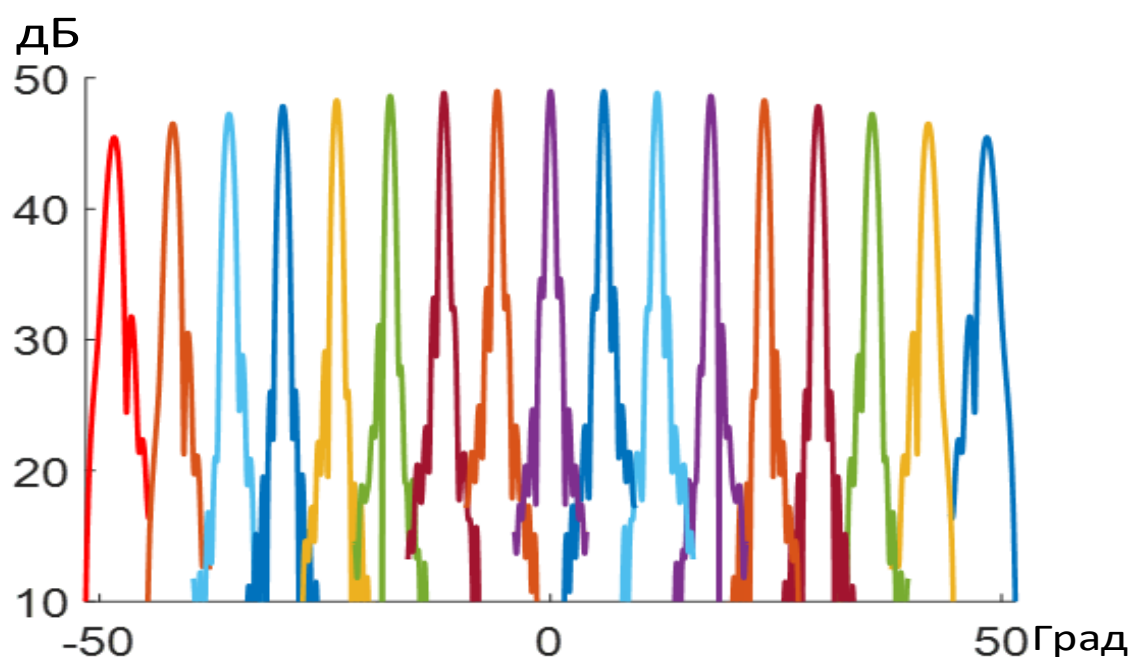


Рис. 4. 31. Диаграммы направленности в Н-плоскости лучей многолучевой антенны на основе трехмерной диэлектрической бифокальной линзы при  $D=100\lambda$ .

На рис. 4.30, 4.31 показаны диаграммы направленности лучей многолучевой антенны на основе трехмерной диэлектрической бифокальной линзы с разным диаметром апертуры, рассчитанные в приближении Кирхгофа. Для удобства сравнения число лучей (17) на рисунках одинаковое, хотя в последнем случае это число в 5 раз больше (показан каждый пятый луч).

### ***Выводы***

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Многолучевая антенна на основе планарной бифокальной двухзеркальной системы позволяет сформировать в одной плоскости до 650 лучей в секторе обзора  $100^\circ$  (при  $D/\lambda = 1000$ ).



2. Многолучевая антенна на основе планарной бифокальной зеркально-линзовой системы позволяет сформировать в одной плоскости до 275 лучей в секторе обзора  $80^{\circ}$  (при  $D/\lambda = 500$ ).

3. Многолучевая антенна на основе планарной бифокальной линзы с металло-диэлектрическими облучателями позволяет сформировать в одной плоскости до 370 лучей в секторе обзора  $80^{\circ}$  (при  $D/\lambda = 350$ ).

4. Многолучевая антенна на основе трехмерной бифокальной линзы позволяет сформировать в одной плоскости 85 лучей в секторе обзора  $80^{\circ}$  (при  $D/\lambda = 100$ ).

5. Предельные возможности многолучевой антенны на основе трехмерной бифокальной линзы, в том числе формирования лучей во всем пространстве, требуют дальнейших исследований.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе получены следующие основные результаты [22-27]:

1. Развита численно-аналитическая методика синтеза бифокальных цилиндрических двухзеркальных, диэлектрических линзовых и зеркально-линзовых систем с минимальными аберрациями.

2. Синтезированы и оптимизированы двухзеркальные цилиндрические бифокальные системы со среднеквадратической аберрацией (СКА)  $8 \times 10^{-6}$  в угле зрения  $50^\circ$ ,  $2 \times 10^{-5}$  в угле зрения  $70^\circ$  и  $4 \times 10^{-5}$  в угле зрения  $105^\circ$ .

3. Синтезированы и оптимизированы зеркально-линзовые цилиндрические бифокальные системы с СКА  $2 \times 10^{-5}$  в угле зрения  $50^\circ$ ,  $5 \times 10^{-5}$  в угле зрения  $70^\circ$  и  $1.3 \times 10^{-4}$  в угле зрения  $100^\circ$ .

4. Синтезированы и оптимизированы линзовые цилиндрические бифокальные системы с СКА  $3 \times 10^{-5}$  в угле зрения  $40^\circ$ ,  $1.5 \times 10^{-4}$  в угле зрения  $90^\circ$ .

5. Синтезирована трехмерная бифокальная диэлектрическая линза с СКА  $6 \times 10^{-4}$  в угле зрения  $90^\circ$ .

6. С использованием численного моделирования исследованы широкоугольные многолучевые антенны на основе оптимизированных бифокальных систем.

7. Разработана конструкция экспериментального макета многолучевой антенны на основе бифокальной цилиндрической диэлектрической линзы с углом зрения  $90^\circ$  и проведены измерения ее характеристик.

Следует отметить, что при вычислении КИП рассмотренных в работе планарных многолучевых антенн в качестве апертуры использовалась апертура выходного рупора, которая бралась с «запасом» и, как правило, в Н-плоскости в 1.2 раза превышала соответствующий размер фокусирующей бифокальной системы. Для фокусирующих систем больших электрических размеров этот

«запас» можно уменьшить и величина КИП при этом возрастет.

Число лучей в рассмотренных антеннах на основе планарных двухзеркальных и зеркально-линзовых бифокальных систем можно увеличить, используя кластерные или металло-диэлектрические облучатели вместо Н-секториальных, как это было сделано для антенны на основе планарной бифокальной линзы (глава 3).

Другой путь увеличения числа лучей, а также повышения коэффициента усиления – использование разработанных антенн в качестве ДОС многолучевых планарных решеток (Приложение 1) или облучающих систем для цилиндрической зеркальной системы, фокусирующей в ортогональной плоскости. Такая фокусирующая системы может быть однозеркальной или двухзеркальной. В первом случае наиболее эффективно использование зеркально-линзовой системы, на поверхности которой может быть размещено параболическое цилиндрическое зеркало. В случае планарной решетки или двухзеркальной системы также может быть эффективно использована в качестве ДОС двухзеркальная бифокальная система. Для реализации максимальной величины КИП в последнем случае можно использовать решение задачи синтеза двухзеркальной системы, полученное в Приложении 2.

Все рассмотренные в работе планарные бифокальные системы построены на основе планарного волновода с основной модой (ТЕМ), в связи с чем обеспечивается широкая полоса рабочих частот антенны, которая ограничивается только частотными свойствами облучающей системы. Аналогичные системы могут быть построены на основе планарного волновода с модой  $H_{10}$  и с фокусировкой в Е-плоскости, но полоса частот в этом случае будет ограничиваться частотной дисперсией этой моды.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шишлов А.В., Многолучевые антенные для систем радиолокации и связи // Журнал радиоэлектроники. [Электронный журнал] 2018. №7. <http://jre.cplire.ru/jre/jul18/6/text.pdf>
2. Mauro Ettore, Erio Gandini, Ronan Sauleau. Multi-beam pillbox antennas in the millimeter-wave range // Proc. of the 5th European Conf. on Antennas and Propagation (EUCAP). 2011. Rome. P.2947.
3. Банков С.Е., Грачев Г.Г., Дупленкова М.Д., Фролова Е.В. Проектирование и экспериментальное исследование интегральной зеркальной многолучевой антенны миллиметрового диапазона// РЭ. 2014. Т. 59. № 6. С.552.
4. Калошин В.А., Многолучевые гибридные антенны // Труды 13 Междун. Крымской конф. СВЧ техника и телекоммуникационные технологии, Crimico-2003, Сентябрь 2003. г.Севастополь. С.383-390.
5. Karim Tekkouk, Mauro Ettore, Laurent Le Coq and Ronan Sauleau. Multibeam SIW slotted waveguide antenna system fed by a compact dual-layer Rotman lens // IEEE Trans.on Antennas and Propag. 2016. V.64. №2. P.504.
6. Tekkouk K., Ettore M., Sauleau R., Casaletti M., Compact multi-beam Rotman lens antenna in SIW technology // IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI).Chicago.USA.2012.P.2979.
7. Toan K., Vo Dai, Tuan Nguyen, Ozlem Kilic. A compact microstrip Rotman lens design // IEEE International Symposium on Antennas and Propagation &USNC/ URSI National Radio Science Meeting. 2017. San Diego. P.2129.
8. Yi Liu, Hu Yang, Zusheng Jin, Fei Zhao, Jiang Zhu, A multi-beam cylindrically conformal slot array antenna based on a modified Rotman lens // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2018. V.66. №7. P.3441.
9. Калошин В.А., Фролова Е.В. Анализ и минимизация aberrаций широкоугольных планарных зеркальных системах // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2014. №1.

<http://jre.cplire.ru/jre/jan14/16/text.pdf>

10. Венецкий А.С., Калошин В.А., Аберрации эйконала в планарных двухзеркальных антеннах // РЭ. 2014. Т. 59. № 11.С.1102.

11. Банков С.Е., Фролова Е.В., Проектирование и экспериментальное исследование планарной многолучевой двухзеркальной апланатической системы // РЭ. 2017. Т. 62. № 5.С.463.

12. Венецкий А.С., Калошин В.А., Нгуен К.Т., Фролова Е.В. Синтез и исследование сверхширокополосной планарной трехзеркальной системы // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. №1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan18/4/text.pdf>.

13. Калошин В.А., Нгием Х.Д., Фролова Е.В., Синтез и исследование сверхширокополосной планарной волноводной трехфокальной линзо-зеркальной системы с принудительным преломлением // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. №1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan18/3/text.pdf>.

14. Кинбер Б.Е., Классен В.И., Стеблин В.И. Теория трехмерных бифокальных систем // РЭ.1983.Т.28. №8. С.1509 -1517.

15. Классен В.И., Кинбер Б.Е., Шишлов А.В., Тоболев А.К. Гибридные и полифокальные антенны. Обзор // Антенны. 1987. Вып. 34. С. 3-24.

16. Калошин В.А., Нгием Х.Д. Синтез и анализ диэлектрических бифокальных линз // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. №8. <http://jre.cplire.ru/jre/aug18/17/text.pdf>.

17. Калошин В.А., Ле Д.Т. Синтез и анализ бифокальных двухзеркальных систем // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. №9. <http://jre.cplire.ru/jre/sep18/13/text.pdf>.

18. Kogan B.L., Plastikov A.N. About a New Procedure for Offset Bifocal Reflector Antennas Synthesis // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. 2013. Vol.12. P.512-515.

19. Plastikov A.N. A High-Gain Multibeam Bifocal Reflector Antenna with 40° Field of View for Satellite Ground Station Applications // IEEE Trans. 2016. V.

AP-64. № 7. P. 3251.

20. В.А.Калошин, Д.Т.Ле. Трехфокальная планарная волноводно-щелевая антенная решётка // РЭ. 2021. Т.66. №10. С. 974-979. DOI: 10.31857/S0033849421100077.

21. В.А.Калошин, Д.Т.Ле. Трехфокальная зеркально - линзовая планарная волноводно - щелевая антенная решётка // РЭ. 2021. Т.66. №11. С.1078-1084. DOI: 10.31857/S0033849421110048.

22. Калошин В.А., ЛеД.Т., Ви У.Н. Многолучевые волноводно-щелевые антенные решётки с бифокальными диаграммо-образующими системами и широким сектором частотного сканирования // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2020. №3.<http://jre.cplire.ru/jre/mar20/13/text.pdf>.

23. V.A. Kaloshin, Vi Ut Nam. Synthesis of Planar Bifocal Two Mirror, Lens and Mirror-Lens Beamforming Systems. *2021 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW)*, pp. 159-162, doi: 10.1109/RSEMW52378.2021.9494139.

24. Калошин В.А., Ви Ут Нам. Двухзеркальная цилиндрическая антенная система с высоким коэффициентом использования поверхности. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2021. №8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.8.19>.

25. В.А.Калошин, Ви Ут Нам. Синтез двухзеркальной бифокальной цилиндрической системы с минимальными aberrациями // РЭ. 2022. Т.67. №2. С.140-148. DOI: 10.31857/S003384942202005X.

26. В.А.Калошин, Ви Ут Нам. Синтез бифокальных диэлектрических линз // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2021. №2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.2.11>.

27. В.А.Калошин, Ви Ут Нам. Синтез зеркально-линзовой бифокальной цилиндрической системы с минимальными aberrациями // РЭ. 2022. Т.67. №3. С.249-258. DOI: 10.31857/S0033849422020061.

28. В.А.Калошин, Ви Ут Нам. Широкоугольные многолучевые

антенны на основе бифокальных систем // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2022. №.3. DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.3.2>

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### МНОГОЛУЧЕВЫЕ ПЛАНАРНЫЕ АНТЕННЫЕ РЕШЕТКИ НА ОСНОВЕ БИФОКАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Конструкция планарной волноводно-щелевой трехслойной антенной решётки с двухзеркальной ДОС показана на рис.1. Полотно решетки – прямоугольное (200 x 172 мм), толщина слоев (планарных волноводов)  $h = 1.6$  мм. Переходы между слоями выполнены в виде криволинейных щелей шириной  $d_1 = d_2 = 1.1$  мм одинаковой формы с примыкающими к ним зеркалами. Возбудителями являются Н - секториальные рупоры входным сечением  $7.2 \times 1.6$  мм и выходным сечением  $16 \times 1.6$  мм (на рисунке не показаны), расположенные на фокальной линии ДОС.

Конструкция планарной волноводно-щелевой антенной решётки с зеркально-линзовой ДОС и аналогичным полотном показана на рис. 2. Переход между слоями выполнены в виде щели шириной  $d = 1.2$  мм, конформной примыкающему к ней зеркалу. Возбудителями являются Н - секториальные рупоры с входным сечением  $7.2 \times 1.6$  мм и выходным сечением  $21 \times 1.6$  мм (на рисунке не показаны), расположенные на фокальной линии ДОС.

Полотно волноводно-щелевой антенной решётки состоит из 40 прямоугольных волноводов сечением  $5 \times 1.6$  мм, заполненных диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2.2$ , с четырьмя продольными щелями на широких стенках на каждом периоде и синусоидальным амплитудным распределением вытекающей моды вдоль волноводов решетки.



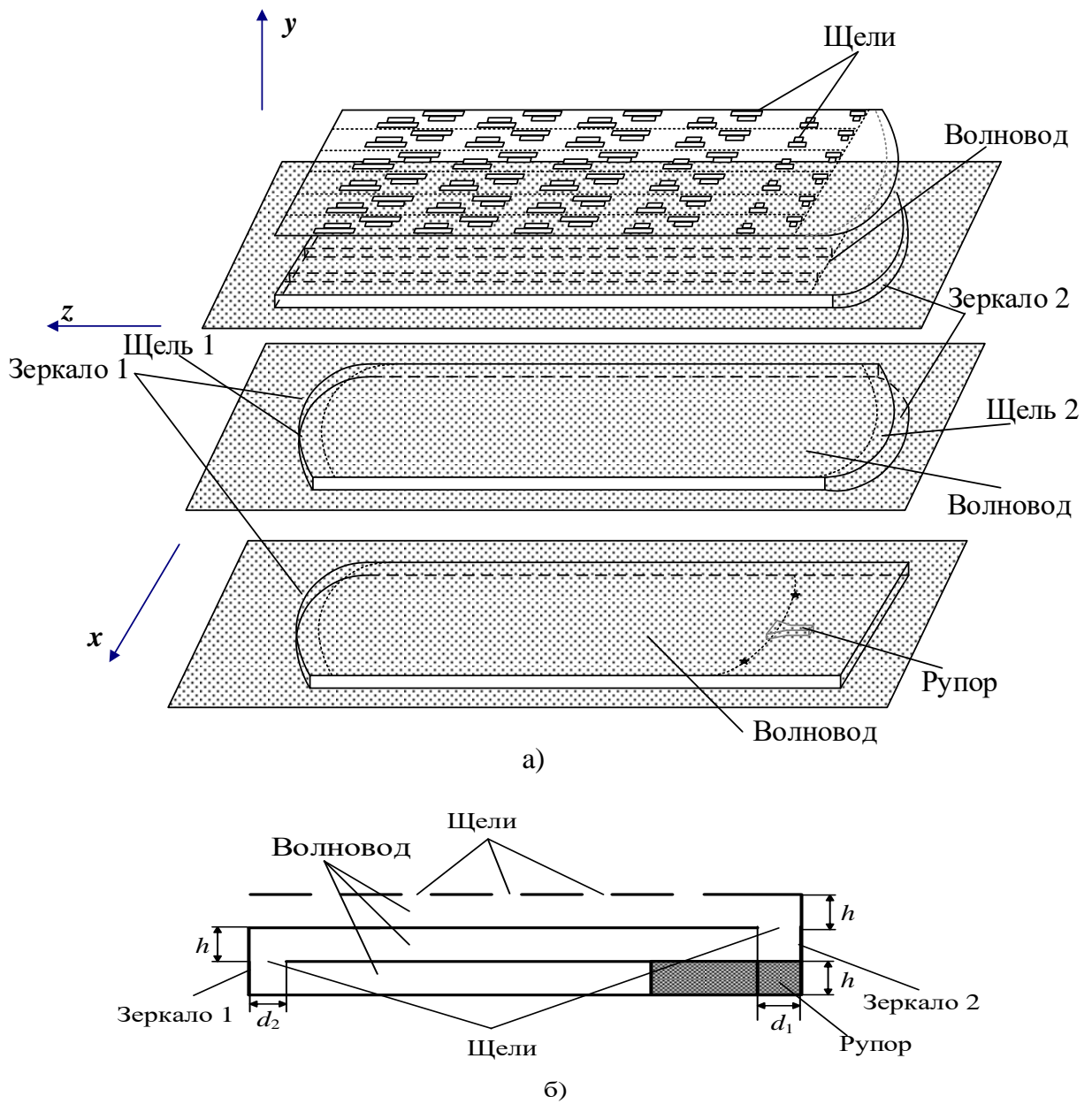


Рис. 1. Конструкция планарной волноводно-щелевой антенной решетки с двухзеркальной ДРОС (а) – общий вид, (б) – сечение.

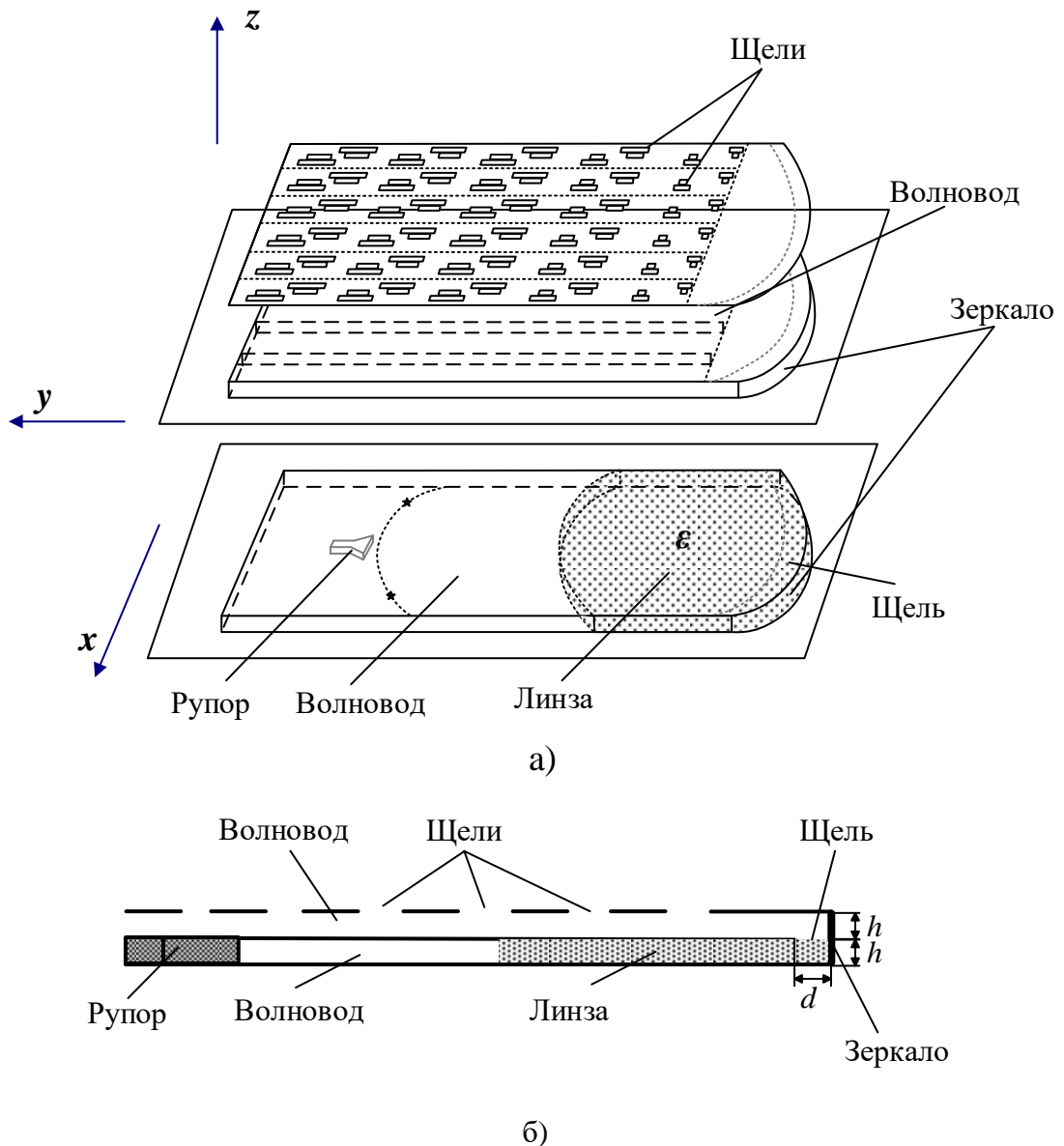


Рис. 2. Конструкция планарной волноводно-щелевой антенной решетке зеркально-линзовой ДОС (а) – общий вид, (б) – сечение.

На рис. 3 показаны диаграммы направленности антенных решеток азимутальной плоскости при перемещении рупорного облучателя по фокальной кривой на частоте 30 ГГц (красная кривая- для зеркально-линзовой системы, синяя кривая- для бифокальной двухзеркальной системы). Расчеты проводились методом конечных элементов в среде Ansys HFSS

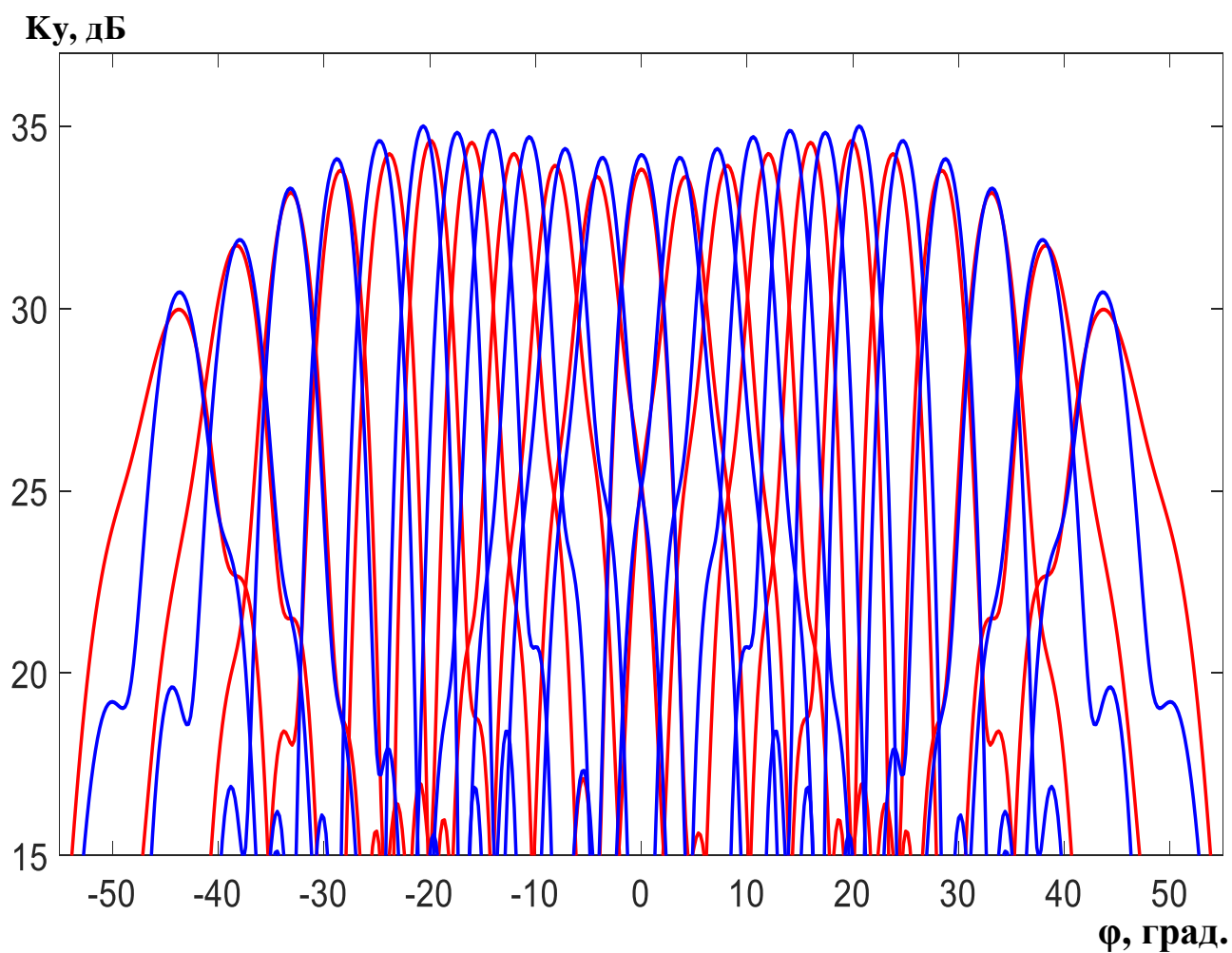


Рис. 3. Диаграммы направленности антенны в азимутальной плоскости.

На рис.4 показаны диаграммы направленности антенных решеток в угломестной плоскости при изменении частоты от 22ГГц до 38ГГц и центральном положении облучателя (красная кривая - для зеркально-линзовой ДОС, синяя кривая- для двухзеркальной ДОС ).

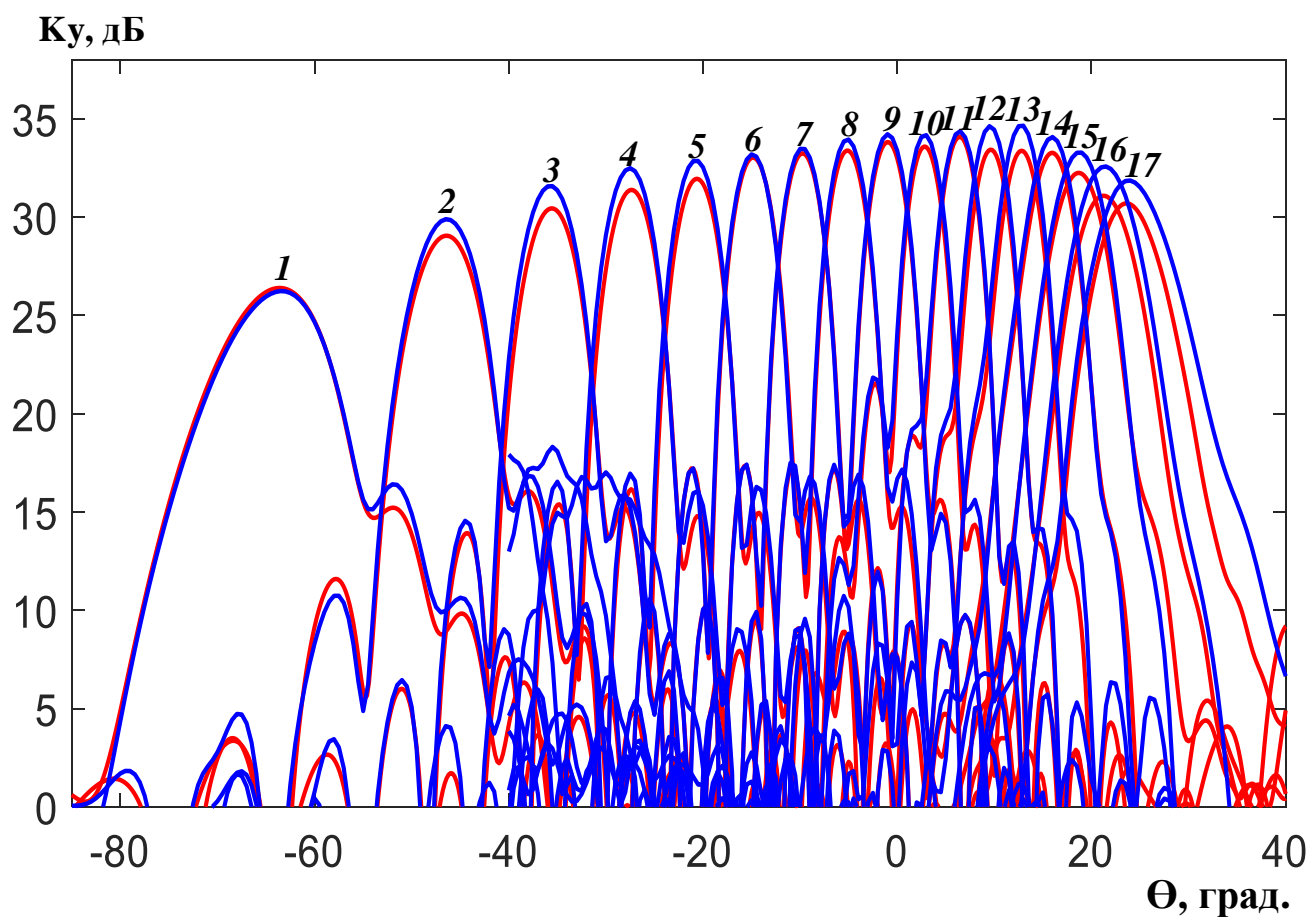


Рис. 4. Диаграммы направленности в угломестной плоскости в зависимости от частоты: 1 – 22ГГц, 2 - 23ГГц, 3 - 24ГГц, 4 - 25ГГц, 5 - 26ГГц, 6 - 27ГГц, 7 - 28ГГц, 8 - 29ГГц, 9 - 30ГГц, 10 - 31ГГц, 11 - 32ГГц, 12 - 33ГГц, 13 - 34ГГц, 14 - 35ГГц, 15 - 36ГГц, 16 - 37ГГц, 17 - 38ГГц.

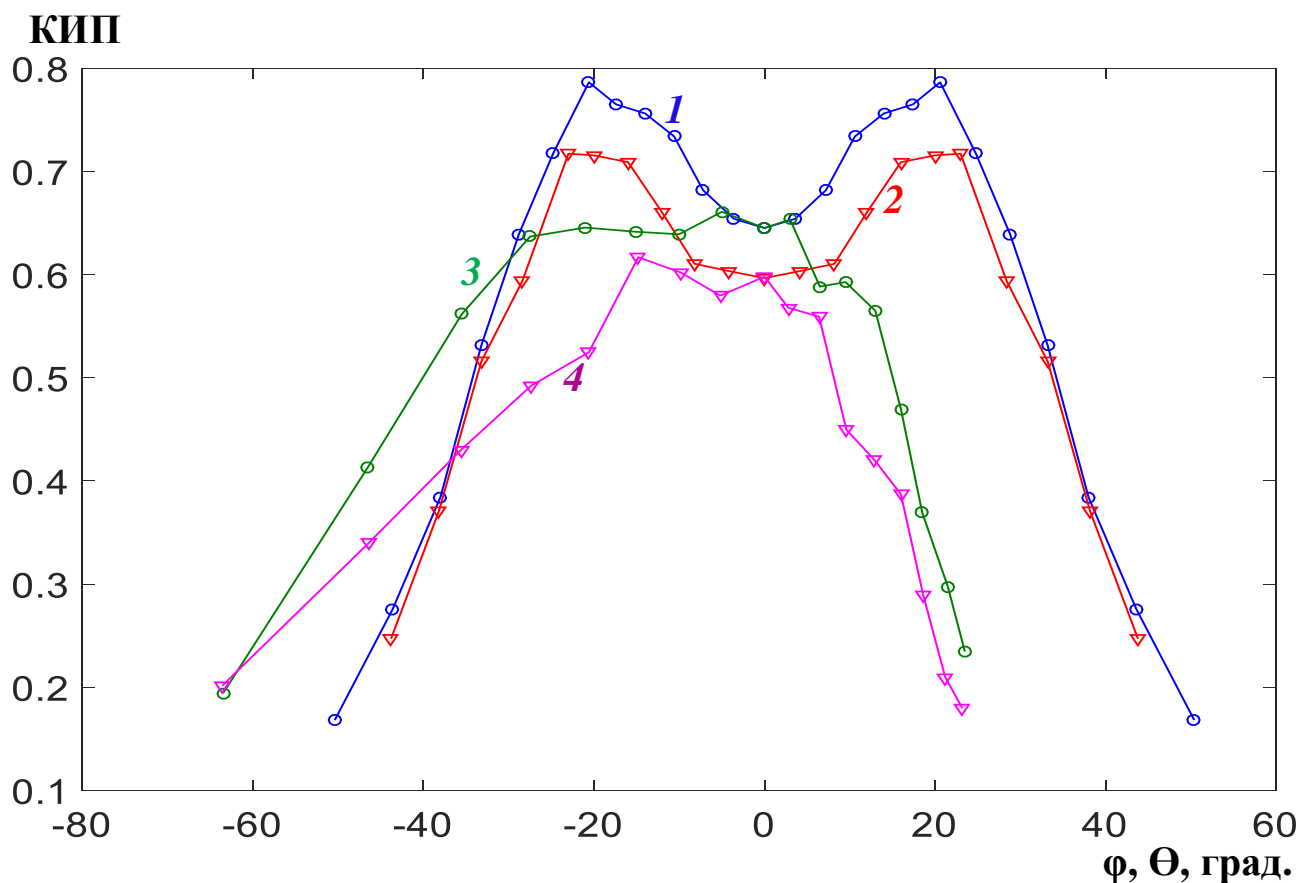


Рис. 5. Зависимости КИПа в азимутальной и угломестной плоскостях.

Как видно на рис.5, по уровню КИПа 0.5 сектора частотного сканирования в угломестной плоскости антенной решеткой с двухзеркальной и зеркально-линзовой ДОС равны, соответственно,  $58^{\circ}$  и  $40^{\circ}$ . При этом углы зрения многолучевой диаграммы в азимутальной плоскости для этих решеток почти одинаковы и примерно равны  $72^{\circ}$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### ДВУХЗЕРКАЛЬНАЯ АНТЕННА С МАКСИМАЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ПОЛЬЗОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ

#### 1. Синтеза цилиндрической двухзеркальной системы по заданному амплитудному распределению в апертуре.

Рассмотрим двухмерную задачу синтеза двухзеркальной системы, геометрия которой показана на рис.1. Двухзеркальная система, содержит главное (1) и вспомогательное (2) зеркала, возбуждается источником цилиндрической волны, расположенным в начале декартовой системы координат  $(x,y)$ , с заданным угловым распределением амплитуды поля источника  $E(\alpha)$  в пределах сектора углов  $\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ .

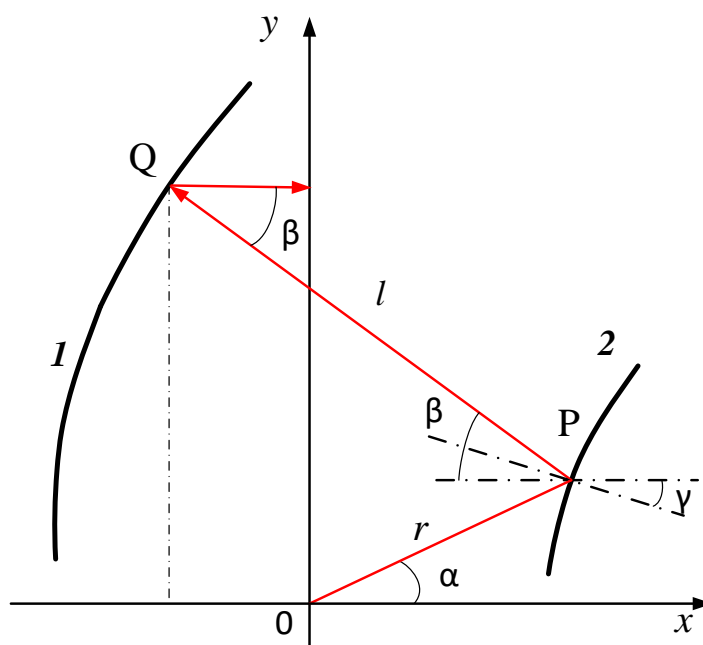


Рис. 1. Геометрия двухзеркальной системы.

Для остальных значений угла  $\alpha$  будем полагать  $E(\alpha) = 0$ .

Рассмотрим задачу синтеза формы зеркал системы, которая формирует на выходе линейный фронт с заданным  $E_{\text{out}}(y)$  амплитудным распределением при заданном

При этом удовлетворяется закон сохранения энергии, который в приближении геометрической оптики имеет вид:

$$\int_{\alpha_{\min}}^{\alpha} E^2(\alpha) d\alpha = C \int_{y_{\min}}^{y(\alpha)} E^2_{out}(y) dy \quad (1)$$

$$\text{где } C = \frac{\int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} E^2(\alpha) d\alpha}{\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} E^2_{out}(y) dy}$$

В случае равномерного амплитудного распределения на выходе системы ( $E_{out}(y)=E_0$ ) функция отображения  $y(\alpha)$  определяется выражением:

$$y(\alpha) = \frac{1}{CE_0} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha} E^2(\alpha) d(\alpha) + y_{\min} \quad (2)$$

Далее используем методику решения задачи синтеза по заданной функции отображения, описанную в работах [1 - 3]. Предложим, что луч, который выходит из источника под углом  $\alpha$ , падает на вспомогательное зеркало в точке P ( $\alpha, r$ ), отражается от него, падает на главное зеркало в точке Q( $x_Q, y_Q$ ) и отражается от него параллельно оси X.

Из геометрии задачи (рис. 1) следует, что эйконал этого луча равен  $L = r + l - x_Q$ , при этом:

$$\begin{cases} r \sin(\alpha) + l \sin(\beta) = y_Q = y(\alpha) \\ r \cos(\alpha) - l \cos(\beta) = x_Q \end{cases} \quad (3)$$

Учитывая закон отражения, получаем:

$$\frac{dr}{d\alpha} = \operatorname{tg}\left(\frac{\beta + \alpha}{2}\right) \quad (4)$$

Находя  $\beta$  из уравнения (3) и поставив в (4), получаем дифференциальное уравнение Бернулли:

$$\frac{dr}{d\alpha} + A(\alpha)r + B(\alpha)r^2 = 0 \quad (5)$$

где

$$A(\alpha) = \frac{y(\alpha)\sin(\alpha) + L(1 - \cos(\alpha))}{y(\alpha)(1 - \cos(\alpha)) - L\sin(\alpha)}; B(\alpha) = \frac{-2(1 - \cos(\alpha))}{y(\alpha)(1 - \cos(\alpha)) - L\sin(\alpha)} \quad (6)$$

Обозначая  $v=1/r$ , из (5) получаем:

$$v' + A(\alpha)v + B(\alpha) = 0 \quad (7)$$

Решение линейного дифференциального уравнения (7) имеет вид

$$v(\alpha) = W(\alpha, \alpha_0)v_0 + \int_{\alpha_0}^{\alpha} B(\tau)W(\alpha, \tau)d\tau \quad (8)$$

где  $W(\alpha, \tau) = \exp \int_{\rho}^{\alpha} A(\rho)d\rho$ ;  $v_0 = v(\alpha_0) = \frac{1}{r(\alpha_0)}$

Из (6) следует:

$$B(\tau)W(\alpha, \tau) = \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial \tau} ((1 - \cos(\tau))W(\alpha, \tau)) \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8) и заменяя  $r$  на  $1/v$ , получаем:

$$r(\alpha) = \frac{L}{1 - \cos(\alpha) + \left(\frac{S}{r_0} + \cos(\alpha) - 1\right)W(\alpha, \alpha_0)} \quad (10)$$

Зная координаты точки P и требуя равенство эйконалов на выходе, определяем координаты точки Q на главном зеркале.

$$\begin{cases} y_Q = y(\alpha) \\ x_Q = \frac{2r(\alpha)L - L^2 + y(\alpha)^2 - 2r(\alpha)y(\alpha)\sin(\alpha)}{L - r(\alpha)(1 - \cos(\alpha))} \end{cases} \quad (11)$$



## 2. Синтеза цилиндрической двухзеркальной системы с рупорно-зеркальным возбуждением

Рассмотрим в качестве источника цилиндрической волны Н-секториальный рупор, одна из стенок которого касается вспомогательного зеркала (рис.2), где 1-главное зеркало, 2- вспомогательное зеркало, 3 – рупорный облучатель).

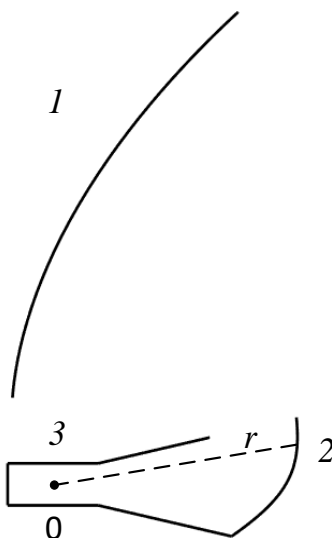


Рис. 2. Двухзеркальная антенная система, 1- главное зеркало, 2- вспомогательное зеркало, 3- рупор

В приближении геометрической оптики угловое распределение амплитуды поля вблизи источника совпадает с полем рупорной моды и при постоянном радиусе ( $r = \text{const}$ ) имеет вид  $E(\alpha) = \cos(\pi\alpha/(2\alpha_0))$ . Поставляя это выражение в (2), находим функцию отображения:

$$y(\alpha) = 2(y_{\max} - y_{\min})(\alpha - \alpha_0 + \frac{\sin(\pi\alpha / \alpha_0)}{4\pi}) + y_{\min} \quad (12)$$

Подставляя выражение (12) в выражения (10), (11), находим форму зеркала. Результаты расчета методом конечных элементов диаграммы направленности (ДН) синтезированной цилиндрической двухзеркальной антенны с апертурой 2000 мм, расположенной внутри планарного металлического волновода с

расстоянием между стенками 310 мм и возбужденной Н-секториальным рупором с углом раствора  $2\alpha_0 = 28.6$  градусов на частоте 2.4 ГГц показаны на рис.3.

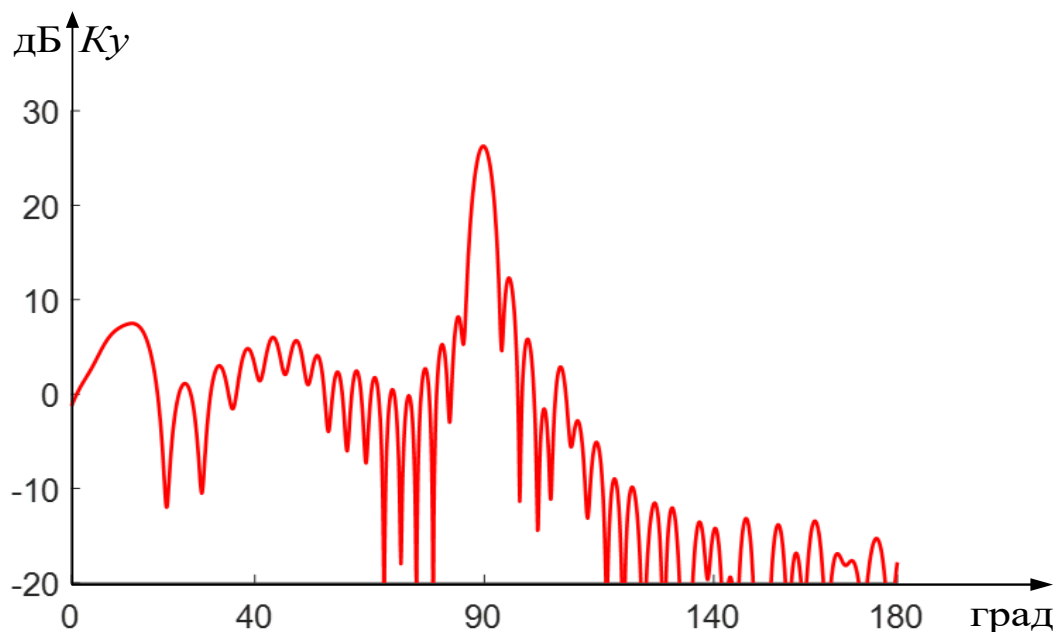


Рис. 3. ДН двухзеркальной антенны

Как видно на рис.3 максимальное значение коэффициента усиления  $K_{u \max} = 26.25$  дБ, что соответствует КИП = 0.85.

Для увеличения величин  $K_u$  и КИП антенной системы проведем анализ распределения поля рупора, падающего на зеркало с использованием МКЭ. Это распределение показано на рис.4 сплошной линией. Пунктирной линией на рисунке показано распределение в приближении геометрической оптики, которое было использовано в процессе синтеза.

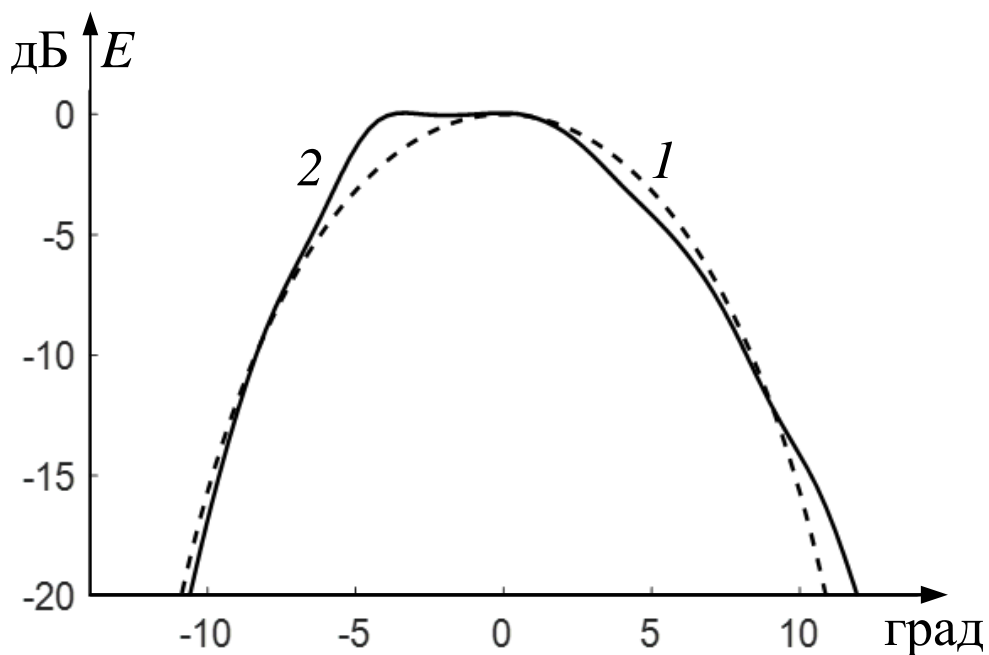


Рис.4. Распределения амплитуды падающего поля на вспомогательном зеркале: 1- в приближении геометрической оптики, 2 – расчет с использованием МКЭ.

Как видно на рис.4 кривые 1, 2 отличаются, что объясняется дифракцией рупорной моды на кромке рупора. Это приводит, во-первых, к увеличению переливания мощности источника за край вспомогательного зеркала, а во-вторых, к неточному синтезу равномерного амплитудного распределения в апертуре системы.

Проведем повторный синтез со скорректированным с использованием МКЭ амплитудным распределением поля рупора, используя описанную выше методику.

На рис.5 показаны амплитудные распределения поля, отраженного от вспомогательного зеркала на поверхности главного зеркала, а на рис.6 – ДН синтезированных антенных систем, расположенных внутри описанного выше планарного волновода на частоте 2.4 ГГц.

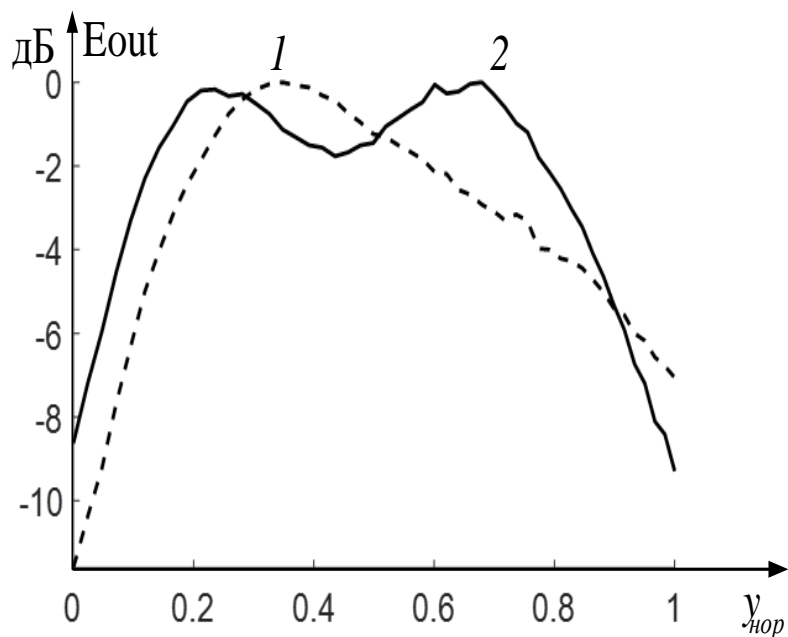


Рис. 5. Нормированное амплитудное распределение поля на поверхности главного зеркала: 1 – синтез с учетом геометрического распределения амплитуды поля на вспомогательном зеркале, 2- синтез с использованием МКЭ

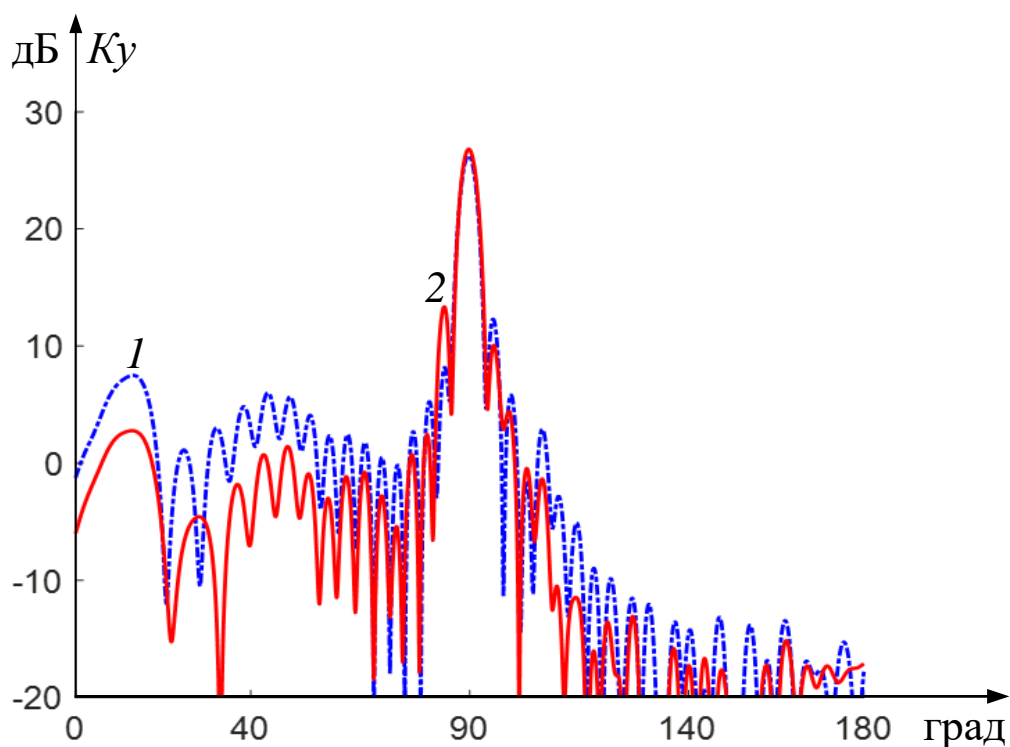


Рис. 6. ДН в Н- плоскости двухзеркальных антенных систем: 1– синтез с учетом геометрического распределения амплитуды поля на вспомогательном зеркале, 2 - синтез с использованием МКЭ.

Как видно на рис.5 распределение поля на главном зеркале системы, синтезированной с использованием МКЭ, имеет симметричный вид и близко к равномерному.

Как видно на рис.6  $K_u$  системы, синтезированной с использованием МКЭ, имеет более высокое максимальное значение (26.7 дБ) и более низкий уровень бокового излучения (за исключением первого бокового лепестка).

### **Список литературы**

1. Head, A. K. The Two Mirror Aplanat, Proc. Phys. Soc. 1957, V.70, P. 945–949.
2. Head, A. K. A Class of Aplanatic Optical Systems, Proc. Phys. Soc. 1958, V.71. P.546–551.
3. Бодулинский В.К., Кинбер Б. Е., Романова В.И. Образующие двухзеркальных антенн // РЭ.1985. Т.30. №10. С. 1914-1918.