

ОТКРЫТОЕ АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО  
"РАДИОФИЗИКА"

На правах рукописи

**Скобелев Сергей Петрович**

**ФАЗИРОВАННЫЕ АНТЕННЫЕ РЕШЕТКИ  
С СЕКТОРНЫМИ ПАРЦИАЛЬНЫМИ  
ДИАГРАММАМИ НАПРАВЛЕННОСТИ**

Специальность 05.12.07

Антенны, СВЧ устройства и их технологии

Диссертация на соискания ученой степени доктора  
физико-математических наук

Москва – 2014

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	7
ВВЕДЕНИЕ .....	11
ГЛАВА 1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ И СООТНОШЕНИЯ .....	26
1.1. Основные характеристики .....	26
1.1.1. Диаграммы направленности элемента и решетки .....	26
1.1.2. Множитель решетки .....	28
1.1.3. Коэффициент направленного действия, коэффициент усиления и эффективность излучения .....	31
1.2. Модель в виде бесконечной решетки .....	33
1.2.1. Квазипериодическое возбуждение .....	33
1.2.2. Аперриодическое возбуждение.....	37
1.3. Идеальная диаграмма направленности элемента решетки .....	41
1.3.1. Максимальный уровень .....	41
1.3.2. Контуры идеальной диаграммы направленности элемента .....	43
1.3.3. Коэффициент усиления элемента на идеальном контуре .....	47
1.3.4. Эффективность идеального элемента и взаимная связь .....	48
1.3.5. О реализуемости идеальной контурной диаграммы направленности .....	53
1.3.6. Свойства ортогональности .....	57
1.4. Диаграмма направленности с неидеальным контуром .....	61
1.5. Минимальное число управляемых элементов .....	65
1.5.1. Вывод расчетных выражений .....	65
1.5.2. Коэффициент использования управляемых элементов .....	67
1.6. Двумерные задачи для одномерно-периодических структур .....	70
1.6.1. Поля при квазипериодическом возбуждении .....	70
1.6.2. Возбуждение одного входа решетки .....	74

1.6.3. Идеальные характеристики элемента в решетке .....	76
Приложение 1.1. Коэффициент усиления элемента решетки на идеальном контуре .....	82
Приложение 1.2. О формировании ортогональных лучей плоским раскрывом .....	85
Приложение 1.3. Об эффективности плотной решетки, формирующей контурную диаграмму направленности .....	92
ГЛАВА 2. РЕШЕТКИ С МНОГОПОЛЮСНЫМИ СХЕМАМИ .....	97
2.1. Обзор технических решений .....	97
2.1.1. Решетка на основе матриц Батлера .....	97
2.1.2. Схема Немита .....	99
2.1.3. Схема Мейлу и Франки .....	100
2.1.4. Схема Фразиты, Лопеза и Джанини .....	102
2.1.5. Схема Дюфорта .....	104
2.2. Многокаскадная шахматная схема .....	105
2.2.1. Анализ характеристик излучения .....	105
2.2.2. Постановка и решение задачи синтеза .....	108
2.3. Экспериментальные исследования решетки с шахматной схемой ...	114
2.4. Линейная решетка с шахматной схемой как облучатель параболической цилиндрической антенны .....	118
2.4.1. Постановка и решение задачи .....	120
2.4.2. Предельно достижимый коэффициент усиления антенны .....	125
2.4.3. Результаты, сравнение и обсуждение .....	127
2.5. Квазиоптические аналоги шахматной схемы .....	132
2.5.1. Особенности геометрии решетки .....	133
2.5.2. Диаграмма направленности подрешетки .....	135
2.5.3. Результаты расчетов .....	136

ГЛАВА 3. РЕШЕТКИ СВЯЗАННЫХ ДВУХМОДОВЫХ ВОЛНОВО-	
ДОВ .....	140
3.1. Упрощенная модель .....	141
3.2. Усовершенствованная модель для сканирования в Е-плоскости .....	146
3.2.1. Геометрия и возбуждение решетки .....	146
3.2.2. Математическая модель решетки .....	147
3.2.3. Предельные характеристики при двухмодовом возбуждении	149
3.2.4. Методика оптимизации структуры .....	153
3.2.5. Численные результаты .....	154
3.3. Структура для сканирования в Н-плоскости .....	158
3.3.1. Особенности геометрии и оптимальное возбуждение .....	158
3.3.2. Характеристики решетки .....	161
3.4. Экспериментальное исследование Н-плоскостной решетки .....	163
Приложение 3.1. Расчет элементов матрицы рассеяния щелей в стенках	
волноводов .....	167
Приложение 3.2. Анализ модифицированного раскрыва решетки в Н-	
плоскости .....	170
 ГЛАВА 4. РЕШЕТКИ С РЕАКТИВНО НАГРУЖЕННЫМИ ИЗЛУЧА-	
ТЕЛЯМИ .....	175
4.1. О применении реактивных нагрузок в антенных решетках .....	175
4.2. Модулированная ребристая структура, возбуждаемая электричес-	
кими и магнитными токами .....	179
4.2.1. Квазипериодическое возбуждение структуры .....	180
4.2.2. Диаграмма направленности структуры при локальном воз-	
буждении .....	186
4.2.3. Формирование секторной диаграммы направленности .....	187
4.3. Модулированная ребристая структура с активными волноводами ..	191
4.3.1. Методика анализа и синтеза .....	193
4.3.2. Расчетные и экспериментальные результаты .....	195

ГЛАВА 5. РЕШЕТКИ ВОЛНОВОДОВ С ВЫСТУПАЮЩИМИ ДИ- ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ .....	199
5.1. Волноводно-диэлектрические решетки и структуры .....	200
5.2. Обзор методов анализа и полученных результатов .....	204
5.2.1. Метод сшивания .....	204
5.2.2. Неполный метод Галеркина .....	205
5.2.3. Резонаторный проекционный метод .....	206
5.2.4. Метод интегральных уравнений для поверхностных токов и метод вспомогательных источников .....	206
5.2.5. Метод интегральных уравнений для токов поляризации .....	208
5.2.6. Метод конечных элементов и коммерческие программы .....	209
5.3. Гибридный проекционный метод в двумерных задачах: Е-поляри- зация .....	210
5.3.1. Геометрия и возбуждение решетки .....	211
5.3.2. Представление полей .....	212
5.3.3. Проекционное сшивание полей на границах областей .....	213
5.3.4. Применение метода конечных элементов .....	215
5.3.5. Алгебраическая система и характеристики решетки .....	219
5.3.6. Реализация алгоритма, проверка и численные результаты .....	220
5.4. Возбуждение решетки ТЕМ-волнами .....	226
5.4.1. Постановка задачи и представление полей .....	226
5.4.2. Соотношения, следующие из условий на границах областей .....	228
5.4.3. Метод конечных элементов для Н-поляризованных волн .....	230
5.4.4. Полная алгебраическая система .....	232
5.4.5. Реализация алгоритма и характеристики решетки .....	234
5.5. Трехмерная задача .....	243
5.5.1. Постановка задачи .....	243
5.5.2. Представление полей в частичных областях .....	245
5.5.3. Гибридный проекционный метод .....	248

5.5.4. Характеристики решетки .....	254
5.5.5. Численные результаты .....	256
Приложение 5.1. Явные выражения для интегралов (5.22), (5.23) и (5.24)	260
Приложение 5.2. Значения интегралов (5.120) .....	260
ГЛАВА 6. РЕШЕТКИ С ЛЕНТОЧНЫМИ, ДИСКОВЫМИ И ПРОВО-	
ЛОЧНЫМИ СТРУКТУРАМИ .....	261
6.1. Экспериментальный макет решетки многодисковых излучателей ...	262
6.1.1. Конструкция макета .....	262
6.1.2. Результаты измерений .....	264
6.2. Решетки волноводов с ленточными структурами .....	267
6.2.1. Постановка задачи и метод решения .....	268
6.2.2. Численные результаты и обсуждение .....	273
6.3. Плоская решетка круглых волноводов с дисковыми структурами ...	279
6.3.1. Геометрия, возбуждение и представление полей .....	279
6.3.2. Система алгебраических уравнений и характеристики решетки .....	282
6.3.3. Результаты численного моделирования .....	285
6.3.4. Результаты макетирования .....	294
6.4. Решетки антенных элементов Уда-Яги .....	298
6.4.1. Постановка задачи и метод решения .....	299
6.4.2. Результаты расчета и обсуждение .....	303
Приложение 6.1. Расчет функции Грина для двумерно-периодических структур методом М. М. Иванишина .....	308
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	314
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	317

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Работа автора по тематике диссертации началась в середине 1970-х годов в процессе его обучения на кафедре прикладной электродинамики Московского физико-технического института (МФТИ), которая базировалась в НИИ Радиофизики (НИИРФ, в настоящее время – ОАО "Радиофизика") в г. Москве. Первые результаты, основанные на применения проходных многополюсников для уменьшения числа фазовращателей в решетках, предназначенных для сканирования в ограниченном секторе, были получены при выполнении дипломного проекта под руководством Ю. Н. Серякова.

Результаты применения модулированных ребристых структур в решетках для формирования секторных парциальных диаграмм направленности были получены при работе автора над кандидатской диссертацией под непосредственным руководством В. Д. Короткова и общим руководством Г. Г. Бубнова. Будучи директором НИИРФ и заведующим базовой кафедры до 1986 года, Г. Г. Бубнов оказал огромное влияние как на автора лично, так и на многих других выпускников кафедры и сотрудников института.

Последующие результаты были получены во время работы автора уже в качестве сотрудника ОАО "Радиофизика". Некоторые публикации по ним были сделаны в соавторстве с С. А. Ганиным, В. В. Денисенко, Ю. Б. Дубровым, Г. В. Дыбциным, М. М. Иванишиным, А. Э. Казаряном, В. Д. Коротковым, А. В. Шишловым и А. Г. Шубовым. Полезная библиографическая информация, использованная в книге, была получена от Ю. Б. Корчемкина, В. В. Денисенко и А. В. Шишлова. Определенный вклад в исследования по теме работы внесли студенты и аспиранты автора Л. Л. Мухамедов, А. С. Вязигин, Р. Лейон, К. В. Никитин и А. А. Япарова. Автор всегда получал необходимую помощь и поддержку от руководства института, в частности от В. В. Петросова, А. А. Толкачева, Б. А. Левитана, А. Н. Шелудченко, И. В. Поплавского, В. И. Рувинского и С. В. Иванова, а

также от руководителей отделения и антенного отдела В. А. Колобова, В. В. Денисенко и А. В. Шишлова. Помощь, связанную с использованием компьютерных технологий, всегда, когда требовалось, можно было получить от Ю. А. Бомштейна. Большая моральная поддержка при работе по теме диссертации была оказана М. А. Ковалевой.

Большое значение при выполнении работы имело обсуждение различных ее результатов на семинаре кафедры прикладной электродинамики под руководством Н. П. Малакшинова и В. Н. Гармаша, на объединенном фельдовском семинаре под руководством В. В. Шевченко в Институте радиотехники и электроники, Москва, (ранее в разные годы Фельдовским семинаром руководили также Б. Е. Кинбер и Д. М. Сазонов) и на семинаре "Численные методы электродинамики" под руководством А. Г. Свешникова и А. С. Ильинского в МГУ имени М. В. Ломоносова. Первый обзорный доклад по решеткам с секторными парциальными диаграммами направленности был сделан автором на 10-й международной школе-семинаре по дифракции и распространению волн в 1993 году под председательством В. А. Боровикова.

Большое влияние на работу автора оказало взаимодействие с рядом зарубежных специалистов. Прежде всего – это Р. Дж. Мейлу (R. J. Mailloux, Hanscom AFB, MA). Во-первых, работы Р. Мейлу по фазированным решеткам двухмодовых рупоров служили в начале работы хорошим ориентиром для дальнейшего развития темы. Во-вторых, большой честью для автора является включение некоторых его результатов во второе издание справочника Р. Мейлу по фазированным антенным решеткам (R. J. Mailloux, *Phased Array Antenna Handbook*, 2<sup>nd</sup> Edition, Norwood, MA: Artech House, 2005) и в его лекции по решеткам с электронным сканированием (R. J. Mailloux, *Electronically Scanned Arrays*, Morgan & Claypool, 2007). В-третьих, благодаря приглашению Р. Мейлу и его поддержке, автор смог представить и обсудить результаты своих работ на трех международных симпозиумах по фазированным решеткам, проводившихся в США в 1996, 2000 и 2003 годах, и

в лаборатории Р. Мейлу в Хэнскоме, штат Массачусетс. В рамках поездки 1996 года, автор также выступил на семинарах, организованных Л. А. Кориэллом (L. A. Coryell) в одном из армейских управлений в Форт-Монмаусе, Нью-Джерси, и Р. Е. Уэлчем (R. E. Welch) в Системном центре в Сан-Диего, Калифорния.

Благодаря приглашению и поддержке от программного комитета под председательством Л. Йозефсона (L. Josefsson, Ericsson Microwave Systems AB, Gothenburg, Sweden) автор представил свою обзорную статью на Скандинавской антенной конференции в Гетеборге, Швеция, в 1997 году. Очень полезным было также обсуждение некоторых работ автора на семинаре, организованном П. Ингварсоном (P. Ingvarson) в компании Saab Ericsson Space AB в Гетеборге.

Начальные экспериментальные результаты по применению ребристых стержневых элементов для формирования секторных парциальных диаграмм были получены при поддержке Л. Е. Кори (L. E. Corey, Georgia Tech, Atlanta, GA). Последующее развитие указанной технологии осуществлялось в сотрудничестве с С. Й. Омом (S. Y. Eom, ETRI, Taejeon, R. O. Korea) и его коллегами.

Полезная библиографическая информация, включенная в обзор схем формирования секторных парциальных диаграмм, была получена от А. Р. Лопеза (A. R. Lopez, GEC-Marconi Hazeltine, Greenlawn, NY). Й. Ф. Йохансон (J. F. Johansson, Ericsson AB, Molndal, Sweden) прислал автору копии своих статей по многолучевым антеннам, которые оказались очень полезными при работе над разделами по формированию ортогональных лучей плоским раскрывом и по формированию секторных диаграмм направленности плотными решетками.

Очень важным и ценным для автора было более чем десятилетнее сотрудничество с П.-С. Килдалом (P.-S. Kildal, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden), а также с Д. Смитом (D. Smith, Northumbria

University, Newcastle upon Tyne, UK) в 2006-2007 годах. Хотя указанное сотрудничество не было непосредственно связано с тематикой диссертации, участие в многочисленных научных конференциях в его рамках позволяло автору представлять свои работы и по решеткам с секторными диаграммами.

Автор глубоко благодарен всем людям, названным выше, а также и многим неназванным, с которыми ему было приятно взаимодействовать в повседневной практике в течение многих лет.

Наконец, автор благодарен профессору Кравченко В. Ф. (ИРЭ РАН, Москва), взявшему на себя труд по рецензированию рукописи одноименной книги, представленной в издательство Физматлит, и давшему автору ряд полезных рекомендаций как по техническим, так и по организационным вопросам.

## ВВЕДЕНИЕ

Первые образцы антенн с электрическим сканированием луча, включая фазированные антенные решетки (ФАР), появились в середине прошлого XX века [178, 204], после чего началось бурное развитие этой области антенной техники. В результате, во второй половине прошлого века были созданы большие стационарные отечественные радиолокаторы с ФАР, такие, например, как "Днепр", "Дарьял-У", "Воронеж-М", "Дон-2Н", "Дунай-3У", "Неман", "Волга" [78], "Аргунь" [88], "Руза" [201]. Примеры стационарных зарубежных радиолокационных станций (РЛС) приведены в [4, 106, 183, 186], а некоторые образцы мобильных РЛС как отечественного, так и зарубежного производства на основе многоэлементных ФАР описаны в [106, 115].

Публикации по сканирующим антенным решеткам насчитывают огромное количество журнальных и конференционных статей, главы во многих учебниках и справочниках по антеннам и несколько десятков отдельных книг [2, 4, 7, 8-10, 16, 19, 24, 26, 31, 32, 39, 40, 44-46, 66, 70, 73, 77, 79, 81, 83, 90, 93, 114, 127, 135, 142, 152, 168, 175, 177, 178, 186]. Приведенный перечень ссылок, не претендующий на полноту, охватывает как книги общего характера [4, 8-10, 24, 26, 81, 83, 90, 93, 127, 135, 168, 175, 177, 178, 186,], так и книги, рассматривающие специализированные вопросы. Последние включают синтез решеток [7, 16, 39, 40, 44-46, 66] (глава, посвященная конструктивному синтезу, имеется в [93]), активные решетки [2], адаптивные решетки [70, 73, 79, 114, 142], конформные решетки [32, 152], многочастотные совмещенные решетки [77], радиооптические решетки [31], измерение характеристик решеток [19]. Аналитические решения задач о волноводных решетках, имеющие большое значение при проверке работы различных численных алгоритмов, приведены в [4, 20, 68]. Некоторые результаты статистического анализа антенных решеток приведены в [94]. Гибридные

сканирующие зеркальные антенны, в которых решетки используются в качестве облучателей, рассматриваются в [15].

Важность тематики ФАР объясняет обязательное наличие соответствующих секций при проведении национальных и международных конференций и симпозиумов по антеннам вообще, а также проведение конференций и симпозиумов, специально посвященных ФАР. Пять последних таких международных симпозиума состоялись в 1996, 2000, 2003, 2010 и 2013 годах в США. Информация о предшествующих конференциях по ФАР имеется во введении книги [135].

При проектировании одномерно- и двумерно-периодических линейных и плоских ФАР, межэлементные расстояния традиционно выбираются из хорошо известного условия отсутствия побочных интерференционных максимумов множителя решетки в области видимости при сканировании главного луча в заданной области пространства. Такой выбор является вполне оправданным, если требуется отклонение луча на большие углы от нормали к раскрытию ФАР, т.е. при широкоугольном сканировании. Однако существует несколько важных приложений, где от решетки требуется обеспечение высокого коэффициента усиления (КУ) при сканировании луча лишь в сравнительно узком секторе углов в одной плоскости или в обеих главных плоскостях.

Такие решетки для электронного сканирования в сравнительно узком секторе (его также называют ограниченным сектором) требуются и используются в следующих системах:

- РЛС аэропортов и аэродромов (типа AN/TPN-19 [186, стр. 9-11]) для управления воздушным движением и инструментальной посадки самолетов;
- РЛС для отслеживания расположения судов в акватории морских портов [194];
- автомобильных РЛС, предназначенных для предотвращения столкновений [118, 190];

- РЛС корабельных стрельбовых комплексов [178, стр. 7];
- РЛС поля боя типа COBRA (название образовано буквами английских слов **CO**unting **B**attery **RA**dar) [113], предназначенных для выявления мест размещения артиллерии противника по траекториям полета снарядов;
- системах спутниковой связи [151, 187], в частности – системах связи со спутниками, находящимися на геостационарной орбите, откуда Земля видна в угловом секторе приблизительно  $\pm 9^\circ$ ;
- системах спутниковой связи для отслеживания суточного движения спутника, находящегося на геосинхронной орбите [85], плоскость которой отклонена от экваториальной плоскости на малый угол.

Кроме того, быстрое электронное сканирование луча в узком секторе может сочетаться с механическим поворотом всей решетки, как это было реализовано в РЛС "Аргунь" [88] и "Руза" [201], используемых для слежения за космическими объектами в околоземном пространстве.

Применение традиционного подхода к выбору межэлементных расстояний при проектировании ФАР для электронного сканирования в узком секторе привело бы к сильной избыточности управляющих устройств типа фазовращателей в пассивных ФАР или приемо-передающих модулей (ППМ) в активных ФАР [2] по сравнению с их теоретическим минимумом. Последний определяется числом ортогональных лучей, обеспечивающих заданный КУ и заполняющих заданный сектор сканирования [55]. Например, как следует из соотношения (8-55) в [64] (см. также таблицу 1 в [274]), число элементов в решетке, предназначенной для сканирования в конической области с полным углом  $20^\circ$  при вершине, при традиционном подходе превысило бы теоретический минимум более чем в 11 раз. Учитывая, что фазовращатели и тем более – ППМ являются наиболее дорогостоящими составляющими ФАР, минимизация их числа при проектировании всегда желательна. Кроме того, минимизация числа указанных устройств соответствует максимизации

расстояний между ними при их размещении, что также может дать преимущества при конструировании.

Выбор максимальных межэлементных расстояний, соответствующих минимальному числу управляемых элементов в ФАР с узким сектором сканирования, приводит к присутствию побочных интерференционных максимумов множителя решетки в области видимости. Высокий уровень побочных максимумов обычно является нежелательным так как он приводит к потерям КУ решетки из-за отбора части излучаемой мощности из главного луча и к неоднозначности пеленгации целей. Простейший способ подавления побочных максимумов состоит в применении крупноапертурных излучающих элементов [35, 76], или синфазных неперекрывающихся подрешеток простых излучателей [9, 64]. Примером реализации такого подхода является ФАР двухзеркальных антенных элементов [87, 198, 200], входящая в состав РЛС "Руза" [201]. Применение крупноапертурных рупорных элементов рассматривалось в [101, 123]. Достаточно эффективное подавление побочных максимумов в таких ФАР достигается только при установке луча в направлении нормали к раскрытию. Отклонение луча от нормали приводит к быстрому росту уровня побочных максимумов и поэтому быстрому снижению КУ решетки в соответствии с формой диаграммы направленности (ДН) крупноапертурного элемента или синфазной подрешетки. Применение крупноапертурных элементов в сочетании с их нерегулярным расположением в раскрытии [178, сс. 65-68], позволяет эффективно рассеивать побочные максимумы и при сканировании, однако быстрое снижение КУ при отклонении луча продолжает иметь место, так как мощность, которая ранее излучалась в направлении максимумов, все равно теряется, рассеиваясь в фон. Кроме того, нерегулярное размещение антенных элементов может привести к усложнению конструкции как излучающей части, так системы питания излучателей.

Теоретический минимум числа управляемых элементов ФАР достигается не только при максимальных межэлементных расстояниях, соответствующих заданной ширине сектора сканирования, но при условии полного использования поверхности раскрыва, при котором КУ решетки изменяется пропорционально  $\cos\theta$ , где  $\theta$  – угол отклонения луча от нормали. Если КУ решетки снижается быстрее, чем по указанному закону косинуса, как это имеет место при использовании крупноапертурных элементов или синфазных подрешеток, то удовлетворение требования на уровень КУ в секторе сканирования приводит к необходимости наращивания площади раскрыва и, тем самым, – к увеличению числа управляемых элементов по сравнению с его теоретическим минимумом.

Так как поведение побочных максимумов множителя решетки и ее главного луча при сканировании определяется формой ДН элемента решетки, то идеальная амплитудная ДН элемента, соответствующая минимальному числу управляемых элементов, должна быть пропорциональна  $\sqrt{\cos\theta}$  в заданной области сканирования и иметь нулевой уровень вне указанной области, обеспечивая тем самым полное подавление побочных интерференционных максимумов. Подобные ДН ниже называются секторными или контурными. В отечественной литературе их также называют столообразными, а в англоязычной – "плосковерхими" (flat-topped).

Формирование секторных ДН представляет интерес не только с точки зрения минимизации числа управляемых элементов в ФАР для сканирования в ограниченном секторе. Межэлементные расстояния в ФАР миллиметрового диапазона, предназначенных для широкоугольного сканирования, должны быть достаточно малы, но плотность расположения излучающих элементов в них ограничивается поперечными размерами существующих фазовращателей. Например, применение ферритовых фазовращателей [199] в ФАР миллиметрового диапазона [38, 198] приводит к тому, что межэлементные расстояния превышают длину волны. Подобные расстояния могут иметь

место и в некоторых типах проходных ФАР коротковолновой части сантиметрового диапазона, в которых ячейки управления располагаются рядом с фазовращателями. Формирование секторной ДН элемента в этих случаях позволяет подавить побочные максимумы и получить максимальный КУ решетки в максимально широком секторе сканирования, соответствующем межэлементным расстояниям, диктуемым размерами фазовращателей.

Формирование секторных ДН элемента представляет интерес также и в связи с возможностью использованием решеток с такими ДН в качестве облучателей в зеркальных и линзовых антеннах. Секторная ДН элемента в этих случаях позволяет получать высокую эффективность использования поверхности облучаемого раскрыва при минимальных потерях на перелив мощности за край антенны. Использование подобных решеток в многолучевых зеркальных антеннах для радиотелескопов нового поколения и для систем радиовидения рассматривалось в [12, 13, 103, 145].

Наконец, некоторые подходы к формированию секторных и контурных ДН элемента решетки могут быть применены и формированию секторных и контурных ДН антенн вообще, так как антенны с такими ДН требуются, например, в системах связи с контурными зонами обслуживания [42, 95, 130] и в системах передачи энергии посредством СВЧ-луча [22, 67].

Следует отметить, что секторная ДН элемента не может быть сформировано амплитудным распределением поля только по одному периоду (ячейке) решетки. Строго говоря, соответствующее распределение должно занимать весь раскрыв решетки, и тем самым охватывать все ячейки последней. Таким образом, секторная ДН элемента, соответствующая возбуждению одного входа решетки, в действительности представляет собой ДН всей решетки при указанном парциальном возбуждении. Эту ДН в литературе также называют ДН подрешетки или парциальной ДН (ПДН) решетки. Так как распределение поля в раскрыве, соответствующее

возбуждению какого-либо одного входа решетки занимает весь раскрыв, то решетка с секторными ДН элементов состоит из перекрывающихся подрешеток.

Работы по исследованию подходов к созданию ФАР с перекрывающимися подрешетками, формирующими секторные ДН начали появляться в 1970-е годы. Обзор результатов, опубликованных по этой тематике в западной литературе в последующие два десятилетия, был сделан в справочнике [175, глава 8]. Результаты отечественных и некоторых зарубежных работ описаны в наших обзорах [225, 274]. Интерес к этой тематике не ослабевал, и в течение последнего десятилетия было опубликовано более двух десятков работ, некоторые результаты которых были включены во второе издание справочника [177, глава 8]) и в лекции [178, глава 4)].

**Целью диссертационной работы** является дальнейшее развитие теории ФАР, включая формулировку фундаментальных ограничений в них, разработку методов формирования перекрывающихся подрешеток с секторными и контурными ДН в излучающих структурах ФАР и разработку математических моделей для эффективного численного анализа и оптимизации структур с указанными подрешетками.

В работе рассматриваются и решаются следующие **задачи**:

1. Выявление свойств идеальных характеристик ФАР, таких как идеальная ДН элемента в решетке, эффективность идеального элемента в решетке, КУ на контуре идеальной ДН.
2. Выявление новых возможностей по формированию подрешеток с секторными ДН в рамках схемного метода (проходного многополюсника).
3. Выяснение возможностей использования связанных двухмодовых линий передачи для формирования секторных ДН элемента решетки.
4. Выяснение возможностей применения ребристых структур в раскрыве решетки для формирования перекрывающихся подрешеток с секторными ДН.

5. Выяснение возможностей элементов продольного излучения типа диэлектрических стержней, ребристых стержней и вибраторных директорных антенн по формированию секторных и контурных ДН элемента ФАР.

Вместе с предисловием и введением **диссертационная работа** содержит 6 глав, включающих 8 приложений, заключение и список литературы.

**Глава 1** содержит основные фундаментальные соотношения и ограничения для ФАР, полученные с использованием общей теории антенн, примененной к периодическим структурам. Основное внимание уделяется идеальной ДН элемента решетки, определенной как ДН, соответствующей максимальному достижимому КУ решетки в максимально широкой области сканирования при заданных межэлементных расстояниях. Выявлены и описаны свойства идеальной секторной и контурной ДН элемента. Результаты, полученные в этой связи, позволили также построить методику определения размеров и формы плоского раскрыва, обеспечивающего формирование ортогональных лучей по заданной регулярной декартовой сетке их расположения (Приложение 1.2). Кроме того, на их основе были выведены выражения для коэффициента полезного действия (эффективности) плотных решеток, формирующих контурные диаграммы направленности в общем случае (Приложение 1.3).

В **главе 2** рассматривается подход к формированию перекрывающихся подрешеток с секторными ДН на основе проходных диаграммообразующих схем. Делается обзор разнообразных технических решений и предлагается новая так называемая "шахматная" схема. Приводятся результаты ее оптимизации, а также расчетные и измеренные ПДН решетки на ее основе. Рассматривается также применение линейной решетки с "шахматной" схемой в качестве облучателя параболоцилиндрической зеркальной антенны. Кроме того, предложены квазиоптические аналоги шахматной схемы, предназначенные для формирования очень узких секторных ПДН.

**Глава 3** посвящена решеткам двухмодовых волноводов, связанных через щели в стенках последних. Амплитудное распределение в раскрыве, соответствующее секторной парциальной ДН, формируется первой (четной) и второй (нечетной) распространяющимися волноводными модами, возбужденными и сфазированными в нужном соотношении путем оптимизации геометрии структуры. Эффективность данного подхода подтверждается как расчетными результатами, так и измеренными характеристиками соответствующего макета.

В **главах 4, 5 и 6** исследуются подходы, основанные на использовании естественной взаимной связи по свободному пространству, всегда существующей между излучающими элементами.

**Глава 4** посвящена решеткам плотно расположенных волноводов с реактивными нагрузками, реализованными короткозамыкателями, образующими модулированную ребристую структуру. Пассивные короткозамкнутые волноводы возбуждаются благодаря сильным взаимным связям с активными (управляемыми) элементами и друг с другом. Секторная парциальная ДН формируется в результате подбора положения короткозамыкателей в волноводах. Приводится как методика анализа таких решеток, так и результаты эксперимента, подтверждающие теорию.

Формирование секторных парциальных ДН в решетках волноводах с выступающими диэлектрическими элементами, между которыми также может существовать сильная взаимная связь, исследуется в **главе 5**. Анализ волноводно-диэлектрических решеток осуществляется модифицированным гибридным проекционным методом, представляющим самостоятельный интерес.

Наконец, **глава 6** описывает формирование секторных ПДН решетки с использованием многослойных ленточных структур, дисковых структур (типа ребристых стержней) и проволочных структур (типа директорных антенн Уда-Яги), которые, как и диэлектрические элементы, также способны

поддерживать бегущие волны. Приводятся как расчетные, так и экспериментальные данные, характеризующие возможности такого подхода. Решетки директорных антенных элементов анализируются с использованием эффективного метода расчета функции Грина двумерно-периодических структур, приведенного в Приложении 6.1.

**В заключении** сформулированы основные научные результаты, полученные при проведении исследований.

**Список литературы** содержит 298 публикаций, включая 88 публикаций соискателя.

**Методы исследования**, использованные при выполнении работы, – аппарат теории антенн и математической физики, включая методы интегральных уравнений, проекционные методы, метод конечных элементов, метод факторизации, методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений, численные методы поиска экстремумов целевых функций, а также экспериментальные методы антенных измерений.

**Научная новизна** подходов и результатов диссертационной работы состоит в следующем.

1. Предложено определение идеальной контурной и секторной ДН элемента решетки, включая формулировку требований к области, занимаемой диаграммой в пространстве направляющих косинусов. Показано, что если указанная область полностью лежит в области видимости, то ДН различных элементов являются ортогональными.

2. В рамках схемного метода предложена и исследована новая многокаскадная "шахматная" схема формирования перекрывающихся подрешеток с секторными ДН, имеющая определенные преимущества перед известными схемами. Предложены и исследованы ее квазиоптические аналоги, позволяющие формировать узкие секторные парциальные ДН в решетках крупноапертурных зеркальных или линзовых излучающих элементов.

3. Предложен новый подход к формированию секторных ДН элемента с использованием решеток двухмодовых волноводов с простыми щелевыми связями, позволяющими упростить конструкцию по сравнению с известным аналогом. Разработаны математические модели таких решеток, с использованием которых получены новые результаты по формированию секторных ДН. Получены также новые экспериментальные результаты с использованием макета, спроектированного согласно теоретической модели.

4. Предложен новый подход к формированию секторных ДН элемента на основе использования пассивных реактивно нагруженных излучателей в виде ребристых структур в раскрыве решетки, разработаны математические модели таких решеток и получены новые расчетные и экспериментальные результаты по формированию секторных ДН.

5. Разработаны новые эффективные гибридные проекционные методы численного анализа решеток волноводов с выступающими диэлектрическими элементами, использующие меньшее число наборов неизвестных коэффициентов разложения полей по сравнению с ранее разработанными версиями, и получены новые результаты по формированию секторных и контурных ДН элемента в решетках указанного типа.

6. Предложен новый подход к формированию секторных ДН элемента, основанный на использовании ребристых стержневых элементов. Разработаны математические модели для анализа и оптимизации решеток с такими элементами и получены новые расчетные и экспериментальные результаты, подтверждающие эффективность предложенного подхода.

7. Разработана математическая модель вибраторных решеток с директорными элементами для формирования секторных ДН элемента в одной плоскости. Предложено обобщение одного известного метода эффективного вычисления функции Грина прямоугольного волновода для расчета функции Грина периодических структур, использованной при численном решении задачи. Получены новые расчетные результаты,

характеризующие возможности директорных элементов по формированию секторных ДН в одной плоскости.

**Практическая значимость** полученных результатов состоит в следующем.

1. Новые результаты по формированию секторных и контурных ДН элемента в решетке, полученные как в рамках известных подходов, так и в рамках новых подходов позволяют проектировать ФАР с различными типами излучающих элементов при близком к минимальному числу дорогостоящих управляемых элементов для заданного КУ в заданной области сканирования.

2. Разработанные алгоритмы и соответствующие компьютерные программы позволяют эффективно проводить численное моделирование излучающих структур ФАР связанных двухмодовых волноводов, ребристых структур, выступающих диэлектрических элементов, ребристых стержней и их двумерных аналогов, а также директорных антенных элементов, и тем самым обеспечивать их эффективное проектирование.

Результаты диссертационной работы были получены и использованы при выполнении госбюджетных НИР "99Ж6 (ФАР с ребристыми структурами), "Лама" (волноводные ФАР с выступающими диэлектрическими элементами) и "Моренос" (ФАР с ребристо-стержневыми элементами), проводимых в ОАО "Радиофизика", а также коммерческих НИР и ОКР, проводимых ЗАО "Апекс" (дочернее предприятие ОАО "Радиофизика") при проектировании ФАР с диэлектрическими и ребристо-стержневыми элементами. По результатам диссертационной работы получены 7 авторских свидетельств на изобретение.

Некоторые результаты работы, касающиеся схемного метода, применения связанных двухмодовых волноводов и выступающих диэлектрических элементов, были включены в справочник [177] и учебник [178]

**Обоснованность и достоверность** результатов исследования обеспечиваются строгой постановкой граничных задач, согласованностью с

известными положениями макроскопической электродинамики и теории антенн, сходимостью численных результатов, сравнением численных результатов, полученных разработанными методами, с результатами, имеющимися в литературе для некоторых частных случаев, и сравнением результатов расчетов с данными измерений характеристик соответствующих макетных образцов.

**Основными положениями, выносимыми на защиту, являются следующие:**

1. Определение идеальной контурной и секторной ДН элемента в решетке, как ДН, имеющая максимально высокий уровень в максимально широкой области сканирования при заданных периодах решетки, и ее свойства, касающиеся формы контура и уровня на контуре, а также свойства ортогональности.

2. Многокаскадная "шахматная" схема возбуждения перекрывающихся подрешеток, формирующих секторные ДН, волноводный макет ее однокаскадного варианта, квазиоптические аналоги однокаскадной "шахматной" схемы, расчетные и измеренные характеристики ФАР с указанной схемой.

3. Метод формирования секторных ДН элемента в решетке на основе двухмодовых волноводов с щелевыми связями, математические модели, полученные геометрические параметры, волноводный макет решетки, а также расчетные и измеренные характеристики решеток такого типа.

4. Метод формирования секторных ДН элемента в решетке путем использования реактивно нагруженных излучателей в виде ребристых структур, математические модели и макет решеток такого типа, а также рассчитанные геометрические и радиотехнические параметры, характеризующие возможности метода, и измеренные ДН макета.

5. Гибридные проекционные методы численного анализа плоских одномерно- и двумерно-периодических решеток волноводов с выступающими

диэлектрическими элементами, математические модели решеток указанного типа и численные результаты, характеризующие применение выступающих диэлектрических элементов для формирования секторных и контурных парциальных ДН.

6. Метод формирования секторных ДН элемента в решетке на основе элементов в виде ребристых стержней и их аналогов, двумерные и трехмерные математические модели для анализа и оптимизации таких решеток, макет, а также численные и экспериментальные результаты, характеризующие эффективность применения указанных элементов.

7. Метод формирования секторных ДН элемента в решетке на основе использования элементов в виде директорных антенн Уда-Яги, математическая модель решеток указанного типа, обобщение известного метода эффективного вычисления функции Грина прямоугольного волновода на функцию Грина периодических структур, использованную в модели, а также численные результаты, характеризующие возможности формирования секторных ДН элемента в решетках указанного типа.

**Апробация результатов исследования.** Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на 10 отечественных конференциях и симпозиумах (работы [261-273]) и 22 международных конференциях и симпозиумах (работы [274-298]).

**Публикации.** Результаты диссертационной работы отражены в 88 публикациях, включая одноименную монографию [211], опубликованную издательством "Физматлит" (Москва), ее англоязычную версию [212], опубликованную издательством Artech House (г. Норвуд, США), 27 статей в отечественных журналах, входящих в перечень ВАК [213-239], 2 статьи в других отечественных журналах [240, 241], 7 авторских свидетельств на изобретение [242-248], 12 статей в ведущих международных журналах [249-260], 13 статей и тезисов в трудах отечественных конференций и симпозиумов

[261-273], и 25 статей в трудах международных конференций и симпозиумов [274-298].

**Личный вклад автора.** Соискатель лично опубликовал 39 работ, включая 2 монографии, 22 журнальные статьи, 1 авторское свидетельство на изобретение и 14 статей в трудах научных конференций и симпозиумов. В большинстве остальных работ, опубликованных с соавторами, которым соискатель глубоко благодарен за сотрудничество, вклад соискателя в постановку и решение задач, разработку компьютерных программ, проведение расчетов, анализ полученных результатов и написание текста статей в части, относящейся к теме диссертации, является основным.

# ГЛАВА 1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ И СООТНОШЕНИЯ

## 1.1. Основные характеристики

**1.1.1. Диаграммы направленности элемента и решетки.** Любая антенная решетка (АР) представляет собой совокупность антенных элементов, называемых также излучающими элементами или просто излучателями, которые каким-либо образом расположены в пространстве, как, например, показано на рис. 1.1, где излучатели условно изображены в виде прямоугольных раскрывов в прямоугольной декартовой системе координат  $Oxyz$  с соответствующими ортами  $e_x$ ,  $e_y$  и  $e_z$ . Описания характеристик излучения решетки принято проводить в сферической системе координат  $\{r, \theta, \varphi\}$ , также показанной на рис. 1.1 и связанной с декартовой так, что единичный вектор  $e_r$ , направление которого задается углами  $\theta$  и  $\varphi$ , измеряемыми от осей  $z$  и  $x$  соответственно, определяется формулой

$$e_r = ue_x + ve_y + we_z, \quad (1.1)$$

где  $u = \sin \theta \cos \varphi$ ,  $v = \sin \theta \sin \varphi$  и  $w = \cos \theta$  – направляющие косинусы.

Одним из фундаментальных понятий, активно используемым в теории антенных решеток с начала 1960-х годов [23, 98], является диаграмма направленности (ДН) элемента в решетке. Указанная характеристика соответствует случаю, когда в режиме передачи сигнал возбуждения подается только на вход какого-либо одного элемента и считается, что к входам остальных элементов решетки подключены согласованные нагрузки. Так как между элементами решетки всегда существует электромагнитное взаимодействие, то излучение, соответствующее, возбуждению одного входа, строго говоря, формируется всеми элементами решетки, и поэтому ДН элемента в решетке также называется парциальной ДН (ПДН) решетки. ДН элемента в общем случае представляет собой комплексную векторную

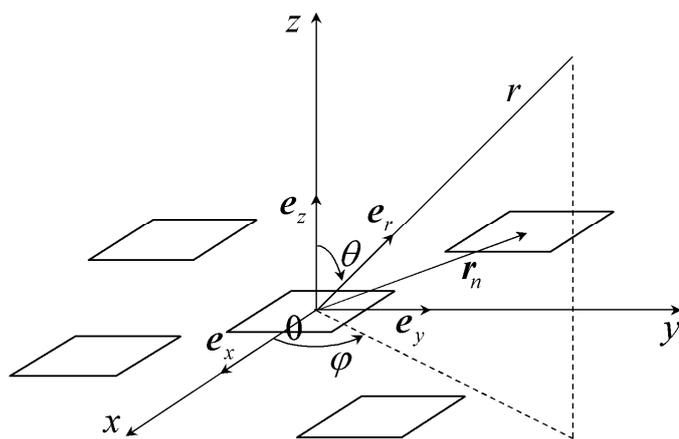


Рис. 1.1. Обобщенная геометрия решетки и системы координат.

функцию, описывающую угловое распределение напряженности электрического или магнитного поля на некотором расстоянии  $R_n$  от начала локальной системы координат, связанной с возбуждаемым элементом. Обычно наибольший интерес представляет ДН элемента в его дальней зоне, в которой зависимость напряженности электромагнитного поля от расстояния описывается функцией  $\exp(ikR_n)/R_n$ , где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число, а  $\lambda$  – рабочая длина волны (опущенная зависимость от времени здесь и далее принимается в виде  $e^{-i\omega t}$ ).

Большое значение ДН элемента в решетке заключается в том, что помимо учета всех электромагнитных связей данного элемента с остальными элементами, она также является основой для расчета других важных характеристик решетки. К таким характеристикам относится ДН всей решетки в дальней зоне, т.е. на расстояниях  $r \geq 2L^2/\lambda$ , где  $L$  – наибольший поперечный размер решетки. В этом случае направления от каждого элемента в точку наблюдения считаются параллельными и поэтому угловые аргументы ДН каждого элемента являются одинаковыми. Пусть  $\mathbf{r}_n$  – вектор, задающий положение  $n$ -го элемента (рис. 1.1),  $C_n$  – комплексная амплитуда сигнала возбуждения на входе указанного элемента, и  $F_n(\theta, \varphi)$  – ДН элемента, соответствующая единичной амплитуде сигнала возбуждения. Тогда по

принципу суперпозиции векторная комплексная ДН решетки определяется формулой

$$F_A(\theta, \varphi) = \sum_n C_n F_n(\theta, \varphi) e^{-ikr_n \cdot e_r}, \quad (1.2)$$

где суммирование проводится по всем элементам решетки, а экспоненциальный множитель учитывает положение элемента в общей системе координат (рис. 1.1), в которой зависимость дальнего поля решетки от расстояния определяется общим множителем  $\exp(ikr)/r$ .

**1.1.2. Множитель решетки.** Хотя в каждой антенной решетке, как правило, используются одинаковые излучатели, их ДН представляют собой различные функции даже в тех случаях, когда излучатели одинаково ориентированы в пространстве и расположены на прямой линии или на плоскости в узлах регулярной сетки. Неодинаковость ДН обусловлена взаимными связями между излучателями и различными положениями последних относительно края решетки. Однако во многих случаях взаимная связь существенна только между излучателями, находящимися на близком расстоянии друг от друга. Поэтому, в многоэлементных линейных и плоских решетках излучателей, расположенных в узлах регулярной сетки, подавляющая часть излучателей находится практически в одинаковых условиях, что позволяет пренебречь влиянием края и считать, что все излучатели имеют одинаковые ДН, т.е.  $F_n(\theta, \varphi) = F(\theta, \varphi)$ . В этом случае ДН решетки (1.2) можно представить в виде произведения

$$F_A(\theta, \varphi) = F(\theta, \varphi) F_{AF}(\theta, \varphi), \quad (1.3)$$

где

$$F_{AF}(\theta, \varphi) = \sum_n C_n e^{-ikr_n \cdot e_r} \quad (1.4)$$

– скалярная комплексная функция, называемая множителем решетки.

Решетка может обеспечить максимальное излучение в заданном направлении, например, в направлении, характеризуемом углами  $\theta_0$  и  $\varphi_0$ , если она соответствующим образом сфазирована, т.е. на входы излучателей подаются сигналы с комплексными амплитудами, определяемыми формулой

$$C_n = c_n e^{ikr_n \cdot e_{r0}}, \quad (1.5)$$

где  $c_n$  – комплексная амплитуда с аргументом, не зависящим от  $n$ ,

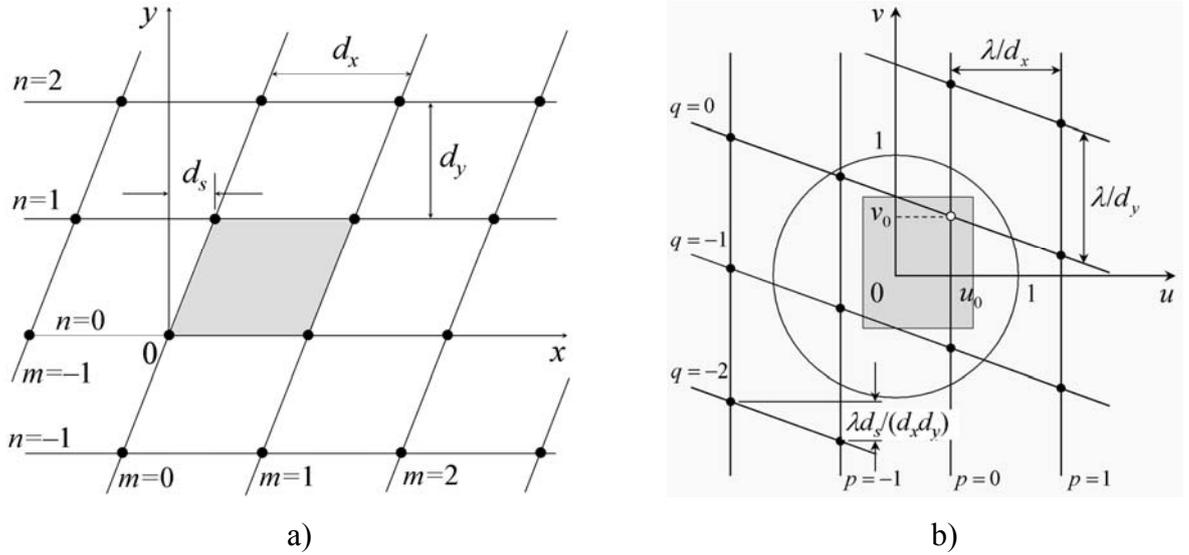
$$e_{r0} = u_0 e_x + v_0 e_y + w_0 e_z \quad (1.6)$$

– единичный вектор, соответствующий направлению фазирования, и  $u_0 = \sin \theta_0 \cos \varphi_0$ ,  $v_0 = \sin \theta_0 \sin \varphi_0$ ,  $w_0 = \cos \theta_0$  – его направляющие косинусы. С учетом (1.5) выражение (1.4) для множителя решетки принимает форму

$$F_{AF}(\theta, \varphi) = \sum_n c_n e^{ikr_n \cdot (e_{r0} - e_r)}, \quad (1.7)$$

из которой видно, что для направления фазирования показатель экспоненты равен нулю и все поля от излучателей складываются синфазно, приводя к формированию луча решетки. Фазы сигналов (1.5) можно изменять с помощью фазовращателей или других управляемых устройств и тем самым осуществлять сканирование лучом.

В регулярной сетке, упомянутой выше, узлы эквидистантно расположены по строкам и столбцам, которые в общем случае не перпендикулярны друг к другу. Такая косоугольная сетка, показанная на рис. 1.2(а) вместе с прямоугольной декартовой системой координат с началом, помещенным в один из узлов, может быть задана расстоянием между элементами в строке  $d_x$ , расстоянием между строками  $d_y$ , а также смещением соседних строк параллельно друг другу на расстояние  $d_s$ . На практике, как правило, используются прямоугольные ( $d_s = 0$ ) и треугольные ( $d_s = d_x/2$ ) сетки.



**Рис. 1.2.** Декартова косоугольная сетка (а) и диаграмма интерференционных максимумов множителя решетки (б).

Важнейшим частным случаем треугольной сетки является гексагональная сетка, у которой  $d_y = d_x \sqrt{3}/2$ .

При нумерации столбцов и строк сетки двумя индексами  $m$  и  $n$ , как показано на рис. 1.2(а), положение каждого элемента в решетке с указанными параметрами сетки, расположенной в плоскости  $z=0$ , определяется радиус-вектором

$$\boldsymbol{\rho}_{mn} = x_{mn} \mathbf{e}_x + y_n \mathbf{e}_y, \quad (1.8)$$

$$x_{mn} = m d_x + n d_s, \quad y_n = n d_y,$$

с учетом которого множитель решетки (1.6) можно переписать в виде

$$F_{AF}(\theta, \varphi) = \sum_{m,n} c_{mn} e^{ik[x_{mn}(u_0 - u) + y_n(v_0 - v)]}, \quad (1.9)$$

где  $c_{mn}$  – амплитуда возбуждения элемента.

Из (1.9) следует, что множитель решетки с регулярной декартовой сеткой расположения излучателей имеет максимумы, координаты которых в пространстве направляющих косинусов  $u$  и  $v$  определяются формулами

$$u = \frac{\alpha_p}{k} = u_0 + p \frac{\lambda}{d_x}, \quad v = \frac{\beta_{pq}}{k} = v_0 + \left( q - p \frac{d_s}{d_x} \right) \frac{\lambda}{d_y}, \quad (1.10)$$

$$p, q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

т.е. максимумы множителя решетки с регулярной сеткой также располагаются в узлах регулярной сетки в пространстве направляющих косинусов, как показано на рис. 1.2(b). При этом, смещение строк в сетке расположения элементов на расстояние  $d_s$  в горизонтальном направлении приводит к смещению столбцов в сетке максимумов множителя решетки на расстояние  $\lambda d_s / (d_x d_y)$  в вертикальном направлении. Максимум, соответствующий индексам  $p=0$  и  $q=0$ , обычно называется главным максимумом или лучом решетки, а остальные интерференционные максимумы – побочными. Так как область реальных углов (видимая область) соответствует направляющим косинусам, удовлетворяющим условию  $u^2 + v^2 \leq 1$ , то в указанной области может присутствовать лишь конечное число интерференционных максимумов. На практике обычно желательно наличие только главного максимума в видимой области. При достаточно малых межэлементных расстояниях и соответствующем фазировании элементов возможны случаи, когда в видимой области не будет ни главного, ни побочных максимумов, хотя эти случаи не имеют практического значения, т.к. соответствуют полному отражению мощности, подводимой ко входам решетки.

Помимо интерференционных максимумов, ДН решетки имеет также боковые лепестки, заполняющие пространство между интерференционными максимумами. Уровень боковых лепестков зависит от формы раскрыва решетки и от распределения амплитуд сигналов возбуждения по элементам решетки. Амплитудное распределение также влияет на ширину главного и побочных максимумов.

**1.1.3. Коэффициент направленного действия, коэффициент усиления и эффективность излучения.** Способность антенной решетки, как и любой

другой антенны, концентрировать излучение в заданном направлении характеризуется параметром, введенным в теорию антенн А. А. Пистолькорсом в 1929 г. и называемым коэффициентом направленного действия (КНД). Этот параметр определяется как отношение плотности потока мощности, излучаемой в рассматриваемом направлении на расстоянии  $R$  от антенны в ее дальней зоне, к средней плотности потока излучаемой мощности через поверхность сферы того же радиуса, охватывающей антенну. Распределение плотности потока мощности в дальней зоне антенны, к которой подводится мощность  $P_A^{\text{in}}$ , описывается функцией  $P_A(\theta, \varphi)/R^2$ , где  $P_A(\theta, \varphi)$  – ДН антенны по мощности пропорциональная  $|F_A(\theta, \varphi)|^2$ . Используя указанную ДН и приведенное выше определение, выражение для КНД решетки в направлении фазирования  $D(\theta_0, \varphi_0)$  можно записать в виде

$$D(\theta_0, \varphi_0) = \frac{P_A(\theta_0, \varphi_0)/R^2}{P_\Sigma / (4\pi R^2)} = \frac{4\pi P_A(\theta_0, \varphi_0)}{P_\Sigma}, \quad (1.11)$$

где

$$P_\Sigma = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P_A(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi \quad (1.12)$$

– полная излучаемая мощность.

Хотя КНД является важной энергетической характеристикой решетки, он не учитывает неизбежных потерь, связанных с поглощением части подводимой мощности в элементах и передающих линиях системы питания решетки, а также с отражением части мощности от излучателей обратно в систему питания. Указанные особенности учитываются параметром, называемым коэффициентом усиления (КУ). КУ решетки в направлении фазирования  $G(\theta_0, \varphi_0)$  определяется формулой, аналогичной формуле (1.11) для КНД, с заменой полной излучаемой мощности  $P_\Sigma$  на подводимую к решетке мощность  $P_A^{\text{in}}$ , т.е.

$$G(\theta_0, \varphi_0) = \frac{4\pi P_A(\theta_0, \varphi_0)}{P_A^{\text{in}}}. \quad (1.13)$$

Из (1.13) и (1.11) следует, что КУ связан с КНД соотношением

$$G(\theta_0, \varphi_0) = \eta D(\theta_0, \varphi_0), \quad (1.14)$$

где

$$\eta = P_{\Sigma} / P_A^{\text{in}} \quad (1.15)$$

– коэффициент, учитывающий потери на поглощение и отражение, и тем самым характеризующий эффективность или коэффициент полезного действия (к.п.д.) антенны.

Заметим, что формула для КУ (1.13) не учитывает поляризационных потерь, которые, как правило, также имеют место на практике. Для их учета полную ДН по мощности, стоящую в числителе (1.13), следует заменить на ДН по мощности только для заданной рабочей поляризации.

## 1.2. Модель в виде бесконечной решетки

Как уже отмечалось выше, в больших многоэлементных линейных и плоских решетках с регулярной сеткой влияние края на характеристики большинства элементов решетки пренебрежимо мало, и поэтому такие элементы можно считать частью бесконечной периодической структуры. Такая модель имеет большое значение, так как расчет полей в ней может быть сведен к их рассмотрению в пределах одной ячейки, что существенно упрощает задачу и в то же время позволяет выявлять различные эффекты, которые могут иметь место в больших регулярных решетках.

**1.2.1. Квазипериодическое возбуждение.** Пусть на входы бесконечной решетки с сеткой, показанной на рис. 2(а), подаются сигналы одинаковой амплитуды, а фазы между соседними столбцами и соседними строками отличаются на  $\Psi_x$  и  $\Psi_y$  соответственно. Пусть в результате такого

возбуждения, которое будем условно называть квазипериодическим, в пределах центральной ячейки ( $m=n=0$  на рис. 1.2(а)) излучающей структуры формируется распределение плотности электрических и магнитных токов  $\mathbf{j}^e(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{j}^m(\mathbf{r})$  по конечной области  $V=V_{00}$ . Тогда, в силу периодичности структуры, распределение токов в других ячейках будет повторять амплитудно-фазовые соотношения для сигналов возбуждения, т.е. для токов в области  $V_{mn}$ , соответствующей ячейке  $(m,n)$  будет справедливо соотношение

$$\mathbf{j}_{mn}^{e,m}(\mathbf{r}) = \mathbf{j}^{e,m}(\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_{mn}) e^{im\Psi_x + in\Psi_y}. \quad (1.16)$$

Векторные потенциалы, соответствующие распределению электрических и магнитных токов (1.16) определяются формулой

$$\mathbf{A}^{e,m}(\mathbf{r}) = \int_V \mathbf{j}^{e,m}(\mathbf{r}') G_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dV$$

где

$$G_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{ikR_{mn}}}{R_{mn}} e^{im\Psi_x + in\Psi_y} \quad (1.17)$$

– функция Грина для двумерно-периодических структур и  $R_{mn} = |\mathbf{r} - \mathbf{r}' - \boldsymbol{\rho}_{mn}|$ . Так как, (см., например, [63])

$$\frac{e^{ikR_{mn}}}{4\pi R_{mn}} = \frac{i}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma} e^{i\alpha(x-x'-x_{mn}) + i\beta(y-y'-y_n) + i\gamma|z-z'|} d\alpha d\beta, \quad (1.18)$$

где  $\gamma = (k^2 - \alpha^2 - \beta^2)^{1/2} = i(\alpha^2 + \beta^2 - k^2)^{1/2}$ , а  $x_{mn}$  и  $y_n$  определяются формулами (1.8), то с помощью формулы суммирования Пуассона [56] суперпозицию сферических волн (1.17) можно представить в виде суперпозиции плоских волн

$$\begin{aligned} G_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \frac{i}{2d_x d_y} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\Gamma_{pq}} e^{i\alpha_p(x-x') + i\beta_{pq}(y-y') + i\Gamma_{pq}|z-z'|} \\ &= \frac{i}{2} \sum_{p,q} \frac{1}{\Gamma_{pq}} \psi_{pq}(\boldsymbol{\rho}) \psi_{pq}^*(\boldsymbol{\rho}') e^{i\Gamma_{pq}|z-z'|}, \end{aligned} \quad (1.19)$$

где  $\boldsymbol{\rho} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y$  и  $\boldsymbol{\rho}' = x'\mathbf{e}_x + y'\mathbf{e}_y$  – проекции векторов  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$  на горизонтальную плоскость, и

$$\psi_{pq}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{\sqrt{d_x d_y}} e^{i\alpha_p x + i\beta_{pq} y}, \quad (1.20)$$

$$\Gamma_{pq} = (k^2 - w_{pq}^2)^{1/2} = i(w_{pq}^2 - k^2)^{1/2}, \quad w_{pq} = (\alpha_p^2 + \beta_{pq}^2)^{1/2}. \quad (1.21)$$

Коэффициенты  $\alpha_p$  и  $\beta_{pq}$ , имеющие смысл поперечных постоянных распространения, определяются из формул (1.10), в которых направляющие косинусы  $u_0$  и  $v_0$  связаны с фазами  $\Psi_x$  и  $\Psi_y$  формулами

$$u_0 = \frac{\Psi_x}{kd_x}, \quad v_0 = \frac{1}{kd_y} \left( \Psi_y - \frac{d_s}{d_x} \Psi_x \right). \quad (1.22)$$

С использованием хорошо известных выражений для электрического и магнитного полей через векторные потенциалы [64]

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\frac{1}{i\omega\epsilon_0} [\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}^e) + k^2 \mathbf{A}^e] - \nabla \times \mathbf{A}^m, \\ \mathbf{H} &= -\frac{1}{i\omega\mu_0} [\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}^m) + k^2 \mathbf{A}^m] + \nabla \times \mathbf{A}^e, \end{aligned} \quad (1.23)$$

где  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные для свободного пространства, поля в пространстве над решеткой ( $z \geq z'_{\max}$ , где  $z'_{\max}$  – верхняя граница распределения источников) могут быть представлены в виде разложений по векторным волновым функциям (гармоникам Флоке)

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \eta_0 \sum_{p,q} [kT_{1pq} \boldsymbol{\psi}_{1pq}(\boldsymbol{\rho}) + \Gamma_{pq} T_{2pq} \boldsymbol{\psi}_{2pq}(\boldsymbol{\rho}) - w_{pq} T_{2pq} \boldsymbol{\psi}_{pq}(\boldsymbol{\rho}) \mathbf{e}_z] e^{i\Gamma_{pq} z}, \quad (1.24)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sum_{p,q} [\Gamma_{pq} T_{1pq} \boldsymbol{\psi}_{2pq}(\boldsymbol{\rho}) - kT_{2pq} \boldsymbol{\psi}_{1pq}(\boldsymbol{\rho}) - w_{pq} T_{1pq} \boldsymbol{\psi}_{pq}(\boldsymbol{\rho}) \mathbf{e}_z] e^{i\Gamma_{pq} z}, \quad (1.25)$$

где  $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$  – волновое сопротивление для свободного пространства,

$$\boldsymbol{\psi}_{1pq}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\beta_{pq} \mathbf{e}_x - \alpha_p \mathbf{e}_y}{W_{pq}} \psi_{pq}(\boldsymbol{\rho}), \quad (1.26)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{2pq}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\alpha_p \mathbf{e}_x + \beta_{pq} \mathbf{e}_y}{W_{pq}} \psi_{pq}(\boldsymbol{\rho}) \quad (1.27)$$

– векторные функции для поперечно-электрических (ТЕ) и поперечно-магнитных (ТМ) волн соответственно. Скалярная функция (1.20) и векторные функции (1.26) и (1.27) являются ортонормированными [4] так, что

$$\int_0^{d_x} \int_0^{d_y} \psi_{pq}(\boldsymbol{\rho}) \psi_{p'q'}^*(\boldsymbol{\rho}) dx dy = \delta_{p'p} \delta_{q'q}, \quad (1.28)$$

$$\int_0^{d_x} \int_0^{d_y} \boldsymbol{\psi}_{j pq}(\boldsymbol{\rho}) \cdot \boldsymbol{\psi}_{j' p' q'}^*(\boldsymbol{\rho}) dx dy = \delta_{j'j} \delta_{p'p} \delta_{q'q}.$$

Амплитуды указанных пространственных гармоник в (1.24) и (1.25) определяются формулами

$$T_{1pq}(u_0, v_0) = \frac{1}{2\Gamma_{pq}} \left( \frac{W_{pq} I_{zpq}^m - \Gamma_{pq} I_{2pq}^m}{\eta_0 k} - I_{1pq}^e \right), \quad (1.29)$$

$$T_{2pq}(u_0, v_0) = \frac{1}{2\Gamma_{pq}} \left( \frac{W_{pq} I_{zpq}^e - \Gamma_{pq} I_{2pq}^e}{k} + \frac{I_{1pq}^m}{\eta_0} \right), \quad (1.30)$$

содержащими интегралы по источникам

$$I_{j pq}^{e,m} = \int_V \mathbf{j}^{e,m}(\mathbf{r}') \cdot \boldsymbol{\psi}_{j pq}^*(\boldsymbol{\rho}') e^{-i\Gamma_{pq} z'} dV, \quad j = 1, 2, \quad (1.31)$$

$$I_{z pq}^{e,m} = \int_V j_z^{e,m}(\mathbf{r}') \psi_{pq}^*(\boldsymbol{\rho}') e^{-i\Gamma_{pq} z'} dV. \quad (1.32)$$

Отметим, что, так как  $\alpha_p$  и  $\beta_{pq}$  определяют координаты интерференционных максимумов в пространстве направляющих косинусов (рис. 1.2(b)) и одновременно являются поперечными постоянными распространения пространственных гармоник (1.24) и (1.25), то каждая пространственная гармоника соответствует интерференционному максимуму

множителя решетки. При этом распространяющиеся гармоники соответствуют максимумам, находящимся в области видимости, а затухающие – находящимся вне этой области.

**1.2.2. Аперриодическое возбуждение.** Как указывалось выше, ДН элемента решетки соответствует случаю подачи сигнала только на один вход решетки, в то время как к остальным входам подключены согласованные нагрузки. Пусть этот вход соответствует центральной ячейке с  $m=n=0$  (рис. 1.2(a)), и пусть в результате такого аперриодического возбуждения в ячейке  $(m,n)$  формируется распределение электрических и магнитных токов плотности  $\mathbf{J}_{m,0;n,0}^{e,m}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}_{0,-m;0,-n}^{e,m}(\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_{m,n})$ . Выписанные соотношения отражают тот факт, что коэффициенты взаимной связи между двумя элементами в бесконечной двумерно-периодической решетке зависят только от разностей индексов элементов.

Используя введенные коэффициенты связи и принцип суперпозиции, легко выразить через них распределения плотности токов (1.16), соответствующие квазипериодическому возбуждению. В частности, для плотностей токов в пределах центральной ячейки будет справедливо выражение

$$\begin{aligned} \mathbf{j}^{e,m}(\mathbf{r}, \Psi_x, \Psi_y) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{J}_{0,m;0,n}^{e,m}(\mathbf{r}) e^{im\Psi_x + in\Psi_y} \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{J}_{0,-m;0,-n}^{e,m}(\mathbf{r}) e^{-im\Psi_x - in\Psi_y}. \end{aligned} \quad (1.33)$$

Выражение (1.33) представляет собой двойной ряд Фурье, коэффициенты которого определяются формулой

$$\mathbf{J}_{0,m;0,n}^{e,m}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{j}^{e,m}(\mathbf{r}, \Psi_x, \Psi_y) e^{-im\Psi_x - in\Psi_y} d\Psi_x d\Psi_y. \quad (1.34)$$

Пара соотношений (1.33) и (1.34) определяет связь между токами в бесконечной периодической решетке при ее квазипериодическом возбуждении и токами при аperiodическом возбуждении. Используя (1.8) и (1.22), выражение (1.33) можно представить в виде формулы

$$\mathbf{j}^{e,m}(\mathbf{r}, u_0, v_0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{J}_{0,-m;0,-n}^{e,m}(\mathbf{r}) e^{-ik(x_{mn}u_0 + y_n v_0)}, \quad (1.35)$$

которая будет использована ниже.

Составляющие напряженности электрического и магнитного полей в дальней зоне решетки при возбуждении входа центральной ячейки можно определить общими формулами [64]

$$E_\theta = ik(\eta_0 A_{\theta,\infty}^e + A_{\varphi,\infty}^m), \quad H_\varphi = E_\theta / \eta_0, \quad (1.36)$$

$$E_\varphi = ik(\eta_0 A_{\varphi,\infty}^e - A_{\theta,\infty}^m), \quad H_\theta = -E_\varphi / \eta_0,$$

где  $A_\infty^{e,m}$  – векторные потенциалы для дальней зоны, которые в данном случае соответствует токам во всех ячейках и определяется как

$$\begin{aligned} A_\infty^{e,m}(r, \theta, \varphi) &= \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{V_{mn}} \mathbf{J}_{m,0;n,0}^{e,m}(\mathbf{r}') e^{-ik(x'u + y'v + z'w)} dV \\ &= \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{V_{mn}} \mathbf{J}_{0,-m;0,-n}^{e,m}(\mathbf{r}' - \boldsymbol{\rho}_{mn}) e^{-ik(x'u + y'v + z'w)} dV \\ &= \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \int_V \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{J}_{0,-m;0,-n}^{e,m}(\mathbf{r}') e^{-ik[(x'+x_{mn})u + (y'+y_n)v + z'w]} dV, \end{aligned} \quad (1.37)$$

где последняя строка записана с учетом замены переменных интегрирования  $x' \rightarrow x' + x_{mn}$ ,  $y' \rightarrow y' + y_n$  и переходу к интегрированию только по центральной ячейке.

Используя (1.35), перепишем (1.37) в виде

$$A_\infty^{e,m}(r, \theta, \varphi) = \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \int_V \mathbf{j}^{e,m}(\mathbf{r}', u, v) e^{-ik(x'u + y'v + z'w)} dV$$

$$= \sqrt{d_x d_y} \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \int_V \mathbf{j}^{e,m}(\mathbf{r}', u, v) \psi_{00}^*(\boldsymbol{\rho}') e^{-ikz'w} dV, \quad (1.38)$$

где параметры  $u_0$  и  $v_0$  в функции (1.20) заменены на  $u$  и  $v$  соответственно.

Составляющие векторного потенциала в сферических координатах определяются через их декартовы составляющие как

$$A_\theta = A_x \cos\theta \cos\varphi + A_y \cos\theta \sin\varphi - A_z \sin\theta, \quad (1.39)$$

$$A_\varphi = -A_x \sin\varphi + A_y \cos\varphi.$$

Если  $u_0$  и  $v_0$  в формулах (1.10) также заменить на  $u$  и  $v$  соответственно и учесть (1.21), то формулы (1.39) можно переписать в виде

$$A_\theta = \frac{\Gamma_{00}}{w_{00}k} (\alpha_0 A_x + \beta_{00} A_y) - \frac{w_{00}}{k} A_z, \quad (1.40)$$

$$A_\varphi = -\frac{1}{w_{00}} (\beta_{00} A_x - \alpha_0 A_y).$$

Подставляя декартовы составляющие, определяемые из (1.38), в (1.40), получаем формулы

$$A_{\theta,\infty}^{e,m} = -\sqrt{d_x d_y} \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \frac{w_{00} I_{z00}^{e,m} - \Gamma_{00} I_{200}^{e,m}}{k}, \quad (1.41)$$

$$A_{\varphi,\infty}^{e,m} = -\sqrt{d_x d_y} \frac{e^{ikr}}{4\pi r} I_{100}^{e,m},$$

в которых учтены выражения (1.31) и (1.32). Наконец, подставляя (1.41) в (1.36), а также учитывая (1.29) и (1.30), получим выражения

$$E_\theta = \eta_0 H_\varphi = \frac{e^{ikr}}{r} F_\theta, \quad E_\varphi = -\eta_0 H_\theta = \frac{e^{ikr}}{r} F_\varphi, \quad (1.42)$$

где

$$F_\theta(\theta, \varphi) = -\frac{ik^2 \eta_0}{2\pi} \sqrt{d_x d_y} T_{200}(u, v) \cos\theta, \quad (1.43)$$

$$F_{\varphi}(\theta, \varphi) = \frac{ik^2 \eta_0}{2\pi} \sqrt{d_x d_y} T_{100}(u, v) \cos \theta, \quad (1.44)$$

– составляющие ДН элемента решетки. Формулы (1.43) и (1.44) определяют важную связь, установленную ранее другим способом [4], между характеристиками излучения при апериодическом возбуждении и при квазипериодическом возбуждении: составляющие ДН элемента решетки пропорциональны амплитудам пространственных гармоник (ТЕ- и ТМ-волн) нулевого порядка, умноженным на косинус угла между нормалью к раскрыву и направлением на точку наблюдения.

Пусть теперь в бесконечной решетке возбуждаются  $M \times N$  элементов с одинаковыми амплитудами и с набегам фаз, соответствующими установке луча под углами  $(\theta_0, \varphi_0)$ . Тогда плотность потока мощности, излучаемой в направлении луча, будет равна

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \cdot \mathbf{e}_{r_0} = \frac{M^2 N^2}{2r^2 \eta_0} |\mathbf{F}(\theta_0, \varphi_0)|^2, \quad (1.45)$$

где  $\mathbf{e}_{r_0}$  – единичный вектор, задающий направление луча, и  $\mathbf{F}(\theta_0, \varphi_0)$  – векторная ДН элемента с составляющими (1.43) и (1.44). Пусть указанной ДН соответствует мощность  $P^{\text{in}}$ , подводимая к элементу. Тогда поделив (1.45) на плотность потока  $MNP^{\text{in}}/(4\pi r^2)$ , соответствующую равномерному распределению полной подводимой мощности по сфере радиуса  $r$ , получим следующую формулу для КУ фрагмента решетки с равномерным амплитудным распределением

$$G(\theta_0, \varphi_0) = MNg(\theta_0, \varphi_0), \quad (1.46)$$

где

$$g(\theta, \varphi) = \frac{2\pi}{P^{\text{in}} \eta_0} |\mathbf{F}(\theta, \varphi)|^2 \quad (1.47)$$

– КУ элемента решетки.

Из формул (1.46) и (1.47) следует, что зависимость КУ решетки от углов сканирования полностью повторяет зависимость квадрата модуля ДН элемента решетки от углов наблюдения, что еще раз подчеркивает важность понятия ДН элемента в теории фазированных антенных решеток.

### 1.3. Идеальная диаграмма направленности элемента решетки

**1.3.1. Максимальный уровень.** На практике всегда желательно, чтобы вся мощность, подаваемая на входы решетки, излучалась в направлении главного луча, сканирующего в заданной области. В этом случае КУ решетки достигает максимального значения, а соответствующая ДН элемента считается идеальной [4, 23, 131]. Чтобы определить какой уровень и какую зависимость от углов имеет идеальная ДН элемента бесконечной решетки, рассмотрим периодическое возбуждение решетки, при котором к каждому элементу подводится мощность  $P^{in}$ , а поле излучения определяется суммами пространственных гармоник (1.24) и (1.25). Мощность, излучаемая решеткой через плоскую поверхность, параллельную раскрыву, в расчете на одну ячейку, определяется интегралом от плотности потока  $Re[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \cdot \mathbf{e}_z / 2$  по прямоугольнику размером  $d_x \times d_y$ . Так как по условию вся подводимая мощность излучается, то указанный интеграл должен быть равен  $P^{in}$ . Кроме того, так как вся мощность излучается в главный луч, соответствующий пространственным гармоникам нулевого порядка в (1.24) и (1.25), то с учетом соотношений ортогональности (1.28) получим выражение

$$\frac{1}{2} (|T_{100}|^2 + |T_{200}|^2) \eta_0 k^2 \cos \theta = P^{in}, \quad (1.48)$$

где также учтено, что  $\Gamma_{00}(kbsin\theta) = k \cos \theta$ . Используя теперь соотношения (1.48), (1.43) и (1.44), получим окончательную формулу для идеальной ДН элемента по мощности

$$P_{\text{id}}(\theta, \varphi) = \frac{1}{2\eta_0} |\mathbf{F}_{\text{id}}(\theta, \varphi)|^2 = P^{\text{in}} \frac{d_x d_y}{\lambda^2} \cos \theta. \quad (1.49)$$

Таким образом, уровень идеальной ДН элемента по мощности определяется произведением мощности, подводимой к элементу, на площадь ячейки в квадратных длинах волн и на косинус угла наблюдения, отмеряемого от нормали к раскрыву.

Идеальную векторную амплитудную ДН элемента можно определить из (1.49) как

$$\mathbf{F}_{\text{id}}(\theta, \varphi) = \sqrt{2P^{\text{in}} \eta_0 \frac{d_x d_y \cos \theta}{\lambda^2}} \mathbf{p}(\theta, \varphi), \quad (1.50)$$

где  $\mathbf{p}(\theta, \varphi)$  – множитель, характеризующий поляризацию поля излучения, например,

$$\mathbf{p}(\theta, \varphi) = \mathbf{e}_\theta \sin \varphi + \mathbf{e}_\varphi \cos \varphi \quad (1.51)$$

для идеальной вертикальной поляризации,

$$\mathbf{p}(\theta, \varphi) = \mathbf{e}_\theta \cos \varphi - \mathbf{e}_\varphi \sin \varphi \quad (1.52)$$

для идеальной горизонтальной поляризации, и

$$\mathbf{p}(\theta, \varphi) = \frac{\mathbf{e}_\theta \mp i \mathbf{e}_\varphi}{\sqrt{2}} e^{\pm i \varphi} \quad (1.53)$$

для идеальной круговой поляризации левого или правого вращения, а  $\mathbf{e}_\theta$  и  $\mathbf{e}_\varphi$  – орты соответствующих сферических координат.

Подстановка (1.50) в (1.47) дает известное выражение для идеального КУ элемента решетки

$$g_{\text{id}}(\theta, \varphi) = \frac{4\pi d_x d_y}{\lambda^2} \cos \theta. \quad (1.54)$$

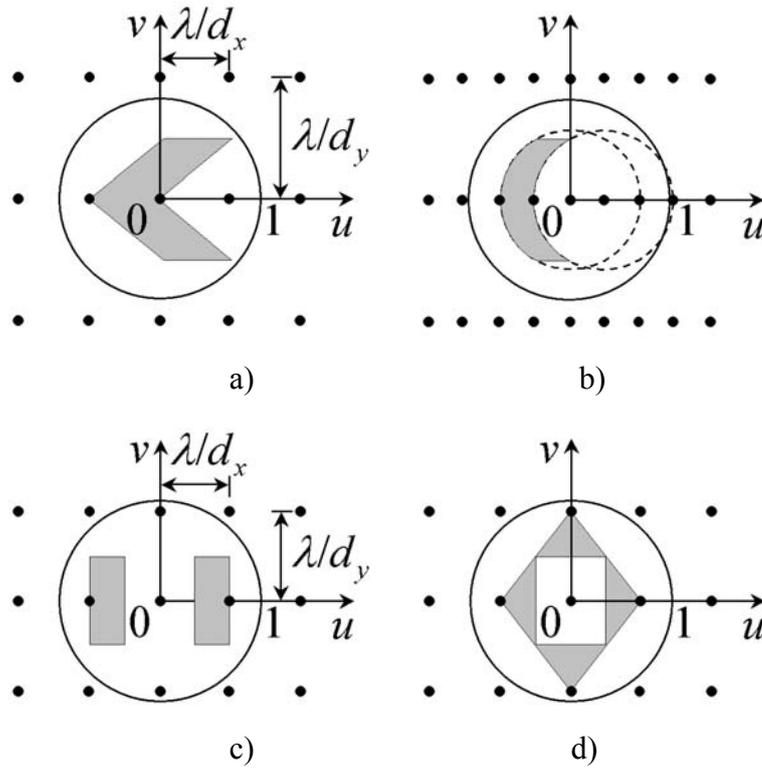
Выражение (1.54) допускает простую интерпретацию [131], следующую из известного выражения  $4\pi A/\lambda^2$  для КУ плоского равномерно возбужденного

раскрыва большой площади  $A$ . Так как КУ решетки равен произведению КУ элемента на число излучателей (1.46), то КУ элемента получается из КУ раскрыва заменой площади  $A$  на площадь ячейки, приходящуюся на один элемент, а умножение на  $\cos\theta$  соответствует проекции площади ячейки на плоскость, перпендикулярную направлению в точку наблюдения. Приведенные простые соображения были положены в основу работы [131], в то время как здесь формула (1.54) является результатом строгого вывода, первоначально опубликованного в [237, 296].

**1.3.2. Контуры идеальной диаграммы направленности элемента.** При достаточно малых межэлементных расстояниях, например, при  $d_x = d_y < \lambda/2$  в квадратной сетке или при  $d_x < \lambda/\sqrt{3}$  в гексагональной сетке, побочные интерференционные максимумы множителя решетки (1.9) не могут появиться в области видимости при установке главного луча в любое положение в этой области. Поэтому выражения для идеальной ДН элемента по мощности (1.49) и по полю (1.50), соответствующие поступлению всей подводимой мощности в главный максимум, являются справедливыми для всей области видимости. Если же, напротив, межэлементные расстояния достаточно велики, например,  $d_x = d_y > \lambda/\sqrt{2}$  для квадратной сетки или  $d_x > 2\lambda/3$  для гексагональной сетки, то кроме главного максимума в области видимости может присутствовать и хотя бы один побочный. Этот случай, рассмотренный в [232] и [291] в контексте идеальной ДН элемента, является типичным для практики, так как сканирование луча в плоских решетках, как правило, требуется не во всей полусфере, а только в некоторой ее части, и это требование стараются удовлетворить при максимальных допустимых межэлементных расстояниях. В этом случае поступление всей подводимой мощности в главный максимум может быть обеспечено, если побочные максимумы множителя решетки, появляющиеся в области видимости при сканировании, подавляются ДН элемента. Иными словами, идеальная ДН элемента должна быть равна нулю в

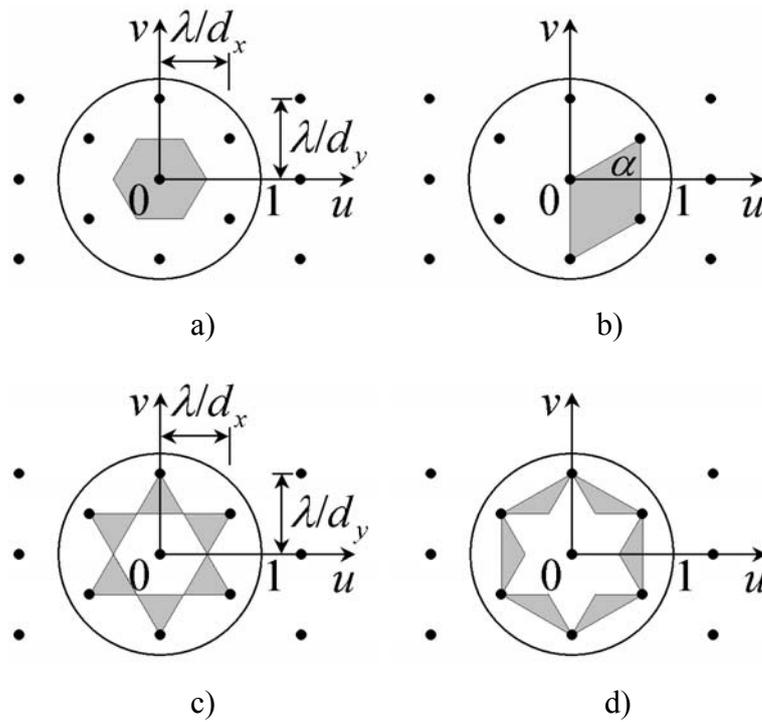
области перемещения побочных максимумов, и иметь максимальный уровень (1.49) в области сканирования главного луча. При этом область сканирования должна быть максимальной.

Таким образом, наряду с максимальным уровнем, определяемым формулой (1.49), определение идеальной ДН элемента включает также понятие максимальной области однолучевого сканирования, которую обозначим как  $\Omega$ . Площадь области  $\Omega$  в пространстве направляющих косинусов при условии, что она полностью находится внутри единичного круга, очевидно, равна  $S_{\Omega} = \lambda^2 / (d_x d_y)$ , так как именно эта площадь приходится на каждый интерференционный как показано на рис. 1.2(b). Таким образом, простейшим контуром максимальной области сканирования  $\Omega$  и, следовательно, – идеальной контурной ДН элемента, является прямоугольник, заполненный серым цветом на рис. 1.2(b). Каждому положению луча в этом прямоугольнике соответствует единственная пара значений управляющих фаз, находящихся в интервале размером  $2\pi$ . Однако форма контура, удовлетворяющая указанным требованиям по площади и взаимно-однозначному соответствию между управляющими фазами и положением луча, может быть самой разнообразной. Некоторые примеры возможных контуров идеальной ДН элемента для прямоугольных сеток приведены на рис. 1.3. Область сканирования, показанная на рис. 1.3(a), состоит из двух параллелограммов с основанием  $\lambda / d_x$  и высотой  $\lambda / (2d_y)$ . Контур, показанный на рис. 1.3(b), образован двумя смещенными 120-градусными дугами окружности радиуса  $\lambda \sqrt{3} / (2d_y)$  и двумя прямыми горизонтальными отрезками длиной  $\lambda / d_x$ . Помимо односвязных контуров типа рассмотренных выше, область сканирования может быть также многосвязной, а соответствующие идеальные ДН элемента – многолучевыми. Например, контур, показанный на рис. 1.3(c), состоит из двух прямоугольников шириной



**Рис. 1.3.** Контуры идеальной ДН элемента решетки с прямоугольной сеткой.

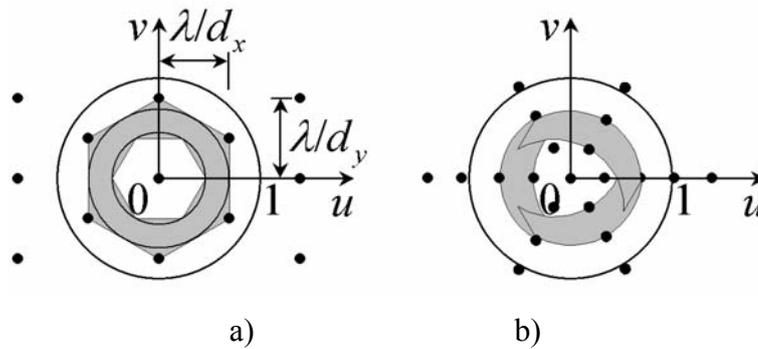
$\lambda/(2d_x)$  и высотой  $\lambda/d_y$ , расположенных с зазором  $\lambda/d_x$ . В этом случае сканирование луча в одной подобласти соответствует отрицательной разности фаз между столбцами решетки, а в другой подобласти – положительной разности фаз. Область сканирования, показанная на рис. 1.3(d), состоит из четырех равнобедренных треугольников с основаниями, равными  $\lambda/d_x$  для верхнего и нижнего треугольников и  $\lambda/d_y$  для левого и правого. Боковые стороны все одинаковы и равны  $\lambda\sqrt{d_x^{-2} + d_y^{-2}}/2$ . Отметим, что площади подобластей многосвязной области сканирования могут, в принципе, быть неодинаковыми. Например, вместо одинаковых прямоугольников на рис. 1.3(c) один может иметь ширину  $0 < \Delta < \lambda/d_x$ , а другой – ширину  $\lambda/d_x - \Delta$ , причем левая сторона левого прямоугольника и правая сторона правого должны быть на расстоянии  $2\lambda/d_x$  друг от друга.



**Рис. 1.4.** Контуры идеальной ДН элемента решетки с гексагональной сеткой.

Некоторые примеры контуров для гексагональной сетки приведены на рис. 1.4. Это может быть обычный правильный шестиугольник со стороной  $2\lambda/(3d_x)$  (рис. 1.4(a)) и параллелограмм шириной  $\lambda/d_x$  и длиной боковой стороны  $\lambda/d_y$  (рис. 1.4(b)), а на угол  $\alpha$  накладывается лишь ограничение, что параллелограмм должен полностью находиться внутри единичного круга, соответствующего области видимости. На рис. 1.4(c) и 1.4(d) приведены два звездообразных многосвязных контура. Один состоит из шести одинаковых правильных треугольников со стороной  $2\lambda/(3d_x)$ , а другой содержит шесть одинаковых равнобедренных треугольников с основанием  $2\lambda\sqrt{3}/d_x$  и боковыми сторонами  $2\lambda/(3d_x)$ .

Несмотря на экзотичность, некоторые из контуров, приведенных выше, могут представлять практический интерес. Например, используя две гексагональные решетки с ДН элемента, показанными рис. 1.4(c) и 1.4(d), можно, как продемонстрировано на рис. 1.5(a), закрыть биконический сектор сканирования, требующийся в некоторых современных применениях



**Рис. 1.5.** Применения ДН элемента, показанных на рис. 1.4(с) и 1.4.(d), а также 1.3(b), для обеспечения сканирования в биконическом секторе.

мобильной спутниковой связи и телевидения [147, 157]. Подобный сектор можно также закрыть тремя решетками с ДН элемента, показанной на рис. 1.3(b), располагая решетки в одной плоскости под углом  $120^\circ$  друг к другу, как показано на рис. 1.5(b).

**1.3.3. Коэффициент усиления элемента на идеальном контуре.** Одним из свойств контура идеальной ДН элемента является то, что если главный луч попадает на контур, то в другом месте контура должен появиться по крайней мере один побочный максимум. Такую ситуацию можно увидеть на рис. 1.3 и 1.4. В таких случаях излучаемая мощность распределяется между главным и побочными максимумами, и КУ элемента (1.54) должен быть скорректирован. Это может быть сделано умножением (1.54) на поправочный коэффициент  $\xi = P_0/P_\Sigma$ , равный отношению мощности, сосредоточенной в главном луче, к полной излучаемой мощности.

Рассмотрим сначала простейшие случаи. Предположим, что один из максимумов, находящихся на контуре, показанном на рис. 1.3(с), является главным. Тогда  $\xi = 1/2$  из-за симметрии. Если главный максимум находится на границе области сканирования как показано на рис. 1.4(с) и 1.4(d), то  $\xi = 1/6$  также из-за симметрии. Если главный луч переместить из центра области сканирования на рис. 1.4(a) в правый угол контура, то два побочных максимума займут верхний и нижний левые углы правильного

шестиугольника. В этом случае образуется симметричная конфигурация из трех лучей, и поэтому  $\xi = 1/3$ . В общем случае, как показано в Приложении 1.1, поправочный коэффициент определяется выражением

$$\xi = \frac{\alpha}{2\pi}, \quad (1.55)$$

где  $\alpha$  – угол, под которым область сканирования (или ее часть) видна из точки расположения главного луча. Рассмотрим контур, показанный на рис. 1.4(b). Если главный луч находится в верхнем углу контура, то множитель определяется формулой (1.55). Если главный луч расположен на левом гладком участке или в правом нижнем углу, то  $\xi = 1/2$  или  $\xi = (1 - \alpha/\pi)/2$  соответственно. Значение  $\xi = 1/2$  справедливо не только для прямолинейных, но и для любых гладких криволинейных участков контура, как, например, для контура на рис. 1.3(b). Для контура на рис. 1.3(a)  $\xi = \arctan(d_x/2d_y)/\pi$  для луча, расположенного в левом углу контура, и  $\xi = 1 - \arctan(d_x/2d_y)/\pi$  для луча, расположенного в правой угловой точке. Если луч находится в верхнем или нижнем углу контура, показанного на рис. 1.3(d), то  $\xi = \arctan(d_y/d_x)/\pi$ , а если в правом или левом углу, то  $\xi = \arctan(d_x/d_y)/\pi$ .

Отметим, что сумма углов, под которыми область сканирования видна из точек всех максимумов, находящихся на ее границе, постоянна и равна  $2\pi$ . Коэффициент (1.55) можно использовать не только для случаев, когда главный луч расположен на контуре, но и для случаев, когда луч находится внутри области сканирования, так как тогда  $\alpha = 2\pi$  и, следовательно,  $\xi = 1$ .

**1.3.4. Эффективность идеального элемента и взаимная связь.** Другие свойства элемента решетки с идеальной диаграммой (1.49) можно выявить, анализируя эффективность элемента решетки  $\eta_e$ , – параметр, введенный и рассмотренный в [131] и отдельно исследованный в [154]. Эффективность идеального элемента можно рассчитать по формуле (1.15), в которой

мощность  $P_A^{\text{in}}$  следует заменить мощностью  $P^{\text{in}}$ , подводимую к входу одного элемента. Кроме того, в формулу (1.12) для полной излучаемой мощности следует подставить идеальную диаграмму (1.49) вместо  $P_A(\theta, \varphi)$  и провести интегрирование только по максимальной области однолучевого сканирования  $\Omega$ , вне которой диаграмма (1.49) равна нулю. Учитывая, что при замене угловых координат направляющими косинусами справедливо равенство

$$\sin \theta d\theta d\varphi = \frac{dudv}{\sqrt{1-u^2-v^2}}, \quad (1.56)$$

а также то, что  $\cos \theta = \sqrt{1-u^2-v^2}$ , получим

$$\eta_e = \frac{S_\Omega}{\lambda^2/(d_x d_y)}. \quad (1.57)$$

Таким образом, эффективность идеального элемента определяется отношением площади максимальной области однолучевого сканирования к площади периодической ячейки в сетке расположения интерференционных максимумов на плоскости направляющих косинусов.

В случае достаточно больших межэлементных расстояний, когда периодическая ячейка полностью находится в области видимости и она же является максимальной областью однолучевого сканирования  $\Omega$ , эффективность идеального элемента (1.57) равна единице или 100%. Как уже отмечалось, такая ситуация имеет место при  $d_x = d_y \geq \lambda/\sqrt{2}$  для квадратной сетки и при  $d_x \geq 2\lambda/3$  для гексагональной сетки. В другом крайнем случае достаточно малых межэлементных расстояний вся область видимости является максимальной областью однолучевого сканирования. Площадь этой области, очевидно, равна  $S_\Omega = \pi$  и эффективность элемента (1.57) определяется формулой [131, 154]

$$\eta_e = \frac{\pi d_x d_y}{\lambda^2}, \quad (1.58)$$

справедливой, например, при  $d_x \leq \lambda/2$  для квадратной сетки и при  $d_x \leq \lambda/\sqrt{3}$  для гексагональной сетки.

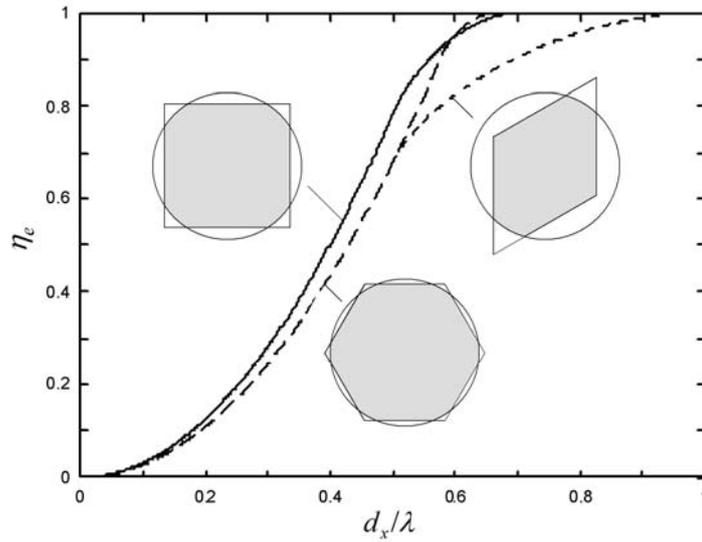
В промежуточном случае, когда периодическая ячейка перекрывает часть области видимости и имеет участки, выходящие за границу последней, максимальная область однолучевого сканирования представляет собой фигуру, образованную пересечением периодической ячейки с областью видимости, как показано серым цветом на вставках рис. 1.6. Одним из примеров здесь является квадратная сетка с квадратной периодической ячейкой. Вычисляя площадь пересечения квадрата с кругом  $S_\Omega$  и подставляя ее в (1.57), получим эффективность элемента

$$\eta_e = \sqrt{\frac{4d_x^2}{\lambda^2} - 1} + \frac{4d_x^2}{\lambda^2} \left( \frac{\pi}{4} - \arcsin \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4d_x^2}} \right) \quad (1.59)$$

для межэлементных расстояний  $\lambda/2 \leq d_x \leq \lambda/\sqrt{2}$ . Аналогичные вычисления эффективности идеального элемента гексагональной решетки с межэлементными расстояниями  $\lambda/\sqrt{3} \leq d_x \leq 2\lambda/3$  и периодической ячейкой в виде правильного шестиугольника в пространстве направляющих косинусов дают выражение

$$\eta_e = \sqrt{3} \left[ \sqrt{\frac{3d_x^2}{\lambda^2} - 1} + \frac{3d_x^2}{\lambda^2} \left( \frac{\pi}{6} - \arcsin \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{3d_x^2}} \right) \right]. \quad (1.60)$$

Зависимости эффективности идеального элемента от межэлементного расстояния для рассмотренных случаев квадратной и гексагональной сетки показаны на рис. 1.6 сплошной линией и линией с крупными штрихами соответственно. Как мы видим, кривая эффективности для гексагональной сетки на начальном участке, соответствующей формуле (1.58) идет ниже кривой для квадратной сетки, что объясняется более плотной упаковкой элементов в гексагональной сетке при одинаковых межэлементных расстояниях в строке.



**Рис. 1.6.** Зависимость эффективности идеального элемента от межэлементного расстояния для квадратной и гексагональной сеток.

Заметим, что эффективность идеального элемента решетки может зависеть не только от вида сетки, как демонстрируется выше и как показано в [154], но и от формы идеальной области сканирования для заданной сетки. Например, если вместо правильного шестиугольника взять ромб такой же площади и с острым углом, равным  $60^\circ$ , как показано на рис. 1.6, то 100%-я эффективность элемента реализуется при  $d_x \geq \lambda$ , а формула (1.58) справедлива только для  $d_x \leq \lambda/2$ . Эффективность элемента для промежуточных значений межэлементного расстояния в этом случае определяется как

$$\eta_e = \begin{cases} \sqrt{\frac{3d_x^2}{\lambda^2} - \frac{3}{4}} + \frac{d_x^2 \sqrt{3}}{\lambda^2} \left( \frac{\pi}{2} - 2 \arcsin \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4d_x^2}} \right), & \lambda/2 \leq d_x \leq \lambda/\sqrt{3}, \\ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3d_x^2}{\lambda^2} - \frac{3}{4}} \right) + \frac{d_x^2 \sqrt{3}}{\lambda^2} \left( \frac{\pi}{3} - \arcsin \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4d_x^2}} \right), & \lambda/\sqrt{3} \leq d_x \leq \lambda. \end{cases} \quad (1.61)$$

Кривая, рассчитанная по формуле (1.61), показана на рис. 1.6 мелкими штрихами.

Понятие эффективности элемента связано с таким важным явлением как взаимодействие (взаимная связь) между элементами решетки. Это взаимодействие имеет несколько составляющих [131]. В частности, оно может проявляться в виде взаимной связи между входами решетки (связь в обратном направлении), и в виде взаимной связи между входами решетки и излучателями в раскрыве (связь в прямом направлении). Эффективность элемента, равная 100%, соответствует полному отсутствию связи (нулевые коэффициенты связи) между входами решетки. Из равенства нулю коэффициентов связи в обратном направлении и формулы (1.33) следует, что амплитуды отраженных волн при периодическом возбуждении решетки с такими идеальными элементами также равны нулю, причем это имеет место при любых значениях управляющих фаз. Решетка в этом случае называется идеально согласованной [131] или безусловно согласованной [4, 99].

Как уже отмечалось для достаточно малых межэлементных расстояний, периодическая ячейка на плоскости направляющих косинусов полностью или частично покрывает единичный круг, соответствующий области видимости (примеры для второго случая показаны на рис. 1.6). При периодическом возбуждении решетки с такими идеальными элементами вся мощность, подводимая к входам, полностью излучается главным лучом, пока он находится в идеальной области сканирования. Теоретическая возможность такого идеального согласования доказана в [133]. Однако существуют значения управляющих фаз, при которых главный луч решетки попадает на участки периодической ячейки, выходящие за границы единичного круга, а интерференционные максимумы не попадают в идеальную область сканирования. Так как главного луча в видимой области нет, а те интерференционные максимумы, которые туда вошли, подавлены идеальной диаграммой элемента, то мощность, подводимая к решетке, полностью отражается от раскрыва обратно в систему питания. Таким образом, отражения в такой решетке отсутствуют не для всех значений управляющих

фаз, и поэтому решетка с такими идеальными элементами была названа в [4, 99] условно согласованной. Так как амплитуды отраженных волн при периодическом возбуждении не равны нулю в некоторой области значений управляющих фаз, то коэффициенты взаимной связи в обратном направлении, определяемые по формуле, аналогичной формуле (1.34), уже не равны нулю, и поэтому эффективность идеального элемента ниже 100%.

### **1.3.5. О реализуемости идеальной контурной диаграммы элемента.**

Хорошо известно, например, [64], что амплитудное распределение поля в раскрыве и его диаграмма направленности связаны преобразованием Фурье. Как отмечалось выше, диаграмма направленности идеального элемента, эффективность которого равна 100%, является контурной, т.е. представляет собой функцию углов, скачком изменяющуюся от ненулевых значений в области сканирования  $\Omega$  до нуля вне  $\Omega$ . Ненулевые значения преобразования Фурье от такой функции, определяющие амплитуду возбуждения, распределены по всему бесконечному раскрыву. Таким образом, каждый вход в такой решетке должен быть связан со всеми излучателями в раскрыве и тем самым должна быть реализована взаимная связь в прямом направлении при отсутствии взаимной связи в обратном направлении. Возбуждение всех входов решетки приводит формированию перекрывающихся амплитудных распределений, а решетку можно рассматривать как антенну, состоящую из элементов в виде перекрывающихся подрешеток.

Значения амплитудного распределения по подрешетке, соответствующие идеальной контурной диаграмме элемента, могут заметно изменяться даже в пределах одного периода решетки. Например, распределение вида  $\sin(\pi x/d)/(\pi x/d)$ , соответствующее секторной диаграмме шириной  $2\arcsin(0.5\lambda/d)$ , где  $d$  – период решетки, меняет знак в пределах каждой боковой ячейки. Один из возможных подходов к формированию подобных распределений состоит в использовании излучателей достаточно малых

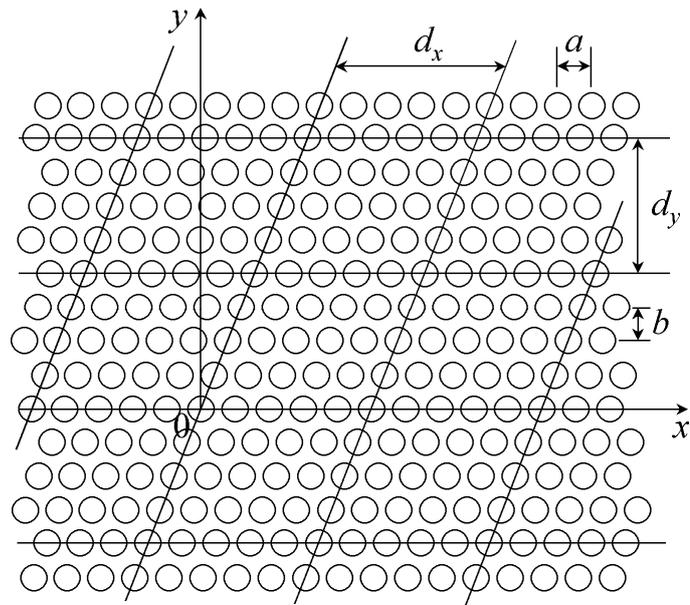
поперечных размеров, плотно располагаемых в раскрыве решетки. Однако, как описано в предыдущем разделе, излучатели, расположенные в плотной сетке, имеют низкую эффективность из-за взаимных связей в обратном направлении. Поэтому вопрос о принципиальной возможности формирования идеальной контурной диаграммы элемента, соответствующей 100%-й эффективности, с помощью подрешетки плотно расположенных низкоэффективных излучателей требует анализа [238, 259], который воспроизводится ниже.

Рассмотрим бесконечную решетку, входы которой расположены в узлах косоугольной сетки, показанной на рис. 1.2(а). Каждая ячейка решетки размером  $d_x \times d_y$  заполнена излучателями, образующими плотную сетку с шагом  $a = d_x/M$  в горизонтальных рядах и расстоянием  $b = d_y/N$  между соседними рядами, сдвинутыми на расстояние  $\Delta = d_y/N$ , где  $M$  и  $N$  – некоторые положительные целые числа. Геометрия раскрыва такой решетки показана рис. 1.7(а).

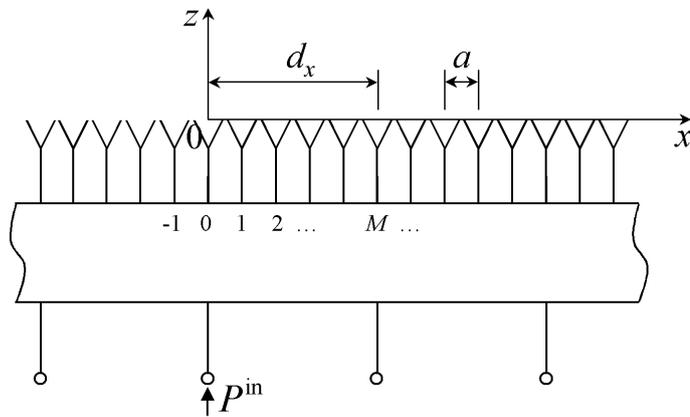
Пусть центральный вход решетки возбуждается сигналом, переносящим мощность  $P^{\text{in}}$ , и эта мощность проходит далее через гипотетический многополюсник, показанный на рис. 1.7(б), и распределяется по излучателям подрешетки. Предполагается также, что к остальным входам решетки подключены согласованные нагрузки. Мощность сигнала, поступившего на  $pq$ -й элемент, представим в виде произведения  $P|A_{pq}|^2$ , где  $A_{pq}$  – безразмерный амплитудный коэффициент и  $P$  – общий коэффициент (имеющий размерность мощности), определяемый из соотношения энергетического баланса

$$P \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} |A_{pq}|^2 = P^{\text{in}}, \quad (1.62)$$

показывающего, что вся подводимая мощность доходит до излучателей без потерь. Тогда, считая излучатели, заполняющие раскрыв с межэлементными расстояниями  $a$  и  $b$ , идеальными, мы можем записать диаграмму направленности подрешетки в виде



a)



b)

**Рис. 1.7.** Геометрия решетки с ячейками, плотно заполненными излучателями, в плоскости раскрыва (a) и в плоскости  $0xz$  (b).

$$F(\theta, \varphi) = \sqrt{2P\eta_0} \frac{abc \cos \theta}{\lambda^2} \mathbf{p}(\theta, \varphi) F_{AF}(u, v), \quad (1.63)$$

где произведение двух первых сомножителей представляют собой идеальную диаграмму излучателя (1.50), в которой учтены все взаимные связи, и

$$F_{AF}(u, v) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} A_{pq} e^{-ik(x'_{pq}u + y'_q v)} \quad (1.64)$$

– множитель подрешетки, в котором  $x'_{pq} = pa + q\Delta/M$  и  $y'_q = qb$  – координаты  $pq$ -го излучателя, и  $\{u, v\}$  – направляющие косинусы.

Косинусное поведение диаграммы подрешетки уже учтено в первом сомножителе формулы (1.63). Поэтому представляется уместным определять амплитудное распределение как преобразование Фурье от функции направляющих косинусов, равной единице внутри максимальной области сканирования  $\Omega$  и нулю вне ее, т.е. от оконной функции, соответствующей идеальной контурной ДН элемента. Выбирая значения этого преобразования в точках расположения излучателей, запишем амплитуды возбуждения излучателей подрешетки в виде

$$A_{pq} = \iint_{\Omega} e^{ik(x'_{pq}u' + y'_q v')} du' dv' . \quad (1.65)$$

Подставляя (1.65) в (1.64) и учитывая известные свойства  $\delta$ -функции, в частности,

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{ipx} = 2\pi \sum_{p=-\infty}^{\infty} \delta(x + 2\pi p) , \quad (1.66)$$

$$\delta(\alpha x) = \frac{1}{|\alpha|} \delta(x) , \quad (1.67)$$

получим

$$F_{AF}(u, v) = \frac{\lambda^2}{ab} \quad (1.68)$$

для  $(u, v)$  внутри  $\Omega$  и  $F_A(u, v) = 0$  для  $(u, v)$  вне  $\Omega$ . Отметим, что являясь периодической функцией, множитель подрешетки (1.64) имеет также и другие области, где он не равен нулю. Однако для достаточно малых значений  $a$  и  $b$  эти области находятся вне области видимости и поэтому не имеют значения.

Рассмотрим теперь равенство (1.62). Учитывая амплитудное распределение (1.65), мы можем записать

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} |A_{pq}|^2 = \iint_{\Omega} du' dv' \iint_{\Omega} dudv \times \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{ikx'_{pq}(u'-u) +iky'_q(v'-v)} . \quad (1.69)$$

Учитывая опять свойства (1.66) и (1.67), мы увидим, что интеграл по  $u$  и  $v$  в (1.69) дает значение (1.68) в области  $\Omega$ , а интеграл по  $u'$  и  $v'$  дает просто площадь указанной области  $\lambda^2/(d_x d_y)$ . Поэтому

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} |A_{pq}|^2 = \frac{\lambda^2}{ab} \frac{\lambda^2}{d_x d_y},$$

и из (1.62) следует

$$P = P^{\text{in}} \frac{ab}{\lambda^2} \frac{d_x d_y}{\lambda^2}. \quad (1.70)$$

Наконец, подставляя (1.68) и (1.70) в (1.63), и сравнивая полученное выражение с (1.50), мы увидим, что  $F(\theta, \varphi) \equiv F_{\text{id}}(\theta, \varphi)$ .

Таким образом, идеальная контурная диаграмма элемента решетки, соответствующая его 100%-й эффективности и отсутствию взаимных связей по входам, может быть в принципе сформирована бесконечной подрешеткой плотно расположенных идеальных излучателей, хотя каждый такой излучатель, возбуждаемый в подрешетке отдельно, имеет низкую эффективность, соответствующую наличию обратных взаимных связей. Необходимое амплитудное распределение по подрешетке определяется преобразованием Фурье (1.65) от идеальной контурной диаграммы элемента, деленной на  $\sqrt{\cos \theta}$ , т.е. от соответствующей оконной функции. В этом случае взаимные связи в обратном направлении компенсируются в плотной подрешетке точно так же, как это имеет место при квазипериодическом возбуждении решетки, когда луч остается в области видимости.

**1.3.6. Свойства ортогональности.** Общие формулы (1.42) определяют дальнейшее поле, соответствующее возбуждению центрального элемента решетки сигналом мощности  $P^{\text{in}}$ . Если эта мощность подается на вход  $mn$ -го элемента, формирующего идеальную ДН, то дальнейшее поле может быть записано в виде

$$E^{mn}(r, \theta, \varphi) = \frac{e^{ikr}}{r} F_{\text{id}}(\theta, \varphi) e^{-ik(x_{mn}u + y_n v)},$$

(1.71)

$$\mathbf{H}^{mn}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\eta_0} [\mathbf{e}_r \times \mathbf{E}^{mn}(r, \theta, \varphi)],$$

где экспоненциальный множитель учитывает положение  $mn$ -го элемента, координаты которого  $x_{mn}$  и  $y_n$  определяются согласно (1.8). Произведение второго и третьего сомножителей в верхней строчке (1.71) представляет собой идеальную ДН  $mn$ -го элемента  $\mathbf{F}_{\text{id}}^{mn}(\theta, \varphi)$  в общей системе координат.

Рассмотрим произведение дальних полей  $mn$ -го и  $m'n'$ -го элементов в форме

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{E}^{mn}, \mathbf{H}^{m'n'} \rangle &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [\mathbf{E}^{mn} \times \mathbf{H}^{m'n'*}] \cdot \mathbf{e}_r r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \\ &= \frac{1}{2\eta_0} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{F}_{\text{id}}^{mn}(\theta, \varphi) \cdot \mathbf{F}_{\text{id}}^{m'n'*}(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi, \end{aligned} \quad (1.72)$$

где нижняя строчка, полученная из верхней с учетом (1.71), представляет собой скалярное произведение идеальных ДН  $mn$ -го и  $m'n'$ -го элементов  $\langle \mathbf{F}_{\text{id}}^{mn}, \mathbf{F}_{\text{id}}^{m'n'} \rangle$ . Звездочка в (1.72) означает комплексное сопряжение. Переходя от угловых координат в интеграле (1.72) к направляющим косинусам по формуле (1.56) и считая, что идеальная ДН элемента является контурной, перепишем (1.72) в виде

$$\langle \mathbf{F}_{\text{id}}^{mn}, \mathbf{F}_{\text{id}}^{m'n'} \rangle = P^{\text{in}} \frac{d_x d_y}{\lambda^2} \int_{\Omega} e^{ik[(x_{n'n'} - x_{mn}) + (y_{n'} - y_n)v]} dudv. \quad (1.73)$$

Интеграл, аналогичный тому, что стоит в (1.73), рассматривался в [4, глава 7, приложение 2] при доказательстве ортогональности поперечных волновых функций (1.20), (1.26) и (1.27) гармоник Флоке. При  $m'=m$  и  $n'=n$  интеграл в (1.73) просто равен площади, занимаемой идеальной контурной диаграммой элемента  $S_{\Omega} = \lambda^2 / (d_x d_y)$ . Если же входы разные, то интеграл в (1.73) равен нулю. Это утверждение легко доказать, пользуясь периодичностью подынтегральной функции вдоль строк и столбцов. Если идеальная область  $\Omega$

не является прямоугольной, то указанная периодичность позволяет трансформировать ее в прямоугольник размером  $(\lambda/d_x) \times (\lambda/d_y)$ , равенство нулю интеграла по которому проверяется непосредственно. Таким образом

$$\langle \mathbf{F}_{\text{id}}^{mn}, \mathbf{F}_{\text{id}}^{m'n'} \rangle = P^{\text{in}} \delta_{m'm} \delta_{n'n}, \quad (1.74)$$

и, следовательно, идеальные контурные ДН различных элементов решетки являются ортогональными. При  $m'=m$  и  $n'=n$  выражение (1.72) определяет полную мощность, излучаемую элементом, которая, согласно (1.74), равна мощности на входе элемента, что, как отмечалось в разделе 1.3.4, соответствует 100%-й эффективности идеального элемента.

Рассмотрим теперь амплитудные распределения в раскрыве решетки, соответствующие идеальным контурным диаграммам элемента. Пусть раскрыв плотно заполнен излучателями, как показано на рис. 1.7(а), и пусть  $f_{pq}(x, y)$  – распределение поперечного векторного поля в раскрыве  $S_{pq}$  излучателя с номером  $pq$  (или в сечении закрытой передающей линии, питающей этот излучатель, если он не является апертурным). Функция  $f_{pq}(x, y)$  соответствует невозмущенной падающей волне единичной амплитуды и считается равной нулю вне  $S_{pq}$ . Тогда распределение падающего поля по раскрывам излучателей (или по сечениям линий их питания) можно записать как

$$A^{mn}(x, y) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} f_{pq}(x, y) \iint_{\Omega} e^{ik[(x'_{pq}-x_{mn})u+(y'_q-y_n)v]} dudv, \quad (1.75)$$

где интеграл по области  $\Omega$  определяет амплитуду возбуждения  $pq$ -го излучателя при возбуждении  $mn$ -го входа. Указанная амплитуда совпадает с (1.65) при  $m=n=0$ .

Рассмотрим скалярное произведение распределений вида (1.75), соответствующих возбуждению  $mn$ -му и  $m'n'$ -му входам

$$\langle A^{mn}, A^{m'n'} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A^{mn*}(x, y) \cdot A^{m'n'}(x, y) dx dy. \quad (1.76)$$

Подстановка соответствующих выражений, следующих из (1.75), в (1.76) дает

$$\begin{aligned} \langle A^{mn}, A^{m'n'} \rangle &= Q \iint_{\Omega} dudv e^{ik(x_{mn}u + y_n v)} \\ &\times \iint_{\Omega} du' dv' e^{-ik(x_{m'n'}u' + y_n' v')} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{ik[x'_{pq}(u'-u) + y'_q(v'-v)]}, \end{aligned} \quad (1.77)$$

где

$$Q = \iint_{S_{pq}} |f_{pq}(x, y)|^2 dx dy \quad (1.78)$$

– величина, одинаковая для всех излучателей. Учитывая, что  $x'_{pq} = pa + q\Delta/M$  и  $y'_q = qb$ , и используя свойства (1.66) и (1.67), сводим (1.77) к выражению

$$\langle A^{mn}, A^{m'n'} \rangle = Q \frac{\lambda^2}{ab} \iint_{\Omega} e^{ik[(x_{mn} - x_{m'n'})u + (y_n - y_n')v]} dudv, \quad (1.79)$$

в котором мы видим интеграл, точно такой же, как в выражении (1.73), доказывающем ортогональность идеальных контурных ДН элемента решетки.

Таким образом, амплитудные распределения в раскрыве, соответствующие оконным функциям для ортогональных идеальных контурных диаграмм направленности элементов решетки, также являются ортогональными. Ортогональность диаграмм элементов и соответствующих амплитудных распределений является еще одним важным свойством, характеризующим отсутствие взаимных связей между входами решетки.

Аналогичная ситуация имеет место в многолучевых антеннах, где ортогональность формируемых лучей соответствует отсутствию обратных связей между входами и, следовательно, – отсутствию потерь в диаграммообразующей схеме [17, 97, 135, 175, 196]. Кроме того, связь, установленная выше между идеальными контурными диаграммами элементов и между соответствующими амплитудными распределениями, позволяет построить методику определения размеров и формы плоского раскрыва, обеспечивающего формирование ортогональных лучей по заданной

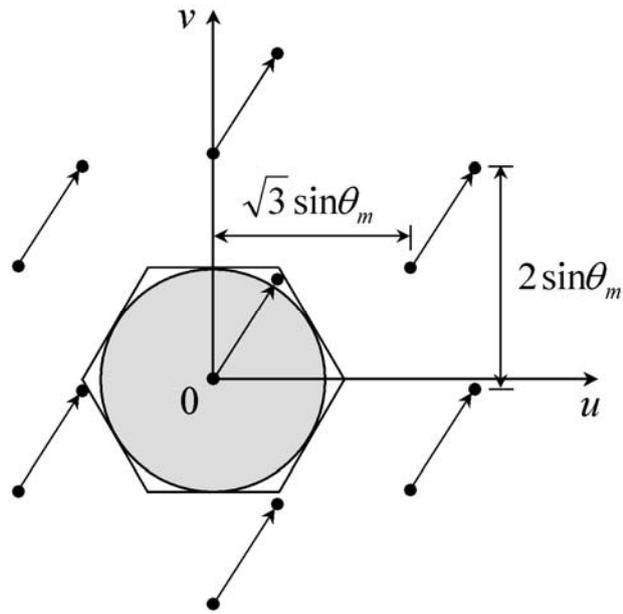
регулярной декартовой сетке их расположения. Методика была впервые представлена в [272], а ее более подробное описание приведено в [233, 258] и в Приложении 1.2.

#### **1.4. Диаграмма направленности элемента с неидеальным контуром**

Как описано в подразделе 1.3.2, контур идеальной диаграммы элемента, соответствующий области сканирования, занимающей лишь внутреннюю часть области видимости, состоит из нескольких пар сдвинутых прямых или кривых линий и всегда имеет угловые точки. Как правило, эти особенности отсутствуют у контуров областей сканирования, задаваемых на практике. Простейшим примером является коническая область сканирования с контуром в форме окружности. Такая область сканирования рассматривается в [64] и [175] в связи с определением минимального числа управляемых элементов решетки, необходимого для обеспечения сканирования луча с заданным КУ в заданной области. Уровень ДН элемента по мощности в этом случае изменяется пропорционально  $\cos\theta$  внутри конуса, где перемещается только один главный луч решетки, и равен нулю за пределами конуса для полного подавления побочных интерференционных максимумов. Пусть  $\theta_m$  – угол половинного раскрыва конуса или, другими словами, – заданный максимальный угол отклонения главного луча решетки от нормали к раскрыву. Эта круговая область сканирования в пространстве направляющих косинусов показана серым цветом на рис. 1.8.

КНД элемента решетки, определяемый с использованием (1.11) и (1.12), в этом случае равен [64]

$$D_e(\theta, \varphi) = \frac{4 \cos \theta}{\sin^2 \theta_m}. \quad (1.80)$$



**Рис. 1.8.** Круговая область сканирования и диаграмма интерференционных максимумов множителя решетки с гексагональной сеткой.

Если такая круговая область сканирования реализуется в решетке с гексагональной сеткой, то максимальное межэлементное расстояние в горизонтальном ряду, при котором побочные максимумы не входят в область сканирования при перемещении главного луча в ней, будет определяться формулой

$$d_{x, \max} = \frac{\lambda}{\sqrt{3} \sin \theta_m}. \quad (1.81)$$

Учитывая, что максимальное расстояние между соседними рядами в гексагональной сетке  $d_{y, \max} = d_{x, \max} \sqrt{3}/2$ , и используя формулу (1.54), получим максимальный КУ элемента для такой сетки

$$g_e(\theta, \varphi) = \frac{2\pi \cos \theta}{\sqrt{3} \sin^2 \theta_m}. \quad (1.82)$$

Так как КУ элемента (1.82) равен произведению КНД элемента (1.80) на эффективность элемента  $\eta_e$  аналогично (1.14), то поделив (1.82) на (1.80), получим

$$\eta_e = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}. \quad (1.83)$$

что составляет 90.69%. Заметим, что полученное значение эффективности элемента (1.83) точно равно отношению площади круговой области сканирования на плоскости направляющих косинусов к площади максимальной (идеальной) области сканирования, граница которой показана на рис. 1.8 в виде равностороннего шестиугольника, охватывающего круговую область.

Если рассматриваемая коническая ДН элемента формируется в решетке с квадратной сеткой, то максимальные межэлементные расстояния, обеспечивающие однолучевое сканирование в области, охватываемой ДН элемента равны  $d_{x,\max} = d_{y,\max} = \lambda / (2 \sin \theta_m)$ . Площадь идеальной области сканирования при этом равна  $(\lambda / d_{x,\max})^2 = 4 \sin^2 \theta_m$ . Разделив площадь круговой области  $\pi \sin^2 \theta_m$  на площадь идеальной области, получим

$$\eta_e = \frac{\pi}{4}. \quad (1.84)$$

или 78.54%. Т.е. эффективность формирования заданной конической ДН элемента в решетке с квадратной сеткой еще ниже, чем в решетке с гексагональной сеткой.

Интересно отметить, что максимально достижимая эффективность формирования конической ДН элемента (1.83) в решетке с гексагональной сеткой и (1.84) в решетке с квадратной сеткой совпадают с максимально достижимой эффективностью, полученной в [150] для многолучевой антенны с круглым раскрытием при расстановке лучей в узлах гексагональной и квадратной сеток соответственно.

Снижение эффективности элемента решетки с максимальным КУ, вызванное с неидеальностью контура ДН элемента, связано со следующими обстоятельствами. Поскольку КУ элемента является максимальным для заданной сетки, то неидеальный контур должен находиться внутри

идеального. В этом случае существуют значения управляющих фаз элементов решетки, при которых главный луч оказывается в области между двумя контурами. Пример такой ситуации показан на рис. 1.8, где стрелкой показано смещение главного луча из центрального положения в область между окружностью (неидеальным контуром) и шестиугольником (идеальным контуром). Так как и главный луч и побочные максимумы множителя решетки оказываются в области нулевого уровня ДН элемента и тем самым подавляются, мощность излучения равна нулю, а вся мощность, подводимая к решетке, отражается от раскрыва обратно в линии питания излучателей. Данная ситуация в некотором смысле аналогична режиму условного согласования, рассмотренному в [4, 99] и упомянутому выше в подразделе 1.3.4. Отличие состоит в том, что там главный луч и все побочные максимумы могут находиться вне области видимости, а здесь все они могут находиться вне области, охваченной контурной ДН элемента. В обоих случаях существуют области значений управляющих фаз, в которых коэффициент отражения решетки при сканировании не равен нулю. А так как коэффициенты связи между входами решетки представляют собой амплитуды разложения коэффициента отражения в ряд Фурье [4, 131], подобные (1.34), коэффициенты связи уже не равны нулю в отличие от случая ДН элемента с идеальным контуром.

Таким образом, если контурная ДН элемента имеет предельный уровень (1.50), но ее контур отличается от идеального контура для заданной сетки, то такие диаграммы больше не обладают свойством ортогональности, и эффективность такого элемента решетки в принципе не может достигать предельного уровня 100% из-за наличия обратных взаимных связей по входам.

Однако заметим, что если контурная ДН формируется в бесконечной решетке не как ДН элемента, соответствующая возбуждению только одного входа решетки, то вывод об эффективности такого формирования, сделанный

выше, уже не является справедливым. Если, например, контурная ДН формируется бесконечной решеткой плотно расположенных излучателей при независимом возбуждении всех входов последних, то, как показано в [239, 259, 297] и Приложении 1.3, эффективность решетки может достигать теоретического максимума 100% при любой форме контура.

### 1.5. Минимальное число управляемых элементов

Как уже отмечалось во Введении, антенные решетки с большим раскрывом, соответствующим обеспечению заданного высокого КУ в заданной области сканирования, могут содержать тысячи и десятки тысяч управляемых элементов. Так как эти элементы являются наиболее сложными и дорогими устройствами в решетке, минимизация их числа всегда была и остается важной задачей. Первые фундаментальные результаты ее решения были получены в [23], где минимальное число элементов линейной решетки определено через ширину сектора сканирования и ширину луча. В последующей работе [55] для минимального числа элементов была получена формула

$$N_{\min} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} D d\Omega, \quad (1.85)$$

где  $\Omega$  – заданная область сканирования,  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$  и  $D(\theta, \varphi)$  – заданный КНД антенны. Результат, аналогичный (1.85), был позже доложен в [195] (см. также формулу (8.50) в [175]). Другие выражения для минимального числа управляемых элементов можно найти в [26, 69, 175, 204]. Некоторые рассуждения, на основе которых выводится выражение для минимального числа управляемых элементов, приводятся ниже.

**1.5.1. Вывод расчетных выражений.** Так как влияние края на характеристики большой многоэлементной решетки является слабым,

характеристики элементов решетки можно считать одинаковыми. В этом случае большую конечную решетку можно рассматривать как фрагмент в составе бесконечной решетки, как это сделано в конце Подраздела 1.2.2 выше. Согласно формуле (1.46), КУ такой решетки равен произведению КУ элемента решетки на число элементов в ней. Если КУ решетки задан, то ясно, что минимум числа элементов в ней достигается при максимальном достижимом КУ элемента, т.е. при идеальном КУ элемента, который определяется формулой (1.54). Учитывая угловую зависимость идеального КУ элемента (1.54), можно записать КУ решетки в виде

$$G(\theta, \varphi) = G_0 \cos \theta, \quad (1.86)$$

где  $G_0$  – КУ решетки в направлении нормали, который предполагается заданным. Так как этот КУ связан с площадью раскрыва  $A$  известной формулой  $G_0 = 4\pi A / \lambda^2$ , то

$$A = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_0. \quad (1.87)$$

Как описано в Подразделе 1.3.2, площадь  $S_\Omega$  области сканирования  $\Omega$ , соответствующей идеальному элементу решетки и полностью лежащей внутри области видимости, связана с периодами сетки  $d_x$  и  $d_y$  формулой  $S_\Omega = \lambda^2 / d_x d_y$ . Считая эту площадь заданной, получим выражение для площади ячейки в раскрыве, приходящейся на один элемент решетки

$$A_{\text{cell}} = d_x d_y = \frac{\lambda^2}{S_\Omega}. \quad (1.88)$$

Поделив теперь площадь всего раскрыва решетки (1.87) на площадь ячейки (1.88), получим минимальное число элементов решетки

$$N_{\text{min}} = \frac{S_\Omega}{4\pi} G_0, \quad (1.89)$$

выраженное через заданный КУ решетки по нормали и заданную площадь идеальной области сканирования на плоскости направляющих косинусов.

Отметим, что формула (1.89) может быть получена непосредственно из (1.85), если КУ (1.86) подставить в (1.85) вместо КНД с учетом того, что КНД и КУ решетки идеальных элементов для рассматриваемого случая являются одинаковыми. Заметим, что если при использовании (1.89) получается нецелое число, то его следует округлить и добавить единицу.

Другой подход к определению минимального необходимого числа управляемых элементов решетки основан на понятии ортогональных лучей, заполняющих заданную область сканирования [175]. Если каждому такому лучу соответствует один вход, как, например, это имеет место в решетке с матрицей Батлера [64, 108, 135], то для сканирования заданной области методом переключения  $N$  лучей требуется  $N-1$  переключателей [175]. Минимальное число лучей, и, следовательно – входов решетки в этом случае будет определяться формулой

$$N_{\min} = \frac{S_{\Omega}}{S_{\text{beam}}}, \quad (1.90)$$

где  $S_{\text{beam}} = \Delta_u \Delta_v$  – площадь, приходящаяся на один узел сетки расположения ортогональных лучей на плоскости направляющих косинусов, причем  $\Delta_u$  и  $\Delta_v$  – периоды сетки, показанные на рис. П1.2 в Приложении 1.2. Из (П1.7) следует, что  $S_{\text{beam}} = \Delta_u \Delta_v = \lambda^2 / A$ . Подставляя это выражение в (1.90) и учитывая (1.87), мы снова приходим к выражению (1.89).

Таким образом, оба подхода, рассмотренные выше, дают одно и то же выражение для минимального числа элементов.

**1.5.2. Коэффициент использования управляемых элементов.** Антенные элементы и матрицы, предназначенные для формирования ортогональных лучей, не являются идеальными в практических антенных решетках, и поэтому число управляемых элементов в них всегда превышает теоретический минимум. Параметром, характеризующим указанное превышение, является эффективность использования управляемых элементов,

введенная в [24, стр. 159] (см. также [26, стр. 77 и 78]), и равная отношению минимального числа элементов к фактически используемому числу элементов  $N$ , т.е.  $N_{\min}/N$ . Существует также обратный параметр

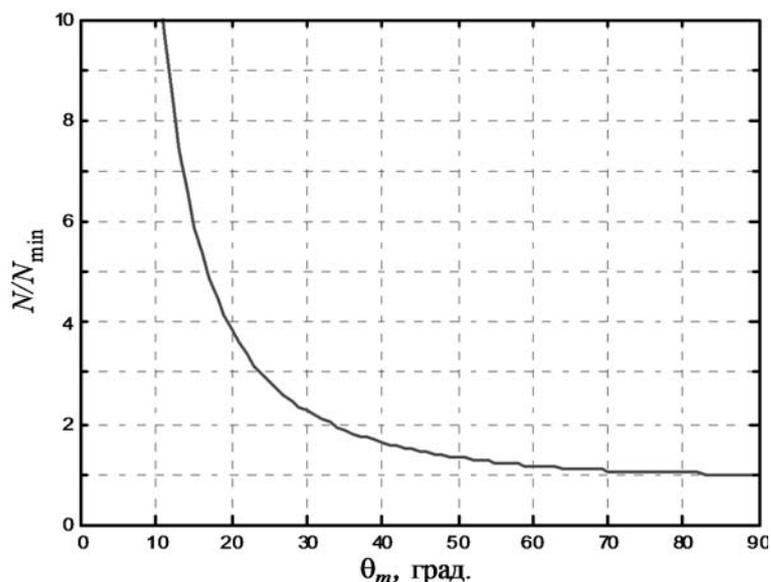
$$\zeta = \frac{N}{N_{\min}}, \quad (1.91)$$

введенный в [184] (см. также [175, стр. 447]) и называемый коэффициентом использования управляемых элементов.

Увеличение числа элементов сверх теоретического минимума при обеспечении заданных требований на КУ и область сканирования может быть вызвано как уменьшением межэлементных расстояний, так и увеличением площади раскрыва. Крайним примером, соответствующим первому случаю, являются антенные решетки с межэлементным расстоянием, выбираемым из условия отсутствия побочных интерференционных максимумов множителя решетки в области видимости при сканировании главного луча в заданной области. Если заданной областью является круг радиуса  $\sin\theta_m$ , рассмотренный в Разделе 1.4, то максимальное расстояние между элементами, расположенными в гексагональной сетке, определяется хорошо известной формулой  $d_x = 2\lambda/[\sqrt{3}(1 + \sin\theta_m)]$ . Поделив площадь раскрыва (1.87) на площадь ячейки, равную  $d_x^2\sqrt{3}/2$ , получим число элементов  $N = \sqrt{3}(1 + \sin\theta_m)^2 G_0/(8\pi)$ . Подставляя это число и минимальное число (1.89) в (1.91) и учитывая, что  $S_\Omega = 2\sqrt{3}\sin^2\theta_m$  (площадь шестиугольника на рис. 1.8), получим

$$\frac{N}{N_{\min}} = \frac{(1 + \sin\theta_m)^2}{4\sin^2\theta_m}. \quad (1.92)$$

Зависимость коэффициента использования управляемых элементов (1.92) от максимального угла сканирования  $\theta_m$  приведена на рис. 1.9. Как мы видим, избыточность числа управляемых элементов в решетках, основанных на



**Рис. 1.9.** Коэффициент использования управляемых элементов в зависимости от максимального угла сканирования для гексагональной решетки в отсутствие побочных максимумов в области видимости.

обеспечении однолучевого сканирования, для малых максимальных углов сканирования может быть слишком высокой, и в таких случаях элементы с контурными ДН оказываются предпочтительными.

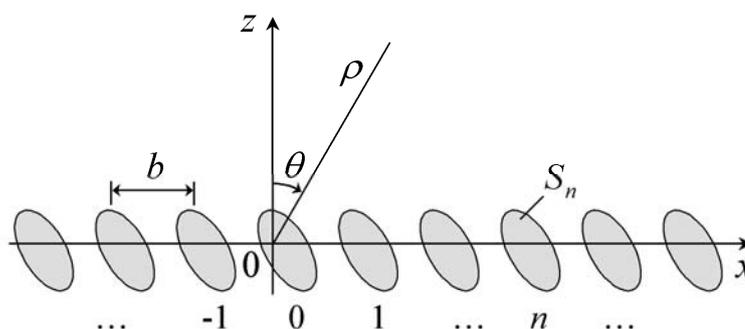
Необходимость использования числа управляемых элементов, превышающего теоретический минимум (1.89) за счет увеличения площади раскрыва, можно проиллюстрировать на примере фазированных решеток, состоящих из синфазных неперекрывающихся подрешеток [9, 64]. Пусть период расположения таких подрешеток в гексагональной сетке является максимальным для заданного максимального угла сканирования  $\theta_m$  и определяется формулой (1.81). Пусть также раскрыв подрешетки представляет собой правильный шестиугольник, и этот раскрыв плотно и равномерно заполнен излучателями. Тогда множитель такой подрешетки в области его главного луча будет близок к множителю направленности равномерного раскрыва гексагональной формы. Уровень указанного множителя относительно максимума в главных плоскостях раскрыва определяется формулами (П1.13) и (П1.14). Подставляя сторону шестиугольника

$a = d_{x,\max}/\sqrt{3} = \lambda/(3\sin\theta_m)$  в (П1.13), получим  $F^H(\sin\theta_m) = 6/\pi^2$ . Уровень множителя подрешетки на краю области сканирования в другой плоскости практически не отличается от приведенного значения. Считая, что косинусное снижение КУ при сканировании учитывается ДН излучателя в подрешетке, получим, что КУ решетки на краю области оказывается в  $\pi^4/36 \approx 2.7$  раза ниже идеального уровня. Чтобы скомпенсировать потери, требуется увеличить площадь раскрыва решетки в 2.7 раза, что соответствует увеличению числа управляемых элементов в такое же количество раз по сравнению с теоретическим минимумом.

Заметим, что коэффициент (1.92) и снижение КУ решетки при использовании синфазных неперекрывающихся подрешеток, приведенное выше, соответствуют идеальному согласованию элементов со свободным пространством. Если имеются потери на рассогласование, то избыточность числа элементов еще более возрастает. К увеличению числа элементов могут приводить также и другие причины, например, спадающие амплитудные распределения по раскрыву, требуемые для снижения уровня бокового излучения.

## **1.6. Двумерные задачи для одномерно-периодических структур**

**1.6.1. Поля при квазипериодическом возбуждении.** Как отмечено в Разделе 1.2, двумерно-периодическая структура является удобной моделью для анализа реальных больших многоэлементных плоских фазированных антенных решеток, так она позволяет свести задачу к рассмотрению электромагнитных полей только в пределах одного периода. Однако, несмотря на такое упрощение, задача остается трехмерной и векторной, и поэтому ее решение все еще требует больших вычислительных затрат. Такие затраты можно считать оправданными при анализе решеток, принципы построения и базовая конструкция которых уже определены. Однако часто оказывается



**Рис. 1.10.** Геометрия двумерной задачи для одномерно-периодической структуры.

полезным исследовать новые подходы к построению решетки, включая новые методы формирования секторных и контурных ДН элемента решетки, используя еще более простую модель. Такой моделью является одномерно-периодическая структура, геометрия и поле возбуждения которой не зависят от одной из координат. Геометрия такой двумерной задачи схематично показана на рис. 1.10.

Решетка представляет собой одномерно-периодическую структуру с периодом (межэлементным расстоянием)  $b$  вдоль оси  $x$ . Предполагается, что геометрия решетки и функции, описывающие сигналы возбуждения входов решетки, не зависят от  $y$ . Таким образом, все поля в структуре зависят только от двух декартовых координат  $x$  и  $z$  или от двух полярных координат  $\rho$  и  $\theta$ , связанными с декартовыми координатами формулами  $x = \rho \sin \theta$  и  $z = \rho \cos \theta$ .

Анализ можно провести аналогично тому, как это сделано для двумерно-периодической структуры в Разделе 1.2. Рассмотрим сначала квазипериодическое возбуждение структуры, при котором сигналы, подаваемые на входы, имеют одинаковые амплитуды, а разность фаз на соседних входах равна  $\Psi$ . Пусть в результате такого возбуждения в пределах центральной ячейки ( $n=0$  на рис. 1.10) формируется распределение плотности электрических и магнитных токов  $j^e(x, z)$  и  $j^m(x, z)$  по конечной области  $S=S_0$ . Тогда распределение токов в других ячейках будет повторять

амплитудно-фазовые соотношения для сигналов возбуждения, и поэтому для токов в области  $S_n$  будет справедливо соотношение

$$\mathbf{j}_n^{e,m}(x, z) = \mathbf{j}^{e,m}(x - nb, z)e^{in\Psi}, \quad (1.93)$$

где точка  $(x, z)$  находится в области  $S_n$ . Заметим, что токи  $\mathbf{j}^{e,m}(x, z)$  зависят также и от управляющей фазы  $\Psi$ .

Электрический и магнитный векторные потенциалы, соответствующие токам (1.93), определяются формулой

$$\mathbf{A}^{e,m}(\boldsymbol{\rho}) = \int_S \mathbf{j}^{e,m}(\boldsymbol{\rho}') G_p^{(2)}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') dS, \quad (1.94)$$

где  $\boldsymbol{\rho} = xe_x + ze_z$ ,  $\boldsymbol{\rho}' = x'e_x + z'e_z$ ,

$$G_p^{(2)}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = \frac{i}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\Psi} H_0^{(1)}(k\sqrt{(x-x'-nb)^2 + (z-z')^2}) \quad (1.95)$$

– квазипериодическая функция Грина для рассматриваемой структуры и  $H_0^{(1)}(\dots)$  – функция Ханкеля первого рода нулевого порядка, получающаяся после интегрирования соответствующей трехмерной скалярной функции Грина типа (1.18) по  $y'$  с учетом формулы 8.421.11 из [37]

$$H_0^{(1)}(x) = -\frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\sqrt{x^2+t^2}}}{\sqrt{x^2+t^2}} dt, \quad x > 0. \quad (1.96)$$

Используя известное спектральное представление функции Ханкеля (см., например, [63])

$$H_0^{(1)}(k\sqrt{x^2+z^2}) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\alpha x + i\gamma|z|}}{\gamma} d\alpha, \quad (1.97)$$

где  $\gamma = \sqrt{k^2 - \alpha^2} = i\sqrt{\alpha^2 - k^2}$ , и формулу суммирования Пуассона [56], перепишем суперпозицию цилиндрических волн (1.95) в виде суперпозиции плоских волн (гармоник Флоке)

$$G_p^{(2)}(\rho, \rho') = \frac{i}{2b} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_q(x-x') + i\Gamma_q|z-z'|}}{\Gamma_q}, \quad (1.98)$$

с постоянными распространения

$$\alpha_q = \frac{\Psi + 2\pi q}{b}, \quad \Gamma_q = \sqrt{k^2 - \alpha_q^2} = i\sqrt{\alpha_q^2 - k^2}. \quad (1.99)$$

Хорошо известно, что если поля и токи не зависят от одной из декартовых координат, то система уравнений Максвелла распадается на две независимые подсистемы. В рассматриваемом случае, когда нет зависимости от  $y$ , одна из подсистем содержит составляющие полей  $E_y$ ,  $H_x$  и  $H_z$ , и токов  $j_y^e$ ,  $j_x^m$  и  $j_z^m$ , а вторая – составляющие полей  $H_y$ ,  $E_x$  и  $E_z$ , и токов  $j_y^m$ ,  $j_x^e$  и  $j_z^e$ . Используя выражения для полей через векторные потенциалы (1.23) и учитывая формулы (1.94) и (1.98), найдем выражения для полей первой подсистемы над структурой ( $z \geq z'_{\max}$ )

$$E_y(x, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{1q} e^{i\alpha_q x + i\Gamma_q z}, \quad (1.100)$$

$$H_x = -\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z}, \quad H_z = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x}, \quad (1.101)$$

где

$$T_{1q}(\Psi) = -\frac{1}{2\Gamma_q b} \int_S (\omega\mu_0 j_y^e - \Gamma_q j_x^m + \alpha_q j_z^m) e^{-i\alpha_q x' - i\Gamma_q z'} dx' dz'. \quad (1.102)$$

Поля с составляющими (1.100) и (1.101) представляют собой ТЕ-волны с амплитудами (1.102), определяемыми распределениями токов в решетке. Так как составляющие напряженности магнитного поля (1.101) определяются через единственную составляющую напряженности электрического поля, то приведенное решение соответствует так называемому в литературе случаю Е-поляризации. Решение второй подсистемы, соответствующей случаю Н-поляризации, представляет собой поле ТМ-волн

$$H_y(x, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{2q} e^{i\alpha_q x + i\Gamma_q z}, \quad (1.103)$$

$$E_x = \frac{1}{i\omega\varepsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial z}, \quad E_z = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (1.104)$$

над структурой, где

$$T_{2q}(\Psi) = -\frac{1}{2\Gamma_q b} \int_S (\Gamma_q j_x^e - \alpha_q j_z^e + \omega\varepsilon_0 j_y^m) e^{-i\alpha_q x' - i\Gamma_q z'} dx' dz'. \quad (1.105)$$

их амплитуды.

**1.6.2. Возбуждение одного входа решетки.** Пусть  $J_{n,0}^{e,m}(x, z)$  – распределение плотности электрических и магнитных токов, формирующееся в  $n$ -й ячейке, т.е. для  $(x, z) \in S_n$ , при возбуждении входа центральной (0-й) ячейки и подключения согласованных нагрузок к остальным входам. Так как взаимные связи в бесконечной периодической решетке зависят только от разности номеров излучателей, то можно записать  $J_{n,0}^{e,m}(x, z) = J_{0,-n}^{e,m}(x - nb, z)$ . Указанное распределение можно использовать для представления распределения плотности токов (1.93), соответствующего квазипериодическому возбуждению. В частности, для токов в центральной ячейке будет справедливо выражение

$$j^{e,m}(x, z, \Psi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{0,n}^{e,m}(x, z) e^{in\Psi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{0,-n}^{e,m}(x, z) e^{-in\Psi}. \quad (1.106)$$

Используя асимптотическое выражение для функции Ханкеля при  $k\rho = k\sqrt{x^2 + z^2} \rightarrow \infty$

$$H_0^{(1)}(k\sqrt{(x-x')^2 + (z-z')^2}) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k\rho}} e^{i(k\rho - \pi/4)} e^{-ik(x'\sin\theta + z'\cos\theta)}, \quad (1.107)$$

мы можем представить векторные потенциалы в дальней зоне при возбуждении центрального входа решетки в виде

$$\begin{aligned}
A_{\infty}^{e,m}(\rho, \theta) &= \frac{ie^{i(k\rho - \pi/4)}}{2\sqrt{2\pi k\rho}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{S_n} J_{n,0}^{e,m}(x', z') e^{-ik(x' \sin \theta + z' \cos \theta)} dx' dz' \\
&= \frac{ie^{i(k\rho - \pi/4)}}{2\sqrt{2\pi k\rho}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{S_n} J_{0,-n}^{e,m}(x' - nb, z') e^{-ik(x' \sin \theta + z' \cos \theta)} dx' dz' .
\end{aligned} \quad (1.107)$$

Заменяя переменную  $x' \rightarrow x' + nb$  и переходя к интегрированию по центральной области  $S$ , а также учитывая (1.106), перепишем (1.108) как

$$A_{\infty}^{e,m}(\rho, \theta) = \frac{ie^{i(k\rho - \pi/4)}}{2\sqrt{2\pi k\rho}} \int_S j^{e,m}(x', z', kb \sin \theta) e^{-ik(x' \sin \theta + z' \cos \theta)} dx' dz' . \quad (1.109)$$

Подставляя (1.109) в (1.23) и удерживая только члены, содержащие  $\rho^{-1/2}$ , представим напряженности электрического и магнитного полей в дальней зоне в виде

$$E_y(\rho, \theta) = \sqrt{\frac{k}{\rho}} e^{i(k\rho - \pi/4)} F_1(\theta), \quad H_{\theta}(\rho, \theta) = -\frac{1}{\eta_0} E_y(\rho, \theta), \quad (1.110)$$

где

$$F_1(\theta) = -\frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_S (\eta_0 j_y^e - j_x^m \cos \theta + j_z^m \sin \theta) e^{-ik(x' \sin \theta + z' \cos \theta)} dx' dz' \quad (1.111)$$

– ненормированная ДН элемента в решетке с такой же размерностью (вольты), как в (1.42) и (1.43). Сравнивая (1.111) с (1.102), имеем

$$F_1(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} T_{10}(kb \sin \theta) b \cos \theta, \quad (1.112)$$

т.е. так же, как и для двумерно-периодических структур, ДН элемента в одномерно-периодической структуре пропорциональна амплитуде гармоники Флоке нулевого порядка, умноженной на косинус угла наблюдения, отмеряемого от нормали к раскрытию.

Возбуждение одного входа решетки в случае Н-поляризации рассматривается аналогично. В результате напряженность электрического и магнитного полей в дальней зоне можно представить в виде

$$E_{\theta}(\rho, \theta) = \sqrt{\frac{k}{\rho}} e^{i(k\rho - \pi/4)} F_2(\theta), \quad H_y(\rho, \theta) = \frac{1}{\eta_0} E_{\theta}(\rho, \theta), \quad (1.113)$$

где

$$F_2(\theta) = \frac{\eta_0}{\sqrt{2\pi}} T_{20}(kb \sin \theta) b \cos \theta \quad (1.114)$$

– ненормированная ДН элемента в решетке (также в вольтах), определяемая амплитудой гармоники Флоке нулевого порядка, следующей из формулы (1.105).

**1.6.3. Идеальные характеристики элемента в решетке.** Как и в случае двумерно-периодической решетки, идеальные характеристики элемента одномерно-периодической (ДН, КУ и эффективность) соответствуют случаю, когда вся мощность, поданная на входы решетки при ее квазипериодическом возбуждении, излучается только в главном луче, соответствующем одной распространяющейся гармонике Флоке нулевого порядка в выражениях (1.100) и (1.103). Пусть  $\bar{P}_{in}$  – мощность, подводимая к одному входу решетки в расчете на единицу длины вдоль оси  $y$ . Мощность, излучаемая решеткой через плоскую поверхность, параллельную раскрытию, в расчете на один период и на единицу длины вдоль  $y$ , определяется интегралом от плотности потока  $\text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \cdot \mathbf{e}_z / 2$  по периоду решетки  $b$ . Так как по условию вся подводимая мощность излучается, то указанный интеграл должен быть равен  $\bar{P}_{in}$ . Кроме того, так как вся мощность излучается только распространяющейся гармоникой нулевого порядка, то подставляя (1.100) и (1.101) для Е-поляризации, а также (1.103) и (1.104) для Н-поляризации, в выражение для плотности потока, указанное выше, получим соотношения

$$\frac{1}{2\omega\mu_0} |T_{10}(\Psi)|^2 \Gamma_0 b = \bar{P}_{in}, \quad (1.115)$$

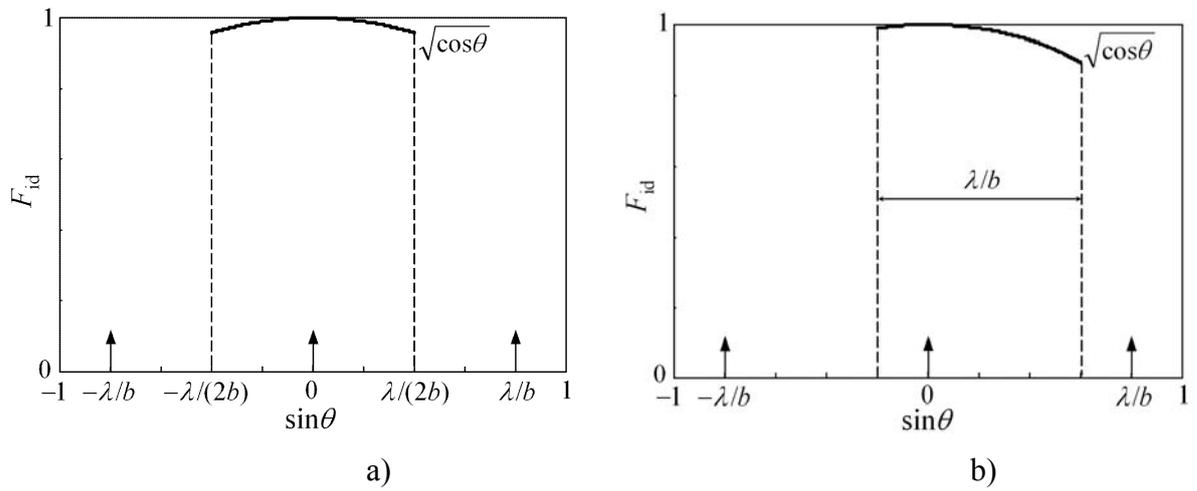
$$\frac{1}{2\omega\varepsilon_0} |T_{20}(\Psi)|^2 \Gamma_0 b = \bar{P}_{in}. \quad (1.116)$$

Подставляя модули амплитуд гармоник Флоке, следующие из (1.115) и (1.116), в (1.112) и (1.114) соответственно с заменой  $\Psi$  на  $kbsin\theta$ , получим выражение для идеальной амплитудной ДН элемента

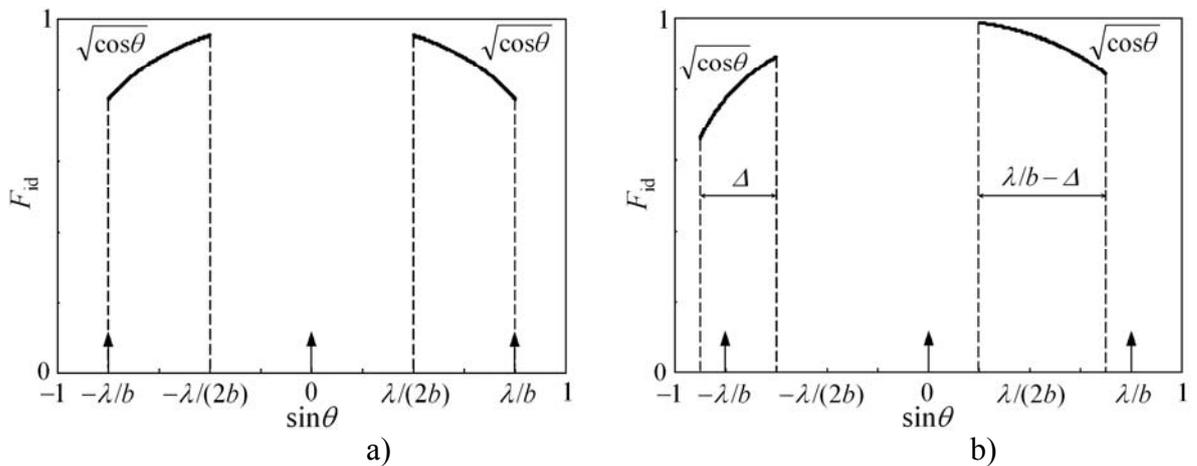
$$F_{id}(\theta) = \sqrt{\frac{\eta_0 \bar{P}_{in} b \cos \theta}{\pi}}, \quad (1.117)$$

справедливое как для Е- так и для Н-поляризации.

Если период решетки  $b$  превышает половину длины волны, то в области видимости возможно появление побочных интерференционных максимумов множителя решетки при сканировании главного луча. Максимально высокий уровень ДН элемента (1.117) в этом случае будет достигнут, если эта ДН имеет нулевой уровень в области перемещения побочных максимумов. Таким образом, идеальная ДН элемента должна иметь секторную форму, и ее ширина в единицах  $\sin\theta$  равна  $\lambda/b$ , т.е. расстоянию между соседними интерференционными максимумами. Пример симметричной идеальной секторной ДН элемента, нормированной на максимум функции (1.117), приведен на рис. 1.11(a), где положения интерференционных максимумов в области видимости показаны вертикальными стрелками. Идеальная секторная ДН элемента может быть и несимметричной относительно нормали к раскрыву, как показано на рис. 1.11(b). Как и для двумерно-периодических решеток, идеальная область (сектор) сканирования  $\Omega$  одномерно-периодической решетки может быть многосвязной. Если, например, область сканирования является симметричной и двухсвязной, то ей соответствует симметричная идеальная двухсекторная ДН элемента, показанная на рис. 1.12(a), где ширина каждого сектора равна половине общей идеальной ширине области сканирования. Пример несимметричной идеальной двухсекторной ДН элемента с секторами различной ширины приведен на рис. 1.12(b). Если в этом случае  $0 < \Delta < \lambda/b$  – ширина левого сектора (в единицах  $\sin\theta$ ), то ширина правого будет равна  $\lambda/b - \Delta$ . Внешние границы секторов при этом должны находиться на расстоянии  $2\lambda/b$  друг от друга.



**Рис. 1.11.** Симметричная (а) и несимметричная (б) нормированные идеальные секторные ДН элемента решетки.



**Рис. 1.12.** Симметричная (а) и несимметричная (б) нормированные идеальные двух-секторные ДН элемента решетки.

Если главный луч решетки установлен на край идеальной области сканирования (или на край ее части в случае многосвязной области), то на другом краю появится побочный интерференционный максимум множителя решетки. В этом случае излучаемая мощность разделится на две части, и поэтому уровень ДН (1.117) должен быть умножен на  $1/\sqrt{2}$  для краевых углов.

Наконец, одно- и многосекторные ДН элемента с уровнем (1.117) и общей шириной  $\lambda/b$  при  $b \geq \lambda/2$ , соответствующие возбуждению различных

входов решетки, являются ортогональными, что доказывается аналогично тому, как это сделано в Разделе 1.3.6.

Соображения, касающиеся определения амплитудных распределений, соответствующих идеальным ДН элемента, приведены в Разделах 1.3.5 и 1.3.6. Аналогично (1.65), непрерывное амплитудное распределение, соответствующее идеальной ДН  $n$ -го элемента в одномерно-периодической решетке, определяется выражением

$$A^n(x) = A_0 \int_{\Omega} e^{ik(x-nb)u} du, \quad (1.118)$$

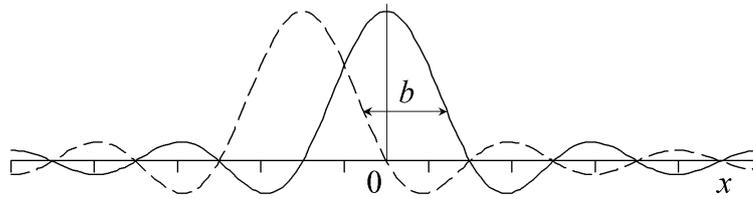
где  $u = \sin\theta$  и  $A_0$  – некоторый нормировочный коэффициент. Для ДН, показанной на рис. 1.11(b), (1.118) сводится к

$$A^n(x) = \frac{A_0 \lambda \sin[\pi(x/b - n)]}{b \pi(x/b - n)} e^{ik(x-nb)(u_1+u_2)/2}, \quad (1.119)$$

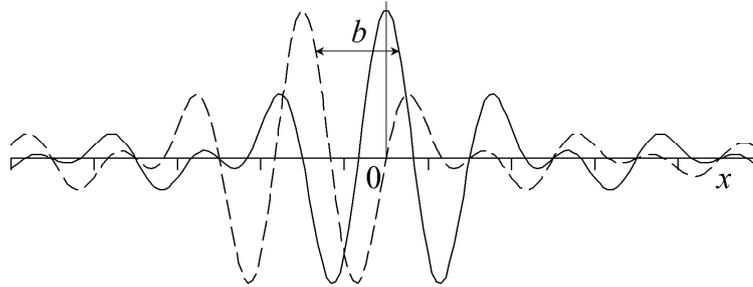
где  $u_1 = \sin\theta_1$  задает положение левого края секторной ДН, а  $u_2 = u_1 + \lambda/b$ . Нормированные распределения (1.119) для симметричной секторной ДН ( $u_1 = -\lambda/(2b)$ , рис. 1.11(a)), соответствующей возбуждению центрального ( $n=0$ ) и соседнего входов, показаны на рис. 1.13. Амплитудное распределение, следующее из (1.117) для симметричной двухсекторной ДН, показанной на рис. 1.12(b), определяется формулой

$$A^n(x) = \frac{A_0 \lambda \sin[\pi(x/b - n)/2]}{b \pi(x/b - n)/2} \cos[3\pi(x/b - n)/2]. \quad (1.120)$$

Нормированные распределения (1.120) для центрального и соседнего элементов изображены на рис. 1.14. Как мы видим, указанные распределение более сложное по сравнению с распределением, соответствующем односекторной ДН, и требует не менее четырех излучателей на периоде при его реализации.



**Рис. 1.13.** Нормированные амплитудные распределения, соответствующие формированию симметричной односекторной ДН центрального и соседнего элементов.



**Рис. 1.14.** Нормированные амплитудные распределения, соответствующие формированию симметричной двухсекторной ДН центрального и соседнего элементов.

Ортогональность распределений (1.119) хорошо известна. Ортогональность распределений (1.118) в общем случае может быть доказана так же, как это сделано в Разделе 1.3.6 для случая двумерно-периодических решеток.

КУ элемента решетки в двумерном случае определяется выражением

$$g(\theta) = \frac{\frac{1}{2} \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \cdot \mathbf{e}_\rho}{\frac{\bar{P}^{\text{in}}}{2\pi\rho}}, \quad (1.121)$$

где средняя плотность потока, стоящая в знаменателе, берется по цилиндрической поверхности вместо сферической в трехмерном случае.

Подстановка выражений для полей (1.110) или (1.113) в (1.121) дает

$$g(\theta) = \frac{\pi k}{\bar{P}^{\text{in}} \eta_0} |F_{1,2}(\theta)|^2, \quad (1.122)$$

т.е. КУ элемента решетки определяется ДН элемента. Если выражение для идеальной ДН элемента (1.117) подставить в (1.122) вместо  $F_{1,2}$ , то получим идеальный КУ элемента решетки в двумерном случае

$$g_{id}(\theta) = kb \cos \theta, \quad (1.123)$$

причем если идеальная ДН элемента является секторной то идеальный КУ элемента равен нулю вне сектора сканирования.

Мощность, излучаемая элементом решетки в расчете на единицу длины вдоль  $y$ , определяется интегралом от плотности потока

$$\bar{P}_y = \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \cdot \mathbf{e}_\rho \rho d\theta. \quad (1.124)$$

Подстановка (1.110) или (1.113) в (1.124) и использования идеальной ДН элемента (1.117) сводит (1.124) к выражению

$$\bar{P}_y = \frac{\bar{P}^{in} b}{\lambda} \int_{\Omega} d \sin \theta. \quad (1.125)$$

Если  $b \geq \lambda/2$ , то общая ширина области однолучевого сканирования  $\Omega$  в единицах  $\sin \theta$  равна  $\lambda/b$  и (1.125) дает  $\bar{P}_y = \bar{P}^{in}$ . Ширина области  $\Omega$  для  $b < \lambda/2$  равна 2, и тогда  $\bar{P}_y = 2\bar{P}^{in}b/\lambda$ . Полученные выражения и определение (1.15) позволяют вычислять идеальную эффективность элемента решетки в двумерном случае по формуле

$$\eta_e = \frac{\bar{P}_y}{\bar{P}^{in}} = \begin{cases} \frac{2b}{\lambda}, & b < \lambda/2, \\ 1, & b \geq \lambda/2, \end{cases} \quad (1.126)$$

выведенной впервые в [154] (см. также [155]).

Эффективность элемента меньше 100% при малых межэлементных расстояниях соответствует наличию обратной взаимной связи между элементами. Снижение эффективности элемента может иметь место также и при больших межэлементных расстояниях, когда ширина формируемой

секторной ДН элемента оказывается меньше идеальной ширины  $\lambda/b$  в единицах  $\sin\theta$ . Причины такого снижения обсуждались в Разделе 1.4.

### Приложение 1.1. Коэффициент усиления элемента решетки на идеальном контуре

Для того чтобы вывести выражение (1.55) для поправки к КУ элемента на идеальном контуре (или к КУ решетки, когда ее луч находится на границе идеального сектора сканирования), рассмотрим бесконечную решетку с прямоугольной сеткой расположения элементов с идеальной контурной ДН, занимающей область  $\Omega$  на плоскости направляющий косинусов  $u$  и  $v$ . Пусть в этой решетке возбуждается прямоугольный раскрыв, содержащий  $M \times N$  элементов. Будем считать, что амплитуды возбуждения равны единице, а фазы таковы, что положение главного луча характеризуется направляющими косинусами  $(u_0, v_0)$ . Тогда полная излучаемая мощность в расчете на один элемент с точностью до постоянного множителя определяется формулой

$$P_{\Sigma} = \frac{1}{MN} \int_{\Omega} \frac{P(u, v) du dv}{\sqrt{1-u^2-v^2}}, \quad (\text{П1.1})$$

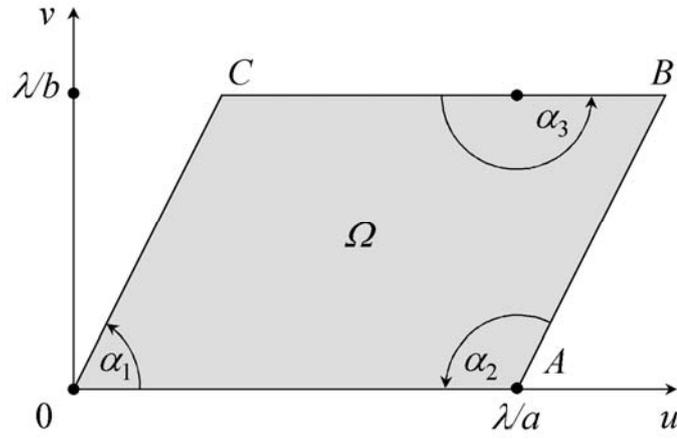
где

$$P(u, v) = \sqrt{1-u^2-v^2} \frac{\sin^2(MU)}{\sin^2 U} \frac{\sin^2(NV)}{\sin^2 V} \quad (\text{П1.2})$$

– ДН раскрыва по мощности, в которой первый сомножитель является идеальной ДН элемента по мощности (1.49), нормированной на ее максимум, а два следующих – множитель конечной решетки с  $U = kd_x(u - u_0)/2$  и  $V = kd_y(v - v_0)/2$

Перейдем в (П1.2) к пределу при  $M \rightarrow \infty$  и  $N \rightarrow \infty$ . Учитывая, что при больших  $M$  и при  $x \rightarrow n\pi, n=0, \pm 1, \dots$ ,

$$\frac{\sin^2(Mx)}{\sin^2 x} \approx \frac{\sin^2[M(x - n\pi)]}{(x - n\pi)^2},$$



**Рис. П1.1.** Положения главного и побочных интерференционных максимумов на контуре идеальной ДН элемента решетки.

и используя представление  $\delta$ -функции в виде (см., например, [61, стр. 36])

$$\delta(x) = \frac{1}{\pi} \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\sin^2(Mx)}{Mx^2}$$

в (П1.1) и (П1.2), получаем выражение

$$P_{\Sigma} = \frac{\lambda^2}{d_x d_y} \sum_n I_n, \quad (\text{П1.3})$$

в котором

$$I_n = \int_{\Omega} \delta(u - u_n) \delta(v - v_n) dudv, \quad (\text{П1.4})$$

$u_n = u_0 + p(n)\lambda/d_x$ ,  $v_n = v_0 + q(n)\lambda/d_y$  – направляющие косинусы  $n$ -го интерференционного максимума (включая главный луч), причем  $n$  – порядковый номер, присвоенный максимуму, которому соответствует пара индексов  $p, q = 0, \pm 1, \dots$ . Отметим, что выражение (П1.3) будет справедливо и для решетки с треугольной сеткой, если направляющие косинусы  $u_n$  и  $v_n$  интерференционных максимумов для этой решетки учитывают их расположение в узлах треугольной сетки.

Чтобы определить значение интеграла (П1.4) в случаях, когда главный луч и по крайней мере один побочный максимум находятся на контуре идеальной ДН элемента, рассмотрим в качестве примера рис. П1.1, где изображена идеальная область сканирования  $\Omega$  в форме параллелограмма с углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$  у основания. Положения трех максимумов на контуре показано точками.

Вклад максимума, расположенного в левом нижнем углу, в излучаемую мощность (П1.3) определяется интегралом  $I_1$ , для которого  $u_1 = v_1 = 0$  в (П1.4). Используя спектральное представление для  $\delta$ -функций

$$\delta(u)\delta(v) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{iux+ivy} dx dy$$

и переходя к полярным координатам  $(\rho, \varphi)$  и  $(w, \psi)$ , связанным с декартовыми координатами формулами  $x = \rho \cos \varphi$ ,  $y = \rho \sin \varphi$ ,  $u = w \cos \psi$  и  $v = w \sin \psi$ , перепишем (П1.4) для  $n=1$  в виде

$$I_1 = \int_0^{\alpha_1} \int_0^{\bar{w}} w dw d\psi \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} e^{i w \rho \cos(\varphi - \psi)} \rho d\rho d\varphi, \quad (\text{П1.5})$$

где  $\bar{w} = \bar{w}(\psi)$  – уравнение участка контура  $ABC$  области  $\Omega$  (рис. П1.1). Представляя экспоненту в виде ряда Фурье по  $\varphi - \psi$  (см., например, [63, стр. 45]) и вычисляя интеграл по  $\varphi$ , сводим (П1.5) к выражению

$$I_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\alpha_1} d\psi \int_0^{\bar{w}} w dw \int_0^{\infty} J_0(w\rho) \rho d\rho, \quad (\text{П1.6})$$

где  $J_0(x)$  – функция Бесселя нулевого порядка. Так как, [96],  $xJ_0(x)dx = d[xJ_1(x)]$ , где  $J_1(x)$  – функция Бесселя первого порядка, то интеграл по  $d\rho$  в (П1.6) равен  $\bar{w}J_1(\bar{w}\rho)/\rho$ . Так как  $J_1(x)dx = -dJ_0(x)$ , то последующий интеграл по  $d\rho$  равен  $J_0(0) = 1$ . Проводя далее интегрирование по  $d\psi$ , окончательно получим  $I_1 = \alpha_1/(2\pi)$ . Вклады других максимумов в излучаемую мощность вычисляются аналогично и равны  $I_n = \alpha_n/(2\pi)$ . При этом, как отмечалось в Разделе 1.3.3,

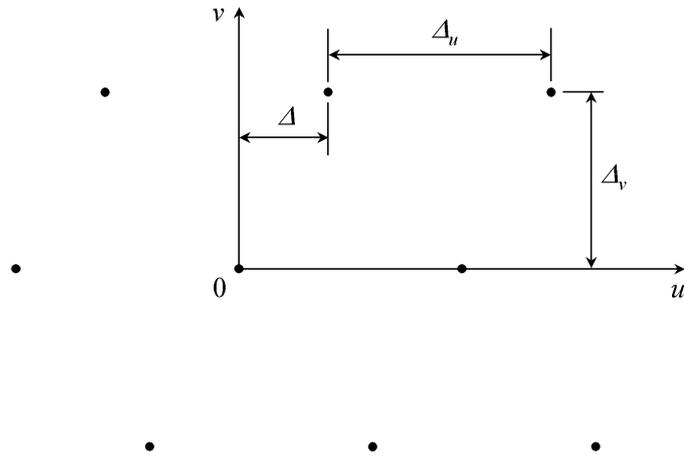
сумма углов  $\alpha_n$  всегда равна  $2\pi$ , и поэтому относительный вклад каждого максимума в излучаемую мощность определяется формулой (1.55).

## **Приложение 1.2. О формировании ортогональных лучей плоским раскрывом**

Понятие "ортогональные лучи" в теории антенн имеет важное значение. Прежде всего, это связано с проектированием многолучевых антенн, находящихся важное применение в системах связи и радиолокации. Они также могут служить основой для проектирования оптимальных фазированных решеток для сканирования в ограниченном секторе (см., например, главу 8 в [175]), и антенн с контурными диаграммами направленности [95, 130]. Хорошо известно [17, 97, 196], что достижение 100%-й эффективности каналов многолучевой антенны подразумевает, что ее лучи, формируемые через схему питания от общего раскрыва, должны быть ортогональными. Кроме того, ортогональные лучи являются удобным средством для синтеза диаграмм направленности антенн методом Вудворда-Лоусона [209].

Вопросы формирования ортогональных лучей линейными антеннами достаточно подробно рассмотрены в литературе, в частности, в [135, 175]. Что же касается плоских раскрывов, то кроме простейшего случая ортогональных лучей, формируемых прямоугольным раскрывом и расставленных в узлах прямоугольной сетки в пространстве направляющих косинусов [175], остается менее ясной. Возможность распространить двумерную теорему отсчетов на косоугольную сетку отмечена в [36], однако никаких ссылок на реализацию указанной возможности сделано не было.

Ниже приводится методика, позволяющей определять размеры и форму плоского раскрыва, способного формировать ортогональные лучи, расставленные в узлах косоугольной декартовой регулярной сетки с

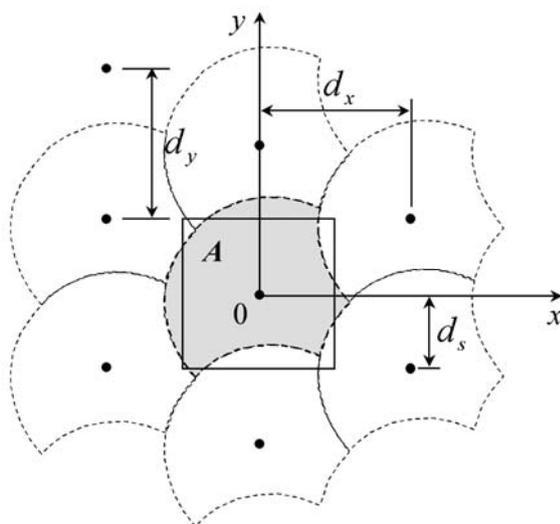


**Рис. П1.2.** Косоугольная периодическая сетка расположения лучей.

произвольным углом между ее строками и столбцами, заданной на плоскости направляющих косинусов.

Пусть раскрыв антенны расположен в плоскости  $z=0$  прямоугольной декартовой системы координат  $0xyz$ , и пусть направления лучей определяются координатами узлов косоугольной периодической декартовой сетки, заданной, как показано на рис. П1.2, в плоскости направляющих косинусов  $u=w\cos\varphi$  и  $v=w\sin\varphi$ , где  $w=\sin\theta$ . Узлы сетки расположены в горизонтальных рядах с шагом  $\Delta_u$ , а ряды расположены с шагом  $\Delta_v$ . Соседние ряды могут быть сдвинуты относительно друг друга вдоль оси  $u$  на заданное расстояние  $\Delta$ , образуя в общем случае регулярную косоугольную сетку. В частности,  $\Delta=0$  соответствует прямоугольной сетке, а  $\Delta=\Delta_u/2$  – треугольной сетке, важным частным случаем которой является гексагональная сетка с  $\Delta_v = \Delta_u\sqrt{3}/2$ .

Первым шагом предлагаемой методики является построение сетки, обратной по отношению к сетке лучей, на плоскости  $z=0$ . Геометрия обратной сетки в плоскости раскрыва показана на рис. П1.3. Столбцы узлов сетки расположены с шагом  $d_x = \lambda/\Delta_u$ , где  $\lambda$  – длина волны. Расстояние между соседними узлами в столбце равно  $d_y = \lambda/\Delta_v$ . Соседние столбцы сдвинуты вдоль оси  $u$  относительно друг друга на расстояние  $d_s = \lambda\Delta/(\Delta_u\Delta_v)$ , так что



**Рис. П1.3.** Обратная сетка в плоскости раскрыва и пример периодических ячеек.

угол между столбцами и строками остается таким же, как у исходной сетки расположения лучей. Свойства исходной и обратной сеток таковы, что если некие излучатели расположить в узлах обратной сетки на плоскости  $z=0$  и возбудить их равномерно и синфазно, то интерференционные максимумы множителя такой решетки как раз и будут расположены в узлах исходной сетки на плоскости направляющих косинусов.

Следующим шагом является определение размеров и формы раскрыва. Площадь раскрыва  $A$  предлагается определять как площадь ячейки обратной сетки (рис. П1.3), приходящейся на один узел, т.е.

$$A = d_x d_y = \frac{\lambda^2}{\Delta_u \Delta_v}. \quad (\text{П1.7})$$

Форма раскрыва может быть произвольной и раскрыв даже может представлять собой многосвязную область, но должно быть выполнено следующее условие. Раскрывы выбранной формы при их расположении в узлах периодической обратной сетки должны покрывать всю плоскость  $z=0$  без зазоров и перекрытия, как, например, показано на рис. П1.3, где выбранный раскрыв площади  $A$  показан серым цветом. Как и идеальная область однолучевого сканирования, примеры которой показаны на рис. 1.3 и

1.4 в Разделе 1.3.2, контур такого раскрыва состоит из нескольких пар сдвинутых отрезков прямых или кривых линий и обязательно содержит угловые точки.

Теперь докажем, что лучи, формируемые равномерно возбужденным и соответственно сфазированным раскрывом, построенным согласно методике, предложенной выше, являются ортогональными. Ненормированная диаграмма направленности, сфазированная в узел сетки с координатами  $u_{mn} = m\Delta_u + n\Delta$  и  $v_n = n\Delta_v$  (что соответствует  $mn$ -му лучу) определяется формулой

$$F_{mn}(\theta, \varphi) = \sqrt{\cos\theta} \iint_A e^{ik[x(u-u_{mn})+y(v-v_n)]} dx dy, \quad (\text{П1.8})$$

где корень из косинуса, учитывающий неустранимое снижение КУ при отклонения луча от нормали, соответствующее расширению луча, можно считать нормированной идеальной диаграммой направленности элемента раскрыва, следующей из (1.50). Рассмотрим интеграл

$$C_{mn,pq} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} F_{mn}^*(\theta, \varphi) F_{pq}(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi, \quad (\text{П1.9})$$

определяющий коэффициент связи между  $mn$ -м и  $pq$ -м лучами. Звездочка в (П1.9) означает комплексное сопряжение, а диаграмма направленности  $F_{pq}(u, v)$  для  $pq$ -го луча определяется формулой (П1.7) с заменой индексов  $mn$  на  $pq$  и использованием других переменных интегрирования, например,  $x'$  и  $y'$ , вместо  $x$  и  $y$ . Делая замену углов  $\theta$  и  $\varphi$  на направляющие косинусы  $u$  и  $v$ , а также учитывая (1.56), перепишем формулу (П1.9) в виде

$$C_{mn,pq} = \iint_{u^2+v^2 \leq 1} \frac{F_{mn}^*(u, v) F_{pq}(u, v)}{\cos\theta} dudv. \quad (\text{П1.10})$$

Для больших раскрывов, дающих узкие лучи, и для случаев, когда эти лучи достаточно удалены от плоскости раскрыва, конечные пределы интегрирования в (П1.10) можно заменить на бесконечные. Тогда подстановка выражений для диаграмм направленности (П1.8) в (П1.10) и интегрирование

по  $u$  и  $v$  дает произведение дельта-функций  $\lambda^2 \delta(x' - x) \delta(y' - y)$ , а последующее интегрирование по  $x'$  и  $y'$  сводит (П1.10) к выражению

$$C_{mn,pq} = \lambda^2 \iint_A e^{ik[x(u_{mn} - u_{pq}) + y(v_n - v_q)]} dx dy, \quad (\text{П1.11})$$

представляющему собой коэффициент связи между амплитудно-фазовыми распределениями по раскрыву, соответствующими формированию  $mn$ -го и  $pq$ -го лучей. Интеграл в (П1.11) аналогичен интегралу в (1.73) для скалярного произведения идеальных контурных ДН элементов решетки. В данном случае он равен площади раскрыва при  $m=p$  и  $n=q$ , и нулю в противном случае, т.е.

$$C_{mn,pq} = \frac{\lambda^4}{\Delta_u \Delta_v} \delta_{mp} \delta_{nq}, \quad (\text{П1.12})$$

что доказывает точную ортогональность амплитудно-фазовых распределений, соответствующих различным лучам. Что касается самих лучей, то они ортогональны только асимптотически, когда размеры раскрыва стремятся к бесконечности.

Рассмотрим некоторые характерные примеры. Квадратный раскрыв дает ортогональные лучи одинаковой ширины в главных плоскостях, расположенные в узлах квадратной сетки. Уровень пересечения соседних лучей в главных плоскостях, как известно, равен  $-3.92$  дБ относительно максимума, а точка пересечения четверки соседних лучей (равноудаленная от их максимумов) находится на уровне  $-7.84$  дБ. Чтобы повысить уровень пересечения, следует расставлять лучи в гексагональной сетке. В этом случае уровень пересечения тройки ближайших лучей в равноудаленной точке приблизительно равен  $-5.43$  дБ. Однако, как отмечено в [175], так расположенные лучи от квадратного раскрыва уже не являются ортогональными, и поэтому часть подводимой мощности при их формировании будет неизбежно теряться в диаграммообразующей схеме.

Чтобы сформировать ортогональные лучи, расставленные в гексагональной сетке, следует использовать не квадратный, а прямоугольный раскрыв с соотношением сторон  $d_x/d_y = \sqrt{3}/2$ , полученным согласно методике, предложенной выше. Эти лучи имеют различную ширину в главных плоскостях и стандартный уровень первых боковых лепестков  $-13.46$  дБ. Если же требуется получить более симметричные лучи, то можно выбрать раскрыв в форме правильного шестиугольника. Возможность получать ортогональные лучи с гексагональной расстановкой от такого раскрыва отмечена в [150] со ссылкой на частное сообщение 1988 года от Д. Б. Рутледжа (D. B. Rutledge). Картографическая проекция диаграммы направленности (П1.8), сфазированной в направления нормали, нормированной на его максимум и деленной на  $\cos^{1/2}\theta$ , для шестиугольного раскрыва с длиной стороны

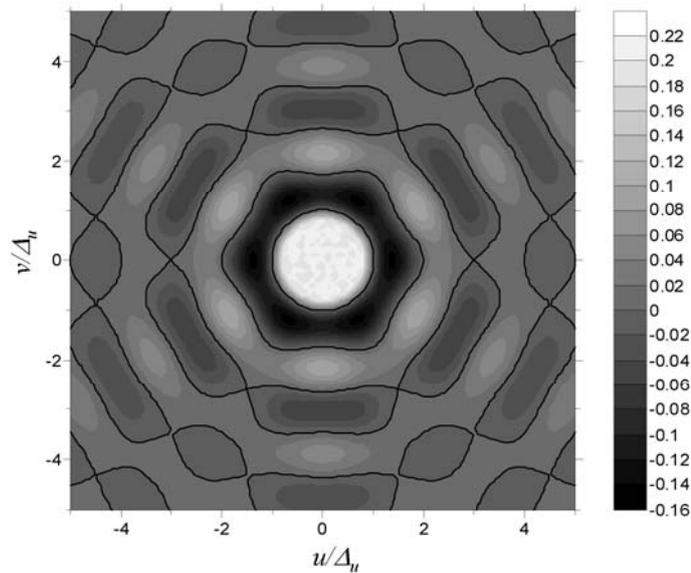
$$a = \frac{2}{3}d_x = \frac{2\lambda}{3\Delta_u} \quad (\text{П1.13})$$

представлена на рис. П1.4, где специально выделены контуры нулевого уровня. Центральная часть луча ограничена уровнем 0.2 для более наглядного представления структуры боковых лепестков. Формы модуля множителя направленности в децибелах в горизонтальной ( $u=w, v=0$ ) и вертикальной ( $u=0, v=w$ ) плоскостях, рассчитанные с использованием формул

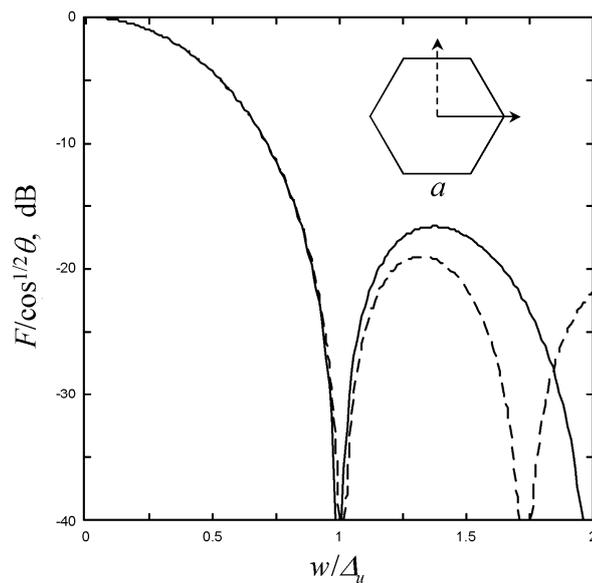
$$F^H(w) = \frac{2 \cos U - \cos 2U}{3 U^2}, \quad (\text{П1.14})$$

$$F^V(w) = \frac{1}{3} \left( 2 \cos V + \frac{\sin V}{V} \right) \frac{\sin V}{V}, \quad (\text{П1.15})$$

где  $V = U\sqrt{3}/2$  и  $U = kaw/2 = 2\pi w/(3\Delta_u)$ , показаны на рис. П1.5 сплошной и штриховой линиями соответственно. Таким образом, гексагональный раскрыв формирует практически симметричный луч, а уровень первого бокового лепестка, в отличие от  $-13.46$  дБ для прямоугольного раскрыва, равен



**Рис. П1.4.** Контурная карта множителя направленности, формируемого гексагональным раскрывом.



**Рис. П1.5.** Множитель направленности в главных плоскостях гексагонального раскрыва.

−16.64 дБ в горизонтальной плоскости и −19.02 дБ в вертикальной. Уровень пересечения пары соседних лучей, полученный из (П1.14) при  $w = \Delta_u/2$ , равен  $6/\pi^2$  или −4.32 дБ, что несколько ниже, чем для случая прямоугольного раскрыва. Уровень пересечения тройки соседних лучей в центре их симметрии определяется из (П1.15) при  $w = \Delta_u/\sqrt{3}$  и составляет −5.96 дБ.

Наконец, отметим, что раскрыв круглой формы не отвечает требованиям, перечисленным выше для формы периодической ячейки, и поэтому получить от него ортогональные лучи невозможно в принципе. Это объясняет результаты расчета эффективности, полученные ранее в работах [148-150] для круглого раскрыва при расстановке лучей в квадратной и гексагональной сетках.

### **Приложение 1.3. Об эффективности плотной решетки, формирующей контурную диаграмму направленности**

Задача формирования контурных диаграмм направленности представляет большой интерес в теории и технике антенн не только с точки зрения создания радиолокаторов для сканирования в ограниченном секторе [175, 251], но также в системах связи [42, 95] и в системах передачи мощности СВЧ-лучом [22, 67]. Этой задаче уделяется большое внимание также и в связи с разработкой большой решетки радиотелескопов. Одним из возможных вариантов элемента такой решетки является многолучевая короткофокусная зеркальная антенна. Требования к ней состоят в обеспечении высокого коэффициента использования поверхности (КИП) при формировании лучей даже при их отклонении от оси антенны на большие углы в широкой полосе рабочих частот с перекрытием, превышающим октаву. Возможность сохранения высокого КИП при отклонении луча зеркальной антенны на большой угол доказана теоретически в [3] и подтверждена результатами измерений в [53]. Эта возможность основана на использовании решетки излучателей, располагаемой в фокальной зоне (в частности, – в фокальной плоскости) зеркала, с амплитудным распределением поля по раскрыву решетки, соответствующим устранению aberrаций и формированию контурной диаграммы направленности для минимизации потерь из-за перелива мощности через края зеркала. Работа фокальной решетки в широкой

полосе частот может быть обеспечена использованием излучателей в виде антенн Вивальди [141].

Численные и экспериментальные исследования характеристик фокальных решеток проводились в работах [143-145, 160, 181, 182]. Согласно указанным работам, особенность ситуации состоит в том, что межэлементные расстояния в решетке на нижних частотах широкой рабочей полосы становятся существенно меньше половины длины волн. Эффективность излучения элемента в такой плотной решетке очень низка даже для идеально согласованных элементов, для которых она определяется формулой (1.58) в случае бесконечной двумерно-периодической плоской решетки и формулой (1.124) в случае бесконечной одномерно-периодической плоской решетки. Низкая эффективность излучения элемента в плотной решетке объясняется наличием обратной взаимной связи, влияние которой на эффективность излучения фокальной решетки в целом в работах [143-145, 160, 181, 182] отводится исключительная роль. Авторы объясняют это тем (см., например, стр. 374 в [145]), что, если пренебречь краевым эффектом, равномерно возбужденную плотную решетку согласовать можно, а плотную решетку с сильно неравномерным распределением, соответствующим формированию контурной диаграммы направленности, согласовать невозможно в принципе.

Чтобы сделать общие выводы о предельно достижимых уровнях эффективности излучения плотных решеток с контурными диаграммами направленности, рассмотрим модель в виде бесконечной двумерно-периодической решетки, которая представляется удобной по двум причинам. Во-первых, контурная диаграмма направленности формируется при амплитудном распределении, спадающем к краям конечной решетки. Краевой эффект в этом случае проявляется слабее, чем в случае равномерного возбуждения, и поэтому модель в виде бесконечной решетки будет соответственно точнее. Во-вторых, как будет показано ниже, такая модель

позволяет получить результаты в явном виде, что делает их более привлекательными для последующего анализа.

Пусть элементы бесконечной плоской двумерно-периодической решетки с малыми межэлементными расстояниями  $a$  и  $b$  вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно (рис. 1.7) независимо возбуждаются сигналами с неодинаковыми амплитудами  $A_{mn}$ . Считая излучатели одномодовыми, мы можем определить амплитуду волны, отраженной от входа  $pq$ -го элемента, как

$$R_{pq} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{mn} C_{p-m, q-n}, \quad (\text{П1.16})$$

где

$$C_{p-m, q-n} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} R(U, V) e^{i(p-m)U + i(q-n)V} dU dV \quad (\text{П1.17})$$

– коэффициент связи между  $pq$ -м и  $mn$ -м элементами, определяемый коэффициентом отражения  $R(U, V)$ , зависящим от управляющих фаз  $U$  и  $V$ , в решетке с равномерным амплитудным распределением [4, 131]. Пусть амплитуды возбуждения решетки определяются формулой (1.65), где форма области  $\Omega$  внутри области видимости считается произвольной, а сетка решетки – прямоугольной для простоты. Тогда, подставляя (1.65) и (П1.17) в (П1.16), используя свойства (1.66) и (1.67), и интегрируя по  $U$  и  $V$ , получим

$$R_{pq} = \iint_{\Omega} R(kau, kbv) e^{ik(apu+bqv)} dudv. \quad (\text{П1.18})$$

Так как  $u^2 + v^2 < 1$  для  $(u, v) \in \Omega$ , значения фаз  $U = kau$  и  $V = kbv$  соответствуют присутствию главного луча плотной решетки в области видимости. Если при этом элементы являются идеально согласованными [4, 131, 133], т.е.  $R(U, V) = 0$ , то (П1.18) дает нулевые амплитуды отраженных волн, что уже соответствует 100%-й эффективности решетки.

В общем случае, если элементы не являются идеально согласованными при равномерном амплитудном распределении, эффективность решетки при

неравномерном возбуждении может быть рассчитана с использованием формулы [131, 221]

$$\eta = 1 - \frac{P_A^{\text{ref}}}{P_A^{\text{in}}} = 1 - \frac{\sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} |R_{pq}|^2}{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |A_{mn}|^2}. \quad (\text{П1.19})$$

Вычисление суммы, стоящей в знаменателе в (П1.19), рассматривалось в Разделе 1.3.5 при выводе (1.70). Вычисление числителя дроби в (П1.19) проводится аналогично. В результате выражение (П1.19) сводится к

$$\eta = \frac{1}{S_{\Omega}} \iint_{\Omega} [1 - |R(kau, kbv)|^2] dudv. \quad (\text{П1.20})$$

Хорошо известно, что эффективность бесконечной решетки с равномерным амплитудным и линейным фазовым распределениями определяется выражением, стоящим в квадратных скобках в (П1.20). Поэтому выражение (П1.20) показывает, что эффективность решетки с неравномерным амплитудным распределением, соответствующим формированию контурной диаграммы направленности, определяется усреднением эффективности этой же самой решетки, но при равномерном возбуждении, по области сканирования, совпадающей с областью, охватываемой контурной ДН.

Полученные результаты позволяют заключить, что если плотная решетка хорошо согласована при равномерном амплитудном и линейном фазовом распределении сигналов возбуждения при сканировании в области, совпадающей с областью, охватываемой секторной или контурной диаграммой, то эффективность излучения решетки останется высокой и при неравномерном возбуждении, соответствующем формированию указанных диаграмм. Таким образом, взаимная связь в плотной решетке при формировании контурной диаграммы направленности не вносит ничего исключительного по сравнению со случаями сканирующей решетки с равномерным возбуждением.

Полученные выражения (П1.18) и (П1.20) позволяют также сделать вывод о предельном теоретически допустимом значении эффективности излучения решетки. В работе [133] доказано, что бесконечная плотная фазированная антенная решетка с равномерным амплитудным распределением теоретически может быть идеально согласована для всех углов сканирования, т.е. коэффициент отражения будет равен нулю при сканировании в области видимости. Это означает, что контурная диаграмма направленности в такой решетке идеальных излучателей теоретически может быть сформирована со 100%-й эффективностью, и таким образом наличие обратной взаимной связи само по себе не является препятствием для этого.

Аналогичные результаты для плотных одномерно периодических решеток, формирующих секторные диаграммы направленности получены в [239, 297].

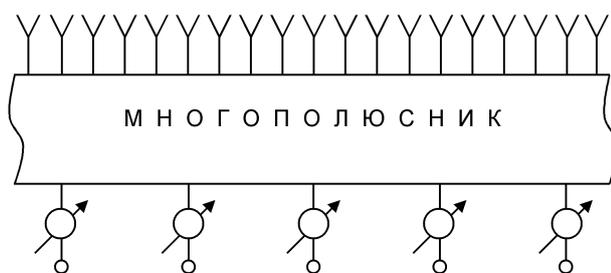
## ГЛАВА 2. РЕШЕТКИ С МНОГОПОЛЮСНЫМИ СХЕМАМИ

### 2.1. Обзор технических решений

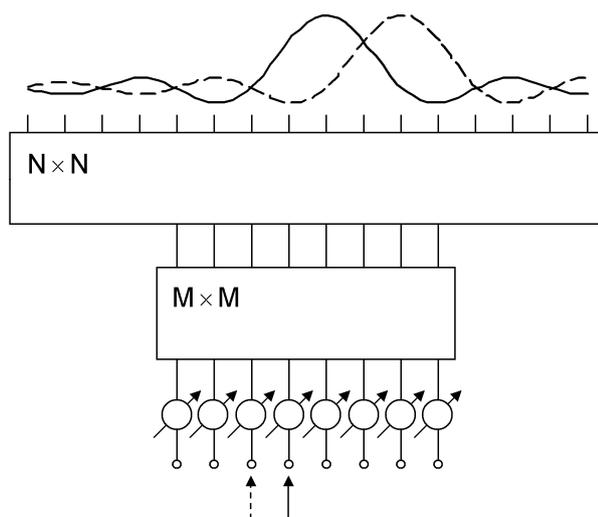
Наиболее общий подход к формированию перекрывающихся подрешеток с секторными диаграммами направленности был сформулирован в [24]. Он состоит в использовании пассивных проходных многополюсных диаграммообразующих схем или просто многополюсников, располагаемых между фазовращателями и излучателями, как схематично показано на рис. 2.1. Суть подхода состоит в том, что управляемые входы решетки располагаются с шагом, близким к его максимальному значению для заданного сектора сканирования, и подключаются к излучателям через многополюсник так, чтобы в раскрыве образовывались перекрывающиеся подрешетки. При этом в каждой ячейке, соответствующей управляемому входу могут располагаться либо несколько одномодовых излучателей, как показано на рис. 2.1, либо один многомодовый излучатель, а функция многополюсника состоит в формировании амплитудных распределений, соответствующих секторным диаграммам направленности.

В настоящее время известно довольно много различных технических решений, предложенных в рамках данного подхода. Наиболее характерные из них кратко рассматриваются ниже, а на аналогичные даются соответствующие ссылки.

**2.1.1. Решетка на основе матриц Батлера.** Примером многополюсника, формирующего перекрывающиеся подрешетки с раскрывом, равным раскрыву всей решетки является схема Шелтона [182] в виде двух каскадно соединенных матриц Батлера, как показано на рис. 2.2. Нижняя матрица с управляемыми входами имеет размер  $M \times M$ , где  $M$  – число управляемых



**Рис. 2.1.** Общая схема решетки с многополюсником.



**Рис. 2.2.** Схема формирования полностью перекрывающихся подрешеток на основе двух матриц Батлера.

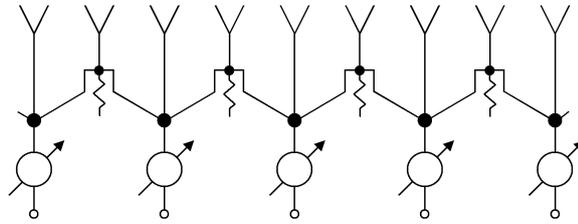
элементов (подрешеток). Все  $M$  выходов этой матрицы подключены ко входам верхней матрицы размером  $N \times N$ , где  $N$  – число излучателей, превышающее  $M$ . Остальные  $N - M$  входов верхней матрицы не используются.

При подаче сигнала на какой-либо вход решетки (сплошная стрелка на рис. 2.2), сигнал по выходам нижней матрицы и, соответственно, по входам верхней распределяется с соответствующим линейным набегом фазы. Подача сигнала на каждый вход верхней матрицы приводит к формированию луча решетки, определенно ориентированного относительно нормали. Указанное возбуждение  $M$  входов верхней матрицы приводит к формированию веера лучей, заполняющего заданный сектор сканирования и тем самым образующего требуемую секторную диаграмму направленности подрешетки.

Амплитудное распределение по подрешетке вида  $\sin x/x$  показано сплошной линией. Возбуждение соседнего входа решетки (штриховая стрелка на рис. 2.2) приводит к формированию аналогичного амплитудного распределения по раскрытию, но сдвинутого на один период, как показано на рис. 2.2 штриховой линией.

Так как каждая матрица Батлера осуществляет дискретное преобразование Фурье входных сигналов, то подобные схемы называют схемами двойного преобразования. Многоэлементные матрицы типа Батлера представляют собой очень громоздкие устройства даже для линейных решеток. Поэтому альтернативным подходом к реализации схем с двойным преобразованием сигналов является замена верхней матрицы на линзу или рефлектор, облучаемые по пространству излучателями, установленными на выходах нижней матрицы. Примером проектирования такой гибридной антенны может служить работа [105]. Ссылки на другие работы, где применяется данный подход, можно найти в [175].

**2.1.2. Схема Немита.** Одним из первых и наиболее простых подходов к уменьшению числа фазовращателей в решетках для сканирования в малом секторе является разработка и применение схем интерполяции фазовых распределений в раскрытии решетки [169, 174, 180]. Наиболее характерной является схема, предложенная Немитом в [180]. Линейная решетка с предложенной схемой показана на рис. 2.3. Решетка содержит основные излучатели, управляемые непосредственно своими фазовращателями, и промежуточные излучатели, питаемые суммарными сигналами с соседних фазовращателей через делители мощности и гибридные устройства. Каждая подрешетка в данной схеме перекрывает полтора периода. Схема обеспечивает точную линейную интерполяцию фазы сигнала в промежуточных излучателях. Как показано в [241] для линейных решеток и в [240] для плоских, при соответствующем выборе параметров делителей

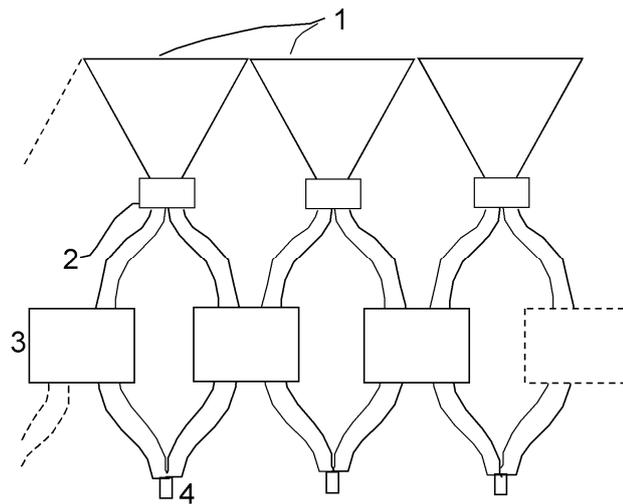


**Рис. 2.3.** Схема Немита.

мощности схема позволяет поддерживать достаточно низкий уровень интерференционных максимумов при сканировании главного луча в заданном секторе, и поэтому зависимость КНД решетки от угла сканирования имеет секторную форму. Однако амплитуда сигнала в промежуточных излучателях уменьшается при отклонении луча от нормали, так часть мощности поглощается в нагрузках, подключенных к разностным выходам гибридных устройств. В связи с этим КУ решетки снижается при отклонении луча довольно быстро, т.е. ДН элемента здесь не имеет секторную форму. В [242] предложена модификация схемы [180], в которой сигналы с разностных выходов гибридных устройств через  $\pi$ -манипуляторы, введенные в схему, поступают на дополнительно введенные излучатели. Это решение улучшает энергетические характеристики решетки ценой использования дополнительных управляемых элементов, хотя и простейших.

Техническое решение с такой же степенью перекрытия подрешеток, как и в [180], и, следовательно – с аналогичными рабочими характеристиками, было предложено и рассмотрено в [75] и [74].

**2.1.3. Схема Мейлу и Франки.** Одним из успешных технических решений, полученных в области решеток с проходными многополюсниками, является схема, предложенные в [173]. Эта схема, возможности которой исследованы также в [171] и [215], показана на рис. 2.4. Решетка состоит из рупорных элементов с двухмодовыми секциями, питаемыми через делители мощности и направленные ответвители. Каждому управляемому входу



**Рис. 2.4.** Схема Мейлу и Франки: 1 – рупорные излучатели, 2 – двухмодовые секции, 3 – направленные ответвители, 4 – делители мощности.

решетки здесь соответствует подрешетка, состоящая из трех рупоров. При подаче сигнала на вход подрешетки в центральном рупоре возбуждается только четная мода, а в двух соседних – как четная, так и нечетная моды. Оптимальное отношение амплитуд четной и нечетной мод определяется параметрами ответвителей, а оптимальная разность фаз, с которыми моды подойдут к раскрытию, – длиной двухмодовых рупоров.

Эта сравнительно простая схема обеспечивает подавление интерференционных максимумов до уровня порядка  $-15$  дБ при сканировании в секторе шириной, составляющей приблизительно 0.8 от ширины соответствующей идеальной секторной ПДН. Так как подрешетка содержит только три ячейки, возможности схемы по формированию секторных ДН более высокого качества ограничены. Поэтому для дополнительного подавления интерференционных максимумов в [174] описано применение специально разработанных пространственных фильтров [128, 172], что делает конструкцию в целом более громоздкой. Кроме того, применение схемы ограничено также и типом излучателей, так как схема разработана только для волноводно-рупорных элементов.

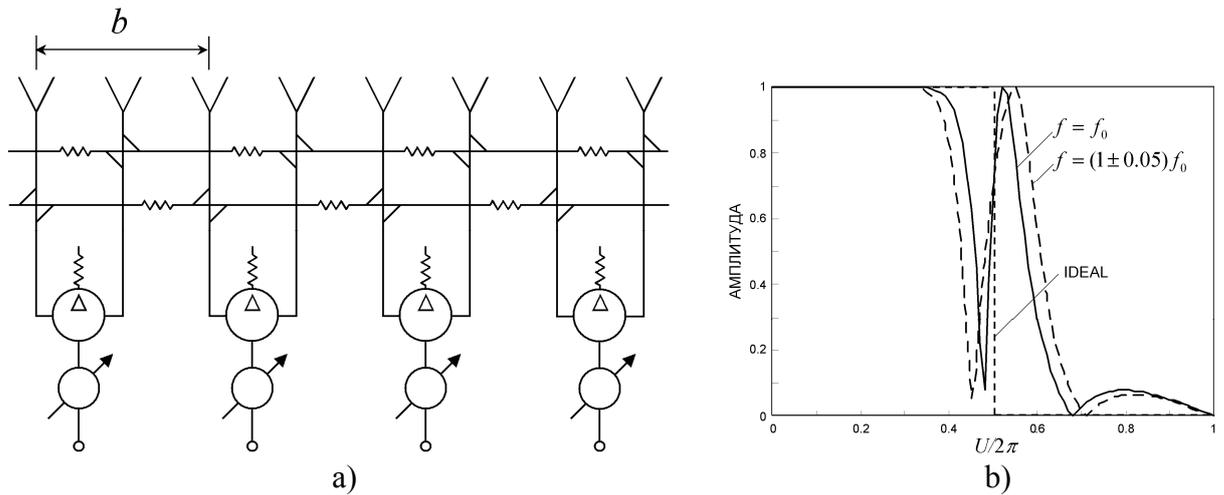
**2.1.4. Схема Фразиты, Лопеза и Джанини.** Одна из модификаций технического решения, предложенного Фразитой, Лопезом и Жданини в [129], показана на рис. 2.5(a). Достоинством схемы является ее простота. В то же время в ней реализуются перекрывающиеся подрешетки с раскрывом, равным раскрыву всей решетки. Благодаря этому может быть обеспечен очень крутой фронт в парциальной диаграмме направленности, что, как подчеркивают авторы, особенно важно для аэродромных систем посадки самолетов, когда луч локатора должен прижиматься к земле, не испытывая помех от последней. Однако, предложенная схема имеет некоторые существенные ограничения. Можно показать, что ее множитель подрешетки определяется формулой

$$F_a(U) = \frac{iq + te^{-iU}}{1 - iqte^{-iU}} e^{iU/4} + \frac{iq + te^{iU}}{1 - iqte^{iU}} e^{-iU/4}, \quad (2.1)$$

где  $U = kbs \sin \theta$ ,  $b$  – период решетки,  $\theta$  – угол наблюдения, отмеряемый от нормали к раскрыву,  $q$  – коэффициент связи между перекрестными входами в направленных ответвителях,  $t = \exp[(-\alpha + i\gamma)b]$  – коэффициент передачи между соседними ячейками по отрезку линии передачи, имеющей коэффициент затухания  $\alpha$  и постоянную распространения  $\gamma$ . Электрическая длина этого отрезка должна быть такова, что  $\gamma b = 2\pi n + \pi/2$ , где  $n$  – натуральное число.

Форма модуля нормированного множителя подрешетки, соответствующая указанному условию, при  $\alpha=0$  и  $q=0.75$  показана на рис. 2.5(b) сплошной кривой. Как мы видим, множитель подрешетки имеет провал вблизи края сектора сканирования, что уменьшает полезную ширину последнего на ~20% по сравнению с ее теоретическим максимумом.

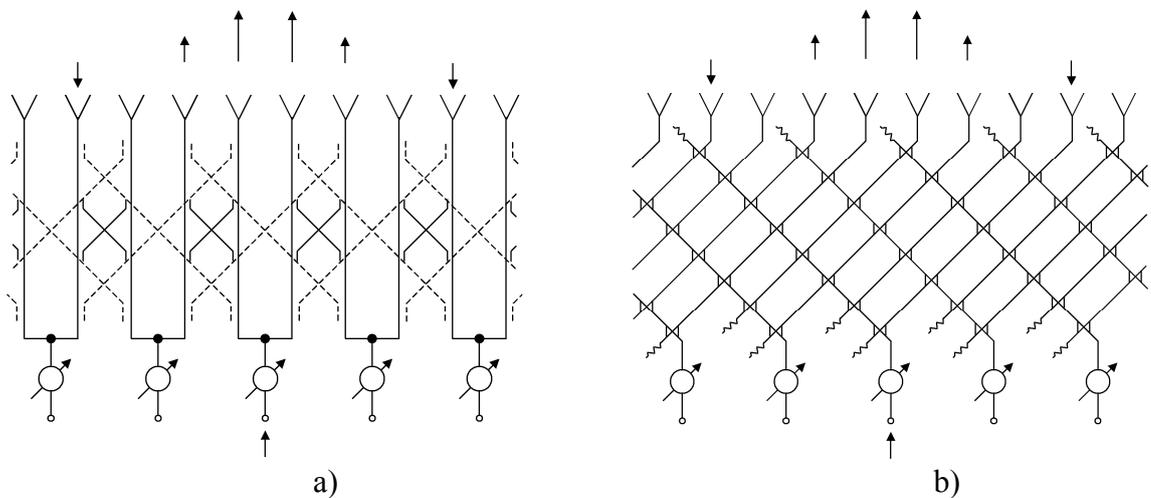
Кроме того, так как излучатели подрешетки возбуждаются последовательно (как в ФАР с частотным сканированием), форма ПДН решетки сильно зависит от частоты, [274], и эта зависимость тем сильнее, чем больше период решетки. Пример, характеризующий искажения формы множителя подрешетки при изменении частоты, показан на рис. 2.5(b)



**Рис. 2.5.** Схема Фразиты, Лопеза и Джанини (а) и ее множитель подрешетки для  $b=2.25\lambda$  (б)

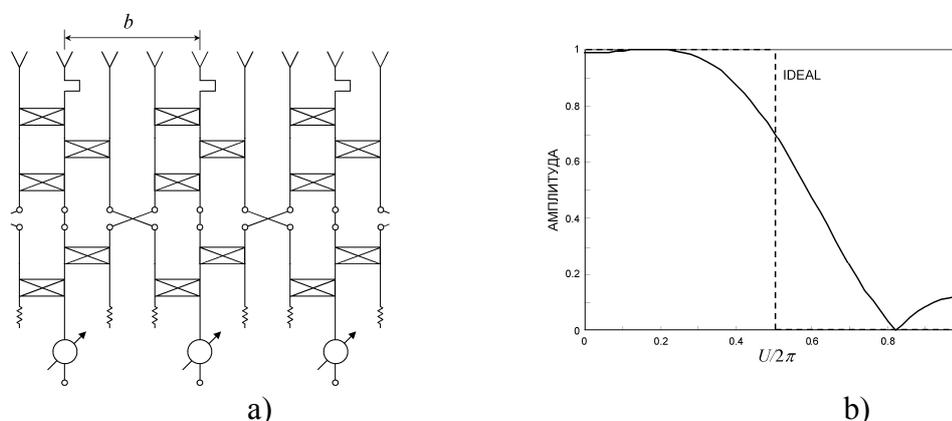
штриховой кривой, полученной для  $b = 2.25\lambda$ ,  $\gamma = k$  и смещения частоты на 5%.

Для расширения рабочей полосы ФАР со схемами [129], Вилером в [207] и Лопезом в [165] были предложены технические решения, показанные на рис. 2.6(а) и рис. 2.6(б) соответственно, которые, однако, являются значительно более сложными и громоздкими. По решениям, предложенным в [207] и [165], были выданы также авторские свидетельства [27] и [60].



**Рис. 2.6.** Схема Уилера (а) и схема Лопеза (б).

**2.1.5. Схема Дюфорта.** Еще один обобщенный подход к проектированию схем для формирования перекрывающихся подрешеток предложен Дюфортом в [122] и более подробно рассмотрен в [121]. Этот подход в общем случае позволяет строить подрешетки с произвольной степенью перекрытия и поэтому обладает хорошими возможностями по управлению качеством формируемых секторных ДН элемента. Однако эта возможность достигается использованием большого количества направленных ответвителей и сложной конфигурацией многополюсников. Самая простая из предложенных схем, в которой, как и в [173], каждая подрешетка охватывает три ячейки, показана на рис. 2.7(a). В этой схеме на каждый фазовращатель приходится трехканальный делитель мощности, построенный из двух направленных ответвителей, ответвитель с полной связью или эквивалентное устройство для обеспечения связи между ячейками, и три ответвителя, к которым подключены три излучателя, причем центральный излучатель снабжен фиксированным фазовращателем. Реализация этой схемы с использованием микрополосковой технологии рассмотрена в [153]. Множитель подрешетки при оптимальных параметрах схемы, выбранных в [153], показан на рис. 2.7(b). Схема подрешетки, также охватывающей три ячейки, но с четырьмя излучателями в ячейке вместо трех, была предложена и исследована в недавних работах [120, 139].



**Рис. 2.7.** (a) Схема Дюфорта и (b) ее множитель подрешетки, где  $U=kbsin\theta$ .

## 2.2. Многокаскадная шахматная схема

Схема решетки, в определенной степени свободная от ограничений, присущих техническим решениям, рассмотренным выше, была предложена в [216]. Эта решетка, показанная на рис. 2.8, представляет собой периодическую с периодом  $a$  модульную структуру. Каждый модуль (ячейка) содержит два излучателя, расположенных на расстоянии  $a/2$  друг от друга. Тип излучателей, которые считаем одинаковыми, может быть произвольным. Излучатели возбуждаются через симметричные двухканальные делители мощности и, в общем случае, – через  $N \geq 1$  каскадов направленных ответвителей. Каждый каскад содержит один ряд ответвителей, расположенных между модулями, и один ряд ответвителей, расположенных непосредственно в модулях. Расположение направленных ответвителей в схеме похоже на шахматную доску, и поэтому схема для краткости названа шахматной. Длины передающих линий, находящихся на одном уровне, считаются одинаковыми. При возбуждении каждого входа в решетке формируются перекрывающиеся амплитудные распределения (подрешетки) охватывающие  $2N+1$  модуль.

**2.2.1. Анализ характеристик излучения.** Проведем анализ характеристик излучения решетки в предположении, что все делители мощности и направленные ответвители, входящие в схему, являются идеальными. Диаграмму направленности элемента решетки, рассматриваемую как диаграмму решетки при возбуждении одного входа (в данном случае – центрального) запишем в виде

$$F(\mathbf{q}, U) = f(U)M(\mathbf{q}, U), \quad (2.2)$$

где  $f(U)$  – ДН излучателя в решетке,

$$M(\mathbf{q}, U) = 2 \sum_{n=1}^{2N+1} A_n \cos \frac{(2n-1)U}{4} \quad (2.3)$$

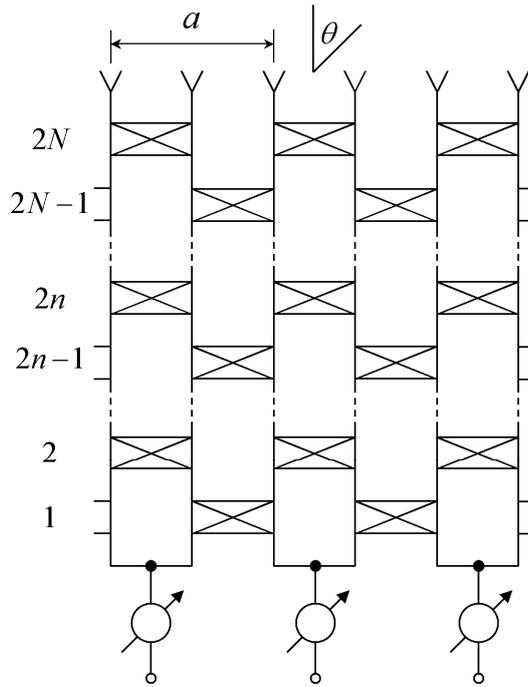


Рис. 2.8. Многокаскадная шахматная схема.

– множитель подрешетки, записанный с учетом симметрии схемы и амплитудного распределения относительно возбуждаемого входа,  $U = ka \sin \theta$ ,  $\theta$  – угол наблюдения, отмеряемый от нормали к раскрытию,  $A_n$  – комплексная амплитуда сигнала на входе  $n$ -го излучателя подрешетки,  $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_{2N})$  – вектор коэффициентов связи по полю между перекрестными плечами в ответвителях, пронумерованных в направлении от делителей к излучателям.

В простейшем случае одного каскада ( $N=1$ ) амплитуды сигналов на излучателях подрешетки определяются формулами

$$A_1 = A^i \frac{p_1(p_2 + iq_2)}{\sqrt{2}}, \quad A_2 = A^i \frac{iq_1 p_2}{\sqrt{2}}, \quad A_3 = -A^i \frac{q_1 q_2}{\sqrt{2}}, \quad (2.4)$$

где  $A^i$  – амплитуда сигнала на входе подрешетки,  $q_{1,2}$  и  $p_{1,2} = \sqrt{1 - q_{1,2}^2}$  – коэффициенты связи между перекрестными и прямыми входами в ответвителях.

Для случая  $N > 1$  формулы для амплитуд  $A_n$  становятся слишком громоздкими, поэтому приведем лишь алгоритм расчета указанных амплитуд.

Пусть  $A_n^{(m-1)}$  – амплитуда сигнала на  $n$ -м выходе  $m-1$ -го каскада (рис. 2.8),

причем  $A_n^{(m-1)} = 0$  для  $n \geq 2m$ . Тогда амплитуды сигналов на выходах  $2m-1$ -х ответвителей будут определяться формулами

$$\begin{aligned} B_{2n-1} &= p_{2m-1} A_{2n-1}^{(m-1)} + iq_{2m-1} A_{2n}^{(m-1)} \\ B_{2n} &= iq_{2m-1} A_{2n-1}^{(m-1)} + p_{2m-1} A_{2n}^{(m-1)}, \quad n=1, 2, \dots, m, \\ B_n &= 0, \quad n > 2m, \end{aligned} \quad (2.5)$$

а амплитуды сигналов на выходах  $2m$ -х ответвителей и, следовательно, на выходах  $m$ -го каскада – формулами

$$\begin{aligned} A_1^{(m)} &= (p_{2m} + iq_{2m}) B_1, \\ A_{2n}^{(m)} &= p_{2m} B_{2n} + iq_{2m} B_{2n+1} \\ A_{2n+1}^{(m)} &= iq_{2m} B_{2n} + p_{2m} B_{2n+1}, \quad n=1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Таким образом, полагая  $A_0^{(1)} = A^i / \sqrt{2}$  и используя рекуррентные соотношения (2.5) и (2.6), легко рассчитать амплитуды  $A_n = A_n^{(N)}$  сигналов на излучателях, а затем, с использованием (2.3), – множитель подрешетки.

Для выявления некоторых особенностей множителя подрешетки, которые будут учтены при постановке задачи синтеза, выведем для него еще одно представление. Для этого рассмотрим случай периодического возбуждения решетки, при котором на входы подаются сигналы с амплитудами  $A^i \exp(im\psi)$ , где  $m=0, \pm 1, \dots$  – номер входа и  $\psi$  – разность фаз сигналов на соседних входах. При таком возбуждении множитель решетки определяется формулой

$$\begin{aligned} M_p(\mathbf{q}, U, \psi) &= [A_l(\psi) e^{iU/4} + A_r(\psi) e^{-iU/4}] \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\psi-U)} \\ &= 2\pi [A_l(\psi) e^{iU/4} + A_r(\psi) e^{-iU/4}] \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\psi - U - 2\pi m), \end{aligned} \quad (2.7)$$

где  $A_l$  и  $A_r$  – комплексные амплитуды сигналов на левом и правом излучателях соответственно в ячейке с номером 0 и  $\delta(x)$  – дельта-функция.

Поскольку множитель подрешетки связан с множителем бесконечной периодической решетки точно так же, как токи в центральной ячейке при аperiodическом возбуждении связаны формулой типа (1.33) с токами в этой же ячейке при периодическом возбуждении, то

$$M(\mathbf{q}, U) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_p(\mathbf{q}, U, \Psi) d\Psi .$$

Подставляя (2.7) в эту формулу, получим

$$M(\mathbf{q}, U) = A_l(U)e^{iU/4} + A_r(U)e^{-iU/4} . \quad (2.8)$$

Используя (2.8) и учитывая соотношения

$$\begin{aligned} |A_l(U)|^2 + |A_r(U)|^2 &= (A^i)^2 , \\ A_l(2\pi - U) &= A_l(-U) = A_r(U) , \\ A_r(2\pi - U) &= A_r(-U) = A_l(U) , \end{aligned}$$

следующие из закона сохранения энергии, а также из периодичности и симметрии решетки, можно показать, что

$$|M(\mathbf{q}, U)|^2 + |M(\mathbf{q}, 2\pi - U)|^2 = 2(A^i)^2 . \quad (2.9)$$

Из соотношения (2.9) следует, что при изменении параметров ответвителей излучаемая мощность из каждой точки области  $\pi < |U| < 2\pi$  будет переходить в соответствующую точку области  $0 < |U| < \pi$  и обратно так, что полная излучаемая мощность в указанных областях будет оставаться постоянной.

**2.2.2. Постановка и решение задачи синтеза.** Свойства множителя подрешетки, выявленные выше, позволяют ставить задачу синтеза секторной ДН подрешетки как задачу поиска таких значений параметров  $q_n$ , при которых целевая функция

$$P(\mathbf{q}) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi |M(\mathbf{q}, U)|^2 dU \quad (2.10)$$

принимает максимальное значение.

Решение сформулированной задачи автоматически обеспечивает минимизацию мощности, излучаемой в область  $\pi < |U| < 2\pi$ . Подставляя (2.3) в (2.10) и выполняя простые выкладки, получим следующее выражение для расчета целевой функции

$$P(\mathbf{q}) = 2 \sum_{m=1}^{2N+1} \sum_{n=1}^{2N+1} (X_m X_n + Y_m Y_n) \times \left[ \frac{\sin(m-n)\pi/2}{(m-n)\pi/2} + \frac{\sin(m+n-1)\pi/2}{(m+n-1)\pi/2} \right], \quad (2.11)$$

где  $X_n$  и  $Y_n$  – соответственно действительные и мнимые части комплексных амплитуд  $A_n$ , алгоритм расчета которых приведен выше.

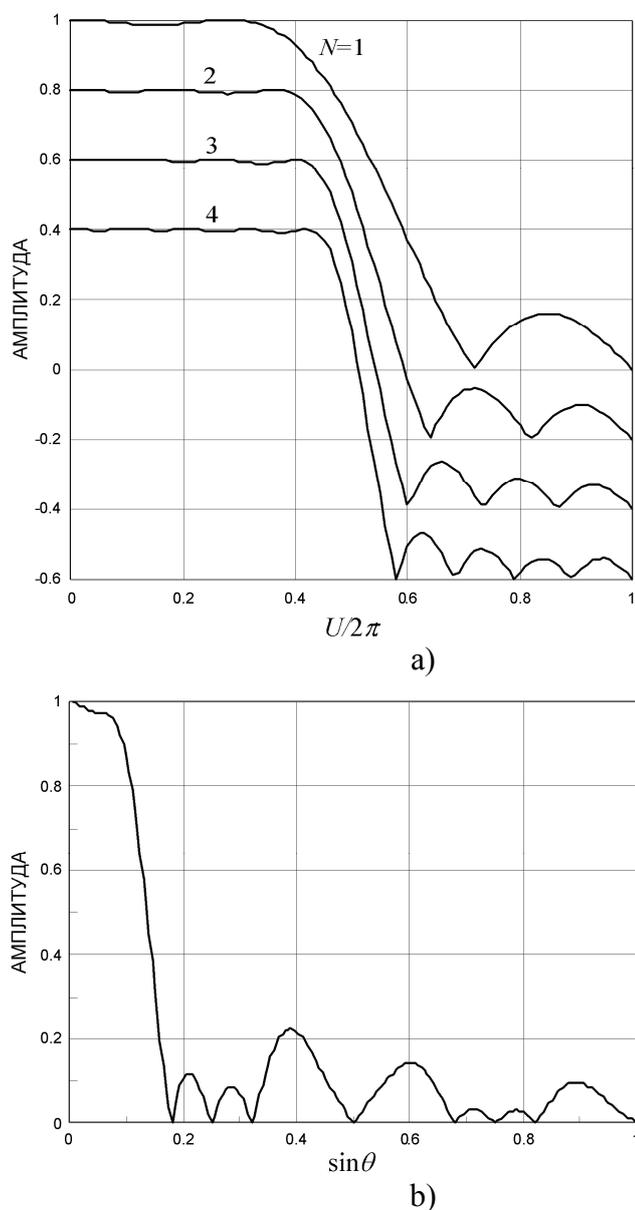
Результаты решения задачи максимизации функции (2.11) для  $N=1, 2, 3, 4$ , полученные при  $A^i = 1/\sqrt{2}$  с использованием метода деформируемого многогранника [91] приведены в Таблице 2.1, а графики модуля множителя подрешетки, соответствующие найденным параметрам ответвителей  $q_n$ , показаны на рис. 2.9(а). Для удобства различимости полученных кривых они последовательно смещены вниз с шагом 0.2.

**Таблица 2.1.** Значения параметров направленных ответвителей, обеспечивающих максимум целевой функции (2.11) для  $N=1, 2, 3$  и 4.

$N$	$P$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_7$	$q_8$
1	0.921	0.438	0.740						
2	0.950	0.455	0.971	0.714	0.631				
3	0.963	0.440	0.989	0.789	0.952	0.767	0.569		
4	0.971	0.428	0.994	0.802	0.982	0.872	0.942	0.783	0.531

Найденные оптимальные значения коэффициентов связи между перекрестными входами ответвителей обеспечивают для рассмотренных

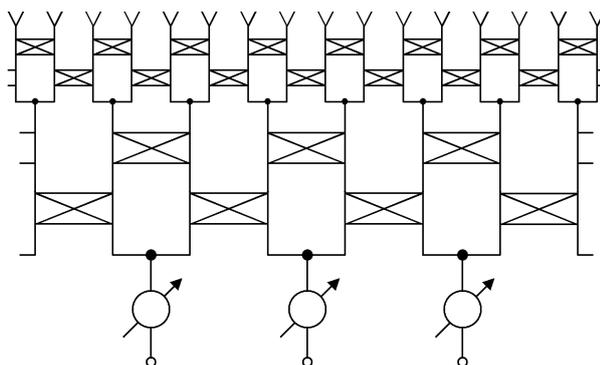
случаев излучение в идеальный сектор 92.1%, 95.0%, 96.3% и 97.1% мощности соответственно. При этом уровень боковых лепестков множителя подрешетки не превышает  $-15.4$  дБ,  $-17.1$  дБ,  $-18.8$  дБ и  $-19.8$  дБ. При иной постановке задачи уровень боковых лепестков можно сделать еще ниже за счет некоторого ухудшения формы секторного луча. Кроме того, этот уровень дополнительно снижается также за счет спада диаграммы направленности элементарного излучателя в решетке.



**Рис. 2.9.** Множитель подрешетки с одно-, двух-, трех- и четырехкаскадной шахматной схемой (а) и ДН однокаскадной подрешетки (2.2) с  $f(U)=4\sin(U/4)/U$  для  $a=4\lambda$  (б).

Отметим, что, как следует из (2.3), множитель подрешетки является периодической с периодом  $2\lambda/a$  функцией синуса угла наблюдения. Поэтому при достаточно большом периоде решетки в области видимости наряду с главным секторным лучом могут наблюдаться побочные секторные максимумы. Последние, однако, до определенной степени могут быть подавлены диаграммой направленности элементарного излучателя в решетке. Пример этому показан на рис. 2.9(b), где приведена ДН подрешетки (2.2) с оптимальными для  $N=1$  параметрами  $q_n$  и с ДН излучателя  $f(U)=4\sin(U/4)/U$ , соответствующей равномерно возбужденному непрерывному раскрытию шириной  $2\lambda$ . Более эффективное подавление побочных секторных максимумов можно получить путем повторного применения шахматной схемы с периодом в два раза меньшим, чем исходный период решетки. Такая двойная шахматная схема показана на рис. 2.10. В этом случае первые побочные секторные максимумы множителя подрешетки первого уровня оказываются в области низких боковых лепестков подрешетки второго уровня.

Таким образом, полученные результаты оптимизации параметров шахматной схемы показывают ее хорошие возможности по формированию секторных ДН подрешеток. Сравнивая эту схему с вариантами, предложенными ранее и упомянутыми выше, можно заметить следующее. Применение  $N$  каскадов ответвителей в шахматной схеме позволяет формировать перекрывающиеся подрешетки, охватывающие  $2N+1$  модулей. Однокаскадная шахматная схема похожа на схему [173] (рис. 2.4). Однако она имеет больше возможностей чем [173], так как позволяет использовать произвольный тип излучателя. Кроме того, она имеет больше возможностей по сравнению со схемой [173] по улучшению качества секторных ДН, так как она позволяет использовать большее число каскадов для формирования подрешеток с более протяженным раскрытием, и, следовательно, с более крутыми скатами секторной ДН.



**Рис. 2.10.** Двойная однокаскадная шахматная схема.

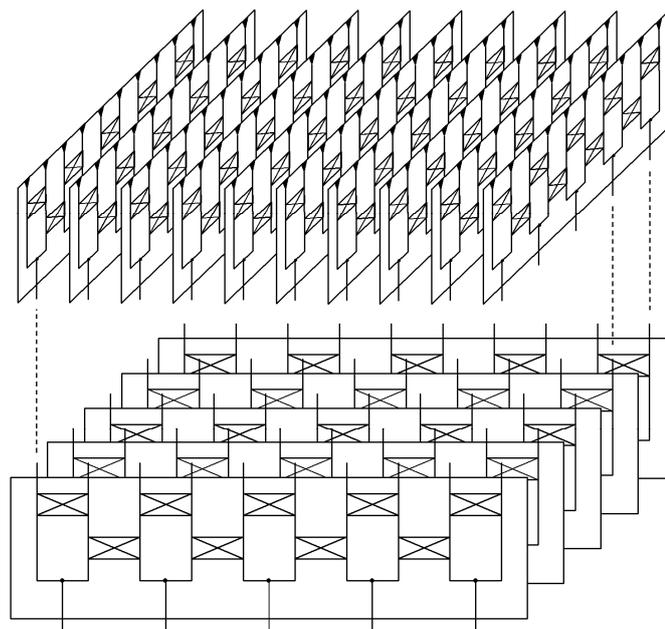
В отличие от схемы [129] (рис. 2.5(a)) с последовательным возбуждением излучателей подрешетки, в шахматной схеме излучатели подрешетки возбуждаются параллельно, поэтому она более широкополосная, чем схема [129]. В схемах [207] и [165] (рис. 2.6) формируются перекрывающиеся подрешетки, охватывающие пять модулей. При этом в расчете на каждый модуль в первой схеме используются, по крайней мере, восемь ответвителей и один делитель, а во второй – восемь ответвителей. В шахматной схеме подрешетки из пяти модулей формируются с использованием двух каскадов ответвителей. Такая двухкаскадная шахматная схема отдельно предложена в [247]. При этом на каждый модуль приходится четыре ответвителя и один делитель, т.е. двухкаскадная шахматная схема существенно проще, чем схемы, показанные на рис.2.6. Кроме того, в шахматной схеме возбуждаются все излучатели подрешетки, а в двух указанных схемах – только 6 из 10.

При прочих равных условиях, шахматная схема также проще, чем схема, предложенная в [122]. Например, в простейшем варианте последней (рис. 2.7(a)) на каждый модуль приходится трехканальный делитель мощности, состоящий из двух ответвителей, ответвитель с полной связью, устанавливаемый между модулями, и три ответвителя, установленные непосредственно в модулях. В шахматной схеме для формирования трехмодульных подрешеток используются два ответвителя и более простой

двухканальный делитель. В общем случае формирования перекрывающихся подрешеток, состоящих из  $2N+1$  модулей, в шахматной схеме используется в  $N+0.5$  раз меньше ответвителей, чем в модулях схемы [122].

Дополнительное подавление интерференционных максимумов в плоских решетках, состоящих из линейных решеток с однокаскадной шахматной схемой может быть осуществлено путем случайных смещений линейных решеток вдоль своих осей относительно друг друга, как было предложено в [174] для решеток с другим способом объединения излучателей в перекрывающиеся подрешетки. Эффективность такого подхода для случая решеток с шахматной схемой исследована в [284].

Как упоминалось в [176], шахматная схема была также реализована с использованием микрополосковых элементов для сканирования в ограниченном секторе в одной плоскости. Эта технология, по-видимому, представляется наиболее удобной для реализации схемы также для сканирования в ограниченном секторе в обеих плоскостях. Пример архитектуры такой решетки представлен на рис. 2.11.



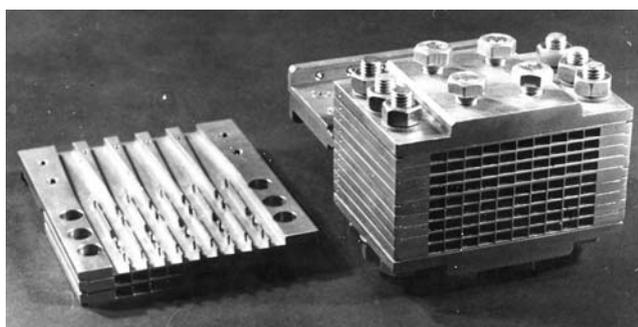
**Рис. 2.11.** Пример архитектуры решетки с однокаскадной шахматной схемой для сканирования в ограниченном секторе в обеих главных плоскостях.

### 2.3. Экспериментальные исследования решетки с шахматной схемой

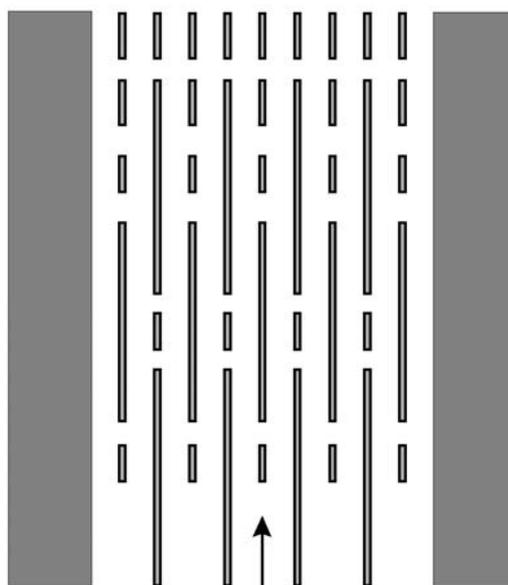
Однокаскадная шахматная схема была реализована в экспериментальном макете, представляющем собой решетку одномодовых прямоугольных волноводов  $K_a$ -диапазона, расположенных в узлах прямоугольной сетки, как показано на рис. 12(a). Решетка была спроектирована (см. [224, 265]) для обеспечения широкоугольного сканирования в Е-плоскости, где ширина волновода может быть выбрана достаточно малой, и для сканирования в ограниченном секторе  $\pm 17^\circ$  в Н-плоскости с использованием однокаскадной шахматной схемы.

Направленные ответвители в макете выполнены в виде двойных щелей, как показано на рис. 2.12(b). Ширины щелей и расстояния между ними были подобраны в результате численного эксперимента таким образом, чтобы обеспечить необходимые величины коэффициентов связи в ответвителях при их практически идеальном согласовании на заданной частоте. Щели в стенках волноводов используются также для согласования волноводных делителей мощности, а также раскрыва решетки со свободным пространством. Определение геометрических параметров элементов структуры осуществлялось с использованием хорошо известного метода сшивания волноводных гармоник на границах частичных областей [112]. Так как предполагалось, что делители, ответвители и раскрыв решетки являлись по отдельности хорошо согласованными, расстояния между ними выбирались только из условия обеспечения пренебрежимо малого взаимодействия между ними на высших типах волн.

Конструкция рассматриваемой решетки (рис. 2.12(a)) представляет собой сборку из Н-плоскостных ребристых пластин, изготовленных из латуни методом фрезерования. Геометрия, соответствующая шахматной схеме



a)



b)

**Рис. 2.12.** (a) Макет волноводной решетки и (b) разрез ее центральной пластины в Н-плоскости.

(рис. 2.12(b)), реализована только в центральной пластине. В остальных пластинах, служащих для имитации работы возбуждаемых элементов в составе решетки, выполнены только щели, согласующие раскрыв с пространством. Ребристые пластины толщиной 1 мм с ребрами толщиной 0.4 мм, образующие в сборке совокупность волноводных каналов сечением 6.1×3.4 мм, дополнены двумя внешними стальными пластинами и стянуты по краю шестью болтами. В каждую из внешних пластин вкручены по четыре винта, используемых для сжатия сборки в центральной области с целью обеспечения хороших контактов между соприкасающимися поверхностями

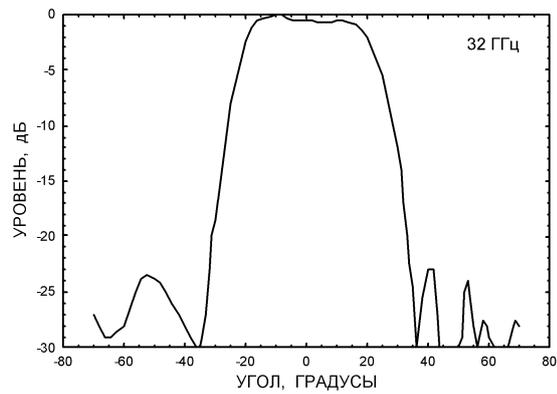
внутренних пластин. Центральная пластина вместе с крышкой с тыльной стороны оканчивается фланцем с пятью волноводными входами стандартного сечения  $7.2 \times 3.4$  мм.

При измерении ДН решетки, последнюю устанавливали на поворотное устройство (ПУ) так, ось вращения проходила в плоскости раскрыва, что исключало параллакс. Сигнал с генератора, также установленного на ПУ, подавался на один из входов решетки. Остальные входы, а также волноводные каналы, образованные боковыми пластинами, были нагружены на согласованные нагрузки. Излученный сигнал принимался рупорной антенной, расположенной в дальней зоне решетки, и через поляризационный аттенюатор поступал на приемник, и далее – на самописец. Углы поворота отсчитывались по шкале ПУ, а уровень сигнала – по шкале аттенюатора.

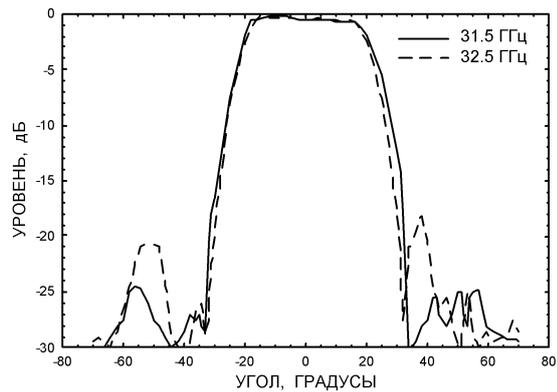
Измеренная ДН решетки на частоте 32 ГГц при возбуждении центрального входа представлена на рис. 2.13(а). Синус ее полуширины на уровнях  $-1.5$  дБ и  $-10$  дБ равен 0.326 и 0.46 соответственно, что составляет 0.904 и 1.3 от полуширины идеальной секторной ДН элемента равной  $\lambda/2a$ , где  $\lambda$  – длина волны и  $a$  – период. Соответствующие данные, следующие из рис. 2.9(а), равны 0.9 и 1.26, т.е. близки к экспериментальным данным, указанным выше.

На рис. 2.13(б) показаны измеренные ДН решетки при возбуждении центрального входа на частотах 31.5 ГГц и 32.5 ГГц, т.е. при отклонении от центральной частоты 32 ГГц на  $\pm 1.56\%$ . Результаты показывают, что секторная форма ДН хорошо сохраняется в указанной полосе частот.

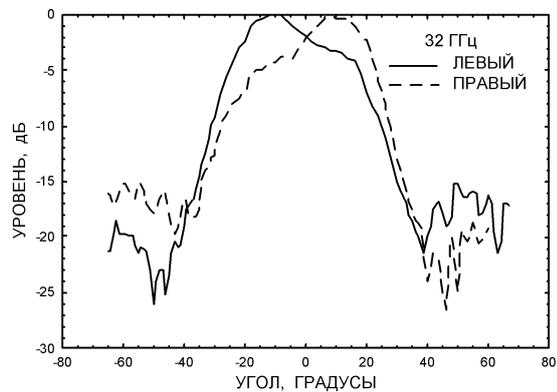
Исследование влияния края решетки на форму ДН элемента осуществлялось путем измерения ДН при поочередном возбуждении остальных входов решетки. Измерения ДН при возбуждении левого и правого входов, ближайших к центральному входу показали, что они практически не отличаются от ДН, соответствующей центральному входу (рис. 2.13(а)). Это



a)



b)



c)

**Рис. 2.13.** Измеренные ДН макета решетки в Н-плоскости при возбуждении центрального входа (а) на частоте 32 ГГц, (б) на частотах 31.5 и 32.5 ГГц; с) при возбуждении левого и правого крайних входов на частоте 32 ГГц.

объясняется тем, что соответствующие трехэлементные подрешетки не обрезались краями решетки. Хотя края для них были ближе, чем для центральной подрешетки, они слабо влияли на форму ДН из-за спадающих амплитудных распределений по подрешеткам. При возбуждении крайних

входов решетки, подрешетки становятся несимметричными и содержат только по две ячейки. Как видно из рис. 2.13(с), это приводит к существенному искажению формы ДН по сравнению со случаями возбуждения внутренних входов.

Кроме диаграмм направленности, проводились также измерения КСВН решетки при возбуждении различных входов. Измерения показали, что КСВН изменяется в пределах 1.07 до 1.8 в полосе частот от 31.5 до 32.5 ГГц. Полученные значения оказались несколько выше расчетных величин, что, вероятно, может быть объяснено погрешностями изготовления макета.

#### **2.4. Линейная решетка с шахматной схемой как облучатель параболической цилиндрической антенны**

Некоторые радиосистемы, такие, например, как радиолокаторы бокового обзора, радиолокационные станции аэродромов и морских портов [194], а также автомобильные локаторы [118, 190], требуют применения антенн, осуществляющих электронное сканирование узкого луча в небольшом секторе углов только в одной плоскости. Указанные системы могут быть построены на основе гибридных антенн, в которых управление лучом обеспечивается линейной или дуговой решеткой, а формирование требуемого узкого луча – зеркалом или линзой. В последнее время в таких антеннах было предложено использовать рефлектор-фокусатор, [205], способный фокусировать плоскую волну в линию конечного размера, вдоль которой располагается решетка облучателей. Однако исследование таких антенн в [80, 188] показало, что по характеристикам сканирования они заметно уступают параболическим цилиндрическим антеннам (ПЦА) с тем же раскрытием из-за появления и возрастания фазовых ошибок при отклонении луча от нормали. Для устранения указанного недостатка в последующей работе [189] было предложено использовать рефлектор-фокусатор увеличенных размеров. В

такой антенне каждому положению луча соответствует определенная область эффективного облучения, которая перемещается по рефлектору при сканировании.

Предложение использовать фокусаторы в работах [80, 188, 189] мотивировано тем, что они позволяют уменьшить размер облучающей решетки и количество элементов в ней по сравнению с теми же параметрами решетки в ПЦА. Действительно, в параболических цилиндрических антеннах, описанных, например, в [15, 64, 158] размер решетки близок к размеру зеркала в плоскости сканирования, а расстояние между элементами выбрано из условия отсутствия побочных максимумов множителя решетки в области видимости при сканировании главного луча в заданном секторе. Так, в работе [158], где подробно описано проектирование цилиндрической антенны для исследования космических источников радиоизлучения, период решетки равен  $d = 0.7\lambda$ , а максимальное отклонение луча от нормали составляет  $\theta_m = 21.3^\circ$ . Для такого сектора сканирования максимальный допустимый период равен  $d_m = 0.5\lambda / \sin \theta_m \approx 1.376\lambda$ , и таким образом, число элементов решетки в  $d_m / d \approx 1.97$  раз больше минимального.

Пример, приведенный выше, вместе с другими примерами, приведенными в [80, 188, 189], оправдывает мотивировку указанных работ по созданию гибридных антенн с компактной облучающей решеткой, содержащей меньшее число элементов, чем в решетке, обычно используемой для облучения параболического рефлектора. Однако ни в указанных работах, ни в других публикациях, упоминающих ПЦА, не рассматривается ситуация, когда вместо обычной облучающей решетки можно использовать решетку с минимальным числом управляемых элементов, формирующих секторные диаграммы направленности шириной, равной ширине сектора сканирования. Ниже подобная антенна рассматривается с точки зрения ее достижимых характеристик излучения, так как параболический цилиндр имеет более простую форму и меньшие размеры по сравнению с рефлектором двойной

кривизны в [189], т.е. ПЦА остается привлекательным вариантом с точки зрения конструкции.

**2.4.1. Постановка и решение задачи.** Рассмотрим параболическую цилиндрическую зеркальную антенну, показанную на рис. 2.14. Поверхность рефлектора в декартовой системе координат  $Oxyz$  задается формулами

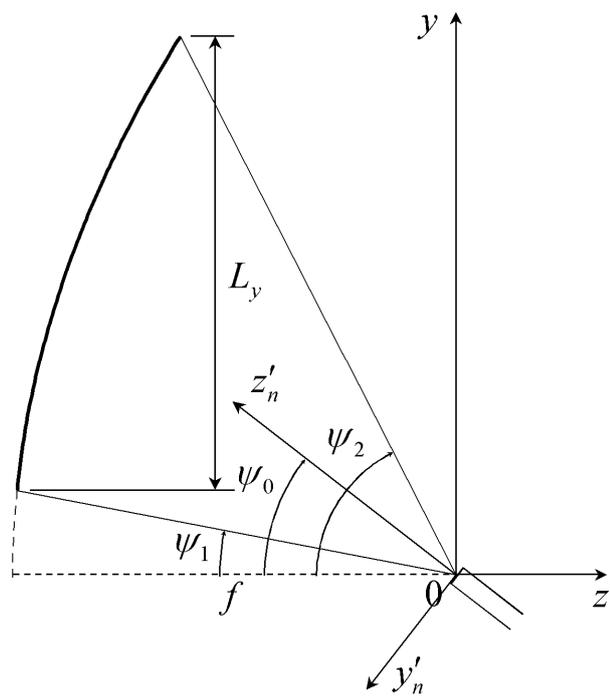
$$-L_x/2 \leq x \leq L_x/2, \\ \rho(\psi) = \sqrt{y^2 + z^2} = \frac{2f}{1 + \cos\psi}, \quad (2.12)$$

где  $L_x$  – горизонтальный размер рефлектора,  $f$  – фокусное расстояние, и  $\psi_1 \leq \psi \leq \psi_2$  – угол, отмеряемый от отрицательной полуоси  $z$ . Высота раскрыва антенны определяется выражением

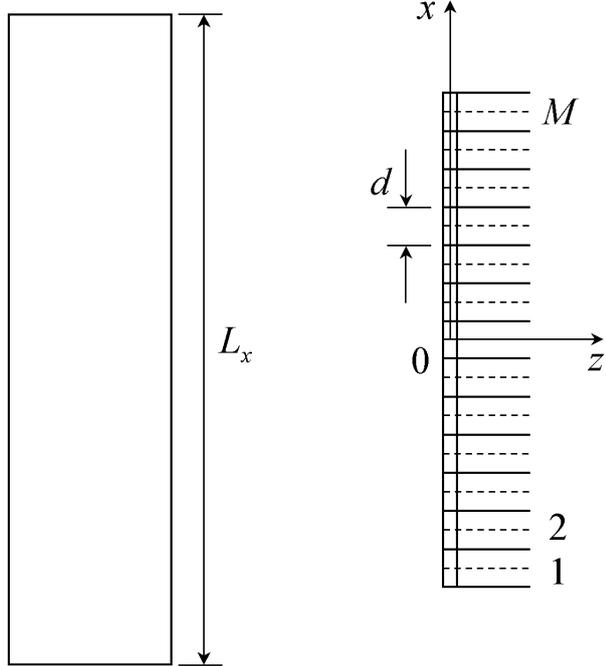
$$L_y = \rho(\psi_2) \sin\psi_2 - \rho(\psi_1) \sin\psi_1. \quad (2.13)$$

Рефлектор возбуждается линейной решеткой, расположенной на фокальной линии, совпадающей с осью  $x$ . Элементами решетки могут быть излучатели различных типов. Так, например, в антенне [194] рефлектор возбуждался щелями, прорезанными в узкой стенке меандрового волновода прямоугольного сечения, а в антенне [158] – электрическими вибраторами. В рассматриваемой модели будем считать, что решетка с периодом  $d$  образована излучателями в виде открытых концов прямоугольных волноводов шириной  $a \leq d/2$  (вдоль оси  $x$ ) и высотой  $b$ . Нормаль к раскрыву решетки составляет угол  $\psi_0$  с отрицательной полуосью  $z$ .

Далее будем считать, что волноводы возбуждаются через однокаскадный вариант шахматной схемы, показанный на рис. 2.15. При возбуждении одного управляемого входа решетки сигналом с единичной амплитудой формируется подрешетка из шести элементов с симметричным распределением амплитуд, которые вместо (2.4) для удобства проведения дальнейших выкладок запишем в виде



a)



b)

**Рис. 2.14.** Геометрия параболической цилиндрической антенны: а) вид сбоку; б) вид сверху.

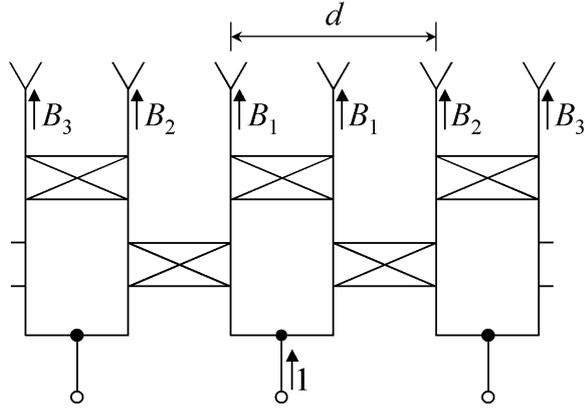


Рис. 2.15. Однокаскадная шахматная схема.

$$B_1 = \frac{p_1(p_2 + iq_2)}{\sqrt{2}}, \quad B_2 = \frac{iq_1 p_2}{\sqrt{2}}, \quad B_3 = -\frac{q_1 q_2}{\sqrt{2}}, \quad (2.14)$$

где значения параметров ответвителей  $q_1=0.438$  и  $q_2=0.74$  возьмем из таблицы 2.1.

Пусть решетка состоит из  $M$  подрешеток, входы которых возбуждаются сигналами с амплитудами  $A_m^i$  и фазами  $(m-1)U$ , где  $1 \leq m \leq M$ ,  $U = kd \sin \theta_0$ ,  $k=2\pi/\lambda$  и  $\theta_0$  – угол отклонения луча от нормали. Тогда амплитудное распределение сигнала по волноводам, полное число которых равно  $N=2M+4$ , будет определяться формулами

$$\begin{aligned} A_1 &= A_1^i B_3, \quad A_2 = A_1^i B_2, \\ A_{2m+1} &= (A_{m-1}^i e^{-2iU} B_2 + A_m^i e^{-iU} B_1 + A_{m+1}^i B_3) e^{imU}, \\ A_{2m+2} &= (A_{m-1}^i e^{-2iU} B_3 + A_m^i e^{-iU} B_1 + A_{m+1}^i B_2) e^{imU}, \\ A_{N-1} &= A_M^i e^{i(M-1)U} B_2, \quad A_N = A_M^i e^{i(M-1)U} B_3, \end{aligned} \quad (2.15)$$

где амплитуды  $A_0^i$  и  $A_{M+1}^i$  на входах крайних ячеек следует считать равными нулю.

Напряженность электрического поля антенны в дальней зоне определяется хорошо известной формулой (см., например, [64])

$$\mathbf{E}(r, \theta, \varphi) = \frac{ik\eta e^{ikr}}{4\pi r} \mathbf{F}(\theta, \varphi), \quad (2.16)$$

где

$$\mathbf{F}(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^N A_n [\mathbf{I}_n - (\mathbf{I}_n \cdot \hat{\mathbf{r}}) \hat{\mathbf{r}}] \quad (2.17)$$

– комплексная диаграмма направленности (ДН) антенны в целом,

$$\mathbf{I}_n(\theta, \varphi) = \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \mathbf{J}_n(\mathbf{r}') e^{-ik(\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}})} \frac{\rho d\psi dx'}{\cos(\psi/2)}, \quad (2.18)$$

$\mathbf{J}_n(\mathbf{r}')$  – поверхностная плотность тока, наводимого на рефлекторе при возбуждении  $n$ -го волновода волной единичной амплитуды,

$$\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{x}} \sin \theta \cos \varphi + \hat{\mathbf{y}} \sin \theta \sin \varphi + \hat{\mathbf{z}} \cos \theta$$

– единичный вектор, направленный в точку наблюдения,  $\hat{\mathbf{x}}$ ,  $\hat{\mathbf{y}}$  и  $\hat{\mathbf{z}}$  – орты выбранной декартовой системы координат,  $\theta$  и  $\varphi$  – углы, отмеряемые от осей  $z$  и  $x$  соответственно,  $\mathbf{r}' = \hat{\mathbf{x}}x' + \hat{\mathbf{y}}y' + \hat{\mathbf{z}}z'$  – вектор точки интегрирования на цилиндре,  $y' = \rho \sin \psi$ ,  $z' = -\rho \cos \psi$ , а  $\rho$  определяется формулой (2.12).

Плотность тока в (2.18) в приближении физической оптики определяется формулой  $\mathbf{J}_n = 2[\mathbf{n} \times \mathbf{H}_n]$ , где  $\mathbf{n}(\mathbf{r}') = -\hat{\mathbf{y}} \sin(\psi/2) + \hat{\mathbf{z}} \cos(\psi/2)$  – единичный вектор нормали к облучаемой поверхности цилиндра,  $\mathbf{H}_n(\mathbf{r}')$  – напряженность магнитного поля от  $n$ -го волновода в точке на поверхности цилиндра. При расчете этого поля будем считать, что волновод возбуждается волной  $H_{10}$  горизонтальной поляризацией, дающей в раскрыве следующее распределение

$$E_{x'_n}^i = -H_0 \eta \sin \frac{\pi(y'_n + b/2)}{b}, \quad (2.19)$$

$$H_{y'_n}^i = -H_0 \tilde{\gamma} \sin \frac{\pi(y'_n + b/2)}{b},$$

где  $H_0$  – единичная напряженность магнитного поля в центре раскрыва,

$\tilde{\gamma} = \sqrt{1 - (\lambda/2b)^2}$ ,  $x'_n$ ,  $y'_n$  – оси прямоугольной декартовой системы координат

с началом, помещенном в центре раскрыва волновода (рис. 2.14). Отметим, что максимальный допустимый период решетки, предназначенной для сканирования в малом секторе, может составлять значительную величину ( $d_m > 1.4\lambda$  при  $\theta_m \leq 20^\circ$ ). Как будет указано ниже, вертикальный размер волновода также будет достаточно большим ( $b > \lambda$ ). При расчете поля излучения из открытого конца такого волновода отражением и взаимными связями в решетке можно пренебречь [1] и применить метод Гюйгенса-Кирхгофа с использованием невозмущенного поля падающей волны (2.19). В результате получим следующие выражения для составляющих плотности тока на цилиндре

$$J_{nx}(\mathbf{r}') = \tilde{F}_n(u_n, v_n)[(1 - v_n^2 + \tilde{\gamma}w_n)\cos(\psi_0 - \psi/2) + (w_n + \tilde{\gamma})v_n \sin(\psi_0 - \psi/2)],$$

$$J_{ny}(\mathbf{r}') = -\tilde{F}_n(u_n, v_n)u_n v_n \cos(\psi/2),$$

$$J_{nz}(\mathbf{r}') = -\tilde{F}_n(u_n, v_n)u_n v_n \sin(\psi/2),$$
(2.20)

где

$$\tilde{F}_n(u_n, v_n) = H_0 \frac{ikabe^{ikr'_n}}{4r'_n} F_n(u_n, v_n),$$

$$F_n(u, v) = \frac{\sin(kau/2)}{kau/2} \frac{\cos(kbv/2)}{(\pi/2)^2 - (kbv/2)^2},$$

$$u_n = x'_n / r'_n, \quad v_n = y'_n / r'_n, \quad w_n = z'_n / r'_n,$$

$$r'_n = \sqrt{\rho^2 + x_n'^2}, \quad x'_n = x' - x_n,$$

$$y'_n = -y' \cos \psi_0 - z' \sin \psi_0,$$

$$z'_n = y' \sin \psi_0 - z' \cos \psi_0$$

и  $x_n$  – координата центра раскрыва  $n$ -го волновода.

При численных расчетах интеграла (2.18) его удобно представить в форме

$$I_n(\theta, \varphi) = \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \mathbf{j}(\mathbf{r}') e^{ik\Phi(\mathbf{r}', \theta, \varphi)} d\psi dx', \quad (2.21)$$

где  $\mathbf{j}(\mathbf{r}') = \mathbf{J}_n(\mathbf{r}') e^{-ikr'_n} \rho / \cos(\psi/2)$  и  $\Phi(\mathbf{r}', \theta, \varphi) = r'_n - (\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}})$ , и после этого применить метод Людвига [166].

Вычислив ДН (2.17), рассчитываем коэффициент усиления (КУ) антенны по формуле

$$G(\theta, \varphi) = \frac{k^2 \eta}{8\pi P^i} |\mathbf{F}(\theta, \varphi)|^2, \quad (2.22)$$

где

$$P^i = \frac{\tilde{\gamma} \eta H_0^2 ab}{4} \sum_{n=1}^N |A_n|^2$$

– полная мощность, подводимая к раскрывам волноводов.

#### 2.4.2. Предельный достижимый коэффициент усиления антенны.

Результаты расчетов или измерений, полученные при исследовании той или иной антенны, часто бывает полезно сравнивать с ее предельно достижимыми модельными характеристиками. В качестве одной из моделей для рассматриваемой антенны возьмем бесконечную (в горизонтальной плоскости) линейную решетку с периодом  $d$ , облучающую бесконечный параболический цилиндр, размер раскрыва которого в вертикальной плоскости равен  $L_y$ . Так как площадь раскрыва такой антенны, приходящаяся на один элемент решетки, составляет  $L_y d$ , то предельный достижимый КУ элемента решетки при сканировании будет равен

$$G_{e,m} = \frac{4\pi L_y d}{\lambda^2} \cos \theta, \quad (2.23)$$

где угол  $\theta$  отмеряется от нормали к раскрытию (оси  $z$ , рис. 2.14). Учитывая связь ширины  $2\theta_m$  идеальной секторной ДН с периодом решетки  $d$ , приведенную выше, выражение (2.23) можно переписать в виде

$$G_{e,m} = \frac{2\pi L_y}{\lambda \sin \theta_m} \cos \theta, \quad (2.24)$$

причем КУ идеального элемента (2.24) равен нулю при  $|\theta| > \theta_m$ .

Представляет интерес сопоставить КУ (2.24) с результатами, следующими из рассмотрения вертикального равномерно возбужденного линейного излучателя длиной  $L_y$ . Этот излучатель имеет осесимметричную ДН в горизонтальной плоскости, и при  $L_y \gg \lambda$  его КУ равен  $2L_y/\lambda$ , [64]. Если теперь излучаемую мощность равномерно распределить в горизонтальном секторе шириной  $2\theta_m$ , то КУ возрастет в  $2\pi/(2\theta_m)$  раз и составит

$$G_L = \frac{2\pi L_y}{\lambda \theta_m}. \quad (2.25)$$

Сравнивая (2.24) и (2.25), можно заключить, что  $G_{e,m} \rightarrow G_L$  при  $\theta_m \rightarrow 0$  и, кроме того,

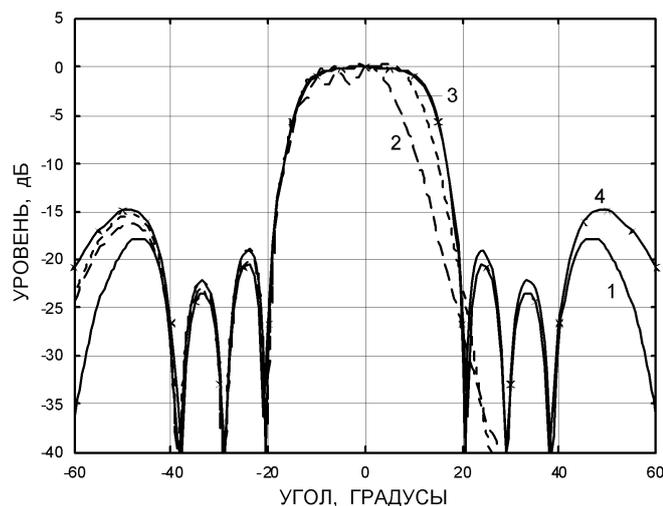
$$\frac{1}{\theta_m} \int_0^{\theta_m} G_{e,m}(\theta) d\theta = G_L,$$

т.е. средний КУ (2.24) идеального элемента бесконечной параболической гибридной антенны в секторе сканирования равен КУ осесимметричной линейной антенны, умноженному на отношение  $\pi/\theta_m$ .

Простые соотношения, приведенные выше, будут использованы ниже. Они также могут оказаться полезными при оценке качества антенн базовых станций с секторными ДН.

**2.4.3. Результаты, сравнение и обсуждение.** Алгоритм, приведенный в Разделе 2.4.1, был реализован в программе, написанной на языке Фортран-90. Работа программы была проверена расчетом ПЦА, рассмотренной в [148]. Тесты, в частности, показали, что результаты, полученных при использовании ячеек размером  $\lambda \times \lambda$  в методе Людвига [166], практически не отличаются от результатов, соответствующих ячейкам размером  $0.5\lambda \times 0.5\lambda$ . После тестирования было проведено численное исследование характеристик рассматриваемой антенны. Результаты, обсуждаемые ниже, получены для антенны с параметрами  $\psi_1 = 5^\circ$ ,  $\psi_2 = 98^\circ$  и  $\psi_0 = 65^\circ$ , близкими к аналогичным параметрам антенны в [158] и соответствующими рекомендациям, данным в [64]. Фокусное расстояние  $f = 27\lambda$  выбрано так, что  $L_y = 59.76\lambda$ , т.е. вертикальный размер раскрыва практически такой же, как в фокусаторе [189]. Выбранный вертикальный размер раскрыва волновода  $b = 1.1\lambda$  обеспечивает снижение уровня амплитудного распределения поля на верхнем и нижнем краях раскрыва антенны до  $\approx -10$  дБ относительно максимума. Выбор периода решетки  $d$  основан на анализе формы множителя подрешетки (рис. 2.9(а)) для схемы, показанной на рис. 2.15. Если требуется, чтобы уровень побочного интерференционного максимума не превышал, например,  $-15$  дБ при сканировании главного луча в заданном секторе  $-\theta_m \leq \theta \leq \theta_m$ , то  $d$  следует взять в  $\xi \approx 1.4$  раз меньше, чем максимальный допустимый период  $d_m = 0.5\lambda / \sin \theta_m$ . Для  $\theta_m = 10^\circ$ , как в [189], возьмем  $d = 2.056\lambda$  и пренебрежем толщиной стенок волноводов, т.е. предположим, что  $a = d/2$ .

Сначала рассмотрим влияние рефлектора на диаграмму направленности одной подрешетки, т.е. зададим  $M=1$  и, соответственно,  $N=6$  в (2.15) и (2.17). Нормированные ДН антенны с  $L_x=100\lambda$  в горизонтальной плоскости при различном горизонтальном смещении подрешетки  $x_f$  от начала координат приведены на рис. 2.16, где для сравнения также показана ДН подрешетки в



**Рис. 2.16.** Нормированная ДН в плоскости сканирования антенны, облучаемой подрешеткой с  $d=2.056\lambda$  при различном горизонтальном смещении  $x_f$  подрешетки от центра: 1 –  $x_f=0$ , 2 –  $x_f=43.3\lambda$ , 3 –  $x_f=39.8\lambda$ , 4 – ДН подрешетки без цилиндра.

плоскости, проходящей через ось  $x$ , начало координат и нормаль к раскрыву подрешетки. Сравнивая ДН подрешетки без цилиндра (кривая 4) с ДН антенны с подрешеткой, находящейся в центральном положении (кривая 1), можно отметить, что заметные различия имеют место только для боковых лепестков, ближайших к боковым краям цилиндра, которые видны из центра подрешетки под углом  $\approx 62^\circ$ . Смещение подрешетки на  $43.3\lambda$  вправо соответствует облучению правого края под углом  $\approx 10^\circ$  (максимальное отклонение луча антенны). Уровень облучения при этом равен  $-1$  дБ. ДН подрешетки в этом случае (кривая 2) испытывает существенные искажения с правой стороны и в появлении осцилляций на плоской вершине, что, вероятно, объясняется интерференцией краевой волны. Угол облучения левого края рефлектора теперь увеличился, что привело к уменьшению искажений в этой области по сравнению с предыдущим случаем. При меньшем смещении подрешетки, на  $39.8\lambda$ , соответствующем углу облучения правого края  $\approx 15^\circ$  и уровню облучения  $-5$  дБ, искажения заключаются в основном лишь в обрезании правых боковых лепестков (кривая 3). Заметим,

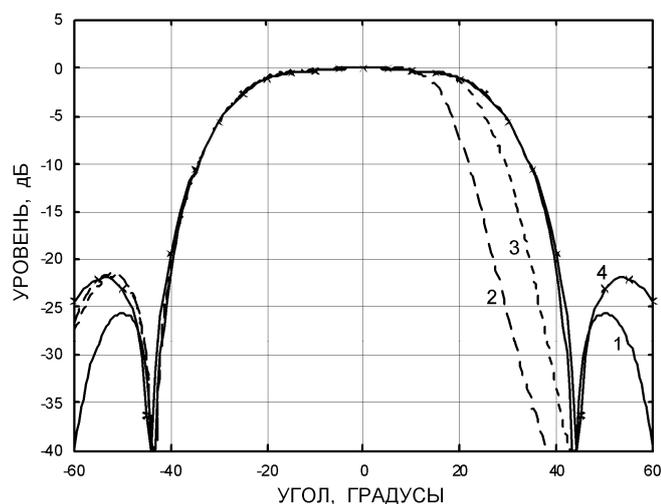
что отрицательные значения угла  $\theta$  на рис. 2.16 соответствуют случаю, когда  $\varphi = 180^\circ$ .

Результаты, приведенные в [227, 290], также показывают, что смещение подрешетки в указанных пределах практически не приводят к изменению формы ДН антенны в вертикальной плоскости.

Расчеты КУ антенны (2.22) в направлении нормали к раскрытию для  $x_f=0$ ,  $43.3\lambda$  и  $39.8\lambda$  дают значения 31.04, 31.88 и 30.92 дБ соответственно, а предельный КУ элемента (2.23) равен 31.89 дБ. С учетом потерь из-за неравномерности облучения в вертикальной плоскости, которые оцениваются в  $\approx 0.35$  дБ, примерно таких же потерь за счет перелива, [159], и аномального краевого эффекта для второго случая, приведенные результаты хорошо согласуются с предельным КУ элемента. Остающиеся незначительные расхождения можно отнести на счет эффектов рассеяния на краях рефлектора, которые не учитываются в данном анализе.

На рис. 2.17 приведены ДН подрешетки в плоскости сканирования при  $d = 1.044\lambda$ , выбранном как указано выше для сектора сканирования  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ . Величины смещения подрешетки  $36.2\lambda$  и  $28.1\lambda$  выбраны так, что правый край рефлектора облучается под углом  $\approx 20^\circ$  и  $\approx 30^\circ$ , соответственно, а уровни облучения оказываются такими же, как и в предыдущем случае. Результаты показывают аналогичное влияние краев рефлектора на форму ДН элемента (подрешетки), за исключением того, что уровень осцилляций на плоской вершине в этом случае оказывается ниже. КУ элемента антенны (2.22) в направлении нормали для  $x_f = 0$ ,  $36.2\lambda$  и  $28.1\lambda$  равен 28.10, 28.05 и 28.09 дБ, а предельный КУ элемента (12) равен 28.94 дБ, т.е. потери оказываются такими же, как и в предыдущем случае.

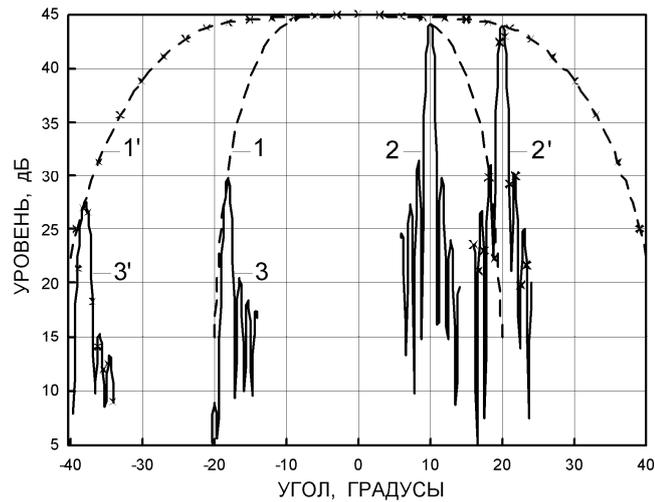
Пусть теперь требуется сканирование лучом шириной  $1^\circ$  по уровню  $-3$  дБ (как в [189]) в горизонтальной плоскости в секторе  $-\theta_m \leq \theta \leq \theta_m$ . Размер решетки с равномерным амплитудным распределением, обеспечивающий



**Рис. 2.17.** Нормированная ДН в плоскости сканирования антенны, облучаемой подрешеткой с  $d=1.044\lambda$  при различном горизонтальном смещении  $x_f$  подрешетки от центра: 1 –  $x_f=0$ , 2 –  $x_f=36.2\lambda$ , 3 –  $x_f=28.1\lambda$ , 4 – ДН подрешетки без цилиндра.

заданную ширину луча, равен  $\approx 50.76\lambda$ . Если  $\theta_m = 10^\circ$  и  $d = 2.056\lambda$ , то число элементов (подрешеток) будет равно  $M = 25$ . Пусть края рефлектора облучаются крайними подрешетками под углом  $15^\circ$ . Тогда длина рефлектора составит  $L_x = 70\lambda$ . КУ антенны в направлении фазирования, рассчитанный по формуле (2.22) для параметров, указанных выше, представлен линией 1 на рис. 2.18.

КУ по нормали, как и для фокусатора [189], равен 45 дБ и снижается на 0.8 дБ на краю сектора, в то время как снижение КУ в [189] составляет 2 дБ. Так как максимальный КУ раскрыва  $70\lambda \times 59.76\lambda$  равен 47.21 дБ, то эффективность использования рефлектора составляет 60% против менее 25% в [189], где поперечный размер фокусатора составляет  $\sim 200\lambda$ , а фокусное расстояние –  $\sim 75\lambda$ . Кроме того, отметим, что в нашем случае число используемых элементов в 1.4 раза превышает минимальное, а в [189] – в 1.7 раз. Если допустить, что края рефлектора облучаются под углом  $10^\circ$ , то  $L_x = 63\lambda$ . В этом случае КУ по нормали изменяется лишь в сотых долях децибела, а эффективность использования рефлектора составит 67%. КУ на



**Рис. 2.18.** КУ антенны с  $d=2.056\lambda$ ,  $M=25$  и  $L_x=70\lambda$ : 1 – в максимуме от угла сканирования, 2 – от угла наблюдения в области главного луча, установленного на край сектора, 3 – от угла наблюдения в области побочного максимума. 1', 2' и 3' –аналогичные характеристики для антенны с  $d=1.044\lambda$ ,  $M=49$  и  $L_x=94\lambda$ .

краю сектора равен 43.95 дБ, т.е. на 0.25 дБ ниже, чем для  $L_x = 70\lambda$ . Таким образом, указанное уменьшение размера рефлектора дает незначительный эффект. Этот эффект будет еще меньше для спадающих амплитудных распределений, применяемым для снижения уровня боковых лепестков. На рис. 6 также представлены зависимости КУ от угла наблюдения в области главного луча, установленного на край сектора  $\theta_0 = 10^\circ$  (кривая 2), и в области интерференционного максимума (кривая 3).

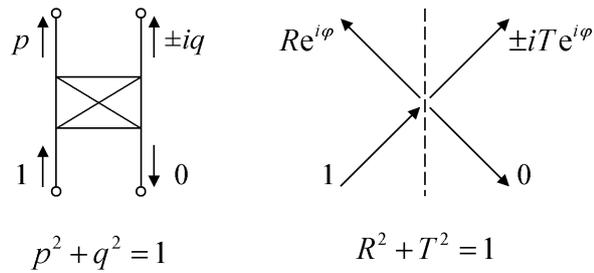
Аналогичные кривые 1', 2' и 3' представлены на рис. 2.18 для антенны, формирующей луч такой же ширины, но с периодом решетки  $d = 1.044\lambda$ , соответствующим сектору сканирования  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ . В этом случае число элементов равно  $M = 49$ , а размер рефлектора  $L_x = 94\lambda$  рассчитан из условия, что края цилиндра облучаются под углом  $30^\circ$ . Снижение КУ на краю сектора сканирования составляет 1 дБ, т.е. лишь на 0.2 дБ ниже, чем для предыдущего случая. Однако, так как размер рефлектора увеличился, то эффективность использования рефлектора снизилась, в данном случае – до 45%.

Таким образом, сравнение с фокусаторной антенной показывает, что ПЦА обеспечивает несколько лучшие характеристики в заданном малом

секторе сканирования. Хотя при этом размер решетки с секторной ДН элемента больше, а ее конструкция сложнее, чем у решетки с фокусатором, она использует меньшее число управляемых элементов, вносящих наибольший вклад в стоимость антенны. Продольный и поперечный размеры ПЦА в плоскости сканирования оказываются значительно меньшими, чем у фокусаторной антенны, например, почти в три раза для сектора сканирования  $\pm 10^\circ$ . Эффективность применения линейной решетки с шахматной схемой в качестве облучателя сферической линзы исследована в [280].

## **2.5. Квазиоптические аналоги шахматной схемы**

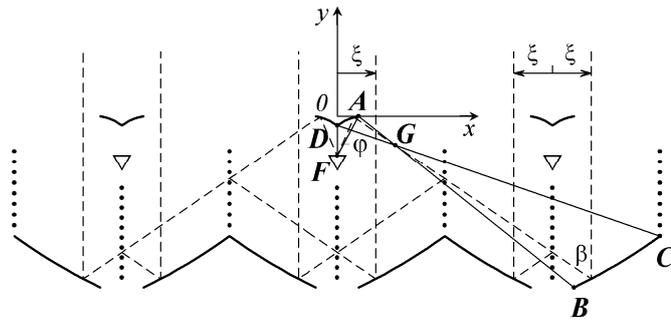
В некоторых радиосистемах слежения за космическими объектами, (см., например, [198]), сопровождение объекта осуществляется механическим поворотом антенны в широком секторе углов в сочетании с электрическим сканированием луча в очень узком, менее одного градуса, секторе. В таких случаях для формирования узких секторных ПДН можно использовать метод многополюсных схем. Однако так как соответствующие межэлементные расстояния могут достигать десятки длин волн, полная длина передающих линий, связывающих элементы в подрешетки, будет очень большой, что может привести к заметным омическим потерям. В связи с этим, представляет интерес рассмотреть альтернативный метод, основанный на использовании квазиоптических схем возбуждения требуемых перекрывающихся подрешеток. Этот новый метод, впервые описанный в [274], основан на том факте, что полупрозрачные экраны типа диэлектрических пластин или проволочных сеток в некоторых случаях можно трактовать как оптические аналоги направленных ответвителей, что поясняется на рис. 2.19. Используя этот факт, можно построить множество схем квазиоптического формирования перекрывающихся подрешеток, состоящих из крупноапертурных зеркальных



**Рис. 2.19.** Схема направленного ответвителя и его квазиоптический аналог в виде полупрозрачного экрана.

или линзовых антенн. Одним из примеров является линейная решетка двухзеркальных антенн, рассмотренная в [223].

**2.5.1. Особенности геометрии решетки.** Решетка, сечение которой в плоскости сканирования показано рис. 2.20 и геометрия которой считается независимой от переменной  $z$ , построена следующим образом. Каждая ячейка решетки, отделенная от соседних ячеек вертикальными полупрозрачными экранами, называемыми ниже первичными, содержит основной параболический рефлектор, эллиптический контррефлектор, облучатель и полупрозрачный экран, называемый вторичным, расположенный вертикально в плоскости симметрии ячейки. Особенность этого построения состоит в том, что основной рефлектор образован правой и левой параболами с фокусами, находящимися в левой и правой соседних ячейках соответственно. Эллиптический контррефлектор, играющий здесь роль квазиоптического делителя мощности, также состоит из двух частей. Они имеют один общий фокус  $F$ , совпадающий с фазовым центром облучателя. Два других фокуса контррефлектора (один из них находится в точке  $G$ ) совпадают с фокусами правой и левой парабол правой и левой соседних ячеек соответственно. Как показывает ход лучей на рис. 2.20, волны, излученные облучателем, направляются контррефлектором на внешние параболы соседних ячеек. Однако, после частичного отражения от полупрозрачных экранов, играющих роль квазиоптических направленных ответвителей, волны доходят до всех



**Рис. 2.20.** Квазиоптическая схема подрешетки двухзеркальных антенн.

парабол трех ячеек, в результате чего образуется трехэлементная подрешетка, которую можно трактовать как квазиоптический аналог однокаскадной шахматной схемы, показанной на рис. 2.15.

Геометрические параметры решетки рассчитываются следующим образом. Пусть полуширина контррефлектора  $a$ , полуширина ячейки  $b$ , продольный размер  $h$ , и  $x$ -координата  $x_G$  фокуса  $G$  считаются заданными. Тогда, используя уравнение

$$\rho = \frac{2f}{1 + \cos \beta},$$

записанное для параболы  $BC$  в полярных координатах с центром в фокусе  $G$  (рис. 2.20), где  $f$  – фокусное расстояние параболы  $BC$ , а также уравнение

$$y - y_G = \frac{1}{4f}(x - x_G)^2 - f,$$

записанное для той же параболы в декартовых координатах, показанных на рис. 2.20, для фокусного расстояния параболы  $f$  и  $y$ -координаты ее конца  $C$  получим

$$f = \frac{1}{2} [y_G - y_B + \sqrt{(x_B - x_G)^2 + (y_G - y_B)^2}],$$

$$y_C = y_G + \frac{1}{4f}(x_C - x_G)^2 - f$$

где  $x_B = a + 2b$ ,  $y_B = -h$ ,  $y_G = (x_G - a)y_B / (2b)$  и  $x_C = 3b$ . Положение фокуса  $F$  контррефлектора определяется свойством эллипса, согласно которому

$$AG + AF = DG + DF, \quad (2.26)$$

где

$$AG = \sqrt{(x_G - a)^2 + y_G^2}, \quad AF = \sqrt{a^2 + y_F^2},$$

$$DG = \sqrt{x_G^2 + (y_D - y_F)^2}, \quad DF = y_D - y_F,$$

$$y_D = y_G + \frac{x_G}{x_C - x_G}(y_G - y_C).$$

Решая уравнение (2.26) относительно  $y_F$ , получим

$$y_F = \frac{(y_D - AG + DG)^2 - a^2}{2(y_D - AG + DG)}.$$

Полученные соотношения для геометрии решетки позволяют рассчитать ее характеристики излучения, в частности ДН подрешетки.

**2.5.2. Диаграмма направленности подрешетки.** ДН трехэлементной подрешетки, показанной на рис. 2.20, будем определять апертурным методом (см., например, [64]) путем интегрирования распределения поля по раскрыву подрешетки в плоскости  $y=0$ . Делая соответствующие замены переменной интегрирования для каждой части раскрыва подрешетки (рис. 2.20), представим ДН подрешетки в виде

$$F(\theta) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^3 \int_a^b A_n(\xi) \cos[k(\xi - \xi_n) \sin \theta] d\xi \right|, \quad (2.27)$$

где  $A_1(\xi) = R_1(R_2 + T_2)A_0(\xi)$ ,  $A_2(\xi) = T_1R_2A_0(\xi)$  и  $A_3(\xi) = T_1T_2A_0(\xi)$  – комплексные амплитудные распределения по трем участкам раскрыва;  $R_{1,2}(\beta)$  и  $T_{1,2}(\beta)$  – коэффициенты отражения и прохождения локально плоской волны (луча), падающей на экраны под углом  $\beta$ ;  $A_0(\xi)$  – амплитудное распределение, которое имело бы место на участке раскрыва, соответствующем параболе  $BC$  в отсутствие экранов;  $\xi_1 = 0$ ,  $\xi_2 = 2b$ ,  $\xi_3 = -2b$ ;  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина волны;  $\theta$  – угол наблюдения, отмеряемый от оси  $y$ , и

$$N = \sqrt{b \int_a^b |A_0(\xi)|^2 d\xi}$$

– нормировочный коэффициент, введенный в (2.27) для учета потерь коэффициента использования поверхности (КИП) за счет неравномерности амплитудного распределения на каждом участке раскрыва, включая затенение последнего конррефлектором.

Распределение поля по раскрыву подрешетки зависит от ДН облучателя  $F_0(\varphi)$ , и согласно законам геометрической оптики для данного случая

$$A_0(\xi) = \sqrt{\frac{1 + \cos \beta}{2f} \frac{d\varphi}{d\beta}} F_0(\varphi),$$

где соотношения между  $\xi$ ,  $\beta$  и  $\varphi$  определяются формулами

$$\beta(\xi) = 2 \operatorname{arctg} \frac{2b + \xi - x_G}{2f},$$

$$\varphi(\beta) = \alpha - \operatorname{arcsin} \frac{2e - (1 + e^2) \sin(\beta - \alpha)}{1 + e^2 - 2e \sin(\beta - \alpha)},$$

в которых

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{y_G - y_F}{x_G} \text{ и}$$

$$e = \frac{\sqrt{x_G^2 + (y_G - y_F)^2}}{AG + AF}$$

– эксцентриситет эллипса.

**2.5.3. Результаты расчетов.** Ниже в качестве примера приводятся результаты расчета характеристик решетки, полученные для  $a = 3\lambda$ ,  $b = 25\lambda$ ,  $h = 40\lambda$  и  $x_G = 8\lambda$ . ДН облучателя была взята в виде

$$F_0(\varphi) = \sin(k\Delta \cos \varphi) \cos(ks \sin \varphi),$$

что соответствует двум синфазных нитям электрического тока, расположенным на высоте  $\Delta$  над проводящим экраном на расстоянии  $2s$  друг

от друга. В качестве полупрозрачных экранов использовались диэлектрические пластины толщиной  $t_{1,2}$  и относительной проницаемости  $\varepsilon_{1,2}$ , для которых коэффициенты отражения и прохождения плоской волны E-поляризации рассчитывались по формулам

$$R_j(\beta) = i \frac{(\Psi_{1,j}^2 - \Psi_{0,j}^2) \sin \Psi_{1,j}}{Q_j}, \quad T_j(\beta) = \frac{2\Psi_{0,j} \Psi_{1,j}}{Q_j},$$

где

$$Q_j = [2\Psi_{0,j} \Psi_{1,j} \cos \Psi_{1,j} - i(\Psi_{0,j}^2 + \Psi_{1,j}^2) \sin \Psi_{1,j}] \exp(i\Psi_{0,j}),$$

$$\Psi_{0,j} = kt_j \sin \beta, \quad \Psi_{1,j} = kt_j \sqrt{\varepsilon_j - \cos^2 \beta}$$

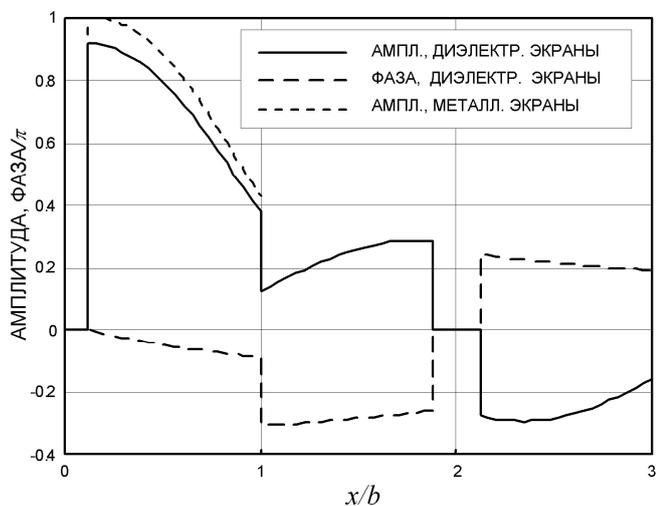
и  $j=1, 2$  для первичных и вторичных экранов соответственно.

Параметры экранов  $h_1 = 0.07\lambda$ ,  $\varepsilon_1 = 14.5$  и  $h_2 = 0.13\lambda$ ,  $\varepsilon_2 = 4.2$  подобраны так, что  $|T_1|$  и  $|T_2|$  для среднего угла облучения экранов близки к величинам 0.438 и 0.74 соответственно, приведенным в Таблице 2.1 для оптимальных параметров направленных ответвителей. Параметры облучателя  $\Delta = 0.48\lambda$  и  $s = 0.3\lambda$  подобраны из условия обеспечения минимального уровня бокового излучения.

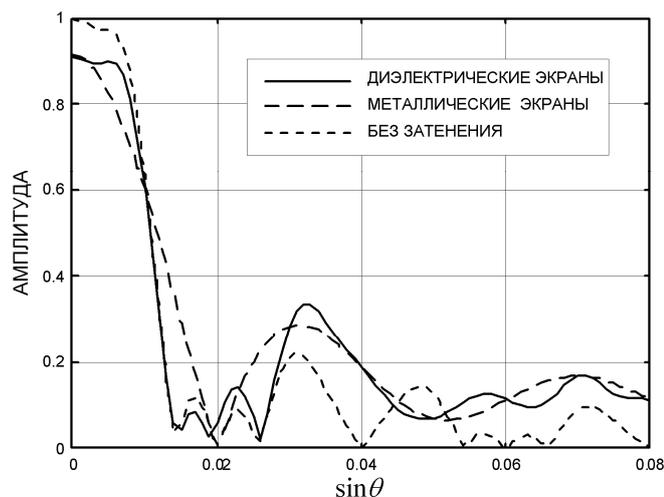
Амплитудные распределения поля по раскрытию подрешетки показаны на рис. 2.21 сплошными кривыми, нормированными на максимум амплитудного распределения, рассчитанного для случая тонких идеально проводящих экранов и показанного на рис. 2.21 пунктирной кривой. Для удобства сравнения амплитудного распределения с кривой  $\sin X/X$ , амплитуда на крайнем участке взята со знаком минус, а фаза соответственно увеличена на  $\pi$ . Фазовые распределения, показанные штриховыми линиями, построены относительно значения фазы в точке  $x = a$  и нормированы на  $\pi$ .

ДН подрешетки (2.27) показана сплошной кривой на рис. 2.22, где для сравнения также показана ДН для случая тонких проводящих экранов (линия с мелкими штрихами), когда излучает только центральная ячейка, и ДН

подрешетки для случая равномерных амплитудных распределений поля по раскрыву каждого излучателя (кривая с крупными штрихами).

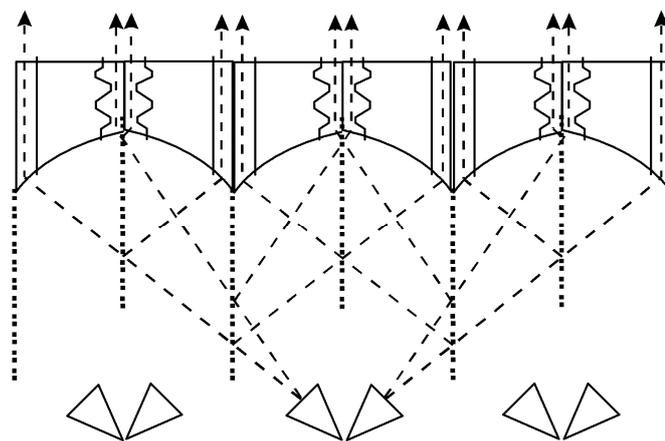


**Рис. 2.21.** Амплитудно-фазовое распределение поля в раскрыве подрешетки.



**Рис. 2.22.** Диаграммы направленности подрешетки двухзеркальных излучателей.

Полученные результаты показывают, что рассмотренная оптическая схема обеспечивает такую же высококачественную форму секторного луча как и однокаскадная схема с ответвителями. Несколько повышенный уровень бокового излучения и соответствующее снижение КИП здесь обусловлено эффектом затенения из-за контррефлектора. Этот эффект здесь



**Рис. 2.23.** Квазиоптическая схема подрешетки с "шнурковыми" линзами в качестве элементов.

пропорционален величине  $a/b$ . В двумерно-периодических системах эффект затенения, пропорциональный  $(a/b)^2$ , будет поэтому существенно менее заметен. Для квазиоптических схем с линзовыми антеннами в качестве элементов, одна из которых показана на рис. 2.23, а другие приведены в обзорах [225, 251, 274, 281, 283], эффект затенения будет отсутствовать вообще.

### ГЛАВА 3. РЕШЕТКИ СВЯЗАННЫХ ДВУХМОДОВЫХ ВОЛНОВОДОВ

Как показано в предыдущей главе, перекрывающиеся амплитудные распределения, соответствующие секторным ПДН, могут быть сформированы либо при использовании нескольких (не менее двух) излучателей в ячейке, либо при возбуждении не менее двух первых мод в раскрыве одного излучателя, занимающего всю ячейку. Последний случай был реализован в [171] и [173], а также рассмотрен в [215]. В данной решетке первая четная и первая нечетная волноводные моды возбуждаются через проходной многополюсник, состоящий из делителей мощности и направленных ответвителей, как показано в предыдущей главе на рис. 2.4. Это решение является довольно эффективным для волноводно-рупорных решеток. Однако для частных случаев расположения излучателей, когда двухмодовые волноводные секции имеют общие стенки, конструкция решетки может быть существенно упрощена, если возбуждение необходимых мод осуществлять обычными щелями в общих стенках волноводов вместо многополюсников. В литературе описаны случаи применения элементов связи между линиями передачи в ФАР для обеспечения широкоугольного согласования [25, 132]. Щели в стенках волноводов использовались также для согласования экспериментальной решетки, показанной на рис. 2.11. Возможности такого подхода для формирования секторной ДН элемента были впервые исследованы в [214] при строгой постановке электродинамической задачи для идеализированной геометрии решетки в предположении бесконечно тонких стенок волноводов и в отсутствии одномодовых питающих волноводов, обычно используемых на практике. Улучшенные модели, более близкие к практике, были рассмотрены в [222, 250] для линейной решетки плоскопараллельных волноводов, сканирующей в  $E$ -плоскости, и в [220] для

линейной решетки плоскопараллельных волноводов, сканирующей в Н-плоскости.

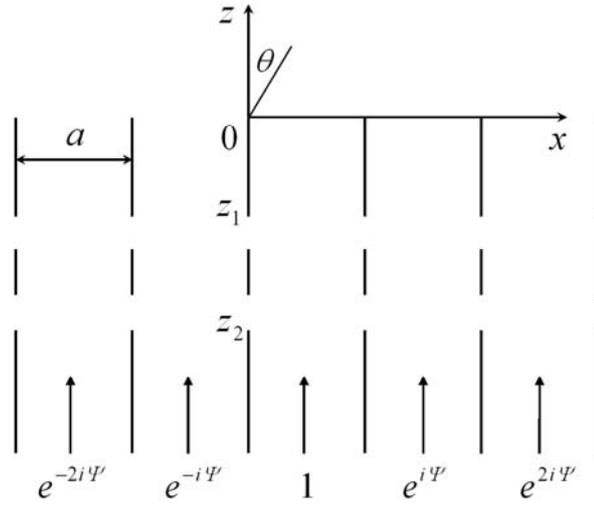
### 3.1. Упрощенная модель

Рассмотрим двумерную задачу об излучении Н-поляризованных волн из бесконечной решетки полубесконечных плоскопараллельных волноводов шириной  $a$ , в стенках которых прорезаны идентичные щели. Геометрия решетки для случая двухщелевых элементов связи показана на рис. 3.1. Стенки волноводов будем считать бесконечно тонкими и идеально проводящими. Пусть волноводы возбуждаются ТЕМ-волнами с магнитным полем

$$H_y^i(x, z) = e^{ikz + im\Psi}, \quad (3.1)$$

та  $ma < x < (m+1)a$ ,  $m = 0, \pm 1, \dots$ , удовлетворяющим условию Флоке [68] с параметром  $\Psi$  (гармоническая зависимость от времени выбрана в виде  $e^{-i\omega t}$ ), и требуется определить поле, излученное в свободное пространство и отраженное в волноводы.

Для решения задачи введем в рассмотрение магнитные токи, лежащие на металлизированных плоских поверхностях в области щелей и эквивалентные касательным составляющим электрического поля в щелях. Пусть  $J_y^m(z)$  – плотность магнитного тока в области щелей при  $x = +0$ . Тогда, для обеспечения непрерывности касательной составляющей электрического поля в щелях плотность магнитного тока при  $x = -0$  должна быть равна  $-J_y^m(z)$ . Кроме того, поскольку полное поле при возбуждении (3.1) так же, как и (3.1), должно удовлетворять условию Флоке с параметром  $\Psi$ , плотность тока при  $x = a - 0$  должна быть равна  $-J_y^m(z) \exp(i\Psi)$ . Магнитное поле такой системы токов в волноводе с номером 0 (рис. 3.1) будет определяться формулой



**Рис. 3.1.** Геометрия решетки плоскопараллельных волноводов с щелевыми элементами связи.

$$H_{y1}(x, z) = -k \int_L f(z') \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n e^{i\Psi}}{(1 + \delta_{n0}) \gamma_n a} \cos \frac{n\pi x}{a} e^{i\gamma_n |z - z'|} dz', \quad (3.2)$$

где  $f(z) = J_y^m(z) / \eta$ ,  $\eta = (\mu_0 / \varepsilon_0)^{1/2}$  – волновое сопротивление свободного пространства,  $L \in [z_1, z_2]$  – область щелей,

$$\gamma_n = [k^2 - (n\pi / a)^2]^{1/2} = i[(n\pi / a)^2 - k^2]^{1/2} \quad (3.3)$$

– постоянные распространения волноводных волн и  $\delta_{mn}$  – символ Кронекера. Поле магнитных токов в других волноводах будет отличаться от поля (3.2) лишь множителем  $\exp(im\Psi)$ , где  $m$  – номер волновода. Для точек наблюдения, находящихся вне полосы  $z_2 \leq z \leq z_1$ , выражение (3.2) можно переписать в виде

$$H_{y1}(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{\pm} \cos \frac{n\pi x}{a} e^{\pm i\gamma_n z}, \quad (3.4)$$

где

$$A_n^{\pm} = -k \frac{1 - (-1)^n e^{i\Psi}}{(1 + \delta_{n0}) \gamma_n a} \int_L f(z') e^{\mp i\gamma_n z'} dz', \quad (3.5)$$

причем верхние знаки в (3.4) и (3.5) следует брать при  $z > z_1$ , а нижние – при  $z < z_2$ .

Таким образом, вместе с полем (3.1) к раскрытию решетки приходят также волноводные гармоники (3.4) с амплитудами  $A_n^+$  (3.5). Задача о таком возбуждении решетки плоскопараллельных волноводов допускает строгое решение. Применяя метод факторизации [20, 68], и принцип суперпозиции, для рассеянного (излученного и отраженного) поля получим

$$H_y^s(x, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} B_q e^{i\alpha_q x + i\Gamma_q z}, \quad z > 0, \quad (3.6)$$

$$H_y^s(x, z) = H_{y1}(x, z) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos \frac{n\pi x}{a} e^{-i\gamma_n z}, \quad z < 0, \quad (3.7)$$

где

$$B_q = \frac{\alpha_q G_+(\Gamma_q)}{i(k + \Gamma_q)\Gamma_q a} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\delta_{m0} + A_m^+)(k + \gamma_m)}{2G_+(\gamma_m)} \frac{1 - (-1)^m e^{-i\Psi}}{\gamma_m - \Gamma_q}, \quad (3.8)$$

$$\alpha_q = (\Psi + 2\pi q)/a, \quad \Gamma_q = (k^2 - \alpha_q^2)^{1/2} = i(\alpha_q^2 - k^2)^{1/2}, \quad (3.9)$$

$$A_n = -\frac{1 - (-1)^n e^{i\Psi}}{1 + \delta_{n0}} \frac{k + \gamma_n}{\gamma_n G_+(\gamma_n)} \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\delta_{m0} + A_m^+)(k + \gamma_m)}{2G_+(\gamma_m)} \frac{1 - (-1)^m e^{-i\Psi}}{\gamma_m + \gamma_n}, \quad (3.10)$$

$$G_+(\alpha) = \left( \frac{\cos(ka) - \cos\Psi}{\sin(ka)/ka} \right)^{1/2} \exp\left( \frac{i\alpha a}{\pi} \ln 2 \right)$$

$$\times (1 + \alpha/\Gamma_0) \prod_{p=1}^{\infty} \frac{(1 + \alpha/\Gamma_p)(1 + \alpha/\Gamma_{-p})}{1 + \alpha/\gamma_p}$$

Амплитуды (3.8) гармоник Флоке поля в свободном пространстве и амплитуды  $A_n^- + A_n$  волн, отраженных в волноводы, определяются через неизвестную пока функцию  $f(z)$ , пропорциональную плотности эквивалентного магнитного тока. Для нахождения этой функции воспользуемся условием непрерывности касательной составляющей полного магнитного поля в щелях. В результате получим интегральное уравнение

$$\int_L G(z, z') f(z') dz' = g(z), \quad z \in L, \quad (3.11)$$

ядро и правая часть которого определяются формулами

$$G(z, z') = \frac{2k}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n \cos \Psi}{1 + \delta_{n0}} \left[ \frac{e^{i\gamma_n |z-z'|}}{\gamma_n} - \frac{(k + \gamma_n) e^{-i\gamma_n z'}}{\gamma_n G_+(\gamma_n)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1 - (-1)^m \cos \Psi}{1 + \delta_{m0}} \frac{(k + \gamma_m) e^{-i\gamma_m z}}{\gamma_m (\gamma_m + \gamma_n) G_+(\gamma_m)} \right], \quad (3.12)$$

$$g(z) = (1 - e^{-i\Psi}) \left[ e^{ikz} - \frac{2k}{G_+(k)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1 - (-1)^m \cos \Psi}{1 + \delta_{m0}} \frac{e^{-i\gamma_m z}}{\gamma_m G_+(\gamma_m)} \right]. \quad (3.13)$$

Уравнение (3.11) решалось методом моментов, после чего вычислялись амплитуды (3.5), (3.8) и (3.10). Контроль точности расчетов осуществлялся путем проверки выполнения соотношения энергетического баланса

$$\sum_n \frac{|A_n^- + A_n|^2 \gamma_n}{(2 - \delta_{n0})k} + \sum_q \frac{|B_q|^2 \Gamma_q}{k} = 1, \quad (3.14)$$

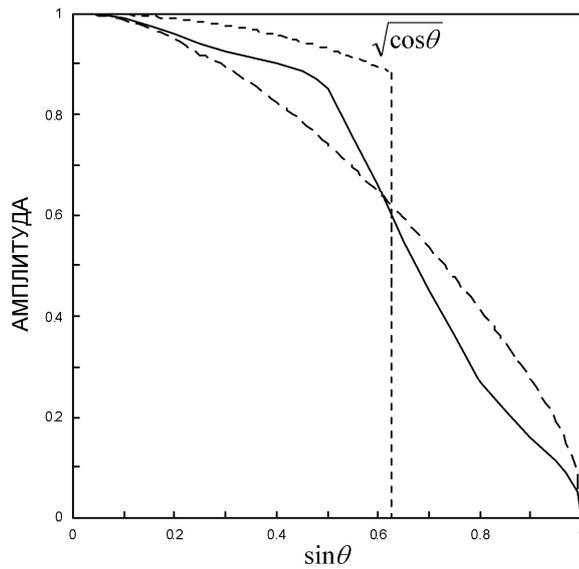
где суммирование проводится только по распространяющимся волноводным волнам и гармоникам Флоке. Во всех расчетах погрешность выполнения (3.14) не превышала 0.01%.

ДН элемента решетки, как уже отмечалось ранее, определяется амплитудой гармоники Флоке (3.8) нулевого порядка, умноженной на  $\cos \theta$  (рис. 3.1). В результате для ДН элемента получим выражение

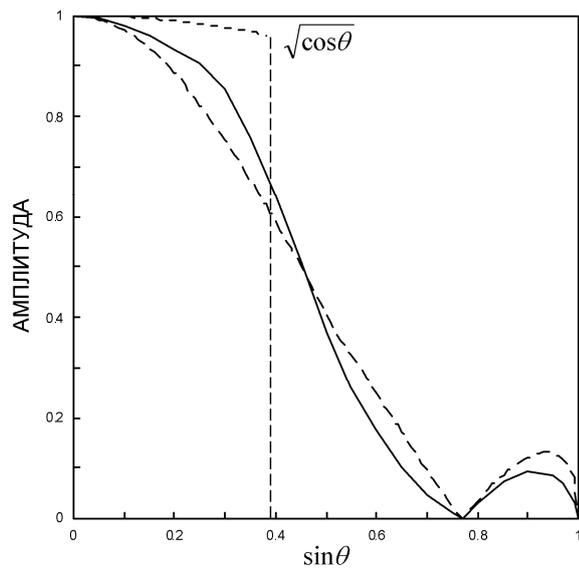
$$F(\Psi) = \frac{\alpha_0 G_+(\Gamma_0)}{i(k + \Gamma_0)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\delta_{m0} + A_m^+)(k + \gamma_m)}{2ka G_+(\gamma_m)} \frac{1 - (-1)^m e^{-i\Psi}}{\gamma_m - \Gamma_0}, \quad (3.15)$$

в котором фазу  $\Psi$  следует заменить на  $ka \sin \theta$ .

Примеры рассчитанных ДН элемента решетки с периодом  $0.8\lambda$  и  $1.3\lambda$  показаны на рис. 3.2 и 3.3 соответственно. В первом случае в каждой стенке имеется только одна щель, а во втором – две щели одинаковой ширины  $\Delta$ . Положение щелей (отрезок  $[z_1, z_2]$ ) и их ширина  $\Delta$  подбирались таким образом, чтобы обеспечить наиболее медленное снижение уровня ДН элемента в секторе  $\sin \theta \leq 0.7\lambda/(2a)$ , что соответствует коэффициенту использования управляемых элементов, приблизительно равному 1.4.



**Рис. 3.2.** ДН элемента решетки с одиночными щелями при  $a=0.8\lambda$ ,  $z_1=-0.54\lambda$ ,  $z_2=-0.96\lambda$ , и  $\Delta=0.42\lambda$ .



**Рис. 3.3.** ДН элемента решетки с двойными щелями при  $a=1.3\lambda$ ,  $z_1=-0.82\lambda$ ,  $z_2=-2.3\lambda$ , и  $\Delta=0.12\lambda$ .

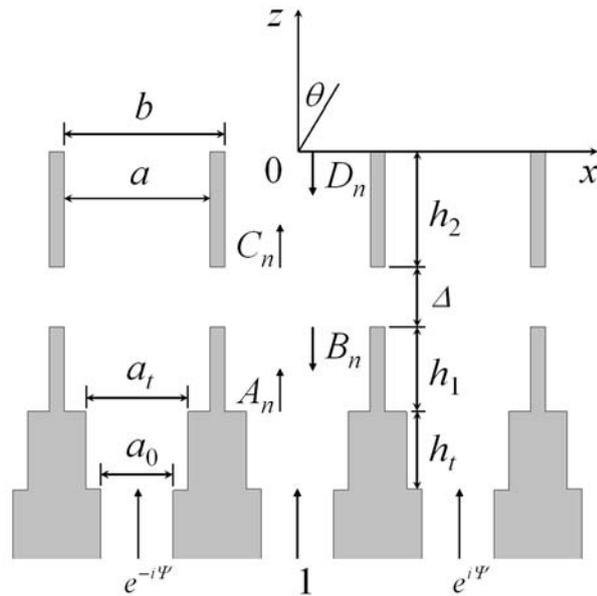
Как видно из рисунков, где также приведены ДН элемента решетки в отсутствие щелей, введение щелевых элементов позволяет повысить уровень ДН на краю указанного сектора приблизительно на 1 дБ. Однако, уровень полученной ДН еще заметно ниже максимально достижимого (идеального) уровня равного  $\sqrt{\cos\theta}$ . Очевидно, что причиной является недостаточно

сильное возбуждение раскрыва решетки волнами высших типов, в частности – нечетной волной  $TM_1$ , за счет того, что только часть их мощности уходит от щелей к раскрыву, а другая часть сразу уходит от щелей вниз и поэтому не вносит вклад в характеристик излучения. Для исправления ситуации следует использовать одномодовые питающие волноводы, пристыкованные к связанным многомодовым волноводным секциям. В этом случае, распространяющиеся волны высших типов, уходящие вниз от щелей будут отражаться от стыка секций, возвращаться к раскрыву, и, тем самым, участвовать в формировании ДН. Такая улучшенная модель решетки рассматривается ниже.

### **3.2. Усовершенствованная модель для сканирования в $E$ -плоскости**

**3.2.1. Геометрия и возбуждение решетки.** Продольное сечение усовершенствованной решетки показано на рис. 3.4. Решетка представляет собой периодическую структуру ступенчатых плоскопараллельных волноводов, верхние секции которых имеют ширину  $a$  и толщину стенок  $b - a$ , где  $b$  – период структуры. Указанные секции симметрично присоединены к нижним полубесконечным секциям шириной  $a_0$  через промежуточные секции длиной  $h_t$  и шириной  $a_t$ . В стенках верхних секций имеются щели шириной  $\Delta$ , расположенные на расстоянии  $h_1$  от промежуточных секций и на расстоянии  $h_2$  от раскрыва.

Будем считать, что нижние секции возбуждаются ТЕМ-волнами единичной амплитуды и с прогрессивным набегом фазы  $\Psi$  от волновода к волноводу. При рассеянии ТЕМ-волн в рассматриваемой структуре возбуждаются ТМ-волны с ненулевыми составляющими напряженности электрического поля  $E_x$  и  $E_z$  и магнитного поля  $H_y$ , и таким образом, в решетке осуществляется сканирование в  $E$ -плоскости.



**Рис. 3.4.** Геометрия решетки связанных ступенчатых плоскопараллельных волноводов для сканирования в  $E$ -плоскости.

Далее будем предполагать, что нижние волноводные секция являются одномодовыми, а верхние – двухмодовыми, т.е.  $a_0 < \lambda/2$  и  $\lambda/2 < a < \lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны. Характеристики излучения решетки будут зависеть от амплитудно-фазовых соотношений между ТЕМ-волной и ТМ-волнами высших порядков, приходящих к раскрыву. Указанные соотношения определяются геометрией структуры, и задача, таким образом, состоит в определении величин геометрических параметров, при которых потери КУ решетки при сканировании в секторе, соответствующем заданному периоду будут минимальными.

**3.2.2. Математическая модель решетки.** Для расчета характеристик решетки, описанной выше, наиболее предпочтительным представляется использование хорошо известного метода обобщенных матриц рассеяния [68]. Пусть  $S$  – обобщенная матрица рассеяния ступенчатого перехода между одномодовой и двухмодовой волноводными секциями,  $R^{(1)}$  и  $T^{(1)}$  – матрицы коэффициентов отражения и прохождения соответственно для системы щелей в стенках двухмодовых секций, а  $R^{(2)}$  и  $T^{(2)}$  – аналогичные матрицы для

раскрыва решетки при его возбуждении со стороны волноводов. Будем считать, что матрицы  $R^{(1)}$ ,  $T^{(1)}$  и  $R^{(2)}$  имеют размер  $N \times N$ , где  $N$  – число учитываемых волн в двухмодовых секциях, матрица  $T^{(2)}$  – размер  $Q \times N$ , где  $Q$  – число распространяющихся пространственных гармоник поля, излученного в свободное пространство над решеткой, и матрица  $S$  – размер  $(N+1) \times (N+1)$ , причем ее первые  $N \times N$  элементов являются коэффициентами отражения от перехода со стороны двухмодовых секций. Все элементы указанных матриц за исключением матрицы  $S$  зависят от управляющей фазы  $\Psi$ . Используя введенные в рассмотрения матрицы, для комплексных амплитуд волн, уходящих от перехода к щелям ( $A_n$ ), от щелей к переходу ( $B_n$ ), от щелей к раскрыву ( $C_n$ ) и от раскрыва к щелям ( $D_n$ ) (рис. 3.4), получим следующую систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}
A_m - \sum_{n=1}^N e_n^{(1)} S_{mn} B_n &= S_{m,N+1}, \\
-\sum_{n=1}^N e_n^{(1)} R_{mn}^{(1)} A_n + B_m - \sum_{n=1}^N e_n^{(2)} T_{mn}^{(1)} D_n &= 0, \\
-\sum_{n=1}^N e_n^{(1)} T_{mn}^{(1)} A_n + C_m - \sum_{n=1}^N e_n^{(2)} R_{mn}^{(1)} D_n &= 0, \\
-\sum_{n=1}^N e_n^{(2)} R_{mn}^{(2)} C_n + D_m &= 0,
\end{aligned} \tag{3.16}$$

где  $m = 1, 2, \dots, N$ , (в отличие от предыдущего раздела, нумерация волноводных волн начинается не с 0, а с 1, что сделано для удобства при дальнейшем рассмотрении);  $e_n^{(j)} = \exp(i\gamma_n h_j)$ ,  $j = 1$  или  $2$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  – длины нижней и верхней частей двухмодовых секций (рис. 3.4), и

$$\gamma_n = \sqrt{k^2 - \left[ \frac{(n-1)\pi}{a} \right]^2} = i \sqrt{\left[ \frac{(n-1)\pi}{a} \right]^2 - k^2} \tag{3.17}$$

– постоянные распространения волн в двухмодовых секциях.

После решения системы (3.16) легко рассчитать коэффициент отражения решетки

$$R(\Psi) = S_{N+1,N+1} + \sum_{n=1}^N e_n^{(1)} S_{N+1,n} B_n(\Psi), \quad (3.18)$$

амплитуды пространственных гармоник поля над решеткой

$$T_q(\Psi) = \sum_{n=1}^N e_n^{(2)} T_{qn}^{(2)}(\Psi) C_n(\Psi) \quad (3.19)$$

и ДН элемента решетки

$$F(\theta) = \sqrt{\frac{b}{a_0}} |T_0(kb \sin \theta)| \cos \theta, \quad (3.20)$$

соответствующую единичной мощности падающей ТЕМ-волны в одномодовом волноводе.

Приведенный алгоритм позволяет проводить расчеты характеристик решетки при заданных величинах ее геометрических параметров. Необходимые для этого элементы обобщенных матриц рассеяния перехода, щелей и раскрыва рассчитываются с использованием также хорошо известного метода проекционного сшивания гармоник на границе частичных областей [112, 119]. Методика и подробности реализации указанного метода для рассматриваемой структуры приведены в [34]. Пример расчета элементов обобщенной матрицы рассеяния щелей и раскрыва решетки приведен в Приложении 3.1.

### 3.2.3. Предельные характеристики при двухмодовом возбуждении.

Хотя, как отмечалось выше, поле излучение решетки формируется бесконечным числом волноводных волн, приходящих к раскрыву, наибольший вклад будут вносить две первые распространяющиеся гармоники: ТМ<sub>1</sub> (или ТЕМ) и ТМ<sub>2</sub>, доходящие до раскрыва двухмодового волновода без затухания. В связи с этим, представляет интерес рассмотреть

вспомогательную задачу: определить, в каких амплитудно-фазовых соотношениях должны подходить две указанные волны к раскрыву, чтобы ДН волновода в решетке достигала максимального уровня для заданного угла наблюдения.

Итак, пусть к раскрыву двухмодового волновода подходят волны  $TM_1$  и  $TM_2$  с вещественными амплитудами  $C_1$  и  $C_2$ , и фазами  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  соответственно, измеряемыми, например, относительно плоскости раскрыва, причем указанные амплитуды удовлетворяют условию нормировки по суммарной мощности

$$\gamma_1 a C_1^2 + \frac{\gamma_2 a}{2} C_2^2 = 1, \quad (3.21)$$

где постоянные распространения  $\gamma_n$  определяются формулой (3.17).

Пусть также  $F_1(\theta)$  и  $F_2(\theta)$  – амплитудные ДН волновода при его возбуждении волнами  $TM_1$  и  $TM_2$  единичной мощности, а  $\Phi_1(\theta)$  и  $\Phi_2(\theta)$  – соответствующие фазовые диаграммы. Тогда комплексную ДН волновода при его одновременном возбуждении двумя волнами можно записать в виде

$$F = \alpha C_1 F_1 e^{i(\Psi_1 + \Phi_1)} + \beta C_2 F_2 e^{i(\Psi_2 + \Phi_2)},$$

где  $\alpha = (\gamma_1 a)^{1/2}$ ,  $\beta = (\gamma_2 a/2)^{1/2}$ . С учетом этого выражения ДН волновода по мощности будет определяться формулой

$$P = FF^* = (\alpha C_1 F_1)^2 + (\beta C_2 F_2)^2 + 2\alpha\beta C_1 F_1 C_2 F_2 \cos(\Delta\Phi + \Delta\Psi), \quad (3.22)$$

где  $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$  и  $\Delta\Psi = \Psi_2 - \Psi_1$ .

Очевидно, что максимум функции (3.22) будет достигаться, прежде всего, когда комплексные ДН складываются в фазе, т.е. при

$$\Delta\Psi = -\Delta\Phi + 2\pi n, \quad n=0, \pm 1, \dots \quad (3.23)$$

Для оптимизации амплитудных соотношений выразим  $C_1$  через  $C_2$  из (3.21), подставим полученное выражение в (3.22), и приравняем  $\partial P / \partial C_2$  к нулю. Тогда, с учетом (3.23), получим уравнение

$$F_2 - \frac{\beta C_2 F_1}{\sqrt{1 - \beta^2 C_2^2}} = 0,$$

откуда

$$C_2 = \frac{F_2}{\beta \sqrt{F_1^2 + F_2^2}}. \quad (3.24)$$

Используя (3.24) и условие (3.21), найдем

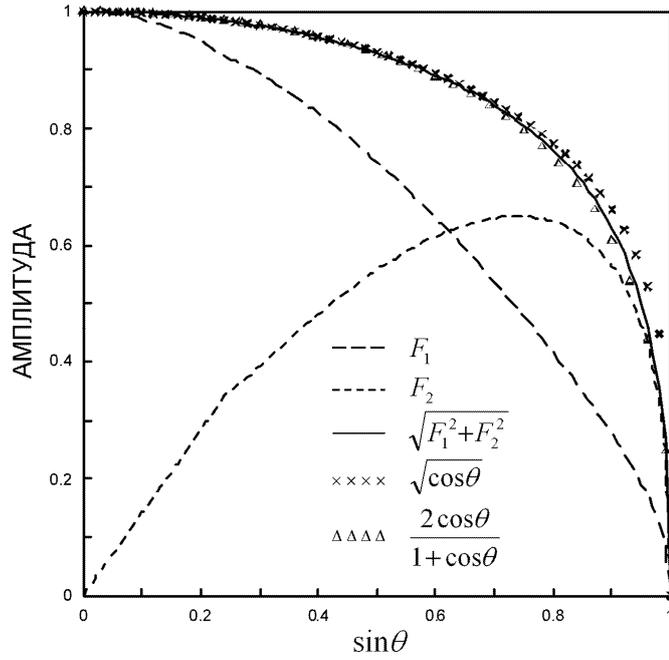
$$C_1 = \frac{F_1}{\alpha \sqrt{F_1^2 + F_2^2}}. \quad (3.25)$$

Из двух последних выражений можно определить оптимальное отношение амплитуд  $C_2$  и  $C_1$ , обеспечивающее максимум ДН волновода по мощности (3.22) при двухмодовом возбуждении, равный  $F_1^2 + F_2^2$ :

$$\frac{C_2(\theta)}{C_1(\theta)} = \sqrt{\frac{2\gamma_1}{\gamma_2}} \frac{F_2(\theta)}{F_1(\theta)}. \quad (3.26)$$

Таким образом, для достижения максимального КУ решетки в заданном направлении при двухмодовом возбуждении волноводов необходимо, чтобы комплексные ДН волновода, соответствующие каждой моде, складывались в фазе и чтобы амплитуды возбуждения двух мод подчинялись отношению (3.26).

Для иллюстрации предельно достижимой ДН двухмодового волновода предположим, что толщина стенки волновода равна нулю, т.е.  $a=b$ . В этом случае задача о возбуждении такой решетки имеет строгое аналитическое решение, полученное методом факторизации [68] и приведенное в предыдущем разделе. Из (3.15) с учетом новой нумерации волноводных волн для амплитудной ДН волновода для каждого возбуждения получаем следующие выражения



**Рис. 3.5.** Диаграммы направленности двухмодового волновода в Е-плоскости в решетке с  $a=b=0.8\lambda$ .

$$F_1(\theta) = \frac{2\gamma_1 \cos \theta}{\gamma_1 + \Gamma_0} \sqrt{\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2}} \times \begin{cases} \sqrt{\frac{\Gamma_0 - \gamma_2}{\Gamma_0 + \gamma_2}} \\ \frac{1}{2} \frac{\Gamma_0 + \Gamma_{-1}}{\Gamma_0 + \gamma_2} \sqrt{\frac{\gamma_2 - \Gamma_{-1}}{\gamma_2 + \Gamma_{-1}} \left(1 + \frac{2b}{\lambda} \sin \theta\right)} \end{cases}, \quad (3.27)$$

$$F_2(\theta) = \frac{2k\sqrt{\gamma_1\gamma_2} \sin \theta \cos \theta}{(\gamma_1 + \Gamma_0)(\gamma_2 + \Gamma_0)} \sqrt{\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2}} \times \begin{cases} 1 \\ \frac{1}{2} \frac{\Gamma_0 + \Gamma_{-1}}{\gamma_2 + \Gamma_{-1}} \sqrt{3 - \frac{2b}{\lambda} \sin \theta} \end{cases}, \quad (3.28)$$

где  $\Gamma_0 = k \cos \theta$  и  $\Gamma_{-1} = [k^2 - (k \sin \theta - 2\pi/b)^2]^{1/2}$  – постоянные распространения гармоник Флоке (3.9) нулевого и минус первого порядков. При этом верхние строчки в фигурных скобках (3.27) и (3.28) следует использовать при  $0 \leq \sin \theta \leq \lambda/b - 1$ , а нижние – при  $\lambda/b - 1 \leq \sin \theta \leq 1$ . ДН (3.27) и (3.28), а также предельные значения ДН  $F_1^2 + F_2^2$ , соответствующие оптимальному двухмодовому возбуждению волновода в решетке с  $a=b=0.8\lambda$ , показаны на рис. 3.5. Предельная ДН сравнивается с идеальной нормированной ДН элемента  $\sqrt{\cos \theta}$ , а также с амплитудной ДН одномодового волновода

$2\cos\theta/(1+\cos\theta)$ , которую легко получить из (3.27) при условии, что  $a=b<\lambda/2$ , и поэтому  $\gamma_2$  является чисто мнимой величиной. Сравнение показывает, что уровень ДН при оптимальном двухмодовом возбуждении лишь незначительно ниже идеального для больших углов за счет наличия отражения от раскрыва, и практически совпадает с ДН одномодового волновода. Последнее означает, что КУ решетки оптимально возбуждаемых двухмодовых волноводов при сканировании практически такой же, как у решетки вдвое большего числа фазуемых одномодовых волноводов, заполняющих тот же раскрыв.

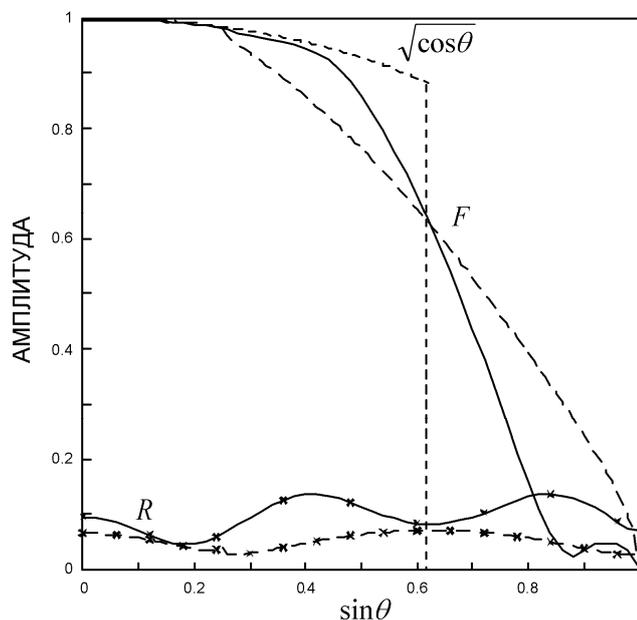
**3.2.4. Методика оптимизации структуры.** Оптимизация геометрии структуры проводится следующим образом. Сначала при заданном периоде структуры  $b$ , толщине стенок двухмодовых секций  $b-a$  и ширине питающих одномодовых волноводов  $a_0$  путем численного экспериментирования подбираются ширина и длина переходов  $a_t$  и  $h_t$ , при которых обеспечивается наилучшее согласование между одномодовыми и двухмодовыми секциями по основной волне  $TM_1$  (TEM) на заданной частоте. Затем задается значение угла отклонения луча от нормали  $\theta$  (рекомендуемое значение, следующее из практики расчетов:  $\theta \approx \arcsin(\lambda/(4b))$ ) и при выбранной ширине щели  $\Delta$  подбирается расстояние от переходов до щелей  $h_1$ , при котором обеспечивается нужное значение отношения модулей комплексных амплитуд  $C_1$  и  $C_2$ , входящих в систему уравнений (3.16), вычисленное заранее по формуле (3.26). Если нужное значение отношений амплитуд при заданной ширине щели получить не удастся, то задается другое значение ширины щели и процесс повторяется. Амплитуды волн, отраженных от раскрыва  $D_n$ , на данной стадии не рассматриваются, и таким образом решается только первые  $3N$  уравнений системы (3.16) с  $3N$  неизвестными. После завершения подбора расстояния  $h_1$  и ширины щели  $\Delta$  подбирается расстояние между щелями и раскрывом  $h_2$ , при котором достигается максимум ДН элемента (3.20) в рассматриваемом направлении. Таким образом, удовлетворяются фазовые

соотношения (3.23). При этом система уравнений (3.16)  $4N$ -порядка решается полностью.

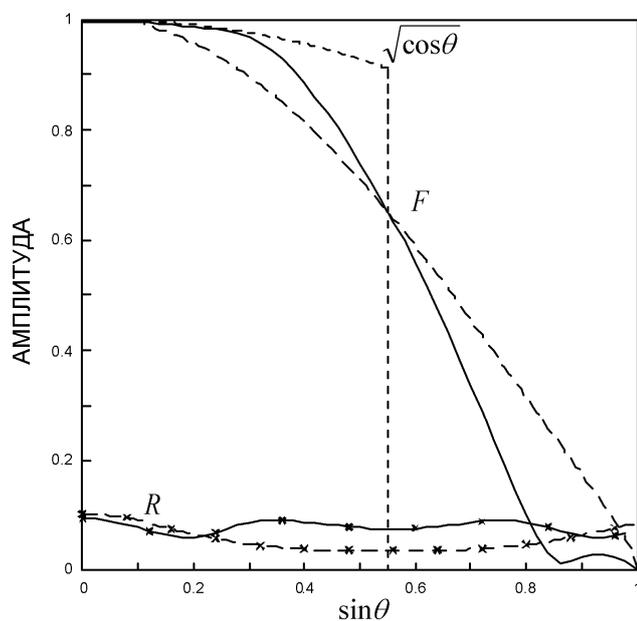
Следует отметить, что в процессе оптимизации можно получить несколько различных значений для каждого параметра  $h_t$ ,  $h_1$ , и  $h_2$ , удовлетворяющих поставленным условиям. В этом случае следует выбирать наименьшие из полученных значений, так как такой выбор обеспечивает меньшую зависимость характеристик решетки от частоты.

**3.2.5. Численные результаты.** Приведенная выше методика анализа и оптимизации решетки связанных двухмодовых волноводов для сканирования в Е-плоскости была реализована в виде пакета программ, включая подпрограммы расчета обобщенных матриц рассеяния ступенчатого перехода, системы щелей в стенках волноводов и раскрыва решетки, приведенные в [34]. Элементы обобщенных матриц рассеяния рассчитывались с использованием 20–40 гармоник в каждой волноводной области и 200–300 гармоник Флоке в области щели и в свободном пространстве над решеткой. При расчетах характеристик решетки в целом с использованием указанных матриц, в двухмодовых секциях учитывались распространяющиеся волны  $TM_1$  и  $TM_2$ , а также две затухающие волны  $TM_3$  и  $TM_4$ . Таким образом, порядок системы (3.16) был равен 16. Результаты расчета характеристик решетки с периодом  $b=0.8\lambda$ ,  $b=0.9\lambda$  и  $b=\lambda$  представлены на рис. 3.6, 3.7 и 3.8 соответственно. Толщина стенок двухмодовых секций и ширина питающих одномодовых волноводов во всех трех случаях были выбраны равными  $b-a=0.05\lambda$  и  $a_0=0.4\lambda$  соответственно. Значения остальных параметров решетки, найденные в результате оптимизации, указаны в подписях под рисунками. Полученные характеристики сравниваются с характеристиками тех же решеток, но в отсутствие щелей и при найденной оптимальной длине двухмодовых секций. Отметим, что оптимизация в случае отсутствия щелей

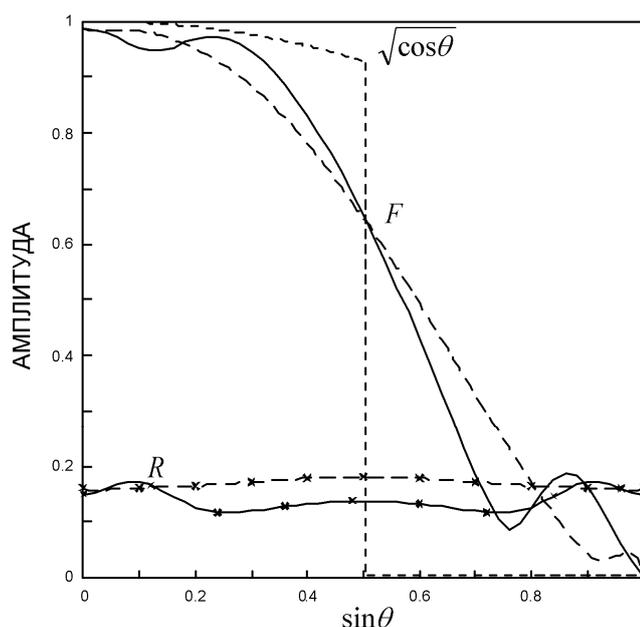
также важна, поскольку при некоторых значениях длины двухмодовых секций возможны даже провалы в ДН элемента [170].



**Рис. 3.6.** ДН элемента ( $F$ ) и коэффициент отражения ( $R$ ) решетки со щелями при  $b=0.8\lambda$ ,  $a=0.75\lambda$ ,  $a_0=0.4\lambda$ ,  $a_t=0.565\lambda$ ,  $h_t=0.207\lambda$ ,  $h_1=0.527\lambda$ ,  $h_2=0.6\lambda$  и  $\Delta=0.3\lambda$  в сравнении с той же решеткой без щелей при  $h_1+h_2=0.5\lambda$ .

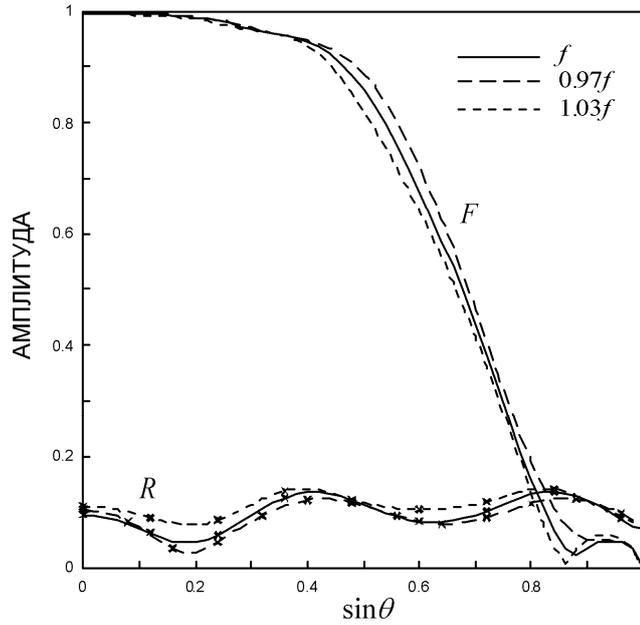


**Рис. 3.7.** ДН элемента ( $F$ ) и коэффициент отражения ( $R$ ) решетки со щелями при  $b=0.9\lambda$ ,  $a=0.85\lambda$ ,  $a_0=0.4\lambda$ ,  $a_t=0.616\lambda$ ,  $h_t=0.191\lambda$ ,  $h_1=0.423\lambda$ ,  $h_2=0.654\lambda$  и  $\Delta=0.3\lambda$  в сравнении с той же решеткой без щелей при  $h_1+h_2=0.5\lambda$ .

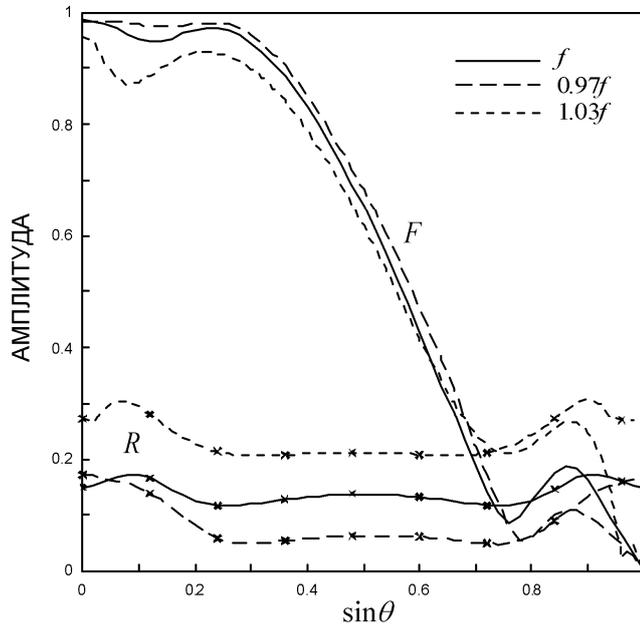


**Рис. 3.8.** ДН элемента ( $F$ ) и коэффициент отражения ( $R$ ) решетки со щелями при  $b=\lambda$ ,  $a=0.95\lambda$ ,  $a_0=0.4\lambda$ ,  $a_t=0.673\lambda$ ,  $h_t=0.173\lambda$ ,  $h_1=0.4\lambda$ ,  $h_2=1.298\lambda$  и  $\Delta=0.3\lambda$  в сравнении с той же решеткой без щелей при  $h_1+h_2=0.5\lambda$ .

Анализ результатов, приведенных на рис. 3.6, 3.7 и 3.8, показывает, что полуширина ДН элемента на уровне 0.89 (–1 дБ) и 0.32 (–10 дБ) приблизительно равна  $(0.69\dots 0.74)w$  и  $(1.17\dots 1.26)w$  соответственно, где  $w=\lambda/2b$  – полуширина идеальной секторной ДН элемента. Для сравнения, соответствующие значения для полуширины теоретических ДН элемента решетки двухмодовых волноводов, связанных через ответвители [171], равны  $0.65w$  и  $1.16w$ . Поведение характеристик решетки с шагом  $b=0.8\lambda$  и  $b=\lambda$  в полосе часто от  $0.97f$  до  $1.03f$  (6%), где частота  $f$  соответствует длине волны  $\lambda$ , показано на рис. 3.9 и 3.10. Можно, заметить, что при увеличении периода решетки до одной длины волны качество полученных секторных ДН и согласование решетки несколько ухудшаются, однако рассмотренная модель дает заметно лучшие результаты, чем результаты, показанные на рис. 3.2 и 3.3 для упрощенной модели.



**Рис. 3.9.** ДН элемента ( $F$ ) и коэффициент отражения ( $R$ ) решетки с параметрами, указанными в подписи к рис. 3.6, на частотах  $f$ ,  $0.97f$  и  $1.03f$ .

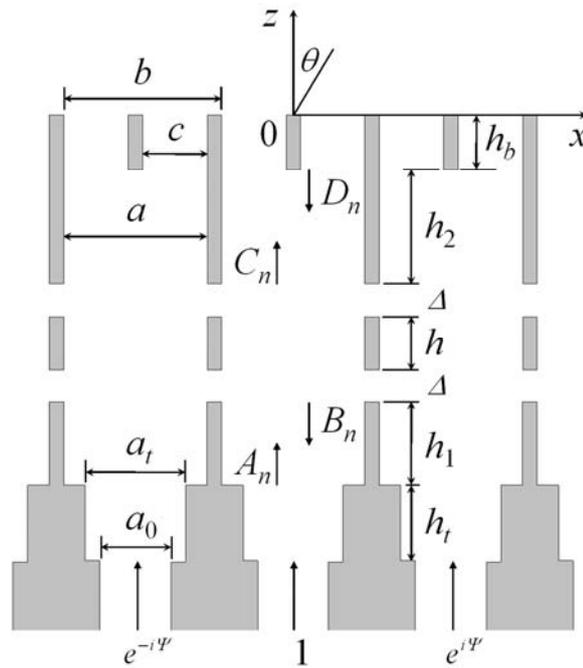


**Рис. 3.10.** ДН элемента ( $F$ ) и коэффициент отражения ( $R$ ) решетки с параметрами, указанными в подписи к рис. 3.8, на частотах  $f$ ,  $0.97f$  и  $1.03f$ .

### 3.3. Структура для сканирования в Н-плоскости

**3.3.1. Особенности геометрии и оптимальное возбуждение.** Геометрия решетки плоскопараллельных волноводов, предназначенная для сканирования в Н-плоскости, показана на рис. 3.11. Предполагается, что решетка возбуждается волнами  $TE_1$  в полубесконечных одномодовых волноводах шириной  $\lambda/2 < a_0 < \lambda$ , состыкованных с двухмодовыми секциями шириной  $\lambda < a < 1.5\lambda$  через ступенчатые переходы длиной  $h_t$  и шириной  $a_t$ . В каждой стенке двухмодовых секций толщиной  $b - a$ , где  $b$  – период решетки, прорезаны две щели шириной  $\Delta$  каждая на расстоянии  $h$  друг от друга, а верхние части двухмодовых секций у раскрыва разделены продольными перегородками, образующими симметричные разветвления на одномодовые участки длиной  $h_b$ . Расстояния от нижней щели до перехода и от верхней щели до разветвления равны  $h_1$  и  $h_2$  соответственно.

Как мы видим, данная структура несколько отличается от структуры, предназначенной для сканирования в Е-плоскости (рис. 3.4). На стенках последней используются одиночные щели. При синфазном или близком к синфазному возбуждении решетки с тонкими стенками ТЕМ-волнами ряд щелей является слабой неоднородностью, и поэтому нет необходимости использовать дополнительные средства для ее согласования. Отражение  $TE_1$ -волн от ряда щелей при сканировании в Н-плоскости в общем случае может быть заметным, и улучшение согласования осуществляется использованием двух рядов щелей и соответствующим подбором расстояния между ними. Второе отличие состоит в использовании разветвлений у раскрыва Н-плоскостной решетки (рис. 3.11). При синфазном возбуждении Е-плоскостной решетки к раскрыву подходят основные ТЕМ-волны, имеющие равномерное распределение поля и поэтому обеспечивающие КИП, близкий к 100%. Основными волнами в Н-плоскостной решетке являются  $TE_1$ -волны с



**Рис. 3.11.** Геометрия решетки связанных ступенчатых плоскопараллельных волноводов для сканирования в  $H$ -плоскости.

косинусоидальным распределением поля. Такое распределение на раскрыве, превышающем длину волны, дает КИП 81% или снижение КУ на 0.91 дБ. Введение разветвлений у раскрыва позволяет избежать указанных потерь. Альтернативным вариантом могут быть диэлектрические пластинки толщиной  $0.25\lambda/\sqrt{\varepsilon-1}$ , где  $\varepsilon$ —диэлектрическая проницаемость, располагаемые на стенках волноводов и позволяющие получать равномерное распределение поля основной волны в незаполненной центральной части волновода [41, 202]. Однако высокий КИП такого раскрыва возможен лишь при использовании тонких пластинок и соответственно больших  $\varepsilon$ , а увеличение проницаемости пластинок приводит к усилению зависимости КИП от частоты.

Как в случае  $E$ -плоскости, рассмотренном выше, анализ  $H$ -плоскостной решетки осуществляется с использованием метода многомодовых матриц рассеяния. Система уравнений (3.16) для амплитуд волн (рис. 3.11) остается

справедливой, однако вместо (3.17) для постоянных распространения волн в двухмодовых секция следует использовать формулу

$$\gamma_n = \sqrt{k^2 - (n\pi/a)^2} = i\sqrt{(n\pi/a)^2 - k^2}, \quad (3.29)$$

а также учесть, что матрицы  $\mathbf{R}^{(1)}$  и  $\mathbf{T}^{(1)}$  теперь соответствуют двум рядам щелей, а матрицы  $\mathbf{R}^{(2)}$  и  $\mathbf{T}^{(2)}$  учитывают наличие разветвлений у раскрыва. Подробности расчета элементов матриц рассеяния перехода, системы щелей и модифицированного раскрыва решетки с использованием метода сшивания изложены в [34]. Методика расчета характеристик модифицированного раскрыва приведена в Приложении 3.2 в качестве примера.

После решения системы (3.16) коэффициент отражения решетки рассчитывается по формуле (3.18), а выражение для (3.20) для ДН элемента решетки, соответствующую единичной мощности возбуждения, необходимо скорректировать следующим образом

$$F(\theta) = \sqrt{\frac{2kb}{\gamma_1^{(0)}a_0}} |T_0(kb \sin \theta)| \cos \theta, \quad (3.30)$$

где  $\gamma_1^{(0)} = \sqrt{k^2 - (\pi/a_0)^2}$  – постоянная распространения волны  $TE_1$  в нижних одномодовых секциях.

Оптимальное отношение амплитуд  $C_2$  и  $C_1$  волн  $TE_2$  и  $TE_1$  соответственно, обеспечивающее максимизацию КУ решетки при двухмодовом возбуждении определяется в [220] аналогично тому, как это сделано в Разделе 3.2.3 для случая Е-плоскостной решетки. В результате, если мощность, переносимая указанными волнами, равна единице, т.е.

$$(\gamma_1 C_1^2 + \gamma_2 C_2^2)a/2 = 1, \quad (3.31)$$

то оптимальное отношение рассчитывается по формуле

$$\frac{C_2(\theta)}{C_1(\theta)} = \sqrt{\frac{\gamma_1 F_2(\theta)}{\gamma_2 F_1(\theta)}}, \quad (3.32)$$

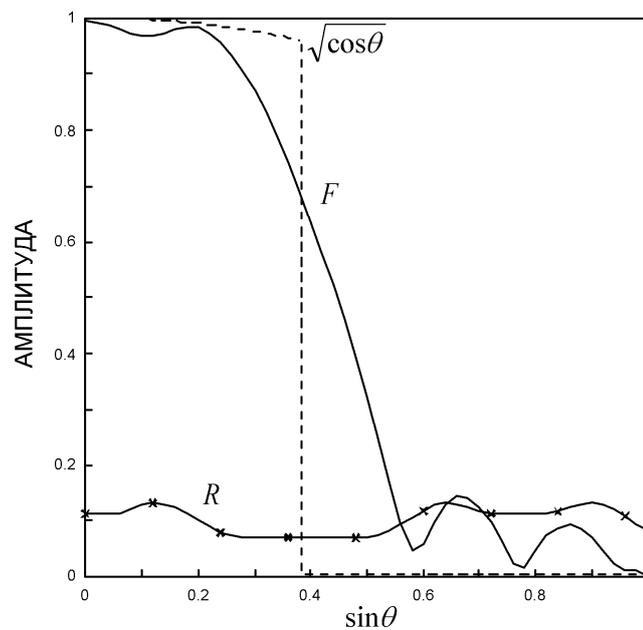
где  $F_1(\theta)$  и  $F_2(\theta)$  – значения амплитудных ДН элемента решетки (двухмодового волновода с разветвлением у раскрыва), соответствующие возбуждению волновода волнами  $TE_1$  и  $TE_2$  единичной мощности соответственно. Как и в предыдущем случае, максимальный уровень ДН элемента по мощности равен  $F_1^2 + F_2^2$  и близок к значениям  $\cos\theta$  для  $\sin\theta \leq 2\lambda/b - 1$ , т.е. в области однолучевого сканирования для решетки волноводов с периодом  $b/2$ .

**3.3.2. Характеристики решетки.** Методика оптимизации геометрии  $H$ -плоскостной решетки в целом аналогична методике, описанной в Разделе 3.2.3 для случая  $E$ -плоскости. Подбором длины  $h_t$  и ширины  $a_t$  перехода обеспечивается полное согласование между одномодовыми и двухмодовыми волноводами на заданной частоте. Длина одномодовых секций разветвления у раскрыва подбирается из условия обеспечения наилучшего согласования решетки при ее возбуждении основными волнами  $TE_1$  при значении управляющей фазы  $u$ , равном нулю или близком к нулю. Далее при заданной ширине щели  $\Delta$  подбирается расстояние между щелями  $h$ , обеспечивающее их полное согласование при синфазном возбуждении двухмодовых секций волнами  $TE_1$ . Затем при заданном значении угла  $\theta$ , близком к  $\lambda/4b$ , подбирается расстояние между переходом и щелями  $h_1$ , обеспечивающее оптимальное отношение амплитуд первой и второй волноводных гармоник (3.32). Если требуемое соотношение не удается достигнуть при заданной ширине щели, то задается новое значение ширины и процесс повторяется. После завершения процесса подбора ширины щели оптимизация геометрии завершается подбором расстояния между щелями и разветвлениями  $h_2$ , обеспечивающего максимум ДН (3.30) в заданном направлении.

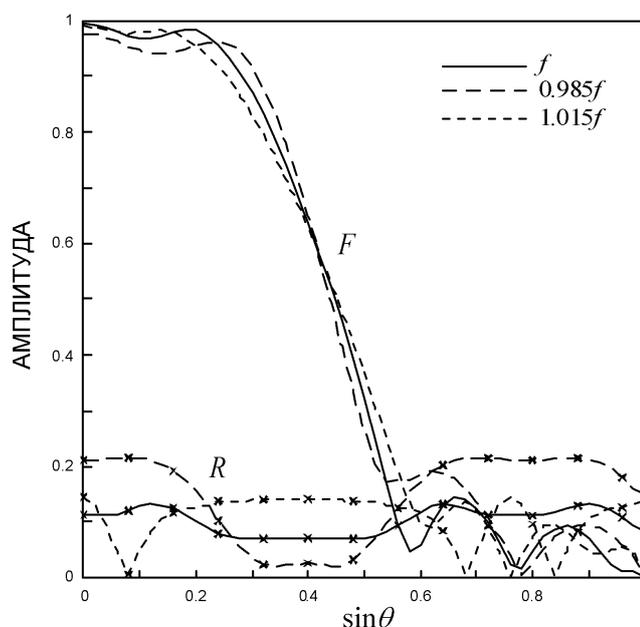
Методика анализа и оптимизации  $H$ -плоскостной решетки связанных двухмодовых волноводов, описанная выше, была реализована в Фортран-программе, приведенной в [34]. Программа использует подпрограммы расчета

элементов многомодовых матриц рассеяния переходов, двойных щелей и раскрыва с учетом разветвлений, разработанных на основе метода сшивания с учетом 20...40 гармоник в каждой волноводной области и 200...300 пространственных гармоник в области щелей и в свободном пространстве. При составлении и решении системы уравнений (3.16) учитывались четыре первые моды двухмодовых секций. Так как процесс оптимизации состоит из последовательности простых оптимизационных операций для отдельных элементов конструкции, то он легко реализуется в диалоговом режиме.

В качестве примера ниже представлены результаты, полученные для решетки с заданным периодом  $b=1.295\lambda$ , шириной двухмодовых секций  $a=1.25\lambda$  и шириной питающих одномодовых волноводов  $a_0=0.795\lambda$ . Значения остальных параметров геометрии, найденные в результате оптимизации, приведены в подписи к рис. 3.12, где показаны рассчитанные коэффициент отражения оптимизированной решетки (3.18) и ДН элемента (3.30), а также нормированная идеальная секторная ДН элемента  $\cos^{1/2}\theta$  для заданного периода.



**Рис. 3.12.** ДН элемента ( $F$ ) и коэффициент отражения ( $R$ ) решетки с параметрами  $b=1.295\lambda$ ,  $a=1.25\lambda$ ,  $a_0=0.795\lambda$ ,  $a_j=0.929\lambda$ ,  $h_j=0.232\lambda$ ,  $h_1=0.689\lambda$ ,  $h_2=0.27\lambda$ ,  $\Delta=0.425\lambda$ ,  $h=0.313\lambda$  и  $h_b=0.643\lambda$ .



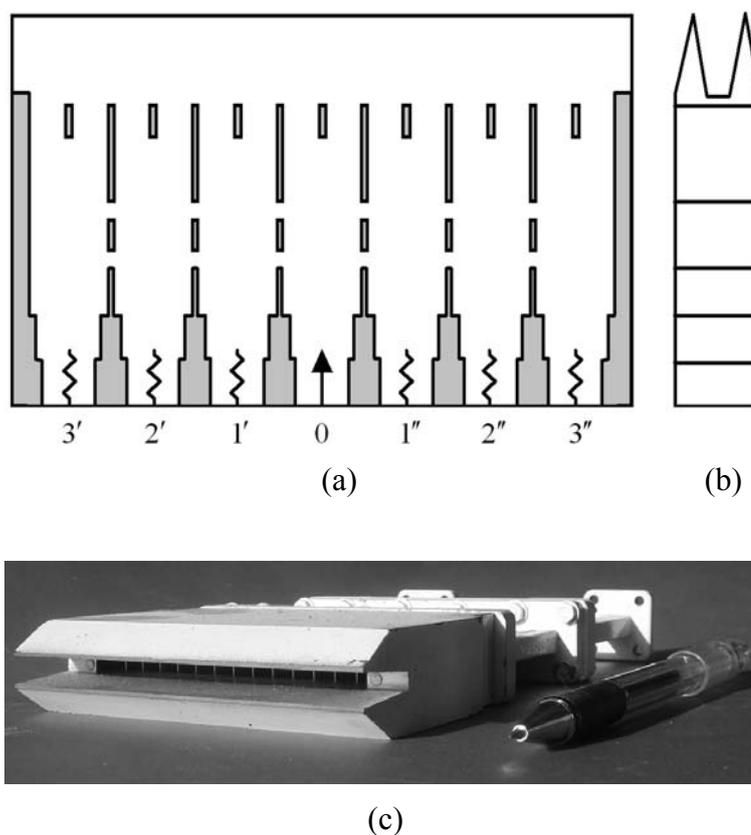
**Рис. 3.13.** Коэффициент отражения ( $R$ ) и ДН элемента ( $F$ ) решетки с параметрами, указанными под рис. 3.12, на частотах  $f=c/\lambda$ ,  $0.985f$  и  $1.015f$ .

Поведение характеристик решетки в центре и на краях 3%-й полосы частот представлено на рис. 3.13. Секторная форма ДН элемента в указанной полосе хорошо сохраняется, и согласование решетки остается удовлетворительным. Полоса в данном случае уже, чем для  $E$ -плоскостной решетки, что связано с увеличением периода решетки.

### 3.4. Экспериментальное исследование $H$ -плоскостной решетки

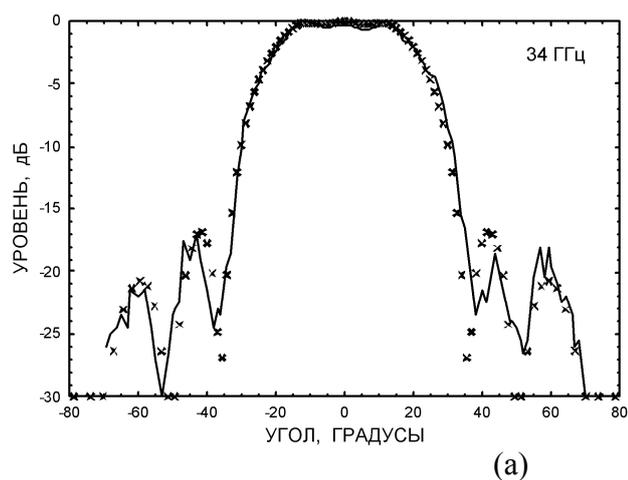
Проверка результатов численного анализа, приведенных выше, и возможности практической реализации предложенных структур для работы в  $K_a$ -диапазоне частот была проведена с использованием экспериментальной линейной решетки прямоугольных волноводов, связанных через щели в общих узких стенках [219, 277-279]. Разрез этой решетки в  $H$ -плоскости, ее вид сбоку и общий вид показаны на рис. 3.14. В отличие от теоретической модели в виде бесконечной периодической структуры плоско-параллельных волноводов, рассматриваемая решетка состоит из семи элементов, раскрыты

которых выходят на общую рупорную секцию. Как показано на рис. 3.14(b), решетка построена из шести блоков: одномодовых волноводов, переходов с одномодовых на двухмодовые волноводы, двухмодовых секций, двухмодовых секций со щелями, двухмодовых секций с разветвлениями и рупорной секции. Волноводные каналы в каждом блоке выполнены электро-эрозионным способом. Точность стыковки каналов обеспечена наличием соответствующих штифтов, а блоки стянуты между собой четырьмя продольными болтами. Величины геометрических параметров структуры в Н-плоскости в миллиметрах соответствуют значениям в длинах волн, приведенных под рис. 3.12. Ширина волноводов в Е-плоскости равна стандартному значению 3.4 мм, а длина рупорной секции и ширина ее раскрытия равны 25 и 7 мм соответственно.

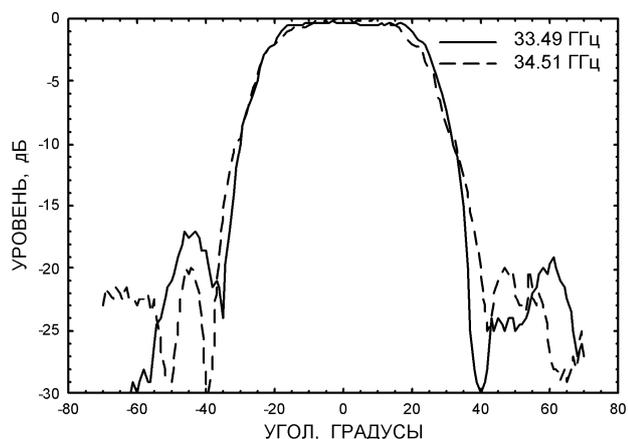


**Рис. 3.14.** Экспериментальная решетка связанных двухмодовых волноводов: (а) разрез в Н-плоскости, (b) вид сбоку, (c) общий вид.

Измерения характеристик решетки проводились в полосе  $(34 \pm 1)$  ГГц. КСВН центрального элемента в указанной полосе колеблется от 1.09 до 1.27, [219]. Результаты измерений ДН решетки при возбуждении ее центрального элемента на частоте 34, 33.49 и 34.51 ГГц и подключении остальных входов к согласованным нагрузкам приведены на рис. 3.15. Сравнение измеренной ДН и рассчитанной ДН, пересчитанной с использованием результатов, приведенных на рис. 3.12, на рис. 3.15(а) показывает хорошее согласие теории и эксперимента. Результаты измерений ДН центрального элемента на частотах 33.49 и 34.51 ГГц (рис. 3.15(б)) подтверждают теоретические выводы о том, что форма секторного луча решетки практически не изменяется в 3%-й полосе частот.

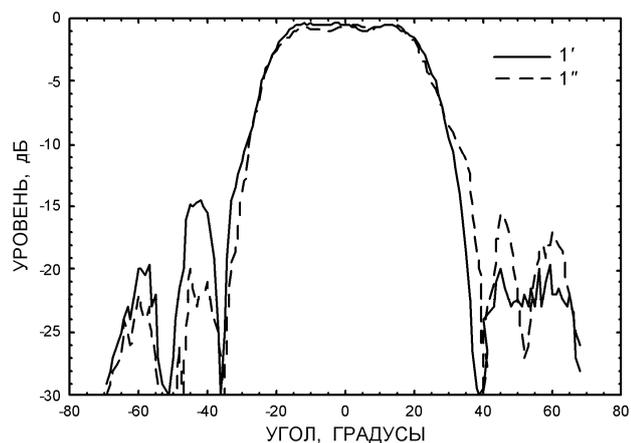


(а)

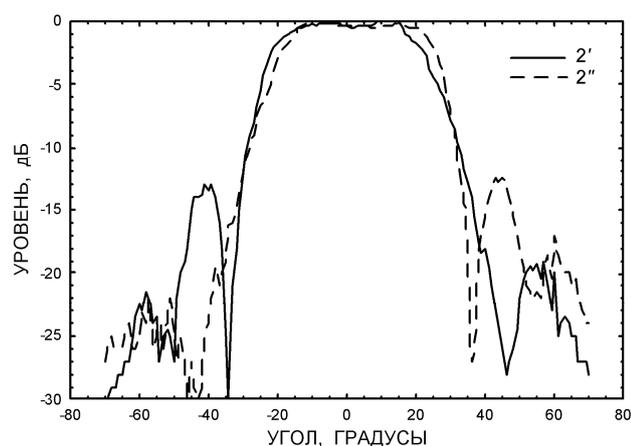


(б)

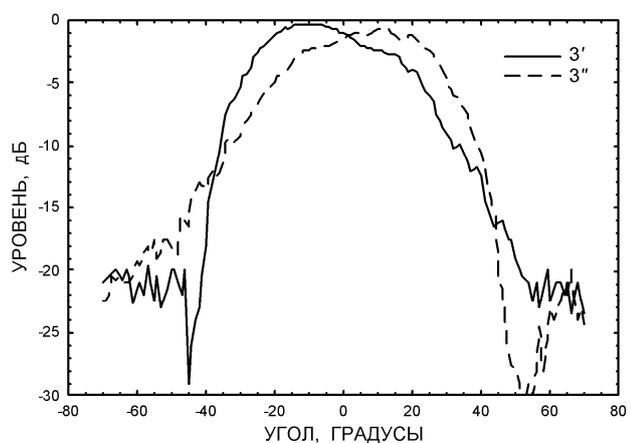
**Рис. 3.15.** Измеренные ДН центрального элемента решетки на частоте 34 ГГц (а), а также на частотах 33.49 и 34.51 ГГц (б); (x x x) – рассчитанная ДН на частоте 34 ГГц.



(a)



(b)



(c)

**Рис. 3.16.** Измеренные ДН решетки при возбуждении ее (а) первых (1' и 1''), (б) вторых (2' и 2'') и (с) третьих (3' и 3'') боковых входов на частоте 34 ГГц.

Исследование влияние края решетки на форму ДН элемента осуществлялось путем измерения ДН решетки при возбуждении ее боковых входов. Результаты измерений на частоте 34 ГГц показаны на рис. 3.16. Результаты показывают, что форма ДН в области секторного максимума при

возбуждении каждого бокового входа, кроме самых крайних, практически одинакова. Изменение формы проявляется в некотором повышении уровня боковых лепестков со стороны ближайшего края решетки. Форма ДН решетки при возбуждении крайних входов (3' и 3'') уже заметно отличается от секторной. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что, как и в решетке с делителями и ответвителями (рис. 2.11 и 2.12), при возбуждении одного входа решетки эффективно возбуждаются только три элемента.

Сравнение теоретических и экспериментальных результатов, приведенных выше для Н-плоскостной решетки, с данными, приведенными в [171], показывает, что как и в случае Е-плоскостной решетки, в решетках двухмодовых волноводов с простыми щелевыми элементами связи возможно формирование секторных ДН элементов, по качеству не уступающих ДН элементов более сложной решетки с направленными ответвителями и делителями мощности.

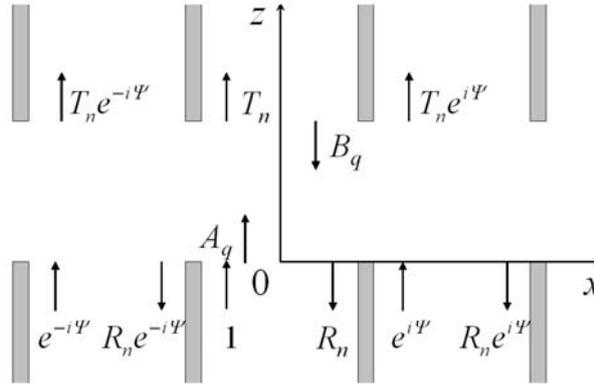
### **Приложение 3.1. Расчет элементов матрицы рассеяния щелей в стенках волноводов**

Рассмотрим область щелей связи в решетке двухмодовых волноводов, показанной на рис. 3.4. Геометрия этой области отдельно показана на рис. ПЗ.1. Ширина волноводов, период структуры и ширина щелей являются такими же как на рис. 3.4.

Пусть нижние секции возбуждаются волнами  $TM_m$  единичной амплитуды с фазовым набегом  $\Psi$  от волновода к волноводу. Магнитные поля в нижней и верхней секциях центрального волновода представляются суперпозициями ТМ-волн

$$H_{y0}(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} (\delta_{mn} e^{i\gamma_n z} + R_n e^{-i\gamma_n z}) \cos \frac{(n-1)\pi(x+a/2)}{a}, \quad (\text{ПЗ.1})$$

$$H_{y1}(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n e^{i\gamma_n(z-\Delta)} \cos \frac{(n-1)\pi(x+a/2)}{a}, \quad (\text{ПЗ.2})$$



**Рис. ПЗ.1.** Геометрия области щелей в решетке волноводов.

с неизвестными амплитудами  $R_n$  и  $T_n$ .

Магнитное поле в области щелей представляет собой суперпозицию пространственных гармоник

$$H_{y2}(x, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left( A_q e^{i\Gamma_q z} + B_q e^{-i\Gamma_q(z-\Delta)} \right) e^{i\alpha_q x}, \quad (\text{ПЗ.3})$$

где  $A_q$  и  $B_q$  – неизвестные амплитуды волн бегущих или затухающий в положительном и отрицательном направлениях оси  $z$  соответственно. Постоянные распространения волноводных волн в (ПЗ.1) и (ПЗ.2) определяются формулой (3.17), а пространственных гармоник в (ПЗ.3) – формулой (3.9).

Сшивая поля (ПЗ.1) и (ПЗ.3) в раскрыте нижней секции центрального волновода при  $z=0$  и проецируя функциональное уравнение на поперечные функции волноводных волн, получим

$$R_n = -\delta_{mn} + (2 - \delta_{1n}) \sum_{q=-\infty}^{\infty} (A_q + B_q e_q) Q_{nq}, \quad (\text{ПЗ.4})$$

где  $n=1, 2, \dots$ ;  $e_q = \exp(i\Gamma_q \Delta)$  и

$$Q_{nq} = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \cos \frac{(n-1)\pi(x+a/2)}{a} e^{i\alpha_q x} dx = i\alpha_q a \frac{e^{-i\alpha_q a/2} - (-1)^{n-1} e^{i\alpha_q a/2}}{(\alpha_q a)^2 - (n-1)^2 \pi^2}. \quad (\text{ПЗ.5})$$

Аналогичное проекционное сшивание полей (ПЗ.2) и (ПЗ.3) во входном раскрыве верхней секции центрального волновода при  $z=\Delta$  дает

$$T_n = (2 - \delta_{1n}) \sum_{q=-\infty}^{\infty} (A_q e_q + B_q) Q_{nq}. \quad (\text{ПЗ.6})$$

Поперечная составляющая напряженности электрического поля  $E_x$  в волноводных секциях и области щелей определяется формулой (1.104), примененной к выражениям (ПЗ.1), (ПЗ.2) и (ПЗ.3). Эта составляющая должна быть непрерывна в раскрывах нижней и верхней волноводных секций и равна нулю на фланцах этих секций. Эти условия дают два функциональных уравнения. Проектируя их на поперечные функции пространственных гармоник  $\exp(-i\alpha_p x)$ ,  $p=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ; получим алгебраические уравнения

$$(A_p - B_p e_p) \Gamma_p b/a = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n (\delta_{pn} - R_n) Q_{np}^*, \quad (\text{ПЗ.7})$$

$$(A_p e_p - B_p) \Gamma_p b/a = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n T_n Q_{np}^*, \quad (\text{ПЗ.8})$$

где звездочка означает комплексное сопряжение.

Подставляя (ПЗ.4) и (ПЗ.6) в (ПЗ.7) и (ПЗ.8), сводим последние уравнения к алгебраической системе

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} [(\sigma_{pq} + \delta_{pq} \Gamma_q b/a) A_q + (\sigma_{pq} - \delta_{pq} \Gamma_q b/a) e_q B_q] = 2\gamma_m Q_{mp}^*, \quad (\text{ПЗ.9})$$

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} [(\sigma_{pq} - \delta_{pq} \Gamma_q b/a) A_q + (\sigma_{pq} + \delta_{pq} \Gamma_q b/a) e_q B_q] = 0, \quad (\text{ПЗ.10})$$

где

$$\sigma_{pq} = \sum_{n=1}^{\infty} (2 - \delta_{1n}) \gamma_n Q_{np}^* Q_{nq}. \quad (\text{ПЗ.11})$$

Система уравнений (ПЗ.9) и (ПЗ.10) решается методом усечения с последующим применением метода исключения Гаусса. При усечении следует учитывать существование проблемы относительной сходимости (см., например, [33, приложение к главе 5]) выбирать число учитываемых

пространственных гармоник в представлении (ПЗ.3) так, чтобы оно было не меньше, чем число учитываемых волноводных гармоник в представлении (ПЗ.1) или (ПЗ.2), умноженное на отношение периода решетки к ширине волновода, т.е.  $b/a$ .

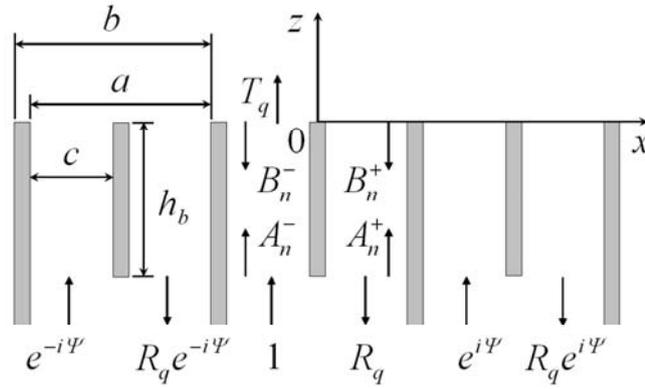
Амплитуды  $A_q$  и  $B_q$ , найденные в результате численного решения системы (ПЗ.9) и (ПЗ.10), используются для расчета амплитуд отраженных и прошедших волноводных волн по формулам (ПЗ.4) и (ПЗ.6) соответственно. Эти амплитуды как раз и образуют  $m$ -е столбцы в матрицах  $\mathbf{R}^{(1)}$  и  $\mathbf{T}^{(1)}$  соответственно, используемых в системе (3.16).

Заметим также, что если исключить амплитуды  $B_q$  из выражения (ПЗ.4) и уравнений (ПЗ.9), то указанные выражения будут соответствовать просто раскрытию решетки волноводов, выходящему на свободное полупространство. Амплитуды  $A_q$ , найденные в результате решения, образуют столбцы матрицы коэффициентов прохождения раскрытия  $\mathbf{T}^{(2)}$ , а амплитуды (ПЗ.4), вычисленные с использованием  $A_q$ , образуют столбцы матрицы коэффициентов отражения раскрытия  $\mathbf{R}^{(2)}$ .

### **Приложение 3.2. Анализ модифицированного раскрытия решетки в N-плоскости**

Фрагмент геометрии, содержащий модифицированный раскрой решетки показанной на рис. 3.11, приведен на рис. ПЗ.2. Предполагается, что двухмодовые секции возбуждаются волнами  $TE_p$  единичной амплитуды, набегающими на разветвления. Падающие волны имеют прогрессивный набег фазы  $\Psi$  от волновода к волноводу. Полное электрическое поле в двухмодовой секции центрального волновода описывается суперпозицией собственных  $TE$ -волн

$$E_{y0}(x, z) = \sum_{q=1}^{\infty} \left( \delta_{pq} e^{i\gamma_q(z+h_b)} + R_q e^{-i\gamma_q(z+h_b)} \right) \sin \frac{q\pi(x+a/2)}{a} \quad (\text{ПЗ.12})$$



**Рис. П3.2.** Геометрия модифицированного раскрыва решетки в H-плоскости.

с неизвестными амплитудами  $R_q$  для отраженных волн и постоянными распространения (3.29). Электрическое поле в левой секции разветвления можно представить в виде

$$E_{y1}^-(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^- e^{i\gamma_{cn}(z+h_b)} + B_n^- e^{-i\gamma_{cn}z}) \sin \frac{n\pi(x+a/2)}{c}, \quad (\text{П3.13})$$

где  $A_n^-$  и  $B_n^-$  – неизвестные амплитуды прямых и обратных волн и

$$\gamma_{cn} = \sqrt{k^2 - (n\pi/c)^2} = i\sqrt{(n\pi/c)^2 - k^2} \quad (\text{П3.14})$$

– постоянные распространения. Электрическое поле в правой секции записывается в аналогичной форме

$$E_{y1}^+(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^+ e^{i\gamma_{cn}(z+h_b)} + B_n^+ e^{-i\gamma_{cn}z}) \sin \frac{n\pi(a/2-x)}{c} \quad (\text{П3.15})$$

с неизвестными амплитудами  $A_n^+$  и  $B_n^+$ , а электрическое поле в свободном пространстве над решеткой представляет собой суперпозицию пространственных гармоник

$$E_{y2}(x, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_q e^{i\alpha_q x + i\Gamma_q z} \quad (\text{П3.16})$$

с неизвестными амплитудами  $T_q$ .

Электрическое поле (ПЗ.12) должно быть равно полям (ПЗ.13) и (ПЗ.15) во входных раскрывах волноводного разветвления при  $z = -h_b$  и нулю на торце перегородки. Проектирование этого граничного условия на поперечные волновые функции нижней секции приводит к выражению амплитуд отраженных волн через амплитуды волн в секциях разветвления

$$R_q = -\delta_{pq} + \frac{c}{a} \sum_{n=1}^{\infty} [A_n^- + B_n^- e_n + (-1)^{q-1} (A_n^+ + B_n^+ e_n)] P_{nq}, \quad (\text{ПЗ.17})$$

где  $e_n = \exp(i\gamma_{cn} h_b)$  и

$$\begin{aligned} P_{nq} &= \frac{2}{c} \int_{-a/2}^{-a/2+c} \sin \frac{n\pi(x+a/2)}{c} \sin \frac{q\pi(x+a/2)}{a} dx \\ &= \frac{2}{(-1)^{q-1} c} \int_{a/2-c}^{a/2} \sin \frac{n\pi(a/2-x)}{c} \sin \frac{q\pi(x+a/2)}{a} dx \\ &= \frac{\sin[\pi(n-qc/a)]}{\pi(n-qc/a)} - \frac{\sin[\pi(n+qc/a)]}{\pi(n+qc/a)}. \end{aligned} \quad (\text{ПЗ.18})$$

В свою очередь, электрическое поле в свободном пространстве (ПЗ.16) должно быть равно полям (ПЗ.13) и (ПЗ.15) в выходных раскрывах левой и правой секций разветвления и нулю на торцах стенок волноводов и перегородок. Проектируя это равенство на комплексно сопряженные поперечные функции пространственных гармоник, получим

$$T_q = \frac{c}{b} \sum_{n=1}^{\infty} [(A_n^- e_n + B_n^-) Q_{nq} + (A_n^+ + B_n^+ e_n) Q_{nq}^*], \quad (\text{ПЗ.19})$$

где

$$Q_{nq} = \frac{1}{c} \int_{-a/2}^{-a/2+c} \sin \frac{n\pi(x+a/2)}{c} e^{-i\alpha_q x} dx = n\pi \frac{(-1)^n e^{-i\alpha_q c} - 1}{(\alpha_q c)^2 - (n\pi)^2} e^{i\alpha_q a/2}, \quad (\text{ПЗ.20})$$

а звездочка означает комплексное сопряжение.

Дополнительные соотношения между неизвестными амплитудами полей в различных областях структуры, необходимые для решения задачи, получаются при сшивании поперечной составляющей магнитного поля  $H_x$ ,

определяемой формулой (1.101), примененной к выражениям (ПЗ.12), (ПЗ.13), (ПЗ.15) и (ПЗ.16). Проекционное сшивание поперечных магнитных полей во входных (при  $z = -h_b$ ) и выходных (при  $z=0$ ) раскрывах левой и правой секций с использованием свойства ортогональности поперечных волновых функций для указанных секций приводит к алгебраическим уравнениям

$$(A_m^- - B_m^- e_m) \gamma_{cm} = \sum_{q=1}^{\infty} (\delta_{pq} - R_q) \gamma_q P_{mq}, \quad (\text{ПЗ.21})$$

$$(A_m^+ - B_m^+ e_m) \gamma_{cm} = \sum_{q=1}^{\infty} (\delta_{pq} - R_q) \gamma_q (-1)^{q-1} P_{mq}, \quad (\text{ПЗ.22})$$

$$(A_m^- e_m - B_m^-) \gamma_{cm} / 2 = \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_q \Gamma_q Q_{mq}^*, \quad (\text{ПЗ.23})$$

$$(A_m^+ e_m - B_m^+) \gamma_{cm} / 2 = \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_q \Gamma_q Q_{mq}. \quad (\text{ПЗ.24})$$

Подставляя (ПЗ.17) и (ПЗ.19) в (ПЗ.21)–(ПЗ.24), сводим последние к алгебраической системе для неизвестных амплитуд  $A_n^-$ ,  $B_n^-$ ,  $A_n^+$  и  $B_n^+$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} [(\sigma_{1mn} + \delta_{mn} \gamma_{cn}) A_n^- + \sigma_{2mn} A_n^+ \\ & + (\sigma_{1mn} - \delta_{mn} \gamma_{cn}) e_n B_n^- + \sigma_{2mn} e_n B_n^+] = 2\gamma_p P_{mp}, \end{aligned} \quad (\text{ПЗ.25})$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} [\sigma_{2mn} A_n^- + (\sigma_{1mn} + \delta_{mn} \gamma_{cn}) A_n^+ \\ & + \sigma_{2mn} e_n B_n^- + (\sigma_{1mn} - \delta_{mn} \gamma_{cn}) e_n B_n^+] = 2(-1)^{p-1} \gamma_p P_{mp}, \end{aligned} \quad (\text{ПЗ.26})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} [(\bar{\sigma}_{1mn} - \delta_{mn} \gamma_{cn}) e_n A_n^- + \bar{\sigma}_{2mn} e_n A_n^+ + (\bar{\sigma}_{1mn} + \delta_{mn} \gamma_{cn}) B_n^- + \bar{\sigma}_{2mn} B_n^+] = 0, \quad (\text{ПЗ.27})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} [\bar{\sigma}_{3mn} e_n A_n^- + (\bar{\sigma}_{4mn} - \delta_{mn} \gamma_{cn}) e_n A_n^+ + \bar{\sigma}_{3mn} B_n^- + (\bar{\sigma}_{4mn} + \delta_{mn} \gamma_{cn}) B_n^+] = 0, \quad (\text{ПЗ.28})$$

где  $m=1, 2, \dots$ ;

$$\sigma_{1mn} = \frac{c}{a} \sum_{q=1}^{\infty} \gamma_q P_{mq} P_{nq}, \quad (\text{ПЗ.29})$$

$$\sigma_{2mn} = \frac{c}{a} \sum_{q=1}^{\infty} (-1)^{q-1} \gamma_q P_{mq} P_{nq}, \quad (\text{ПЗ.30})$$

$$\bar{\sigma}_{1mn} = \frac{2c}{b} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Gamma_q Q_{mq}^* Q_{nq}, \quad (\text{ПЗ.31})$$

$$\bar{\sigma}_{2mn} = \frac{2c}{b} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Gamma_q Q_{mq}^* Q_{nq}^*, \quad (\text{ПЗ.32})$$

$$\bar{\sigma}_{3mn} = \frac{2c}{b} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Gamma_q Q_{mq} Q_{nq}, \quad (\text{ПЗ.33})$$

$$\bar{\sigma}_{4mn} = \frac{2c}{b} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Gamma_q Q_{mq} Q_{nq}^*. \quad (\text{ПЗ.34})$$

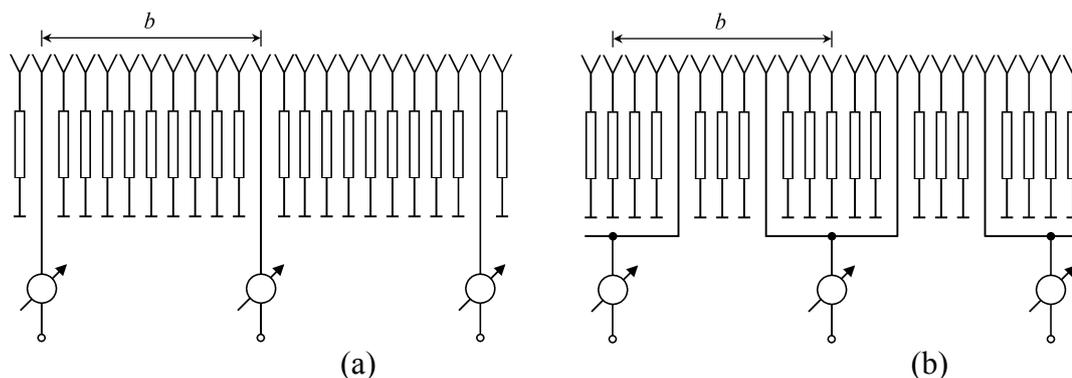
Система (ПЗ.25)–(ПЗ.28) решается методом усечения с последующим применением метода исключения Гаусса. Если при усечении учитываются  $N$  первых волноводных волн каждого направления в каждой боковой секции разветвления, что соответствует порядку системы  $4N$ , то следует учитывать не менее  $Na/c$  волн в двухмодовой секции и не менее  $Nb/c$  пространственных гармоник. Амплитуды  $A_n^-$ ,  $B_n^-$ ,  $A_n^+$  и  $B_n^+$ , найденные в результате решения системы, затем используются для расчета амплитуд отраженных волн и прошедших пространственных гармоник по формулам (3.17) и (3.19). Указанные комплексные амплитуды представляют собой элементы обобщенных матриц коэффициентов отражения  $\mathbf{R}^{(2)}$  и коэффициентов прохождения  $\mathbf{T}^{(2)}$ .

## ГЛАВА 4. РЕШЕТКИ С РЕАКТИВНО НАГРУЖЕННЫМИ ИЗЛУЧАТЕЛЯМИ

### 4.1. О применении реактивных нагрузок в антенных решетках

Перекрывающиеся подрешетки с секторными ДН в решетках, рассмотренных в двух предыдущих главах, формируются путем искусственного введения элементов связи между закрытыми передающими линиями, по которым СВЧ мощность подводится к излучателям. Между тем хорошо известно, что между излучателями решетки всегда существуют естественные взаимные связи по свободному пространству. В ряде случаев такое взаимодействие элементов решетки приводит к нежелательным эффектам ослепления, [4], от которых стараются избавиться. Однако в некоторых случаях взаимные связи между излучателями по свободному пространству можно конструктивно использовать. Так, в работах [81, 116] это сделано для синхронизации и фазировки автогенераторов в активных передающих ФАР. Авторы статьи [140] предложили располагать ряды реактивно нагруженных волноводов между рядами возбуждаемых волноводов для устранения эффектов ослепления. В [193] реактивно нагруженные элементы применяются в адаптивных связных ФАР, а в [136] – для контроля рассеивающих свойств радиолокационных целей. Общий подход к конструктивному синтезу решеток с реактивными нагрузками сформулирован в [93]. Примеры решения отдельных задач синтеза несканирующих решеток с секторными, косекансными и направленными лучами можно найти в работах [92] (решетка импедансных нитей), [102, 167] (волноводные решетки) и [137, 163, 191] (вibratorные решетки).

Применение пассивных реактивно нагруженных излучателей в фазированных решетках для формирования секторных ДН управляемых элементов поясняется схемами, показанными на рис. 4.1. Здесь лишь

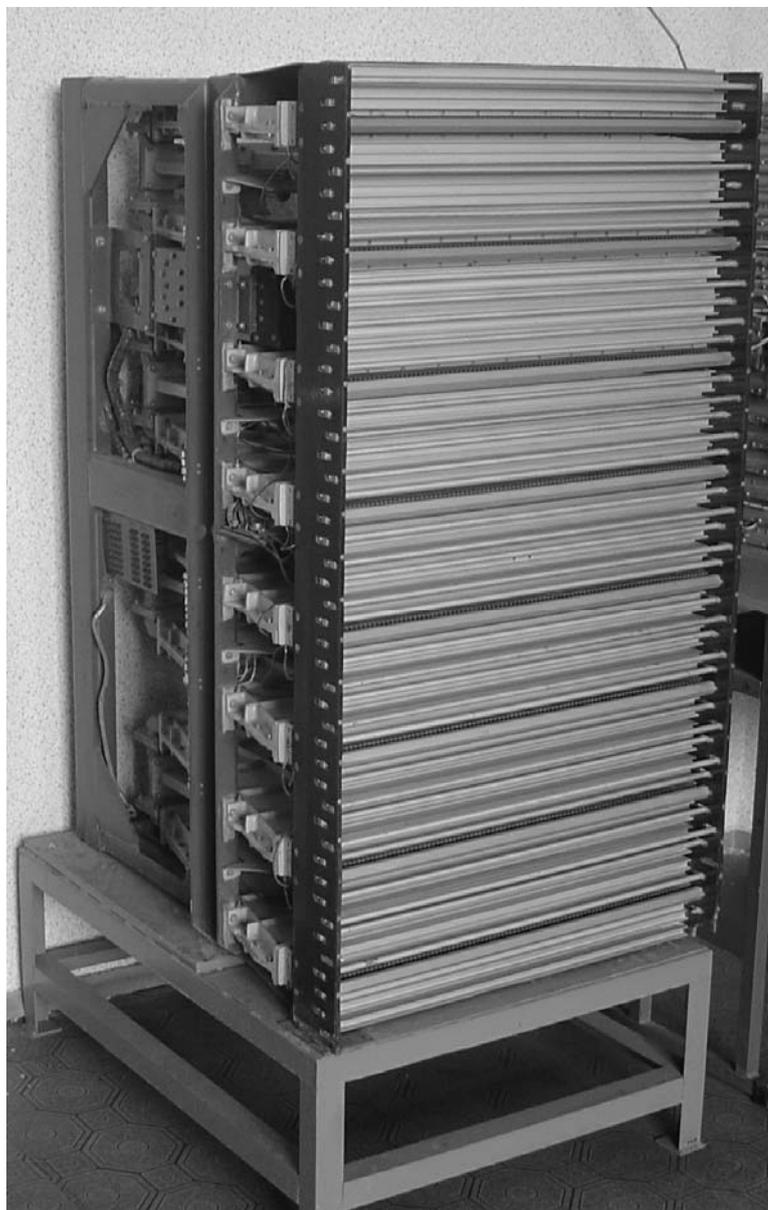


**Рис. 4.1.** Схемы фазированных антенных решеток с реактивно нагруженными излучателями, возбуждаемыми по свободному пространству от одного (а) и двух (б) управляемых излучателей в ячейке.

небольшая часть излучателей возбуждается сигналами, управляемыми фазовращателями. Остальные излучатели являются пассивными, возбуждаемыми за счет их связи с управляемыми излучателями и связи между собой по свободному пространству, а радиотехнические характеристики решетки определяются величинами реактивных нагрузок. При таком подходе реактивные нагрузки играют роль проходного многополюсника (см. Главу 2), а сам многополюсник либо отсутствует вообще (рис. 4.1(а)), либо имеет простейшую конструкцию (рис. 4.1(б)).

Эффективное формирование секторных ДН элемента в таких решетках возможно только при наличии достаточно сильного взаимодействия между управляемыми и пассивными излучателями. Такое взаимодействие может быть обеспечено между несмещенными параллельными вибраторами в Н-плоскости [137, 163, 191], или прямоугольными волноводами в Е-плоскости [102, 167]. Возможность подавления побочных интерференционных максимумов путем использования пассивных излучателей рассматривалась в работах [71, 111]. В этих работах анализировались линейные решетки управляемых вибраторов, между каждой парой которых располагался только один пассивный вибратор. Из-за недостаточно сильной связи, степень подавления побочных максимумов в этих решетках была ниже, чем в решетках, использующих проходные многополюсники. Таким образом,

излучатели в схемах, показанных на рис. 4.1, должны быть расположены достаточно близко друг к другу, и значит, количество пассивных излучателей должно быть достаточно велико.



**Рис. 4.2.** Модуль волноводной ФАР X-диапазона для широкоугольного сканирования в горизонтальной плоскости в секторе  $\pm 6.5^\circ$  в вертикальной плоскости.

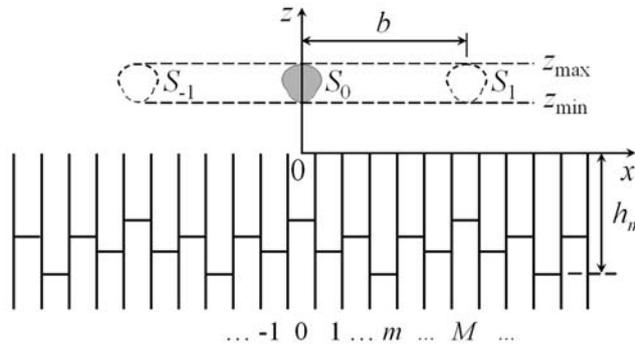
Если одного управляемого излучателя на периоде решетки (рис. 4.1(a)) не достаточно для возбуждения подрешетки, охватывающей не менее трех периодов, то на периоде можно располагать два управляемых излучателя

(рис. 4.1(b)), расположенных у края ячейки. Другие способы формирования подрешетки необходимой протяженности состоят в расположении управляемого излучателя над раскрывом ячейки или размещение пассивных рассеивателей перед раскрывом управляемого излучателя. Последний подход был реализован в волноводной фазированной решетке  $X$ -диапазона [246], модуль которой показанной на рис. 4.2. Модуль состоит из линейных решеток прямоугольных волноводов, возбуждаемых  $H$ -плоскостными рупорами с диэлектрическими вставками у стенок для выравнивания амплитудного распределения [41, 202]. В волноводах установлены проходные фазовращатели для обеспечения широкоугольного сканирования в секторе  $\pm 40^\circ$  в  $H$ -плоскости (горизонтальная плоскость на рис. 4.2). Между линейными решетками, расположенными на расстоянии  $3.42\lambda$  друг от друга, установлены ребристые структуры (закороченные плоскопараллельные волноводы). Эффективное возбуждение последних осуществляется благодаря рассеивателям, установленным перед раскрывами линейных решеток, а также перед раскрывом некоторых пассивных плоскопараллельных волноводов. Положения короткозамыкателей (величины реактивных нагрузок), а также профиль и положения рассеивателей подобраны так, что в решетке формируется секторная ДН, обеспечивающая высокий КУ решетки в секторе  $\pm 6.5^\circ$  в  $E$ -плоскости.

Возможности формирования секторной ДН управляемых элементов в решетках с реактивно нагруженными излучателями в данной главе исследуются на двух двумерных моделях. Первая модель представляет собой модулированную ребристую структуру, возбуждаемую заданными электрическими и магнитными токами, расположенными над структурой [213]. Во второй модели часть плоскопараллельных волноводов решетки возбуждается волнами заданной амплитуды, а в остальных волноводах установлены короткозамыкатели [221, 261], положение которых определяет величины реактивных сопротивлений.

## 4.2. Модулированная ребристая структура, возбуждаемая электрическими и магнитными токами

Бесконечная периодическая ребристая структура с периодом модуляции  $b$ , расположенная в прямоугольной декартовой системе координат  $Oxyz$ , показана на рис. 4.3. Структура считается идеально проводящей, однородной вдоль оси  $y$  и состоящей из совокупности короткозамкнутых плоскопараллельных волноводов одинаковой ширины с бесконечно тонкими стенками. Пусть  $M$  – заданное число волноводов на периоде структуры,



**Рис. 4.3.** Модулированная ребристая структура, возбуждаемая электрическими и магнитными токами.

$a=b/M$  – ширина волновода,  $h_m$  – расстояние от раскрыва до короткозамыкателя в волноводе с номером  $m$ , удовлетворяющее условию периодичности

$$h_{m+Mq} = h_m, \quad q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.1)$$

Наибольший интерес представляет ДН структуры, определяемая в результате решения задачи возбуждения структуры локальными источниками, расположенными, например, в области  $S_0$  над раскрывами волноводов. Для решения этой задачи воспользуемся известным приемом, состоящим в том, что сначала решим задачу о квазипериодическом возбуждении решетки, а затем получим решение при локальном возбуждении, используя связь между

полями, создаваемыми решеткой при обоих типах возбуждения (см. Главу 1, а также [49, 68]).

**4.2.1. Квазипериодическое возбуждение структуры.** Пусть структура возбуждается электрическими и магнитными токами, расположенными в периодической с периодом  $b$  системе областей  $S_q$ , ( $q=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), образованной параллельным переносом области  $S_0$  вдоль оси  $x$  в полосе  $0 < z_{\min} \leq z \leq z_{\max}$  (рис. 4.3). Будем считать, что распределение токов не зависит от  $y$  и что токи в соседних областях отличаются лишь множителем  $\exp(iU)$ , где  $U$  – разность фаз, задающая направление главного луча решетки, т.е. запишем его в виде

$$j_p^{e,m}(U, x, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Omega_q(x, z) j_p^{e,m}(x - qb, z) e^{iqU}, \quad (4.2)$$

где

$$\Omega_q(x, z) = \begin{cases} 1, & (x, z) \in S_q, \\ 0, & (x, z) \notin S_q \end{cases}$$

– характеристическая функция,  $j^{e,m}(x, z)$  – векторы плотности электрического и магнитного токов в области  $S_0$ , у которых отличными от нуля составляющими считаются лишь функции  $j_x^e(x, z)$ ,  $j_z^e(x, z)$  и  $j_y^m(x, z)$ . Таким образом рассматриваемая структура возбуждается Н-поляризованными волнами. Полное электромагнитное поле может быть выражено через  $y$ -составляющую магнитного поля  $H_y$ , которую будем искать в виде

$$H_y(U, x, z) = \psi(U, x, z) = \psi_0(U, x, z) + \psi^s(U, x, z), \quad (4.3)$$

где  $\psi_0$  – поле токов (4.2) в отсутствие ребристой структуры и  $\psi^s$  – поле, рассеянное структурой.

Поле  $\psi_0$ , представляющее для дальнейшего интерес в областях  $z < z_{\min}$  и  $z > z_{\max}$ , найдем через векторные потенциалы токов (4.2), определяемые формулой

$$A^{e,m}(U, x, z) = \frac{i}{4} \int_{S_0} [J^{e,m}(x', z') \sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{iqU} H_0^{(1)}(k\rho_q)] dS, \quad (4.4)$$

в которой

$$\rho_q = \sqrt{(x - x' - qb)^2 + (z - z')^2}$$

и  $H_0^{(1)}(\dots)$  – функция Ханкеля первого рода нулевого порядка (зависимость от времени принимается в виде  $e^{-i\alpha t}$ ). Применяя формулу суммирования Пуассона [56] к (4.4), а также формулы (1.22), получим суперпозицию гармоник Флоке

$$\psi_0(U, x, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} B_q^{\pm}(U) \exp(i\alpha_q x \pm i\Gamma_q z), \quad (4.5)$$

с амплитудами

$$B_q^{\pm}(U) = \frac{1}{2\Gamma_q b} \int_{S_0} (\alpha_q j_z^e \mp \Gamma_q j_x^e - k j_y^m / \eta_0) \times \exp(-i\alpha_q x' \mp i\Gamma_q z') dS, \quad (4.6)$$

и постоянными распространения

$$\alpha_q = \frac{U + 2\pi q}{b}, \quad \Gamma_q = (k^2 - \alpha_q^2)^{1/2} = i(\alpha_q^2 - k^2)^{1/2}, \quad (4.7)$$

причем верхние знаки в (4.5) и (4.6) следует брать при  $z > z_{\max}$ , а нижние – при  $z < z_{\min}$ .

При определении рассеянного поля  $\psi^s$  будем предполагать, что в волноводах распространяются лишь ТЕМ-волны (*т.е.*  $a < \lambda/2$ ), а короткозамыкатели расположены достаточно далеко от раскрыва и их взаимодействие по волнам высших типов, возникающих у раскрыва при рассеянии, пренебрежимо мало.

Поле  $\psi^s$  найдем из решения двух задач, формулируемых ниже для структуры без короткозамыкателей. При возбуждении структуры полем (4.5) между раскрывом волноводов и короткозамыкателями устанавливаются ТЕМ-волны, распространяющиеся в противоположных направлениях. Продолжим непрерывно поле этих волн в каждом волноводе до  $-\infty$ , а наличие

короткозамыкателей учтем в амплитудах волн следующим образом. Пусть  $A_m(U)$  – амплитуда ТЕМ-волны, приходящей к раскрытию в  $m$ -м волноводе. Тогда амплитуда волны, уходящей от раскрытия, будет равна  $A_m(U)\exp(-i2kh_m)$ . В результате, приходим к задаче возбуждения структуры без короткозамыкателей полем (4.5) и задаче возбуждения этой же структуры полем ТЕМ волн, приходящих к раскрытию.

Первая задача решается аналогично задаче дифракции плоской волны (см., например, [20]). Применяя к этой задаче метод факторизации [20] и принцип суперпозиции, найдем поле, отраженное от раскрытий волновода в область  $z>0$

$$\begin{aligned} \psi_1^s(U, x, z) = & - \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{B_q^-(U) \alpha_q G_{q+}(\Gamma_q)}{(k + \Gamma_q) a} \\ & \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \frac{\alpha_{q+Mn} G_{q+}(\Gamma_{q+Mn}) \exp(i\alpha_{q+Mn} x + i\Gamma_{q+Mn} z)}{(k + \Gamma_{q+Mn})(\Gamma_q + \Gamma_{q+Mn}) \Gamma_{q+Mn}}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

и амплитуды ТЕМ-волн, уходящих от раскрытий волноводов в область  $z<0$

$$T_m(U) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} B_q^-(U) \frac{G_{q+}(\Gamma_q)}{G_{q+}(k)} \frac{\sin(\alpha_q a / 2)}{\alpha_q a / 2} e^{im\alpha_q a}, \quad (4.9)$$

где

$$\begin{aligned} G_{q+}(\alpha) = & \left( k \frac{\cos(ka) - \cos(\alpha_q a)}{\sin(ka)} \right)^{1/2} \exp\left(\frac{i\alpha a}{\pi} \ln 2\right) \\ & \times (1 + \alpha / \Gamma_0) \prod_{p=1}^{\infty} \frac{(1 + \alpha / \Gamma_{q+Mp})(1 + \alpha / \Gamma_{q-Mp})}{1 + \alpha / \gamma_p} \end{aligned} \quad (4.10)$$

– функция, голоморфная и не обращающаяся в нуль всюду в верхней полуплоскости комплексного переменного  $\alpha$ , и  $\gamma_p = [k^2 - (p\pi/a)^2]^{1/2} = i[(p\pi/a)^2 - k^2]^{1/2}$  – постоянные распространения волн в плоском волноводе. Заменяя порядок и индексы суммирования в (4.8), перепишем эту формулу в форме, более удобной для дальнейших вычислений,

$$\psi_1^s(U, x, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} D_q(U) \exp(i\alpha_q x + i\Gamma_q z), \quad (4.11)$$

где

$$D_q(U) = -\frac{\alpha_q G_{q+}(\Gamma_q)}{(k + \Gamma_q)\Gamma_q a} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \frac{B_{q+Mn}^-(U)\alpha_{q+Mn}G_{q+}(\Gamma_{q+Mn})}{(k + \Gamma_{q+Mn})(\Gamma_q + \Gamma_{q+Mn})}. \quad (4.12)$$

Рассмотрим теперь вторую задачу. Пусть структура возбуждается ТЕМ-волнами, набегающими на раскрыв с амплитудами  $A_m(U)$ , которые удовлетворяют условию

$$A_{m+Mq}(U) = A_m(U)e^{iqU}, \quad (4.13)$$

следующему из (4.1) и (4.2). Учитывая (4.13), запишем поле возбуждения структуры в виде

$$\psi_2^i(U, x, z) = \sum_{m=0}^{M-1} A_m(U)e^{-imu} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Theta_{m+Mq}(x, z)e^{i(m+Mq)u}, \quad (4.14)$$

где  $u=U/M$  и

$$\Theta_m(x, z) = \begin{cases} e^{ikz}, & |x - ma| < a/2, \\ 0, & |x - ma| > a/2. \end{cases} \quad (4.15)$$

Поскольку

$$\sum_{p=0}^{M-1} e^{i2\pi p(n-m)/M} = \begin{cases} M, & n = m + Mq, \\ 0, & n \neq m + Mq, \quad q = 0, \pm 1, \dots, \end{cases}$$

то

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} \Theta_{m+Mq}(x, z)e^{i(m+Mq)u} = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} e^{-i2\pi pm/M} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Theta_q(x, z)e^{iq(u+2\pi p/M)}$$

и, следовательно,

$$\psi_2^i(U, x, z) = \sum_{m=0}^{M-1} A_m(U)e^{-imu} \sum_{p=0}^{M-1} \psi_0^i(u + 2\pi p/M, x, z)e^{-i2\pi p/M}, \quad (4.16)$$

где

$$\psi_0^i(u, x, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Theta_q(x, z)e^{iqu}. \quad (4.17)$$

Выражение (4.16) связывает поля возбуждения (4.14) и (4.17). В силу принципа суперпозиции точно такая же связь будет иметь место для полей рассеяния, соответствующим рассматриваемым полям возбуждения. Решение

задачи при возбуждении решетки плоскопараллельных волноводов полем (4.17) известно (см., например, [20, 68]). Учитывая обозначения (4.7), запишем это решение в виде

$$\psi_0^s(u, x, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} B_q(u) \exp(i\alpha_{Mq}x + i\Gamma_{Mq}z), \quad (4.18)$$

где, [68],

$$B_q(u) = \frac{(-1)^q \alpha_{Mq}}{\Gamma_{Mq} a} \frac{2 \sin(u/2)}{k - \Gamma_{Mq}} \exp \left[ i \frac{(\Gamma_{Mq} - k)a}{\pi} \ln 2 \right] \\ \times \frac{k}{k + \Gamma_{Mq}} \frac{\Gamma_0 + \Gamma_{Mq}}{\Gamma_0 + k} \prod_{p=1}^{\infty} \frac{1 + k/\gamma_p}{1 + \Gamma_{Mq}/\gamma_p} \times \prod_{p=1}^{\infty} \frac{(1 + \Gamma_{Mq}/\Gamma_{Mp})(1 + \Gamma_{Mq}/\Gamma_{-Mp})}{(1 + k/\Gamma_{Mp})(1 + k/\Gamma_{-Mp})}. \quad (4.19)$$

Используя (4.16) и (4.18), для поля, рассеянного решеткой в области  $z > 0$  получим выражение

$$\psi_2^s(U, x, z) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} A_m(U) e^{-imu} \sum_{p=0}^{M-1} e^{-i2\pi pm/M} \\ \times \sum_{q=-\infty}^{\infty} B_q(u + 2\pi p/M) \exp(i\alpha_{p+Mq}x + i\Gamma_{p+Mq}z), \quad (4.20)$$

где учтено, что  $\alpha_{Mq}(U + 2\pi p) = \alpha_{p+Mq}(U)$ .

Амплитуды  $A_m(U)$  в формуле (4.20) являются неизвестными. Для их нахождения воспользуемся методом, аналогичным методу, приведенному в [4]. ТЕМ-волны, уходящие от раскрыва в нашем случае, обусловлены не только взаимодействием между волноводами, как это имеет место в [4], но и наличием поля (4.5), возбуждающего волны с амплитудами (4.9). Для волновода с номером 0 этот факт с учетом (4.13) выразим в виде равенства

$$A_0 e^{-i2kh_0} = T_0 + \sum_{m=0}^{M-1} A_m \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_{m+Mq} e^{iqU}, \quad (4.21)$$

в котором  $C_m$  – коэффициенты связи между волноводами, разность номеров которых равна  $m$ . Проводя элементарные преобразования в (4.21), перепишем это выражение в виде

$$A'_0(U)[R_0(U/M) - e^{-i2kh_0}] + \sum_{m=1}^{M-1} A'_m(U)R_m(U/M) = -T'_0(U), \quad (4.22)$$

где

$$A'_m(U) = A_m(U)e^{-imU/M}, \quad T'_m(U) = T_m(U)e^{-imU/M},$$

$$R_m(u) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_{m+Mq} e^{i(m+Mq)u}. \quad (4.23)$$

Рассматривая аналогично волноводы с номерами 1, 2, ...,  $M-1$ , для  $A_m(U)$  получим еще  $M-1$  одно линейное алгебраическое уравнение

$$\sum_{m=0}^{n-1} A'_m(U)R_{M+m-n}(U/M) + A'_n(U)[R_0(U/M) - e^{-i2kh_n}]$$

$$+ \sum_{m=n+1}^{M-1} A'_m(U)R_{m-n}(U/M) = -T'_n(U), \quad n=1, 2, \dots, M-2, \quad (4.24)$$

$$\sum_{m=0}^{M-2} A'_m(U)R_{m+1}(U/M) + A'_{M-1}(U)[R_0(U/M) - e^{-i2kh_{M-1}}] = -T'_{M-1}(U). \quad (4.25)$$

Для вычисления функций (4.23), входящих в матричные элементы системы уравнений (4.22), (4.24) и (4.25), воспользуемся свойствами функции

$$R(u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{inu}, \quad (4.26)$$

являющейся коэффициентом отражения решетки волноводов при ее возбуждении полем (4.17). Переписывая (4.26) в виде

$$R(u) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_{m+Mq} e^{i(m+Mq)u}$$

и подставляя вместо  $u$  аргументы  $u+2\pi p/M$ ,  $p=0, 1, 2, \dots, M-1$ , получим систему линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{m=0}^{M-1} R_m(u) e^{i2\pi pm/M} = R(u + 2\pi p/M), \quad (4.27)$$

решая которую, найдем  $R_m(u)$ . Для вычисления самой функции (4.26) воспользуемся точной формулой [68]

$$R(u) = e^{i2S(k)} \begin{cases} (k - \Gamma_0)/(k + \Gamma_0), & |u| \leq ka, \\ \exp(-2i \operatorname{arctg} |\Gamma_0/k|), & |u| > ka, \end{cases} \quad (4.28)$$

где

$$S(x) = -\frac{ax}{\pi} \ln 2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \operatorname{arctg} \frac{x}{|\Gamma_{Mn}|} + \operatorname{arctg} \frac{x}{|\Gamma_{-Mn}|} - \operatorname{arctg} \frac{x}{|\gamma_n|} \right). \quad (4.29)$$

Формула (4.28) удобна для расчетов при  $|u| \leq \pi$ . Если  $|u| > \pi$ , то можно воспользоваться свойством периодичности  $R(u+2\pi q) = R(u)$ ,  $q=0, \pm 1, \dots$ .

Таким образом, выражение (4.20) и следующий за ним алгоритм дают решение второй задачи. Полное поле, рассеянное структурой в области  $z > 0$ , будет определяться суммой полей (4.11) и (4.20).

**4.2.2. Диаграмма направленности структуры при локальном возбуждении.** Пусть теперь структура возбуждается распределением токов  $\mathbf{j}^{e,m}(x,z)$ , локализованных только в области  $S_0$  (рис. 4.3). Это распределение связано с квазипериодическим распределением (4.2) посредством линейного оператора интегрирования по фазе  $U$

$$\mathbf{j}^{e,m}(x,z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{j}_p^{e,m}(U, x, z) dU. \quad (4.30)$$

Из принципа суперпозиции следует, что точно так же будут связаны и поля, соответствующие распределениям токов (4.29) и (4.2). Таким образом, для ДН, являющейся распределением поля в дальней зоне при возбуждении структуры токами (4.30), будет справедлива формула

$$F(\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F_p(U, \theta) dU. \quad (4.31)$$

где  $\theta$  – угол, отмеряемый от оси  $z$ , и  $F_p(U, \theta)$  – ДН структуры при ее возбуждении токами (4.2). Эту ДН определим по распределению ближнего поля на высоте  $h > z_{\max}$  следующим образом

$$F_p(U, \theta) = \frac{e^{-ikh \cos \theta} \cos \theta}{b} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(U, x, h) e^{-ikx \sin \theta} dx. \quad (4.32)$$

Подставляя сумму полей (4.5), (4.11) и (4.19) вместо  $\psi$  в (4.32), получим

$$F_p(U, \theta) = 2\pi e^{-ikh \cos \theta} \cos \theta \times \left\{ \sum_{q=-\infty}^{\infty} [B_q^+(U) + D_q(U)] e^{i\Gamma_q h} \delta(U - kb \sin \theta + 2\pi q) \right. \\ \left. + \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} A'_m(U) \sum_{p=0}^{M-1} e^{-i2\pi pm/M} \sum_{q=-\infty}^{\infty} B_q[(U + 2\pi p)/M] \right. \\ \left. \times e^{i\Gamma_{p+Mq} h} \delta[U - kb \sin \theta + 2\pi(p + Mq)] \right\}, \quad (4.33)$$

где  $\delta(\dots)$  – дельта-функция. Подстановка (4.33) в (4.31) дает окончательное выражение для ДН структуры при локальном возбуждении

$$F(\theta) = \left[ B_0^+(kb \sin \theta) + D_0(kb \sin \theta) \right. \\ \left. + \frac{1}{M} B_0(ka \sin \theta) \sum_{m=0}^{M-1} A'_m(kb \sin \theta) \right] \cos \theta, \quad (4.34)$$

в котором  $B_0^+$  и  $D_0$  определяются из (4.6) и (4.12) соответственно,  $A'_m(U)$  рассчитываются в результате решения системы уравнений (4.22), (4.24) и (4.25), и  $B_0$  вычисляется по формуле

$$B_0(u) = \frac{2k}{k + \Gamma_0} e^{i[S(k) - S(\Gamma_0)]},$$

следующей из (4.20) и (4.29). Отметим, что бесконечный ряд в (4.12) сходится настолько быстро, что при расчете  $D_0$  при  $z_{\min} > a$  достаточно учесть только нулевой член.

### 4.2.3. Формирование секторной диаграммы направленности.

Полученное выражение (4.34) для ДН структуры при ее локальном возбуждении и приведенный выше алгоритм расчета коэффициентов, используемых в (4.34), позволяет теперь рассмотреть задачу формирования

секторной ДН. В качестве источника, возбуждающего структуру, выберем два нитевидных элемента Гюйгенса, расположенных на расстоянии  $2x_0$  друг от друга на высоте  $z_0$  над раскрытиями волноводов. Такой выбор обусловлен тем, что элемент Гюйгенса является простой и в то же время достаточно хорошей моделью апертурного облучателя, а изменение расстояния между нитями позволяет изменять поле облучения структуры. Составляющие плотности тока облучателя зададим в виде

$$j_x^e(x, z) = -j_y^m(x, z) / \eta_0 = \frac{1}{2} b [\delta(x + x_0) + \delta(x - x_0)] \delta(z - z_0), \quad (4.35)$$

$$j_z^e(x, z) = 0, \quad (\pm x_0, z_0) \in S_0,$$

где соотношение между амплитудами электрических и магнитных токов подобрано так, что максимум ДН облучателя равен единице и направлен на структуру. Будем считать, что структура является симметричной относительно начала координат, т.е.

$$h_{-m} = h_m, \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (4.36)$$

и, следовательно, с учетом (4.35) ДН структуры будет четной функцией угла наблюдения  $\theta$ , так что будет достаточным провести рассмотрение лишь для  $\theta \geq 0$ .

При указанных условиях задачу синтеза секторной ДН сформулируем следующим образом: найти такие положения короткозамыкателей  $h_m$ , которые обеспечили бы минимум максимального уровня ДН в области перемещения побочных интерференционных максимумов множителя решетки  $\tau_1$  относительно минимального уровня ДН в области сканирования главного луча  $\tau_0$ , т.е. найти минимум следующей целевой функции многих переменных

$$g(\mathbf{h}) = \max_{\theta \in \tau_1} F(\theta) / \min_{\theta \in \tau_0} F(\theta), \quad (4.37)$$

где  $\mathbf{h}$  – вектор положений короткозамыкателей, который с учетом симметрии (4.36) и геометрии задачи (рис. 4.3) содержит  $1+M/2$  компонент для четных  $M$

или  $(1+M)/2$  компонент для нечетных  $M$ . Полуширину сектора сканирования главного луча  $\tau_0$  зададим в виде

$$\theta_{\max} = \arcsin \frac{\lambda}{2\xi b}, \quad (4.38)$$

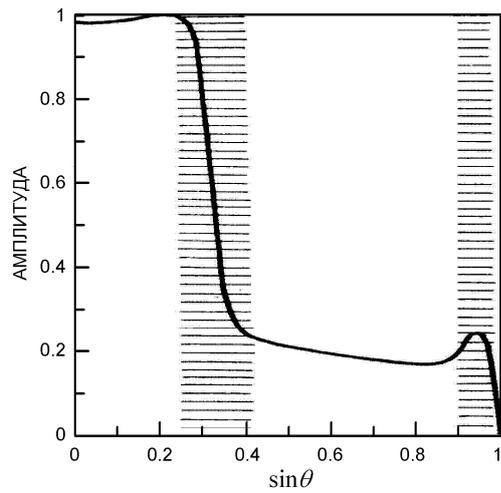
где  $\xi \geq 1$  – коэффициент использования элемента решетки (см. Главу 1 или [184]), который будем также считать заданным.

Решение сформулированной задачи синтеза было осуществлено с использованием разработанного пакета программ на языке ФОРТРАН, включающего подпрограммы вычисления значений ДН (4.34), целевой функции (4.37), и подпрограмму поиска минимума последней, для чего был использован метод деформируемого многогранника, описанный в [91]. Некоторые результаты синтеза секторной ДН в нормированном виде представлены на рис. 4.4, а геометрические параметры структуры, соответствующие приведенным ДН, приведены в Таблице 4.1.

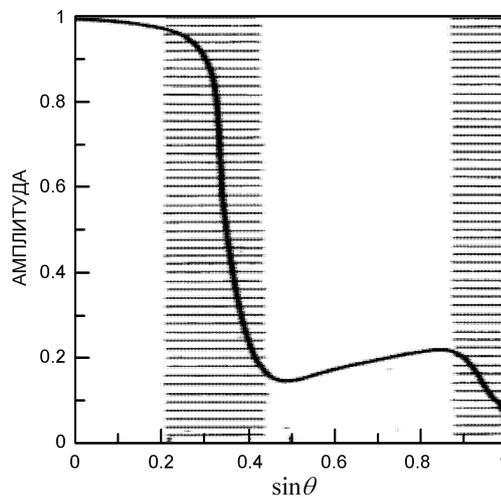
**Таблица 4.1.** Геометрические параметры структуры, соответствующие диаграммам направленности, показанным на рис. 4.4.

Рис. 4.4	$x_0/\lambda$	$z_0/\lambda$	$b/\lambda$	$M$	$\xi$	$h_m/\lambda, \quad m=0, 1, \dots, M/2$					
a)	0.000	0.20	1.5	10	1.4	0.474	0.585	0.620	0.531	0.832	0.580
b)	0.258	1.00	1.5	10	1.5	0.525	0.537	0.599	0.734	0.576	0.562
c)	0.255	1.33	2.0	10	1.6	0.691	0.578	0.587	0.700	0.621	0.629

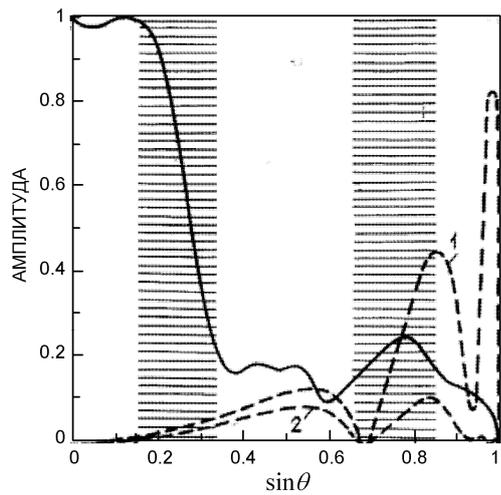
Отметим, что как следует из системы уравнений (4.22), (4.24) и (4.25), а также из выражения (4.34), ДН не изменится, если к найденным положениям короткозамыкателей добавить целое число полуволн. Не заштрихованными областями на рис. 4.4 являются области сканирования главного луча ( $0 \leq \sin \theta \leq \sin \theta_{\max}$ ) и побочных максимумов, а заштрихованные – области, в которые не попадают ни главный, ни побочные максимумы. Эти области исключались из рассмотрения при вычислении целевой функции (4.37).



(a)



(b)



(c)

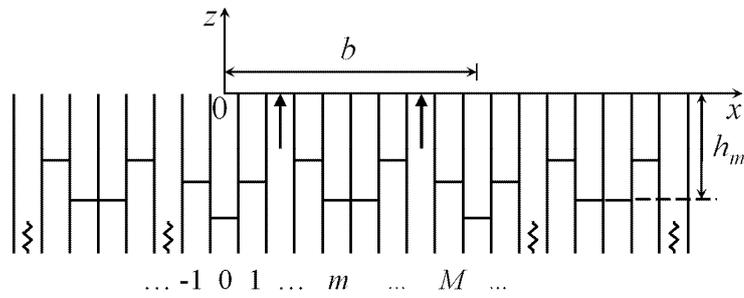
**Рис. 4.4.** Диаграммы направленности структуры с параметрами, указанными в Таблице 4.1, при локальном возбуждении токами (4.34).

В приведенных примерах уровень полученных ДН в области перемещения побочных максимумов не превышает  $-13$  дБ, что для некоторых приложений является вполне приемлемым.

Численные эксперименты показали, что при  $z_0 > \lambda/2$  предпочтительными для синтеза секторной ДН являются разнесенные нити тока. Это объясняется тем, что ДН одной нити тока в присутствии структуры без короткозамыкателей, соответствующая двум первым слагаемым в квадратных скобках (4.34) и представленная штриховой кривой 1 на рис. 4.4(с), имеет довольно высокие боковые лепестки. Использование двух нитей, расположенных на соответствующих расстояниях друг от друга, позволяет существенно снизить уровень указанных боковых лепестков (штриховая кривая 2 на рис. 4.4(с)) и тем самым создать более благоприятные условия для формирования секторной ДН с помощью третьего слагаемого в (4.34), зависящего от положений короткозамыкателей. Указанные штриховые кривые нормированы на максимум ДН облучателя. Выбор расстояния между нитями токов осуществляется следующим образом. Анализ первого и второго слагаемых в (4.34) показывает, что у них есть общий множитель  $\cos(kx_0 \sin \theta)$ . Поэтому, если выбрать  $x_0 = \pi / (2k \sin \theta)$ , где  $\theta$  – угол, соответствующий положению наиболее высокого бокового лепестка, то указанный множитель обращается в нуль в направлении  $\theta$ , и уровень остальных боковых лепестков также снижается.

### **4.3. Модулированная ребристая структура с активными волноводами**

Вторая модель, рассматриваемая ниже, соответствует схемам решеток с реактивно нагруженными излучателями, показанным на рис. 4.1. Модель представляет собой бесконечную периодическую структуру плоскопараллельных волноводов, показанную на рис. 4.5, где  $b = (a+t)M$  – период решетки,



**Рис. 4.5.** Модулированная ребристая структура, возбуждаемая от активных волноводов.

$a$  – ширина каждого волновода,  $t$  – толщина стенки,  $M=M'+M''$  – общее число волноводов на периоде структуры, из которых  $M'$  – число активных волноводов, возбуждаемых ТЕМ-волнами заданной амплитуды, и  $M''$  – число пассивных волноводов, возбуждаемых за счет взаимодействия с активными и между собой по свободному пространству. В пассивных волноводах установлены короткозамыкатели, положение которых определяет величины реактивных нагрузок и является периодической функцией номера волновода, т.е.

$$h_{m+Mq} = h_m, \quad m \in M'', \quad q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.39)$$

стенки волноводов и короткозамыкатели считаются идеально проводящими.

Под ДН элемента решетки будем понимать ее ДН, соответствующую возбуждению активных волноводов только одного периода. При этом остальные активные волноводы считаются подключенными к согласованным нагрузкам, как показано на рис. 4.5. Пусть активные волноводы центрального периода возбуждаются полем ТЕМ-волн, которое запишем в виде

$$H_y^i(x, z) = \psi^i(x, z) = \sum_{m \in M'} A_m \Theta_m(x, z), \quad (4.40)$$

где  $A_m$  – заданные амплитуды и  $\Theta_m(x, z)$  – функция, определяемая формулой (4.15). Далее будем считать, что волноводы являются одномодовыми ( $a < \lambda/2$ ), а короткозамыкатели – установленными достаточно далеко от раскрыва и их взаимодействие с раскрывом по высшим типам волн пренебрежимо мало. При

указанных условиях требуется рассчитать ДН элемента решетки при возбуждении (4.40).

**4.3.1. Методика анализа и синтеза.** ДН элемента решетки определим через ДН, соответствующую возбуждению активных волноводов решетки заданным полем

$$\psi_p^i(U, x, z) = \sum_{m \in M'} A_m \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Theta_{m+Mq}(x, z) e^{iqU}, \quad (4.41)$$

удовлетворяющим условию квазипериодичности

$$\psi_p^i(U, x + b, z) = \psi_p^i(U, x, z) e^{iU} \quad (4.42)$$

и связанным с полем (4.40) преобразованием

$$\psi^i(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \psi_p^i(U, x, z) dU. \quad (4.43)$$

Так как рассматриваемая структура является периодической, то полное поле, образующееся при возбуждении (4.41), будет также удовлетворять условию (4.42). В частности, для амплитуд ТЕМ-волн, приходящих к раскрывам всех волноводов, будет справедлива формула (4.13). С учетом этой формулы, ДН решетки при возбуждении (4.41) определяется формулой

$$F_p(U, \theta) = 2\pi f(\theta) \sum_{m=0}^{M-1} A_m(U) e^{-imka' \sin \theta} \times \sum_{q=-\infty}^{\infty} \delta(U - kb \sin \theta - 2\pi q), \quad (4.44)$$

где  $a' = b/M$ ,  $\theta$  – угол наблюдения отмеряемый от оси  $z$ ,  $f(\theta)$  – ДН волновода в решетке без короткозамыкателей и  $\delta(\dots)$  – дельта-функция. Применяя операцию (4.43) к ДН (4.44), получим формулу для ДН элемента решетки при возбуждении (4.40)

$$F(\theta) = f(\theta) \sum_{m=0}^{M-1} A'_m(kb \sin \theta), \quad (4.45)$$

в которой  $A'_m(U) = A_m(U) \exp(-imu)$  и  $u = U/M$ .

Амплитуды обратных волн, уходящих от раскрытов пассивных волноводов в сторону короткозамыкателей, связаны с амплитудами прямых волн  $A_n(U)$  как  $A_n(U)\exp(-i2kh_n)$ ,  $n \in M''$ , и определяются через коэффициенты взаимной связи формулой

$$A_n(U)\exp(-i2kh_n) = \sum_{m=0}^{M-1} A_m(U) \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_{m-n+Mq} e^{iMqu}, \quad (4.46)$$

где  $C_n$  – коэффициент взаимной связи между волноводами, разность номеров которых равна  $n$ . Умножая (4.46) на  $\exp(-imu)$  и проводя несложные выкладки, получим следующую систему линейных алгебраических уравнений для  $A'_m(U)$

$$\sum_{m \in M''} A'_m(U) [R_{m-n}(u) - \delta_{mn} \exp(-i2kh_m)] = - \sum_{m \in M'} A'_m(U) R_{m-n}(u), \quad (4.47)$$

в которой  $n \in M''$ ,  $\delta_{mn}$  – символ Кронекера и функции  $R_n(u)$  определяются формулой (4.23) и вычисляются путем решения системы линейных уравнений (4.27). Значения коэффициента отражения решетки волноводов без короткозамыкателей  $R(u)$ , стоящего в правой части (4.27) при различных аргументах, вычисляются либо по строгой формуле (4.28), справедливой для стенок нулевой толщины, либо с использованием метода сшивания [112, 119], или метода интегральных уравнений [4] в общем случае. Заметим, что система (4.47) отличается от системы уравнений (4.22), (4.24) и (4.25) в основном только правой частью, определяемой амплитудами волн, возбуждаемых от заданных источников, которыми являются заданные поля в активных волноводах в рассматриваемой задаче и заданные токи над структурой, рассмотренной в разделе 4.2.

Таким образом, расчет ДН элемента решетки при заданных положениях короткозамыкателей сводится к последовательному решению двух линейных систем уравнений (4.27) и (4.47). Порядок первой равен полному числу волноводов на периоде  $M$ , а порядок второй – числу пассивных волноводов  $M''$ .

Методика, приведенная выше, является составной частью процедуры решения задачи синтеза решетки с секторной ДН элемента. Эту задачу сформулируем следующим образом. При заданном периоде решетки  $b$ , числе и положении активных и пассивных волноводов на периоде, амплитудах падающих волн в активных волноводах и ширине сектора сканирования  $\tau_0 : |\theta| \leq \theta_{\max} < \arcsin(\lambda/2b)$  найти положения короткозамыкателей, при которых целевая функция

$$g(\mathbf{h}) = \min_{\theta \in \tau_0} |F(\theta)|, \quad (4.48)$$

достигает максимального значения. Будем также предполагать, что кроме условия периодичности (4.39) еще выполняется условие зеркальной симметрии структуры относительно середины периода.

**4.3.2. Расчетные и экспериментальные результаты.** Ниже на рис. 4.6–4.9 представлены результаты синтеза волноводных решеток с ребристыми структурами [221, 243–245]. Численные эксперименты и приведенные результаты показывают, что секторные ДН элемента хорошего качества в решетках с периодом от одной до двух длин волн могут быть получены при использовании только одного активного излучателя в ячейке. Два активных волновода в ячейке следует использовать при формировании секторной ДН в решетках с периодом от двух до четырех длин волн. Число волноводов выбирается таким, чтобы их ширина составляла порядка  $(0.1–0.17)\lambda$ .

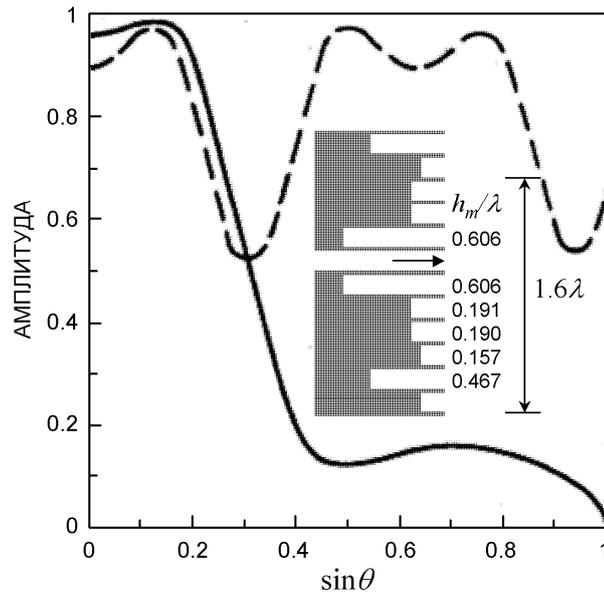
В качестве параметра, характеризующего согласование решетки со свободным пространством при сканировании, можно выбрать к.п.д. решетки, определяемый формулой

$$\eta(U) = 1 - \frac{\sum_{n \in M'} |R_{0n}(U)|^2}{\sum_{n \in M'} |A_n|^2}, \quad (4.49)$$

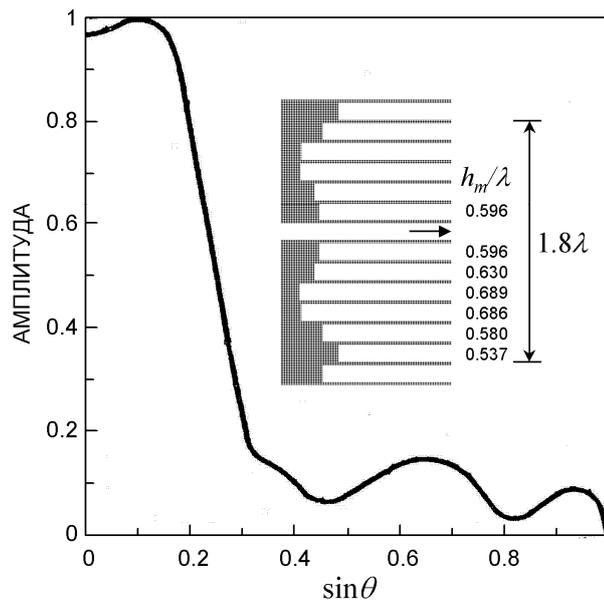
где

$$R_{0n}(U) = e^{imu} \sum_{m=0}^{M-1} A'_m(U) R_{m-n}(u), \quad (4.50)$$

– комплексные амплитуды ТЕМ-волн, отраженных от раскрывов активных волноводов. Результаты расчетов к.п.д. (4.49), приведенные на рис. 4.6–4.9 штриховыми линиями, показывают, что секторные ДН элемента могут быть реализованы при относительно хорошем согласовании решетки.



**Рис. 4.6.** ДН элемента (—) и к.п.д. решетки (---) с  $b=1.6\lambda$ ,  $M=10$ ,  $M'=1$  и  $t=0$ .



**Рис. 4.7.** Геометрия и ДН элемента решетки с  $b=1.8\lambda$ ,  $M=12$ ,  $M'=1$  и  $t=0$ .

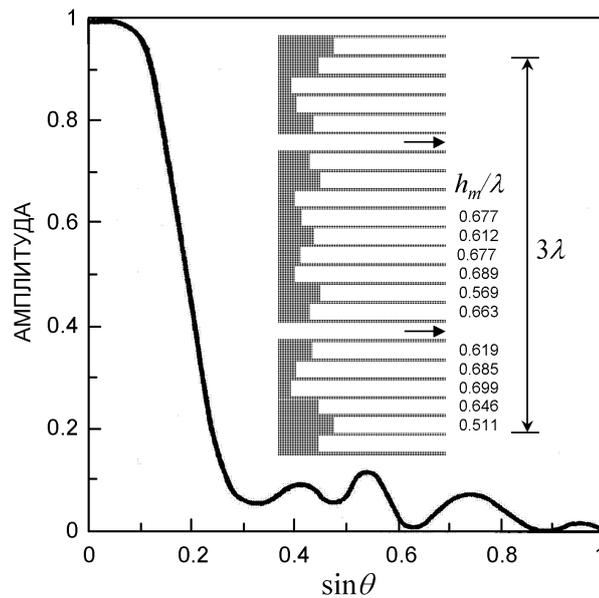


Рис. 4.8. Геометрия и ДН элемента решетки с  $b=3\lambda$ ,  $M=20$ ,  $M'=2$  и  $t=0$ .

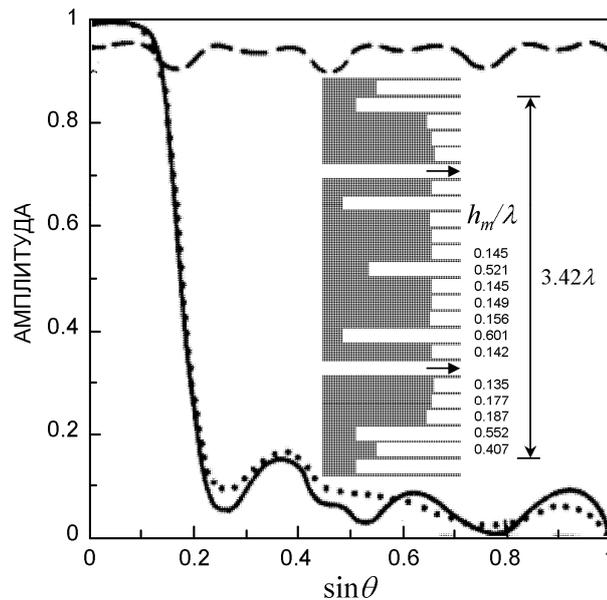


Рис. 4.9. Рассчитанная (—) и измеренная (•••) ДН элемента и к.п.д. решетки (---) с  $b=3.42\lambda$ ,  $M=22$ ,  $M'=2$  и  $t=0.035\lambda$ .

Результаты расчетов геометрии решетки с периодом  $3.42\lambda$  были использованы при разработке экспериментального макета решетки X-диапазона, показанного на рис. 4.10. Ребристая структура, раскрыв которой в E-плоскости составлял три периода, возбуждалась через симметричный двухканальный волноводный делитель мощности парой H-плоскостных



**Рис. 4.10.** Макет антенной решетки X-диапазона с ребристой структурой.

рупоров. Щели, соответствующие входам активных волноводов, к которым не были подключены рупора, были нагружены на согласованные нагрузки. Измеренная ДН центрального элемента макета показана на рис. 4.9 точечной линией. Видно, что расчетная и измеренная ДН элемента имеют хорошее совпадение в области секторного максимума и лишь незначительное различие на низком уровне бокового излучения, что характеризует хорошее соответствие теоретической модели и реальной конструкции.

## **ГЛАВА 5. РЕШЕТКИ ВОЛНОВОДОВ С ВЫСТУПАЮЩИМИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ**

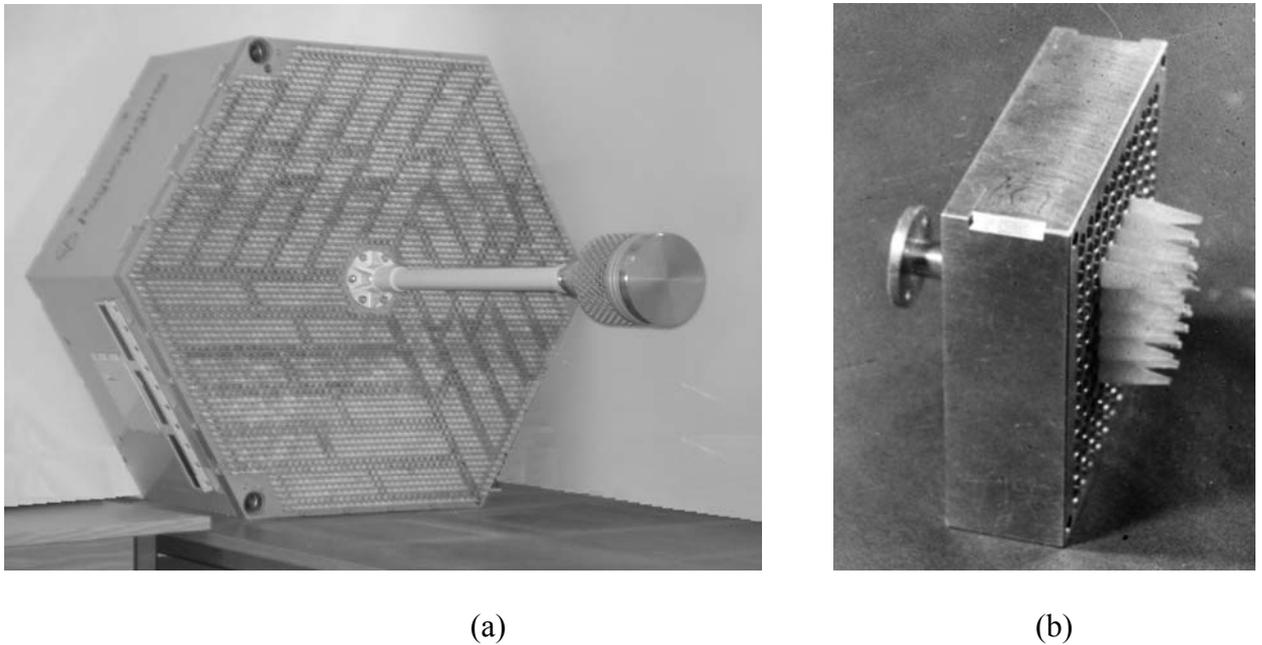
Как показано в Главе 4, наличие естественных взаимных связей между излучателями решетки по свободному пространству может быть эффективно использовано для формирования перекрывающихся подрешеток с секторными ДН. В этом случае система возбуждения подрешеток реактивно нагруженных излучателей существенно упрощается по сравнению с системами на основе проходных многополюсников, рассмотренных в Главе 2. Однако, секторные ДН высокого качества могут быть сформированы только при достаточно сильном межэлементном взаимодействии. Реализация такого взаимодействия между волноводами с открытыми концами, рассмотренными в Главе 4, или линейными вибраторами требует использования большого количества излучателей указанных типов, близко расположенных друг к другу на периоде решетки. Существует другой класс излучателей, между которыми может быть реализовано сильное взаимодействие. К нему относятся излучатели продольного типа, в частности – диэлектрические стержни. Эти излучатели, являясь отрезками открытых передающих линий, поддерживают бегущие волны, благодаря которым осуществляется их взаимодействие в решетке. Так как это взаимодействие происходит по мере движения волны, то связь в основном передается в направлении распространения волны и поэтому, в отличие от решеток волноводов с открытыми концами или вибраторов, взаимодействие диэлектрических стержней по их входам значительно слабее, что является их положительной особенностью. Другой положительной особенностью является то, что можно использовать один стержневой элемент в ячейке с поперечным размером до полутора длин волн, что проще, чем несколько реактивно нагруженных волноводов или вибраторов. Кроме того, конструкция излучающей структуры может быть очень простой за счет того,

что диэлектрический излучатель может быть просто продолжением диэлектрической вставки, выступающей из волновода.

### 5.1. Волноводно-диэлектрические решетки и структуры

Антенные решетки с диэлектрическими излучателями известны в литературе с 1950х годов. В статье [4] описан лабораторный макет сканирующей решетки, состоящей из четырех полых диэлектрических излучателей с волноводным возбуждением, спроектированной в 1955 г. В работе [81] 1963 года (см. также [116]) приведены результаты исследования, демонстрирующие формирование столообразной ДН шириной  $\pm 32^\circ$  при возбуждении центрального элемента пятиэлементной линейной решетки стержней из полистирола длиной  $6\lambda$  и межэлементным расстоянием  $0.75\lambda$ . В работе [140] 1967 года описано применение выступающего диэлектрического заполнения для улучшения согласования волноводной решетки. Девятиэлементная линейная решетка керамических стержней X-диапазона исследована в [193]. В статье [136] проведено моделирование секторной ДН продольного элемента решетки с использованием бесконечной решетки диэлектрических пластин, расположенных на экране (двумерная задача), при возбуждении одной пластины заданным сторонним током. Демонстрируется формирование секторной ДН шириной  $\pm 30^\circ$  при высоте пластин  $3.4\lambda$  и периоде  $\lambda$ , а также шириной  $\pm 21^\circ$  при высоте пластин  $6.8\lambda$  и периоде  $1.35\lambda$ . Механизм формирования столообразных ДН элемента в стержневых решетках обсуждается в [5, 6] с использованием приближенного подхода к расчету собственных волн диэлектрической структуры и без учета условий возбуждения стержней. В обзоре [115] описано применение диэлектрических стержневых излучателей в ряде мобильных радиолокаторов X-диапазона для формирования столообразной ДН элемента. В частности, в одном из

радиолокаторов формируется ДН элемента шириной  $\pm 42^\circ$  в главных плоскостях гексагональной решетки с шагом  $0.755\lambda$ .

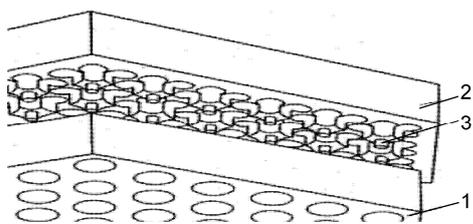


**Рис. 5.1.** (а) Модуль волноводно-стержневой решетки отражательного типа для работы в  $K_a$ -диапазоне [198], и (b) макет, использованный для оптимизации излучающей структуры.

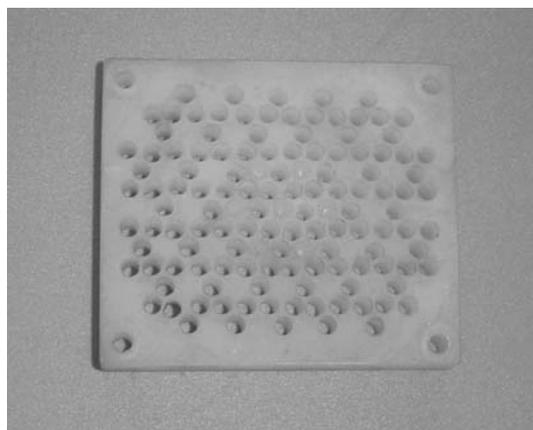
Одной из недавних разработок в рассматриваемой области является решетка  $K_a$ -диапазона [198], состоящая из крупноапертурных приемопередающих фазированных модулей отражательного типа [86], один из которых показан на рис. 5.1(а). Модуль имеет поперечный размер порядка  $70\lambda$  и содержит 3600 волноводно-стержневых излучателей, расположенных в гексагональной сетке с межэлементным расстоянием  $1.1\lambda$ . Указанный шаг решетки обусловлен поперечными размерами используемых ферритовых фазовращателей [199]. Излучающая структура модуля проектировалась экспериментальным путем [263] с использованием небольшого макета, показанного на рис. 5.1(б). Диаметр круглого волновода и, соответственно, выступающего цилиндрического диэлектрического стержня подбирался из условия получения наилучшего согласования решетки со свободным

пространством, а длина выступающей части – из условия формирования столообразной ДН элемента, подавляющей интерференционные максимумы, присутствующие в области видимости при сканировании главного луча. В результате была получена столообразная ДН элемента для сканирования в секторе  $\pm 25^\circ$  в главных плоскостях решетки. Рассматриваемый модуль послужил основой для разработки самостоятельного радиолокатора [38], для чего первоначальный облучатель был заменен моноимпульсным. Другим примером применения диэлектрических стержней является активная ФАР для стратосферной системы связи, рассмотренная в [59].

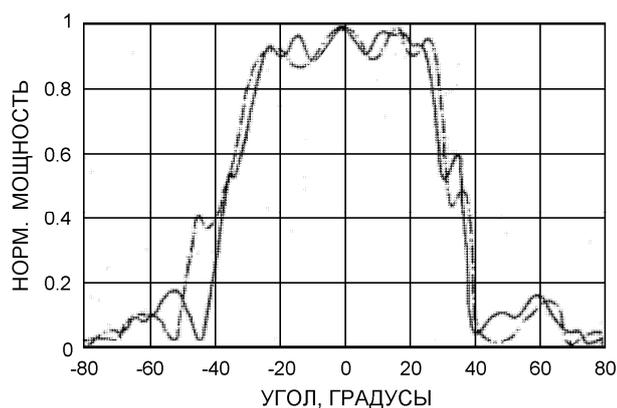
Для решеток  $K_a$ -диапазона и более высокочастотных диапазонов, где размеры стержневого излучателя малы, был предложен другой тип диэлектрического излучателя [263, 248]. Этот излучатель представляет собой интегрированный элемент единой диэлектрической перфорированной пластины 2, показанной на рис. 5.2(а) и 5.2(б), которая располагается на металлической пластине 1 с волноводными каналами. В нижней части пластины имеются выступы 3, показанные на рис. 5.2(а), для чего пластина 2 показана в приподнятом положении. Указанные выступы входят в волноводные каналы и служат в качестве согласующих элементов между волноводами и диэлектрическими излучателями. Отверстия в пластине, формирующие диэлектрические излучатели, выполнены так, что их оси лежат между осями волноводных каналов. На верхней стороне пластины между отверстиями соосно с волноводными каналами выполнены конические углубления, служащие для согласования пластины со свободным пространством. ДН элемента решетки с полиэтиленовой диэлектрической структурой при возбуждении центрального волновода волной  $TE_{11}$  круговой поляризации, измеренные в горизонтальной и вертикальной плоскостях, показаны на рис. 5.2(с). Эта ДН близка к ДН стержневого диэлектрического элемента [38].



(a)



(b)



(c)

**Рис. 5.2.** (a) Эскиз решетки круглых волноводов с диэлектрической структурой; (b) фото диэлектрической структуры из полиэтилена; (c) измеренная ДН центрального элемента решетки по мощности в горизонтальной (—) и вертикальной (- · - · -) плоскостях.

Отметим, что отверстия в пластине могут быть и не сквозными [263, 248]. В этом случае функция диэлектрических излучателей совмещается с функциями диэлектрического покрытия. Один из аналогов такой структуры в виде стержней прямоугольного сечения, на которых лежит слой диэлектрика, был проанализирован в статье [179].

## 5.2. Обзор методов анализа и полученных результатов

Привлекательность использования диэлектрических элементов выступающих из волноводов в качестве излучателей фазированных решеток инициировала и стимулировала разработку методов анализа решеток с такими элементами при строгой постановке задачи в течение последних нескольких десятилетий. В литературе описаны несколько методов решения этой задачи.

**5.2.1. Метод сшивания.** Если выступающие диэлектрические элементы являются продольно однородными, то задача может быть решена методом проекционного сшивания полей на границах частичных областей, для которых необходимо знать собственные волны и их постоянные распространения. Собственные волны волноводов прямоугольного и круглого сечения, а также система векторных гармоник Флоке для представления поля в свободном пространстве хорошо известны (см., например, [4]). Параметры собственных волн периодических диэлектрических структур приходится определять численными методами. В двумерных случаях решеток диэлектрических пластин, рассмотренных в [28, 164], нахождение постоянных распространения с высокой точностью из сравнительно простых дисперсионных уравнений не представляет больших трудностей. В трехмерных случаях задача становится существенно сложнее. Для периодических структур диэлектрических цилиндров задача может быть сведена к нахождению собственных значений и собственных векторов матриц большого порядка. Подобные матрицы получены с использованием метода Галеркина в [29] на основе оператора Максвелла и в [57] на основе поперечных составляющих напряженности магнитного поля. Алгоритмы метода частичных областей для решеток круглых волноводов с выступающими цилиндрическими стержнями описаны в [30, 58]. Численные результаты, приведенные в статьях [4, 164, 30, 14], получены для решеток со сравнительно малыми межэлементными

расстояниями от  $0.5\lambda$  до  $0.68\lambda$ . Исследования в основном касались вопросов согласования решеток путем подбора параметров выступающих элементов, а также – эффектов ослепления. Формирование секторных ДН элемента не рассматривалось.

Если выступающие диэлектрические элементы решетки не являются продольно однородными (примером являются конические стержни), то для анализа таких решеток можно использовать ступенчатую аппроксимацию элементов структуры с последующим применением метода сшивания для ее анализа. Такой подход использован в [58], где в качестве примера рассчитан коэффициент отражения решетки круглых волноводов с двухступенчатыми цилиндрическими стержнями. Аналогичный подход описан также в работе [14].

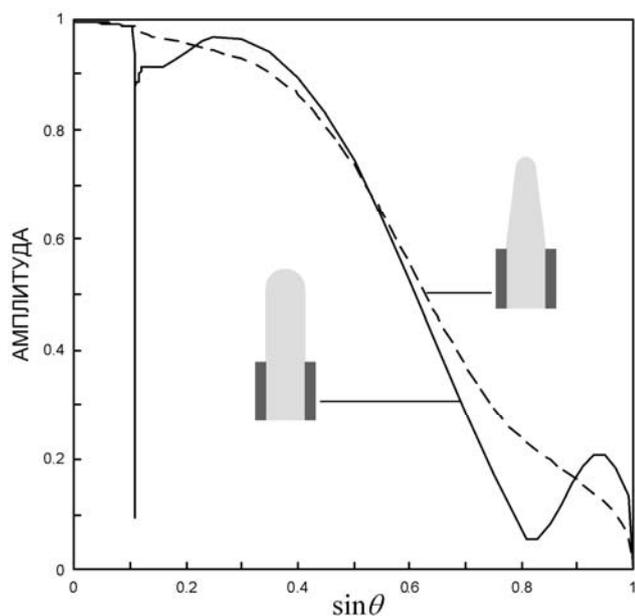
**5.2.2. Неполный метод Галеркина.** Этот метод позволяет свести задачу к системам обыкновенных дифференциальных уравнений для коэффициентов разложения полей в поперечном сечении диэлектрической структуры. Алгоритм, разработанный на его основе, описан в [48, 49], но без представления численных результатов для стержневых решеток. Модификация этого алгоритма для случая продольно однородных цилиндрических стержней приведена в [50, 89], где задача снова сведена к отысканию постоянных распространения волн в диэлектрической структуре. Результаты, полученные в [50], относятся к таким же решеткам, что были рассмотрены в [30]. Форма ДН элемента решетки в [50, 89] не исследовалась. В отчете [84] алгоритм неполного метода Галеркина был применен к волноводным решеткам с коническими стержнями. Рассчитанные характеристики согласования приведены для гексагональной решетки с периодом  $0.64\lambda$ . Конические стержни длиной около  $0.5\lambda$  и проницаемостью 2.3 выступали из волноводов диаметром  $0.46\lambda$ .

Алгоритм на основе метода поперечных сечений, родственного неполному методу Галеркина, был разработан в [117] для анализа решеток плоскопараллельных волноводов с диэлектрическими вставками и выступами произвольной формы. Приведенные результаты касаются улучшения согласования решетки подбором параметров диэлектрических пластин, расположенных на фланцах волноводов. Приведен также пример формирования квази-секторной ДН элемента, но ее ширина почти в два раза меньше, чем ширина секторной ДН, соответствующая заданному периоду решетки.

**5.2.3. Резонаторный проекционный метод.** Этот метод применяется в работе [54] для решения трехмерной задачи о решетке волноводов со стержнями произвольной формы. Электрическое поле в объемной периодической ячейке, содержащей стержень, представляется в виде разложения по собственным волнам прямоугольного резонатора с верхней идеальной магнитной стенкой, а магнитное поле – по волнам прямоугольного резонатора с верхней идеальной электрической стенкой. На боковых стенках резонатора ставятся граничные условия Флоке. Эти разложения подставляются в уравнения Максвелла, записанные для рассматриваемой ячейки, и полученные выражения проектируются на те же базисные функции. В процессе проектирования учитываются условия сопряжения полей с волноводными волнами в раскрыве волновода и с гармониками Флоке в свободном пространстве. В результате задача сводится к системе линейных алгебраических уравнений для неизвестных коэффициентов разложения. В работе приведены все расчетные соотношения, однако численные результаты отсутствуют.

**5.2.4. Метод интегральных уравнений для поверхностных токов и метод вспомогательных источников.** Применение первого метода непосред-

ственно к анализу волноводных решеток с выступающими диэлектрическими элементами, насколько известно автору, не рассматривалось в литературе. Однако этот метод применялся к анализу родственных структур, содержащих диэлектрические резонаторные элементы, как описано в [125, 162] и цитированной там литературе. Этот метод предполагает использование всех составляющих соответствующих тензорных функций Грина, что делает алгоритм расчета довольно громоздким.



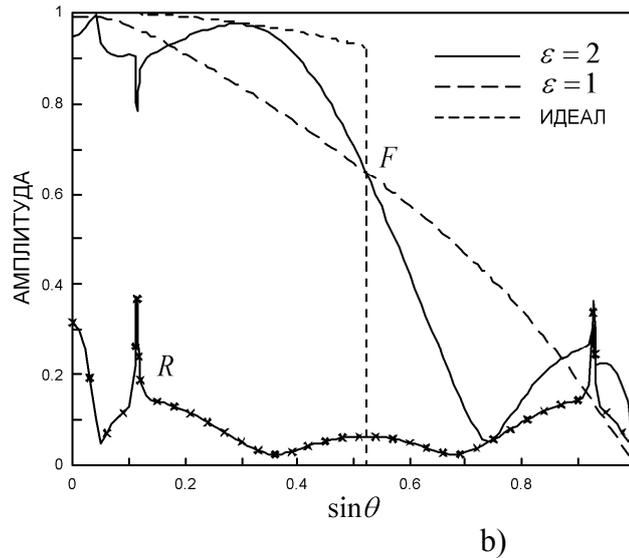
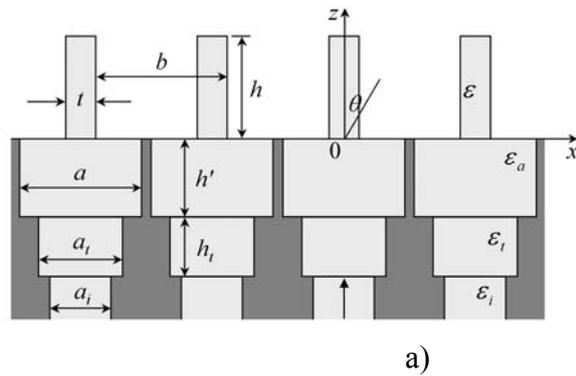
**Рис. 5.3.** ДН элемента решетки [249]. Период  $0.9\lambda$ , проницаемость элементов 2, высота  $1.4\lambda$ , ширина основания  $0.6\lambda$  радиус закругления вершины  $0.3\lambda$  и  $0.15\lambda$ .

Более простой альтернативой является метод вспомогательных источников (МВИ). Обзоры задач, решаемых этим методом (и его модификациями) приведены в [43, 156, 249]. В [62] этот метод был сначала применен для анализа решетки плоско-параллельных волноводов в присутствии решетки препятствий перед раскрытиями. Дальнейшее развитие метод получил в работах [217, 218, 249, 262, 264, 266, 267, 276], где впервые были решены двумерные задачи о решетках плоско-параллельных волноводах с выступающими диэлектрическими элементами произвольной формы с

гладкой границей. В этих работах было продемонстрировано влияние формы выступающих элементов на характеристики решетки, а также – формирование секторной ДН элемента, как показано на рис. 5.3 в качестве примера. Обобщение метода на трехмерный случай решетки круглых волноводов с осесимметричными стержнями гладкой формы описано в [292] с использованием кольцевых азимутальных электрических и магнитных токов в качестве вспомогательных источников.

#### **5.2.5. Метод интегральных уравнений для токов поляризации.**

Помимо интегральных уравнений для эквивалентных поверхностных электрических и магнитных токов, упомянутых выше, задача может быть сформулирована также и в виде интегральных уравнений для токов поляризации в выступающих диэлектрических элементах в сочетании с проекционным сшиванием полей в раскрывах волноводов. Первые алгоритмы на этой основе для решения двумерных задач были разработаны в [72, 285]. Затем этот подход был развит в [229, 293] для случая  $E$ -поляризации и в [228] для случая  $H$ -поляризации. Геометрия структуры, рассмотренной в указанных работах приведена на рис. 5.4(a). Упрощение алгоритма расчета достигнуто путем разложения токов поляризации по собственным функциям соответствующих прямоугольных резонаторов. Пример формирования секторной ДН элемента решетки путем подбора параметров выступающих элементов для случая  $H$ -поляризации показан на рис. 5.4(b). В работах [72, 228, 229, 268, 285, 293] (см. также [177, Глава 8]) приведены примеры формирования секторных ДН элемента. Кроме того, в [229] исследовано влияние диэлектрических потерь в выступах на эффекты ослепления решетки. Алгоритм метода объемных интегральных уравнений не был реализован для трехмерного случая волноводно-стержневых решеток. Однако родственная задача о рассеянии волн на периодических поглощающих структурах с пирамидальными элементами была решена в [210].



**Рис. 5.4.** Геометрия (а) и характеристики решетки с  $a_i=0.4\lambda$ ,  $a_t=0.45\lambda$ ,  $h_t=0.25\lambda$ ,  $\varepsilon_i=\varepsilon_t=1$ ,  $a=0.57\lambda$ ,  $h'=0.3\lambda$ ,  $b=0.96\lambda$ ,  $\varepsilon_a=\varepsilon=2$ ,  $t=0.5\lambda$  и  $h=1.2\lambda$  (б), полученные методом интегральных уравнений для токов поляризации при возбуждении волноводов ТЕМ-волнами [228].

**5.2.6. Метод конечных элементов и коммерческие программы.** Метод конечных элементов, включающий в себя несколько гибридных модификаций (см., например, [206]), является одним из наиболее мощных средств для электродинамического моделирования. Его применение к анализу волноводно-стержневых решеток можно найти в [138], где моделируется решетка прямоугольных волноводов, заполненных диэлектриком, выступающим над раскрытиями. Решение, полученное сначала для бесконечной периодической структуры, затем используется для анализа конечной решетки, которая была ранее экспериментально исследована в [164]. Аналогичная бесконечная решетка с интегрированным однослойным укрытием рассмотрена в [179] также с использованием гибридного метода

конечных элементов. Метод конечных элементов, в котором область нахождения решения ограничивается идеальным поглощающим слоем, реализован в известных коммерческих программах HFSS и Microwave Studio. Отметим, что при анализе решетки со стержнями прямоугольного поперечного сечения, выступающими на длину  $\lambda/2$ , в [138] использовалась алгебраическая система с 7105 неизвестными. Стержни, позволяющие формировать секторную ДН элемента обычно в несколько раз длиннее. Поэтому применение метода конечных элементов для анализа решеток с такими элементами потребовало бы существенно больших компьютерных ресурсов.

### **5.3. Гибридный проекционный метод в двумерных задачах:**

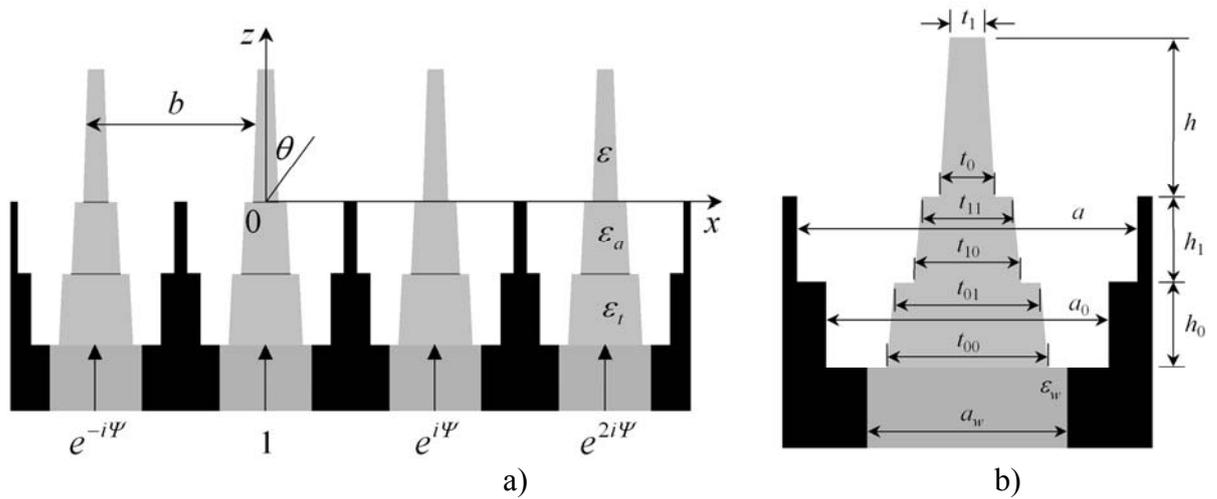
#### **Е-поляризация**

Обзор, приведенный выше, показывает, что существующие методы анализа волноводно-диэлектрических решеток имеют определенные ограничения по их применению. Полученные результаты также не охватывают некоторые важные случаи. В частности, в литературе отсутствуют результаты для длинных заостренных выступающих элементов, необходимых как для формирования секторных диаграмм направленности высокого качества, так и для обеспечения хорошего согласования решетки со свободным пространством. Поэтому дальнейшие исследования в этой области продолжают оставаться актуальными как в методическом плане, так и в плане исследования свойств самих решеток.

В работах [230, 270, 273] был предложен гибридный проекционный метод, примененный к анализу и оптимизации одномерно-периодических решеток ступенчатых плоскопараллельных волноводов, полностью заполненных диэлектриком, выступающим над раскрывами. Метод [230] аналогичен неполному методу Галеркина [49], сводящему задачу к системам

обыкновенных дифференциальных уравнений. Однако, в отличие от [49], упомянутые системы решаются одномерным методом конечных элементов, как это делается в [185] при решении задачи о периодических диэлектрических структурах. Как было показано в [230], наилучшие характеристики решетки достигаются при ширине выступающей части диэлектрика, заметно меньшей ширины раскрыва волновода. Это обстоятельство налагает ограничение на значение диэлектрической проницаемости материала, заполняющего волновод. Использование плотного диэлектрика не позволяет обеспечить хорошее согласование решетки, что особенно характерно для случая Н-поляризации возбуждения. В этом случае приходится использовать менее плотный материал, заполняющий рупор, и более плотный материал выступающей части, что не является наилучшим вариантом с точки зрения конструкции. Более перспективной является структура решетки [234, 236, 271, 295], в которой диэлектрические элементы, выходящие из питающих волноводов и выступающие над раскрывами решетки, лишь частично заполняют ступенчатые волноводы, как описано ниже.

**5.3.1. Геометрия и возбуждение решетки.** Общая геометрия решетки и подробная геометрия волноводно-диэлектрического элемента в плоскости  $Oxz$  декартовой прямоугольной системы координат  $Oxyz$  показаны на рис. 5.5(a) и 5.5(b) соответственно. Решетка представляет собой бесконечную периодическую структуру с периодом  $b$ , образованную плоскопараллельными волноводами шириной  $a_w$ , присоединенными к ступенчатым рупорам. Ширина и высота нижней рупорной секции –  $a_0$  и  $h_0$ , ширина и высота верхней (излучающей) секции –  $a$  и  $h_1$  соответственно. Ширина диэлектрической пластины у основания и раскрыва нижней секции –  $t_{00}$  и  $t_{01}$ , у основания и раскрыва верхней секции –  $t_{10}$  и  $t_{11}$ . Ширина выступа у основания и на конце –  $t_0$  и  $t_1$  соответственно, высота выступа –  $h$ . Относительная



**Рис. 5.5.** Общая геометрия решетки (а) и подробная геометрия волноводно-диэлектрического элемента (b).

проницаемость диэлектрика во входном волноводе –  $\epsilon_w$ , проницаемость диэлектрика в нижней и верхней секциях рупоров и выступа –  $\epsilon$ . Поверхности входных волноводов и ступенчатых рупоров считаем идеально проводящими. Варьируя указанные параметры, можно получать разнообразные конфигурации решеток, включая те, что уже рассмотрены в литературе и могут быть использованы для тестирования алгоритма.

Предполагается, что входные волноводы возбуждаются своими основными волнами  $TE_{10}$  единичной амплитуды и с прогрессивным набегом фазы  $\Psi = kbs \sin \theta$  от волновода к волноводу. При этом требуется определить рассеянное поле, и в частности рассчитать коэффициент отражения и диаграмму направленности элемента решетки, представляющие наибольший практический интерес.

**5.3.2. Представление полей.** Возбуждение входных волноводов решетки  $TE$ -волнами соответствует случаю  $E$ -поляризации, когда только составляющие электромагнитного поля  $E_y$ ,  $H_x$  и  $H_z$  не равны нулю тождественно. Предполагая, что зависимость от времени выбрана в виде  $e^{-i\omega t}$ , полное электрическое поле во входной секции центрального волновода можно записать в виде суперпозиции падающей и отраженных  $TE$ -волн

$$E_y(x, z \leq z'') = \sum_{n=1}^{\infty} (\delta_{n1} e^{i\gamma_{wn}(z-z'')} + R_n e^{-i\gamma_{wn}(z-z'')}) \sin \frac{n\pi(x + a_w/2)}{a_w}, \quad (5.1)$$

где  $z'' \leq -(h_0 + h_1)$ ,  $\gamma_{wn} = [k^2 \varepsilon_w - (n\pi/a_w)^2]^{1/2}$  – постоянные распространения,  $\delta_{1n}$  – символ Кронекера и  $R_n$  – неизвестные амплитуды отраженных волн.

Излученное электрическое поле над выступающими элементами представляет собой суперпозицию гармоник Флоке

$$E_y(x, z \geq h) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} T_q e^{i\alpha_q x + i\Gamma_q(z-h)} \quad (5.2)$$

с постоянными распространения

$$\alpha_q = (\Psi + 2\pi q)/b, \quad \Gamma_q = (k^2 - \alpha_q^2)^{1/2} = i(\alpha_q^2 - k^2)^{1/2},$$

а также неизвестными амплитудами  $T_q$ .

Электрическое поле в промежуточной и верхней волноводных секциях центрального элемента, а также в области свободного пространства, содержащей выступы, представляем в виде разложений по полным системам поперечных функций указанных областей

$$E_y(x, z'' \leq z \leq z') = \sum_{q=1}^{\infty} \bar{E}_q(z) \sin \frac{q\pi(x + a_0/2)}{a_0}, \quad (5.3)$$

$$E_y(x, z' \leq z \leq 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{E}_n(z) \sin \frac{n\pi(x + a/2)}{a}, \quad (5.4)$$

$$E_y(x, 0 \leq z \leq h) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} E_q(z) e^{i\alpha_q x}, \quad (5.5)$$

с неизвестными амплитудами, зависящими от продольной координаты  $z$ , причем  $z' = -h_1$ .

**5.3.3. Проекционное сшивание полей на границах областей.** Электрическое поле (5.3) должно быть равно нулю на фланце входного волновода и полю (5.1) в раскрытии входного волновода при  $z = z''$ . Проектируя это

равенство на поперечные функции, используемые в разложении (5.3), получаем следующую алгебраическую подсистему

$$\frac{a_w}{a_0} \sum_{n=1}^{\infty} R_n Q_{np}^{(0)} - \bar{E}_p(z'') = -\frac{a_w}{a_0} Q_{1p}^{(0)}, \quad (5.6)$$

$p=1, 2, \dots, \infty$ , с коэффициентами

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{np} &= \frac{2}{a_w} \int_{-a_w/2}^{a_w/2} \sin \frac{n\pi(x+a_w/2)}{a_w} \sin \frac{p\pi(x+a_0/2)}{a_0} dx = \\ &= \cos \frac{\pi(n-p)}{2} \left[ \frac{\sin \frac{\pi}{2} \left( n - p \frac{a_w}{a_0} \right)}{\frac{\pi}{2} \left( n - p \frac{a_w}{a_0} \right)} - (-1)^q \frac{\sin \frac{\pi}{2} \left( n + p \frac{a_w}{a_0} \right)}{\frac{\pi}{2} \left( n + p \frac{a_w}{a_0} \right)} \right]. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Поперечная составляющая напряженности магнитного поля  $H_x$  в раскрыве входного волновода при  $z=z''$  должна быть равна составляющей  $H_x(x, z'')$  в промежуточной секции. Указанные составляющие пропорциональны  $\partial E_y / \partial z$ , где  $E_y$  определяется формулами (5.1) и (5.3). Проектируя равенство указанных магнитных полей на поперечные функции входного волновода, стоящие в (5.1), получаем еще одну алгебраическую подсистему

$$i\gamma_{wm} R_m + \sum_{q=1}^{\infty} \bar{E}'_q(z'') Q_{mq}^{(0)} = i\gamma_{wm} \delta_{m1}, \quad (5.8)$$

где  $m=1, 2, \dots, \infty$ , а штрих означает производную по аргументу.

Аналогичное проекционное сшивание электрических и магнитных полей при  $z=z'=-h_1$  и  $z=0$  дает следующие соотношения

$$\frac{a_0}{a} \sum_{q=1}^{\infty} \bar{E}_q(z') Q_{qm}^{(1)} - \tilde{E}_m(z') = 0, \quad m=1, 2, \dots, \infty, \quad (5.9)$$

$$\bar{E}'_p(z') = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{E}'_n(z') Q_{pn}^{(1)}, \quad p=1, 2, \dots, \infty, \quad (5.10)$$

$$\frac{a}{b} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{E}_n(0) Q_{np} - E_p(0) = 0, \quad p=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm\infty, \quad (5.11)$$

$$\tilde{E}'_m(0) = 2 \sum_{q=-\infty}^{\infty} E'_q(0) Q_{mq}^*, \quad m=1, 2, \dots, \infty, \quad (5.12)$$

где коэффициенты  $Q_{qm}^{(1)}$  определяются формулой (5.7), в которой  $n, p, a_w$  и  $a_0$  следует заменить на  $q, m, a_0$  и  $a$  соответственно, а коэффициенты  $Q_{np}$  определяются формулой

$$Q_{np} = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \sin \frac{n\pi(x+a/2)}{a} e^{-i\alpha_p x} dx = n\pi \frac{e^{i\alpha_p a/2} - (-1)^n e^{-i\alpha_p a/2}}{(n\pi)^2 - (\alpha_p a)^2}. \quad (5.13)$$

Наконец, поскольку поля (5.2) и (5.5) разложены по одним и тем же поперечным функциям, сшивание поперечных электрических и магнитных составляющих при  $z=h$  дает соотношения

$$E_q(h) = T_q, \quad (5.14)$$

$$E'_q(h) = i\Gamma_q T_q, \quad (5.15)$$

которые будут использоваться при получении окончательной системы алгебраических уравнений.

**5.3.4. Применение метода конечных элементов.** Электрическое поле (5.3) в переходной секции при  $z'' \leq z \leq z'$  должно удовлетворять уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k^2 \tilde{\varepsilon}(x, z) E_y = 0, \quad (5.16)$$

где  $\tilde{\varepsilon}(x, z) = \varepsilon_i$  в диэлектрике и  $\tilde{\varepsilon}(x, z) = 1$  в зазорах. Подставляя (5.3) в (5.16) и проецируя (5.16) на  $p$ -ю поперечную функцию для рассматриваемой секции, умноженную на  $2/a_0$ , получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, подобную выведенным в [49, 51],

$$\frac{d^2 \bar{E}_p(z)}{dz^2} + \bar{\gamma}_p^2 \bar{E}_p(z) + k^2 \sum_{q=1}^{\infty} \bar{W}_{pq} \bar{E}_q(z) = 0, \quad (5.17)$$

где  $\bar{\gamma}_p = [k^2 - (p\pi/a_0)^2]^{1/2}$ ,  $p=1, 2, \dots, \infty$ ,

$$\begin{aligned} \bar{W}_{pq}(z) &= \frac{2(\varepsilon_t - 1)}{a_0} \int_{-l/2}^{l/2} \sin \frac{q\pi(x+a_0/2)}{a_0} \sin \frac{p\pi(x+a_0/2)}{a_0} dx \\ &= \frac{2(\varepsilon_t - 1)}{a_0} \cos \frac{\pi(p-q)}{2} \left[ \frac{\sin \frac{\pi(p-q)}{2a_0}}{\frac{\pi(p-q)}{a_0}} - (-1)^q \frac{\sin \frac{\pi(p+q)}{2a_0}}{\frac{\pi(p+q)}{a_0}} \right] \end{aligned} \quad (5.18)$$

и  $t(z) = t_{00} - (t_{00} - t_{01})(z - z'')/h_0$  – ширина диэлектрической части секции (рис. 5.5(b)).

Далее, в отличие от [49, 51], систему (5.17) будем решать, применяя одномерный метод конечных элементов [185, 206]. Используя кусочно-линейную аппроксимацию неизвестных функций  $E_q(z)$  в (5.3), представим их в виде разложений

$$\bar{E}_q(z) = \sum_{s=1}^{\bar{N}} \bar{E}_{sq} f_s(z) \quad (5.19)$$

где  $E_{sq}$  – неизвестные постоянные коэффициенты,  $\bar{N}$  – число узлов, включая точки на границах интервала при  $z=z''$  и  $z=z'=-h_1$ , и

$$f_s(z) = \frac{1}{\Delta} \begin{cases} z - z_{s-1}, & z_{s-1} \leq z \leq z_s, & s > 1 \\ z_{s+1} - z, & z_s \leq z \leq z_{s+1}, & s < \bar{N} \\ 0, & z < z_{s-1}, z > z_{s+1} \end{cases}, \quad (5.20)$$

"треугольные" функции с координатами узлов  $z_s = z'' + (s-1)\Delta$  и расстоянием между узлами  $\Delta = h_0/(\bar{N}-1)$ . Умножая (5.17) на  $f_s(z)$ , интегрируя по  $z$  от  $z''$  до  $z'$  и подставляя (5.19) в полученное выражение, мы сводим дифференциальные уравнения (5.19) к алгебраическим уравнениям

$$\begin{aligned}
& -\bar{E}'_p(z'')\delta_{s'1} + \sum_{s=1}^{\bar{N}} \sum_{q=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{\bar{\gamma}_q^2}{k} \bar{I}_{s's}^{(0)} - k \bar{I}_{s's}^{(1)} \right) \delta_{pq} + k \bar{J}_{s's}^{pq} \right] \bar{E}_{sq} \\
& + \delta_{s'\bar{N}} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{E}'_n(z') Q_{pn}^{(1)} = 0,
\end{aligned} \tag{5.21}$$

где  $s'=1, 2, \dots, \bar{N}$ ;  $p=1, 2, \dots, \infty$ ;

$$\bar{I}_{s's}^{(0)} = k \int_{z''}^{z'} f_{s'} f_s dz, \tag{5.22}$$

$$\bar{I}_{s's}^{(1)} = \frac{1}{k} \int_{z''}^{z'} f'_{s'} f'_s dz, \tag{5.23}$$

$$\bar{J}_{s's}^{pq} = k \int_{z''}^{z'} f_{s'} \bar{W}_{pq} f_s dz. \tag{5.24}$$

Первое и последнее слагаемые в (5.21) образуются в результате интегрирования первого слагаемого в (5.17) по частям. Кроме того, окончательный вид последнего слагаемого в (5.21) получен с учетом (5.10). Ненулевые значения интегралов (5.22), (5.23) и (5.24) рассчитываются по явным выражениям, приведенным в Приложении 5.1. Отметим также, что выражения для (5.24) были получены при использовании кусочно-линейной аппроксимации функции (5.18) по формуле  $\bar{W}_{pq}(z) = \bar{W}_{pq}^s f_s(z) + \bar{W}_{pq}^{s+1} f_{s+1}(z)$  для  $z_s \leq z \leq z_{s+1}$ , где  $\bar{W}_{pq}^s = \bar{W}_{pq}(z_s)$ .

Электрическое поле (5.4) в верхней волноводной секции рассматривается аналогично. Неизвестные переменные коэффициенты в разложении (5.4) представляются в виде суперпозиции  $\tilde{N}$  треугольных функций, т.е.

$$\tilde{E}_n(z) = \sum_{s=1}^{\tilde{N}} \tilde{E}_{sn} f_s(z) \tag{5.25}$$

с неизвестными постоянными коэффициентами  $\tilde{E}_{sn}$ . Узлы треугольных функций (5.20), находятся в точках  $z_s = z' + (s-1)\Delta$ , где  $\Delta = h_1/(\tilde{N}-1)$ .

Применение метода конечных элементов приводит к линейной алгебраической подсистеме

$$\begin{aligned}
 & -\tilde{E}'_m(z')\delta_{s'1} + \sum_{s=1}^{\bar{N}} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{\tilde{\gamma}_n^2}{k} \tilde{I}_{s's}^{(0)} - k\tilde{I}_{s's}^{(1)} \right) \delta_{mn} + k\tilde{J}_{s's}^{mn} \right] \tilde{E}_{sn} \\
 & + 2\delta_{s'\bar{N}} \sum_{q=-\infty}^{\infty} E'_q(0)Q_{mq}^* = 0,
 \end{aligned} \tag{5.26}$$

где  $s'=1, 2, \dots, \bar{N}$ ;  $m=1, 2, \dots, \infty$ ;  $\tilde{\gamma}_n = [k^2 - (n\pi/a)^2]^{1/2}$ . Коэффициенты  $\tilde{I}_{s's}^{(0)}$ ,  $\tilde{I}_{s's}^{(1)}$  и  $\tilde{J}_{s's}^{mn}$  определяются формулами (5.22), (5.23) и (5.24), в которых пределы интегрирования должны быть заменены на  $z'$  и 0. Вместо  $\bar{W}_{pq}$  в (5.24) должна стоять функция  $\tilde{W}_{mn}$ , определяемая формулой (5.18), в которой  $p$ ,  $q$  и  $a_0$  следует заменить на  $m$ ,  $n$  и  $a$  соответственно, а ширину диэлектрической части следует определять как  $t(z) = t_{10} - (t_{10} - t_{11})(z - z')/h_1$ . Последнее слагаемое в (5.26) получено с учетом (5.12).

Электрическое поле (5.5) в области свободного пространства, содержащей выступающие элементы при  $0 \leq z \leq h$ , должно удовлетворять уравнению Гельмгольца (5.16). Подстановка (5.5) в (5.16) и проектирование (5.16) на  $\exp(-i\alpha_p x)/b$  дают систему обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида

$$\frac{d^2 E_p}{dz^2} + \Gamma_p^2 E_p + k^2 \sum_{q=-\infty}^{\infty} W_{pq} E_q = 0, \tag{5.27}$$

где  $p=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,

$$W_{pq}(z) = \frac{(\varepsilon - 1)}{b} \int_{-t/2}^{t/2} e^{i(\alpha_q - \alpha_p)x} dx = (\varepsilon - 1) \frac{\sin[\pi(q - p)t/b]}{\pi(q - p)} \tag{5.28}$$

и  $t=t(z)=t_0-(t_0-t_1)z/h$  – ширина выступающей части.

Применяя метод конечных элементов к решению (5.27), как это сделано выше для полей в волноводных секциях, получим алгебраические уравнения

$$-E'_p(0)\delta_{s'1} + \sum_{s=1}^N \sum_{q=-\infty}^{\infty} A_{pq}^{s's} E_{sq} + i\Gamma_p E_{Np} \delta_{s'N} = 0, \quad (5.29)$$

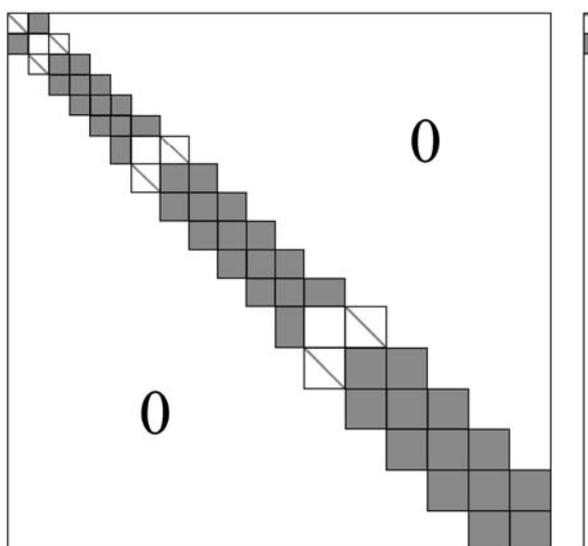
где  $s'=1, 2, \dots, N$ ;  $p=0, \pm 1, \dots, \pm\infty$ ;  $E_{sq}$  – неизвестные значения переменных коэффициентов разложения (5.5) в  $N$  точках с координатами  $z_s=(s-1)\Delta$ ,  $\Delta=h/(N-1)$ ,  $E_{Np}=E_p(h)$ ,

$$A_{pq}^{s's} = \left[ \Gamma_p^2 \int_0^h f_{s'} f_s dz - \int_0^h f_{s'}' f_s' dz \right] \delta_{pq} + \int_0^h f_{s'} W_{pq} f_s dz \quad (5.30)$$

– матричные элементы, интегралы в которых вычисляются аналогично тому, как описано выше для волноводных секций. Первое и третье слагаемые в (5.29) образовались в результате интегрирования по частям выражения  $d^2 E_p/dz^2$  в (5.27) и учета выражения (5.15).

### 5.3.5. Алгебраическая система и характеристики решетки.

Подсистемы (5.8), (5.6), (5.21), (5.9), (5.26), (5.11) и (5.29) в указанной последовательности составляют полную систему линейных алгебраических уравнений для неизвестных  $R_m$ ,  $\bar{E}'_q(z'')$ ,  $\bar{E}_{sq}$ ,  $\tilde{E}'_m(z')$ ,  $\tilde{E}_{sn}$ ,  $E'_q(0)$  и  $E_{sq}$ . Заметим, что  $\bar{E}_p(z'')$  в (5.6),  $\bar{E}_q(z')$  и  $\tilde{E}_m(z')$  в (5.9), а также  $\tilde{E}_n(0)$  и  $E_p(0)$  в (5.11) равны  $\bar{E}_{1p}$ ,  $\bar{E}_{\bar{N}q}$ ,  $\tilde{E}_{1m}$ ,  $\tilde{E}_{\tilde{N}m}$  и  $E_{1p}$  соответственно. Эту систему решаем методом усечения с учетом  $M_w$  первых волноводных волн в (5.1),  $\bar{M}$  поперечных функций для промежуточной секции в (5.3),  $\tilde{M}$  поперечных функций для верхней волноводной секции в (5.4), а также  $M$  первых пространственных гармоник в области, содержащей выступы, и в свободном пространстве над выступами в (5.5) и (5.2). Таким образом порядок усеченной системы для неизвестных, перечисленных выше, равен  $M_w + (\bar{N} + 1)\bar{M} + (\tilde{N} + 1)\tilde{M} + (N + 1)M$ . Так как произведения  $s'$ -й и  $s$ -й треугольных функций равны нулю при  $|s'-s|>1$ , то система имеет блочно-ленточную структуру матрицы, показанную на рис. 5.6.



**Рис. 5.6.** Структура системы линейных алгебраических уравнений.

После численного решения усеченной системы мы получаем амплитуды отраженных волн, включая коэффициент отражения решетки  $R_1$ , и излученных волн  $T_q = E_{Nq}$ . Указанные амплитуды используются для проверки соотношения энергетического баланса [217]

$$\sum_n \frac{\text{Re}\{\gamma_{wn}\}}{\gamma_{w1}} |R_n|^2 + \frac{2b}{\gamma_{w1}a_w} \sum_q |T_q|^2 \text{Re}\{\Gamma_q\} = 1 \quad (5.31)$$

и расчета диаграммы направленности элемента решетки

$$F(\theta) = \sqrt{\frac{2kb}{\gamma_{w1}a_w}} T_0(kb \sin \theta) \cos \theta, \quad (5.32)$$

нормированной так, что  $|F(0)|^2$  равен коэффициенту передачи по мощности в главный луч решетки.

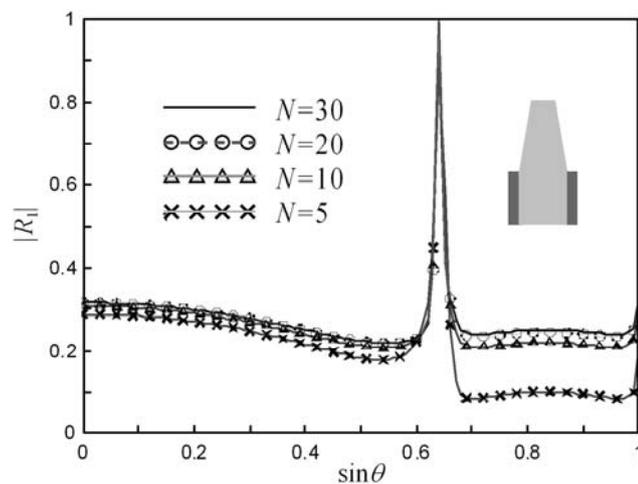
### 5.3.6. Реализация алгоритма, проверка и численные результаты.

Алгоритм, приведенный выше был реализован в компьютерной программе на языке Фортран-90. Система алгебраических уравнений решалась методом исключения Гаусса с выбором ведущего элемента в столбце и с учетом блочно-ленточной структуры матрицы, что в несколько раз сокращает время

счета по сравнению со случаями, когда блоки со всеми матричными элементами, равными нулю, не пропускаются.

Работа программы была проверена несколькими способами, описанными в [4]. Проверка включала выполнение соотношения энергетического баланса (5.31), сходимость результатов при увеличении числа треугольных функций в методе конечных элементов и при увеличении числа членов разложения полей по поперечным функциям, а также сравнение результатов, полученных предложенным методом, с результатами, полученными другими методами для некоторых частных случаев, получаемых при соответствующем выборе параметров структуры, показанной на рис. 5.5.

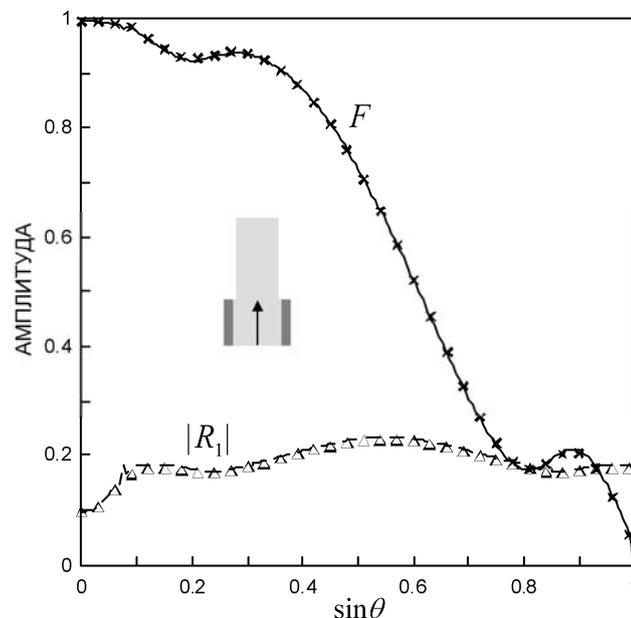
Один из примеров, характеризующих сходимость коэффициента отражения решетки при увеличении числа узлов  $N$  для области, содержащей выступающие элементы, показан на рис. 5.7. Параметры решетки указаны в подписи к рисунку. Результаты были получены при числе пространственных гармоник  $M=31$ , заведомо достаточно большом для указанного периода, и числе волноводных гармоник  $M_w=20$ , выбранном здесь и далее так, что  $M_w \leq Ma_w/b$ . Сплошная кривая соответствует числу узлов  $N=30$ . Видно, как остальные кривые, полученные при меньших значениях  $N$ , быстро приближаются к сплошной кривой при увеличении  $N$ . Проверка сходимости



**Рис. 5.7.** Коэффициент отражения решетки с  $b=0.6\lambda$ ,  $a_w=a_0=a=t_{00}=t_{01}=t_{10}=t_{11}=t_0=0.4\lambda$ ,  $t_1=0.2\lambda$ ,  $h_0=h_1=0.1\lambda$ ,  $h=0.6\lambda$  и  $\varepsilon_w=\varepsilon=2$ , возбуждаемой волной  $TE_{10}$ , рассчитанный при  $N=5$  (xxx), 10 (ΔΔΔ), 20 (ooo), 30 (—) и фиксированных  $\bar{N} = \tilde{N} = 5$ ,  $M_w = \bar{M} = \tilde{M} = 20$ ,  $M=31$ .

результатов по  $M$  при фиксированном  $N=30$  для рассматриваемой решетки показала, что уже при  $M=11$  и  $M_w=7$  результаты практически совпадают с результатами, соответствующими  $M=31$  и  $M_w=20$ , и поэтому соответствующие графики здесь не приводятся. Другие результаты исследования сходимости можно найти в [65, 230, 270, 273]. Некоторые рекомендации по выбору числа узлов в одномерном методе конечных элементов можно найти в [185]. Отметим, что чем больший угол боковые стенки диэлектрических элементов составляют с осью  $z$  и чем больше диэлектрическая проницаемость элементов, тем меньше расстояние между соседними узлами  $\Delta$  следует выбирать для обеспечения высокой точности расчетов при выбранной кусочно-линейной аппроксимации функций (5.18) и аналогичных им.

Ряд примеров сравнения результатов, полученных с использованием алгоритма, описанного выше, и результатов, имеющих в литературе для некоторых более простых частных случаев, приведен в [65]. Здесь, на рис. 5.8, приведены результаты формирования секторной ДН элемента для структуры,

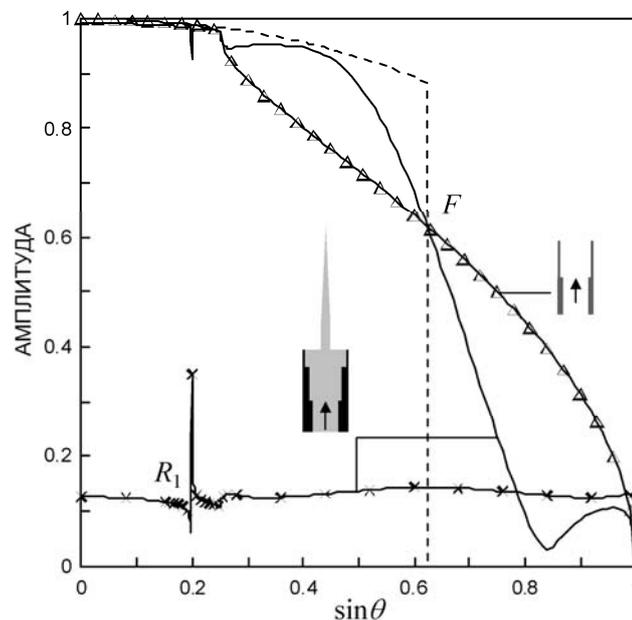


**Рис. 5.8.** Коэффициент отражения и ДН элемента решетки с  $b=0.91\lambda$ ,  $a_w=a_0=a=t_{00}=t_{01}=t_{10}=t_{11}=0.57\lambda$ ,  $t_0=t_1=0.5\lambda$ ,  $h_0=h_1=0.1\lambda$ ,  $h=1.4\lambda$  и  $\varepsilon_w=\varepsilon=2$ , возбуждаемой волной  $TE_{10}$ , рассчитанные методом [229] (---, —) и предлагаемым методом ( $\Delta\Delta$ ,  $\times\times\times$ ) при  $M_w = \bar{M} = \tilde{M} = 14$ ,  $M=21$ ,  $\bar{N} = \tilde{N} = 5$  и  $N=41$ .

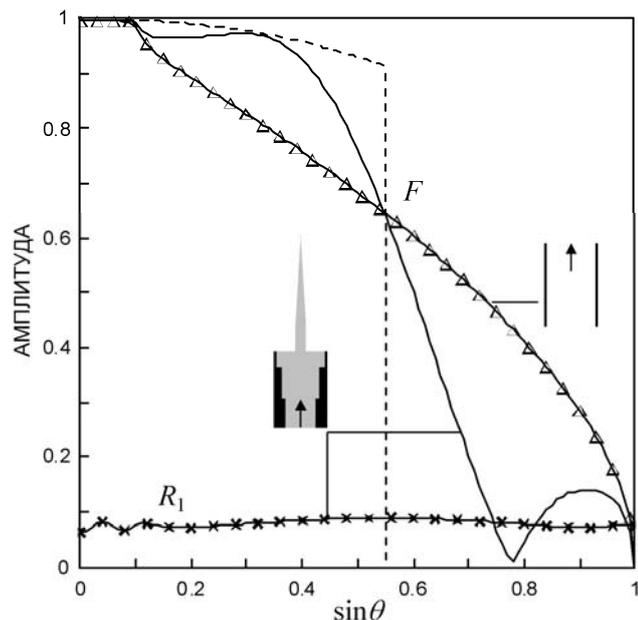
показанной на рис. 5.4(a). Эта структура, возбуждаемая волнами  $TE_{10}$ , первоначально исследовалась в [229] методом интегрального уравнения для тока поляризации в выступающем элементе. Как показывает сравнение, гибридный проекционный метод, описанный выше, дает практически те же результаты. Отметим также, что соотношение энергетического баланса (5.31) во всех расчетах выполняется с точностью по крайней мере шести десятичных знаков. Таким образом, все проверки показали хорошие возможности предложенного алгоритма для численного исследования двумерных моделей волноводно-диэлектрических решеток. Некоторые результаты такого исследования приводятся ниже.

Исследование было направлено на выявление возможностей решеток по формированию секторных ДН элемента. Численные эксперименты показали, что наилучшие результаты, как правило, достигаются при максимально возможной ширине верхней волноводной секции при заданном периоде решетки, и когда при этом секция поддерживает две распространяющиеся гармоники. Использование заостренных диэлектрических элементов гарантирует их хорошее согласование со свободным пространством так как волны в диэлектрической структуре плавно переходят в обычные пространственные гармоники. Подбор длины элемента и его ширины у основания сначала осуществлялся в отсутствие ступенчатых переходов, т.е. при  $a_w = a_0 = a$ , а также при полном заполнении волноводных секций диэлектриком. При заданной проницаемости элементов, ширина элемента у основания при некоторой его большой длине подбиралась так, чтобы минимизировать коэффициент отражения основной возбуждающей волны. Затем подбиралась длина элемента, обеспечивающая секторную форму его ДН. Затем, при заданных параметрах входной и верхней секции подбираются параметры согласующей секции  $a_0$ ,  $h_0$ . Наконец, последней операцией является подбор длины верхней секции  $h_1$ , позволяющий избежать нежелательных резонансов или минимизировать их.

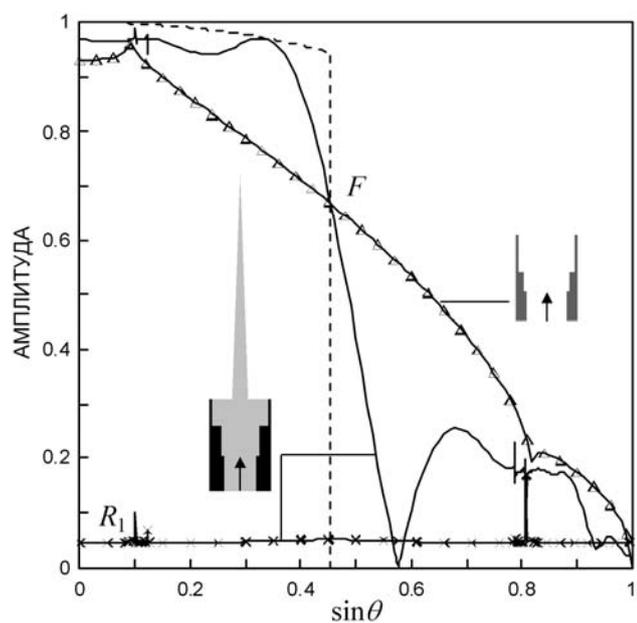
Результаты применения описанной методики к оптимизации решетки, возбуждаемой волнами  $TE_{10}$ , показаны на рис. 5.9–5.11. Для периода решетки  $b=0.8\lambda$  (рис. 5.9),  $0.91\lambda$  (рис. 5.10) и  $1.1\lambda$  (рис. 5.11) всюду использовался диэлектрик с проницаемостью 2.56, 2 и 1.5 соответственно. Остальные параметры решетки указаны в подписях к рисункам. Полученные ДН сравниваются с идеальной ДН элемента (показанной штриховой линией), равной  $(\cos\theta)^{1/2}$  при  $0 \leq \sin\theta < \lambda/(2b)$ ,  $(0.5\cos\theta)^{1/2}$  при  $\sin\theta = \lambda/(2b)$  и 0 при  $\lambda/(2b) < \sin\theta \leq 1$ . Сравнения также делаются с решетками волноводов без диэлектрика. Результаты, показанные на рис. 5.9, соответствуют решетке с одной согласующей ступенькой. При  $b=0.91\lambda$  (рис. 5.10) раскрыв имеет хорошее естественное согласование, а при  $b=1.1\lambda$  (рис. 5.11) использовался согласующий переход с входного одномодового волновода на двухмодовую излучающую секцию.



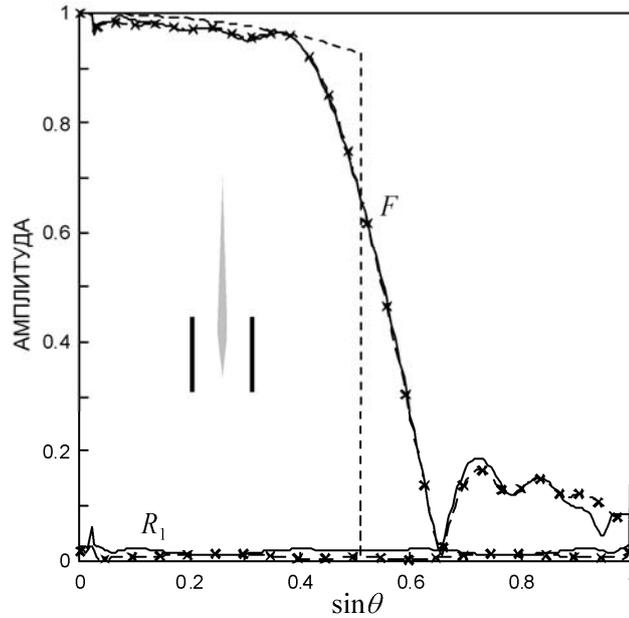
**Рис. 5.9.** Коэффициент отражения (xxx) и ДН элемента решетки (—) с  $b=0.8\lambda$ ,  $a_w=0.55\lambda$ ,  $a_0=t_{00}=t_{01}=0.629\lambda$ ,  $h_0=0.5\lambda$ ,  $a=t_{10}=t_{11}=0.78\lambda$ ,  $h_1=0.22\lambda$ ,  $t_0=0.16\lambda$ ,  $t_1=0$ ,  $h=2.1\lambda$  и  $\varepsilon_w=\varepsilon=2.56$ , возбуждаемой волной  $TE_{10}$ , рассчитанные при  $M_w=12$ ,  $\bar{M}=14$ ,  $\tilde{M}=16$ ,  $M=19$ ,  $\bar{N}=21$ ,  $\tilde{N}=11$  и  $N=49$ ; (- - -) – идеальная ДН элемента и (A-A-A) – ДН решетки без диэлектрика с  $a_w=a_0=0.618\lambda$  и  $h_1=0.914\lambda$ .



**Рис. 5.10.** То же, что и на рис. 5.9 при  $b=0.91\lambda$ ,  $a_w=0.6\lambda$ ,  $a_0=t_{00}=t_{01}=0.694\lambda$ ,  $h_0=0.59\lambda$ ,  $a=t_{10}=t_{11}=0.89\lambda$ ,  $h_1=0.215\lambda$ ,  $t_0=0.21\lambda$ ,  $t_1=0$ ,  $h=2.2\lambda$ ,  $\varepsilon_w=\varepsilon=2$ ,  $M_w=14$ ,  $\bar{M}=16$ ,  $\tilde{M}=18$ ,  $M=19$ ,  $\bar{N}=23$ ,  $\tilde{N}=11$  и  $N=49$ ; ( $\Delta\Delta\Delta$ ) – решетка без диэлектрика с  $a_w=a_0=a$ .



**Рис. 5.11.** То же, что и на рис. 5.9 при  $b=1.1\lambda$ ,  $a_w=0.6\lambda$ ,  $a_0=t_{00}=t_{01}=0.71\lambda$ ,  $h_0=0.67\lambda$ ,  $a=t_{10}=t_{11}=1.05\lambda$ ,  $h_1=0.6\lambda$ ,  $t_0=0.3\lambda$ ,  $t_1=0$ ,  $h=4.9\lambda$  и  $\varepsilon_w=\varepsilon=1.5$ ,  $M_w=14$ ,  $\bar{M}=16$ ,  $\tilde{M}=20$ ,  $M=21$ ,  $\bar{N}=25$ ,  $\tilde{N}=23$  и  $N=71$ ; ( $\Delta\Delta\Delta$ ) – решетка без диэлектрика с  $a_w=0.75\lambda$ ,  $a_0=0.85\lambda$ ,  $h_0=0.28\lambda$  и  $h_1=0.6\lambda$ .



**Рис. 5.12.** Коэффициент отражения и ДН элемента решетки с  $b=0.98\lambda$ ,  $a_w=a_0=a=0.96\lambda$ ,  $\varepsilon_w=1$ ,  $t_{00}=t_1=0$ ,  $h_0=\lambda$ ,  $h_1=0.5\lambda$ ,  $h=7.9\lambda$ ,  $M_w=\bar{M}=\tilde{M}=10$ ,  $M=12$ ,  $\bar{N}=21$ ,  $\tilde{N}=11$ ,  $N=80$ ; (—) —  $\varepsilon=2$ ,  $t_{01}=t_{10}=t_{11}=t_0=0.28\lambda$ ; (—x—) —  $\varepsilon=4$ ,  $t_{01}=t_{10}=t_{11}=t_0=0.075\lambda$ ; (- - -) — идеальная ДН.

Примеры характеристик решетки с частичным заполнением волноводных секций диэлектриком, выступающим над раскрытиями как показано на рис. 5.5, можно найти в [234, 295]. Если верхняя (излучающая) секция остается одномодовой при частичном заполнении, то, как правило, ДН элемента решетки имеет резонансные провалы. Однако, в некоторых случаях их удастся избежать. Пример геометрии и характеристик такой решетки приведен на рис. 5.12 для диэлектрического элемента с относительной проницаемостью  $\varepsilon=2$  и  $\varepsilon=4$ . Отметим, чем больше проницаемость диэлектрического элемента, тем меньше его оптимальная ширина.

## 5.4. Возбуждение решетки ТЕМ-волнами

**5.4.1. Постановка задачи и представление полей.** Рассмотрим снова структуру, показанную на рис. 5.5 и описанную в Разделе 5.3.1. Пусть теперь входные волноводы возбуждаются основными ТЕМ-волнами единичной амплитуды и с тем же набегом фазы  $\Psi=kbs\sin\theta$ , что в случае, рассмотренном

выше. Целью данного раздела является построение гибридного проекционного метода, позволяющего рассчитывать характеристики решетки.

Указанное возбуждении соответствует случаю Н-поляризации для двумерной задачи, в которой составляющими электромагнитного поля, не равными нулю тождественно, являются  $H_y$ ,  $E_x$  и  $E_z$ . Поэтому напряженность полного магнитное поля во входной секции центрального элемента решетки представляем в виде суммы ТМ-волн плоскопараллельного волновода

$$H_y(x, z \leq z'') = \sum_{n=1}^{\infty} (\delta_{n1} e^{i\gamma_{wn}(z-z'')} + R_n e^{-i\gamma_{wn}(z-z'')}) \cos \beta_{wn}(x + a_w/2), \quad (5.33)$$

где  $\gamma_{wn} = \sqrt{k^2 \varepsilon_w - \beta_{wn}^2}$  – постоянные распространения,  $\beta_{wn} = (n-1)\pi/a_w$ ,  $R_n$  – неизвестные амплитуды отраженных волн. Поперечная составляющая напряженности электрического поля, которая также потребуется в последующих операциях, определяется из (5.33) с использованием уравнений Максвелла

$$E_x(x, z) = \frac{1}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_w} \sum_{n=1}^{\infty} (\delta_{n1} e^{i\gamma_{wn}(z-z'')} - R_n e^{-i\gamma_{wn}(z-z'')}) \times \gamma_{wn} \cos \beta_{wn}(x + a_w/2), \quad (5.34)$$

где  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная для свободного пространства.

Поперечные составляющие напряженности магнитного и электрического полей в промежуточной и верхней волноводной секциях, а также в области свободного пространства, содержащей выступающие элементы, представляем в виде разложений по полным системам поперечных функций указанных областей

$$H_y(x, z'' \leq z \leq z') = \sum_{q=1}^{\infty} \bar{H}_q(z) \cos \bar{\beta}_q(x + a_0/2), \quad (5.35)$$

$$E_x(x, z'' \leq z \leq z') = \sum_{q=1}^{\infty} \bar{E}_q(z) \cos \bar{\beta}_q(x + a_0/2), \quad (5.36)$$

$$H_y(x, z' \leq z \leq 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{H}_n(z) \cos \tilde{\beta}_n(x + a/2), \quad (5.37)$$

$$E_x(x, z' \leq z \leq 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{E}_n(z) \cos \tilde{\beta}_n(x + a/2), \quad (5.38)$$

$$H_y(x, 0 \leq z \leq h) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} H_q(z) e^{i\alpha_q x}, \quad (5.39)$$

$$E_x(x, 0 \leq z \leq h) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} E_q(z) e^{i\alpha_q x}, \quad (5.40)$$

где  $\bar{\beta}_q = (q-1)\pi/a_0$ ,  $\tilde{\beta}_n = (n-1)\pi/a$  и  $\alpha_q = (u + 2\pi q)/b$  – поперечные постоянные, а неизвестные коэффициенты разложения зависят от продольной координаты.

Поперечное электромагнитное поле в свободном пространстве над выступами представляет собой сумму гармоник Флоке

$$H_y(x, z \geq h) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} T_q e^{i\alpha_q x + i\Gamma_q(z-h)}, \quad (5.41)$$

$$E_x(x, z \geq h) = \frac{1}{\omega \varepsilon_0} \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \Gamma_q T_q e^{i\alpha_q x + i\Gamma_q(z-h)}, \quad (5.42)$$

с неизвестными амплитудами  $T_q$ .

#### 5.4.2. Соотношения, следующие из условий на границах областей.

Магнитное поле (5.33) должно быть равно магнитному полю (5.35) в раскрытие входного волновода. Проектирование этого равенства на поперечные функции входного волновода дает алгебраические уравнения

$$-\frac{R_m}{2 - \delta_{m1}} + \sum_{q=1}^{\infty} \bar{H}_q(z'') Q_{mq}^{(0)} = \delta_{m1}, \quad (5.43)$$

где  $m=1, 2, \dots$ , и

$$Q_{mq}^{(0)} = \frac{1}{a_w} \int_{-a_w/2}^{a_w/2} \cos \beta_{wm}(x + a_w/2) \cos \bar{\beta}_q(x + a_0/2) dx$$

$$= \frac{1}{2} \cos \frac{(m-q)\pi}{2} \left\{ \frac{\sin \left( m' - \frac{q'a_w}{a_0} \right) \frac{\pi}{2}}{\left( m' - \frac{q'a_w}{a_0} \right) \frac{\pi}{2}} + (-1)^q \frac{\sin \left( m' + \frac{q'a_w}{a_0} \right) \frac{\pi}{2}}{\left( m' + \frac{q'a_w}{a_0} \right) \frac{\pi}{2}} \right\}, \quad (5.44)$$

$m'=m-1$ , и  $q'=q-1$ .

Электрическое поле (5.36) в промежуточной секции должно быть равно нулю на фланце входного волновода и электрическому полю (5.34) в раскрые входного волновода. Проектируя это равенство на поперечные функции промежуточной секции, используемые в разложениях (5.35) и (5.36), получаем

$$\bar{E}_p(z'') = \frac{(2 - \delta_{p1})a_w}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_w a_0} \sum_{n=1}^{\infty} (\delta_{n1} - R_n) \gamma_{wn} Q_{np}^{(0)}, \quad (5.45)$$

где  $p=1, 2, \dots$ .

Аналогичное проекционное сшивание магнитных и электрических полей на стыке промежуточной и верхней рупорных секций при  $z=z'=-h_1$  дает следующие алгебраические уравнения

$$-\frac{\bar{H}_p(z')}{2 - \delta_{p1}} + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{H}_n(z') Q_{pn}^{(1)} = 0, \quad p=1, 2, \dots, \quad (5.46)$$

$$\tilde{E}_m(z') = \frac{(2 - \delta_{m1})a_0}{a} \sum_{q=1}^{\infty} \bar{E}_q(z') Q_{qm}^{(1)}, \quad m=1, 2, \dots, \quad (5.47)$$

с коэффициентами  $Q_{qm}^{(1)}$ , определяемыми формулой (5.44), в которой  $m, q, a_w, a_0, \beta_{wm}$  и  $\bar{\beta}_q$  следует заменить на  $q, m, a_0, a, \bar{\beta}_q$  и  $\tilde{\beta}_m$  соответственно.

Проекционное сшивание магнитных полей (5.37) и (5.39) в раскрые верхней секции при  $z=0$ , а также электрических полей (5.40) и (5.38) в раскрые секции с учетом равенства нулю (5.40) на фланце дает еще две группы алгебраических уравнений

$$-\frac{\tilde{H}_m(0)}{2 - \delta_{m1}} + \sum_{q=-\infty}^{\infty} H_q(0) Q_{mq}^* = 0, \quad m=1, 2, \dots, \quad (5.48)$$

$$E_p(0) = \frac{a}{b} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{E}_n(0) Q_{np}, \quad p=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (5.49)$$

с коэффициентами

$$Q_{mq} = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \cos \tilde{\beta}_m(x + a/2) e^{-i\alpha_q x} dx = i\alpha_q a \frac{e^{i\alpha_q a/2} - (-1)^{m'} e^{-i\alpha_q a/2}}{(m'\pi)^2 - (\alpha_q a)^2}, \quad (5.50)$$

$m'=m-1$ , а звездочка у  $Q_{mq}$  в (5.48) означает комплексное сопряжение.

Наконец, сшивая магнитные поля (5.39) и (5.41), а также электрические поля (5.40) и (5.42) при  $z=h$ , получим соотношения

$$T_p = H_p(h), \quad (5.51)$$

$$E_p(h) = \frac{1}{\omega \varepsilon_0} \Gamma_p T_p = \frac{1}{\omega \varepsilon_0} \Gamma_p H_p(h), \quad (5.52)$$

$p=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , которые будут использоваться ниже.

**5.4.3. Метод конечных элементов для Н-поляризованных волн.** Рассмотрим магнитное поле (5.35) в промежуточной волноводной секции. В отличие от уравнения (5.16) для  $E$ -поляризованных волн, это поле должно удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\tilde{\varepsilon}} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\tilde{\varepsilon}} \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + k^2 H_y = 0, \quad (5.53)$$

следующему из уравнений Максвелла, где  $\tilde{\varepsilon}(x, z) = \varepsilon$  в области, занятой диэлектрическим элементом и  $\tilde{\varepsilon}(x, z) = 1$  в зазорах. Умножим (5.53) на поперечную функцию  $[(2 - \delta_{p1})/a_0] \cos \bar{\beta}_p(x + a_0/2)$  и проинтегрируем по  $x$  от  $-a_0/2$  до  $a_0/2$ . После интегрирования первого слагаемого в (5.53) по частям получим

$$\begin{aligned} & \frac{2 - \delta_{p1}}{a_0} \int_{-a_0/2}^{a_0/2} \left\{ \bar{\beta}_p \frac{1}{\tilde{\varepsilon}} \frac{\partial H_y}{\partial x} \sin \bar{\beta}_p (x + a_0/2) + \right. \\ & \left. + \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\tilde{\varepsilon}} \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + k^2 H_y \right] \cos \bar{\beta}_p (x + a_0/2) \right\} dx = 0. \end{aligned} \quad (5.54)$$

Следуя одномерному методу конечных элементов применительно к решению (5.34), представим переменные коэффициенты разложения в (5.35) в виде суперпозиции

$$\bar{H}_q(z) = \sum_{s=1}^{\bar{N}} \bar{H}_{sq} f_s(z) \quad (5.55)$$

треугольных функций (5.20) с неизвестными постоянными коэффициентами  $\bar{H}_{sq}$ . Остальные обозначения, касающиеся числа узлов, координат узлов и расстояния между узлами, остаются такими же как для случая E-поляризации. Умножим (5.54) на  $f_{s'}(z)$  и проинтегрируем по  $z$  от  $z''$  до  $z'$ . Интегрируя первое слагаемое в квадратных скобках в (5.54) по частям и учитывая, что

$$\frac{1}{\tilde{\varepsilon}} \frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega \varepsilon_0 E_x,$$

получим

$$\begin{aligned} & \int_{z''}^{z'} \frac{2 - \delta_{p1}}{a_0} \int_{-a_0/2}^{a_0/2} \left\{ \bar{\beta}_p \frac{1}{\tilde{\varepsilon}} \frac{\partial H_y}{\partial x} f_{s'} \sin \bar{\beta}_p (x + a_0/2) \right. \\ & \left. + \left[ k^2 H_y f_{s'} - \frac{1}{\tilde{\varepsilon}} \frac{\partial H_y}{\partial z} \frac{df_{s'}}{dz} \right] \cos \bar{\beta}_p (x + a_0/2) \right\} dx dz \\ & + i\omega \varepsilon_0 \frac{2 - \delta_{p1}}{a_0} \int_{-a_0/2}^{a_0/2} [E_x(x, z') \delta_{s'\bar{N}} - E_x(x, z'') \delta_{s'1}] \times \cos \bar{\beta}_p (x + a_0/2) dx = 0. \end{aligned} \quad (5.56)$$

Подставляя теперь (5.35), (5.36) и (5.55) в (5.56) и учитывая (5.45), сводим (5.56) к подсистеме линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} & \delta_{s'1} \frac{(2 - \delta_{p1}) i a_w}{\varepsilon_w a_0} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{wn} Q_{np}^{(0)} R_n + \sum_{s=1}^{\bar{N}} \sum_{q=1}^{\infty} \bar{A}_{pq}^{s's} \bar{H}_{sq} \\ & + \frac{ik}{\eta_0} \bar{E}_p(z') \delta_{s'\bar{N}} = \delta_{s'1} \frac{(2 - \delta_{p1}) i a_w}{\varepsilon_w a_0} \gamma_{w1} Q_{1p}^{(0)}, \end{aligned} \quad (5.57)$$

где  $s' = 1, 2, \dots, \bar{N}$ ;  $p = 1, 2, \dots, \infty$ ;  $\eta_0 = (\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2}$  – волновое сопротивление для свободного пространства,

$$\begin{aligned} \bar{A}_{pq}^{s's} &= \left( \bar{\gamma}_p^2 \int_{z''}^{z'} f_{s'} f_s dz - \int_{z''}^{z'} \frac{df_{s'}}{dz} \frac{df_s}{dz} dz \right) \delta_{pq} \\ &+ \frac{\varepsilon_t - 1}{\varepsilon_t} \left( \int_{z''}^{z'} f_{s'} f_s X_{pq} dz + \int_{z''}^{z'} \frac{df_{s'}}{dz} \frac{df_s}{dz} W_{pq} dz \right), \end{aligned} \quad (5.58)$$

$$\begin{aligned} \bar{X}_{pq}(z) &= \frac{2\bar{\beta}_p \bar{\beta}_q}{a_0} \int_{-t/2}^{t/2} \sin \bar{\beta}_p \left( x + \frac{a_0}{2} \right) \sin \bar{\beta}_q \left( x + \frac{a_0}{2} \right) dx \\ &= \bar{\beta}_p \bar{\beta}_q \cos \frac{(p-q)\pi}{2} \left\{ \frac{\sin \frac{(p-q)\pi}{2a_0}}{\frac{(p-q)\pi}{2}} - (-1)^{q-1} \frac{\sin \frac{(p+q-2)\pi}{2a_0}}{\frac{(p+q-2)\pi}{2}} \right\}, \end{aligned} \quad (5.59)$$

$$\begin{aligned} \bar{W}_{pq}(z) &= \frac{2 - \delta_{p1}}{a_0} \int_{-t/2}^{t/2} \cos \bar{\beta}_p \left( x + \frac{a_0}{2} \right) \cos \bar{\beta}_q \left( x + \frac{a_0}{2} \right) dx \\ &= \frac{2 - \delta_{p1}}{2} \cos \frac{(p-q)\pi}{2} \left\{ \frac{\sin \frac{(p-q)\pi}{2a_0}}{\frac{(p-q)\pi}{2}} + (-1)^{q-1} \frac{\sin \frac{(p+q-2)\pi}{2a_0}}{\frac{(p+q-2)\pi}{2}} \right\}, \end{aligned} \quad (5.60)$$

$\bar{\gamma}_p = (k^2 - \bar{\beta}_p^2)^{1/2}$  и  $t(z) = t_{00} - (t_{00} - t_{01})(z - z'')/h_0$  – ширина диэлектрического элемента.

**5.4.4. Полная алгебраическая система.** Магнитное поле (5.37) в верхней секции рассматривается аналогично. Неизвестные переменные коэффициенты

разложения в (5.37) представляются в виде суперпозиции  $\tilde{N}$  треугольных функций, т.е.

$$\tilde{H}_n(z) = \sum_{s=1}^{\tilde{N}} \tilde{H}_{sn} f_s(z) \quad (5.61)$$

с неизвестными постоянными коэффициентами  $\tilde{H}_{sn}$ . Применение метода конечных элементов приводит к линейной алгебраическим уравнениям

$$-\delta_{s'1} \frac{(2-\delta_{m1})a_0}{a} \sum_{q=1}^{\infty} Q_{qm}^{(1)} \frac{ik}{\eta_0} \bar{E}_q(z') + \sum_{s=1}^{\tilde{N}} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{A}_{mn}^{s's} \tilde{H}_{sn} + \frac{ik}{\eta_0} \tilde{E}_m(0) \delta_{s'\tilde{N}} = 0, \quad (5.62)$$

где  $s' = 1, 2, \dots, \tilde{N}$  и  $m = 1, 2, \dots, \infty$ . При выводе (5.62) были учтены выражения (5.38) и (5.47). Матричные элементы  $\tilde{A}_{mn}^{s's}$  определяются выражением (5.58), в котором  $pq, z'', z', \bar{\gamma}_p, \bar{X}_{pq}$  и  $\bar{W}_{pq}$  должны быть заменены на  $mn, z', 0, \tilde{\gamma}_m = (k^2 - \tilde{\beta}_m^2)^{1/2}, \tilde{X}_{mn}$  и  $\tilde{W}_{mn}$  соответственно, причем две последние функции определяются формулами (5.59) и (5.60) с заменой  $a_0$  и  $\bar{\beta}_{p(q)}$  на  $a$  и  $\tilde{\beta}_{m(n)}$  соответственно, и учетом того, что ширина диэлектрического элемента в этой секции определяется формулой  $t(z) = t_{10} - (t_{10} - t_{11})(z - z')/h_1$ .

Наконец, применяя метод конечных элементов к нахождению магнитного поля (5.39) в области  $0 \leq z \leq h$ , содержащей выступы, и учитывая выражения (5.40), (5.49), (5.51) и (5.52), получим еще одну подсистему алгебраических уравнений

$$-\delta_{s'1} \frac{a}{b} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{np} \frac{ik}{\eta_0} \tilde{E}_n(0) + \sum_{s=1}^N \sum_{q=-\infty}^{\infty} A_{pq}^{s's} H_{sq} + i\Gamma_p H_{Np} \delta_{s'N} = 0, \quad (5.63)$$

где  $s' = 1, 2, \dots, N$ ;  $p = 0, \pm 1, \dots, \pm \infty$ ;  $H_{sq}$  – неизвестные значения переменных коэффициентов разложения в (5.39) в точках  $z_s = (s-1)\Delta$ ,  $\Delta = h/(N-1)$ ,  $H_{Np} = H_p(h)$ ,

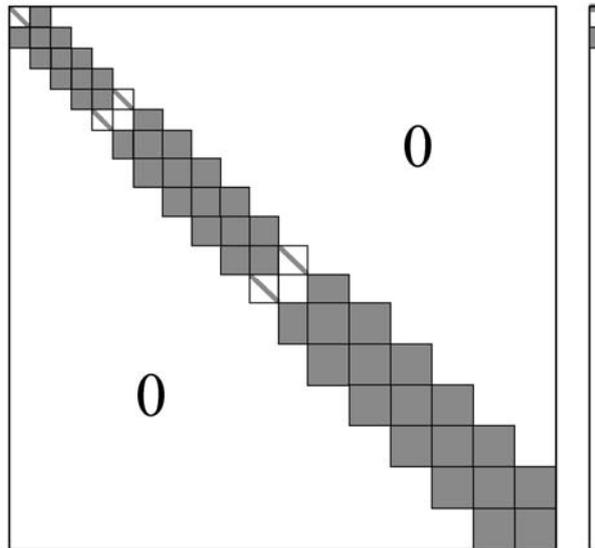
$$A_{pq}^{s's} = \left( \Gamma_p^2 \int_0^h f_{s'} f_s dz - \int_0^h \frac{df_{s'}}{dz} \frac{df_s}{dz} dz \right) \delta_{pq} + \alpha_p \alpha_q \int_0^h f_{s'} f_s W_{pq} dz + \int_0^h \frac{df_{s'}}{dz} \frac{df_s}{dz} W_{pq} dz, \quad (5.64)$$

$$W_{pq}(z) = \frac{\varepsilon - 1 \sin[\pi(p - q)t/b]}{\varepsilon \pi(p - q)} \quad (5.65)$$

и  $t(z) = t_0 - (t_0 - t_1)z/h$  – ширина выступающей части диэлектрического элемента.

Подсистемы (5.43), (5.57), (5.46), (5.62), (5.48) и (5.63) в указанной последовательности образуют полную систему линейных алгебраических уравнений для неизвестных  $R_m$ ,  $\bar{H}_{sq}$ ,  $i\bar{E}_q(z')/\eta_0$ ,  $\tilde{H}_{sn}$ ,  $i\tilde{E}_n(0)/\eta_0$  и  $H_{sq}$ . Заметим, что  $\bar{H}_q(z'')$  в (5.43),  $\bar{H}_p(z')$  и  $\tilde{H}_n(z')$  в (5.46), а также  $\tilde{H}_m(0)$  и  $H_q(0)$  в (5.48) равны  $\bar{H}_{1q}$ ,  $\bar{H}_{\bar{N}p}$ ,  $\tilde{H}_{1n}$ ,  $\tilde{H}_{\tilde{N}m}$  и  $H_{1q}$  соответственно. Заметим также, что в отличие от [117], где в алгоритм включены независимые разложения как для  $E_x$ , так и для  $H_y$  во всех узлах, мы используем значения  $E_x$  только на границах областей, что сокращает порядок системы почти в два раза.

**5.4.5. Реализация алгоритма и характеристики решетки.** Бесконечная алгебраическая система, полученная выше, решается методом усечения. При учете  $M_w$  волноводных гармоник в (5.33) и (5.34),  $\bar{M}$  поперечных функций в (5.35) и (5.36),  $\tilde{M}$  поперечных функций в (5.37) и (5.38), а также  $M$  поперечных функций в (5.39), (5.40), (5.41) и (5.42) порядок системы, как и в случае E-поляризации, равен  $M_w + (\bar{N} + 1)\bar{M} + (\tilde{N} + 1)\tilde{M} + NM$ . Так как  $f_s' f_s \equiv 0$  в (5.58) и (5.64) для  $|s' - s| > 1$ , то матрица алгебраической системы имеет блочно-ленточную структуру, показанную на рис. 5.13, где только затененные блоки содержат ненулевые элементы, а в блоках с диагональной линией ненулевые элементы имеются только на главных диагоналях. Расчет матричных элементов в (5.57), (5.62) и (5.63) проводился с использованием кусочно-линейной аппроксимации функций (5.59), (5.60), (5.65) и аналогичных функций  $\tilde{X}_{mn}$  и  $\tilde{W}_{mn}$ , через которые вычисляются элементы  $\tilde{A}_{mn}^{s's}$  в (5.62). После численного решения системы методом исключения Гаусса мы



**Рис. 5.13.** Структура системы линейных алгебраических уравнений при возбуждении решетки волнами ТЕМ.

получаем коэффициент отражения решетки  $R_1$ , а также вычисляем нормированную диаграмму направленности элемента решетки [218]

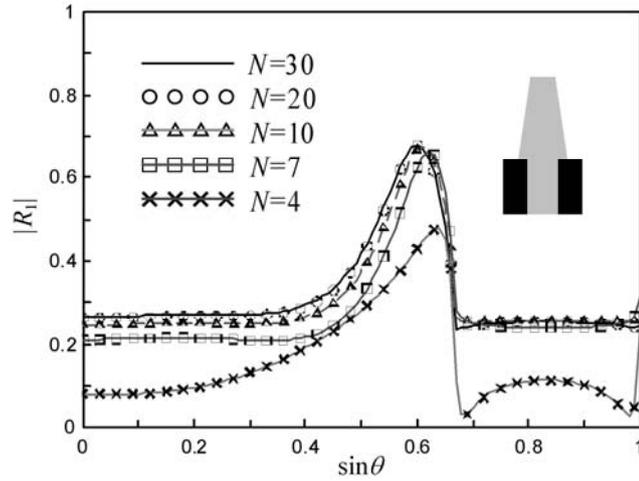
$$F(\theta) = \sqrt{\frac{\varepsilon_w^{1/2} b}{a_w}} T_0(kb \sin \theta) \cos \theta, \quad (5.66)$$

где  $T_0 = H_{N0}$  определяется из решения системы.

Метод, приведенный выше, был реализован в компьютерной программе на языке Фортран-90. Работа программы проверялась теми же способами, что и для случая  $E$ -поляризации, рассмотренного в Разделе 5.3 выше. Соотношение энергетического баланса [218]

$$\sum_n \frac{\operatorname{Re}\{\gamma_{wn}\}}{(2 - \delta_{n1})\gamma_{w1}} |R_n|^2 + \frac{\varepsilon_w b}{a_w} \sum_q \frac{\operatorname{Re}\{\Gamma_q\}}{\gamma_{w1}} |T_q|^2 = 1 \quad (5.67)$$

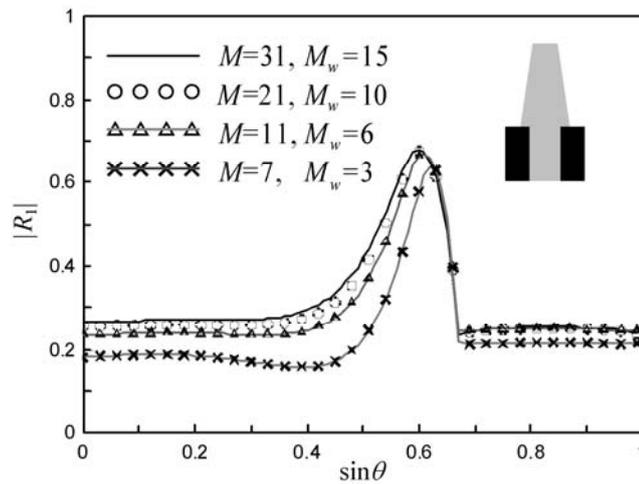
во всех расчетах выполняется с точностью не менее шести десятичных знаков. Примеры, характеризующие сходимость коэффициента отражения решетки с диэлектрической проницаемостью элементов  $\varepsilon_w = \varepsilon = 6$ , приведены на рис. 5.14 и 5.15. Другие параметры решетки указаны в подписи к рис. 5.14. Результаты, показанные на рис. 5.14, были получены при числе пространственных гармоник  $M=31$ , заведомо достаточно большом для указанного периода



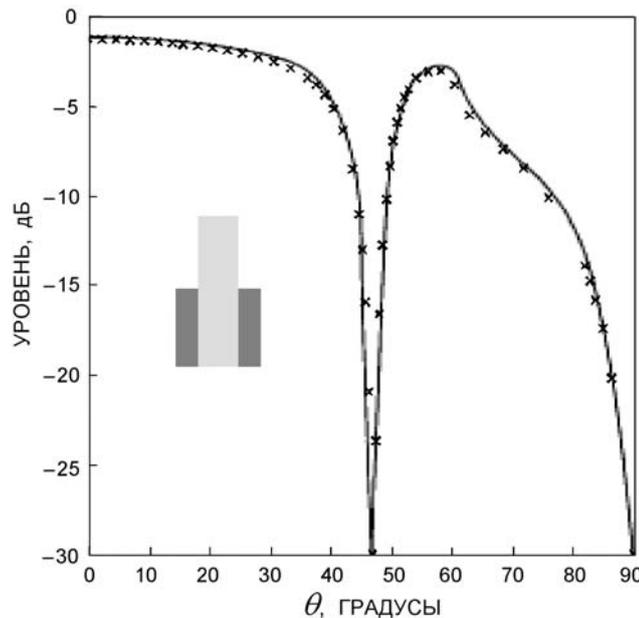
**Рис. 5.14.** Коэффициент отражения решетки с  $b=0.6\lambda$ ,  $a_w = a_0 = a = t_{00} = t_{01} = t_{10} = t_{11} = 0.3\lambda$ ,  $t_0 = 0.4\lambda$ ,  $t_1 = 0.2\lambda$ ,  $h_0 = h_1 = 0.1\lambda$ ,  $h = 0.6\lambda$  и  $\varepsilon_w = \varepsilon = 6$ , возбуждаемой волной  $TEM$ , рассчитанный при  $N=4, 7, 10, 20, 30$  и фиксированных  $M=31$ ,  $M_w = \bar{M} = \tilde{M} = 15$ ,  $\bar{N} = \tilde{N} = 5$ .

$b=0.6\lambda$ , и числе волноводных гармоник  $M_w=15$ . Сплошная кривая соответствует числу узлов  $N=30$  для выступающей части. Видно, что кривые, полученные при меньших значениях  $N$ , быстро приближаются к сплошной кривой при увеличении  $N$ . Аналогично, сходимость результатов при возрастании числа поперечных функций в разложении полей при достаточно большом фиксированном числе узлов в методе конечных элементов, показана на рис. 5.15.

Пример сравнения результатов для ДН элемента решетки, полученных предлагаемым методом, с результатами, полученными в [164] методом сшивания для решетки с параметрами  $b=0.535\lambda$ ,  $a_w = a_0 = a = t_{00} = t_{01} = t_{10} = t_{11} = t_0 = t_1 = 0.432b$ ,  $h_0 = h_1 = h = 0.5\lambda$ ,  $\varepsilon_w = \varepsilon = 2.56$ , показаны на рис. 5.16. Наши результаты, полученные с использованием  $M_w = \bar{M} = \tilde{M} = 10$  волноводных гармоник,  $M=21$  пространственных гармоник и числе узлов  $\bar{N} = \tilde{N} = N = 15$  и показанные крестиками, практически совпадают с результатами [164]. Результаты аналогичного сравнения для случая выступающего элемента вдвое большей длины ( $h=\lambda$ ) в рассматриваемой решетке можно найти в [230].

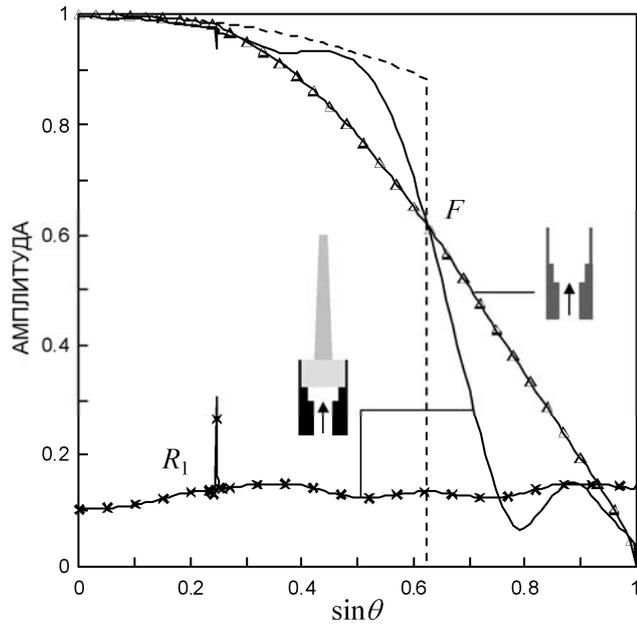


**Рис. 5.15.** То же, что на рис. 5.14, при  $M=7, 11, 21$  и  $31$  и при фиксированных  $\bar{N} = \tilde{N} = 5$  и  $N=30$ .

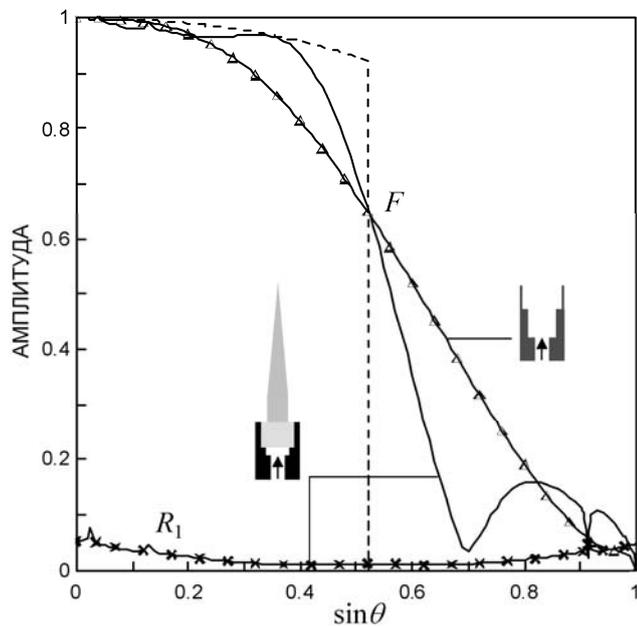


**Рис. 5.16.** Диаграмма направленности элемента решетки, рассчитанная методом сшивания [164] (—) и гибридным проекционным методом (xxx).

Теперь рассмотрим примеры формирования секторных ДН элемента в волноводно-диэлектрической решетке, возбуждаемой ТЕМ-волнами. Характеристики решетки с периодом  $b=0.8\lambda$  и  $0.91\lambda$  для случая полного заполнения волноводных секций диэлектриком, рассмотренного в [230], показаны на рис. 5.17 и 5.18 соответственно. Результаты были получены с



**Рис. 5.17.** Коэффициент отражения (xxx) и ДН элемента решетки (—) с  $b=0.8\lambda$ ,  $a_w=0.4\lambda$ ,  $a_0=0.57\lambda$ ,  $a=0.78\lambda$ ,  $h_0=0.17\lambda$ ,  $h_1=0.35\lambda$ ,  $t_0=0.32\lambda$ ,  $t_1=0.21\lambda$ ,  $h=2.3\lambda$  и  $\varepsilon_w=\varepsilon_t=1$ ,  $\varepsilon_a=1.5$ ,  $\varepsilon=2$ , возбуждаемой волной ТЕМ, рассчитанные при  $M_w=18$ ,  $M=21$  и  $N=50$ ; (---) – идеальная ДН элемента и ( $\Delta \Delta \Delta$ ) – ДН для решетки без диэлектрика  $a_w=0.4\lambda$ ,  $a_0=0.568\lambda$ ,  $h_0=0.22\lambda$  и  $h_1=0.4\lambda$ .

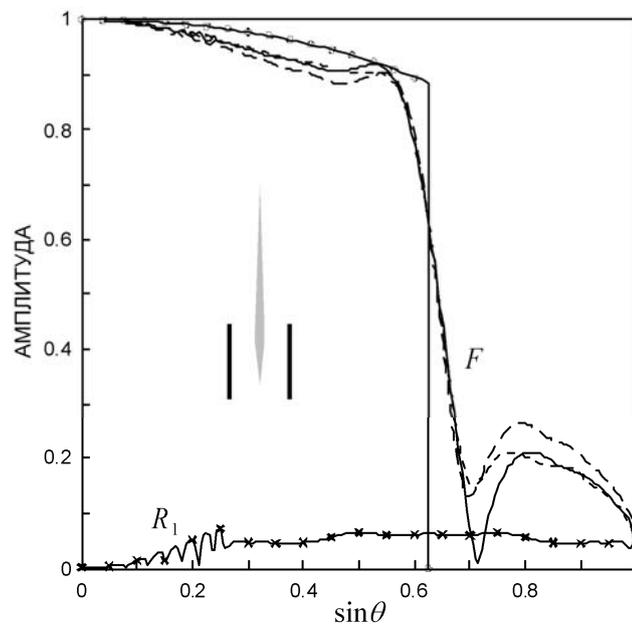


**Рис. 5.18.** То же, что и на рис. 5.17 при  $b=0.96\lambda$ ,  $a_w=0.4\lambda$ ,  $a_0=0.57\lambda$ ,  $a=0.78\lambda$ ,  $h_0=0.17\lambda$ ,  $h_1=0.53\lambda$ ,  $t_0=0.45\lambda$ ,  $t_1=0$ ,  $h=3.6\lambda$ ,  $\varepsilon_w=\varepsilon_t=1$ ,  $\varepsilon_a=1.5$ ,  $\varepsilon=2$ ,  $M_w=18$ ,  $M=21$  и  $N=73$ ; ( $\Delta \Delta \Delta$ ) – решетка без диэлектрика с  $a_w=0.4\lambda$ ,  $a_0=0.653\lambda$ ,  $h_0=0.7\lambda$ ,  $a=0.94\lambda$  и  $h_1=0.53\lambda$ .

применением одномерного метода конечных элементов только для выступающей части элемента решетки. Поля в волноводных секциях представлялись в виде сумм прямых и обратных волн с их последующим сшиванием на границах секций. Оптимизация геометрии проводилась так же, как и для случая Е-поляризации. Однако, в отличие от Е-поляризации, входные волноводы и согласующие секция в рассматриваемых примерах не заполнены диэлектриком, т.е.  $\varepsilon_w = \varepsilon_t = 1$ , а проницаемость заполнения верхних секций  $\varepsilon_a$ , равная 1.5, выбрана меньшей, чем для выступающей части, равной 2. Такой выбор позволил получить меньшую ширину выступающего элемента у основания и тем самым устранить резонансные эффекты, которые имели бы место при заполнении волноводов таким же диэлектриком. Сравнение полученных секторных ДН элемента с идеальными ДН и с ДН оптимизированных волноводных решеток без диэлектрика показывает их достаточно высокое качество. Однако, как уже отмечалось в начале Раздела 5.3, применение различных типов диэлектрика для заполнения верхней секции и для выступающей части не является наилучшим вариантом с точки зрения его практической реализации. Некоторые характерные результаты для более перспективного варианта решетки с частичным заполнением волноводных секций диэлектриком (рис. 5.5) приводятся ниже.

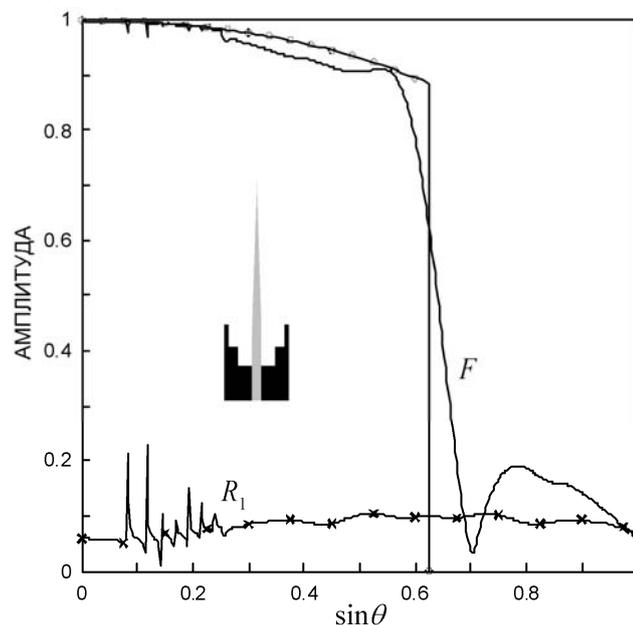
Исследование влияния геометрических параметров структуры на качество формируемых секторных ДН элемента показало, что наилучшие результаты достигаются при использовании длинных заостренных выступающих элементов. Моделирование проводилось следующим образом. При заданном периоде структуры  $b$ , ширине излучающей секции  $a$ , такой, что  $b - a = (0.01 \div 0.02)\lambda$ , высоте выступающей части  $h$  в несколько длин волн и проницаемости выступа  $\varepsilon$ , сначала считается, что входной волновод и нижняя рупорная секция имеют ту же ширину, что и верхняя секция, т.е.  $a_w = a_0 = a$ . Входной волновод считается незаполненным, т.е.  $\varepsilon_w = 1$ . Диэлектрический элемент, проходящий через рупор, считается заостренным с обоих концов, т.е.

$t_{00}=t_1=0$ , а его остальные поперечные размеры – одинаковыми ( $t_{01}=t_{10}=t_{11}=t_0$ ). Высота промежуточной секции задается достаточно большой ( $\sim 2\lambda$ ), что обеспечивает естественное хорошее согласование решетки. Пример характеристик такого промежуточного варианта решетки с периодом  $b=0.8\lambda$  показан на рис. 5.19. ДН элемента показана для трех значений ширины диэлектрического элемента в его средней части, а коэффициент отражения – только для  $t_{01}=t_{10}=t_{11}=t_0=0.4\lambda$ , так как для двух других значений  $0.33\lambda$  и  $0.47\lambda$  его низкий уровень почти не отличается от приведенного. Как мы видим, существует оптимальная ширина диэлектрического элемента, при которой уровень ДН элемента в области сканирования становится наиболее близким к уровню идеальной ДН элемента, также показанной на рис. 5.19. При дальнейшей оптимизации, осуществляющейся при заданной ширине входного одномодового волновода и проницаемости его заполнения  $\varepsilon_w$ , ширина диэлектрического элемента в нижней рупорной секции полагается равной его ширине в верхней секции, т.е.  $t_{00}=t_{01}=t_{10}=t_{11}$ , а длина  $h_0$  и ширина  $a_0$  нижней секции подбираются так, что обеспечивается прохождение основной волны из

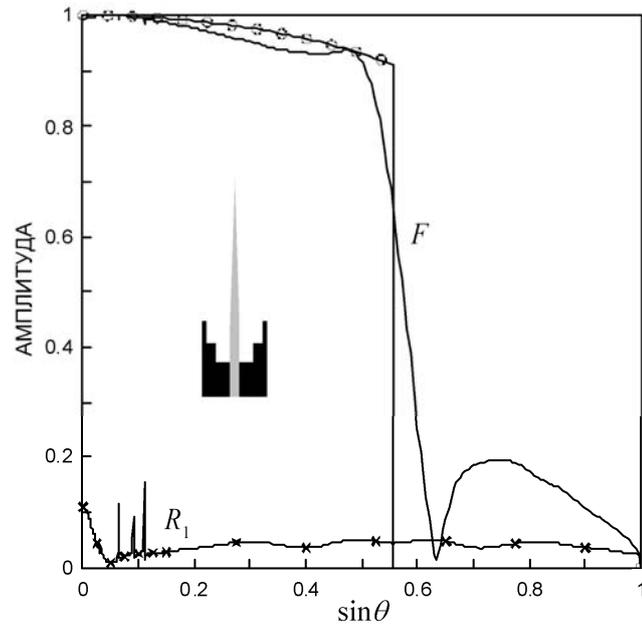


**Рис. 5.19.** Характеристики решетки с  $b=0.8\lambda$ ,  $a_w=a_0=a=0.78\lambda$ ,  $h_0=1.8\lambda$ ,  $h_1=0.5\lambda$ ,  $h=7.9\lambda$ ,  $t_{00}=t_1=0$ ,  $\varepsilon_w=1$  и  $\varepsilon=2$ , рассчитанные при  $M_w=\bar{M}=\tilde{M}=11$ ,  $M=13$ ,  $\bar{N}=19$ ,  $\tilde{N}=11$  и  $N=81$ ;  $t_{01}=t_{10}=t_{11}=t_0=0.33\lambda$  (---),  $0.4\lambda$  (—),  $0.47\lambda$  (- - -); (o o o o) – идеальная ДН элемента.

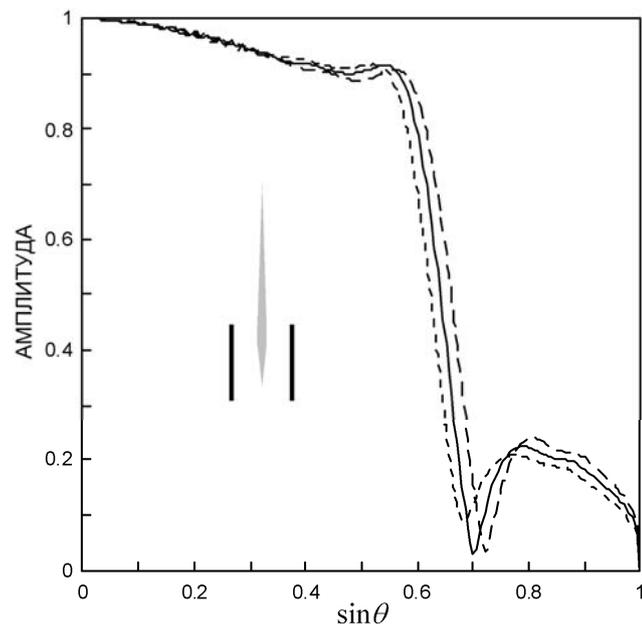
входного волновода в верхнюю секцию без отражений. Затем подбирается высота верхней секции  $h_1$ , при которой форма ДН элемента наиболее близка к идеальной, а резонансные эффекты, которые возможны в решетках рассматриваемого типа, – минимизируются. Примеры характеристик решетки, полученных в результате описанной оптимизации, приведены на рис. 5.20 для решетки с  $b=0.8\lambda$  и на рис. 5.21 для решетки с  $b=0.9\lambda$ . Остальные параметры геометрии указаны в подписях под рисунками. Поведение ДН элемента решетки при отклонении частоты на  $\pm 3\%$  демонстрируется на рис. 5.22 для решетки без ступенчатых переходов (как на рис. 5.19) и на рис. 5.23 для геометрии элемента как на рис. 5.20. Форма ДН в обоих случаях остается секторной с изменением ширины, соответствующим изменению периода решетки в длинах волн. Никаких резонансных явлений в решетки без ступенчатых переходов не наблюдается. В случае ступенчатых рупоров,



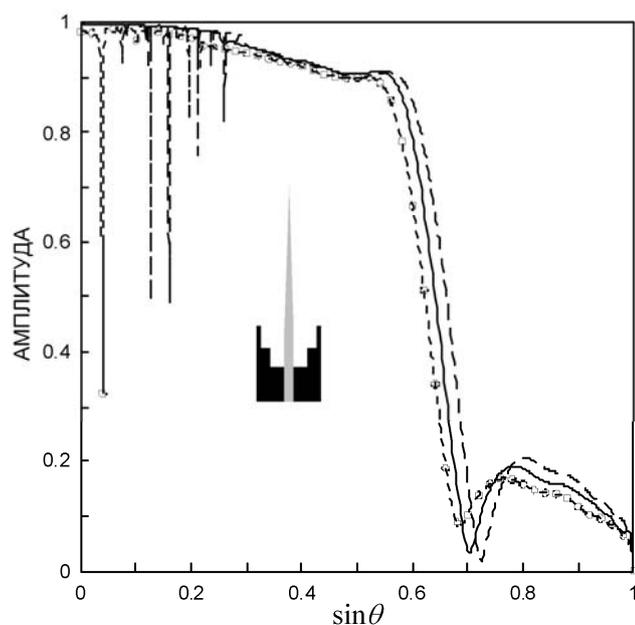
**Рис. 5.20.** Характеристики решетки с  $b=0.8\lambda$ ,  $a_w=0.3\lambda$ ,  $a_0=0.5\lambda$ ,  $a=0.78\lambda$ ,  $h_0=0.55\lambda$ ,  $h_1=0.5\lambda$ ,  $h=7.9\lambda$ ,  $t_{00}=t_{01}=t_{10}=t_{11}=t_0=0.4\lambda$ ,  $t_1=0$ ,  $\varepsilon_w=\varepsilon=2$ , рассчитанные при  $M_w=5$ ,  $\bar{M}=7$ ,  $\tilde{M}=11$ ,  $M=13$ ,  $\bar{N}=11$ ,  $\tilde{N}=7$  и  $N=81$ .



**Рис. 5.21.** Характеристики решетки с  $b=0.9\lambda$ ,  $a_w=0.3\lambda$ ,  $a_0=0.58\lambda$ ,  $a=0.88\lambda$ ,  $h_0=0.18\lambda$ ,  $h_1=0.52\lambda$ ,  $h=8\lambda$ ,  $t_{00}=t_{01}=t_{10}=t_{11}=t_0=0.34\lambda$ ,  $t_1=0$ ,  $\varepsilon_w=\varepsilon=2$ , рассчитанные при  $M_w=5$ ,  $\bar{M}=9$ ,  $\tilde{M}=15$ ,  $M=17$ ,  $\bar{N}=5$ ,  $\tilde{N}=11$  и  $N=81$ .



**Рис. 5.22.** Диаграмма направленности элемента в решетке с параметрами, указанными в подписи к рис. 5.19 при  $t_0=0.4\lambda$ , на центральной частоте  $f_0$  (—), а также на частотах  $0.97f_0$  (---) и  $1.03f_0$  (- - -).



**Рис. 5.23.** Диаграмма направленности элемента в решетке с параметрами, указанными в подписи к рис. 5.20, на центральной частоте  $f_0$  (—), а также на частотах  $0.97f_0$  (- - -) и  $1.03f_0$  (- o -).

резонансные эффекты, минимизированные при оптимизации геометрии на центральной частоте (рис. 5.20 и 5.21) могут проявляться в большей степени при изменении частоты, как показывают результаты на рис. 5.23.

## 5.5. Трехмерная задача

В данном разделе гибридный проекционный метод, разработанный выше для решения двумерных задач, обобщается на трехмерную задачу о решетке круглых волноводов с выступающими диэлектрическими стержнями, представляющую большой практический интерес.

**5.5.1. Постановка задачи.** Геометрия решетки в прямоугольной декартовой системе координат  $Oxyz$  показана на рис. 5.24. Элементы решетки, рассматриваемой здесь в виде бесконечной периодической структуры, расположены в горизонтальных рядах с шагом  $d_x$ , а ряды расположены с шагом  $d_y$ . Сетка расположения элементов может быть как прямоугольной, так

и треугольной, в которой, как показано на рис. 5.24(а), соседние ряды сдвинуты вдоль оси  $x$  на расстояние  $d_x/2$  относительно друг друга. Наиболее важным частным случаем треугольной сетки является гексагональная, в которой  $d_y = d_x \sqrt{3}/2$ . Элемент решетки в целом состоит из входного полубесконечного круглого волновода диаметром  $2a_i$ , промежуточной секции диаметром  $2a_t$  и высотой  $h_t$ , и верхней секции диаметром  $2a$  и высотой  $h$  (обозначения здесь такие же, как в [231]). Указанные секции соединены фланцами и могут быть заполнены диэлектриком с относительной проницаемостью  $\varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_t$  и  $\varepsilon$  соответственно. Верхние секции выходят на бесконечный общий фланец, расположенный в плоскости  $z=0$ . Каждый элемент имеет диэлектрический стержень с проницаемостью  $\varepsilon_e$ , выступающий над раскрытием волновода на высоту  $h_e$ . Стержень у основания имеет цилиндрическую часть диаметром  $2r_0$  и высотой  $h_0$ , переходящую в коническую часть диаметром  $2r_1$  на конце. Стенки всех волноводных секций и фланцы полагаются идеально проводящими, а секции и выступающий стержень имеют общую ось.

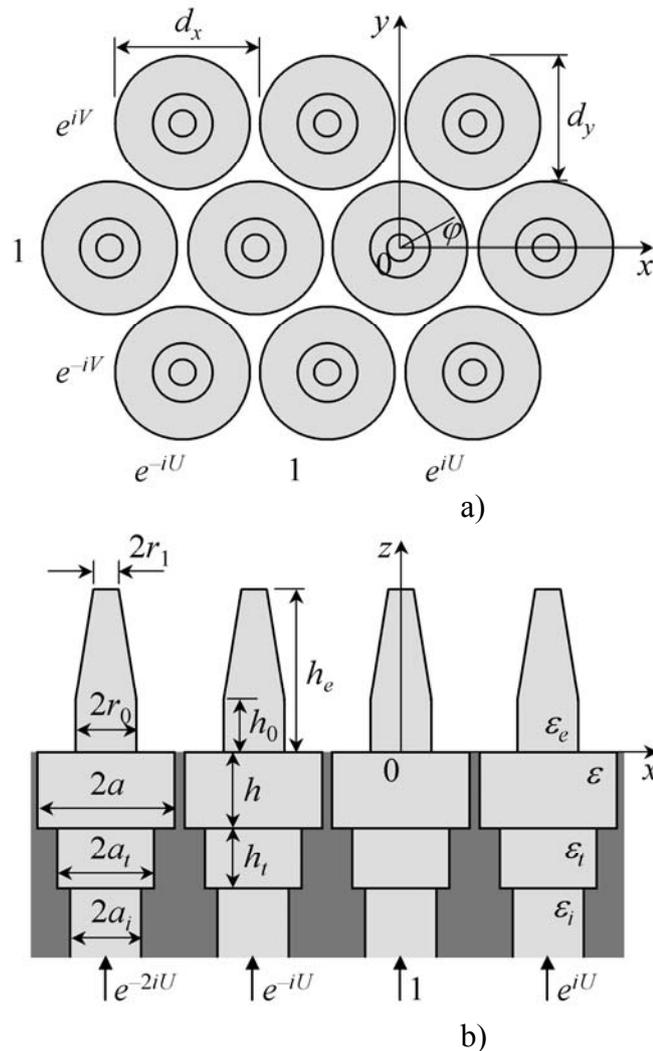
Предполагается также, что входные волноводы возбуждаются своими основными волнами  $TE_{11}$  круговой поляризации единичной амплитуды, а фазы имеют набег  $U$  между соседними элементами в каждом горизонтальном ряду и набег  $V$  между соседними рядами (рис. 5.24). Указанные фазы связаны с направлением главного луча решетки, заданным углами  $\theta$  и  $\varphi$ , отмеряемыми от осей  $z$  и  $x$  соответственно, формулами (см. также соотношения (1.22))

$$U = kd_x u, \quad V = kd_y v + U \delta,$$

где  $u = \sin \theta \cos \varphi$  и  $v = \sin \theta \sin \varphi$  – направляющие косинусы,  $\delta = 0$  для прямоугольной сетки и  $\delta = 1/2$  для треугольной сетки.

Цель задачи – определить поле, излученное решеткой, и поле, отраженное в волноводы, а также рассчитать коэффициент отражения и

диаграмму направленности элемента решетки, представляющие обычно наибольший интерес для практики.



**Рис. 5.24.** Вид сверху (а) и продольный разрез в плоскости  $xOz$  (б) решетки круглых волноводов с выступающими диэлектрическими стержнями.

**5.5.2. Представление полей в частичных областях.** Решая поставленную задачу, представим поперечные составляющие электрического и магнитного поля в раскрытие верхней секции центрального волновода в виде разложений по собственным волнам круглого волновода

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t(\rho, \varphi, 0) = \eta_0 \sum_{m,n} [(A_{1mn} e_{1mn} + B_{1mn}) k \Phi_{1mn} \\ + (A_{2mn} e_{2mn} - B_{2mn}) \gamma_{2mn} \Phi_{2mn}], \end{aligned} \quad (5.68)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\rho, \varphi, 0) \times \mathbf{e}_z = \sum_{m,n} [(A_{1mn} \mathbf{e}_{1mn} - B_{1mn}) \gamma_{1mn} \Phi_{1mn} \\ + (A_{2mn} \mathbf{e}_{2mn} + B_{2mn}) k \varepsilon \Phi_{2mn}], \end{aligned} \quad (5.69)$$

где  $\eta_0 = (\mu_0 / \varepsilon_0)^{1/2}$  – волновое сопротивление для свободного пространства,  $A_{jmn}$  – неизвестные амплитуды волн  $TE$  ( $j=1$ ) и  $TM$  ( $j=2$ ), уходящих от начала секции к раскрытию,  $B_{jmn}$  – неизвестные амплитуды волн  $TE$  и  $TM$ , уходящих от раскрытия вниз,  $e_{jmn} = \exp(i\gamma_{jmn}h)$ ,  $\gamma_{jmn} = (k^2 \varepsilon - g_{jmn}^2)^{1/2}$  и  $g_{jmn} = \mu_{jmn}/a$  – продольные и поперечные постоянные распространения,  $\mu_{1mn}$  и  $\mu_{2mn}$  –  $n$ -е корни уравнений  $J'_m(\mu) = 0$  и  $J_m(\mu) = 0$  соответственно,  $m=0, \pm 1, \dots; n=1, 2, \dots; J_m(\dots)$  и  $J'_m(\dots)$  – функция Бесселя  $m$ -го порядка и ее производная по аргументу,

$$\Phi_{1mn}(\rho, \varphi) = \left[ \frac{im}{\rho} J_m(g_1 \rho) \mathbf{e}_\rho - g_1 J'_m(g_1 \rho) \mathbf{e}_\varphi \right] \frac{e^{im\varphi}}{N_{1mn}}, \quad (5.70)$$

$$\Phi_{2mn}(\rho, \varphi) = \left[ g_2 J'_m(g_2 \rho) \mathbf{e}_\rho + \frac{im}{\rho} J_m(g_2 \rho) \mathbf{e}_\varphi \right] \frac{e^{im\varphi}}{N_{2mn}} \quad (5.71)$$

– ортонормированные векторные волновые функции для круглого волновода с нормировочными коэффициентами

$$N_{1mn} = \pi^{1/2} (\mu_{1mn}^2 - m^2)^{1/2} J_m(\mu_{1mn}), \quad (5.72)$$

$$N_{2mn} = \pi^{1/2} \mu_{2mn} J'_m(\mu_{2mn}), \quad (5.73)$$

$\mathbf{e}_z$  – единичный вектор, направленный вдоль оси  $z$ ,  $\mathbf{e}_\rho$  и  $\mathbf{e}_\varphi$  – единичные векторы цилиндрических координат  $\rho$  и  $\varphi$ , связанных с декартовыми координатами формулами  $x = \rho \cos \varphi$  и  $y = \rho \sin \varphi$ . Двойной индекс  $mn$  у постоянных  $g_{1mn}$  и  $g_{2mn}$  в (5.70) и (5.71) опущен для краткости. Для упрощения последующих формул, введем сквозную порядковую нумерацию волноводных гармоник для каждого типа и далее указанный двойной индекс заменим одиночным.

Амплитуды  $A_{jmn}$  и  $B_{jmn}$  прямых и обратных волн в (5.68) и (5.69) связаны друг с другом и с амплитудой падающей волны во входной секции соотношениями

$$A_{j'n'} - \sum_{j=1}^2 \sum_n S_{j'n',jn}^{11} B_{jn} e_{jn} = S_{j'n',1l}^{10}, \quad (5.74)$$

где  $j'=1,2$ ;  $n',n=1,2, \dots$  – порядковые номера волн,  $l$  – порядковый номер падающей волны и  $S_{j'n',jn}^{v'v}$  – элемент матрицы рассеяния перехода между входной секцией ( $v',v=0$ ) и верхней секцией ( $v',v=1$ ). Этот элемент представляет собой комплексную амплитуду  $j'n'$ -й волны, возбуждаемой в  $v'$ -й секции, при падении на переход  $jn$ -й волны единичной амплитуды из  $v$ -й секции. Указанные матричные элементы в данной рассчитываются хорошо известным методом сшивания [33, 112, 124] для одиночной ступеньки в волноводе в сочетании с методом обобщенных матриц рассеяния (см., например [146]) для учета взаимодействия между двумя ступеньками.

Поперечное электрическое поле и поперечное магнитное поле над концами диэлектрических стержней ( $z \geq h_e$ ) представим в виде разложений по полной системе векторных гармоник Флоке [4]

$$\mathbf{E}_t(x, y, z) = \eta_0 \sum_{p,q} (T_{1pq} k \psi_{1pq} + T_{2pq} \Gamma_{pq} \psi_{2pq}) e^{i\Gamma_{pq}(z-h_e)}, \quad (5.75)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) \times \mathbf{e}_z = \sum_{p,q} (T_{1pq} \Gamma_{pq} \psi_{1pq} + T_{2pq} k \psi_{2pq}) e^{i\Gamma_{pq}(z-h_e)} \quad (5.76)$$

с неизвестными амплитудами  $T_{j pq}$  ( $j=1$  и  $2$  для волн ТЕ и ТМ соответственно), постоянными распространения, определяемыми формулой (1.21) и поперечными волновыми функциями, определяемыми формулами (1.20), (1.26) и (1.27). Как и для волноводных гармоник, двойной индекс  $pq$ , используемый в (5.75) и (5.76), в последующих формулах будет заменен на одиночный индекс, представляющий порядковый номер соответствующей гармоники.

Поперечные составляющие полей в области  $0 \leq z \leq h_e$ , содержащей диэлектрические стержни, как и в неполном методе Галеркина [48-50, 84, 89], ищем в виде разложений по поперечным векторным функциям (1.26) и (1.27)

$$\mathbf{E}_t(x, y, z) = \eta_0 k \sum_q [E_{1q}(z)\boldsymbol{\psi}_{1q} + E_{2q}(z)\boldsymbol{\psi}_{2q}], \quad (5.77)$$

$$\mathbf{H}_t(x, y, z) = k \sum_q [H_{1q}(z)\boldsymbol{\psi}_{1q} + H_{2q}(z)\boldsymbol{\psi}_{2q}] \quad (5.78)$$

с неизвестными коэффициентами, зависящими от  $z$ . Тогда продольные составляющие полей будут выражаться формулами

$$E_z(x, y, z) = \frac{\eta_0}{\tilde{\varepsilon}} \sum_q w_q H_{1q}(z)\boldsymbol{\psi}_q, \quad (5.79)$$

$$H_z(x, y, z) = - \sum_q w_q E_{1q}(z)\boldsymbol{\psi}_q, \quad (5.80)$$

следующими из (5.77), (5.78) и уравнений Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{H} + \frac{ik\tilde{\varepsilon}}{\eta_0} \mathbf{E} = 0, \quad (5.81)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} - ik\eta_0 \mathbf{H} = 0, \quad (5.82)$$

где  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_e$  в стержнях и  $\tilde{\varepsilon} = 1$  между стержнями. Постоянные  $w_q$  в (5.79) и (5.80), где  $q$  – сквозной номер, заменяющий двойной индекс, как указано выше, определяются в (1.21).

**5.5.3. Гибридный проекционный метод.** Электрическое поле (5.77) при  $z=0$  должно быть равно нулю на фланце и полю (5.68) в раскрые волновода. Проектируя это равенство на функции, комплексно сопряженные функциям (1.26) и (1.27), получим алгебраические уравнения

$$\sum_n (A_{1n} e_{1n} + B_{1n}) Q_{1p}^{1n} - E_{1p}(0) = 0, \quad (5.83)$$

$$E_{2p}(0) = \sum_n [(A_{1n} e_{1n} + B_{1n}) Q_{2p}^{1n} + (A_{2n} e_{2n} - B_{2n}) Q_{2p}^{2n} \gamma_{2n}/k], \quad (5.84)$$

где  $p$  – порядковый номер и

$$Q_{j'p}^{jn} = \int_0^a \int_0^{2\pi} \Phi_{jn} \cdot \psi_{j'n}^* \rho d\rho d\varphi. \quad (5.85)$$

Вычисление интегралов (5.85) с использованием свойств функций Бесселя [100] дает

$$Q_{1p}^{1n} = s \frac{(-i)^m \mu_{1n}^2}{(\mu_{1n}^2 - m^2)^{1/2}} \frac{J'_m(w_p a)}{\mu_{1n}^2 - (w_p a)^2} e^{im\phi_p}, \quad (5.86)$$

$$Q_{2p}^{1n} = s \frac{(-i)^{m-1} m}{(\mu_{1n}^2 - m^2)^{1/2}} \frac{J_m(w_p a)}{w_p a} e^{im\phi_p}, \quad (5.87)$$

$$Q_{2p}^{2n} = s \frac{(-i)^m w_p a J'_m(w_p a)}{(w_p a)^2 - \mu_{2n}^2} e^{im\phi_p}, \quad (5.88)$$

$s = 2ia(\pi/d_x d_y)^{1/2}$ ,  $\phi_p = \arctg(\beta_p/\alpha_p)$ ,  $Q_{1p}^{2n} = 0$  и  $m$  – номер азимутальной гармоники в  $n$ -й волноводной волне.

Магнитное поле (5.69) в раскрытие волновода должно быть равно магнитному полю (5.78), векторно умноженному на  $\mathbf{e}_z$ . Проектируя это равенство на функции, комплексно сопряженные функциям (5.70) и (5.71), и учитывая, что

$$\psi_{1q} \times \mathbf{e}_z = -\psi_{2q}, \quad \psi_{2q} \times \mathbf{e}_z = \psi_{1q}, \quad (5.89)$$

получим алгебраические уравнения

$$(A_{1m} e_{1m} - B_{1m}) \gamma_{1m} - k \sum_q [H_{2q}(0) Q_{1q}^{1m*} - H_{1q}(0) Q_{2q}^{1m*}] = 0, \quad (5.90)$$

$$(A_{2m} e_{2m} + B_{2m}) \varepsilon + \sum_q H_{1q}(0) Q_{2q}^{2m*} = 0, \quad (5.91)$$

где  $m$  – порядковый номер волноводной волны соответствующего типа.

Проекционное сшивание электрических полей (5.75) и (5.77), а также магнитных полей (5.76) и (5.78) (последнее должно быть векторно умножено на  $\mathbf{e}_z$ ) при  $z = h_e$  дает соотношения

$$E_{1q}(h_e) = T_{1q}, \quad H_{1q}(h_e) = -T_{2q}, \quad (5.92)$$

$$E_{2q}(h_e) = T_{2q}\Gamma_q/k, \quad H_{2q}(h_e) = T_{1q}\Gamma_q/k,$$

из которых получаем равенства

$$E_{2q}(h_e) = -H_{1q}(h_e)\Gamma_q/k, \quad (5.93)$$

$$H_{2q}(h_e) = E_{1q}(h_e)\Gamma_q/k, \quad (5.94)$$

используемые при выводе последующих формул.

Рассмотрим теперь уравнение Максвелла (5.81). Умножим его скалярно на  $\psi_{1p}^*$  и проинтегрируем по площади ячейки  $S = d_x \times d_y$ . Используя при этом векторное тождество

$$\mathbf{F} \cdot (\nabla \times \mathbf{G}) = \mathbf{G} \cdot (\nabla \times \mathbf{F}) + \nabla \cdot (\mathbf{G} \times \mathbf{F}),$$

справедливое для любых векторных функций  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{G}$ , а также свойства поперечных волновых функций (1.20), (1.26) и (1.27)

$$\nabla \times \psi_{1p} = -iw_p \psi_{1p} \mathbf{e}_z, \quad (5.95)$$

$$\mathbf{F} \times \psi_{1p} = F_z \psi_{2p} - (\mathbf{F} \cdot \psi_{2p}) \mathbf{e}_z, \quad (5.96)$$

получим проекционное соотношение

$$\iint_S \left( iw_p \psi_p^* H_z - \psi_{2p}^* \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} + \frac{ik\tilde{\epsilon}}{\eta_0} \psi_{1p}^* \cdot \mathbf{E} \right) dx dy = 0, \quad (5.97)$$

при выводе которого также учтено, что часть дивергенции, связанная с поперечными координатами, не дает вклад в интеграл в силу граничных условий в канале Флоке.

Второе проекционное соотношение получим после проведения аналогичной операции проектирования уравнения Максвелла (5.82) на ту же функцию  $\psi_{1p}^*$

$$\iint_S \left( iw_p \psi_p^* E_z - \psi_{2p}^* \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} - ik\eta_0 \psi_{1p}^* \cdot \mathbf{H} \right) dx dy = 0. \quad (5.98)$$

Проектирование уравнений (5.81) и (5.82) на функцию  $\psi_{2p}^*$  и учет свойств функций (1.26) и (1.27)

$$\nabla \times \psi_{2p} = 0, \quad (5.99)$$

$$\mathbf{F} \times \psi_{2p} = -F_z \psi_{1p} + (\mathbf{F} \cdot \psi_{1p}) \mathbf{e}_z \quad (5.100)$$

дает еще два соотношения

$$\iint_S \left( \psi_{1p}^* \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} + \frac{ik\tilde{\varepsilon}}{\eta_0} \psi_{2p}^* \cdot \mathbf{E} \right) dx dy = 0, \quad (5.101)$$

$$\iint_S \left( \psi_{1p}^* \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} - ik\eta_0 \psi_{2p}^* \cdot \mathbf{H} \right) dx dy = 0. \quad (5.102)$$

Подставляя разложения (5.77)–(5.80) в соотношения (5.97), (5.98), (5.101) и (5.102), сводим последние к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\Gamma_p^2 H_{1p} + \frac{w_p}{\varepsilon_e} \sum_q w_q W_{pq} H_{1q} - ik \frac{dE_{2p}}{dz} = 0, \quad (5.103)$$

$$ik \frac{dH_{2p}}{dz} + \Gamma_p^2 E_{1p} + k^2 \sum_q (Z_{pq} E_{1q} - Y_{pq} E_{2q}) = 0, \quad (5.104)$$

$$-ik \frac{dH_{1p}}{dz} + k^2 \sum_q (Y_{pq} E_{1q} + Z_{pq} E_{2q}) + k^2 E_{2p} = 0, \quad (5.105)$$

$$H_{2p} = \frac{1}{ik} \frac{dE_{1p}}{dz}, \quad (5.106)$$

с коэффициентами (см. также [89])

$$Z_{pq}(z) = \frac{\alpha_p \alpha_q + \beta_p \beta_q}{w_p w_q} W_{pq}, \quad (5.107)$$

$$Y_{pq}(z) = \frac{\alpha_p \beta_q - \alpha_q \beta_p}{w_p w_q} W_{pq}, \quad (5.108)$$

$$W_{pq}(z) = (\varepsilon_e - 1) \frac{2\pi r^2 J_1(\Delta_{pq} r)}{d_x d_y \Delta_{pq} r}, \quad (5.109)$$

в которых  $\Delta_{pq} = [(\alpha_p - \alpha_q)^2 + (\beta_p - \beta_q)^2]^{1/2}$  и

$$r(z) = \begin{cases} r_0, & 0 \leq z \leq h_0, \\ r_0 - \frac{r_0 - r_1}{h_e - h_0} (z - h_0), & z > h_0, \end{cases} \quad (5.110)$$

– радиус стержня в зависимости от продольной координаты (рис. 5.24(b)).

Отметим, что соотношение (5.106) во-первых обеспечивает необходимое условие  $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$  для магнитного поля с составляющими (5.77) и (5.78), и во-вторых устраняет избыточность числа неизвестных коэффициентов в разложениях (5.77) и (5.78).

Решение дифференциальных уравнений (5.103)–(5.105) ищем в виде разложений

$$H_{1q}(z) = \sum_{n=1}^N H_{1nq} f_n(z), \quad (5.111)$$

$$E_{jq}(z) = \sum_{n=1}^N E_{jnq} f_n(z), \quad j=1, 2, \quad (5.112)$$

по "треугольным функциям"  $f_n(z)$ , определяемым аналогично (5.20) с вершинами в  $N$  узлах, расположенных равномерно на интервале  $0 \leq z \leq h_e$ , включая его концы. Далее применяем метод конечных элементов к уравнениям (5.103)–(5.105), включая следующие операции. Умножаем указанные уравнения на  $f_m(z)$  и интегрируем их от 0 до  $h_e$ . Подставляем (5.84) и (5.93) в неинтегральные слагаемые, образующиеся при интегрировании по частям производной от  $E_{2p}$  в (5.103). Подставляем (5.94) в неинтегральное слагаемое, образующееся при интегрировании по частям производной от  $H_{2p}$  в (5.104), и подставляем (5.106) вместо функции  $H_{2p}$ , остающейся под интегралом. При использовании (5.93) и (5.94) учитываем, что  $H_{1p}(h_e) = H_{1Np}$  и  $E_{1p}(h_e) = E_{1Np}$ . Наконец, подставляем разложения (5.111) и (5.112) в интегралы, и в результате получаем алгебраические уравнения

$$i\delta_{m1} \sum_n [(A_{1n} e_{1n} + B_{1n}) Q_{2p}^{1n} + (A_{2n} e_{2n} - B_{2n}) Q_{2p}^{2n} \gamma_{2n}/k] + i\delta_{mN} H_{1Np} \Gamma_p/k + \sum_{n=1}^N \left[ \sum_q \tilde{W}_{pq}^{mn} H_{1nq} + i\bar{K}^{mn} E_{2np} \right] = 0, \quad (5.113)$$

$$-i\delta_{m1}H_{2p}(0) + i\delta_{mN}E_{1Np}\Gamma_p/k + \sum_{n=1}^N \sum_q (\bar{Z}_{pq}^{mn} E_{1nq} - Y_{pq}^{mn} E_{2np}) = 0, \quad (5.114)$$

$$\sum_{n=1}^N [-iK^{mn}H_{1np} + \sum_q (Y_{pq}^{mn} E_{1np} + \tilde{Z}_{pq}^{mn} E_{2nq})] = 0, \quad (5.115)$$

с матричными элементами

$$\tilde{W}_{pq}^{mn} = \frac{\Gamma_p^2}{k^2} I^{mn} \delta_{pq} + \frac{W_p W_q}{k^2 \varepsilon_e} W_{pq}^{mn}, \quad (5.116)$$

$$\bar{Z}_{pq}^{mn} = \left( \frac{\Gamma_p^2}{k^2} I^{mn} - \bar{I}^{mn} \right) \delta_{pq} + Z_{pq}^{mn}, \quad (5.117)$$

$$\tilde{Z}_{pq}^{mn} = I^{mn} \delta_{pq} + Z_{pq}^{mn}, \quad (5.118)$$

в которых

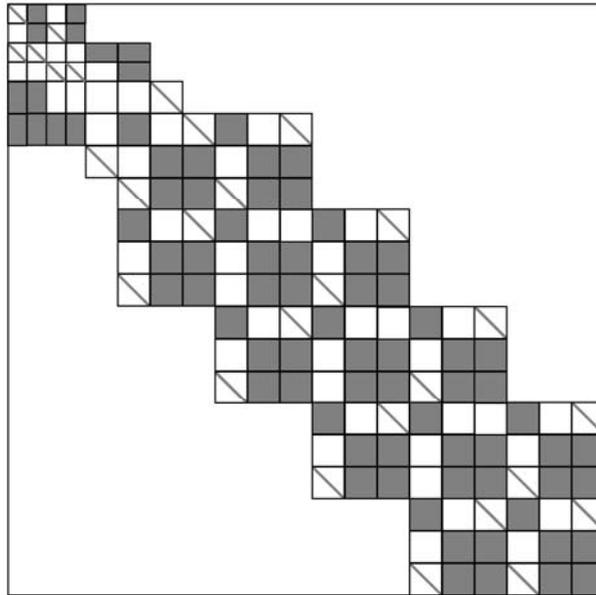
$$I^{mn} = k \int_0^{h_e} f_m f_n dz, \quad I^{mn} = \frac{1}{k} \int_0^{h_e} \frac{df_m}{dz} \frac{df_n}{dz} dz, \quad (5.119)$$

$$K^{mn} = \int_0^{h_e} f_m \frac{df_n}{dz} dz, \quad K^{mn} = \int_0^{h_e} \frac{df_m}{dz} f_n dz, \quad (5.120)$$

$$W_{pq}^{mn} = k \int_0^{h_e} f_m W_{pq} f_n dz. \quad (5.121)$$

Интегралы (5.119) и (5.121) аналогичны интегралам (5.22), (5.23) и (5.24), явные выражения для которых приведены в Приложении 5.1. Значения интегралов (5.120) даны в Приложении 5.2. Коэффициенты  $Z_{pq}^{mn}$  и  $Y_{pq}^{mn}$  вычисляются по формуле (5.121), в которой функцию (5.109) следует заменить на функции (5.107) и (5.108) соответственно.

Уравнения (5.74), (5.90), (5.91) и (5.83), (в трех последних  $H_{1p}(0)=H_{11p}$  и  $E_{1p}(0)=E_{11p}$ ), а также (5.112)–(5.114) образуют полную бесконечную алгебраическую систему, которую решаем методом усечения до размера  $4M+(3N+1)P$ , где  $M$  – число учитываемых волноводных гармоник (для каждого из наборов  $A_{jn}$  и  $B_{jn}$ ,  $j=1, 2$ ) и  $P$  – число учитываемых пространственных гармоник для каждого из наборов  $H_{2p}(0)$ ,  $H_{1nq}$ ,  $E_{1nq}$ , и  $E_{2nq}$ ,



**Рис. 5.25.** Структура матрицы системы линейных алгебраических уравнений.

$n=1, \dots, N$ ). Так как каждая "треугольная" функция частично перекрывается только с ближайшими соседними функциями, то интегралы (5.119)–(5.121) равны нулю для  $|m-n|>1$ , и поэтому матрица системы является блочно-ленточной. Ее структура для частного случая  $N=5$  показана на рис. 5.25, где блоки, содержащие ненулевые элементы показаны серым цветом, а в блоках с косой чертой ненулевые элементы расположены на диагонали.

**5.5.4. Характеристики решетки.** Амплитуды волн в верхней волноводной секции, полученные в результате решения системы алгебраических уравнений, полученной выше, используются для расчета амплитуд волн, отраженных во входной секции, включая коэффициенты отражения по основной поляризации и кроссполяризации. Их расчет производится с использованием матрицы рассеяния промежуточной секции, использованной в (5.74), по формуле

$$R_{j'n'} = S_{j'n',1l}^{00} \delta_{j'1} \delta_{n'l} + \sum_{j=1}^2 \sum_n S_{j'n',jn}^{01} B_{jn} e_{jn}. \quad (5.122)$$

Амплитуды (5.121) вместе амплитудами гармоник Флоке над концами стержней (5.74) и (5.75), определяемые по формулам (5.91), используются в соотношении энергетического баланса

$$\sum_n [|R_{1n}|^2 \operatorname{Re}\{\gamma_{1n}^{(i)}\} + \varepsilon_i |R_{2n}|^2 \operatorname{Re}\{\gamma_{2n}^{(i)}\}] + \sum_q [|T_{1q}|^2 + |T_{2q}|^2] \operatorname{Re}\{\Gamma_q\} = \gamma_{1l}^{(i)}, \quad (5.123)$$

где  $\gamma_{jn}^{(i)} = [k^2 \varepsilon_i - (\mu_{jn}/a_i)^2]^{1/2}$  – постоянные распространения волн во входных секциях.

Составляющие ДН элемента решетки в сферических координатах определяются через амплитуды гармоник Флоке нулевого порядка [4] (порядковый номер 1 в нашей сквозной нумерации) по формулам

$$F_\theta(\theta, \varphi) = \sqrt{k/\gamma_{1l}^{(i)}} T_{21}(\theta, \varphi) \cos \theta, \quad (5.124)$$

$$F_\varphi(\theta, \varphi) = \sqrt{k/\gamma_{1l}^{(i)}} T_{11}(\theta, \varphi) \cos \theta, \quad (5.125)$$

где нормировка соответствует единичной мощности падающей волны.

Используя (5.124) и (5.125), легко рассчитать ДН элемента на основной поляризации и на перекрестной поляризации [4]

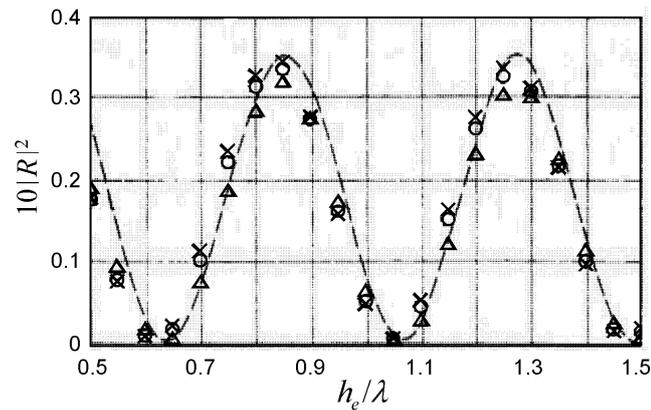
$$F^{++} = \frac{F_\varphi^+ - iF_\theta^+}{\sqrt{2}}, \quad F^{-+} = \frac{F_\varphi^+ + iF_\theta^+}{\sqrt{2}}, \quad (5.126)$$

соответственно, где  $F_\theta^+$  и  $F_\varphi^+$  – составляющие ДН элемента (5.124) и (5.125), соответствующие круговой поляризации падающей волны с азимутальным индексом  $m = +1$ . ДН элемента при возбуждении с круговой поляризацией противоположного вращения ( $m = -1$ ) рассчитываются аналогично. Используя соответствующие линейные комбинации решений для двух случаев круговой поляризации, легко рассчитать характеристики решетки при ее возбуждении волнами  $TE_{11}$  горизонтальной и вертикальной линейной поляризации.

**5.5.5. Численные результаты.** Расчет элементов матрицы рассеяния перехода, используемой в (5.73) и (5.121), проводился с учетом рекомендаций работ [124, 146]. Результаты, имеющиеся в [33, 124] для частного случая первой азимутальной гармоники, использовались для проверки работы соответствующей подпрограммы. Система линейных алгебраических уравнений решалась методом исключения Гаусса с выбором ведущего элемента в столбце. Минимизация времени решения системы достигалась исключением блоков со всеми нулевыми элементами в блочно-ленточной матрице (рис. 5.25) из процедуры обработки.

Работа программы проверялась различными способами [4], включая выполнение необходимых условий, связанных с симметрией геометрии и законом сохранения энергии (соотношение (5.122) выполняется с точностью не менее шести десятичных знаков), а также сходимость результатов и их сравнение с имеющимися расчетными и экспериментальными данными. Зависимость отраженной мощности (умноженной на 10) от длины цилиндрических стержней в решетке, рассмотренной в [30], показана на рис. 5.26. Элементы решетки расположены в квадратной сетке с периодом  $d_x=d_y=0.68\lambda$ . Значения остальных параметров решетки указаны в подписи к рисунку. Исследование сходимости результатов для проницаемости стержней  $\varepsilon_e=2$  при увеличении числа узлов  $N$  показало, что высокая точность достигается уже при расстоянии  $\Delta=0.05\lambda$  между соседними узлами, т.е. при использовании  $N-1=20$  отрезков на длине волны. Мы видим на рис. 5.26, что различие между результатами, полученными при учете  $P=81$  и 49 пространственных гармоник, в целом меньше, чем между результатами, полученными при  $P=49$  и 25, что говорит об их сходимости. Кроме того, полученные результаты близки к результатам, приведенным в [30] и показанным на рис. 5.26 штриховой линией.

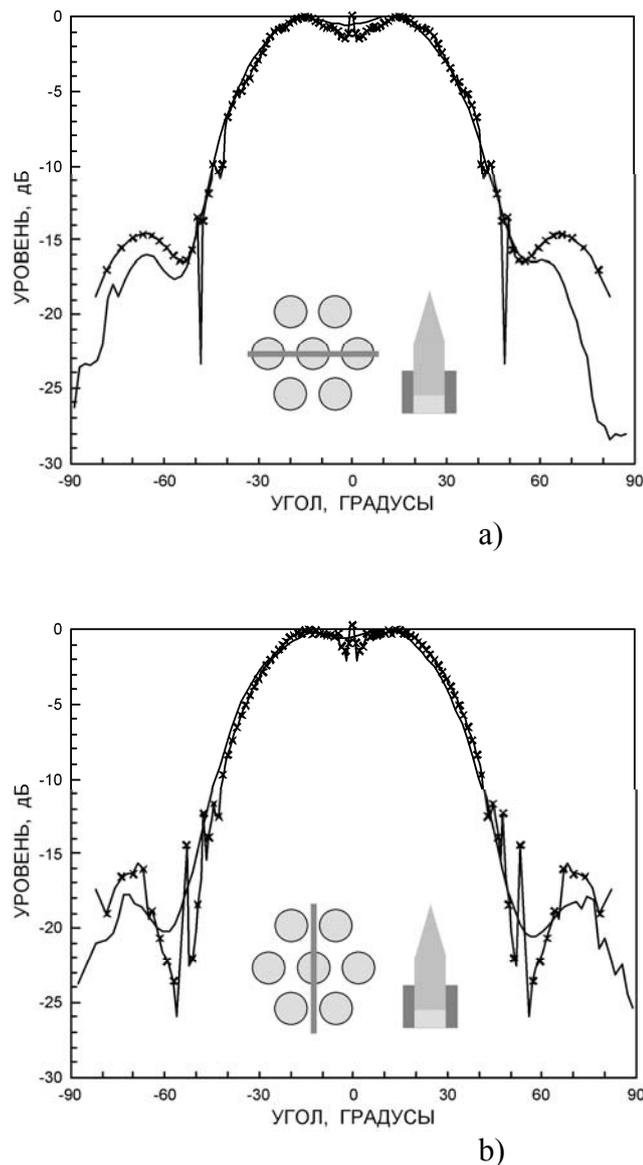
Следующий пример относится к решетке, описанной в [38, 86, 198, 199, 263]. Секторная ДН элемента этой многоэлементной волноводно-стержневой



**Рис. 5.26.** Отраженная мощность в зависимости от длины стержня в решетке с квадратной сеткой при  $d_x=d_y=0.68\lambda$ ,  $a_i=a_t=a=t_0=t_1=0.24\lambda$ ,  $\varepsilon_i=\varepsilon_t=\varepsilon=\varepsilon_e=2$ ,  $N=1+20h_e/\lambda$ ,  $M=16$ ,  $P=25$  ( $\Delta \Delta \Delta$ ), 49 ( $\times \times \times$ ) и 81 ( $\circ \circ \circ$ ); (---) – кривая из [30].

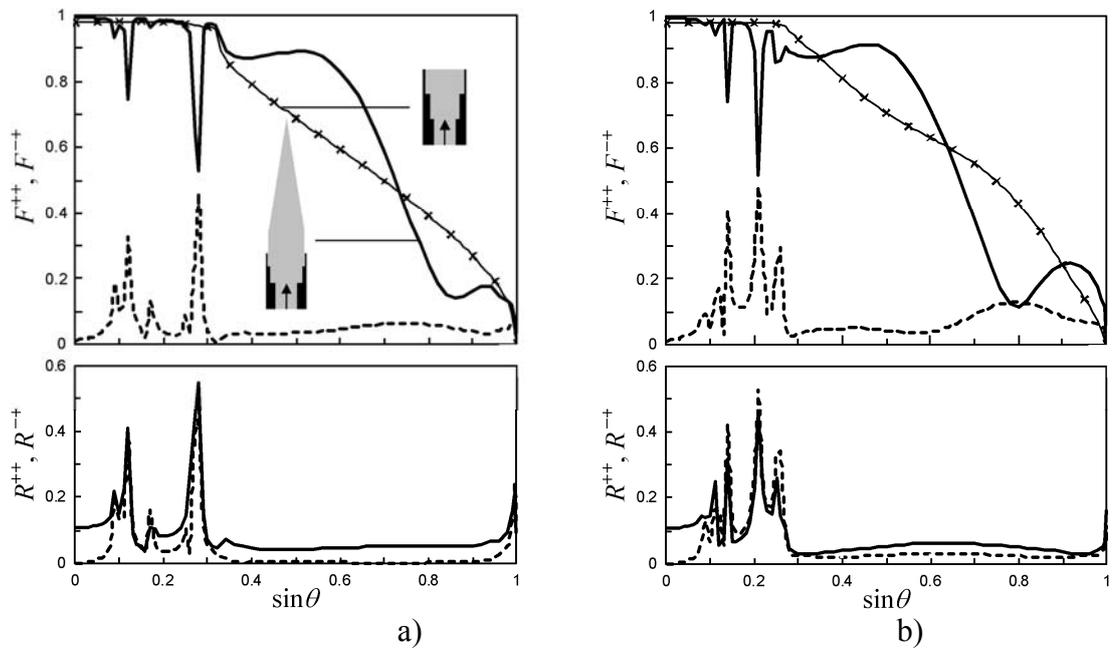
решетки с гексагональной сеткой в обеих главных плоскостях формировалась путем подбора параметров стержней в небольшом макете, показанном на рис. 5.1(b). Измеренная ДН макета при возбуждении центрального элемента на круговой поляризации в двух главных плоскостях показана сплошными линиями на рис. 5.27(a) и (b). Параметры геометрии решетки, соответствующие рабочей частоте, приведены в подписи к рисунку. ДН элемента, рассчитанные при  $M=16$ ,  $P=37$  и  $N=71$ , соответствуют кривыми с крестиками. Мы видим в целом хорошее соответствие между расчетными и измеренными ДН. Различия, имеющиеся на некоторых участках ДН, объясняются наличием резонансных эффектов в теоретической модели, которые не могут быть выявлены в макете с малым числом элементов. Кроме того, краевой эффект, не учитываемый в бесконечной решетке, по-видимому, является причиной различия в уровне боковых лепестков на углах, под которыми крайние стержни видны из раскрыва центрального волновода в макете.

Характеристики решетки с периодом гексагональной сетки  $d_x=0.91\lambda$ , т.е. меньшем, чем в предыдущем примере, приведены на рис. 5.28(a) и (b). Волноводы решетки возбуждаются волнами  $TE_{11}$  круговой поляризации с азимутальным индексом  $m=1$ . Параметры решетки, указанные в подписи к



**Рис. 5.27.** ДН элемента решетки с гексагональной сеткой в горизонтальной (а) и вертикальной (б) плоскостях при  $d_x=1.1347\lambda$ ,  $a_i=a_t=a=t_0=0.4085\lambda$ ,  $\varepsilon_i=1$ ,  $\varepsilon_t=1.385$ ,  $h_i=0.268\lambda$ ,  $\varepsilon=\varepsilon_e=2.08$ ,  $h=1.1347\lambda$ ,  $h_0=0.851\lambda$ ,  $h_e=1.9857\lambda$ ,  $t_1=0$ ; (xxx) – расчет при  $M=16$ ,  $P=37$ ,  $N=71$ , и (—) – измерения.

рис. 5.28, подобраны так, что формируется секторная ДН элемента в обеих главных плоскостях. Эта ДН сравнивается с ДН элемента решетки без стержней, показанная линиями с крестиками. Параметры этой решетки, также указанные в подписи к рисунку, обеспечивают отсутствие эффектов ослепления. Как мы видим, стержни улучшают форму ДН элемента, однако могут вносить провалы в ДН в области однолучевого сканирования на основной поляризации. Этим провалам соответствуют всплески уровня



**Рис. 5.28.** ДН элемента и коэффициент отражения в горизонтальной (а) и вертикальной (б) плоскостях решетки с гексагональной сеткой при  $d_x=0.91\lambda$ ,  $a_i=0.24\lambda$ ,  $a_t=0.371\lambda$ ,  $h_t=0.315\lambda$ ,  $a=0.42\lambda$ ,  $h=0.3\lambda$ ,  $t_0=0.4\lambda$ ,  $h_0=0.5\lambda$ ,  $h_e=3\lambda$ ,  $t_1=0$ ;  $\varepsilon_i=\varepsilon_t=\varepsilon_e=2$ ,  $M=16$ ,  $P=37$ ,  $N=101$ ; (—) – основная поляризация, (---) – кроссполяризация, (xxx) – ДН элемента решетки без стержней с  $d_x=0.91\lambda$ ,  $a_i=0.28\lambda$ ,  $a_t=0.3265\lambda$ ,  $h_t=0.57\lambda$ ,  $a=0.44\lambda$ ,  $h=0.56\lambda$ ,  $\varepsilon_i=\varepsilon_t=\varepsilon_e=1.5$ .

кроссполяризованного излучения, а также – коэффициента отражения на по основной и ортогональной поляризации. Устранения этих нежелательных эффектов по-прежнему составляет важную задачу для решеток с выступающими диэлектрическими элементами

**Приложение 5.1. Явные выражения для интегралов  
(5.22), (5.23) и (5.24)**

$\bar{I}_{s's}^{(0)} = k \int_{z''}^{z'} f_{s'} f_s dz$	$\bar{I}_{s's}^{(1)} = \frac{1}{k} \int_{z''}^{z'} f_{s'}' f_s' dz$	$\bar{J}_{s's}^{pq} = k \int_{z''}^{z'} f_{s'} \bar{W}_{pq} f_s dz$
$\bar{I}_{11}^{(0)} = \frac{k\Delta}{3}$	$\bar{I}_{11}^{(1)} = \frac{1}{k\Delta}$	$\bar{J}_{11}^{pq} = \frac{k\Delta}{12} (3\bar{W}_{pq}^1 + \bar{W}_{pq}^2)$
$\bar{I}_{12}^{(0)} = \frac{k\Delta}{6}$	$\bar{I}_{12}^{(1)} = -\frac{1}{k\Delta}$	$\bar{J}_{12}^{pq} = \frac{k\Delta}{12} (\bar{W}_{pq}^1 + \bar{W}_{pq}^2)$
$\bar{I}_{s,s-1}^{(0)} = \frac{k\Delta}{6}$	$\bar{I}_{s,s-1}^{(1)} = -\frac{1}{k\Delta}$	$\bar{J}_{s,s-1}^{pq} = \frac{k\Delta}{12} (\bar{W}_{pq}^{s-1} + \bar{W}_{pq}^s)$
$\bar{I}_{ss}^{(0)} = \frac{2k\Delta}{3}$	$\bar{I}_{ss}^{(1)} = \frac{2}{k\Delta}$	$\bar{J}_{ss}^{pq} = \frac{k\Delta}{12} (\bar{W}_{pq}^{s-1} + 6\bar{W}_{pq}^s + \bar{W}_{pq}^{s+1})$
$\bar{I}_{s,s+1}^{(0)} = \frac{k\Delta}{6}$	$\bar{I}_{s,s+1}^{(1)} = -\frac{1}{k\Delta}$	$\bar{J}_{s,s+1}^{pq} = \frac{k\Delta}{12} (\bar{W}_{pq}^s + \bar{W}_{pq}^{s+1})$
$\bar{I}_{\bar{N},\bar{N}-1}^{(0)} = \frac{k\Delta}{6}$	$\bar{I}_{\bar{N},\bar{N}-1}^{(1)} = -\frac{1}{k\Delta}$	$\bar{J}_{\bar{N},\bar{N}-1}^{pq} = \frac{k\Delta}{12} (\bar{W}_{pq}^{\bar{N}-1} + \bar{W}_{pq}^{\bar{N}})$
$\bar{I}_{\bar{N},\bar{N}}^{(0)} = \frac{k\Delta}{3}$	$\bar{I}_{\bar{N},\bar{N}}^{(1)} = \frac{1}{k\Delta}$	$\bar{J}_{\bar{N},\bar{N}}^{pq} = \frac{k\Delta}{12} (\bar{W}_{pq}^{\bar{N}-1} + 3\bar{W}_{pq}^{\bar{N}})$

**Приложение 5.2. Формулы для интегралов (5.120)**

$m,n$	1,1	1,2	$m,m-1$	$m,m$	$m,m+1$	$N,N-1$	$N,N$
$K^{mn} = \int_0^{h_e} f_m \frac{df_n}{dz} dz$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\bar{K}^{mn} = \int_0^{h_e} \frac{df_m}{dz} f_n dz$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

## ГЛАВА 6. РЕШЕТКИ С ЛЕНТОЧНЫМИ, ДИСКОВЫМИ И ПРОВОЛОЧНЫМИ СТРУКТУРАМИ

Диэлектрический стержень, рассмотренный в Главе 5, является одним из наиболее простых и эффективных излучающих элементов фазированных антенных решеток для формирования секторных парциальных диаграмм шириной  $\pm(20\div 30)^\circ$ . Однако использование подобных излучателей в больших решетках, предназначенных для работы в  $S$ - и  $L$ -диапазонах частот, не является целесообразным, так как это потребовало бы слишком много дорогостоящего диэлектрического материала и, кроме того, излучающая структура была бы слишком тяжелой. Более удобной замедляющей структурой, альтернативной диэлектрическому стержню в указанных диапазонах, был бы ребристый металлический стержень или набор тонких металлических дисков, расположенных на достаточно тонком, но прочном, диэлектрическом стержне. Более того, центральные стержни могут быть исключены из конструкции, если диски различных элементов, но одних и тех же уровней, располагать на общих тонких диэлектрических пленках или слоях пенопласта. В этом случае, многослойные дисковые структуры являются перспективной альтернативой диэлектрическим стержневым структурам в более высокочастотных диапазонах.

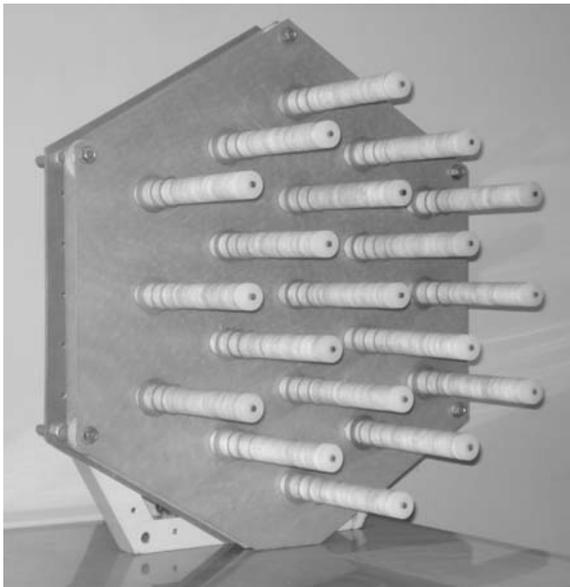
Использование ребристых стержней в антенной технике хорошо известно (см., например, [64, 107, 208]), однако возможность формирования секторных парциальных диаграмм направленности с помощью таких элементов в литературе стала рассматриваться не так давно [286, 287]. Исследования были начаты с чисто экспериментального макетирования. Затем была разработана упрощенная теория для численного моделирования одномерно-периодических волноводных решеток с ленточными замедляющими структурами [226, 252, 287]. Обобщение на наиболее интересный трехмерный случай было сделано в работах [253, 255, 289]. Эффективность предложенного подхода к численному

анализу и оптимизации волноводных решеток с дисковыми замедляющими структурами была подтверждена результатами измерений характеристик макетов соответствующих излучающих структур [256]. Параллельно с дисковыми и ленточными замедляющими структурами были также рассмотрены элементы решетки в виде проволочных директорных антенн Уда-Яги [254, 269, 288]. Методы исследования всех указанных структур и полученные результаты описываются ниже.

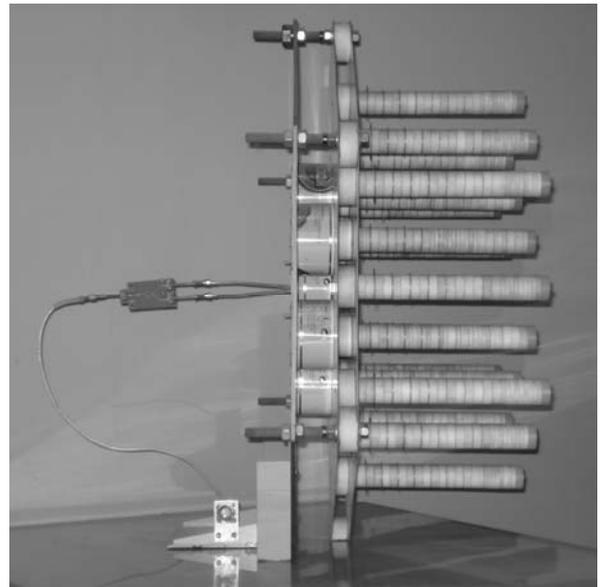
## **6.1. Экспериментальный макет решетки многодисковых излучателей**

**6.1.1. Конструкция макета.** Целью данной работы было создание излучающего элемента решетки  $S$ -диапазона, предназначенной для сканирования в секторе  $\pm(20-25)^\circ$  в обеих главных плоскостях. Излучающий элемент, выбранный для обеспечения заданных требований, содержит замедляющую дисковую структуру, возбуждаемую парой микрополосковых печатных вибраторов, скрещенных под прямым углом. Подобные вибраторы впоследствии применялись и в других проектах, в частности, – в многолучевой антенне для стратосферной системы связи, фрагмент которой показан в [59, рис. 6]. Работа в рассматриваемом случае состояла в подборе таких параметров элемента как длина структуры, количество дисков, их диаметры и расстояние от нижнего диска до вибраторов. Указанная работа была выполнена с использованием разработанного изготовленного фрагмента излучающей структуры, показанного на рис. 6.1.

Основу фрагмента составляет несущая алюминиевая плита в форме правильного шестиугольника. На плите в узлах гексагональной сетки с шагом  $a=1.12\lambda$  на центральной частоте  $f$  установлены пары скрещенных вибраторов, расположенных внутри отрезков круглых волноводов. Вибраторы центрального элемента имеют входы/выходы для подключения к



a)



b)

**Рис. 6.1.** Общий вид (а) и вид сбоку (b) фрагмента решетки многодисковых излучателей.

измерительному оборудованию через технологический микрополосковый гибридный делитель/сумматор, предназначенный для обеспечения различных типов возбуждения. Вибраторы периферийных элементов, как требуется для определения диаграммы направленности элемента в решетке, нагружены на согласованные нагрузки.

Дисковые структуры расположены на общей подставке как показано на рис. 6.1. Подставка выполнена из двух тонких текстолитовых листов, разделенных пенопластовыми прокладками. Толщина прокладок выбрана из условия обеспечения минимальных отражений при нормальном освещении подставки плоской волной. По осям прокладок в подставке выполнены отверстия, в которые вставлены тонкие текстолитовые стержни соответствующего диаметра и высотой более двух длин волн в рабочей полосе частот. На стержни насаживаются тонкие латунные диски, разделенные пенопластовыми прокладками. Для исследования были изготовлены несколько наборов дисков различного диаметра и прокладок различной толщины. Подставка с дисковыми структурами устанавливается на несущей

плите с помощью стоек, расположенных в углах шестиугольника. Указанные стойки позволяют менять расстояние между подставкой и плитой.

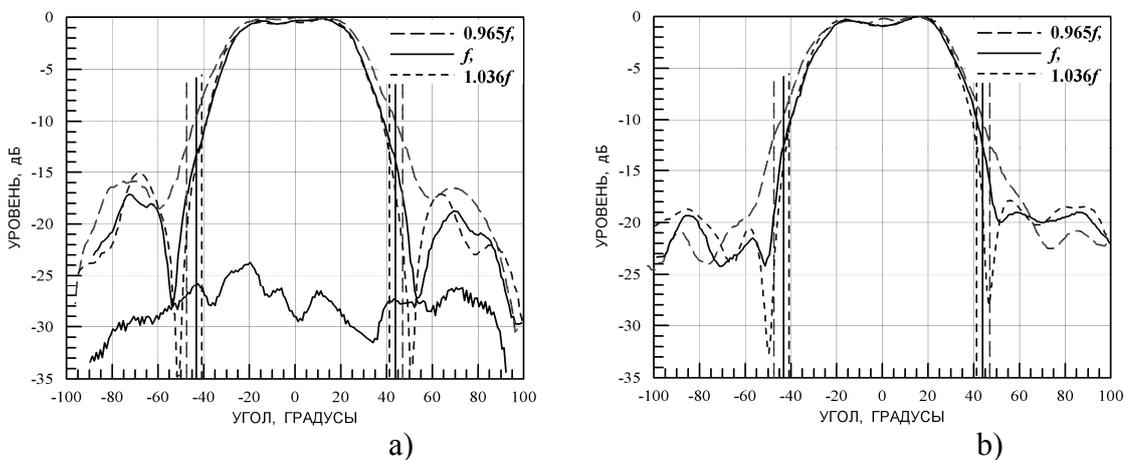
**6.1.2. Результаты измерений.** Настройка и испытание собранного макета включали два этапа. На первом этапе, проводившемся в лабораторных условиях, была осуществлена настройка вибраторов по КСВН и проведены измерения развязки между вибраторами в элементе и взаимных связей между вибраторами различных элементов. В результате настройки вибраторов с помощью согласующих элементов КСВН для них не превышал 1.5 в  $\pm 4\%$ -й полосе частот. Измеренная развязка между скрещенными вибраторами в элементе была не менее 35 дБ. Результаты измерений взаимной связи между вибраторами различных элементов показали, что связь между вибраторами центрального элемента и вибраторами элементов первого кольца окружения не превышала уровень  $-30$  дБ. Эти результаты подтверждают тот факт, что сильное взаимодействие между излучающими элементами бегущей волны имеет место только в направлении движения волны.

Второй этап настройки и испытаний фрагмента проводился в безэховой камере стандартным методом измерения диаграммы направленности в дальней зоне. На основании ранее полученного опыта работы с диэлектрическими стержневыми элементами предполагалось, что второе (внешнее) кольцо пассивных дисковых элементов практически не оказывает влияние на характеристики центрального элемента фрагмента. Поэтому для облегчения работы настройка фрагмента проводилась при использовании только одного (внутреннего) кольца пассивных элементов. В результате многочисленных измерений оказалось, что наилучшие результаты получаются при использовании 7-8 дисков диаметром  $(0.2-0.4)\lambda$ , разнесенных на расстояние около  $0.2\lambda$  друг от друга.

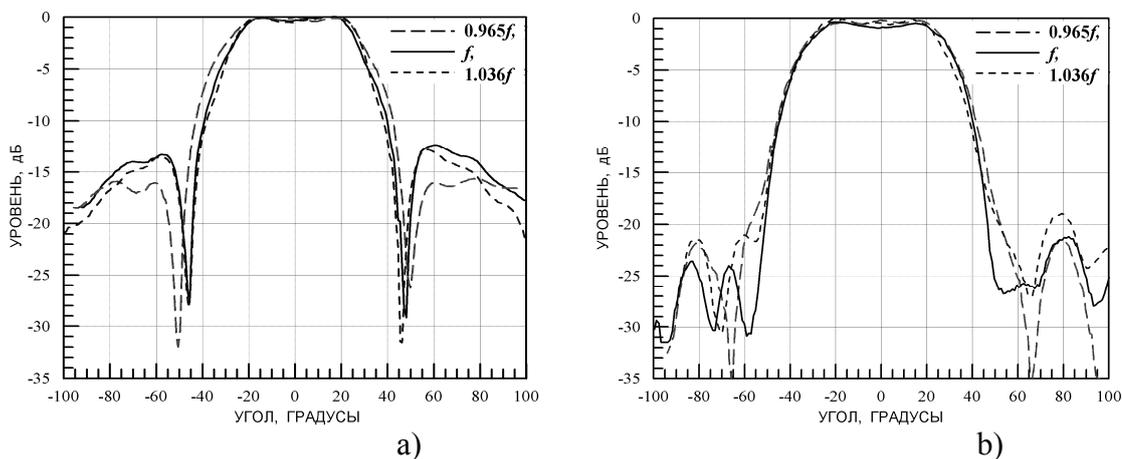
Проверка предположения, указанного выше, сделанная после завершения настройки, показала, что результаты измерения диаграммы направленности

центрального элемента для одного и двух колец пассивных элементов с точностью до ошибок измерений совпадали вплоть до уровней  $-18$  дБ. Результаты, приводимые ниже, соответствуют случаю установки всех 19 элементов с одинаковыми структурами как показано на рис. 6.1.

Результаты измерения диаграммы направленности центрального элемента в двух главных плоскостях на центральной и двух крайних частотах  $f$ ,  $0.965f$  и  $1.036f$  рабочей полосы и на двух линейных ортогональных поляризациях показаны на рис. 6.2 и 6.3. При сканировании главного луча в горизонтальной плоскости побочные интерференционные максимумы также расположены в этой плоскости. Положения ближайшего побочного максимума, соответствующие центральной и двум крайним частотам при отклонении главного луча от нормали на  $20^\circ$  в рассматриваемой плоскости показаны на рис. 6.2(a) и (b) вертикальными прямыми. В этих положениях побочные максимумы попадают на склон диаграммы элемента, где их уровень составляет от  $-14$  до  $-12$  дБ и имеет меньшие значения при меньших углах отклонения главного луча от нормали. В вертикальной плоскости диаграмма элемента имеет несколько более высокий уровень бокового излучения чем в горизонтальной плоскости. Однако при сканировании в заданном секторе побочные максимумы не попадают в эту плоскость. Полученные диаграммы в обеих главных плоскостях имеют хорошую плоскую вершину, так что



**Рис. 6.2.** Диаграммы направленности центрального элемента решетки в горизонтальной плоскости при вертикальной (a) и горизонтальной (b) поляризации возбуждения.



**Рис. 6.3.** Диаграммы направленности центрального элемента решетки в вертикальной плоскости при вертикальной (а) и горизонтальной (б) поляризации возбуждения.

изменение уровня главного луча при сканировании в заданном секторе не превышает 1.3 дБ. Пример кроссполяризационной диаграммы в горизонтальной плоскости на центральной частоте показан на рис. 6.2(а) нижней сплошной кривой.

Полученные диаграммы направленности использовались для приближенной оценки коэффициента направленного действия (КНД) элемента, что было сделано путем соответствующего интегрирования диаграммы направленности, полученной усреднением измеренным диаграмм по четырем направлениям. Полученный результат для центральной частоты составляет 10.7 дБ. Соответствующий теоретический максимум КНД элемента, определяемый формулой  $G_{\max} = 10 \lg(4\pi A/\lambda^2)$ , где  $A = \sqrt{3}a^2/2$  – геометрическая площадь в расчете на один элемент, равен 11.35 дБ, что свидетельствует о достаточно хорошей концентрации мощности в заданном секторе сканирования.

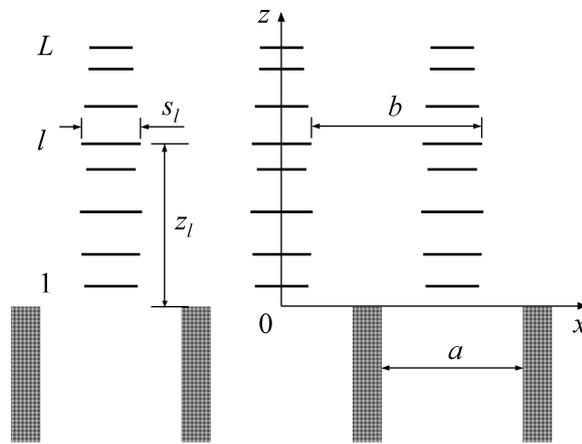
Кроме того, отметим, что при стандартном подходе, когда побочные интерференционные максимумы не допускаются в область видимости при сканировании главного луча в указанном секторе, межэлементные расстояния равны  $0.86\lambda$ . Таким образом сокращение числа управляемых элементов при использовании разработанного излучателя составляет  $(1.12/0.86)^2 = 1.7$  раз.

Результатом данной работы явился новый многодисковый излучатель для ФАР, предназначенных для сканирования в ограниченном секторе. Улучшение характеристик излучателя возможно за счет более тщательного подбора его геометрии. Чтобы делать это наиболее эффективно, представляет интерес разработка соответствующих алгоритмов для компьютерного моделирования решеток рассмотренного типа. Следующие разделы посвящены разработке таких алгоритмов. Сначала рассматривается упрощенная двумерная модель волноводной решетки, где формирование секторной ДН элемента в одной плоскости осуществляется многослойными ленточными структурами. Затем разработанный подход обобщается на более близкую к практике трехмерную модель.

## **6.2. Решетка волноводов с ленточными структурами**

Целью данного раздела является создание и исследование двумерной модели ребристо-стержневой решетки, в которой дисковые структуры заменены ленточными структурами, обладающими аналогичными свойствами поддерживать замедленные поверхностные волны при определенной поляризации возбуждения [21]. Ленточные структуры возбуждаются открытыми концами плоскопараллельных волноводов. Выбор волноводного возбуждения сделан на основе опыта работы [286], который показал, что наилучшая секторная форма ДН элемента решетки достигается, когда вибраторы системы возбуждения помещены в волноводные секции. Несмотря на простоту, модель, рассматриваемая ниже, позволяет выявить некоторые важные особенности и возможности рассматриваемых структур, а полученные результаты моделирования могут быть использованы на практике, если формирование секторной ДН элемента требуется только в одной плоскости.

**6.2.1. Постановка задачи и метод решения.** Рассмотрим бесконечную решетку, поперечное сечение которой в плоскости  $Oxz$  прямоугольной декартовой системы координат  $Oxyz$  показано на рис. 6.4. Решетка, считающаяся периодической с периодом  $b$  в вдоль оси  $x$  и однородной вдоль оси  $y$ , состоит из ленточных структур, расположенных симметрично вдоль осей полубесконечных плоскопараллельных волноводов ширины  $a$ . Каждая структура состоит из  $L$  бесконечно тонких лент, характеризуемых ширинами  $s_l$  и расстояниями  $z_l$  до раскрыва волновода ( $l=1, 2, \dots, L$ ). Стенки волноводов, фланцы и ленты считаются идеально проводящими.



**Рис. 6.4.** Геометрия решетки волноводов с ленточными структурами.

Наибольший интерес представляет расчет и исследование ДН элемента решетки, соответствующая возбуждению только одного волновода, в то время, как остальные волноводы предполагаются нагруженными на согласованные нагрузки. Однако, как это делалось в предыдущих главах, сначала рассмотрим случай квазипериодического возбуждения решетки, так как амплитуда гармоники Флоке нулевого порядка соответствующая этому случаю, как раз может быть использована для расчета ДН элемента [4].

Ленточные структуры, описанные выше, могут поддерживать замедленные волны только при их возбуждении поперечно-магнитными (ТМ) волнами не равными тождественно нулю составляющими  $H_y$ ,  $E_x$  и  $E_z$ . Пусть

каждый волновод возбуждается суперпозицией собственных ТМ-волн, набегающих на раскрывы. Амплитуды этих волн в различных волноводах считаются одинаковыми, а фазы отличаются на величину  $u=kbsin\theta$ , определяемую углом  $\theta$  отклонения главного луча от оси  $z$ . Тогда, опуская зависимость от времени  $e^{-i\omega t}$ , полное магнитное поле в центральном волноводе можно записать в виде

$$H_y(x, z \leq 0) = \sum_{m=1}^{\infty} (A_m e^{i\gamma_m z} + R_m e^{-i\gamma_m z}) \Phi_m(x), \quad (6.1)$$

где  $A_m$  – заданные амплитуды падающих волн,  $R_m$  – неизвестные амплитуды отраженных волн,  $\gamma_m$  – постоянные распространения, определяемые формулой (3.17), и

$$\Phi_m(x) = \sqrt{\frac{2 - \delta_{1m}}{a}} \cos \frac{(m-1)\pi(x+a/2)}{a} \quad (6.2)$$

ортонормированные поперечные функции.

Полное магнитное поле над волноводами представляет собой суперпозицию пространственных гармоник Флоке

$$H_y(x, z \geq 0) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{0q} \Psi_q(x) e^{i\Gamma_q z} + \sum_{l=1}^L \text{sign}(z - z_l) \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{lq} \Psi_q(x) e^{i\Gamma_q |z - z_l|}, \quad (6.3)$$

где  $T_{0q}$  – амплитуды пространственных гармоник, уходящих от раскрывов волнопроводов,  $T_{lq}$  – амплитуды пространственных гармоник, расходящихся вверх и вниз от  $l$ -х лент,

$$\Psi_q(x) = \frac{1}{\sqrt{b}} e^{i\alpha_q x} \quad (6.4)$$

– поперечные волновые функции, ортонормированные на периоде структуры,  $\alpha_q$  и  $\Gamma_q$  – поперечные и продольные постоянные распространения (см. (3.9)).

Поле, излучаемое в свободное пространство над лентами, представляющее интерес для последующего вычисления ДН элемента решетки, определяется из (6.3) суммой пространственных гармоник

$$H_y(x, z > z_L) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_q \Psi_q(x) e^{i\Gamma_q z} \quad (6.5)$$

с амплитудами

$$T_q = T_{0q} + \sum_{l=1}^L T_{lq} e^{-i\Gamma_q z_l} \quad (6.6)$$

Чтобы определить неизвестные амплитуды в разложениях полей (6.1) и (6.3), воспользуемся методом проекционного сшивания [119]. Полное магнитное поле должно быть непрерывно в раскрыве волновода. Поэтому, приравнявая (6.1) и (6.3) и используя ортогональность функций (6.2), получим соотношение между амплитудами волноводных и пространственных гармоник

$$A_{m'} + R_{m'} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{0q} Q_{m'q} - \sum_{l=1}^L \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{lq} Q_{m'q} e^{i\Gamma_q z_l}, \quad (6.7)$$

где  $m'=1, 2, \dots$ , и

$$Q_{mq} = \int_{-a/2}^{a/2} \Phi_m(x) \Psi_q(x) dx = \sqrt{\frac{(2 - \delta_{1m})a}{b}} i\alpha_q a \frac{e^{-i\alpha_q a/2} - (-1)^{m-1} e^{i\alpha_q a/2}}{(\alpha_q a)^2 - [(m-1)\pi]^2}. \quad (6.8)$$

Поперечная составляющая полного электрического поля, определяемая магнитными полями (6.1) и (6.3) из уравнения Максвелла

$$E_x(x, z) = \frac{1}{i\omega\epsilon_0} \frac{\partial H_y(x, z)}{\partial z}, \quad (6.9)$$

должна быть непрерывна в раскрыве волновода и равняться нулю на фланцах. Это условие и ортогональность функций (6.4) приводят ко второму соотношению

$$\Gamma_q T_{0q} + \sum_{l=1}^L \Gamma_q T_{lq} e^{i\Gamma_q z_l} = \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m (A_m - R_m) Q_{mq}^*, \quad (6.10)$$

где  $q=0, \pm 1, 2, \dots$ , и звездочка означает комплексное сопряжение.

Теперь рассмотрим граничные условия для электромагнитного поля в области лент. Магнитное поле (6.3) должно быть непрерывно между лентами

и испытывать скачки, равные поверхностной плотности тока при переходе через ленты, т.е.

$$H_y(x, z_l + 0) - H_y(x, z_l - 0) = 2 \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{lq} \Psi_q(x) = \begin{cases} -J_{xl}(x), & |x| \leq s_l/2, \\ 0, & s_l/2 < |x| \leq b/2, \end{cases} \quad l=1, 2, \dots, L. \quad (6.11)$$

Единственная ненулевая  $x$ -составляющая плотности тока  $J_{xl}(x)$ , должна обращаться в нуль на краях ленты. Поэтому разложим эту функцию в следующий ряд

$$J_{xl}(x) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} C_{ln} \tilde{\Phi}_{ln}(x), \quad (6.12)$$

где множитель 2 введен для удобства последующих расчетов,  $C_{ln}$  – неизвестные коэффициенты и

$$\tilde{\Phi}_{ln}(x) = \sqrt{\frac{2}{s_l}} \sin \frac{n\pi(x + s_l/2)}{s_l} \quad (6.13)$$

– функции, ортогональные на  $l$ -й ленте и равные нулю на ее краях.

Используя ортогональность функций (6.4) и учитывая (6.12), выразим амплитуды  $T_{lq}$  из (6.11) через коэффициенты  $C_{ln}$

$$T_{lq} = - \sum_{n=1}^{\infty} C_{ln} \tilde{Q}_{lnq}^*, \quad (6.14)$$

где

$$\tilde{Q}_{lnq} = \int_{-s_l/2}^{s_l/2} \tilde{\Phi}_{ln}(x) \Psi_q(x) dx = \sqrt{\frac{2s_l}{b}} n\pi \frac{(-1)^n e^{i\alpha_q s_l/2} - e^{-i\alpha_q s_l/2}}{(\alpha_q s_l)^2 - (n\pi)^2}. \quad (6.15)$$

Приравнивая  $x$ -составляющую полного электрического поля, определяемую формулой (6.9) из (6.3), на  $l'$ -й ленте, учитывая (6.14) и проектируя полученное функциональное уравнение на  $n'$ -ю функцию (6.13) для указанной ленты, получаем алгебраические уравнения

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{0q} \Gamma_q \tilde{Q}_{l'n'q} e^{i\Gamma_q z_{l'}} - \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^{\infty} C_{ln} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Gamma_q \tilde{Q}_{l'n'q} \tilde{Q}_{lnq}^* e^{i\Gamma_q |z_{l'} - z_l|} = 0, \quad (6.16)$$

где  $l'=1, 2, \dots, L$  и  $n'=1, 2, \dots$ .

Если подставить (6.14) в (6.7) и (6.10), то указанные уравнения вместе с (6.16) могут составить бесконечную алгебраическую систему для неизвестных амплитуд  $R_m$ ,  $T_{0q}$  и  $C_{ln}$ . Однако такая система, которая может быть решена методом усечения, имела бы довольно большой порядок, главным образом, из-за необходимости учитывать большое число пространственных гармоник. Поэтому, чтобы получить систему меньшего порядка, сделаем следующие операции. Пусть  $\Omega$  – множество номеров  $q$  тех пространственных гармоник, для которых, например,  $\text{Im}\{\Gamma_q\} < k$ , а  $\Omega'$  – множество номеров всех остальных пространственных гармоник более высокого порядка. Тогда, подставляя амплитуды  $T_{0q}$  из (6.10) для  $q \in \Omega'$  в (6.7) и (6.16) и учитывая (6.14) в (6.7) и (6.10), следующую систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^{\infty} [(R_m + A_m) \delta_{m'm} + (R_m - A_m) \gamma_m \sum_{q \in \Omega'} \Gamma_q^{-1} Q_{m'q} Q_{mq}^*] \\ & - \sum_{q \in \Omega} T_{0q} Q_{m'q} - \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^{\infty} C_{ln} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \eta_q Q_{m'q} \tilde{Q}_{lnq}^* e^{i\Gamma_q z_l} = 0, \quad m'=1, 2, \dots; \end{aligned} \quad (6.17)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} (R_m - A_m) \gamma_m Q_{mq}^* + T_{0q} \Gamma_q - \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^{\infty} C_{ln} \tilde{Q}_{lnq}^* e^{i\Gamma_q z_l} = 0, \quad q' \in \Omega; \quad (6.18)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^{\infty} (R_m - A_m) \gamma_m \sum_{q \in \Omega'} \tilde{Q}_{l'n'q} Q_{mq}^* e^{i\Gamma_q z_{l'}} - \sum_{q \in \Omega} T_{0q} \Gamma_q \tilde{Q}_{l'n'q} e^{i\Gamma_q z_{l'}} \\ & + \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^{\infty} C_{ln} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Gamma_q \tilde{Q}_{l'n'q} \tilde{Q}_{lnq}^* (e^{i\Gamma_q |z_{l'} - z_l|} - \zeta_{l'lq}) = 0, \end{aligned} \quad (6.19)$$

$$l'=1, 2, \dots, L; \quad n'=1, 2, \dots;$$

где  $\delta_{m'm}$  – символ Кронекера,  $\eta_q = 1$  и  $\zeta_{l'lq} = 0$  для  $q \in \Omega$ , и  $\eta_q = 2$  и  $\zeta_{l'lq} = \exp[i\Gamma_q(z_{l'} + z_l)]$  для  $q \in \Omega'$ .

Бесконечная система (6.17)-(6.19) решается методом усечения. Высокая точность расчетов может быть достигнута при учете 10-20 волноводных волн

и 6-12 гармоник тока на каждой ленте в зависимости от ширины волноводов и лент. Как следует из (6.8) и (6.15), бесконечные ряды в (6.17) и (6.19) сходятся как  $q^{-3}$  при  $|q| \rightarrow \infty$  и поэтому их суммы могут быть легко вычислены с высокой точностью.

После численного решения усеченной системы, например, методом Гаусса с исключением ведущего элемента, ДН элемента решетки, соответствующая единичной мощности падающей ТЕМ-волны, рассчитывается по формуле

$$F(\theta) = |T_0(kb \sin \theta)| \cos \theta, \quad (6.20)$$

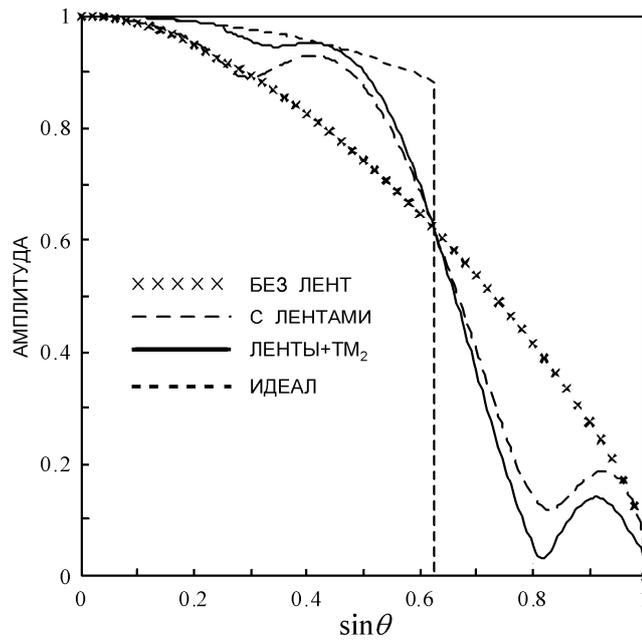
где  $T_0(u)$  – амплитуда, определяемая из (6.6).

**6.2.2. Численные результаты и обсуждение.** Работа Фортран-программы, написанной согласно алгоритму, приведенному выше, была проверена несколькими способами, указанными в [4] и в предыдущих главах. Затем она была использована для численного исследования принятой модели решетки. Исследование показало, что секторные ДН элемента решетки могут быть сформированы ленточными структурами только в случаях, когда последние поддерживают замедленные поверхностные волны, т.е. при  $s_l < 0.5\lambda$  и  $z_{l+1} - z_l < 0.5\lambda$  [21]. При этом наиболее высокое качество секторных ДН достигается при максимальной ширине волновода, т.е. при  $a=b$ . Заметное влияние на качество также оказывают условия возбуждения ленточных структур. Некоторые примеры, иллюстрирующие указанные особенности, приводятся ниже.

Рассмотрим решетку двухмодовых волноводов с параметрами  $a=b=0.8\lambda$ , возбуждаемую ТМ<sub>1</sub>-волнами (являющимися волнами ТЕМ) единичной амплитуды, т.е.  $A_1=1$  и  $A_m=0$  для  $m>1$  в (6.1) и (6.17)-(6.19). ДН элемента решетки (6.20) в отсутствие лент представляет собой спадающую функцию, показанную крестиками на рис. 6.5. Применение замедляющих структур,

каждая из которых состоит из  $L=6$  лент с параметрами  $s_l = 0.2\lambda$  и  $z_l = [0.2 + 0.14(l-1)]\lambda$ , ( $l=1, 2, \dots, 6$ ), полученными в результате оптимизации, позволяет существенно повысить уровень ДН элемента в области  $\lambda/b - 1 < \sin \theta < \lambda/(2b)$ , как показано на рис. 6.5 линией с крупными штрихами. Однако снижение ДН элемента в области  $\sin \theta \leq \lambda/b - 1$  остается таким же, как и для решетки без лент. Такое поведение ДН элемента объясняется возрастанием отраженной мощности при квазипериодическом возбуждении решетки. Значение отраженной мощности достигает 11.5%, причем почти вся эта мощность (10.5% от падающей мощности) переносится второй гармоникой, т.е. волной  $TM_2$ . Эта мощность может быть использована для улучшения формы ДН элемента следующим образом. Предположим, что рассматриваемые двухмодовые волноводы возбуждаются одномодовыми волноводами через симметричные согласующие переходы, подобные тем, что рассмотрены в Главе 3. Тогда волны  $TM_2$ , уходящие от раскрывов, будут полностью отражаться от переходов, возвращаться к раскрывам и участвовать в возбуждении ленточных структур. Для моделирования этой ситуации зададим амплитуды падающих волн в (6.1) и (6.17)-(6.19) следующим образом:  $A_1 = 1$ ,  $A_2 = R_2 \exp(i\psi_2)$ , где  $\psi_2$  – фаза, с которой волны  $TM_2$  возвращаются к раскрывам, и  $A_m = 0$  для  $m > 2$ , т.е. взаимодействие между переходами и раскрывами на запредельных волнах считается пренебрежимо малым.

Расчеты показали, что характеристики принятой модели при различных значениях  $\psi_2$  аналогичны характеристикам решетки плоскопараллельных одномодовых волноводов с толстыми стенками, на фланцах которых установлены тонкие вертикальные перегородки конечной высоты [170]. ДН элемента решетки с ленточными структурами, параметры которых указаны выше, при  $\psi_2 = 210^\circ$  показана на рис. 6.5 сплошной кривой. Относительно высокое качество секторной ДН следует из сравнения последней с



**Рис. 6.5.** Диаграмма направленности элемента решетки с  $b=a=0.8\lambda$ .

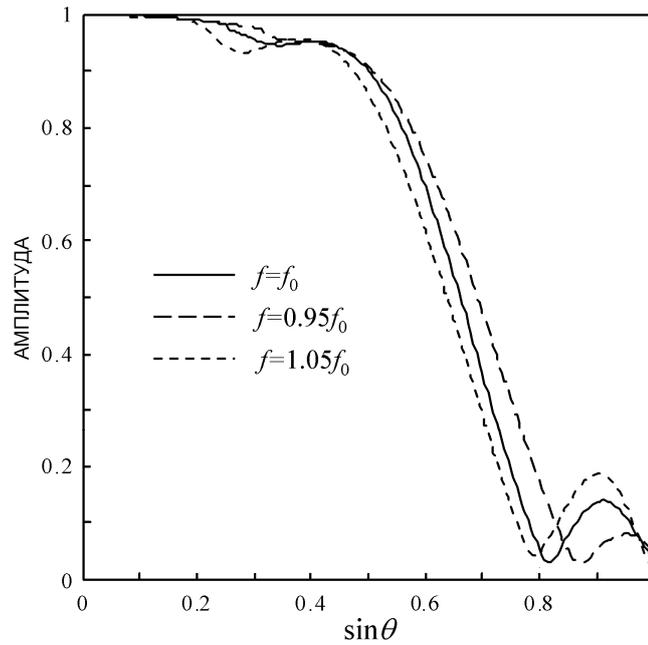
секторными диаграммами приведенными в предыдущих главах и с идеальной ДН, показанной на рис. 6.5 кривой с мелкими штрихами.

Зависимость формы ДН элемента рассматриваемой решетки от частоты иллюстрируется кривыми, показанными на рис. 6.6. Приведенные ДН рассчитаны для решетки с линейными размерами, умноженными на  $f/f_0$ , где  $f$  – рассматриваемая частота и  $f_0$  – опорная частота, которой соответствуют все размеры в длинах волн, указанные выше. При этом фаза второй гармоники рассчитывалась по формуле

$$\psi_2(f) = \psi_2(f_0)\gamma_2(f)/\gamma_2(f_0), \quad (6.21)$$

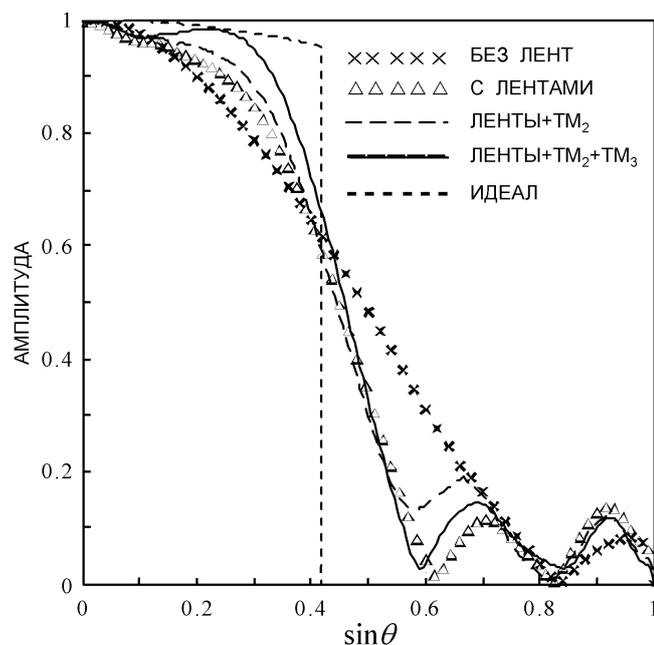
записанной в предположении, что фаза в основном определяется расстоянием между раскрывом и переходом. Результаты показывают, что форма ДН элемента остается стабильной по крайней мере в 10%-й полосе частот, а ее ширина естественным образом изменяется в соответствии с изменением периода решетки от частоты.

Следующим примером является решетка волноводов шириной  $a = b = 1.2\lambda$ , при которой три волноводные гармоники (ТЕМ, ТМ<sub>2</sub> и ТМ<sub>3</sub>)



**Рис. 6.6.** Диаграмма направленности элемента решетки с  $b=a=0.8\lambda$  в присутствии ленточных структур на частотах  $f_0$  (опорная частота),  $0.95f_0$  и  $1.05f_0$ .

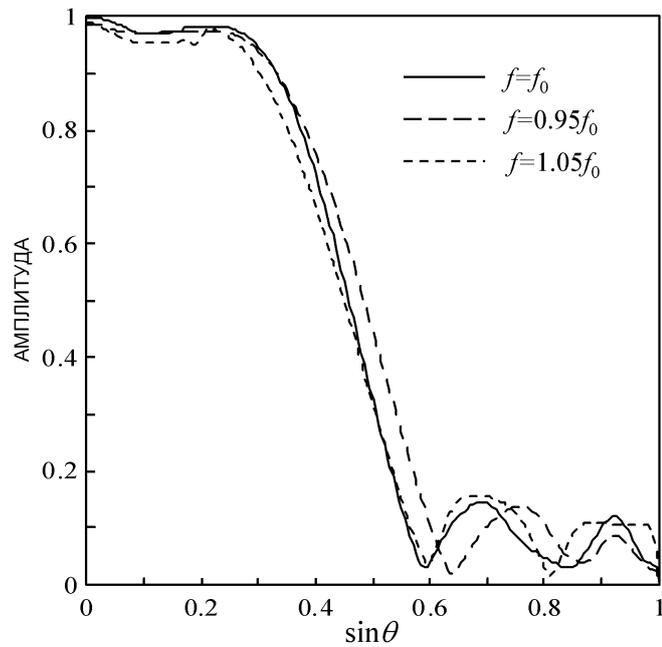
являются распространяющимися. При возбуждении раскрывов волноводов только ТЕМ-волнами, когда  $A_1=1$  и  $A_m=0$  для  $m>1$  в (6.1) и (6.17)-(6.19), оптимизированные структуры, состоящие из  $L=6$  лент с параметрами  $s_l = 0.2\lambda$  и  $z_l = [0.2 + 0.39(l-1)]\lambda$ , ( $l = 1, 2, \dots, L$ ), позволяют сформировать ДН элемента, показанную на рис. 6.7 треугольниками. Из сравнения ее с ДН элемента решетки без лент, показанную крестиками, видно, что ленты позволяют улучшить форму ДН в области нахождения побочных максимумов, однако снижение уровня ДН в секторе сканирования главного луча остается значительным. Это снижение объясняется возрастанием отраженной мощности при сканировании, достигающей почти 19% на краю сектора сканирования. При этом, почти 3% падающей мощности отражается на волне  $TM_2$  и почти 15% – на волне  $TM_3$ . Если предположить, что волна  $TM_2$  возвращается к раскрыву, т.е.  $A_2 = R_2 \exp(i\psi_2)$  в (6.17)-(6.19), то можно еще слегка улучшить форму ДН элемента, как показано на рис. 6.7 кривой с крупными штрихами, рассчитанной при  $\psi_2 = 290^\circ$ . Однако, так как второй гармоникой переносится лишь малая часть отраженной мощности,



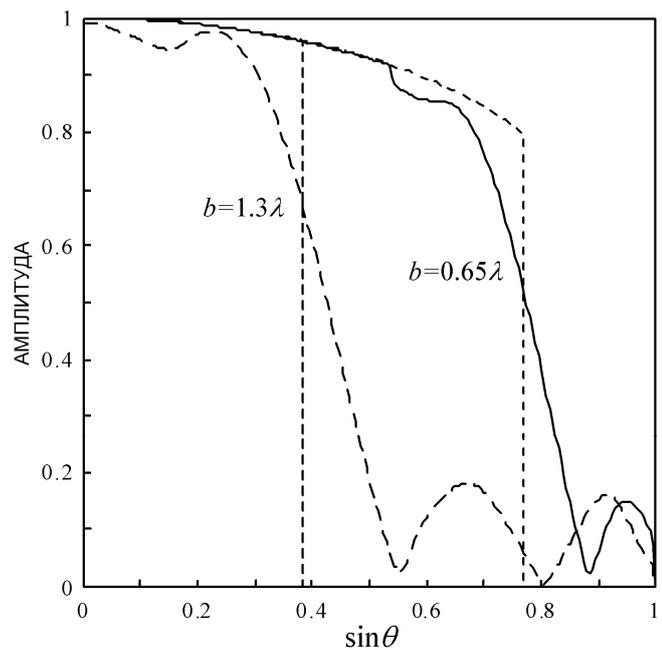
**Рис. 6.7.** Диаграмма направленности элемента решетки с  $b=a=1.2\lambda$ .

достигнутое улучшения не является значительным. Существенно больший эффект может быть достигнут при использовании как второй, так и третьей гармониками. Предположим, что на некотором расстоянии от раскрытия трехмодовый волновод разветвляется на два симметричных двухмодовых канала с симметричными согласованными переходами, подключенными к одномодовым волноводам. Последние, в свою очередь, подключены к плечам симметричного двухканального делителя. Тогда для третьей гармоники, как и для второй, можно записать  $A_3 = R_3 \exp(i\psi_3)$ , где фаза  $\psi_3$  определяется независимо от фазы  $\psi_2$ . Оптимальному значению  $\psi_3 = 300^\circ$ , полученному при неизменных значениях всех остальных параметров, указанных выше, соответствует сплошная кривая на рис. 6.7, где также показана идеальная ДН элемента. Таким образом, как и в решетке двухмодовых волноводов, оптимизированные ленточные структуры в решетке трехмодовых волноводов при оптимальном возбуждении позволяют получить секторные ДН элемента высокого качества.

Поведение ДН элемента на краях 10%-й полосы частот показано на рис. 6.8. Частотная зависимость фазы второй гармоники рассчитывалась по форму-



**Рис. 6.8.** Диаграмма направленности элемента решетки с  $b=a=1.2\lambda$  в присутствии ленточных структур на частотах  $f_0$  (опорная частота),  $0.95f_0$  и  $1.05f_0$ .



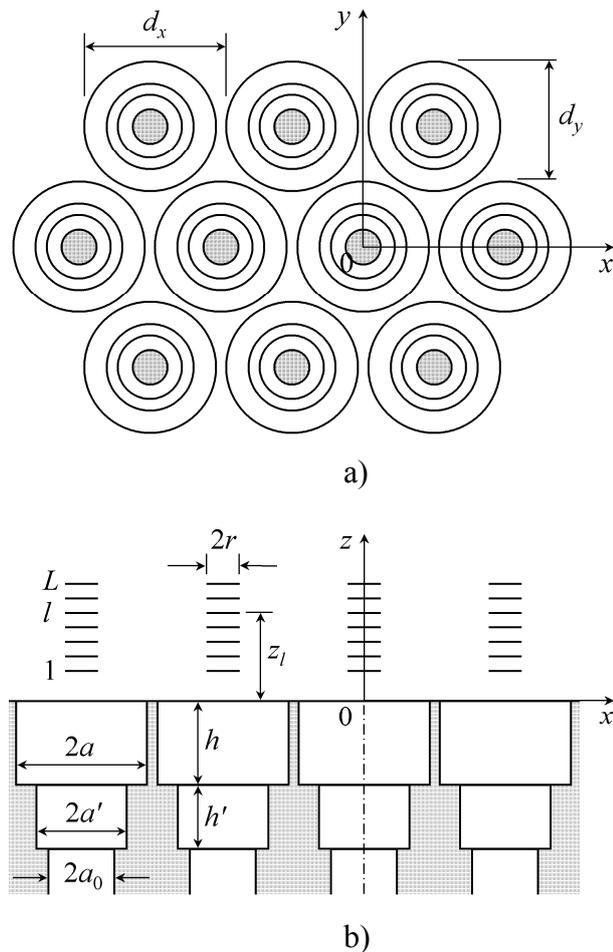
**Рис. 6.9.** Диаграммы направленности элемента решетки с  $b=a=0.65\lambda$  и  $b=a=1.3\lambda$ , сформированные оптимизированными ленточными структурами.

ле (6.21). Эта же формула, но с заменой индекса 2 на индекс 3, использовалась также для расчета фазы третьей гармоники. Хотя расчет фазы второй гармоники осуществлялся с довольно грубым допущением, его влияние на конечный результат не является существенным, так как вторая гармоника

переносит мощность, значительно меньшую, чем третья. Крайние значения периода решетки, для которых ленточные структуры еще позволяют формировать секторные ДН элемента высокого качества, демонстрируются на рис. 6.9, где показаны ДН элемента решетки с параметрами  $a = b = 0.65\lambda$ ,  $s_l = 0.2\lambda$ ,  $z_l = [0.2 + 0.0875(l-1)]\lambda$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ ,  $L = 9$ ,  $\psi_2 = 230^\circ$ , и  $a = b = 1.3\lambda$ ,  $s_l = 0.2\lambda$ ,  $z_l = [0.2 + 0.39(l-1)]\lambda$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ ,  $L = 6$ ,  $\psi_2 = 300^\circ$ ,  $\psi_3 = 270^\circ$ . При дальнейшем уменьшения периода решетки качество достижимых секторных ДН ухудшается из-за возрастания отраженной мощности на основной ТЕМ-волне, а при увеличении периода сверх  $1.3\lambda$  не удается подавить уровень ДН в области перемещения побочных интерференционных максимумов.

### **6.3. Плоская решетка круглых волноводов с дисковыми структурами**

**6.3.1. Геометрия, возбуждение и представление полей.** Методика, разработанная для численного анализа одномерно периодической решетки плоскопараллельных волноводов, возбуждающих ленточные замедляющие структуры, обобщается здесь на случай плоской (двумерно-периодической) решетки волноводов круглого сечения, возбуждающих дисковые замедляющие структуры. Геометрия решетки, принятой здесь в качестве модели для численного анализа, показана на рис. 6.10 вместе с прямоугольной декартовой системой координат  $Oxyz$ . Решетка представляет собой двумерно-периодическую структуру с элементами, расположенными в рядах с шагом  $d_x$ , а ряды расположены с шагом  $d_y$ . Элементы решетки могут образовывать как прямоугольную сетку, так и треугольную, когда соседние ряды сдвинуты относительно друг друга вдоль оси  $x$  на  $d_x/2$ , как показано на рис. 6.10. Элемент решетки содержит входной полубесконечный круглый волновод ди-



**Рис. 6.10.** Геометрия плоской решетки круглых волноводов с многослойными дисковыми структурами: вид сверху (а) и разрез в плоскости  $0xz$  (б).

аметром  $2a_0$ , согласующий переход диаметром  $2a'$  и длиной  $h'$ , и излучающую секцию диаметром  $2a$  и длиной  $h$ . Входная, переходная и излучающая секции соединены фланцами, имеют общую ось и могут быть заполнены диэлектриком с относительной проницаемостью  $\varepsilon^{(0)}$ ,  $\varepsilon'$  и  $\varepsilon$  соответственно. Излучающая секция выходит на общий бесконечный фланец. Вдоль оси каждого волновода расположены  $L$  бесконечно тонких дисков одинакового радиуса  $r$ , а положение дисков над раскрытием характеризуется параметром  $z_l$ , где  $1 \leq l \leq L$ . Все волноводы, фланцы и диски считаются идеально проводящими.

Мы будем также считать, что входные волноводы возбуждаются собственными волнами  $TE_{11}$  круговой поляризации единичной амплитуды и с линейным изменением фазы между элементами в главных плоскостях в

соответствии с заданным направлением главного луча в пространстве, точно так же, как это описано в Разделе 5.5.1. Характеристики излучения решетки, рассчитанные для указанного квазипериодического возбуждения, будут затем использованы для расчета диаграммы направленности элемента решетки, представляющей здесь основной интерес.

Сравнивая рис. 6.10 и 5.24, а также их писания, можно заметить, что волноводная часть решетки с диэлектрическими элементами с точностью до обозначений параметров идентична волноводной части решетки с дисковыми структурами. Поэтому, представляя электрическое и магнитное поля в верхней волноводной секции решетки, рассматриваемой в настоящем разделе, мы воспользуемся формулами (5.67) и (5.68) и следующим за ними описанием параметров, входящих в них.

Дисковые структуры отличаются от выступающих диэлектрических элементов и поэтому представление полей над раскрывами волноводов решетки с дисковыми структурами будет иным. А именно, напряженности полного поперечного электрического и магнитного полей в области  $z \geq 0$  представляем в виде следующих разложений по полной системе поперечных векторных функций (1.25) и (1.26) гармоник Флоке

$$\mathbf{E}_t(x, y, z) = \eta_0 \sum_{l=0}^L \sum_{p,q} [kT_{1pq}^{(l)} \boldsymbol{\psi}_{1pq}(x, y) + \Gamma_{pq} T_{2pq}^{(l)} \boldsymbol{\psi}_{2pq}(x, y)] e^{i\Gamma_{pq}|z-z_l|}, \quad (6.22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(x, y, z) \times \mathbf{e}_z = & \sum_{l=0}^L \text{sign}(z - z_l) \times \sum_{p,q} [\Gamma_{pq} T_{1pq}^{(l)} \boldsymbol{\psi}_{1pq}(x, y) \\ & + kT_{2pq}^{(l)} \boldsymbol{\psi}_{2pq}(x, y)] e^{i\Gamma_{pq}|z-z_l|}, \end{aligned} \quad (6.23)$$

где  $T_{j pq}^{(l)}$  – неизвестные амплитуды волн ТЕ ( $j = 1$ ) и ТМ ( $j = 2$ ), уходящих от плоскостей  $z = z_l$ , причем  $z_0 = 0$ . Постоянные распространения, входящие в (6.22) и (6.23) определяются формулами (1.20).

Как и в случае с ленточными структурами, рассмотренными в предыдущем разделе, амплитуды волн, уходящих от плоскостей дисков,

выражаются через поверхностные плотности токов  $j_l(\rho, \varphi)$  на дисках формулами

$$T_{1pq}^{(l)} = -\frac{1}{2\Gamma_{pq}} \int_0^r \int_0^{2\pi} j_l(\rho, \varphi) \cdot \psi_{1pq}^*(x, y) \rho d\rho d\varphi, \quad (6.24)$$

$$T_{2pq}^{(l)} = -\frac{1}{2k} \int_0^r \int_0^{2\pi} j_l(\rho, \varphi) \cdot \psi_{2pq}^*(x, y) \rho d\rho d\varphi, \quad (6.25)$$

следующими из более общих выражений (1.28)-(1.30). Неизвестные плотности токов на дисках ищем в виде разложений

$$j_l(\rho, \varphi) = -2k \sum_{m,n} \sum_{j=1}^2 C_{jmn}^{(l)} f_{jmn}(\rho, \varphi), \quad (6.26)$$

по полной системе векторных функций  $f_{1mn}(\rho, \varphi)$  и  $f_{2mn}(\rho, \varphi)$ . Следуя подходу, примененному в [110] при анализе решетки прямоугольных пластин, мы получаем эти функции из функций (5.69) и (5.70) заменой  $a$  на  $r$  и их последующим векторным умножением на  $-e_z$  и  $e_z$ , соответственно, для удовлетворения условия равенства нулю радиальной составляющей тока на краю диска.

### 6.3.2. Система алгебраических уравнений и характеристики решетки.

Неизвестные коэффициенты в разложениях, представленных выше, определяются с использованием граничных условий для полей в раскрыве волновода, на фланце и на поверхности дисков. Электрическое поле (6.22) при  $z=0$  должно быть равно нулю на фланце и электрическому полю (5.67) в раскрыве волновода. Используя в этом равенстве ортогональность функций (1.25) и (1.26), получим соотношения

$$T_{1pq}^{(0)} = \sum_{m,n} Q_{1pq}^{1mn} (A_{1mn} e_{1mn} + B_{1mn}) - \sum_{l=1}^L T_{1pq}^{(l)} e^{i\Gamma_{pq} z_l}, \quad (6.27)$$

$$\Gamma_{p'q'} \sum_{l=0}^L T_{2p'q'}^{(l)} = \sum_{m,n} [kQ_{2p'q'}^{1mn} (A_{1mn} e_{1mn} + B_{1mn}) + \gamma_{2mn} Q_{2p'q'}^{2mn} (A_{2mn} e_{2mn} - B_{2mn})], \quad (6.28)$$

где коэффициенты  $Q_{jpq}^{jmn}$  определяются формулами (5.84)-(5.87).

Аналогично, подставляя (6.26), (1.25) и (1.26) в (6.24) и (6.25), получим

$$T_{1pq}^{(l)} = \frac{k}{\Gamma_{pq}} \sum_{m,n} \sum_{j=1}^2 D_{1pq}^{jmn} C_{jmn}^{(l)}, \quad (6.29)$$

$$T_{2pq}^{(l)} = \sum_{m,n} D_{2pq}^{1mn} C_{1mn}^{(l)}, \quad (6.30)$$

где  $l=1, 2, \dots, L$ ;  $D_{1pq}^{1mn} = -Q_{2pq}^{1mn}$ ,  $D_{1pq}^{2mn} = Q_{2pq}^{2mn}$  и  $D_{2pq}^{1mn} = Q_{1pq}^{1mn}$  с заменой  $a$  на  $r$ .

Теперь перейдем непосредственно к формированию системы линейных алгебраических уравнений. Первая часть системы формируется аналогично (5.73) соотношениями между амплитудой падающей волны во входном волноводе и амплитудами прямых и обратных волн в излучающей секции

$$A_{j'mn'} - \sum_n \sum_{j=1}^2 S_{j'n',jn}^{m,11} e_{jmn} B_{jmn} = S_{j'n',j'n''}^{m,10} A_{j''mn''}^i, \quad (6.31)$$

где  $j' = 1, 2$ ;  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ;  $n' = 1, 2, \dots$ ;  $j'' = 1, 2$ ;  $n'' = 1, 2, \dots$ ;  $A_{j''mn''}^i = \delta_{1j''} \delta_{1m} \delta_{1n''}$  или  $A_{j''mn''}^i = \delta_{1j''} \delta_{-1m} \delta_{1n''}$  – амплитуды падающих волн,  $\delta_{mn}$  – символ Кронекера и  $S_{j'n',jn}^{m,v'v}$  – элемент матрицы рассеяния перехода между входной (индекс 0) и излучающей (индекс 1) секциями, представляющий собой амплитуду  $j'mn'$ -й волны, возбуждаемой в  $v'$ -й секции, когда в  $v$ -й секции падает  $jmn$ -я волна единичной амплитуды.

Вторая часть системы получается из условия непрерывности магнитных полей (5.68) и (6.23) в раскрытие волновода. Используя здесь ортогональность функций (5.69) и (5.70), а также учитывая (6.27), (6.29) и (6.30), получим уравнения

$$\begin{aligned}
& \sum_{m,n} (e_{1mn} A_{1mn} + B_{1mn}) \sum_{p,q} \Gamma_{pq} Q_{1pq}^{1m'n'*} Q_{1pq}^{1mn} \\
& - \gamma_{1m'n'} (e_{1m'n'} A_{1m'n'} - B_{1m'n'}) + \sum_{p,q} k Q_{2pq}^{1m'n'*} T_{2pq}^{(0)} \\
& - k \sum_{l=1}^L \sum_{m,n} [C_{1mn}^{(l)} \sum_{p,q} (2Q_{1pq}^{1m'n'*} D_{1pq}^{1mn} + Q_{2pq}^{1m'n'*} D_{2pq}^{1mn}) e^{i\Gamma_{pq} z_l} \\
& + C_{2mn}^{(l)} \sum_{p,q} 2Q_{1pq}^{1m'n'*} D_{1pq}^{2mn} e^{i\Gamma_{pq} z_l}] = 0, \tag{6.32}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \varepsilon (e_{2m'n'} A_{2m'n'} + B_{2m'n'}) + \sum_{p,q} Q_{2pq}^{2m'n'*} T_{2pq}^{(0)} \\
& - \sum_{l=1}^L \sum_{m,n} C_{1mn}^{(l)} \sum_{p,q} Q_{2pq}^{2m'n'*} D_{2pq}^{1mn} e^{i\Gamma_{pq} z_l} = 0, \tag{6.33}
\end{aligned}$$

где  $m' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  и  $n' = 1, 2, \dots$

Следующая часть системы получается из (6.28) с учетом (6.30):

$$\begin{aligned}
& \sum_{m,n} [k Q_{2p'q'}^{1mn} (A_{1mn} e_{1mn} + B_{1mn}) + \gamma_{2mn} Q_{2p'q'}^{2mn} (A_{2mn} e_{2mn} - B_{2mn})] \\
& - \Gamma_{p'q'} T_{2p'q'}^{(0)} - \sum_{l=1}^L \sum_{m,n} C_{1mn}^{(l)} \Gamma_{p'q'} D_{2p'q'}^{1mn} e^{i\Gamma_{p'q'} z_l} = 0, \tag{6.34}
\end{aligned}$$

где  $p', q' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Наконец, последняя часть системы получается из условия равенства нулю полного электрического поля (6.22) на поверхности каждого диска. Проектируя это равенство на весовые функции  $f_{1m'n'}^*(\rho, \varphi)$  и  $f_{2m'n'}^*(\rho, \varphi)$  (метод Галеркина), а также учитывая (6.27), (6.29) и (6.30), получим

$$\begin{aligned}
& \sum_{m,n} (A_{1mn} e_{1mn} + B_{1mn}) \sum_{p,q} k D_{1pq}^{j'm'n'*} Q_{1pq}^{1mn} e^{i\Gamma_{pq} z_l} \\
& + \delta_{j'1} \sum_{p,q} T_{2pq}^{(0)} \Gamma_{pq} D_{2pq}^{1m'n'*} e^{i\Gamma_{pq} z_l} + k \sum_{l=1}^L \sum_{m,n} \sum_{j=1}^2 C_{jmn}^{(l)} \sigma_{ljmn}^{l'j'm'n'} = 0, \tag{6.35}
\end{aligned}$$

где

$$\sigma_{ljmn}^{lj'm'n'} = \sum_{p,q} \left[ k D_{1pq}^{j'm'n'*} D_{1pq}^{jmn} \frac{e^{i\Gamma_{pq}|z_{l'}-z_l|} - e^{i\Gamma_{pq}(z_{l'}+z_l)}}{\Gamma_{pq}} + \delta_{j'1} \delta_{j1} D_{2pq}^{l'm'n'*} D_{2pq}^{lmn} \frac{\Gamma_{pq}}{k} e^{i\Gamma_{pq}|z_{l'}-z_l|} \right], \quad (6.36)$$

$l' = 1, 2, \dots, L$ ;  $j' = 1, 2$ ;  $m' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  и  $n' = 1, 2, \dots$ .

После соответствующего усечения, обсуждаемого в следующем разделе, система уравнений (6.31)-(6.35) решается методом исключения Гаусса. Результаты решения затем используются для расчета характеристик решетки. Амплитуды отраженных волн во входном волноводе рассчитываются по формуле (5.121), а составляющие диаграммы направленности элемента решетки – по формулам (5.123) и (5.124). Амплитуды пространственных гармоник, используемые для расчета ДН элемента, в данном случае определяются формулами

$$T_{1pq} = \sum_{m,n} (A_{1mn} e_{jmn} + B_{1mn}) Q_{1pq}^{1mn} - 2ik \sum_{l=1}^L \frac{\sin(\Gamma_{pq} z_l)}{\Gamma_{pq}} \sum_{m,n} (C_{1mn}^{(l)} D_{1pq}^{1mn} + C_{2mn}^{(l)} D_{1pq}^{2mn}), \quad (6.37)$$

$$T_{2pq} = T_{2pq}^{(0)} + \sum_{l=1}^L e^{-i\Gamma_{pq} z_l} \sum_{m,n} C_{1mn}^{(l)} D_{2pq}^{1mn}, \quad (6.38)$$

следующими из (6.22) при  $z \geq z_L$  с учетом (6.27), (6.29) и (6.30). Напомним, что второй индекс 1 в (5.123) и (5.124) соответствует нулевым значениям индексов  $p$  и  $q$  в этом разделе. Амплитуды отраженных волн (5.121) и пространственных гармоник (6.37) и (6.38) используются для проверки выполнения соотношения энергетического баланса (5.122).

**6.3.3. Результаты численного моделирования.** Работа ФОРТРАН-программы, реализованной согласно алгоритму, описанному выше, была проверена различными способами. В частности, для ряда геометрий решетки в отсутствие дисков, результаты ее работы при учете от 20 до 40 волноводных

гармоник с  $-4 \leq m \leq 4$ , и от 200 до 300 пространственных гармоник полностью согласуются с расчетными и экспериментальными данными, имеющимися в [4].

При расчете решетки с дисками число токовых гармоник для каждого диска выбиралось таким же как и для волноводной излучающей секции. Число учитываемых пространственных гармоник  $N_f$  определялось из условия  $w_{pq} \leq w_{\max}$ , где  $w_{\max}$  – заданный максимальный радиус в пространстве направляющих косинусов. Типичный пример, демонстрирующий влияние числа учитываемых пространственных гармоник на коэффициент отражения гексагональной решетки с параметрами  $a_0 = 0.36\lambda$ ,  $a = a_1 = 0.5\lambda$ ,  $h_1 = 0$ ,  $h = 2\lambda$ ,  $\varepsilon^{(0)} = \varepsilon' = \varepsilon = 1$ ,  $d_x = 1.14\lambda$ ,  $r = 0.15\lambda$ ,  $L = 8$ , и  $z_l = 0.3\lambda + 0.1(l-1)\lambda$ , впоследствии выбранными при проектировании макета, приведен в Таблице 6.1.

**Таблица 6.1.** Сходимость коэффициента отражения с увеличением числа учитываемых пространственных гармоник для решетки с дисками при нормальном положении луча.

$N_f$	$w_{\max}/k$	$\text{Re}\{R_{111}\}$	$\text{Im}\{R_{111}\}$
121	6.3	+0.6024	-0.4527
169	7.3	-0.0196	-0.3188
235	8.3	-0.0816	-0.1683
295	9.3	-0.0858	-0.1363
361	10.3	-0.0842	-0.1230
433	11.3	-0.0738	-0.1087
511	12.3	-0.0596	-0.0926
595	13.3	-0.0521	-0.0839
703	14.3	-0.0537	-0.0854

Как мы видим, стабилизация результатов наступает при значительно большем числе пространственных гармоник, чем для решетки без дисков. Эта особенность обусловлена необходимостью обеспечения достаточной точности расчета матричных элементов (6.36), сходящихся как  $w_{pq}^{-3}$  для дисков одного

уровня, т.е. когда  $l=l'$ . Сходимость рядов, соответствующих взаимодействию дисков разного уровня в (6.36), а также дисков с раскрывами волноводов в уравнениях (6.32)-(6.35), является экспоненциальной, и поэтому необходимая точность расчетов указанных сумм достигается при значительно меньшем числе пространственных гармоник.

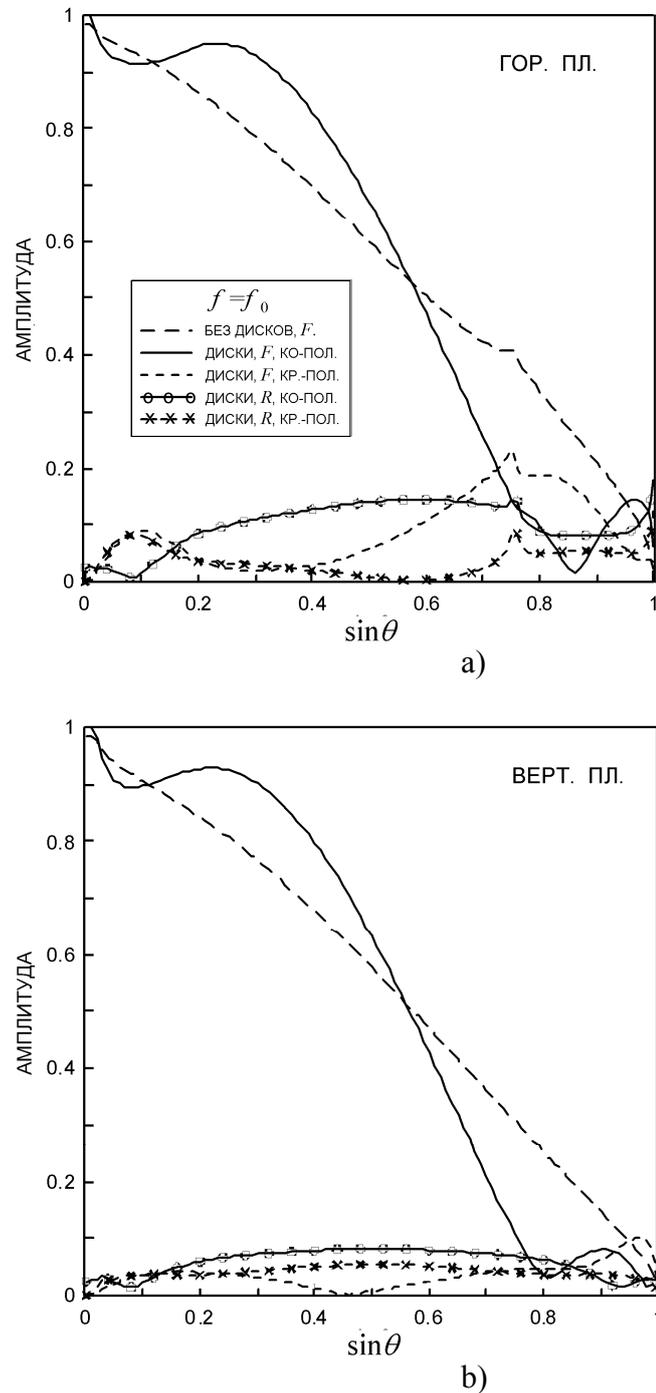
После проведения проверок разработанная программа была использована для расчета и оптимизации характеристик гексагональной решетки, предназначенной для сканирования в секторе  $\pm 20^\circ$  в вертикальной и горизонтальной плоскостях (рис. 6.10). Учитывая опыт работы [286], межэлементное расстояние выбрано равным  $d_x = 1.14\lambda$  на заданной частоте  $f_0$ . Численное экспериментирование показало, что наилучшие результаты достигаются при максимальном радиусе излучающей секции  $a = d_x/2$ , обеспечивающим наибольший КУ элемента решетки в отсутствие дисков. Однако, чтобы обеспечить необходимую прочности конструкции макета радиус излучающей секции выбран равным  $a = 0.5\lambda$ . Радиус входной секции  $a_0 = 0.36\lambda$  является стандартным на заданной частоте. Расчеты показали, что стык волноводов указанных размеров является практически идеально согласованным сам по себе, так что переходной секции не требуется, и в последующих расчетах параметры перехода задавались как  $a_1 = a$  и  $h_1 = 0$ . Начальные значения для радиуса и количества дисков  $r = 0.15\lambda$  и  $L = 8$  были выбраны согласно опыту экспериментальной работы [286] и результатов расчетов для двумерной модели [226, 252]. Наконец, длина излучающей секции  $h = 2\lambda$ , а также положения дисков над раскрывом  $z_1 = 0.3\lambda$  и  $z_L = \lambda$  были выбраны в результате численного эксперимента с учетом возможностей механической конструкции макета. Расчеты были выполнены с учетом 250 коэффициентов  $T_{2pq}^{(0)}$  и приблизительно 700 членов ряда в (6.36).

Рассчитанные диаграммы направленности элемента и коэффициенты отражения на основной и перекрестной поляризации в горизонтальной и

вертикальной плоскостях решетки при возбуждении входных волноводов основными волнами  $TE_{11}$  круговой поляризации показаны на рис. 6.11. ДН элемента решетки без дисков на основной поляризации также приведены для сравнения. Результаты показывают, что при отклонении луча на  $20^\circ$  от нормали ( $\sin 20^\circ \approx 0.342$ ) в горизонтальной и вертикальной плоскостях КУ решетки с дисками на 1.6 дБ и 1.5 дБ выше, чем КУ решетки без дисков. Использование дисков также снижает максимальный уровень первых интерференционных максимумов с  $-7.9$  дБ до  $-12$  дБ. Коэффициент отражения решетки по основной поляризации при сканировании в указанном секторе не превышает 0.12 ( $K_{СВН} \approx 1.27$ ) для горизонтальной плоскости и 0.074 ( $K_{СВН} \approx 1.16$ ) для вертикальной. Полные потери мощности за счет отражения в указанных плоскостях не превышают  $-18.2$  дБ и  $-21$  дБ. Моделирование также показало, что форма ДН элемента практически не изменяется при вариации параметров структуры в пределах  $6 \leq L \leq 9$ ,  $0.14\lambda \leq r \leq 0.16\lambda$  и  $0.1\lambda \leq z_1 \leq 0.3\lambda$ .

Как уже отмечалось в Главе 1, одним из параметров, характеризующих качество решеток для сканирования в ограниченном секторе, является коэффициент использования элемента решетки [175, 184], или его обратная величина, введенная ранее в [24] и называемая эффективностью использования элемента. Этот коэффициент для рассматриваемой решетки можно оценить как квадрат отношения максимального межэлементного расстояния для заданной ширины сектора к фактическому межэлементного расстоянию. Так как  $d_{x, \max}$ , соответствующее идеальной секторной диаграмме элемента шириной  $\pm 20^\circ$  приблизительно равно  $1.688\lambda$ , то коэффициент использования элемента составит  $\approx 2.19$ . Кроме того, так как средний уровень диаграммы элемента в секторе составляет  $\approx 0.92$  от максимального, полученный "геометрический" коэффициент использования элемента должен быть еще разделен на 0.92, что в результате даст 2.59. Это значение типично

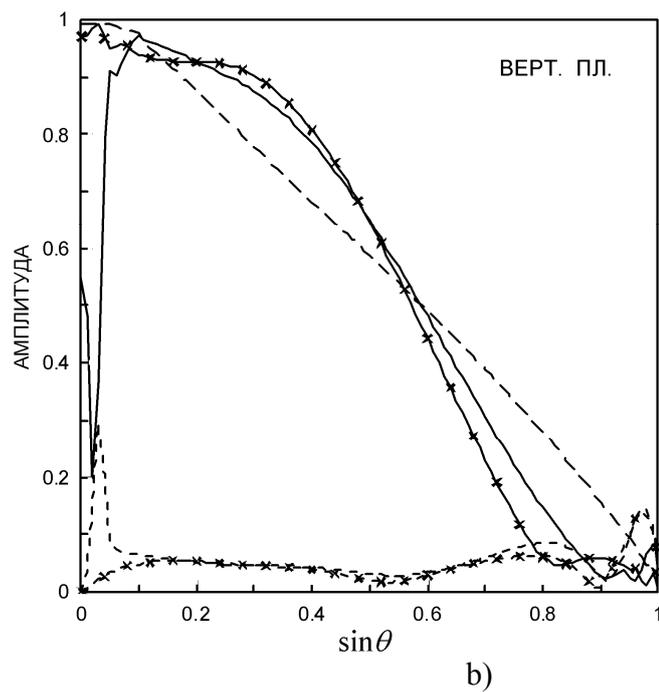
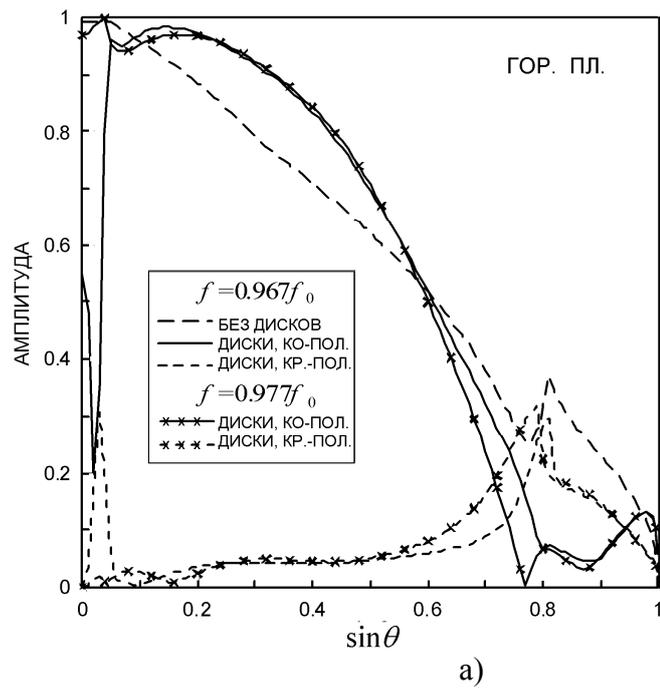
для решеток, в которых подрешетки эффективно перекрываются только по ближайшим соседним элементам [175, 251].



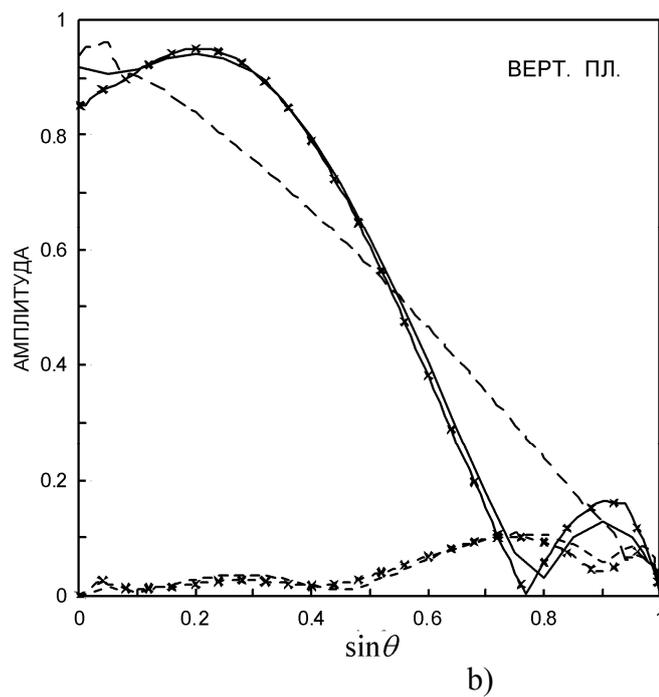
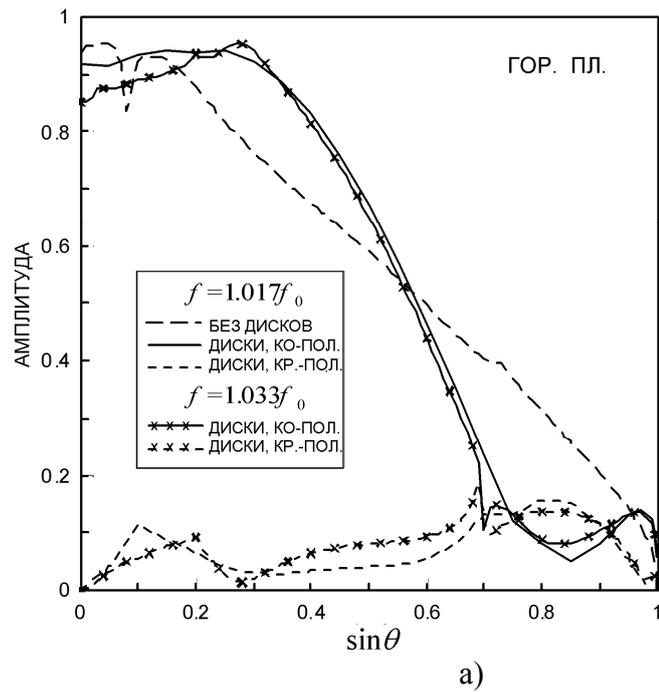
**Рис. 6.11.** Диаграмма направленности элемента и коэффициент отражения на основной и перекрестной круговой поляризации в горизонтальной (a) и вертикальной (b) плоскостях решетки с параметрами  $d_x = 1.14\lambda$ ,  $a_0 = 0.36\lambda$ ,  $a_1 = a_0$ ,  $h_1 = 0$ ,  $a = 0.5\lambda$ ,  $\varepsilon^{(0)} = \varepsilon' = \varepsilon = 1$ ,  $h = 2\lambda$ ,  $r = 0.15\lambda$ ,  $L = 8$ ,  $z_1 = 0.3\lambda$  и  $z_L = \lambda$  на центральной частоте  $f_0$ .

Диаграммы направленности элемента решетки на частотах  $0.967f_0$  и  $0.977f_0$ , а также на частотах  $1.017f_0$  и  $1.033f_0$  представлены на рис. 6.12 и 6.13 соответственно. Результаты показывают, что изменение формы диаграммы в полосе 5.6% от  $0.977f_0$  до  $1.033f_0$  является незначительным, и таким образом такое поведение находится в соответствии с результатами, приведенными в Разделе 6.1 и в работе [286]. Однако, как мы видим на рис. 6.12, диаграмма элемента решетки с дисками на частоте  $0.967f_0$  имеет глубокий провал вблизи осевого направления, отсутствующий в диаграмме элемента решетки без дисков. Таким образом, дисковая структура здесь аналогична диэлектрическому покрытию, роль которого в возбуждении поверхностных волн, приводящих к образованию подобных провалов, подробно обсуждается в [4]. Моделирование показывает, что аналогичные провалы возникают на оси диаграммы элемента решетки с квадратной сеткой при  $d_x = d_y \approx 0.974\lambda$  и параметрах дисков указанных выше. Благодаря высокой симметрии гексагональной и квадратной сеток, а также осевой симметрии элемента, данный эффект не зависит от поляризации. Однако, если указанная симметрия сетки нарушается, то эффект наблюдается только для одной линейной поляризации, например, вертикальной, в прямоугольной сетке, где  $d_x$  имеет резонансное значение, а  $d_y$  слегка отличается от него. Расчеты также показывают, что глубина провала зависит от параметров дисковой структуры, в частности, от высоты структуры над раскрытием волновода. Этот факт выявляет роль пространственных гармоник более высокого порядка в возбуждении поверхностных волн в структуре.

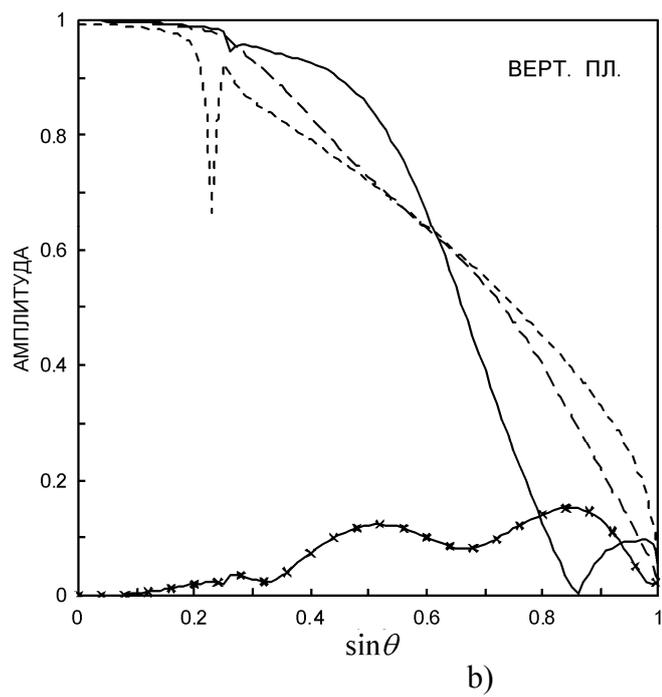
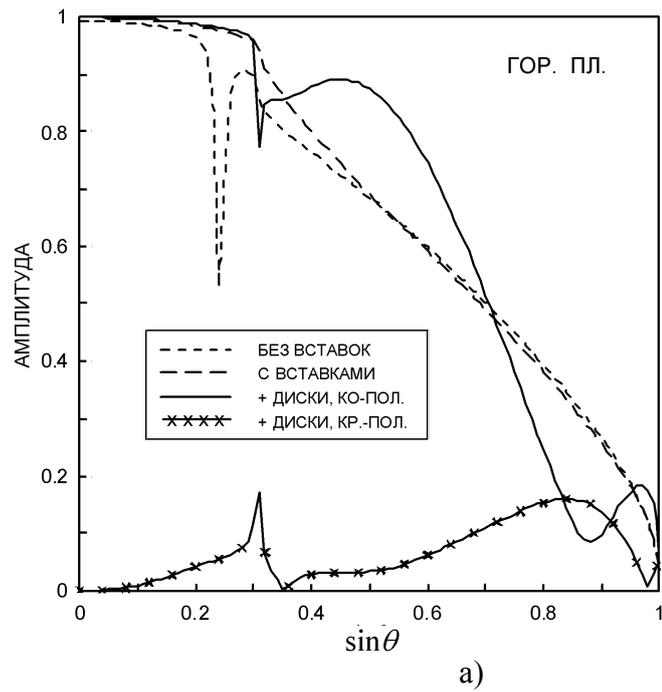
Волноводная структура с периодом гексагональной сетки от 1.1 до 1.2 длины волны и диаметром верхней секции порядка одной длины волны без диэлектрического заполнения характеризуется хорошим естественным согласованием со свободным пространством и отсутствием резонансных эффектов. Применение дисковых структур позволяет формировать секторные



**Рис. 6.12.** Диаграмма направленности элемента в горизонтальной (а) и вертикальной (б) плоскостях решетки с параметрами, указанными на рис. 6.11, на частотах  $f=0.967f_0$  и  $f=0.977f_0$ .



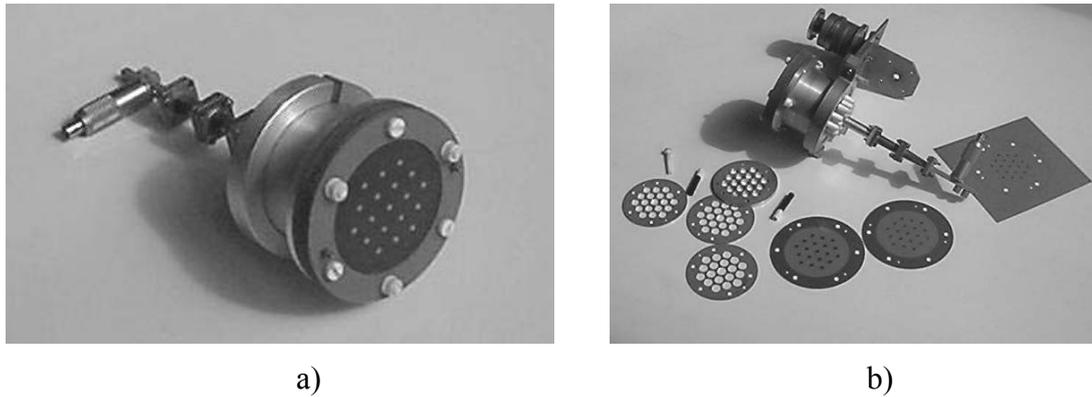
**Рис. 6.13.** Диаграмма направленности элемента в горизонтальной (а) и вертикальной (б) плоскостях решетки с параметрами, указанными на рис. 6.11, на частотах  $f=1.017f_0$  и  $f=1.033f_0$ .



**Рис. 6.14.** Диаграмма направленности элемента на круговой поляризации в горизонтальной (а) и вертикальной (б) плоскостях решетки с параметрами  $d_x=0.92\lambda$  и  $a=a'=a_0=0.45\lambda$ ; верхняя секция высотой  $h=0.48\lambda$  заполнена диэлектриком с  $\varepsilon=1.5$ ,  $a_0=a'=0.34\lambda$ ,  $\varepsilon^{(0)}=\varepsilon'=1$  и  $h'=0$ ; та же решетка с дисками  $r=0.15\lambda$ ,  $L=8$ ,  $z_l=0.3\lambda+0.093\lambda(l-1)$ .

диаграммы направленности элемента решетки для сканирования в секторе приблизительно  $\pm 20^\circ$  в главных плоскостях. Формирование более широких секторных ДН элемента требует использование соответственно меньших межэлементных расстояний и волноводов меньшего диаметра. Эта ситуация, как показано в [289], требует дополнительного обсуждения. В качестве примера рассмотрим решетку с  $d_x=0.92\lambda$  и  $a=0.45\lambda$ . ДН элемента решетки на круговой поляризации в отсутствие диэлектрического заполнения и дисковых структур показана на рис. 6.14 кривой с мелкими штрихами. Эта диаграмма имеет резонансные провалы в секторе однолучевого сканирования. Эти провалы устраняются путем применения диэлектрических вставок определенной высоты и проницаемости [4]. Проницаемость вставок выбирается так, чтобы волна  $TE_{21}$  стала распространяющейся. ДН элемента, соответствующая параметрам  $\varepsilon=1.5$ ,  $h=0.48\lambda$ ,  $a_0=a'=0.34\lambda$ ,  $\varepsilon^{(0)}=\varepsilon'=1$  и  $h'=0$ , показана на рис. 6.14 кривыми с крупными штрихами. Применение дисковых структур с параметрами  $r=0.15\lambda$ ,  $L=8$ ,  $z_l=0.3\lambda+0.093\lambda(l-1)$ , полученными в результате численной оптимизации, позволяет заметно улучшить форму ДН элемента. Эта ДН, показанная на рис. 6.14 сплошными кривыми, имеет заметно более высокий уровень в области движения главного луча и соответственно сниженный уровень в области побочных интерференционных максимумов. Формирование еще более широких секторных ДН элемента дисковыми структурами в решетке с еще меньшим периодом также возможно, но с уже меньшим эффектом [289].

**6.3.4. Результаты макетирования.** Методика анализа и результаты расчетов, приведенные выше для гексагональной решетки с межэлементным расстоянием  $1.14\lambda$ , были использованы для проектирования двух макетов решетки с дисковыми структурами, предназначенными для работы в  $K_a$ - и  $X$ -диапазонах частот. Фотографии макета  $K_a$ -диапазона показаны на рис. 6.15.



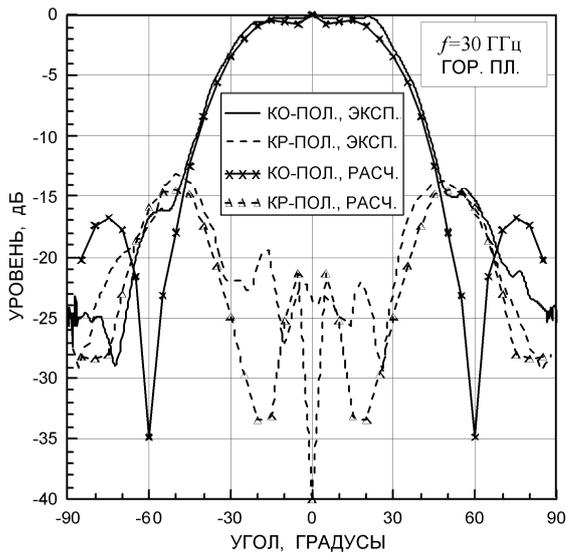
**Рис. 6.15.** 19-элементный макет волноводной решетки с дисковыми структурами: в собранном состоянии (а) и отдельные составляющие конструкции (б).

Решетка состоит из двух основных частей. Первая представляет собой толстую алюминиевую пластину, в которой просверлены 19 отверстий диаметром  $2a_0=7.2$  мм, соответствующих входным волноводным секциям, показанным на рис. 6.10(б). Оси отверстий образуют гексагональную сетку с периодом 11.4 мм. Верхняя излучающая секция образуется из пластин различной толщины, показанных на рис. 6.15(б), с отверстиями диаметром  $2a=10$  мм, соосными с отверстиями нижней пластины. Набор указанных пластин позволяет образовывать верхние волноводные секции различной высоты в случае необходимости. Высота секций в окончательном варианте равна  $h=20$  мм.

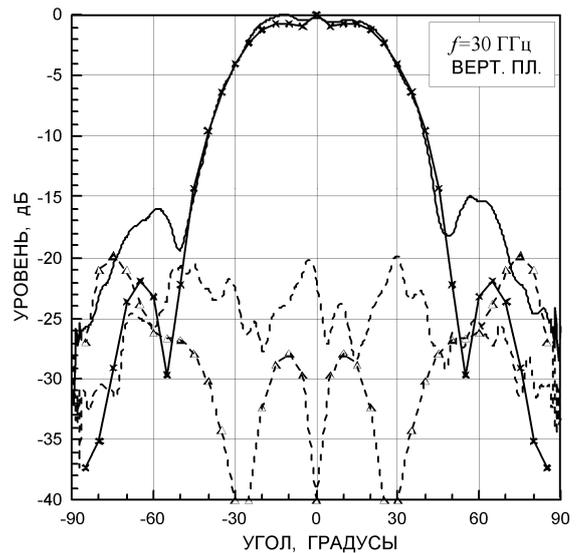
Вторая основная часть макета содержит дисковые структуры. Диски располагаются на восьми диэлектрических пленках толщиной 0.05 мм. Нанесение дисков на пленки осуществлялось ионно-лучевым методом. Пленки закреплены на кольцевых рамках с расстоянием между соседними слоями 1 мм. Расстояние между нижней пленкой и раскрывами верхних волноводных секций равно 3 мм. Как видно на рис. 6.15(б), центральный элемент решетки возбуждается через коаксиально-волноводный переход с прямоугольного волновода на круглый и поляризатор, после которого волна  $TE_{11}$  круговой поляризации поступает во входную секцию и излучается. Во входные секции остальных восемнадцати элементов вставлены согласованные

нагрузки, также показанные на рис. 6.15(b). Диаграмма направленности в главных плоскостях макета измерялась в безэховой камере достаточно большого размера, чтобы обеспечить условие дальней зоны для раскрытия макета. Результаты измерений показаны на рис. 6.16 для частоты 30 ГГц, соответствующей центральной частоте  $f_0$ , упомянутой в теоретической модели, и на рис. 6.17 для частоты 29 ГГц, соответствующей  $0.967f_0$ . Измеренные ДН сравниваются с расчетными данными, взятыми из рис. 6.11 и 6.12 и пересчитанными в децибелы. Сравнения показывают, что имеется хорошее согласие рассчитанных и измеренных данных, касающихся ширины и формы секторных лучей. Различия диаграмм на других участках объясняются различиями теоретической модели (бесконечная решетка) и экспериментального макета, включающего только 19 элементов. Кроме того, дисковые структуры в макете окружены диэлектрическим цилиндром, образованным кольцами, к которым крепятся пленки с дисками. Этот цилиндр блокирует излучение под углами 60-90 градусов от нормали, где как раз и наблюдаются наибольшие расхождения. Еще одной причиной различий являются резонансные эффекты, имеющие место в бесконечной решетке на частоте  $0.967f_0$  (что соответствует измерениям на частоте 29 ГГц) и проявляющиеся в виде узких провалов в диаграммах направленности элемента решетки (рис. 6.17). Фрагмент решетки с небольшим числом элементов не позволяет выявить указанные эффекты, что уже отмечалось и в ранних работах по фазированным решеткам, например, в [4, 164]. Сравнение измеренных и рассчитанных ДН элемента решетки на частоте 30.5 ГГц дает картину, аналогичную представленной на рис. 6.16, и поэтому его результаты здесь не приводятся.

Макет решетки  $X$ -диапазона описан в [256]. Его возбуждающая часть аналогична возбуждающей части решетки  $S$ -диапазона, рассмотренной в Разделе 6.1. Она состоит из 19 скрещенных микрополосковых вибраторов, нанесенных на продольные диэлектрические подложки. Каждый вибратор

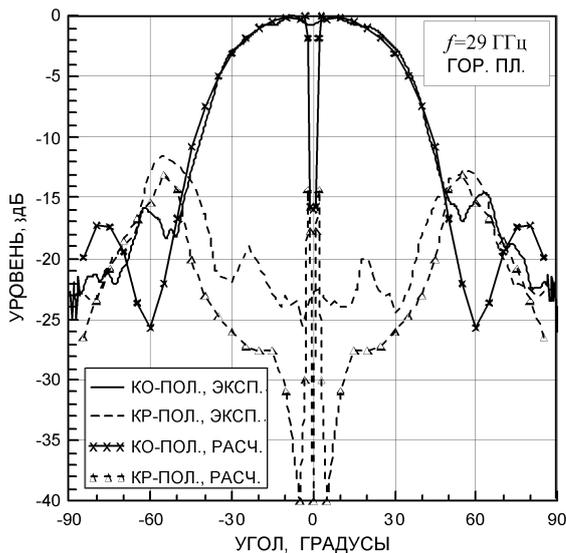


a)

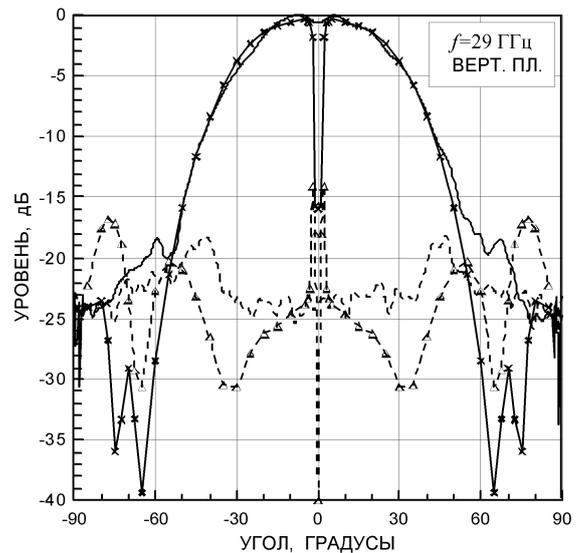


b)

**Рис. 6.16.** Измеренные и рассчитанные диаграммы направленности элемента решетки в горизонтальной (a) и вертикальной плоскостях (b) на частоте 30 ГГц.



a)



b)

**Рис. 6.17.** Измеренные и рассчитанные диаграммы направленности элемента решетки в горизонтальной (a) и вертикальной плоскостях (b) на частоте 29 ГГц.

помещен внутри металлического цилиндра. Центральный вибратор запитывается через гибридное соединение, обеспечивающее круговую поляризацию излучения. Входы остальных 18 вибраторов подключены к согласованным нагрузкам. Дисковые структуры, формирующие секторные ДН элемента выполнены так же, как и в макете  $K_a$ -диапазона, т.е. на тонких

диэлектрических пленках, закрепленных на диэлектрических кольцевых рамках. Отличие состояло в использовании 10 слоев вместо 8, а также дисков неодинакового диаметра. Другие подробности указаны в [256]. В этой же работе приведены сравнения ДН элемента решетки  $X$ -диапазона и решетки  $K_a$ -диапазона для периода  $1.12\lambda$ , показавшие, диаграммы очень близки друг к другу результаты. Кроме того, диаграммы элемента решетки с дисковыми структурами очень близки к диаграммам элемента решетки с диэлектрическими стержнями, что свидетельствует об одинаковых возможностях решеток указанных типов по формированию секторных ДН элемента.

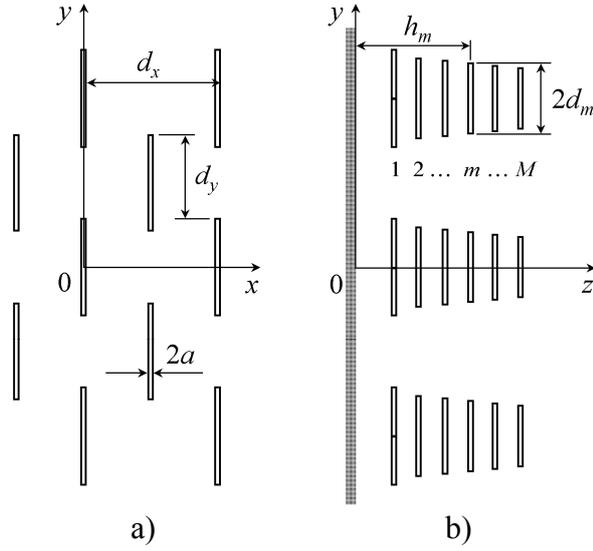
#### **6.4. Решетки антенных элементов Уда-Яги**

Ребристые стержни, возбуждаемые открытыми концами волноводов или вибраторами, а также диэлектрические стержни, выступающие из волноводов, являются удобными элементами для формирования секторных ДН в обеих главных плоскостях. Однако некоторые приложения требуют сканирования в широком секторе углов в одной плоскости и в узком секторе углов в другой (перпендикулярной) плоскости, т.е. ДН элемента должна быть секторной только в одной плоскости. В этом случае удобными являются элементы в виде проволочных директорных антенн Уда-Яги. Их конструкция позволяет располагать их с близким межэлементным расстоянием в плоскости широкоугольного сканирования. В то же время, так как они способны поддерживать бегущие волны в продольном направлении аналогично диэлектрическим или ребристым стержням, взаимодействие между ними по свободному пространству в плоскости ограниченного сканирования можно использовать для формирования секторной ДН элемента в этой плоскости. Примеры этому, хотя и с секторными ДН не очень высокого качества, имеются в [11], где директорные элементы используются для сравнения с

элементами в виде диэлектрических пластин, являющихся в [11] основным объектом исследования. Теоретическое исследование характеристик директорных элементов в плоских решетках, предназначенных для широкоугольного сканирования в обеих плоскостях, проводилось в [52]. Исследование возможности формирования секторной ДН элемента для обеспечения эффективного сканирования в ограниченном секторе в одной плоскости проводится ниже.

**6.4.1. Постановка задачи и метод решения.** Геометрия бесконечной плоской решетки, выбранной здесь для исследования, показана на рис. 6.18. Директорные элементы могут быть расположены в узлах либо треугольной сетки, как изображено на рис. 6.18(а), либо прямоугольной, с межэлементным расстоянием  $d_x$  в горизонтальных рядах и с расстоянием  $d_y$  между соседними рядами. Элемент решетки состоит из  $M$  прямых идеально проводящих цилиндров (проводов) расположенных симметрично в плоскости, параллельной плоскости  $Oyz$ . Как показано на рис. 6.18(б), каждый цилиндр, расположенный параллельно идеально проводящему экрану в плоскости  $z=0$ , характеризуется диаметром  $2a$ , длиной  $2d_m$  и высотой  $h_m$  над экраном, где  $m=1, 2, \dots, M$ . Первый цилиндр считается вибратором, а остальные – пассивными директорами. Предполагается, что вибраторы возбуждаются в бесконечно узких зазорах в их центрах через передающие линии с волновым сопротивлением  $W_f$ . Амплитуды возбуждения считаются одинаковыми, а фазы линейно изменяются от элемента к элементу в главных плоскостях.

При расчете характеристик решетки предположим, что диаметр цилиндров намного меньше рабочей длины волны  $\lambda$ , межэлементных расстояний и расстояний между соседними цилиндрами в директорном элементе. Это тонкопроволочное приближение позволяет поверхностные токи на цилиндрах заменить токами  $I_m(y)$ ,  $m=1, 2, \dots, M$ , на осях цилиндров. Граничное условие на поверхности цилиндров и последующая стандартная процедура, например [109], направленная на определение указанных распре-



**Рис. 6.18.** Геометрия плоской решетки директорных элементов: вид сверху (а) и вид сбоку в плоскости  $0yz$  (b).

делений токов, приводит к следующей системе  $M$  интегральных уравнений Халлена [64]

$$\sum_{\mu=1}^M \int_{-d_{\mu}}^{d_{\mu}} G_{m\mu}(y, y') I_{\mu}(y') dy' + C_m \cos ky + D_m \sin ky = \frac{iV \delta_{1m}}{2\eta_0} \sin k|y|, \quad (6.39)$$

где  $|y| \leq d_m$ ,  $m=1, 2, \dots, M$ ;  $C_m$  и  $D_m$  – постоянные, подлежащие определению,  $V$  – напряжение в зазоре вибратора центрального элемента,  $\delta_{1m}$  – символ Кронекера,

$$G_{m\mu}(y, y') = \frac{\delta_{m\mu}}{4\pi} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-k'' R_{pq}} \cos k' R_{pq}}{R_{pq}} e^{i\Psi_{pq}} + \frac{1}{2d_x d_y} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{e^{-\Gamma_{pq}|h_m - h_{\mu}|} - e^{-\Gamma_{pq}(h_m + h_{\mu})}}{\Gamma_{pq}} - \delta_{m\mu} \operatorname{Re} \left\{ \frac{e^{-\Gamma'_{pq}|h_m - h_{\mu}|}}{\Gamma'_{pq}} \right\} \right] e^{i\beta_{pq}(y - y')} \quad (6.40)$$

– ядро,  $\Psi_{pq} = k(x_{pq}u + y_qv)$  – фазы возбуждения вибраторов, соответствующие направляющим косинусам  $u = \sin \theta \cos \varphi$  и  $v = \sin \theta \sin \varphi$ , характеризующим положение главного луча решетки,  $\theta$  и  $\varphi$  – углы, отмеряемые обычным способом от оси  $z$  и оси  $x$  соответственно,

$$R_{pq} = [x_{pq}^2 + (y - y' - y_q)^2 + (h_m - h_\mu)^2 + a^2 \delta_{0p} \delta_{m\mu}]^{1/2},$$

$$x_{pq} = \left[ p + \frac{1 - (-1)^q}{4} \right] d_x, \quad (6.41)$$

$$y_q = qd_y \text{ и } \Gamma_{pq} = (\alpha_p^2 + \beta_{pq}^2 - k^2)^{1/2}, \quad \Gamma'_{pq} = (\Gamma_{pq}^2 + 2ik'k'')^{1/2}, \quad \alpha_p = ku + 2\pi p/d_x,$$

$$\beta_{pq} = kv + \frac{2\pi}{d_y} \left[ q + \frac{1 - (-1)^p}{4} \right] \quad (6.42)$$

– постоянные распространения гармоник Флоке. Параметры (6.41) и (6.42) соответствуют треугольной сетке, показанной на рис. 6.18(а). В случае прямоугольной сетки указанные выражения должны быть заменены на  $x_p = pd_x$  и  $\beta_q = kv + 2\pi q/d_y$  соответственно. Заметим также, что выражение для продольных постоянных распространения (1.20) здесь берется в альтернативной форме. Однако, если  $\alpha_p^2 + \beta_{pq}^2 = w_{pq}^2 < k^2$ , то продольные постоянные следует вычислять по формуле  $\Gamma_{pq} = -i(k^2 - w_{pq}^2)^{1/2}$ . Тогда после их подстановки в (6.40), мы получим полное соответствие выражению для функции Грина (1.18).

Выражение (6.40) для ядра получено из (1.18) с использованием обобщения [254] и [257] подхода, предложенного в [47] для ускорения сходимости рядов, представляющих функцию Грина для прямоугольного волновода. В результате, первый пространственный ряд в (6.40) сходится экспоненциально. Второй спектральный разностный ряд при  $m \neq \mu$  сходится также экспоненциально. При  $m = \mu$  и при выполнении ключевого условия  $k'^2 - k''^2 = k^2$ , предложенного в [47] для составляющих вспомогательного волнового числа  $k_a = k' + ik''$ , этот ряд сходится как  $1.5(k'k'')^2 \Gamma_{pq}^{-5}$  при больших  $\Gamma_{pq}$ . Этот подход к ускорению сходимости функции Грина (1.18) для двумерно-периодических структур назван в [203] методом Куммера 2-го порядка. Модификации метода Куммера 4-го и 6-го порядка, обеспечивающие сходимость спектрального разностного ряда как  $\Gamma_{pq}^{-9}$  и  $\Gamma_{pq}^{-13}$ , предложены и

рассмотрены в [235, 260, 298]. Основные результаты указанного рассмотрения приведены в Приложении 6.1. Выбор дополнительного оптимального соотношения между  $k'$  и  $k''$  обсуждается в [235, 260].

Напряжение  $V$  в зазоре вибратора, стоящее в правой части (6.39), определяется формулой [18]

$$V = 2V^i - W_f I_1(0), \quad (6.43)$$

где  $V^i$  – напряжение падающей волны в линии питания и  $I_1(0)$  – ток в зазоре вибратора. Разбивая проводники элемента на интервалы точками коллокации с координатами  $y_{mn} = (n-1-N_m)d_m/N_m$ ,  $n = 1, 2, \dots, 2N_m+1$ , используя треугольные базисные функции для представления токов на проводниках и удовлетворяя (6.39) в указанных точках коллокации, сводим интегральные уравнения (6.39) к системе линейных алгебраических уравнений

$$C_m \cos ky_{mn} + \sum_{\mu=1}^M \sum_{\nu=2}^{2N_\mu} G_{m\mu, n\nu} I_{\mu\nu} + D_m \sin ky_{mn} = \frac{iV^i \delta_{1m}}{\eta_0} \sin k |y_{mn}|, \quad (6.44)$$

где  $m = 1, 2, \dots, M$ ;  $n = 1, 2, \dots, 2N_m+1$ ;  $I_{\mu\nu}$  – значения тока в  $\nu$ -й точке коллокации на  $\mu$ -м цилиндре,

$$G_{m\mu, n\nu} = \frac{iW_f \delta_{1m} \delta_{\nu, N_\mu+1}}{2\eta_0} \sin k |y_{mn}| + \int_{y_{\mu, \nu-1}}^{y_{\mu, \nu+1}} (1 - |y' - y_{\mu\nu}| / \Delta_\mu) G_{m\mu}(y_{mn}, y') dy', \quad (6.45)$$

$\Delta_\mu = d_\mu / N_\mu$  и учтено, что токи на краях цилиндров равны нулю, так что число неизвестных становится точно равным числу уравнений.

После решения системы (6.44), коэффициент отражения решетки рассчитывается как

$$R(u, \nu) = 1 - \frac{W_f I_{1, N_1+1}(u, \nu)}{V^i}, \quad (6.46)$$

а составляющие диаграммы направленности элемента решетки, нормированные на максимум идеальной диаграммы направленности элемента

решетки (1.49), где следует учесть, что  $P^{in} = (V^i)^2 / (2W_f)$ , определяются формулами

$$F_\theta(\theta, \varphi) = F_y(\theta, \varphi) \cos \theta \sin \varphi, \quad (6.47)$$

$$F_\varphi(\theta, \varphi) = F_y(\theta, \varphi) \cos \varphi, \quad (6.48)$$

где

$$F_y(\theta, \varphi) = \frac{1}{V^i} \sqrt{\frac{\eta_0 W_f}{d_x d_y}} \sum_{m=1}^M \Delta_m \left[ \frac{\sin(k \Delta_m v / 2)}{k \Delta_m v / 2} \right]^2 \times \sin(k h_m \cos \theta) \sum_{n=2}^{2N_m} I_{mn}(u, v) e^{-iky_{mn} v}. \quad (6.49)$$

**6.4.2. Результаты расчета и обсуждение.** Работа фортран-программы, разработанной согласно методике, описанной выше, проверялась, как обычно, различными способами, одним из которых было сравнение результатов с данными, имеющимися в [52] для указанных там параметров решетки. Все расчеты сопровождаются проверкой выполнения соотношения энергетического баланса

$$|R|^2 + \frac{\eta_0 W_f}{(V^i)^2} \sum_{p,q} (|T_{1pq}|^2 + |T_{2pq}|^2) |T_{pq}| = 1, \quad (6.50)$$

где суммирование осуществляется только по распространяющимся гармоникам Флоке, для которых  $\alpha_p^2 + \beta_{pq}^2 = w_{pq}^2 < k^2$ . Амплитуды указанных гармоник определяются формулами

$$T_{1pq} = -\frac{i\alpha_p}{\Gamma_{pq}} F_{ypq}, \quad T_{2pq} = -\frac{\beta_{pq}}{k} F_{ypq}, \quad (6.51)$$

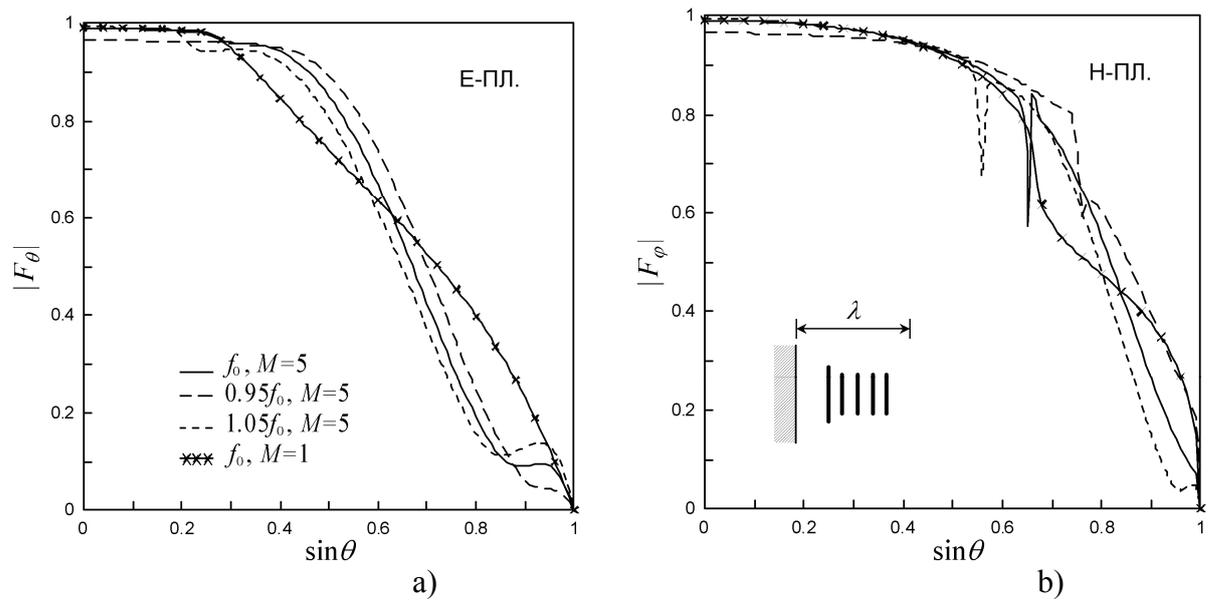
$$F_{ypq} = \frac{1}{w_{pq} \sqrt{d_x d_y}} \sum_{m=1}^M \Delta_m \left[ \frac{\sin(\beta_{pq} \Delta_m / 2)}{\beta_{pq} \Delta_m / 2} \right]^2 \times \text{sh}(\Gamma_{pq} h_m) \sum_{n=2}^{2N_m} I_{mn} e^{-i\beta_{pq} y_{mn}}, \quad (6.52)$$

а коэффициент отражения решетки определяется согласно (6.46).

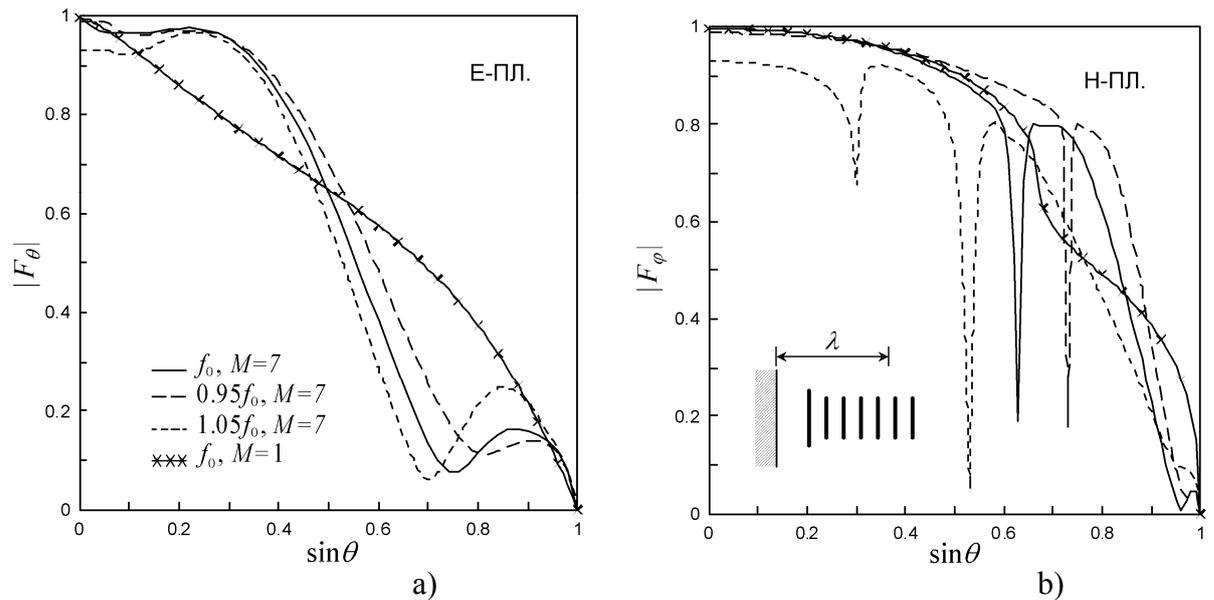
Некоторые результаты оптимизации параметров директорного элемента решетки с целью формирования секторной диаграммы элемента в Е-

плоскости (плоскость  $Oxy$ ) и широкой диаграммы элемента в Н-плоскости приводятся и обсуждаются ниже. Результаты соответствуют случаю, когда директоры имеют одинаковую длину, отличающуюся от возбуждаемых вибраторов. Расстояния между соседними проводами в элементе также считаются одинаковыми  $\Delta h = h_{m+1} - h_m$ . В этом случае, параметрами, подлежащими оптимизации, являются число директоров  $M-1$ , длина директоров и расстояние между проводами  $\Delta h$ . Результаты указанной оптимизации приведены на рис. 6.19-6.22. Общими для всех результатов являются следующие значения параметров:  $W_f = 75\Omega$ ,  $2d_1 = 0.48\lambda$ ,  $h_1 = 0.25\lambda$ ,  $2a = 0.014\lambda$ ,  $2d_m = 0.35\lambda$  для  $2 \leq m \leq M$ , и  $d_x = 0.6\lambda$ , где  $\lambda$  соответствует некоторой опорной частоте  $f_0$ .

Диаграммы направленности (6.47) и (6.48) в Е- и Н-плоскостях элемента решетки с шагом  $d_y = 0.8\lambda$  показаны на рис. 6.19. Элементы, каждый из которых содержит четыре директора (всего  $M=5$  проводов) на расстоянии  $\Delta h = 0.12\lambda$  друг от друга, расположены в узлах прямоугольной сетки. Аналогичные диаграммы для решетки с  $d_y = \lambda$  и элементами, содержащими по шесть директоров с  $\Delta h = 0.14\lambda$ , показаны на рис. 6.20. Геометрия элементов с сохранением пропорций показана вставками на рис. 6.19(b) и 6.20(b). Сплошные кривые с крестиками, показанные для сравнения, соответствуют чисто вибраторным решеткам, т.е. с элементами без директоров. Сравнение показывает, что качество секторных диаграмм в Е-плоскости на рис. 6.19(a) и 6.20(a) является довольно высоким, а модуль коэффициента отражения (6.46) при этом не превышает 0.1 в области плоской вершины диаграммы элемента. Для решеток с межэлементным расстоянием в Е-плоскости, превышающим длину волны, секторная форма диаграммы ухудшается. Что касается Н-плоскости, то из рис. 6.19(b) и 6.20(b) видно, что, как и в [52], диаграммы элементов имеют узкие провалы, соответствующие углам отклонения главного луча решетки, несколько меньшим, чем углы, при



**Рис. 6.19.** Диаграммы направленности элемента решетки с прямоугольной сеткой при  $d_x=0.6\lambda$ ,  $d_y=0.8\lambda$ ,  $h_1=0.25\lambda$ ,  $\Delta h=0.12\lambda$ ,  $2a=0.014\lambda$ ,  $2d_1=0.48\lambda$  и  $2d_m=0.35\lambda$ ,  $2 \leq m \leq M$ , на частотах  $f_0$  (—),  $0.95f_0$  (- - -) и  $1.05f_0$  (- . -). (a) – E-плоскость, (b) – H-плоскость.



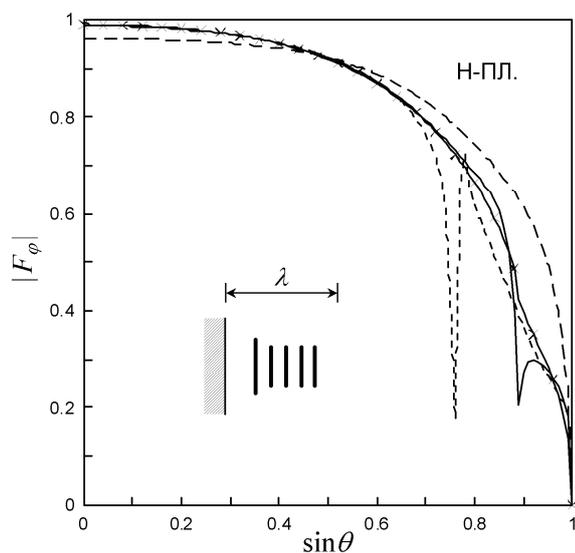
**Рис. 6.20.** Диаграммы направленности элемента решетки с прямоугольной сеткой при  $d_x=0.6\lambda$ ,  $d_y=\lambda$ ,  $h_1=0.25\lambda$ ,  $\Delta h=0.14\lambda$ ,  $2a=0.014\lambda$ ,  $2d_1=0.48\lambda$  и  $2d_m=0.35\lambda$ ,  $2 \leq m \leq M$ , на частотах  $f_0$  (—),  $0.95f_0$  (- - -) и  $1.05f_0$  (- . -). (a) – E-плоскость, (b) – H-плоскость.

которых побочные интерференционные максимумы появляются в области видимости. Указанные провалы объясняются резонансами поверхностных волн, возбуждаемых в директорных структурах, образующих слой

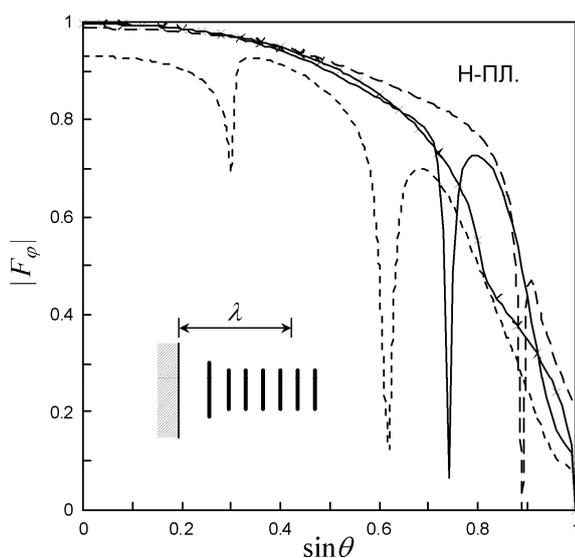
искусственного диэлектрика. Видно, что резонансные эффекты более сильно проявляются в решетках с более протяженными директорными элементами в продольном направлении.

Результаты были также получены для решеток с теми же элементами и с теми же межэлементными расстояниями, но с треугольной сеткой, показанной на рис. 6.18. Как показано в [254], форма диаграмм элемента в Е-плоскости для треугольной сетки практически идентична форме диаграмм, приведенных на рис. 6.19(а) и 6.20(а) для прямоугольной сетки. Таким образом, диаграмма элемента практически не зависит от типа сетки с выбранными параметрами. Проверка, проведенная нами с использованием программы, позволяющей рассчитывать характеристики решетки круглых волноводов [4], показала, что эта особенность остается справедливой и для волноводных решеток. Такая общность объясняется малым межэлементным расстоянием в Н-плоскости. Если сканирование происходит в Е-плоскости, то боковые столбцы интерференционных максимумов, ближайšie к центральному столбцу в пространстве направляющих косинусов, находятся довольно далеко от границы области видимости, и поэтому различие в расположении максимумов в боковых столбцах для разных типов сетки слабо влияет на характеристики сканирования в Е-плоскости.

Напротив, если сканирование осуществляется в Н-плоскости, то различие в расположении интерференционных максимумов в ближайших боковых столбцах оказывает большее влияние на характеристики решетки. Ближайšie интерференционные максимумы в указанных столбцах для треугольной сетки расположены дальше от границы области видимости, чем для прямоугольной сетки, и поэтому резонансные эффекты проявляются при больших углах отклонения главного луча. Это подтверждает известное преимущество треугольной сетки в обеспечении лучших характеристик сканирования. Диаграммы элемента решетки с треугольной сеткой в Н-плоскости показаны на рис. 6.21 для  $d_y=0.8\lambda$  и 6.22 для  $d_y=\lambda$ .



**Рис. 6.21.** Диаграммы направленности элемента решетки с треугольной сеткой в  $H$ -плоскости при  $d_x=0.6\lambda$ ,  $d_y=0.8\lambda$ ,  $h_1=0.25\lambda$ ,  $\Delta h=0.12\lambda$ ,  $2a=0.014\lambda$ ,  $2d_1=0.48\lambda$  и  $2d_m=0.35\lambda$ ,  $2 \leq m \leq M$ , на частотах  $f_0$  (—),  $0.95f_0$  (- - -) и  $1.05f_0$  (- · - ·).



**Рис. 6.22.** Диаграммы направленности элемента решетки с треугольной сеткой в  $H$ -плоскости при  $d_x=0.6\lambda$ ,  $d_y=\lambda$ ,  $h_1=0.25\lambda$ ,  $\Delta h=0.14\lambda$ ,  $2a=0.014\lambda$ ,  $2d_1=0.48\lambda$  и  $2d_m=0.35\lambda$ ,  $2 \leq m \leq M$ , на частотах  $f_0$  (—),  $0.95f_0$  (- - -) и  $1.05f_0$  (- · - ·).

Результаты, представленные выше на рис. 6.19(а) и 6.20(а), показывают, что секторная форма диаграммы элемента в  $E$ -плоскости хорошо сохраняется по крайней мере в 10%-й полосе частот, а изменение ширины секторного луча с частотой соответствует естественному изменению межэлементных

расстояний в длинах волны. Увеличение частоты приводит к увеличению электрического продольного размера элемента, приводящему к усилению резонансных эффектов и даже к появлению новых резонансных провалов в диаграмме элемента решетки в  $H$ -плоскости. Кроме того, так как электрическое межэлементное расстояние в  $H$ -плоскости увеличивается с возрастанием частоты, резонансные провалы сдвигаются в сторону нормали к раскрыву.

Результаты, полученные здесь для простой модели, показывают хорошие потенциальные возможности директорных элементов для их использования в антенных решетках, предназначенных для сканирования в ограниченном секторе в  $E$ -плоскости и широкоугольного сканирования в  $H$ -плоскости, и позволяют сделать заключение о перспективности дальнейших исследований в этой области. Одним из направлений может быть учет различных особенностей реализации директорных элементов, например их печатное исполнение на выступающих диэлектрических подложках как это было рассмотрено в [9, стр. 205] или в [104]. Другим направлением может быть устранение резонансных эффектов, возникающих при сканировании в  $H$ -плоскости. Возможным решением является нарушение периодичности структуры в  $H$ -плоскости путем расположение столбцов элементов со случайным шагом. Все это может составить предмет специального исследования.

### **Приложение 6.1. Расчет функции Грина для двумерно- периодических структур методом М. М. Иванишина**

Рассмотрим двумерно-периодическая структуру, определяемую косоугольной плоской сеткой, параллельной плоскости  $z=0$  прямоугольной декартовой системы координат  $0xuz$ . Пусть узлы сетки расположены в горизонтальных рядах, параллельных оси  $x$ , с периодом  $d_x$ , и пусть соседние

ряды, расположенные на расстоянии  $d_y$  друг от друга, сдвинуты на расстояние  $\Delta$  относительно друг друга в направлении оси  $x$ . В частных случаях,  $\Delta=0$  соответствует прямоугольной сетке, а  $\Delta=d_x/2$  соответствует треугольной сетке. Предположим также, что начало координат совпадает с одним из источников. Тогда функция Грина рассматриваемой структуры, сфазированной в направлении, характеризуемом углами  $\theta$  и  $\varphi$ , отмеряемыми обычным способом от осей  $z$  и  $x$  соответственно, может быть представлена в виде пространственного ряда

$$G(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{ikR_{mn}}}{R_{mn}} e^{i\psi_{mn}}, \quad (\text{П6.1})$$

где  $\mathbf{r}=\{x,y,z\}$ ,  $k=2\pi/\lambda$  – волновое число,  $R_{mn}=[(x-x_{mn})^2+(y-y_n)^2+z^2]^{1/2}$ ,  $x_{mn}=md_x+n\Delta$  и  $y_n=nd_y$  – координаты узлов,  $\psi_{mn}=k(x_{mn}u+y_nv)$  – фазы,  $u = \sin\theta \cos\varphi$  и  $v = \sin\theta \sin\varphi$  – направляющие косинусы. Заметим, что при  $\Delta=0$  и соответствующем выборе фаз представление (П6.1) можно использовать в качестве функции Грина прямоугольного волновода, рассмотренной в [47].

Ряд (П6.1) сходится очень медленно и поэтому не пригоден для практических расчетов. Для получения другого представления функции Грина сначала осуществим преобразование, состоящее в прибавлении и вычитании некоторой вспомогательной функции под знаком суммы в (П6.1). Вспомогательную функцию предлагается взять в виде суммы стоячих сферически волн с затуханием

$$f_{mn} = e^{i\psi_{mn}-\alpha R_{mn}} \sum_{s=1}^S a_s \frac{\cos k_s R_{mn}}{R_{mn}}, \quad (\text{П6.2})$$

где выбор постоянной затухания  $\alpha$ , амплитуд  $a_s$  и фазовых постоянных  $k_s$  для различных  $S$  будет описан ниже. Далее мы применяем известную формулу суммирования Пуассона к образовавшемуся разностному ряду и преобразуем (П6.1) к виду

$$G(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_{mn} + \frac{1}{2d_x d_y} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} F_{pq}, \quad (\text{П6.3})$$

где

$$F_{pq} = \left[ \frac{e^{-\Gamma_{pq}|z|}}{\Gamma_{pq}} - \sum_{s=1}^S a_s \operatorname{Re} \left\{ \frac{e^{-\tilde{\Gamma}_{spq}|z|}}{\tilde{\Gamma}_{spq}} \right\} \right] e^{i\alpha_p x + i\beta_{pq} y}, \quad (\text{П6.4})$$

$\alpha_{pq} = k(u + p\lambda/d_x)$  и  $\beta_{pq} = k[v + (q - p\Delta/d_x)\lambda/d_y]$  – поперечные постоянные распространения, а  $\Gamma_{pq} = (\alpha_p^2 + \beta_{pq}^2 - k^2)^{1/2}$  и  $\tilde{\Gamma}_{spq} = [\alpha_p^2 + \beta_{pq}^2 - (k_s + i\alpha)^2]^{1/2}$  – основные и вспомогательные продольные постоянные распространения гармоник Флоке, представляющих спектральный ряд.

Первый (пространственный) ряд вспомогательных функций (П6.2) в представлении (П6.3) сходится экспоненциально при  $\alpha > 0$  и поэтому его суммирование не представляет проблем. Представление членов второго ряда в (П6.3) в виде разности (П6.4) составляет суть применения метода Куммера для ускорения сходимости спектрального представления функции Грина рассматриваемой задачи. Спектральный разностный ряд в (П6.3) при  $z \neq 0$  также сходится экспоненциально. Если  $z=0$ , то сходимость становится алгебраической и ее скорость определяется степенью сглаживания особенности, соответствующей  $R_{00} \rightarrow 0$ , при вычитании (П6.2) из членов ряда (П6.1). Заметим, что мнимая часть от  $\exp(ikR_{00})/R_{00}$  является гладкой бесконечно дифференцируемой функцией. Эта функция и аналогичные функции, соответствующие остальным источникам структуры, дают конечное число распространяющихся гармоник Флоке, образующихся при применении формулы суммирования Пуассона к ряду (П6.1). Бесконечное же число затухающих гармоник Флоке в спектральном разложении соответствует суперпозиции действительных частей функции Грина, включая функцию  $\cos(kR_{00})/R_{00}$  для центрального источника. Используя разложение косинуса в Тейлора, мы можем записать

$$\frac{\cos kR_{00}}{R_{00}} = \sum_{n=0}^{\infty} (-k^2)^n \frac{R_{00}^{2n-1}}{(2n)!}. \quad (\text{П6.5})$$

Устранение особенности и сглаживание функции (П6.5) обеспечивается компенсацией нескольких первых членов этого ряда аналогичными членами разложения вспомогательной функции  $f_{00}$ , определяемой формулой (П6.2). Проводя разложение  $f_{00}$  по степеням  $R_{00}$  и приравнивая первые  $2S$  коэффициентов этого разложения при нечетных степенях  $R_{00}$  соответствующим коэффициентам в (П6.5), получаем систему алгебраических уравнений

$$\sum_{s=1}^S a_s \operatorname{Re}\{(k_s + i\alpha)^{2n}\} = k^{2n} \quad (\text{П6.6})$$

для амплитуд  $a_s$  и фазовых постоянных  $k_s$  в зависимости от постоянной затухания  $\alpha$  при  $n=0, 1, \dots, 2S-1$ .

Рассмотрим частные случаи предлагаемого общего подхода. При  $S=1$  система (П6.6) состоит из двух уравнений, решениями которых являются  $a_1=1$  и  $k_1 = (k^2 + \alpha^2)^{1/2}$ . Эти решения как раз соответствуют методике, предложенной в [47] для вычисления функции Грина прямоугольного волновода В этом случае  $\tilde{\Gamma}_{spq} = (\Gamma_{pq}^2 - 2ik_1\alpha)^{1/2}$ , и коэффициенты (4) при больших  $\Gamma_{pq}$  и  $z=0$  ведут себя как

$$F_{pq} \sim \frac{3(k^2 + \alpha^2)\alpha^2}{2\Gamma_{pq}^5} e^{i\alpha_p x + i\beta_{pq} y}. \quad (\text{П6.7})$$

Асимптотика (П6.7) соответствует компенсации двух первых членов ряда (П6.5), и поэтому случай  $S=1$  естественно назвать методом Куммера второго порядка, как это предложено в [203].

Использование двух слагаемых во вспомогательной функции (П6.2), т.е. когда  $S=2$ , позволяет компенсировать четыре первых члена ряда (П6.5), что соответствует методу Куммера четвертого порядка. Система (П6.6) в этом случае содержит четыре уравнения

$$a_1 + a_2 = 1, \quad (\text{П6.8})$$

$$\sum_{s=1}^2 (k_s^2 - \alpha^2) a_s = k^2, \quad (\text{П6.9})$$

$$\sum_{s=1}^2 (k_s^4 - 6k_s^2 \alpha^2 + \alpha^4) a_s = k^4, \quad (\text{П6.10})$$

$$\sum_{s=1}^2 (k_s^6 - 15k_s^4 \alpha^2 + 15k_s^2 \alpha^4 - \alpha^6) a_s = k^6. \quad (\text{П6.11})$$

Уравнения (П6.9), (П6.10) и (П6.11) можно переписать в более удобном виде

$$k_1^2 a_1 + k_2^2 a_2 = k^2 + \alpha^2, \quad (\text{П6.12})$$

$$k_1^4 a_1 + k_2^4 a_2 = k^4 + 6k^2 \alpha^2 + 5\alpha^4, \quad (\text{П6.13})$$

$$k_1^6 a_1 + k_2^6 a_2 = k^6 + 15k^4 \alpha^2 + 75k^2 \alpha^4 + 61\alpha^6, \quad (\text{П6.14})$$

где уравнение (П6.12) получено с использованием (П6.8), уравнение (П6.13) – с использованием (П6.8) и (П6.12), а уравнение (П6.14) – с использованием (П6.8), (П6.12) и (П6.13).

Из уравнений (П6.8) и (П6.12) получаем

$$a_1 = \frac{k_2^2 - k^2 - \alpha^2}{k_2^2 - k_1^2}, \quad a_2 = \frac{k^2 + \alpha^2 - k_1^2}{k_2^2 - k_1^2}. \quad (\text{П6.15})$$

Подставляя (П6.15) в (П6.13) и (П6.14) и решая последние [235, 260], найдем

$$k_1 = \sqrt{k^2 + 7\alpha^2 - 2\alpha\sqrt{k^2 + 10\alpha^2}}, \quad (\text{П6.16})$$

$$k_2 = \sqrt{k^2 + 7\alpha^2 + 2\alpha\sqrt{k^2 + 10\alpha^2}}. \quad (\text{П6.17})$$

Подставляя (П6.16), (П6.17) и (П6.15) в (П6.4), и замечая, что  $\tilde{\Gamma}_{spq} = [\Gamma_{pq}^2 + k^2 - (k_s + i\alpha)^2]^{1/2}$ , можно показать, что первый член асимптотики (П6.4) при больших  $\Gamma_{pq}$  и  $z=0$  определяется формулой

$$F_{pq} \sim \frac{35(k^2 + \alpha^2)(k^2 + 9\alpha^2)\alpha^4}{2\Gamma_{pq}^9} e^{i\alpha_p x + i\beta_{pq} y}. \quad (\text{П6.18})$$

Как показано в [235, 260], скорость сходимости спектрального ряда, характеризуемая формулой (П6.18), уже достаточна, чтобы метод Куммера четвертого порядка успешно конкурировал с методом Эвальда [126], считающимся наиболее эффективным. Однако, если требуется еще более высокая скорость, то она может быть достигнута методом Куммера шестого порядка, соответствующего случаю  $S=3$ . Опуская громоздкие промежуточные выкладки, включающие решение кубического уравнения при решении системы (П6.6) из шести уравнений, запишем конечные формулы, полученные для фазовых постоянных вспомогательных волн

$$k_1 = \sqrt{k^2 + 23\alpha^2 - 2\alpha\sqrt{5k^2 + 126\alpha^2}}, \quad (\text{П6.19})$$

$$k_2 = \sqrt{k^2 + 9\alpha^2}, \quad (\text{П6.20})$$

$$k_3 = \sqrt{k^2 + 23\alpha^2 + 2\alpha\sqrt{5k^2 + 126\alpha^2}}, \quad (\text{П6.21})$$

и их амплитуд

$$a_1 = \frac{1}{2(5k^2 + 77\alpha^2)} \left( k^2 + 73\alpha^2 + \frac{9\alpha(3k^2 + 91\alpha^2)}{\sqrt{5k^2 + 126\alpha^2}} \right), \quad (\text{П6.22})$$

$$a_2 = \frac{4(k^2 + \alpha^2)}{5k^2 + 77\alpha^2}, \quad (\text{П6.23})$$

$$a_3 = \frac{1}{2(5k^2 + 77\alpha^2)} \left( k^2 + 73\alpha^2 - \frac{9\alpha(3k^2 + 91\alpha^2)}{\sqrt{5k^2 + 126\alpha^2}} \right). \quad (\text{П6.24})$$

Спектральный разностный ряд (П6.4) в этом случае сходится как  $\Gamma_{pq}^{-13}$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в рамках диссертационной работы получены следующие новые научные результаты.

1. Предложено определение идеальной контурной и секторной ДН элемента плоской решетки, как ДН, имеющая максимально высокий уровень в максимально широкой области сканирования при заданных периодах решетки. Показано, что если указанная область, которая, как впервые показано, может быть и многосвязной, полностью лежит в области видимости, то ДН различных элементов (управляемых входов решетки), а также соответствующие им амплитудные распределения в раскрыве решетки, являются ортогональными. С использованием связи между ДН и распределениями в раскрыве, установленной в работе, построена методика определения размеров и формы плоского раскрыва, обеспечивающих формирование ортогональных лучей по заданной регулярной декартовой сетке их расположения. Доказана принципиальная реализуемость идеальных контурной ДН элемента с использованием подрешеток плотно расположенных излучателей.

2. В рамках схемного метода предложена и теоретически исследована новая многокаскадная "шахматная" схема формирования перекрывающихся подрешеток с секторными ДН, имеющая определенные преимущества перед известными схемами. Разработан и экспериментально исследован макет ФАР с ее однокаскадным вариантом. Предложены и исследованы квазиоптические аналоги однокаскадной шахматной схемы, позволяющие формировать узкие секторные парциальные ДН в решетках крупноапертурных зеркальных и линзовых излучающих элементов.

3. Предложен новый подход к формированию секторных ДН элемента с использованием решеток двухмодовых волноводов с простыми щелевыми

связями, позволяющими упростить конструкцию по сравнению с известным аналогом. Разработаны математические модели таких решеток, с использованием которых получены новые результаты по формированию секторных ДН. Получены также новые экспериментальные результаты с использованием макета, спроектированного согласно теоретической модели. Теоретически и экспериментально показано, что в решетках указанного типа возможно формирование секторных ДН сравнительно высокого качества в  $(3\div 6)\%$ -й полосе частот.

4. Предложен новый подход к формированию секторных ДН элемента на основе использования пассивных реактивно нагруженных излучателей в виде ребристых структур в раскрыве решетки, обеспечивающих сильные взаимные связи по свободному пространству. Достоинством подхода является простота конструкции и малый продольный размер излучающей структуры. Разработаны математические модели проходного и отражательного вариантов ФАР, позволяющие проводить численную оптимизацию геометрии структуры (глубин канавок). Получено несколько вариантов ФАР и показано, что модулированные ребристые структуры позволяют формировать секторные ДН элемента в Е-плоскости шириной от 15 до 25 градусов, форма которых остается устойчивой в 1%-полосе частот. Один из вариантов реализован в макетном образце, работающем в X-диапазоне частот, экспериментальные исследования которого полностью подтвердили разработанную теорию.

5. Разработаны новые эффективные гибридные проекционные методы численного анализа решеток волноводов с выступающими диэлектрическими элементами, использующие меньшее число наборов неизвестных коэффициентов разложения полей по сравнению с версиями, ранее разработанными другими авторами. Методы реализованы в нескольких Фортран-программах, использованных для численного исследования возможностей формирования секторных и контурных ДН элемента. Получены многочисленные новые расчетные результаты, характеризующие как высокую

эффективность разработанных алгоритмов, так хорошие возможности решеток указанного типа по формированию секторных и контурных ДН элемента.

6. Предложен новый подход к формированию секторных ДН элемента, основанный на использовании ребристых стержневых элементов и их двумерных аналогов. Разработаны математические модели для анализа, оптимизации и теоретического исследования решеток с такими элементами и получены новые расчетные, показывающие хорошие возможности предложенного подхода. Проведены экспериментальные исследования макетов ФАР со стержневыми элементами, подтвердившие как эффективность разработанных математических алгоритмов, так и эффективность применения предложенных элементов для формированию секторных и контурных ДН в решетках различных диапазонов с периодами от 0.65 до 1.5 длины волны в полосе частот до 8%.

7. Предложен новый подход к формированию секторных ДН элемента в одной плоскости с одновременным обеспечением широкоугольного сканирования в другой плоскости на основе использования директорных антенных элементов. Разработана математическая модель ФАР с указанными директорными элементами. Для повышения эффективности суммирования двойных рядов, представляющих функцию Грина двумерно-периодических структур предложено новое выражение, основанное на обобщении одного известного метода вычисления функции Грина прямоугольного волновода. Проведены численные исследования решеток указанного типа и получены новые расчетные результаты, характеризующие возможности директорных элементов по формированию секторных ДН в одной плоскости. Показано, что указанные элементы позволяют формировать секторные ДН элемента высокого качества в Е-плоскости в 10%-й полосе частот.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айзенберг Г. З., Ямпольский В. Г., Терешин О. Н. Антенны УКВ. / Ч. 1. – М.: Связь, 1977.
2. Активные фазированные антенные решетки. / Под ред. Д. И. Воскресенского и А. И. Канащенкова. – М.: Радиотехника, 2004.
3. Алимова Л. И., Кинбер Б. Е., Классен В. И., Шишлов А. В. Возможность широкоугольного сканирования в гибридных зеркальных антеннах // Радиотехника и электроника. – 1981. – Т. 27. – №12. – С. 2500-2510.
4. Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч.-П. Теория и анализ фазированных антенных решеток. – М.: Мир, 1974.
5. Андреев В. Ф. Анализ периодических систем из элементов продольного типа // Радиотехника и электроника. – 1973. – Т. 28. – №1. – С. 40-48.
6. Андреев В. Ф. О конфигурации парциальных диаграмм направленности антенных решеток, образованных излучателями продольного типа // Вопросы радиоэлектроники - Серия ОТ. – 1980. – Вып. 12. – С. 3-11.
7. Андрейчук М. И., Войтович Н. Н., Савенко П. А., Ткачук В. П. Синтез антенн по амплитудной диаграмме направленности. Численные методы и алгоритмы. – Киев: Наукова думка, 1993.
8. Антенны и устройства СВЧ (Расчет и проектирование антенных решеток и их излучающих элементов). / Под ред. Д. И. Воскресенского. – М.: Советское радио, 1972.
9. Антенны и устройства СВЧ (Проектирование фазированных антенных решеток). / Под ред. Д. И. Воскресенского. – М.: Радио и связь, 1981.
10. Антенны и устройства СВЧ (Проектирование фазированных антенных решеток). / Под ред. Д. И. Воскресенского. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Радио и связь, 1994.

11. Бакланов Е. В., Бохан В. А., Вайнер Ю. А., Новикова Л. М. Диаграмма излучения продольного элемента в бесконечной периодической решетке // Радиотехника и электроника. – 1972. – Т. 17. – № 1. – С. 30-36.
12. Банков С. Е., Калошин В. А., Фролова Е. В. Компьютерное проектирование и экспериментальное исследование кластерного излучателя на основе EBG структуры // Журнал радиоэлектроники. – 2009. – №3. – <http://jre.cplire.ru>.
13. Банков С. Е. Диаграммообразующая схема на неодинаковых связанных волноводах // Радиотехника и электроника. – 2009. – Т. 54. – №7. – С.796-805.
14. Батов П. Л., Доброжанская О. Л. Результаты проектирования многомодовых диэлектрических стержневых излучателей для ФАР // Антенны. – 2008. – Вып. 5. – С. 58-63.
15. Бахрах Л. Д., Галимов Г. К. Зеркальные сканирующие антенны. – М.: Наука, 1981.
16. Бахрах Л. Д., Кременецкий С. Д. Синтез излучающих систем (Теория и методы расчета). – М.: Советское радио, 1974.
17. Бененсон Л. С. Многолучевые антенны // Радиотехника и электроника. – 1996. – Т. 41ю – №7. – С. 806-811.
18. Бодров В. В., Марков Г. Т. Возбуждение периодических антенных решеток // Сб. научно-методических статей по прикладной электродинамике. – М.: Высшая школа, 1977. – Вып. 1. – С. 129-162.
19. Бубнов Г. Г., Никулин С. М., Серяков Ю. Н., Фурсов С. А. Коммутационный метод измерения характеристик ФАР. – М.: Радио и связь, 1988.
20. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. – М.: Советское радио, 1966.
21. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988.

22. Ванке В. А., Запорожец А. А. Синтез максимально плоской диаграммы направленности передающей антенны тракта передачи энергии СВЧ-пучком // Радиотехника и электроника. – 1989. – Т. 34. – №12. – С. 2643-2647.
23. Вендик О. Г. Синтез линейки излучателей с немеханическим качанием луча // Известия ВУЗов - Радиотехника. – 1960. – Т. 3. – №1. – С. 77-86.
24. Вендик О. Г. Антенны с немеханическим движением луча (Введение в теорию). – М.: Советское радио, 1965.
25. Вендик О. Г., Рыжкова Л. В. Синтез схемы компенсации взаимной связи излучателей в фазированной антенной решетке // Антенны. – 1968. – Вып. 4. – С. 42-50.
26. Вендик О. Г., Парнес М. Д. Антенны с электрическим сканированием (Введение в теорию). / Под ред. Л. Д. Бахраха. – М.: САЙНС-ПРЕСС, 2002.
27. Вилер Г. А. Антенная решетка с ограниченным сектором сканирования // А. С. № 1052154 (СССР). М. кл. Н 01 Q 3/26, 1983.
28. Виниченко Ю. П., Захарьев Л. Н., Леманский А. А., Туманская А. Е. Дифракция плоской волны на решетке плоских волноводов с выступающими диэлектрическими пластинами // Радиотехника и электроника. – 1972. – Т. 17. – № 7. – С. 1382-1386.
29. Виниченко Ю. П., Захарьев Л. Н., Леманский А. А., Туманская А. Е. Собственные типы волн и постоянные распространения решетки диэлектрических стержней // Радиотехника и электроника. – 1974. – Т. 19. – № 8. – С. 1583-1589.
30. Виниченко Ю. П., Захарьев Л. Н., Леманский А. А., Полянский Н. И., Туманская А. Е. Характеристики раскрыва решетки волноводно-стержневого типа // Радиотехника и электроника. – 1975. – Т. 20. – № 9. – С. 1804-1809.
31. Воскресенский Д. И., Гринев А. Ю., Воронин Е. Н. Радиооптические антенные решетки. – М.: Радио и связь, 1986.

32. Воскресенский Д. И., Пономарев Л. И., Филиппов В. С. Выпуклые сканирующие антенны. – М.: Советское радио, 1978.
33. Вычислительные методы в электродинамике. / Под ред. Р. Миттры. – М.: Мир, 1977.
34. Вязигин А. С. Формирование секторных парциальных диаграмм направленности в антенных решетках двухмодовых волноводов. / Дипломная работа МФТИ. – М.: НИИРФ, 1993.
35. Ганин С. А., Полухин Г. А. Антенная решетка из крупноапертурных модулей с круглыми апертурами // Радиотехника. – 1991. – №4. – С. 58-60.
36. Гармаш В. Н. Теория и методы обработки информации в радиосистемах (Учебное пособие МФТИ). – М.: МФТИ, 1987.
37. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физматгиз, 1963.
38. Денисенко В. В., Дубров Ю. Б., Корчемкин Ю. Б., Макота В. А., Николаев А. М., Толкачев А. А., Шитиков А. М., Шишлов А. В., Шубов А. Г. Многоэлементная ФАР Ka-диапазона волн // Антенны. – 2005. – Вып. 1. – С. 7-14.
39. Дмитриев В. И., Чечкин А. В. Методы решения задач синтеза антенн. – М.: Изд-во МГУ, 1969.
40. Дмитриев В. И., Березина Н. И. Численные методы решения задач синтеза излучающих систем. – М.: Изд-во МГУ, 1986.
41. Егоров Ю. В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. – М.: Советское радио, 1967.
42. Еом С. Ю., Пио Ч. С., Джон С. И. и др. Исследование плоской антенной решетки с секторной диаграммой направленности для перспективных базовых станций мобильной связи // Антенны. – 2005. – №1. – С. 30-38.

43. Еремин Ю. А., Свешников А. Г. Метод дискретных источников в задачах рассеяния электромагнитных волн // Успехи современной радиоэлектроники. – 2003. – №10. – С. 3-40.
44. Зелкин Е. Г. Построение излучающей системы по заданной диаграмме направленности. – М.: Госэнергоиздат, 1963.
45. Зелкин Е. Г., Соколов В. Г. Методы синтеза антенн. – М.: Советское радио, 1980.
46. Зелкин Е. Г., Кравченко В. Ф., Гусевский В. И. Конструктивные методы аппроксимации в теории антенн. – М.: САЙНС-ПРЕСС, 2005.
47. Иванишин М. М. Применение интегральных уравнений к задаче о цилиндре в прямоугольном волноводе. // Радиотехника и электроника. – 1984. – Т. 29. – №10. – С. 1887-1895.
48. Ильинский А. С., Косич Н. Б. Дифракция плоской волны на двумерной периодической структуре // Радиотехника и электроника. – 1974. – Т. 19. – №6. – С. 1171-1177.
49. Ильинский А. С., Свешников А. Г. Численные методы в задачах дифракции на неоднородных периодических структурах // Сб. научно-методических статей по прикладной электродинамике. – М.: Высшая школы, 1977. – Вып. 1. – С. 51-93.
50. Ильинский А. С., Трубников С. В. Расчет фазированной антенной решетки волноводно-стержневого типа прямым проекционным методом // Численные методы электродинамики. – М.: Изд. МГУ, 1980. – С. 26-54.
51. Ильинский А. С., Слепян Г. Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. – М.: Изд-во МГУ, 1983.
52. Инденбом М. В., Филиппов В. С. Анализ и оптимизация директорных излучателей в плоской антенной решетке // Известия ВУЗов - Радиоэлектроника. – 1979. – Т. 22. – №2. – С. 34-41.

53. Кинбер Б. Е., Классен В. И., Тоболев А. К., Шишлов А. В. Экспериментальная проверка отклонения луча в гибридной зеркальной антенны в широком секторе углов // Радиотехника и электроника. – 1984. – Т. 29. – №8. – С. 1462-1471.

54. Коваленко А. Н. Применение проекционного метода к расчету периодических фазированных решеток из диэлектрических излучателей, возбуждаемых волноводами // Труды МИРЭА. Электродинамика, антенны и техника СВЧ. – 1974. – Вып. 70. – С. 60-72.

55. Конторович М. И., Петрунькин В. Ю. О наименьшем числе элементов в антенне с электрическим качанием луча // Радиотехника и электроника. – 1961. – Т. 6. – №12. – С. 1982–1988.

56. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1977.

57. Крехтунов В. М., Тюлин В. А. Собственные волны решетки диэлектрических стержней с неортогональной сеткой расположения элементов // Радиотехника и электроника. – 1980. – Т. 25. – №1. – С. 44-50.

58. Крехтунов В. М., Тюлин В. А. Дифракция электромагнитных волн на двумерно-периодической волноводно-диэлектрической решетке // Радиотехника и электроника. – 1983. – Т. 28. – №2. – С. 209-216.

59. Ку Б. Ж., Ким Я. С., Канг Д. С. и др. Задача создания многопанельной многолучевой антенны для стратосферной системы связи. Этапы разработки // Антенны. – 2005. – Вып. 1. – С. 22-29.

60. Лопез А. Р. Антенная решетка // А. С. № 1077586 (СССР). – М. кл. Н 01 Q 3/26, 1981.

61. Маделунг Э. Математический аппарат физики. – М.: Наука, 1968.

62. Малакшинов Н. П., Смагин А. С. Применение метода эквивалентных источников для решения задачи излучения решетки плоских волноводов в присутствии рассеивающей структуры в апертуре // Межвузовский сборник

научных трудов "Автоматизированное проектирование устройств СВЧ". – М.: МИРЭА 1987. – С. 58-66.

63. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. – М.: Радио и связь, 1967.

64. Марков Г. Т., Сазонов Д. М. Антенны. – М.: Энергия, 1975.

65. Мемелова (Япарова) А. А. Алгоритмы одномерного метода конечных элементов для анализа волноводно-диэлектрических решеток. / Бакалаврская дипломная работа МФТИ. – М.: ОАО "Радиофизика", 2006.

66. Минкович Б. М., Яковлев В. П. Теория синтеза антенн. – М.: Советское радио, 1969.

67. Минц М. Я., Прилепский Е. Д., Заслонко В. М. Оптимизация коэффициента концентрации мощности излучения антенны с круглым раскрытием и максимально плоской диаграммой направленности // Радиотехника и электроника. – 1988. – Т. 33. – №9. – С. 1888-1894.

68. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. – М.: Мир, 1974.

69. Михеев С. М. Минимальное количество амплитудных коммутаторов в коммутационных сканирующих антеннах и их элементах // Известия ВУЗов - Радиоэлектроника. – 1968. – Т. 11. – №5. – С. 520-528.

70. Монзинго Р. А., Миллер Т. У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. – М.: Радио и связь, 1986.

71. Наймушин М. П., Соболев Б. С., Авксентьев А. А. Применение пассивных элементов в антенных решетках // Антенны и СВЧ узлы радиотехнических устройств. – Свердловск: Изд. УПИ, 1976. – С. 42-47.

72. Никитин К. В. Анализ антенных решеток с периодическими диэлектрическими покрытиями методом объемных интегральных уравнений. / Дипломная работа МФТИ. – М.: МФТИ, 1998.

73. Пистолькорс А. А., Литвинов О. С. Введение в теорию адаптивных антенн. – М.: Наука, 1991.
74. Полухин Г. А., Шубов А. Г. Фазированные антенные решетки с минимальным числом модулей // Радиотехника. – 1982. – Т. 37. – №1. – С. 31-38.
75. Полухин Г. А. Фазированная антенная решетка // А. С. № 995172 (СССР). – М. кл. Н 01 Q 21/00, 1983.
76. Полухин Г. А. Анализ диаграммы направленности фазированной антенной решетки из крупноапертурных модулей // Радиотехника. – 1989. – №2. – С. 53-55.
77. Пономарев Л. И., Степаненко В. И. Сканирующие многочастотные совмещенные антенные решетки. – М.: Радиотехника, 2009.
78. Радиолокация России (Биографическая энциклопедия). – М.: Столичная энциклопедия, 2007.
79. Ратынский М. В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. – М.: Радио и связь, 2003.
80. Реутов А. С., Шишлов А. В. Гибридные зеркальные антенны на основе фокусаторов для сканирования в одной плоскости // Труды LV научной сессии, посвященной Дню Радио "Радиотехника, электроника и связь на рубеже тысячелетия". – Москва 2000. – С. 72-73.
81. Серяков Ю. Н. Активная передающая решетка с использованием взаимного влияния излучателей для синхронизации и фазировки автогенераторов // Труды МАИ. / Сб. статей под ред. Воскресенского Д.И. – 1970. – Вып. 203.
82. Сканирующие антенные системы СВЧ. / Под ред. Р. С. Хансена (Пер. с английского под ред. Г. Т. Маркова и А. Ф. Чаплина). – М.: Советское радио, 1966 (том I), 1969 (том II), 1971 (том III).

83. Сканирующие антенны сверхвысоких частот. / Сб. статей под ред. Л. Н. Дерюгина. – М.: Машиностроение, 1964.
84. Создание и использование математических моделей для исследования электродинамических характеристик волноводных излучающих периодических систем. – Отчет по НИР Брянского ГПИ под рук. Трубникова С. В. – Рег. № 0097831. Брянск, 1988.
85. Спутниковая связь и вещание. / Под ред. Л. Я. Кантора, 2-е изд. – М.: Радио и связь, 1988.
86. Толкачев А. А., Доминюк Я. В., Маркин Г. В., Епифанов М. А., Шишлов А. В., Шубов А. Г. Промышленный образец модуля ФАР миллиметрового диапазона волн // Труды XXVII научной конференции по теории и технике антенн (Москва, 23-25 августа 1994 г.). – С. 69-72.
87. Толкачев А. А., Макота В. А., Павлова М. П., Николаев А. М., Денисенко В. В., Соловьев Г. К. Большая радиолокационная ФАР миллиметрового диапазона волн // Антенны. – 1999. – №1. – С. 4-11.
88. Толкачев А. А. Радиолокационная станция "Аргунь" (К 30-летию полигонных испытаний). // Радиотехника. – 2006. – №10. – С. 9-13.
89. Трубников С. В. Проекционные методы исследования электродинамических задач волноводных и волноводно-стержневых излучающих систем. Дисс. ... к.ф.-м.н. – М.: МГУ, 1980.
90. Устройства СВЧ и антенны (Проектирование фазированных антенных решеток). / Под ред. Д. И. Воскресенского. 3-е изд., доп. и переаб. – М.: Радиотехника, 2003.
91. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975.
92. Чаплин А. Ф., Маккавеева В. Ф. Синтез решетки импедансных нитей // Известия ВУЗов - Радиофизика. – 1977. – Т. 20. – № 2. – С 274-279.

93. Чаплин А. Ф. Анализ и синтез антенных решеток. – Львов: Вища школа, 1987.
94. Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн. – М.: Советское радио, 1970.
95. Шишлов А. В. Теория и проектирование зеркальных антенн для радиосистем с контурными зонами обслуживания // Радиотехника. – 2007. – №4. – С. 39-49.
96. Янке Э., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1977.
97. Allen J. L. A theoretical limitation on the formation of lossless multiple beams in linear arrays // IRE Transactions on Antennas and Propagation. – 1961. – V. AP-9. – №4. – P. 350-352.
98. Allen J. L. Gain and impedance variation in scanned dipole arrays // IRE Transactions on Antennas and Propagation. – 1962. – V. AP-10. – №5. – P. 566-572.
99. Amitay N, Cook J. S., Pecina R. G., Wu C. P. On mutual coupling and matching conditions in large planar phased arrays // IEEE AP-S International Symposium Digestы – 1964. – P. 150-156.
100. Amitay N., Galindo V. On the scalar product of certain circular and Cartesian wave functions // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1968. – V. MTT-16. – №4. – P. 265-266.
101. Amitay N., Gans M. J. Design of rectangular horn arrays with oversized aperture elements // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1981. – V. AP-29. – №6. – P. 871-884.
102. Arndt F., Wolff K., Brünjes L., Heyen R., Siefken-Herrlich F., Bothmer W., Forgber E. Generalized moment method analysis of planar reactively loaded rectangular waveguide arrays // IEEE Transactions on Antennas and Propagations. – March 1989. – V. 37. №3. – P. 329-338.

103. Bankov S. E., Kaloshin V. A., Frolova E. V. Beam forming networks on the base of coupled waveguides for multi-beam hybrid antennas // Draft Proceedings of PIERS 2009 (Moscow, Russia, August 18-21, 2009). – P. 432-437.

104. Bayard J.-P. R., Cooley M. E., Shaubert D. H. Analysis of infinite arrays of printed dipoles on dielectric sheets perpendicular to a ground plane // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – Dec. 1991. – V. 39. – №12. – P. 1722-1732.

105. Borgiotti G. V. An antenna for limited scan in one plane: Design criteria and numerical simulation // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – Jan. 1977. – V. AP-25. №1. – P. 232-243.

106. Brookner E. Phased arrays: major advances and future trends into the next millennium // Proc. of The XXVIII Moscow International Conference on Antenna Theory and Techniques (Moscow, Russia, September 22-24, 1998). – P. 24-42.

107. Brunstein S. A., Thomas R. F. Characteristics of a cigar antenna // JPL Quarterly Technical Review. – July 1971. – V. 1. – №2. – P. 87-95.

108. Butler J., Love R. Beam forming matrix simplifies design of electronically scanned antennas // Electronic Design. – 12 Apr. 1961. – V. 9. – P. 170-173.

109. Chang V. W. H. Infinite phased dipole array // Proceedings of the IEEE. – Nov. 1968. – V. 56. – №11. – P. 1892-1900.

110. Chen C. C. Scattering by a two-dimensional periodic array of conducting plates // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – Sep. 1970. – V. AP-18. – №5. – P. 660-665.

111. Chen C. C., Liu Y. P. Suppression of grating lobes by parasitic array elements // 1975 IEEE Int. Antennas Propagat. Symp. Dig. (June 1975). – V. 13. – P. 185-188.

112. Clarricoats P. J. B., Slinn K. R. Numerical solution of waveguide-discontinuity problems // IEE Proceedings. – 1967. – V. 114. – №7. – P. 878-886.

113. Colin J.-M., Renard C., Mangelot C. Phased array antennas: status and new developments in France // Proc. of The XXVIII Moscow Internat. Conf. on Antenna Theory and Techn. (Moscow, Russia, September 22-24, 1998). – P. 47-54.
114. Compton R. T. (Jr.) Adaptive antennas. – Prentice-Hall, 1988.
115. Corey L. E. A survey of Russian low cost phased array technology // IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology (Boston, MA, October 15-18, 1996). – P. 255-259.
116. Cullen A. L. Phase-interpolation locking – new technique for beam steered active antennas // Electronics Letters. – 1974. – V. 10. – №6. – P. 81-82.
117. Davidovitz M. An approach to analysis of waveguide arrays with shaped dielectric insets and protrusions // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – Feb. 2001. – V. 49. – №2. – P. 355-361.
118. Denisenko V. V., Shubov A. G., Majorov A. V., Egorov E. N., Kashaev N. K. Millimeter-wave printed circuit antenna system for automotive applications // IEEE MTT-S 2001 International Microwave Symposium Digest (Phoenix, Arizona, May 20-25, 2001). – V. III. – P. 2247-2250.
119. Diamond B. L. A generalized approach to the analysis of infinite planar array antennas // Proceedings of the IEEE. – Nov. 1968. – V. 56. – №11. – P. 1837-1851.
120. Duffy S. M., Santiago D. D., Herd J. S. Design of overlapped subarrays using an RFIC beamformer // 2007 IEEE Antennas and Propagation Int. Symp. (Aloha, Hawaii, 9-15 June, 2007). – P. 1949-1952.
121. DuFort E. C. Constrained feeds for limited scan arrays // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – May 1978. – V. AP-26. – №3. – P. 407-413.
122. DuFort E. C. Limited scan phased array system // US Pat. №4228436. – Int. Cl. H 01 Q 3/26. – 1980.

123. Egorov E. N., Epshtein A. L., Guskov G. Ya., Levitan B. A., Sbitnev G. V., Shishlov A. V. New technology in multibeam and scanning antennas // Proc. of APSCC'94 Workshop (Seoul, Korea, October 26-28, 1994). – P. 211-221.

124. English W. J. The circular waveguide step-discontinuity mode transducer // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – Oct. 1973. – V. MTT-21. №10. – P. 633-636.

125. Eshrah I. A., Kishk A. A., Yakovlev A. B., Glisson A. W. Theory and implementation of dielectric resonator antenna excited by a waveguide slot // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2005. – V. 53. – №1. – Pt. II. – P. 483-494.

126. Ewald P. P. Die Berechnung Optischer und Elektrostatischer Gitter-Potentiale // Ann. Phys. – 1921. – V. 64. – P. 253-287 (Translated by A. Cornell, Atomics International Library, 1964).

127. Fourikis N. Phased array-based systems and applications. – N.Y.: Wiley-Interscience, 1997.

128. Franchi P. R., Mailloux R. J. Theoretical and experimental study of metal grid angular filters for sidelobe suppression // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – May 1983. – V. AP-31. – №3. – P. 445-450.

129. Frazita R. F., Lopez A. R., Giannini R. J. Limited scan antenna system with sharp cutoff of element pattern // US Pat. №4041501. – Int. Cl. H 01 Q 3/26. – 1977.

130. Galindo-Israel V., Lee S.-W., Mittra R. Synthesis of a laterally displaced cluster feed for a reflector antenna with application to multiple beams and contoured patterns // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1978. – V. AP-26. – №2. – P. 220-228.

131. Hannan P. W. The element-gain paradox for a phased-array antenna // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1964. – V. AP-12. – №4. – P. 423-433.

132. Hannan P. W., Lerner D. S., Knittel G. H. Impedance matching a phased-array antenna over wide scan angles by connecting circuits // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1965. – V. AP-13. – №1. – P. 28-34.
133. Hannan P. W. Proof that a phased-array antenna can be impedance matched for all scan angles // Radio Science. – 1967. – V. 3. – №3. – P. 361-369.
134. Hannan P. W. Discovery of an array surface wave in a simulator // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1967. – V. AP-15. – №4. – P. 574-575.
135. Hansen R. C. Phased array antennas. – New York: Wiley, 1998.
136. Harrington R. F., Mautz J. R. Control of radar scattering by reactive loading // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – July 1972. – V. AP-20. – №4. – P. 446-454.
137. Harrington R. F. Reactively controlled directive arrays // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – May 1978. – V. 26. – №3. – P. 390-395.
138. Herd J., D'Angelo J. Efficient modeling of complex three dimensional antenna elements in finite arrays // 1998 IEEE AP-S International Symposium Digest (Atlanta, GA, 1988). – P. 768-771.
139. Herd J. S., Duffy S. M., Steyskal H. Design considerations and results for an overlapped subarray radar antenna // 2005 IEEE Aerospace Conf. Dig. (Big Sky, MT, 5-12 March, 2005). – P. 1087-1092.
140. Hessel A., Knittel G. H. A loaded ground plane for the elimination of blindness in a phased-array antenna // 1969 IEEE Group on Antennas and Propagation Int. Symp. Dig. – 1969. – V. 7. – P. 163-169.
141. Holter H., Chio T.-H., Schaubert D. H. Experimental results of 144-element dual-polarized endfire tapered-slot phased arrays // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2000. – V. 48. – №11. – P. 1707-1718.
142. Hudson J. E. Adaptive array principles. – IEE/Peregrinus, 1981.

143. Ivashina M. V., Ng Mou Kehn M., Kildal P.-S., Maaskant R. Control of reflection and mutual coupling losses in maximizing efficiency of dense focal plane arrays // Proc. of 2006 European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP). – Nice, France, Nov. 2006.

144. Ivashina M. V., Ng Mou Kehn M., Kildal P.-S., Franzen M. Radiation efficiency as a fundamental limitation of wideband dense arrays for multi-beam applications // Proc. of 29<sup>th</sup> ESA Antenna Workshop on Multiple Beams and Reconfigurable Antennas (ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, 18-20 Apr. 2007). – P. 118-121.

145. Ivashina M. V., Ng Mou Kehn M., Kildal P.-S., Maaskant R. Decoupling efficiency of a wideband Vivaldi focal plane array feeding a reflector antenna // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2009. – V. 57. – №2. – P. 373-382.

146. James G. L. Analysis and design of TE<sub>11</sub>-to-HE<sub>11</sub> corrugated cylindrical waveguide mode converters // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – Oct. 1981. – V. MTT-29. – №10. – P. 1059-1066.

147. Jeon S. I. et al. Vehicular active antenna system with combined electronical and mechanical beam steering for reception from DBS in Ku-band // Proc. of The XXVIII Moscow International Conference on Antenna Theory and Techn. (Moscow, Russia, 22-24 September 1998). – P. 72-77.

148. Johansson J. F. Theoretical limits for aperture efficiency in multi-beam antenna systems // Research Report №161. Dept. of Radio and Space Systems, Chalmers University of Technology. (Gothenburg, Sweden, August 1988).

149. Johansson J. F. Stein's limit for finite and infinite multi-beam arrays // 1989 IEEE Int. Antennas Propag. Symp. Dig. (June 1989). – V. 27. – P. 713-716.

150. Johansson J. F. Fundamental limits for focal plane array efficiency // Multi-feed Systems for Radio Telescopes. ASP Conference Series. – 1995. – V. 75. – P. 34-41.

151. Jones D. E. A limited-scan, 20 GHz, active transmitting antenna for space applications // Digest of the IEEE APS International Symposium (Albuquerque, NM, May 24-28, 1982). – V. 2. – P. 435-438.
152. Josefsson L., Persson P. Conformal array antenna theory and design. – New York: Wiley-IEEE Press, 2006.
153. Kachwalla Z. A. Limited-scan linear array using overlapping subarrays // Journal of Electrical and Electronics Engineering, Australia – IE Aust. & IREE Aust. – June 1983. – V. 3. – №2. – P. 126-131.
154. Kahn W. K. Ideal efficiency of a radiating element in an infinite array // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1967. – V. AP-15. – №4. – P. 534-538.
155. Kahn W. K. Element efficiency: a unifying concept for array antennas // IEEE Antennas and Propagation Magazine. – August 2007. – V. 49. – №4. – P. 48-56.
156. Kaklamani D. I., Anastassiou H. T. Aspects of the method of auxiliary sources (MAS) in computational electromagnetics // IEEE Antennas and Propagation Magazine. – June 2002. – V. 44. – №3. – P. 48-64.
157. Kawakami H., Sato G., Wakabayashi R. Research on circularly polarized conical-beam antennas // IEEE Antennas and Propagation Magazine. – June 1997. – V. 39. – №3. – P. 27-39.
158. Kildal P.-S. Radiation characteristics of the EISCAT VHF parabolic cylindrical reflector antenna // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1984. – V. AP-32. – №6. – P. 541–552.
159. Kildal P.-S. Aperture efficiency and line feed phase center of parabolic cylindrical reflector antenna // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1984. – V. AP-32. – №6. – P. 553–561.
160. Kildal P.-S., Franzén M., Ivashina M., Van Cappellen W. Measurement of embedded element efficiencies of wideband dense arrays in reverberation chamber

// The 2-nd European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2007) Edinburgh, UK, 11-16 November 2007.

161. King D., Peters H. Element interaction in steerable arrays // The Microwave Journal. – 1963. – V. 6. – №2. – P. 73-77.

162. Kishk A. A. Dielectric resonator antenna elements for array applications // 2003 IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology (Boston, Massachusetts, October 14-17, 2003). – P. 300-305.

163. Kondratiev A. S. An elementwise synthesis method for reactively loaded antenna arrays // Millennium Conference on Antennas & Propagation Davos, (Switzerland, 9-14 April, 2000). – V. I. – P. 194.

164. Lewis R. L., Hessel A., Knittel G. H. Performance of a protruding-dielectric waveguide element in a phased array // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – Nov. 1972. – V. AP-20. – №6. – P. 712-722.

165. Lopez A. R. Array antenna system // US Pat. №4321605. – Int. Cl. H 01 Q 21/00. – 1982.

166. Ludwig A. C. Computation of radiation patterns involving numerical double integration // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1968. – V. AP-16. – №6. – P. 767-769.

167. Luzwick J., Harrington R. F. A reactively loaded aperture antenna array // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – July 1978. – V. AP-26. – №4. – P. 543-547.

168. Ma M. T. Theory and application of antenna arrays. – N.Y.: Wiley-Interscience, 1974.

169. Mailloux R. J., Caron P. R. A class of phase interpolation circuits for scanning phase arrays // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1970. – V. AP-18. – №1. – P. 114-116.

170. Mailloux R. J. Surface waves and anomalous wave radiation nulls in phased arrays of TEM waveguides with fences // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – March 1972. – V. AP-20. – №2. – P. 160-166.

171. Mailloux R. J. An overlapped subarray for limited scan application // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – May 1974. – V. AP-22. – №3. – P. 487-489.

172. Mailloux R. J. Synthesis of spatial filters with Chebyshev characteristics // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – March 1976. – V. AP-24. – №2. – P. 174-181.

173. Mailloux R. J., Franchi P. R. Phased array antenna with array elements coupled to form a multiplicity of overlapped subarrays // US Pat. №3938160. – Int. Cl. H 01 Q 3/26. – 1976.

174. Mailloux R. J., Zahn L., Martinez A., Forbes G. Grating lobe control in limited scan arrays // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – Jan. 1979. – V. AP-27. – №1. – P. 79-85.

175. Mailloux R. J. Phased array antenna handbook. – Norwood, MA: Artech House, 1994.

176. Mailloux R. J. Antenna architectures for large radar arrays // Millennium Conference on Antennas and Propagation (Davos, Switzerland, 9-14 April 2000). – V. I. – P. 174.

177. Mailloux R. J. Phased array antenna handbook. / 2<sup>nd</sup> Edition. – Norwood, MA: Artech House, 2005.

178. Mailloux R. J. Electronically scanned arrays (Synthesis lectures on antennas #6). – Morgan & Claypool, 2007.

179. McGrath D. T. Accelerated periodic hybrid finite element method analysis for integrated array element and radome design // 2000 IEEE Internat. Conf. on Phased Array Systems and Technology (Dana-Point, CA, May 21-25, 2000). – P. 319-322.

180. Nemit J. T. Network approach for reducing the number of phase shifters in a limited scan phase array // US Pat. №3803625. – Int. Cl. H 01 Q 3/26. – 1974.

181. Ng Mou Kehn M., Kildal P.-S. Fundamental limitations of focal plane arrays characterized in terms of radiation efficiencies of their embedded element patterns // Proc. 2006 IEEE AP-S Internat. Symp. (Albuquerque, NM, USA, July 2006). – P. 4319-4322.

182. Ng Mou Kehn M., Ivashina M. V., Kildal P.-S., Maaskant R. Definition of unifying decoupling efficiency of different array antennas – Case study of dense focal plane array feed for parabolic reflector // International Journal of Electronics and Communications (AEU). – 2009. – doi: 10.1016/j.aeue.2009.02.011.

183. Palumbo B. Some examples of system developments in Italy based on phased array technology // IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology (Boston, MA, October 15-18, 1996). – P. 444-449.

184. Patton W. Limited scan arrays. // Phased Array Antennas: Proc. 1970 Phased Array Symp. / Ed. by A. A. Oliner and G. A. Knittel (Dedham, MA, 1972). – P. 254-270.

185. Pinello W. P., Lee R., Cangellaris A. C. Finite element modeling of electromagnetic wave interactions with periodic dielectric structures // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – Dec. 1994. – V. 42. – №12. – P. 2294-2301.

186. Practical phased array antenna systems. / Ed. by E. Brookner. – Artech House, 1997.

187. Reudink D. O. Progress on the application of phased arrays in communications satellites // ESA/COST 204 Phased-Array Workshop (Noordwijk, The Netherlands, June 13, 1983). – P. 45-48.

188. Reutov A. S., Shishlov A. V. Focuser-based hybrid antennas for one-dimensional beam steering // Proc. of 2000 IEEE International Conference on

Phased Array Systems & Technology (Dana Point, California, May 21-25, 2000). – P. 411-414.

189. Reutov A. S., Shishlov A. V. Hybrid antennas with shaped reflectors for limited beam steering // Proc. of the IV<sup>th</sup> International Conference on Antenna Theory and Techniques (Sevastopol, Ukraine, September 9-12, 2003). – V. 1. – P. 264-267.

190. Sakakibara K., Watanabe T., Sato K., Nishikawa K. Slotted waveguide array antenna for automotive radar systems // Millennium Conference on Antennas and Propagation (Davos, Switzerland, 9-14 April 2000). – V. I. – P. 598.

191. Seth D. P. S., Chow Y. L. On linear parasitic array of dipoles with reactive loading // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – May 1973. – V. AP-21. – №3. – P. 286-292.

192. Shelton J. P. Multiple feed systems for objectives // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – Nov. 1965. – V. AP-13. – №6. – P. 992-994.

193. Sibille A. Reactively loaded adaptive circular arrays for wireless communications // 1998 IEEE Int. Antennas Propagat. Symp. Dig. (June 1998). – V. 36. – P. 2232-2235.

194. Solbach K. Below-resonant-length slot radiators for traveling-wave-array antennas // IEEE Antennas and Propagation Magazine. – 1996. – V. 38. – №1. – P. 7-14.

195. Stangel J. A basic theorem concerning the electronic scanning capabilities of antennas // URSI Commission VI Spring Meeting (11 June 1974).

196. Stein S. On cross coupling in multiple-beam antennas // IRE Transactions on Antennas and Propagation. – 1962. – V. AP-10. – №5. – P. 548-557.

197. Tanaka S., Chiba K., Chiba T., Nakazato H. Ceramic rod array scanned with ferrite phase shifters // Proceedings of the IEEE. – Nov. 1968. – V. 56. – №11. – P. 2000-2010.

198. Tolkachev A. A., Denisenko V. V., Shishlov A. V., Shubov A. G. High gain antenna systems for millimeter wave radars with combined electrical and mechanical beam steering // IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology (Boston, MA, 15–18 October 1996). – P. 266-271.

199. Tolkachev A. A., Korchemkin Yu. B., Majorov A. V., Milevsky N. P. Phase shifters for millimeter-wave band multi-element phased arrays // Proc. of The 4<sup>th</sup> International Symposium on Antennas and EM Theory (Xi'an, China, August 1997). – P. 583-586.

200. Tolkachev A. A., Denisenko V. V., Soloviev G. K., Makota V. A., Pavlova M. P., Nikolayev A. M. Large-apertured radar phased array antenna of K<sub>a</sub>-band // Proc. of The XXVIII Moscow Internat. Conf. on Antenna Theory and Techn. (Moscow, Russia, September 22-24, 1998). – P. 15-23.

201. Tolkachev A. A., Levitan B. A., Solovjev G. K., Veytsel V. V., Farber V. E. A megawatt power millimeter-wave phased-array radar // Aerospace and Electronic Systems Magazine. – 2000. – V. 15. – №7. – P. 25-31.

202. Tsandoulas G. N., Fitzgerald W. D. Aperture efficiency enhancement in dielectrically loaded horns // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – Jan. 1972. – V. AP-20. – №1. – P. 69-74.

203. Valerio G., Baccarelli P., Burghignoli P., Galli A. Reply to Comments on 'Comparative analysis of acceleration techniques for 2-D and 3-D Green's functions in periodic structures along one and two directions' // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – Dec. 2007. – V. 55. – №12. – P. 3747.

204. Vendik O. G., Yegorov Yu. V. The first phased-array antennas in Russia: 1955-1960 // IEEE Antennas and Propagation Magazine. – 2000. – V. 42. – №4. – P. 46-52.

205. Vilenko I. L., Reutov A. S., Shishlov A. V. On synthesis of reflector antennas for focusing or scanning in one plane // Proc. of the XXVIII Moscow International Conference on Antenna Theory and Techn. (Moscow, Russia, 22-24 September 1998). – P. 376-379.

206. Volakis J. L., Chatterjee A., Kempel L. C. Finite element method for electromagnetics. – New York: IEEE Press, 1998.
207. Wheeler, H. A., "Antenna system having modular coupling network," US Pat. No. 4143379, Int. Cl. H 01 Q 3/26, 1979.
208. Wong, J. L., and H. E. King, "A Wide-Band Low-Sidelobe Disc-o-Cone Antenna," IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. AP-31, No. 1, Jan. 1983, pp. 183-184.
209. Woodward P. M., Lawson J. D. The theoretical precision with which an arbitrary radiation pattern may be obtained from a source of finite size // J AIEE. – Sept. 1948. – V. 95. – Pt. 3. – P. 362-370.
210. Yang C.-F., Burnside W. D., Rudduck R. C. A doubly periodic moment method solution for the analysis and design of an absorber covered wall // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – May 1993. – V. 41. – №5. – P. 600-609.
211. Скобелев С. П. Фазированные антенные решетки с секторными парциальными диаграммами направленности. – М.: Физматлит, 2010. – 320 с.
212. Skobelev S. P. Phased array antennas with optimized element patterns. – Norwood (MA, USA): Artech House, 2011.
213. Скобелев С. П. Анализ и синтез модулированной ребристой структуры, возбуждаемой электрическими и магнитными токами // Известия ВУЗов - Радиофизика. – 1984. – Т. 27. – №12. – С. 1557-1566.
214. Скобелев С. П. Излучение из решетки плоских волноводов с щелевыми элементами связи // Радиотехника и электроника. – 1987. – Т. 32. – №5. – С. 1117-1120.
215. Скобелев С. П. Излучение из решетки двухмодовых волноводов, образующих перекрывающиеся подрешетки // Радиотехника. – 1987. – №7. – С. 62-65.

216. Скобелев С. П. Анализ и синтез антенной решетки с секторными парциальными диаграммами направленности // Радиотехника. – 1990. – №10. – С. 44-47.

217. Скобелев С. П., Мухамедов Л. Л. Алгоритмы метода вспомогательных источников для анализа волноводно-диэлектрических периодических структур // Известия ВУЗов. Радиофизика. – 1991. – Т. 34. – №4. – С. 392-402.

218. Скобелев С. П., Мухамедов Л. Л. Расчет характеристик периодической волноводно-стержневой решетки, возбуждаемой ТМ-волнами // Радиотехника и электроника. – 1992. – Т. 37. – №7. – С. 1212-1219.

219. Скобелев С. П., Вязигин А. С. Результаты разработки и экспериментального исследования линейной антенной решетки связанных двухмодовых волноводов // Письма в ЖТФ. – 1993. – Т. 19. – Вып. 15. – С. 72-77.

220. Вязигин А. С., Скобелев С. П. Формирование секторных парциальных диаграмм направленности в антенной решетке связанных двухмодовых волноводов // Радиотехника и электроника. – 1993. – Т. 38. – №9. – С. 1554-1559.

221. Коротков В. Д., Скобелев С. П. Формирование секторных парциальных диаграмм направленности в антенных решетках с ребристыми структурами // Радиотехника и электроника. – 1994. – Т. 39. – №5. – С. 767-772.

222. Вязигин А. С., Скобелев С. П. Анализ и оптимизация решетки двухмодовых волноводов с щелевыми элементами связи // Радиотехника. – 1996. – №1. – С. 30-32.

223. Скобелев С. П. Формирование секторных парциальных диаграмм направленности в линейной решетке двухзеркальных антенн // Письма в ЖТФ. – 1996. – Т. 22. – Вып. 8. – С. 37-43.

224. Скобелев С. П. Решетки связанных прямоугольных волноводов с секторными парциальными диаграммами направленности в Н-плоскости // Радиотехника. – 1996. – №7. – С. 15-17.

225. Скобелев С. П. Методы построения оптимальных фазированных антенных решеток для сканирования в ограниченном секторе // Электромагнитные волны и электронные системы. – 1998. – №2. – С. 46-58.

226. Скобелев С. П. Применение ленточных структур для формирования секторных диаграмм направленности элементов решетки волноводов // Радиотехника. – 2000. – №6. – С. 18-24.

227. Скобелев С. П. Параболическая цилиндрическая антенна с линейной решеткой, формирующей секторные парциальные диаграммы направленности // Радиотехника. – 2004. – №6. – С. 42-48.

228. Скобелев С. П., Ким Й. С., Ку Б. Дж., Ан Д. С., Шишлов А. В. Применение интегральных уравнений для токов поляризации к анализу волноводных решеток с выступающими диэлектрическими элементами // Антенны. – 2005. – Вып. 1. – С. 39-45.

229. Скобелев С. П., Канг Б. С., Ким Й. С., Ан Д. С., Шишлов А. В. Анализ решетки волноводов с выступающими диэлектрическими элементами методом интегрального уравнения для электрического поля в выступе // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2005. – Т. 10. – № 3. – С. 31-35.

230. Скобелев С. П., Япарова А. А. Гибридный проекционный метод анализа волноводных решеток с выступающими диэлектрическими элементами. Двумерные задачи // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52. – №3. – С. 311-321.

231. Скобелев С. П. Гибридный проекционный метод анализа волноводных решеток с выступающими диэлектрическими элементами. Трехмерная задача // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52. – №3. – С. 322-330.

232. Скобелев С. П. Некоторые свойства идеальной диаграммы направленности элемента в плоских фазированных антенных решетках // Радиотехника. – 2007. – №4. – С. 76-81.

233. Скобелев С. П. Формировании ортогональных лучей плоскими раскрывами // Радиотехника. – 2008. – №4. – С. 37-40.

234. Скобелев С. П., Япарова А. А. Моделирование рупорных фазированных решеток с выступающими диэлектрическими элементами // Радиотехника. – 2008. – №4. – С. 41-44.

235. Иванишин М. М., Скобелев С. П. Модификация метода Куммера для эффективного вычисления функции Грина двумерно-периодических структур // Радиотехника. – 2008. – №10. – С. 31-36.

236. Скобелев С. П., Япарова А. А. Анализ фазированных антенных решеток ступенчатых рупоров с выступающими диэлектрическими элементами, возбуждаемыми ТЕМ-волнами // Антенны. – 2008. – Вып. 12. – С. 37-45.

237. Скобелев С. П. Диаграмма направленности и коэффициент усиления идеального элемента в плоской фазированной антенной решетке // Антенны. – 2009. – Вып. 2. – С. 28-32.

238. Скобелев С. П. Реализуемость и другие особенности идеальной контурной диаграммы направленности элемента в плоских фазированных антенных решетках // Радиотехника. – 2009. – №4. – С. 71-76.

239. Скобелев С. П. Эффективность излучения плотных антенных решеток, формирующих секторные и контурные диаграммы направленности // Радиотехника и электроника. – 2009. – Т. 54. – №7. – С. 838-841.

240. Скобелев С. П. Сетевой метод уменьшения числа фазовращателей в фазируемых антенных решетках // Труды МФТИ – Серия "Радиотехника и электроника". Долгопрудный, 1977. – С. 15-20.

241. Серяков Ю. Н., Скобелев С. П. Сетевой метод уменьшения числа фазовращателей в линейных фазированных антенных решетках // Вопросы радиоэлектроники – Серия ОТ. – 1978. – Вып. 1. – С. 91-99.
242. Пустовалов В. И., Серяков Ю. Н., Скобелев С. П. Фазированная антенная решетка // А.С. № 553891 (СССР). – М. кл. Н 01 Q 21/00 . – 1976.
243. Коротков В. Д., Скобелев С. П., Дубров Ю. Б. Линейная антенная решетка для сканирования в ограниченном секторе // А. С. № 1337955 (СССР). – М. кл. Н 01 Q 21/00. – 1987.
244. Коротков В. Д., Скобелев С. П., Дубров Ю. Б. Линейная антенная решетка для сканирования в ограниченном секторе // А. С. № 1337956 (СССР). – М. кл. Н 01 Q 21/00. – 1987.
245. Коротков В. Д., Скобелев С. П., Дубров Ю. Б. Линейная антенная решетка для сканирования в ограниченном секторе // А. С. № 1337957 (СССР). – М. кл. Н 01 Q 21/00. – 1987.
246. Дубров Ю. Б., Коротков В. Д., Скобелев С. П. Антенная решетка для сканирования в ограниченном секторе // А.С. № 1541692 (СССР). – М. кл. Н 01 Q 21/00. – 1985.
247. Скобелев С. П. Фазированная антенная решетка // А.С. № 1566436 (СССР). – М. кл. Н 01 Q 21/00. – 1990.
248. Коротков В. Д., Скобелев С. П. Антенная решетка из диэлектрических излучателей // А.С. № 1769270 (СССР). – М. кл. Н 01 Q 13/00. – 1992.
249. Skobelev S. P., Mukhamedov L. L. Analysis of waveguide antenna arrays with protruding dielectric elements // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – May 1993. – V. 41. – №5. – P. 574-581.
250. Skobelev S. P., Vyazigin A. S. Forming flat-topped element patterns in antenna arrays of two-mode waveguides // Electronics Letters. – 22nd July 1993. – V. 29. – №15 – P.1326-1327.

251. Skobelev S. P. Methods of constructing optimum phased-array antennas for limited field of view // IEEE Antennas and Propagation Magazine. – April 1998. – V. 40. – №2. – P. 39-50.

252. Skobelev S. P. Shaping of flat-topped element patterns in an array of slow-wave strip structures excited by parallel-plate waveguides // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2001. – V. 49. – №12. – P. 1763-1768.

253. Eom S. Y., Park H. K., Jeon S. I., Choi J. I., Skobelev S. P., Ganin S. A., Shubov A. G., Shishlov A. V. Multi-disk radiating structure with flat-topped element pattern for planar array antenna // Electronics Letters. – 2002. – V. 38. – №2. – P. 60-61.

254. Skobelev S. P. Performance of Yagi-Uda elements in planar array antennas for limited-scan applications // Microwave and Optical Technology Letters. – 2002. – V. 34. – №2. – P. 141-145.

255. Skobelev S. P., Eom S.-Y., Park H.-K. Shaping of flat-topped element patterns in a planar array of circular waveguides using a multilayered disk structure – Part I: Theory and numerical modeling // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2003. – V. 51. – №5. – P. 1040-1047.

256. Eom S.-Y., Park H.-K., Jeon S.-I., Choi J.-I., Skobelev S. P., Ganin S. A., Shubov A. G., Shishlov A. V. Shaping of flat-topped element patterns in a planar array of circular waveguides using a multilayered disk structure – Part II: Experimental study and comparison // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2003. – V. 51. – №5. – P. 1048-1053.

257. Skobelev S. P. Comments on 'Comparative Analysis of Acceleration Techniques for 2-D and 3-D Green's Functions in Periodic Structures Along One and Two Directions' // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2007. – V. 55. – №12. – P. 3746.

258. Skobelev S. P. Determination of dimensions and shape of a planar aperture for forming of orthogonal beams // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2008. – V. 56. – №8. – Pt. 2. – P. 2755-2757.

259. Skobelev S. P. On one more property of the ideal array element pattern // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2009. – V. 57. – №3. – P. 631-637.

260. Ivanishin M. M., Skobelev S. P. A modification of the Kummer's method for efficient computation of the Green's function for doubly periodic structures // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2009. – V. 57. – №9. – P. 2794-2798.

261. Коротков В. Д., Скобелев С. П. Излучатели с перекрывающимися апертурами для сканирующих антенн // Всесоюзный симпозиум по дифракции и распространению волн (Тбилиси, 1985 г.). – Т. 2. – С. 295.

262. Скобелев С.П., Мухамедов Л.Л. Алгоритмы метода вспомогательных источников для расчета характеристик периодических волноводно-диэлектрических структур // Всесоюзный научно-технический семинар "Математическое моделирование и создание САПР для расчета, анализа и синтеза антенно-фидерных систем и их элементов" (Ростов Ярославский, Апрель 1990 г.). – С.70-71.

263. Коротков В. Д., Скобелев С. П. Диэлектрические излучатели антенных решеток // Тезисы XXVI НТК по теории и технике антенн (Москва, 27-29 ноября 1990 г.). – М.: НИИРФ, 1991. – Часть II. – С. 10.

264. Скобелев С. П., Мухамедов Л. Л. Алгоритмы метода вспомогательных источников для расчета характеристик периодических волноводно-стержневых решеток // Тезисы XXVI НТК по теории и технике антенн (Москва, 27-29 ноября 1990 г.). – М.: НИИРФ, 1991. – Часть II. – С. 11-13.

265. Скобелев С. П. Анализ, синтез и результаты измерений характеристик антенной решетки с секторной парциальной диаграммой

направленности // Тезисы XXVI НТК по теории и технике антенн (Москва, 27-29 ноября 1990 г.). – М.: НИИРФ, 1991. – Часть II. – С. 27-28.

266. Скобелев С. П., Мухамедов Л. Л. Алгоритмы и результаты расчетов характеристик волноводно-стержневых структур, возбуждаемых ТМ волнами // Межрегиональная научно-техническая конференция "Сложные антенные системы и их компоненты. Теория, применение, экспериментальные исследования" (Ленинград, Июнь 1991 г.). – С. 151.

267. Скобелев С. П., Мухамедов Л. Л. Алгоритмы и результаты расчетов характеристик решеток волноводно-стержневого типа // II Всесоюзная научно-техническая конференция "Устройства и методы прикладной электродинамики" (Одесса, 9-13 сентября 1991 г.). – С. 136.

268. Никитин К. В., Скобелев С. П. Численное моделирование волноводных ФАР с периодическими диэлектрическими покрытиями // XL юбилейная научная конференция МФТИ "Современные проблемы фундаментальной и прикладной физики и математики" (Долгопрудный, 28-29 ноября 1997 г.). – Вып. 1 – Радиотехника, управление, математика. – С. 17.

269. Скобелев С. П., Шишлов А. В. Об использовании директорных элементов в антенных решетках для сканирования в ограниченном секторе // LV научная сессия, посвященная Дню радио "Радиотехника, электроника и связь на рубеже тысячелетия" (Москва, 17-19 мая 2000 г.). – С. 73-74.

270. Мемелова А. А., Скобелев С. П. Алгоритм метода конечных элементов для анализа волноводно-диэлектрических решеток, возбуждаемых ТЕ-волнами // Труды 48-й научной конференции МФТИ (Долгопрудный, 25-26 ноября 2005 г.). – С. 127-129.

271. Япарова А. А., Скобелев С. П. Алгоритмы гибридного метода Галеркина для анализа волноводно-диэлектрических решеток, возбуждаемых ТЕМ-волнами // Труды 49-й научной конференции МФТИ (Долгопрудный, 24-25 ноября 2006 г.). – С. 122-125.

272. Скобелев С. П. О формировании ортогональных лучей плоскими раскрывами // Труды 50-й научной конференции МФТИ "Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук" (Долгопрудный, 24-25 ноября 2007 г.). – Часть I – Радиотехника и кибернетика. – Москва-Долгопрудный, 2007. – С. 147-150.

273. Япарова А. А., Скобелев С. П. Моделирование решетки рупоров с выступающими диэлектрическими элементами, возбуждаемыми Н-поляризованными волнами // Труды 50-й научной конференции МФТИ "Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук" (Долгопрудный, 24-25 ноября 2007 г.). – Часть I – Радиотехника и кибернетика. – Москва-Долгопрудный, 2007. С. 152-154.

274. Скобелев С. П. Конструктивный синтез антенных решеток с секторными парциальными диаграммами направленности // Труды X школы-семинара по дифракции и распространению волн (Москва, 7-15 февраля 1993 г.). – М.: НИИРФ, 1993. – С. 369-395.

275. Mukhamedov L. L., Skobelev S. P. A method of analysis of waveguide antenna arrays with protruding smooth dielectric elements // IEEE AP-S Int. Symposium (The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, June 28 - July 2, 1993). – V.3. – P. 1270-1273.

276. Mukhamedov L. L., Skobelev S. P. Analysis of waveguide antenna arrays with protruding smooth dielectric elements // 1994 IEEE AP-S Int. Symposium (The University of Washington, Seattle, Washington, June 19-24, 1994). – V. 2. – P. 776-779.

277. Skobelev S. P., Vyazigin A. S. A linear antenna array of two-mode slot-coupled waveguides with flat-topped element patterns // 1994 IEEE AP-S Int. Symposium (The University of Washington, Seattle, Washington, June 19-24, 1994). – V. 2. – P. 1268-1271.

278. Skobelev S. P., Vyazigin A. S. Shaping flat-topped element patterns in a linear antenna array of dual-mode slot-coupled waveguides // Proc. of XXVII

Scientific Conference on Antenna Theory and Technology (Moscow, Russia, 23-25 August 1994). – P. 103-105.

279. Skobelev S. P., Vyazigin A. S. Shaping flat-topped element patterns in a linear antenna array of dual-mode slot-coupled waveguides // Journées Internationales De Nice Sur Les Antennes (JINA) (Nice, France, 8-10 November 1994). – P. 674-677.

280. Leijon R. M., Kildal P.-S., Skobelev S. P. Analysis and optimization of a homogeneous dielectric lens antenna with an array of feeds // 1995 URSI Int. Symp. on Electromagnetic Theory (St.-Petersburg, Russia, May 23-26, 1995). – P. 379-381.

281. Skobelev S. P. Methods and results of design synthesis of antenna arrays with flat-topped sector partial patterns // IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology (Boston, Massachusetts, 15-18 October 1996). – P. 438-443.

282. Skobelev S. P. An optical network of shaping flat-topped sector element pattern in arrays of dual-reflector antennas // Journées Internationales De Nice Sur Les Antennes (Nice, France, 12-14 November, 1996). – P. 462-465.

283. Skobelev S. P., Tolkachev A. A., Denisenko V. V., Shishlov A. V., Shubov A. G. Some methods and results in development of low-cost antenna array technology // Antenn 97 – Nordiskt antennsymposium i Goteborg (Gothenburg, Sweden, 27-29 May 1997). – P. 25-34.

284. Skobelev S. P., Shubov A. G. Combined methods for suppression of grating lobes in limited-field-of-view phased array antennas // Proc. of 1998 URSI International Symp. on Electromagnetic Theory (Thessaloniki, Greece, 25-28 May 1998). – V. 1. – P. 121-123.

285. Nikitin K. V., Skobelev S. P. An Algorithm of the Method of Volume Integral Equations for Analysis of Waveguide Arrays with Protruding Dielectric Elements // Proc. of 1998 International. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Kharkov, Ukraine, 2-5 June, 1998). – V. 2. – P. 632-634.

286. Skobelev S. P., Denisenko V. V., Dybtsyn G. V., Kazaryan A. E., Shubov A. G. Optimized phased array antenna element based on multidisk slowing structure for limited-field-of-view applications // Proc. of The XXVIII Moscow Internat. Conf. on Antenna Theory and Technology (Moscow, Russia, 22-24 September 1998). – P. 266-269.

287. Skobelev S. Some features of shaping the flat-topped patterns by disc and strip slow-wave antenna elements in arrays for limited field of view // Millenium Conference on Antennas & Propagation (Davos, Switzerland, 9-14 April 2000). – V. 1. P. 332 (The complete 4-page paper is contained in file p0561.pdf on the CD-ROM).

288. Skobelev S. P., Shishlov A. V. On the use of Yagi-Uda elements in array antennas for limited scan applications // Proc. of 2000 IEEE Int. Conf. On Phased Array Systems & Technology (Dana Point, California, May 21-25, 2000). – P. 299-302.

289. Skobelev S. P. Improvement of the element pattern in circular-waveguide arrays using multilayered disk structures // Digest of 2002 Int. Symp. on Antennas & Propagation (San-Antonio, Texas, June 16-21, 2002). – V. 3. – P. 546-549.

290. Skobelev S. P. Performance of a parabolic cylindrical antenna with an array shaping flat-topped element patterns // Proc. of the 2002 12<sup>th</sup> International Crimean Conf. "Microwave & Telecommunication Technology" (CriMiCo'2002) (Sevastopol, Ukraine, Sep. 9-13, 2002). – P. 305-306.

291. Skobelev S. P. On the ideal element pattern in planar phased array antennas // Digest of the 2003 IEEE Internat. Symp. on Antennas & Propagation (Columbus, Ohio, June 22-27, 2003). – V. 2. – P. 444-447.

292. Skobelev S. P. Algorithm of the method of auxiliary sources for analysis of arrays of circular waveguides with protruding dielectric rods // 2003 IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology (Boston, Massachusetts, October 14-17, 2003). – P. 333-338.

293. Skobelev S. P. Analysis of waveguide arrays with protruding-dielectric elements by using the method of volume integral equations // Proc. of 2004 URSI International Symposium on Electromagnetic Theory (Pisa, Italy, 23-27 May 2004). – V. II. – P. 679-681.

294. Skobelev S. P. An algorithm based on the hybrid Galerkin method for analysis of arrays of circular waveguides with protruding dielectric rods // Proceedings of The European Conference on Antennas and Propagation: EuCAP 2006 (Nice, France, 6-10 November 2006).

295. Skobelev S. P., Yaparova A. A. Modeling of horn array antennas with protruding dielectric elements // Proc. of the 6<sup>th</sup> Int. Conf. on Antenna Theory and Techniques (ICATT'07) (Sevastopol, Ukraine, September 17-21, 2007). P. 409-411.

296. Skobelev S. P. On the ideal gain of a radiating element in a planar array // Proc. of the 12<sup>th</sup> Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET'08) (Odessa, Ukraine, June 29 – July 2, 2008). – P. 305-307.

297. Skobelev S. P. On the radiation efficiency of a dense array antenna shaping a sector radiation pattern // Proc. of the 12<sup>th</sup> Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET'08) (Odessa, Ukraine, June 29 – July 2, 2008). – P. 320-322.

298. Ivanishin M. M., Skobelev S. P. On the efficient computation of the Green's function for doubly periodic structures by using the Kummer's method of higher orders // Proc. of the 12<sup>th</sup> Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET'08) (Odessa, Ukraine, June 29 – July 2, 2008). – P. 544-546.