

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

На правах рукописи



НГИЕМ ХЫУ ДЫК
СИНТЕЗ И АНАЛИЗ ПОЛИФОКАЛЬНЫХ ЛИНЗ

Специальность 05.12.07 – «Антенны, СВЧ устройства и
их технологии».

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико - математических наук

Научный руководитель -
доктор физико-математических наук
Калошин Вадим Анатольевич

Москва – 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1 . ДВУХМЕРНЫЕ ПОЛИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ПРИНУДИТЕЛЬНЫМ ПРЕЛОМЛЕНИЕМ.....	12
1.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ	13
1.2. БИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ СИММЕТРИИ	14
1.3. ТРЕХФОКАЛЬНЫЕ И ЧЕТЫРЕХФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ СИММЕТРИИ.....	20
1.4. ПОЛИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ОДНОЙ ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ	27
1.5. ТРЕХФОКАЛЬНАЯ ЛИНЗО-ЗЕРКАЛЬНАЯ АНТЕННА	30
ВЫВОДЫ.....	37
ГЛАВА 2 . ТРЕХМЕРНЫЕ ПОЛИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ПРИНУДИТЕЛЬНЫМ ПРЕЛОМЛЕНИЕМ.....	39
2.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ	39
2.2. ПОЛИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ТРЕМЯ ПЛОСКОСТЯМИ СИММЕТРИИ	41
2.3. ПОЛИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ СИММЕТРИИ	46
2.4. ПОЛИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ОДНОЙ ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ	55
ВЫВОДЫ.....	60
ГЛАВА 3 . ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЛИНЗЫ.....	62
3.1. БИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ	62
3.2. ТРЕХФОКАЛЬНЫЕ ГРАДИЕНТНЫЕ ЛИНЗЫ.....	73
3.2.1. СИНТЕЗ ТРЕХФОКАЛЬНЫХ ЛИНЗ	74
3.2.2. АНАЛИЗ ТРЕХФОКАЛЬНЫХ ЛИНЗ.....	82
ВЫВОДЫ.....	88
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	89
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	90

ВВЕДЕНИЕ

АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Теория и практика многолучевых антенн и радиообъективов интенсивно развивается. Это определяется, в первую очередь, развитием систем радиолокации, радиовидения и связи.

Существуют хорошо известные пути реализации многолучевой диаграммы направленности антенн [1, 2]. Первый из них – применение квазиоптической системы с линзой или зеркалом. Вторым подходом – использование многолучевой антенной решетки. Недостатками аналоговых многолучевых антенных решеток с матричным диаграммо-формированием являются сложность конструкции и большие потери в элементах матриц, особенно в миллиметровом диапазоне волн. Недостатки цифровых многолучевых решеток – высокая стоимость и ограниченная полоса частот. Выходом в ряде случаев является использование гибридной схемы обзора – использование двумерной квазиоптической системы для формирования многолучевой диаграммы направленности решетки в одной плоскости и иной способ формирования диаграммы – в ортогональной плоскости.

Многолучевые квазиоптические системы широко применяются в оптическом, инфракрасном диапазоне, а также в верхней части радиодиапазона электромагнитных волн [1 - 5]. В миллиметровом и субмиллиметровом диапазоне волн в качестве фокусирующих элементов многолучевых антенн и радиообъективов широко используются диэлектрические линзы.

Наиболее широким телесным углом зрения обладают апланатические диэлектрические линзы [6], а в случае формирования двумерной многолучевой диаграммы направленности наибольший сектор обзора обеспечивают диаграммо-образующие системы на основе линз с принудительным преломлением [7-15]. Попытки в работе [16] синтезировать пятифокальную линзу с целью формирования двумерной многолучевой диаграммы направленности привело к разрывному решению.

Линзы с принудительным преломлением используются в сантиметровом и более низкочастотных диапазонах радиоволн. Они обладают большим числом степеней свободы и позволяют синтезировать полифокальные системы с двумя, тремя и четырьмя фокусами. Эти линзы применяются, как правило, в двухмерном варианте и используются, главным образом, в диаграммо - образующих схемах многолучевых антенных решеток.

Следует отметить, что известные работы по синтезу линз с принудительным преломлением посвящены диаграммо - образующим системам, формирующим на выходе плоские волновые фронты. При этом фокусы с одной стороны от линзы расположены на бесконечности. В то же время при создании радиообъективов для систем ближнего радиовидения возникает задача реализации заданного положения фокальных поверхностей. Такая же ситуация возникает при создании новых поколений мобильной связи (с использованием микро и пикосот). Кроме того, при синтезе многолучевых диаграмм направленности для систем спутниковой связи и телевидения с целью обслуживания конкретной территории часто возникает задача реализации телесного угла зрения антенны с заданной формой границы [2].

Работы, посвященные синтезу диэлектрических линз, также ограничиваются случаем формирования на выходной поверхности плоских волновых фронтов. При этом алгоритмы синтеза основаны на использовании методики, предложенной в работах [17, 18] и развитой в работах [19 - 24], которая не обеспечивает точного решения задачи геометрического синтеза. Эта методика основана на нахождении узловых (опорных) точек, в которых с использованием закона Снеллиуса находятся нормали к поверхности линзы, удовлетворяющие условиям фокусировки при расположении источника в двух фокальных точках. Затем, путем интерполяции определяются обе поверхности линзы. Недостатком такого подхода является априори приближенный характер полученного решения. При этом остается открытым вопрос о сходимости соответствующего алгоритма при увеличении числа опорных точек с целью повышения точности решения задачи.

В работах Б.Е.Кинбера с соавторами [25] была предложена методика решения задачи синтеза бифокальной двухзеркальной системы, преобразующей две расходящиеся сферические или цилиндрические волны в сходящиеся или плоские волны, основанная на известном подходе к решению дифференциальных уравнений с запаздывающим (отклоняющимся) аргументом [26]. В работе [25] приведены также соответствующие уравнения для синтеза бифокальной диэлектрической линзы. Методика основана на задании начального участка поверхности зеркала или линзы и затем последовательного нахождения других участков. Для получения гладкого решения приведены условия сопряжения с требованием непрерывности функций, описывающих поверхности, а также их производных на границах этих участков. К сожалению, эта методика была реализована только для одного частного случая двумерной двухзеркальной системы с практическим полным отсутствием описания полученного решения и алгоритма решения [27]. Кроме того, в этих работах при описании методики отсутствует ответ на вопрос о выборе начального участка. Наконец, условия сопряжения, приведенные в указанных работах, не обеспечивают точного геометрикооптического синтеза.

В трехмерном случае с использованием близкой методики и оптимизации параметров в работе [28] было получено приближенное решение задачи синтеза бифокальной двухзеркальной антенны.

Задача синтеза трехфокальной диэлектрической линзы в известных работах не рассматривалась.

Таким образом, даже в частном случае двумерных бифокальных диэлектрических линз, формирующих два плоских волновых фронта (фокусы расположены на бесконечности), отсутствуют методики и реализующие их алгоритмы, обеспечивающие решение задачи синтеза с заданной точностью.

Из изложенного выше следует, что задачи синтеза линз с обеспечением заданной точности, заданным положением фокальных поверхностей и формы границы телесного угла зрения, являются актуальными.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью диссертационной работы является разработка методик и алгоритмов, обеспечивающих заданную точность геометрооптического синтеза, а также синтез и анализ полифокальных линз различного типа с заданным положением фокальных поверхностей и формой границы телесного угла зрения.

ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Достижение поставленной цели потребовало решения следующих задач:

- вывода уравнений для синтеза полифокальных линз с принудительным преломлением и произвольным расположением фокальных точек,
- решения уравнений для синтеза полифокальных линз с принудительным преломлением,
- разработки методики синтеза диэлектрических полифокальных линз,
- разработки алгоритмов синтеза бифокальных и трехфокальных диэлектрических линз и их программная реализация,
- анализа аберраций синтезированных линз,
- построение электродинамических моделей и проведение численных экспериментов.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА

В диссертационной работе получены следующие новые научные результаты:

1. Впервые решены задачи синтеза и анализа линз с принудительным преломлением и произвольным положением фокусов.
2. Показано, что в случае пяти фокусов с каждой стороны линзы задача синтеза сводится к трем трансцендентным уравнениям, а в случае четырех фокусов - к двум.
3. Для полифокальных линз с тремя плоскостями симметрии получено решение задачи синтеза в явном виде.

4. В явном виде получено решение задачи синтеза двумерной линзы из линий одинаковой длины с тремя фокусами на бесконечности.
5. В явном виде получено решение задачи синтеза трехмерной линзы с пятью фокусами, расположенными на бесконечности.
6. Исследованы двумерные бифокальные и трехфокальные линзы и показано, что минимальной величиной aberrации обладают линзы из линий одинаковой длины.
7. Синтезирована и исследована четырехфокальная апланатическая линза.
8. Развита методика и разработан алгоритм точного решения задачи геометрического синтеза бифокальных цилиндрических диэлектрических линз.
9. Разработаны методика и алгоритм приближенного решения задачи геометрического синтеза трехфокальных цилиндрических градиентных диэлектрических линз
10. Показано, что градиентные трехфокальные цилиндрические градиентные диэлектрические линзы обеспечивают в 4-20 раз меньшие aberrации, чем бифокальные.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ РАБОТЫ

В результате работы получены следующие, имеющие практическую значимость результаты:

1. Разработана конструкция диаграммообразующей системы радиообъектива на основе планарной четырехфокальной апланатической волноводной линзы.
2. Разработана конструкция широкополосной двухэтажной трехфокальной линзы - зеркальной антенны из полых прямолинейных волноводов одинаковой длины с aberrациями, меньшими, чем у известных трехфокальных линз Рузе и Ротмана.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Задача синтеза полифокальных линз с принудительным преломлением в общем случае сводится к трем трансцендентным уравнениям.
2. Из линз с принудительным преломлением и одинаковым количеством фокусов наименьшими aberrациями обладают линзы из линий одинаковой длины.
3. Развита методика обеспечивает точное решение задачи геометрооптического синтеза бифокальных диэлектрических линз.
4. Развита методика обеспечивает приближенное решение задачи геометрооптического синтеза трехфокальных градиентных диэлектрических линз.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на научных конференциях: III Всероссийской Микроволновой конференции, г. Москва. 2015 г.; IV Всероссийской Микроволновой конференции, г. Москва. 2016 г.; 27 Международной конференции «СВЧ-техниемка и телекоммуникационные технологии», г. Севастополь, 2017 г.; Международной конференции «Радиоэлектронные устройства и системы для инфо - коммуникационных технологий». Сер. Научные конференции, посвященные Дню радио. Москва. 2018 г.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из Введения, трех глав, Заключения и Списка литературы из 41 наименования. Диссертационная работа изложена на 93 страницах, содержит 39 рисунков.

Краткое содержание работы

В первой главе рассмотрены двумерные задачи синтеза и анализа линз с принудительным преломлением и симметричными относительно одной из координат фокальными линиями. Каждая фокальная линия при этом проходит через два, три или четыре фокуса. При расположении источника расходящейся цилиндрической волны в одном из фокусов, линза преобразует его поле в поле

сходящейся цилиндрической волны с соответствующим фокусом с другой стороны линзы.

Проведен анализ среднеквадратической аберрации синтезированных бифокальных, трехфокальных и четырехфокальных линз для различных углов зрения и фокальных расстояний. Проведена оптимизация фокальных кривых, обеспечивающая максимальный угол зрения.

Для проверки сканирующих свойств синтезированных линз проведено численное электродинамическое моделирование четырехфокальных линз с двумя плоскостями симметрии и максимальными углами зрения 60 и 90 градусов, в результате которого получены характеристики сканирования при перемещении рупорного облучателя по оптимизированной фокальной кривой внутри планарного волновода.

Исследована зависимость величины среднеквадратической аберрации (СКА) эйконала от фокальных расстояний и показано, что существует оптимальное соотношение фокальных расстояний, обеспечивающее ее минимум.

В последнем разделе главы решена задача синтеза трехфокальной линзы с принудительным преломлением и линиями одинаковой длины, которая преобразует цилиндрический фронт источника с центром в одной из трех фокальных точек в соответствующий плоский фронт. Показано, что такая линза обеспечивает существенно меньшую величину СКА по сравнению с трехфокальными линзами Рузе и Ротмана [7, 8]. На основе полученного решения задачи синтеза и минимизации аберраций предложена и в результате проведения численного эксперимента исследована широкополосная цилиндрическая двухэтажная трехфокальная линзо - зеркальная антенна из волноводов одинакового сечения и длины.

Во второй главе рассмотрены трехмерные задачи синтеза и анализа полифокальных линз с принудительным преломлением с тремя, двумя и одной плоскостями симметрии при различных вариантах расположения фокусов. При расположении источника расходящейся сферической волны в одном из фокусов,

линза в общем случае преобразует его поле в поле сходящейся сферической волны с фокусом с другой стороны линзы. В случае бесконечно удаленного фокуса линза (в данном случае - линзовая антенна) формирует соответствующую плоскую волну.

В случае линзы с одной плоскостью симметрии задача синтеза пятифокальной линзы сведена к трем трансцендентным уравнениям. В случае линзы с двумя плоскостями симметрии задача синтеза четырехфокальной линзы сведена к двум трансцендентным уравнениям. Для линзы с тремя плоскостями симметрии получено аналитическое решение задачи синтеза четырехфокальной линзы. В первом варианте все четыре фокуса лежат в одной из плоскостей симметрии линзы. Во втором варианте два фокуса лежат в одной плоскости симметрии линзы, а два других – в другой (ортогональной) плоскости симметрии. Также аналитическое решение получено для линзы с четырьмя фокусами, лежащими в одной плоскости и формирующей четыре плоские волны, удовлетворяющей условию апланатизма в ортогональной плоскости.

Наконец, получено аналитическое решение задачи синтеза пятифокальной линзы с одной плоскостью симметрии, формирующей пять плоских волн при различных вариантах расположения фокусов и, соответственно, направлениях плоских волн. Линзовые антенны такого типа позволяют формировать телесный угол зрения с заданными границами.

В третьей главе рассмотрены двумерные задачи синтеза и анализа полифокальных диэлектрических линз.

В первом разделе главы на основе подхода, предложенного в работах Б.Е.Кинбера с соавторами [25], развита методика точного решения задачи геометрического синтеза двумерных (цилиндрических) бифокальных диэлектрических линз, приведены примеры синтезированных линз и проведен анализ их aberrаций. С использованием метода конечных элементов для случая планарной бифокальной линзовой антенны, формирующей два идеальных плоских фронта, проведен численный эксперимент, в результате которого получены

характеристики сканирования при перемещении рупорного облучателя по оптимизированной фокальной кривой.

Во втором разделе главы разработаны методика и алгоритмы приближенного решения задачи синтеза трехфокальных градиентных диэлектрических линз. Разработанная методика является дальнейшим развитием методики синтеза однородных бифокальных диэлектрических линз. Разработанные алгоритмы использованы для решения задачи синтеза трехфокальной линзы с симметричными фокальными линиями и линзы с тремя бесконечно удаленными фокусами. Алгоритмы обеспечивают точную фокусировку в двух фокусах и приближенную – в третьем (центральном) фокусе.

В качестве двух примеров применения развитой методики решены задачи синтеза трехфокальной градиентной линзы с двумя плоскостями симметрии и линзы, формирующей три идеальных плоских волны. После нахождения поверхности и закона изменения коэффициента преломления внутри линзы проведен анализ среднеквадратической аберрации синтезированных линз.

В Заключении проведен анализ основных результатов диссертации в целом и сделаны общие выводы и рекомендации.

ЛИЧНЫЙ ВКЛАД СОИСКАТЕЛЯ

В работах, опубликованных в соавторстве, соискателю принадлежит: вывод уравнений для синтеза полифокальных линз с принудительным преломлением, решение этих уравнений для различных случаев значений параметров, программная реализация алгоритмов синтеза бифокальных и трехфокальных диэлектрических линз, анализ аберраций синтезированных линз, построение электродинамических моделей с использованием метода конечных элементов и проведение численных экспериментов.

ГЛАВА 1 . ДВУХМЕРНЫЕ ПОЛИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ПРИНУДИТЕЛЬНЫМ ПРЕЛОМЛЕНИЕМ

В данной главе рассматриваются двумерные задачи синтеза и анализа линз с принудительным преломлением и симметричными относительно одной из координат фокальными линиями. Каждая фокальная линия при этом проходит через два, три или четыре фокуса. При расположении источника расходящейся цилиндрической волны в одном из фокусов, линза преобразует его поле в поле сходящейся цилиндрической волны с фокусом с другой стороны линзы.

Полифокальные линзы с принудительным преломлением можно реализовать как на основе регулярных полых металлических волноводов (в двухмерном варианте такие линзы получили название «металлопластинчатые»), так и на основе искривленных полосковых или гибких (коаксиальных) линий. Линзы на основе таких линий получили название «шнурковые».

Металлопластинчатые бифокальные и трехфокальные линзы были синтезированы в работе [7], двухмерные шнурковые трехфокальные линзы с плоской выходной поверхностью (линзы Ротмана) – в работе [8], шнурковые четырехфокальные линзы – в работе [9].

Поскольку полосковые и коаксиальные линии обладают существенно большими тепловыми потерями, чем волноводы, в работах [14, 15] в качестве линий для шнурковых трехфокальных линз Ротмана предлагается использовать волноводы, интегрированные с подложкой (SIW волноводы).

В главе синтезированы бифокальные, трехфокальные и четырехфокальные линзы для различных углов зрения и фокальных расстояний. Проведена оптимизация фокальных кривых, обеспечивающая максимальный угол зрения. и анализ среднеквадратической aberrации (СКА) синтезированных линз. Исследована зависимость величины СКА от фокальных расстояний и показано, что существует оптимальное соотношение фокальных расстояний, обеспечивающее ее минимум. Для проверки сканирующих свойств синтезированных линз проведено численное

моделирование четырехфокальных линз с двумя плоскостями симметрии и максимальными углами зрения 60 и 90 град.

В последнем разделе главы решена задача синтеза трехфокальной линзы с принудительным преломлением и линиями одинаковой длины, которая преобразует цилиндрический фронт источника с центром в одной из трех точек в соответствующий плоский фронт. На основе полученного решения задачи синтеза и минимизации aberrаций предложена и исследована цилиндрическая двухэтажная трехфокальная линза - зеркальная антенна из волноводов одинаковой длины и ширины

1.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Двумерная линза с принудительным преломлением (рис. 1) обладает четырьмя степенями свободы: двумя функциями, описывающими две ее поверхности, зависимостью длины линий от входных (y_1, z_1) и выходных (y_2, z_2) координат и функцией отображения $y_2(y_1)$, описывающей связь этих координат. Соответственно,

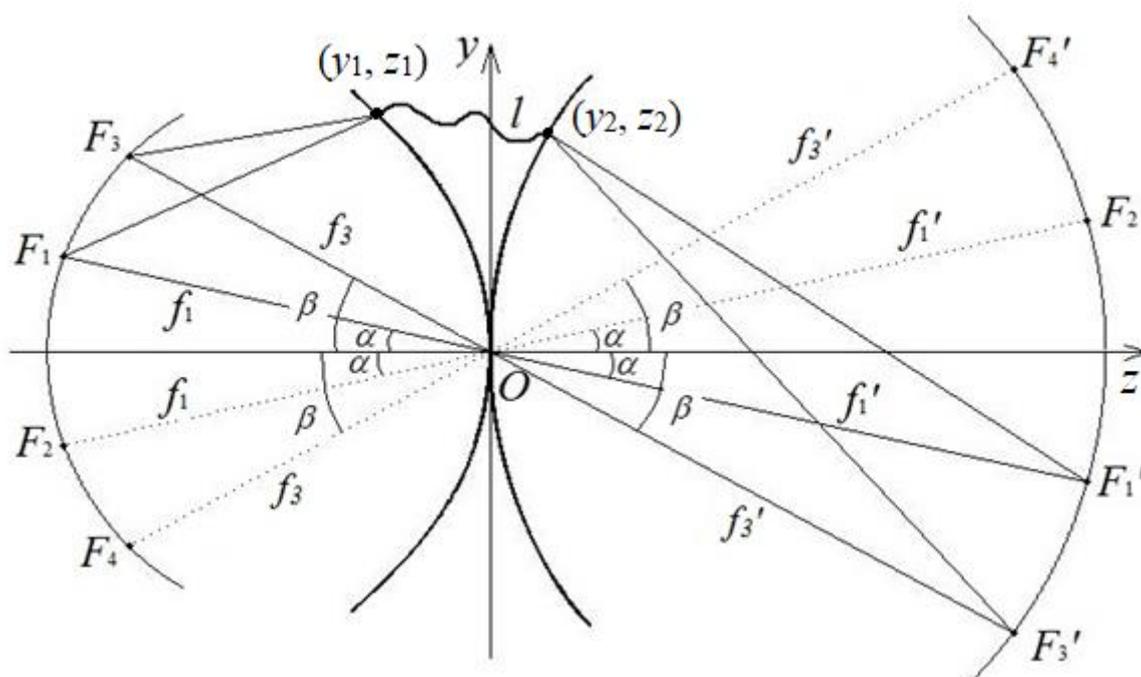


Рис. 1. Двухмерная четырехфокальная линза с принудительным преломлением.

линза может иметь до четырех фокусов с каждой стороны, при расположении в каждом из которых (в точке F_i , $i=1,2,3,4$) источника расходящейся цилиндрической волны линза преобразует его поле в поле сходящейся цилиндрической волны в соответствующем фокусе (точке F_i') с другой стороны линзы.

Для обеспечения указанной выше фокусировки потребуем равенство эйконалов всех лучей, выходящих из фокуса F_i и после прохождения линзы попадающих в точку F_i' . В результате получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} & \sqrt{(f_1 \cos \alpha + z_1)^2 + (f_1 \sin \alpha - y_1)^2} + \sqrt{(f_1' \cos \alpha - z_2)^2 + (f_1' \sin \alpha + y_2)^2} + l = f_1 + f_1'; \\ & \sqrt{(f_1 \cos \alpha + z_1)^2 + (f_1 \sin \alpha + y_1)^2} + \sqrt{(f_1' \cos \alpha - z_2)^2 + (f_1' \sin \alpha - y_2)^2} + l = f_1 + f_1'; \\ & \sqrt{(f_3 \cos \beta + z_1)^2 + (f_3 \sin \beta - y_1)^2} + \sqrt{(f_3' \cos \beta - z_2)^2 + (f_3' \sin \beta + y_2)^2} + l = f_3 + f_3'; \\ & \sqrt{(f_3 \cos \beta + z_1)^2 + (f_3 \sin \beta + y_1)^2} + \sqrt{(f_3' \cos \beta - z_2)^2 + (f_3' \sin \beta - y_2)^2} + l = f_3 + f_3'; \end{aligned} \quad (1.1)$$

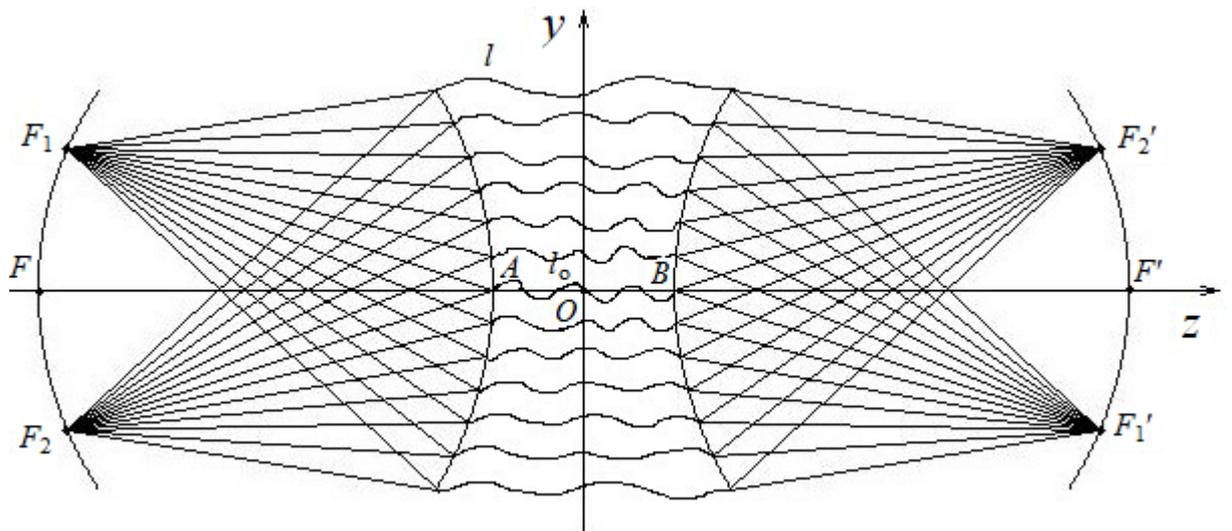
где $f_1 = OF_1 = OF_2$; $f_1' = OF_1' = OF_2'$; $f_3 = OF_3 = OF_4$; $f_3' = OF_3' = OF_4'$; α – угол между осью Ox и лучом F_1O , F_3O (O – начало системы координат); l – длина линии, соединяющей входной (y_1, z_1) и выходной (y_2, z_2) точек.

Используя полученную систему уравнений (1.1), рассмотрим двухмерные задачи синтеза полифокальные линз с принудительным преломлением и разными положениями фокальных кривых.

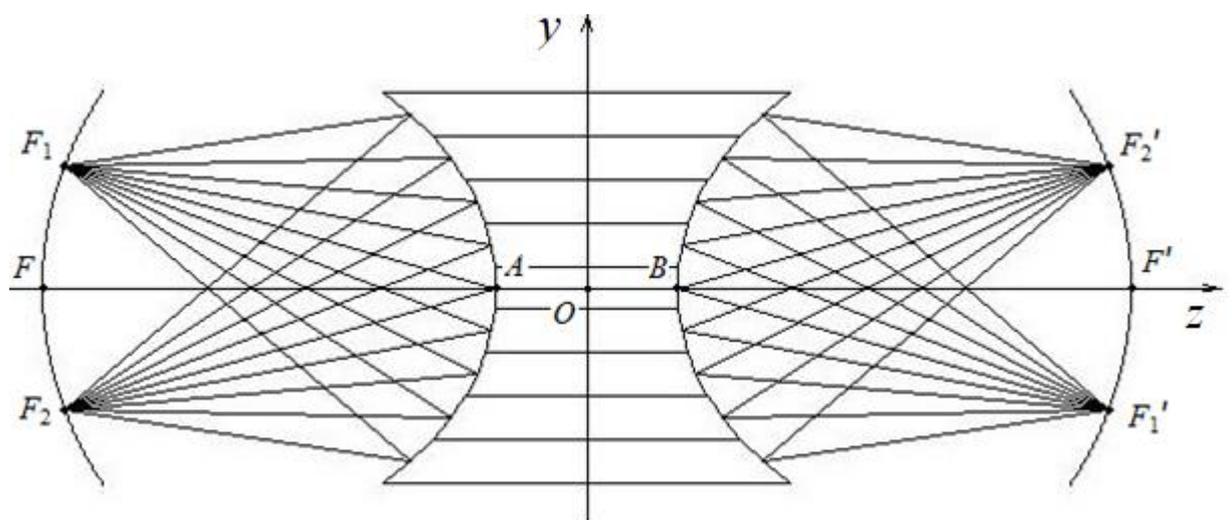
1.2. БИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ СИММЕТРИИ

Рассмотрим двумерную задачу синтеза бифокальной линзы с симметричными относительно осей y , z фокальными кривыми (рис.2а), на каждой из которых расположены по два симметричных относительно осей y , z фокуса (две точки точной фокусировки). Линза фокусирует точечный источник, расположенной в одном из двух фокусов (F_1 или F_2) слева от линзы, соответственно в фокус F_1' или F_2' справа от линзы. Фокусы с одним и тем же нижним индексом расположены антисимметрично относительно оси z , и симметрично относительно оси y . Из

условия симметрии фокальных кривых следует условие симметрии левой и правой поверхностей линзы и равенство координат y точек входа и выхода лучей. Отметим, что при любой форме поверхности такая линза удовлетворяет условиям синусов Аббе, т.е. является апланатической. Кроме того, линза обладает двумя степенями свободы – формой поверхности и зависимостью длины линий, соединяющих точки входа и выхода от координаты y . Для обеспечения идеальной фокусировки в двух симметрично смещенных относительно оси z точках требуется только одна степень свободы, которая определяется из условия равенства эйконалов всех лучей, выходящих из точки F_1 и после прохождения линзы попадающих в точку F_1' .



(a)



(б)

Рис. 2. Шнурковая (а) и металлопластинчатая (волноводная) (б) бифокальные линзы.

Это условие имеет вид

$$\sqrt{(f \cos \alpha + z_0 - z)^2 + (f \sin \alpha - y)^2} + \sqrt{(f \cos \alpha + z_0 - z)^2 + (f \sin \alpha + y)^2} + l = 2f + l_0; \quad (1.2)$$

где $f = F_1A = F_2A = F_1'B = F_2'B$ – расстояние от фокуса до центра соответствующей поверхности линзы (точки A и B на рис. 2, 3); α – угол между лучом, проходящим через центр линзы и осью z ; $z_0 = OA = OB$ – половина толщины линзы в центре; y и z – координаты точек выхода лучей, y и $-z$ – точки входа лучей; l – длина линии, соединяющей точки на входной и выходной поверхности линзы; l_0 – длина центральной линии.

Оставшуюся степень свободы можно использовать для реализации линз различных конструкций.

Первая из них – шнурковая линза из линий заданной, в частности, одинаковой длины (рис. 2а). Отметим, что линзы из линий одинаковой длины с одной из фокальных кривых, расположенной на бесконечности, т.е. фокусирующие элементы линзовых антенн, формирующие на выходе два идеальных плоских фронта, были рассмотрены в работе [13].

Вторая конструкция – линза из прямолинейных линий – представлена на рис. 2б. Для построения такой линзы могут быть использованы любые линии, в том числе полые металлические волноводы. Дополнительную степень свободы (зависимость величины задержки от координаты y можно использовать для реализации плоской бифокальной линзы. При этом для нахождения длины линий используется уравнение (1.2). Если заданы длины линий, решение для поверхности линзы имеет вид

$$y = \pm \sqrt{\frac{4(2f + l_0 - l)^2 (f^2 + (z_0 - z)^2 + 2f(z_0 - z)\cos \alpha) - (2f + l_0 - l)^4}{16f^2 \sin^2 \alpha - 4(2f + l_0 - l)^2}} \quad (1.3)$$

Плоскую линзу также можно реализовать в виде различных конструкций. На рис. 3а, 3б представлены конструкции шнурковой и волноводной линз

соответственно. В первом случае величина задержки обеспечивается различными длинами линий, а во втором – различной фазовой скоростью волноводных мод. Различную фазовую скорость, в свою очередь, можно реализовать, изменяя поперечное сечение волновода, путем различного диэлектрического заполнения и т.д.

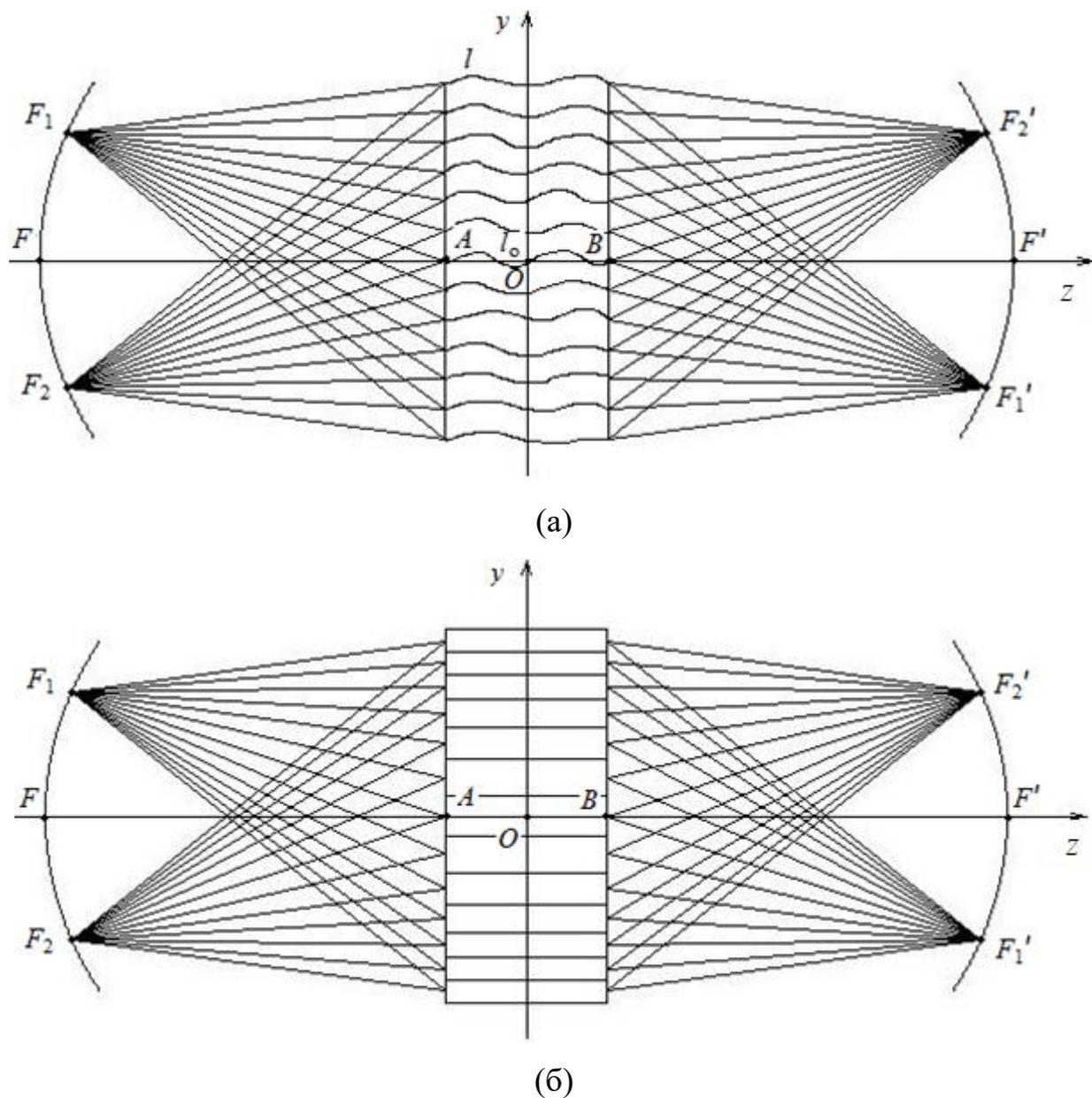


Рис. 3. Плоская шнурковая (а) и волноводная (б) бифокальные линзы.

Для численного анализа aberrаций эйконала в описанных выше линзах введем величину нормированной среднеквадратической aberrации (СКА):

$$\sigma = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_i - L_0)^2}{n}}, \quad (1.4)$$

где L_i – длина оптического пути от источника через линию с номером i в точку фокусировки; L_0 – длина оптического пути из источника через центральную линию в точку фокусировки; n – число линий в линзе, D – поперечный размер (размер апертуры) линзы.

В качестве примера рассмотрим бифокальные линзы со следующими значениями параметров: фокусные расстояния $f=25\lambda$; величина апертуры $D=25\lambda$; продольный размер (толщина) линзы на оси системы $2z_0=10\lambda$; где λ – длина волны. В дальнейшем без ограничения общности будем полагать $\lambda = 1$. Значения угла α и координату z_F точки пересечения F фокальной кривой с осью z выберем так, чтобы среднеквадратичная aberrация в заданном угле зрения была наименьшей. Ограничиваясь фокальными кривыми в виде окружностей, проходящих через точки F, F_1, F_2 , будем минимизировать СКА для двух максимальных углов зрения: 60° и 90° .

Для максимального угла зрения 60° получаем оптимальные значения параметров α и z_F :

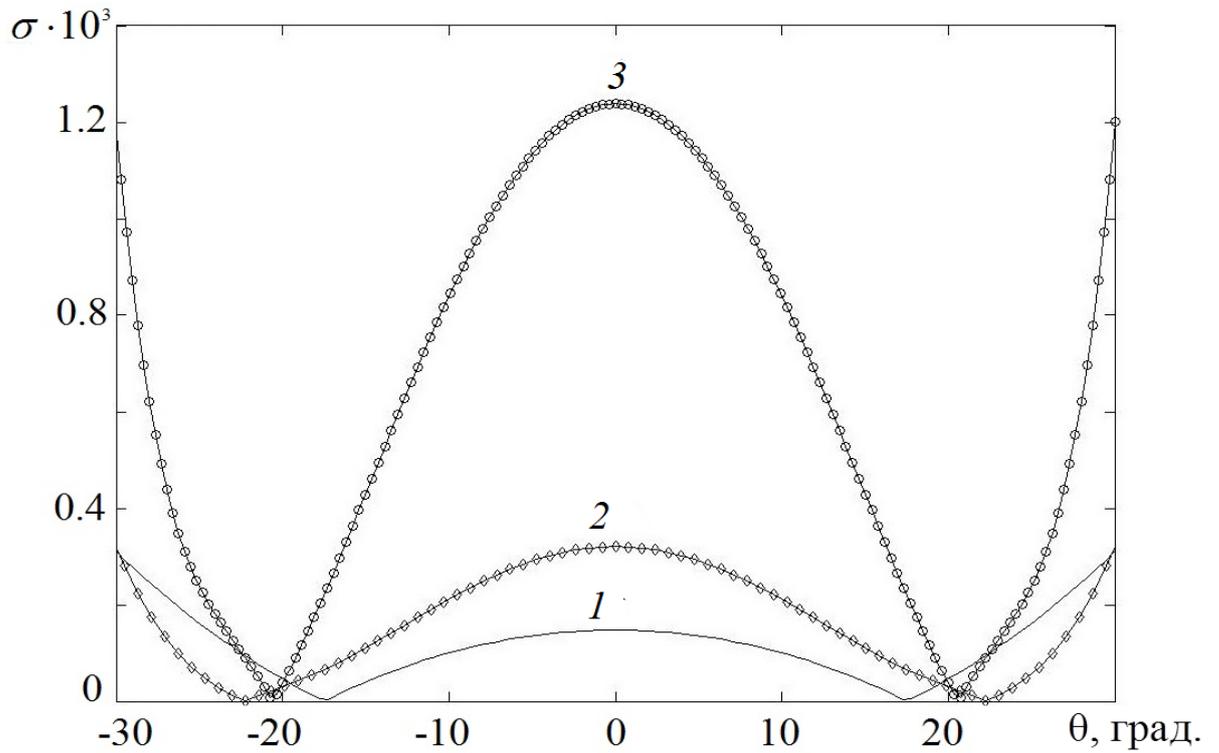
- а) в линзе из одинаковых линий одинаковой длины: $\alpha=17.5^\circ$; $z_F = -31.1$;
- б) из одинаковых прямолинейных волноводов: $\alpha=22.3^\circ$; $z_F = -30.5$;
- в) в плоской линзе: $\alpha=20.6^\circ$; $z_F = -32.75$.

Аналогично, для максимального угла зрения 90° получаем:

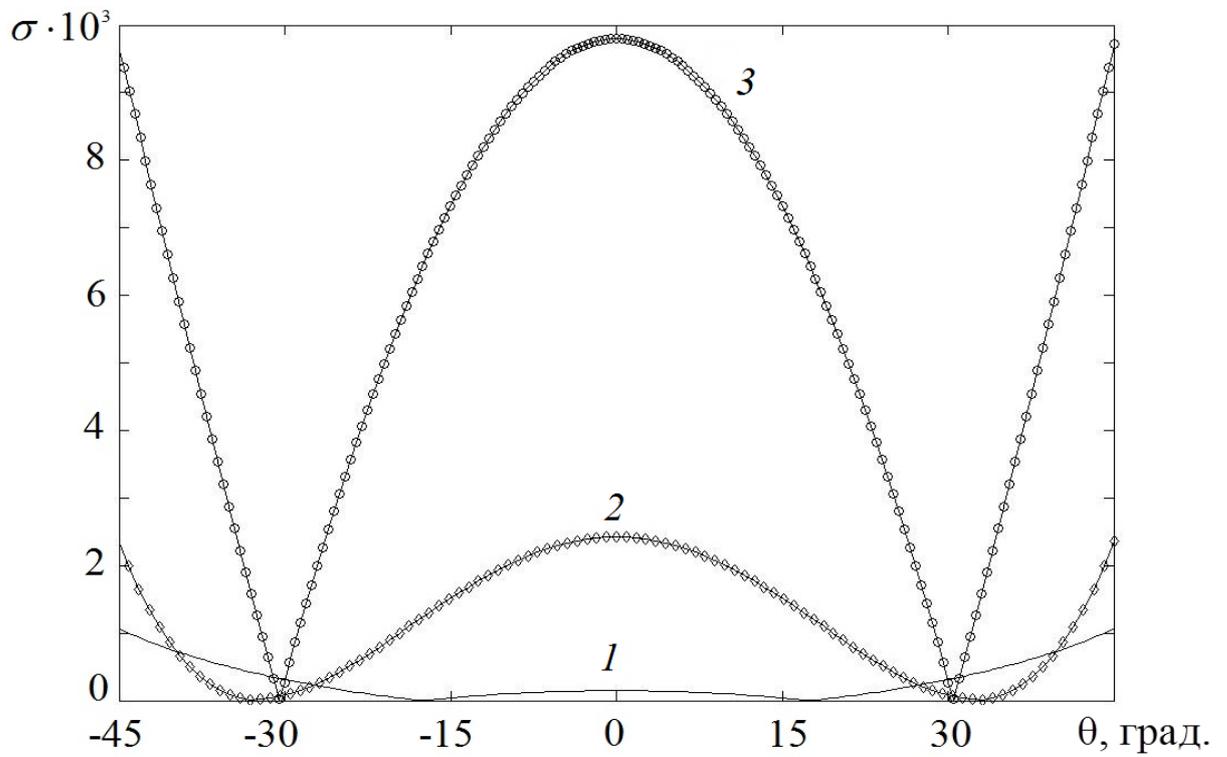
- а) в линзе из одинаковых линий одинаковой длины $\alpha=17.5^\circ$; $z_F = -31.1$;
- б) из одинаковых прямолинейных волноводов: $\alpha=33^\circ$; $z_F = -30,5$;
- в) в плоской линзе: $\alpha=30,5^\circ$; $z_F = -34$.

На рис. 4а, 4б показаны зависимости нормированной СКА от угла зрения для разных типов линз для максимальных углов зрения 60 и 90 градусов, соответственно. Как видно из рисунков, в обоих случаях минимальное значение

имеет нормированная СКА линзы из линий одинаковой длины, а максимальная – плоской линзы.



(a)



(б)

Рис. 4. Зависимость нормированной СКА от угла зрения 60- (а) и 90-градусной (б) бифокальной линзы: кривая 1 - СКА бифокальной линзы из линий одинаковой длины; кривая 2 – СКА линзы из одинаковых прямолинейных волноводов, кривая 3 – СКА плоской линзы.

При этом, чем больше угол зрения линзы, тем больше разница величины СКА у линз разного типа.

1.3. ТРЕХФОКАЛЬНЫЕ И ЧЕТЫРЕХФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ СИММЕТРИИ

Форму поверхности линзы как дополнительную степень свободы можно также использовать для обеспечения идеальной фокусировки еще в одном или двух других, симметричных относительно оси z фокусах, т. е. для реализации трех или четырехфокальной линзы (рис. 5), где $f_1 = F_1A = F_2A = F_1'B = F_2'B$; $f_3 = F_3A = F_4A = F_3'B = F_4'B$ – расстояния от фокусов до центра соответствующей поверхности линзы (точки A и B на рисунке); $F_1C = r_1$, $F_3C = r_3$ – расстояния от фокусов F_1 , F_3 до произвольной точки C на входной поверхности линзы; $F_1'D = r_1'$, $F_3'D = r_3'$ – расстояния соответственно от фокусов F_1' , F_3' до произвольной точки D на выходной поверхности линзы; α – угол между F_1A , $F_1'B$, F_2A , $F_2'B$ и осью z ; β – угол между F_3A , $F_3'B$, F_4A , $F_4'B$ и осью z .

Определим профиль двумерной четырехфокальной линзы из условия, что все лучи из источника в точке F_i фокусируются в точку F_i' , $i = 1, 2, 3, 4$.

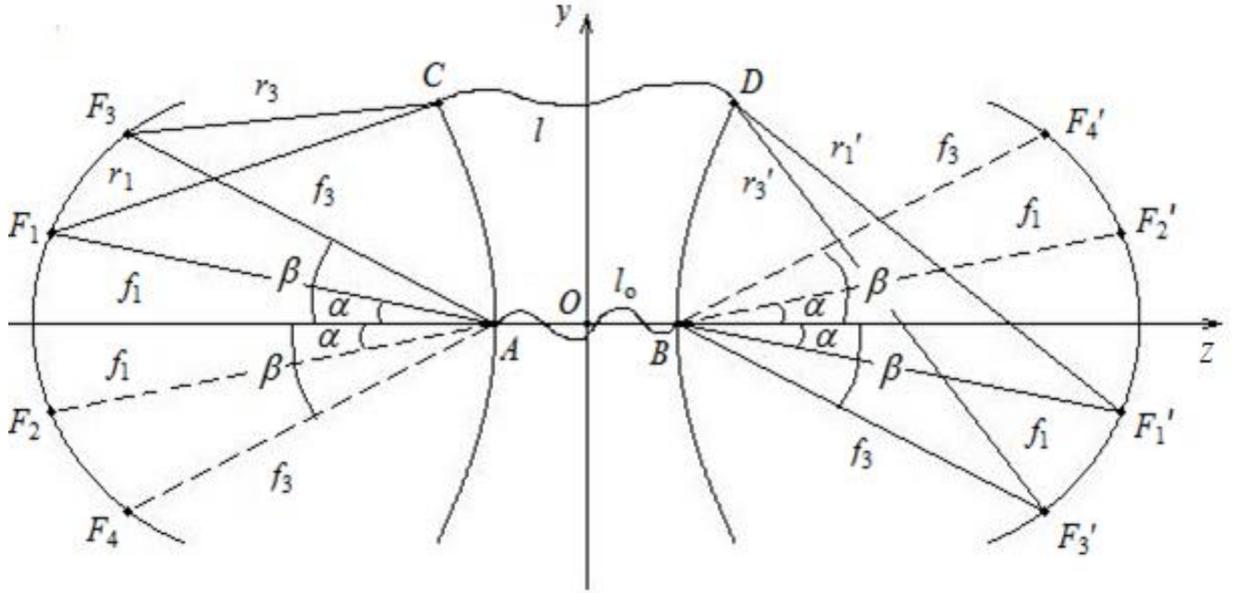


Рис. 5. Четырехфокальная линза с двумя плоскостями симметрии.

Из условия равенства эйконалов для всех лучей, выходящих из точки F_i и попадающих в точку F_i' , нетрудно получить систему двух уравнений:

$$\begin{aligned} \sqrt{t_1 + (f_1 \sin \alpha - y)^2} + \sqrt{t_1 + (f_1 \sin \alpha + y)^2} &= 2f_1 + l_0 - l; \\ \sqrt{t_3 + (f_3 \sin \beta - y)^2} + \sqrt{t_3 + (f_3 \sin \beta + y)^2} &= 2f_3 + l_0 - l. \end{aligned} \quad (1.5)$$

где $t_1 = (f_1 \cos \alpha + z_0 - z)^2$; $t_3 = (f_3 \cos \beta + z_0 - z)^2$.

Перегруппируем и дважды возведем в квадрат каждое из двух уравнений системы (1.5). Вычитая одно из полученных уравнений из другого, получим решение в параметрической форме:

$$\begin{aligned} z &= z_0 - \frac{P + \sqrt{P^2 - 4Q}}{2}; \\ y &= \pm \sqrt{\frac{2(f_1 \cos \alpha - f_3 \cos \beta)(z_0 - z) + (f_1 - f_3)(l - l_0)}{4L}}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

где длина линий l является параметром,

$$P = \frac{(f_1 \cos \alpha - f_3 \cos \beta)M}{2L} - 2f_1 \cos \alpha; Q = f_1^2 - \frac{(2f_1 + l_0 - l)^2}{4} - \frac{(f_1 - f_3)(l - l_0)M}{4L};$$

$$M = \frac{4f_1^2 \sin^2 \alpha}{(2f_1 + l_0 - l)^2} - 1; \quad L = \frac{f_1^2 \sin^2 \alpha}{(2f_1 + l_0 - l)^2} - \frac{f_3^2 \sin^2 \beta}{(2f_3 + l_0 - l)^2}.$$

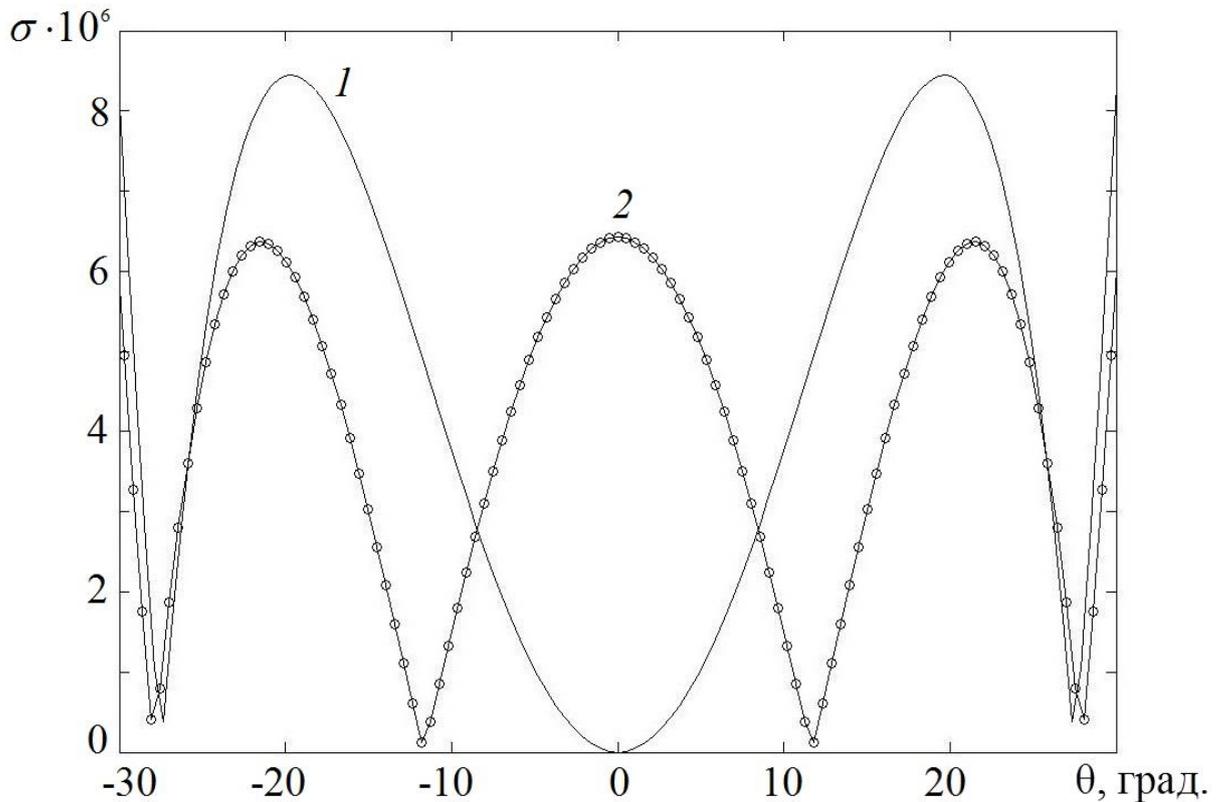
Анализ трех- и четырехфокальных линзы проведем с такими же величинами первого фокуса f_1 и апертуры D , как и для бифокальных линз. Значение f_3 , α и β выберем так, чтобы величина СКА в заданном угле зрения была наименьшей.

Как и ранее будем минимизировать СКА для двух максимальных углов зрения (60° и 90°). Для максимального угла зрения 60° получаем следующие оптимальные значения параметров f_3 , α и β :

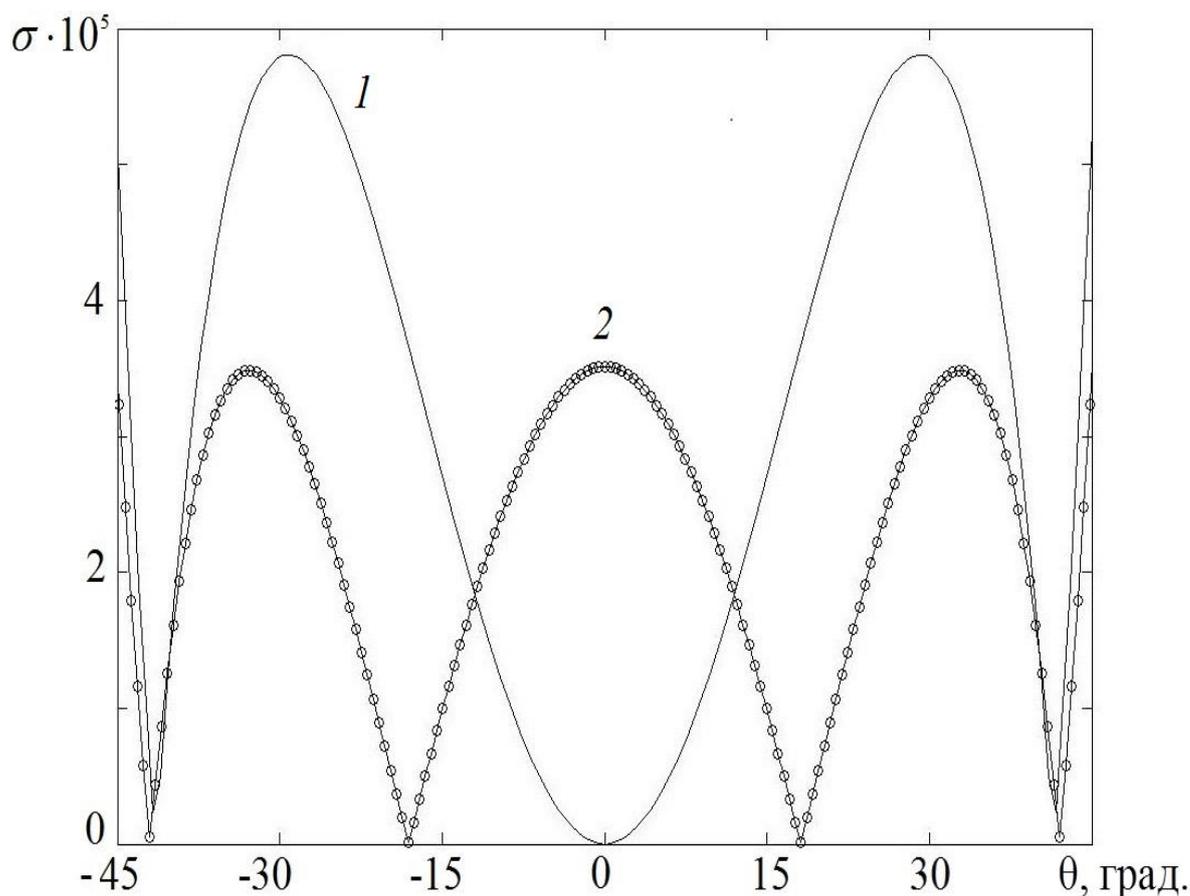
- а) для трехфокальной линзы: $f_3=22.55$; $\alpha=0^\circ$; $\beta=27.5^\circ$;
- б) для четырехфокальной линзы: $f_3=22.925$; $\alpha=11.7^\circ$; $\beta=27.9^\circ$.

Аналогично, для максимального угла зрения 90° получаем:

- а) для трехфокальной линзы: $f_3=20.95$; $\alpha=0^\circ$; $\beta=41.5^\circ$;
- б) четырехфокальной линзы: $f_3=20.35$; $\alpha=18.1^\circ$; $\beta=42^\circ$.



(a)



(б)

Рис. 6. Зависимость нормированной СКА от угла зрения для трех и четырехфокальной линзы, оптимизированной для угла зрения 60 (а) и 90 град (б). Кривая 1 - величина СКА трехфокальной линзы, кривая 2 – четырехфокальной.

Видно, что для максимального угла зрения 60° СКА четырехфокальной линзы меньше, чем трехфокальной линзы почти в 1.5 раза, а для 90° - почти в два раза.

Величина СКА сильно зависит от формы фокальной кривой, которая определяется отношением $f_3:f_1$. Для иллюстрации этого рассмотрим линзу с фокальной прямой (все фокусы расположены на прямой линии). При этом, очевидно, $f_3 = f_1 \cos(\alpha) / \cos(\beta)$. В результате оптимизации параметров линзы для максимального угла зрения 90° получаем:

а) для трехфокальной линзы: $\alpha=0^\circ$; $\beta=40.2^\circ$;

б) для четырехфокальной линзы: $\alpha=16.5^\circ$; $\beta=41^\circ$.

Зависимости нормированной СКА от угла зрения трех- и четырехфокальной линз, оптимизированных для максимального угла зрения 90° , показаны на рис. 7.

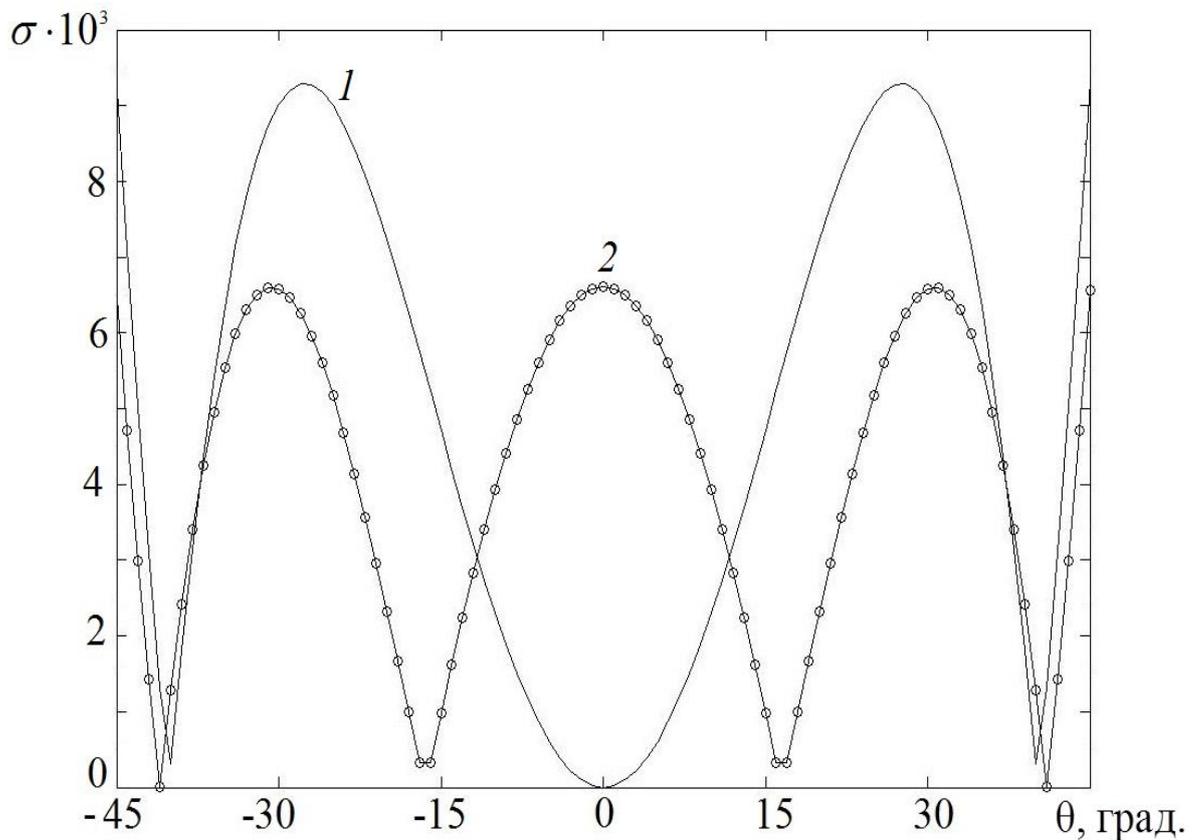


Рис. 7. Зависимость нормированной СКА от угла зрения для трехфокальной (кривая 1) и четырехфокальной (кривая 2) линзы с прямолинейной фокальной линией.

Видно, что в этом случае СКА увеличивается на два порядка по сравнению с линзой с оптимизированной фокальной линией. Отметим, что примерно такая же величина СКА у лучшей бифокальной линзы (см. рис. 4б). Отметим также, что поскольку координаты у точек входа и выхода линий совпадают, в конструкции линз с двумя плоскостями симметрии, в отличие от линзовых антенн, формирующих плоские волны [10], могут использоваться как гибкие линии, так и полые металлические волноводы.

Анализ результатов расчета показывает, что четырехфокальные линзы с принудительным преломлением и двумя плоскостями симметрии обеспечивают очень низкий уровень aberrаций, ниже, чем четырехфокальные линзы с

фокусировкой в дальней зоне [10]. Это можно объяснить тем, что они являются не только полифокальными, но и апланатическими.

Для подтверждения сканирующих свойств синтезированных полифокальных линз был проведен численный эксперимент. Цилиндрическая четырехфокальная линза высотой 8 мм и оптимизированными для максимального угла зрения 60° параметрами, расположенная в планарном металлическом волноводе, возбуждалась расположенным в этом волноводе Н-секториальным рупором с входным сечением 16×8 мм и выходным сечением 38×8 мм. Результаты расчета аппаратной функции линзы (коэффициента передачи мощности из облучающего рупора в аналогичный приемный) в зависимости от угла зрения приведены на рис. 8. Аналогичная зависимость для размера пятна рассеяния (пятна Эйри) по уровню -3 дБ для оптимальной фокальной кривой приведена на рис. 9. Расчет проводился методом конечных элементов.

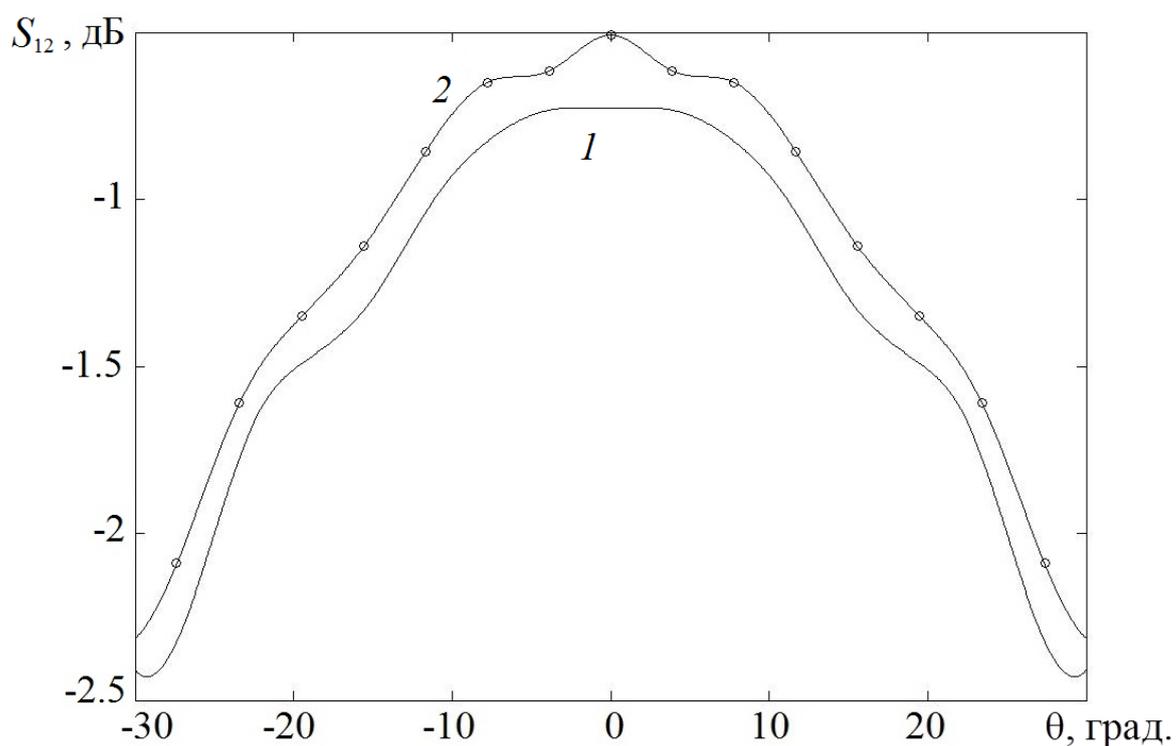


Рис. 8. Зависимость аппаратной функции четырехфокальной линзы от угла зрения для оптимизированной выше фокальной кривой (1) и для оптимальной фокальной кривой (2).

Как видно на рис. 8, потери при передаче энергии из фокуса в фокус на оптимальной фокальной линии при малых углах зрения (менее 20°) - малы (менее 0.5 дБ). Увеличение потерь при увеличении угла зрения не связано с aberrациями (они остаются очень малыми) и может объясняться увеличением потерь на отражение от границ линзы. Это подтверждается малым изменением поперечного размера пятна при увеличении угла зрения (см. рис. 9). Отметим, что относительное изменение продольного размера пятна при этом также невелико. Уменьшение поперечного размера пятна с увеличением угла зрения объясняется приближением оптимальной фокальной кривой к линзе (угловой размер пятна при этом возрастает).

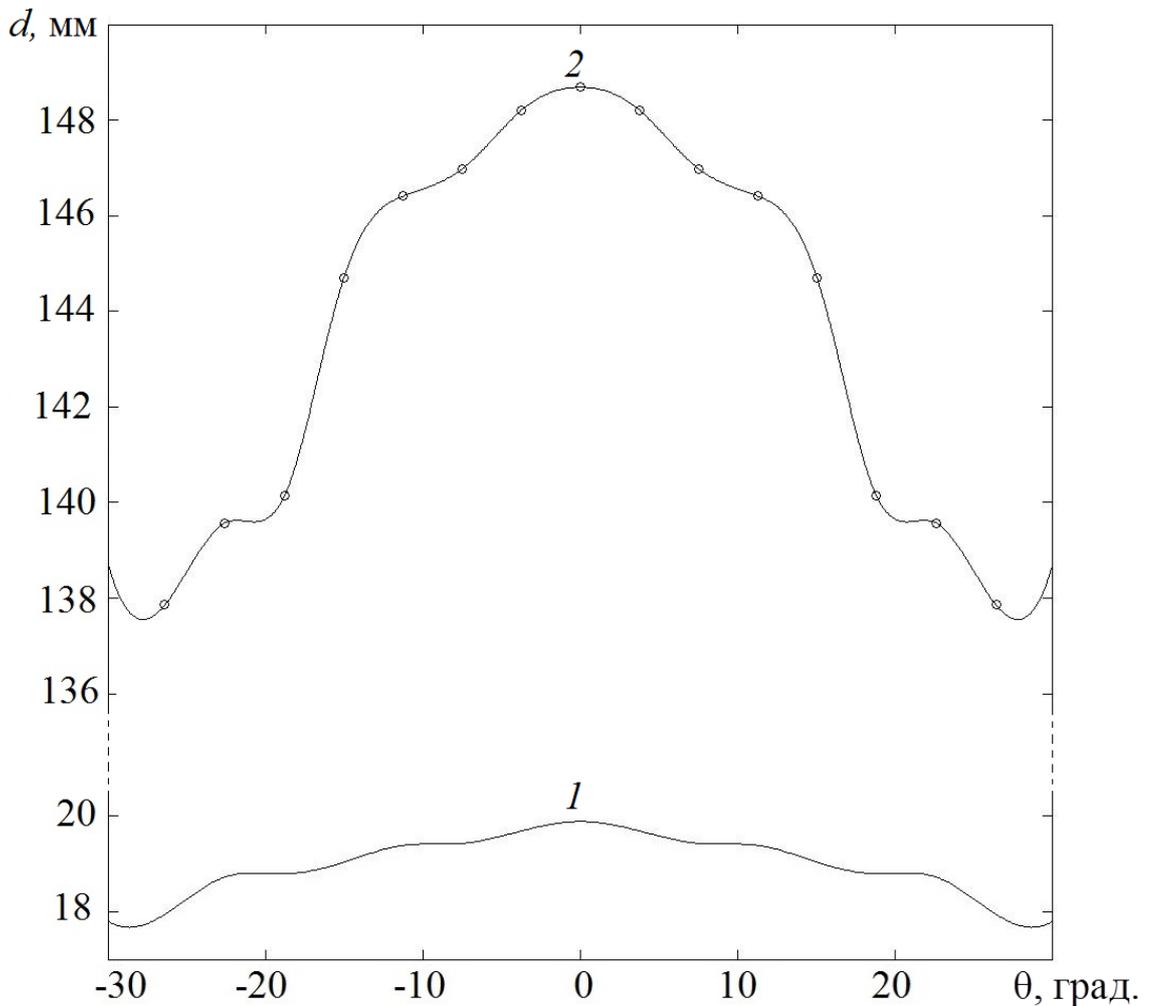


Рис. 9. Зависимость размера фокального пятна четырехфокальной линзы от угла зрения для поперечного (кривая 1) и продольного размера (кривая 2).

1.4. ПОЛИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ОДНОЙ ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ

Рассмотрим линзы с одной плоскостью симметрии и исследуем, как влияют фокальные расстояния на величину СКА. В общем случае задача синтеза линзы с одной плоскостью симметрии сводится к системе уравнений (1.1).

Перегруппируя и возводя обе части первого уравнения из системы (1.1) дважды в квадрат, получаем:

$$\begin{aligned}
 & 4(f_1 + f_1' - l)^2 (f_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - 2y_1 f_1 \sin \alpha + 2z_1 f_1 \cos \alpha) = \\
 & = \left[(f_1 + f_1' - l)^2 + f_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - f_1'^2 - y_2^2 - z_2^2 + 2 \cos \alpha (z_1 f_1 + z_2 f_1') \right]^2 - \\
 & - 4 \sin \alpha (y_1 f_1 + y_2 f_1') \left[(f_1 + f_1' - l)^2 + f_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - f_1'^2 - y_2^2 - z_2^2 + \right. \\
 & \left. + 2 \cos \alpha (z_1 f_1 + z_2 f_1') \right] + 4 \sin^2 \alpha (y_1 f_1 + y_2 f_1')^2.
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

Перегруппируя и возводя обе части второго уравнения из системы (1.1) дважды в квадрат, получаем:

$$\begin{aligned}
 & 4(f_1 + f_1' - l)^2 (f_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2y_1 f_1 \sin \alpha + 2z_1 f_1 \cos \alpha) = \\
 & = \left[(f_1 + f_1' - l)^2 + f_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - f_1'^2 - y_2^2 - z_2^2 + 2 \cos \alpha (z_1 f_1 + z_2 f_1') \right]^2 + \\
 & + 4 \sin \alpha (y_1 f_1 + y_2 f_1') \left[(f_1 + f_1' - l)^2 + f_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - f_1'^2 - y_2^2 - z_2^2 + \right. \\
 & \left. + 2 \cos \alpha (z_1 f_1 + z_2 f_1') \right] + 4 \sin^2 \alpha (y_1 f_1 + y_2 f_1')^2.
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Вычитая (1.7) из (1.8) и перегруппируя, получаем:

$$\begin{aligned}
 & \left[(f_1 + f_1' - l)^2 + f_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - f_1'^2 - y_2^2 - z_2^2 + 2 \cos \alpha (z_1 f_1 + z_2 f_1') \right] = \\
 & = \frac{2(f_1 + f_1' - l)^2 y_1 f_1}{y_1 f_1 + y_2 f_1'}.
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

Подставляя (1.9) в (1.7) и перегруппируя, получаем:

$$f_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2z_1 f_1 \cos \alpha = P_1; \tag{1.10}$$

где $P_1 = \frac{(f_1 + f_1' - l)^2 y_1^2 f_1^2}{(y_1 f_1 + y_2 f_1')^2} + \frac{\sin^2 \alpha (y_1 f_1 + y_2 f_1')^2}{(f_1 + f_1' - l)^2}$.

Аналогично, получаем:

$$f_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2z_1 f_1 \cos \alpha = P_1; \quad (1.11)$$

$$\text{где } P_3 = \frac{(f_3 + f_3' - l)^2 y_1^2 f_3^2}{(y_1 f_3 + y_2 f_3')^2} + \frac{\sin^2 \alpha (y_1 f_3 + y_2 f_3')^2}{(f_3 + f_3' - l)^2}.$$

Вычитая (1.11) из (1.10) и перегруппируя, получаем:

$$z_1 = \frac{f_3^2 - f_1^2 + P_1 - P_3}{2(f_1 \cos \alpha - f_3 \cos \beta)} = Q_1. \quad (1.12)$$

Аналогично, получаем:

$$z_2 = \frac{f_3'^2 - f_1'^2 + P_1' - P_3'}{2(f_3' \cos \beta - f_1' \cos \alpha)} = Q_2; \quad (1.13)$$

$$\text{где } P_1' = \frac{(f_1 + f_1' - l)^2 y_2^2 f_1'^2}{(y_1 f_1 + y_2 f_1')^2} + \frac{\sin^2 \alpha (y_1 f_1 + y_2 f_1')^2}{(f_1 + f_1' - l)^2};$$

$$P_3' = \frac{(f_3 + f_3' - l)^2 y_2^2 f_3'^2}{(y_1 f_3 + y_2 f_3')^2} + \frac{\sin^2 \alpha (y_1 f_3 + y_2 f_3')^2}{(f_3 + f_3' - l)^2}.$$

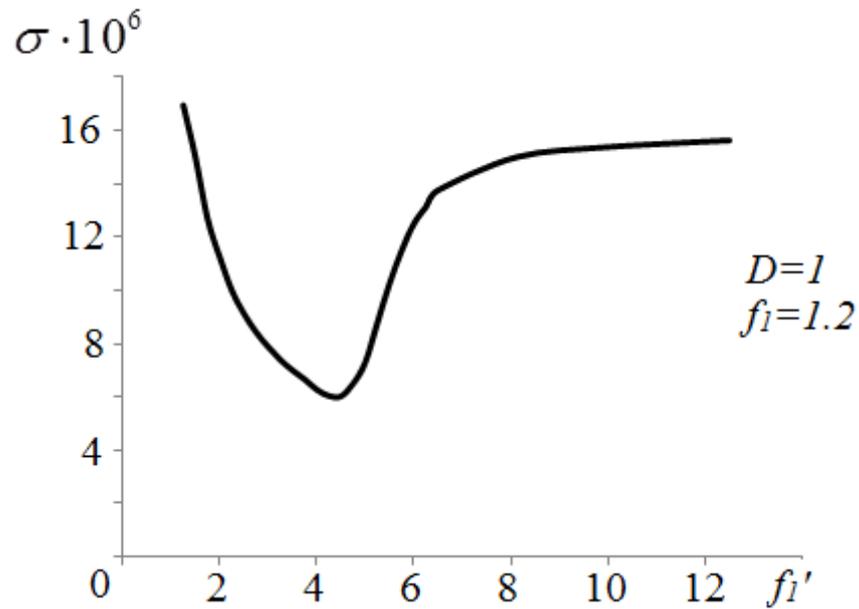
Подставляя (1.12) и (1.13) в (1.1), получаем систему двух уравнений:

$$\begin{aligned} \sqrt{(f_1 \cos \alpha + Q_1)^2 + (f_1 \sin \alpha + y_1)^2} + \sqrt{(f_1' \cos \alpha - Q_2)^2 + (f_1' \sin \alpha - y_2)^2} + l &= f_1 + f_1'; \\ \sqrt{(f_3 \cos \beta + Q_1)^2 + (f_3 \sin \beta + y_1)^2} + \sqrt{(f_3' \cos \beta - Q_2)^2 + (f_3' \sin \beta - y_2)^2} + l &= f_3 + f_3'. \end{aligned} \quad (1.14)$$

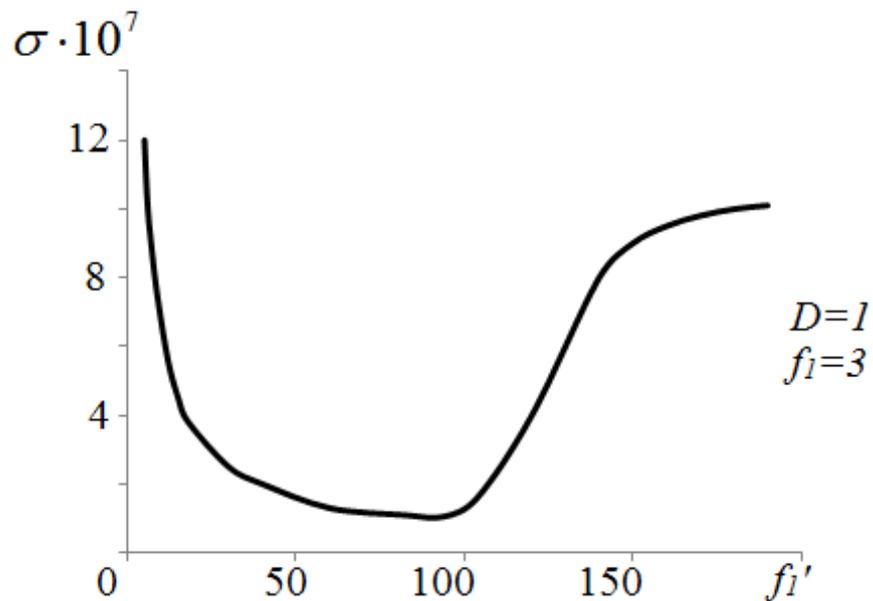
В общем случае, заавая y_1 и используя численные методы из системы (1.14) можно найти неизвестные y_2 и l . Затем можно определить z_1 и z_2 из уравнений (1.12) и (1.13).

Ограничимся рассмотрением двух случаев набора параметров и фокальными кривыми в виде окружностей. В первом случае левые фокальные расстояния $f_1 = 1.2$, во втором - $f_1 = 3$. Исследуем зависимость СКА от правого фокального расстояния f_1' . При этом для каждого значения правых фокусных расстояний линзы f_1' , выберем значения f_3, f_3', α и β так, чтобы величина СКА в заданном угле зрения была

наименьшей. Для определенности будем минимизировать СКА для угла зрения 90 градусов.



а)



б)

Рис. 10. Зависимости СКА двумерных четырехфокальных линз от фокального расстояния.

На рис. 10а, 10б показаны зависимости нормированной СКА от значения правого фокального расстояния f_1' для $f_1=1.2$ и $f_1=3$, соответственно. На рисунках

видно, что для $f_1=1.2$ оптимальное значение $f_1'=4.5$ обеспечивает минимальное значение СКА, равное $6.02 \cdot 10^{-6}$, а для $f_1 = 3$ оптимальное значение f_1' увеличивается до величины $f_1'=93.8$; при этом минимальное значение СКА равно $1.05 \cdot 10^{-7}$. Таким образом, для каждого фокусного расстояния существует оптимальное фокусное расстояние соответствующего фокуса с другой стороны линзы, которое обеспечивает минимальную величину СКА. При этом с увеличением фокусного расстояния, соответствующее оптимальное фокусное расстояние резко возрастает, а величина СКА – существенно падает.

1.5. ТРЕХФОКАЛЬНАЯ ЛИНЗО-ЗЕРКАЛЬНАЯ АНТЕННА

Планарная бифокальная волноводная линзо - зеркальная система, являющаяся диаграммо- образующей системой для многолучевой антенной решетки, была синтезирована в работе [1]. При этом планарный волновод, в котором располагается облучающая система, делает 180-градусный разворот и образует двухэтажную конструкцию, второй этаж которой занимает решетка. Такая конструкция более компактна по сравнению, как с одноэтажной, так и с трехэтажной, в которых в качестве фокусирующего элемента используется трехфокальная линза Ротмана [14, 15]. Кроме того, требование обеспечения широкой полосы частот приводит к необходимости использования в линзе Ротмана полосковых или коаксиальных линий, что, в свою очередь, приводит к увеличению потерь по сравнению с волноводным вариантом. Также увеличенные потери по сравнению с линзой из полых волноводов имеет линза Ротмана на основе SIW волноводов [14, 15].

В данном разделе рассмотрим двухэтажную волноводную трехфокальную линзо-зеркальную систему. Широкополосные свойства антенны обеспечиваются одинаковой длиной волноводов синтезированной трехфокальной линзо – зеркальной системы.

Решим предварительно задачу синтеза задачи и минимизации aberrаций. трехфокальной линзы с принудительным преломлением и линиями одинаковой

длины, которая преобразует цилиндрический фронт источника с центром в одной из трех фокальных точек (точки F, F_1, F_2 в декартовой системе координат на рис. 11) в соответствующий плоский фронт.

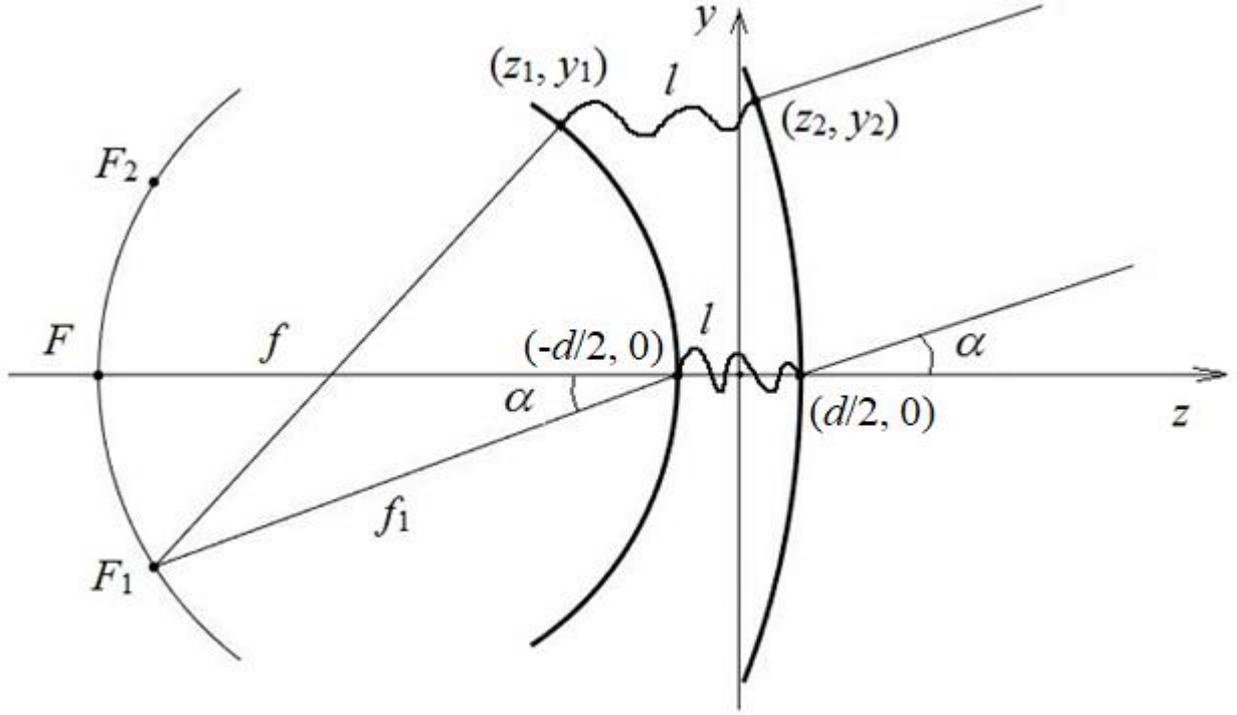


Рис. 11. Трехфокальная линза с линиями одинаковой длины

Из условия синфазности для всех лучей, выходящих из фокуса F должно выполняться следующее равенство:

$$\sqrt{y_1^2 + (f + z_1 + d/2)^2} = f + z_2 - d/2; \quad (1.15)$$

а для лучей, выходящих из фокуса F_1 - равенство:

$$\sqrt{(f_1 \sin \alpha + y_1)^2 + (f_1 \cos \alpha + z_1 + d/2)^2} = f_1 + y_2 \sin \alpha + (z_2 - d/2) \cos \alpha. \quad (1.16)$$

Аналогично для лучей, выходящих из фокуса F_2 ,

$$\sqrt{(f_1 \sin \alpha - y_1)^2 + (f_1 \cos \alpha + z_1 + d/2)^2} = f_1 - y_2 \sin \alpha + (z_2 - d/2) \cos \alpha. \quad (1.17)$$

Возводя обе части уравнения (1.16) в квадрат, получаем:

$$\begin{aligned} f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + (z_1 + d/2)^2 + 2y_1 f_1 \sin \alpha + 2(z_1 + d/2) f_1 \cos \alpha = \\ = (f_1 + (z_2 - d/2) \cos \alpha)^2 + y_2^2 \sin^2 \alpha + 2y_2 \sin \alpha (f_1 + (z_2 - d/2) \cos \alpha). \end{aligned} \quad (1.18)$$

Возводя обе части уравнения (1.17) в квадрат, получаем:

$$\begin{aligned} f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + (z_1 + d/2)^2 - 2y_1 f_1 \sin \alpha + 2(z_1 + d/2) f_1 \cos \alpha = \\ = (f_1 + (z_2 - d/2) \cos \alpha)^2 + y_2^2 \sin^2 \alpha - 2y_2 \sin \alpha (f_1 + (z_2 - d/2) \cos \alpha). \end{aligned} \quad (1.19)$$

Вычитая (1.19) из (1.18), получаем:

$$f_1 + (z_2 - d/2) \cos \alpha = y_1 f_1 / y_2. \quad (1.20)$$

Из (1.15) получаем:

$$y_1 = \sqrt{(f + z_2 - d/2)^2 - (f + z_1 + d/2)^2}. \quad (1.21)$$

Отсюда, получаем:

$$y_2 = f_1 \sqrt{(f + z_2 - d/2)^2 - (f + z_1 + d/2)^2} / (f_1 + (z_2 - d/2) \cos \alpha); \quad (1.22)$$

Подставляем y_1 , y_2 из (1.21) и (1.22) и перепишем относительно переменной z_1 , получаем:

$$A(z_1 + d/2)^2 + B(z_1 + d/2) + C = 0; \quad (1.23)$$

где $A = f_1^2 \sin^2 \alpha / (f_1 + (z_2 - d/2) \cos \alpha)^2$;

$$B = 2f_1 \cos \alpha - 2f \left(1 - f_1^2 \sin^2 \alpha / (f_1 + (z_2 - d/2) \cos \alpha)^2 \right);$$

$$C = f_1^2 - f^2 + \left(f + z_2 - \frac{d}{2} \right)^2 - \left(f_1 + \left(z_2 - \frac{d}{2} \right) \cos \alpha \right)^2 + f_1^2 \sin^2 \alpha \frac{f^2 - (f + z_2 - d/2)^2}{(f_1 + (z_2 - d/2) \cos \alpha)^2}.$$

Уравнение (1.23) имеет два решения:

$$z_1 = -d/2 + \left(-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC} \right) / 2A; \quad (1.24)$$

Задавая z_2 , определяем z_1 из (1.24); затем определяем y_1 и y_2 по формулам (1.21) и (1.22) соответственно.

В качестве примера была синтезирована линза со следующими значениями параметров: $f=1$; величина апертуры $D=1$; продольный размер (толщина) линзы на оси системы $d=0.2$.

Значения угла α и фокального расстояния f_1 выберем так, чтобы среднеквадратичная абберация в заданном угле зрения была наименьшей.

Ограничиваясь фокальными кривыми в виде окружностей, проходящих через точки F , F_1 , F_2 , будем минимизировать СКА для двух углов зрения: 60° и 120° . В результате для угла зрения 60° получаем оптимальные значения параметров α и f_2 : $\alpha=26.5^\circ$; $f_2=0.8953$, а для угла зрения 120° : $\alpha=56.5^\circ$; $f_2=0.6213$.

На рис. 12. кривой 1 приведена зависимость среднеквадратической aberrации от угла зрения линзы с одинаковой длиной линий, синтезированной выше для угла зрения 60 градусов. Для сравнения кривыми 2,3 приведены аналогичные зависимости для трехфокальных линз Рузе [7] и Ротмана [8]. На рис. 13 в аналогичных обозначениях показаны соответствующие зависимости для линз, синтезированных для угла зрения 120 градусов. На рисунках видно, что линзы с одинаковой длиной линий обеспечивают существенно меньшую величину среднеквадратической aberrации.

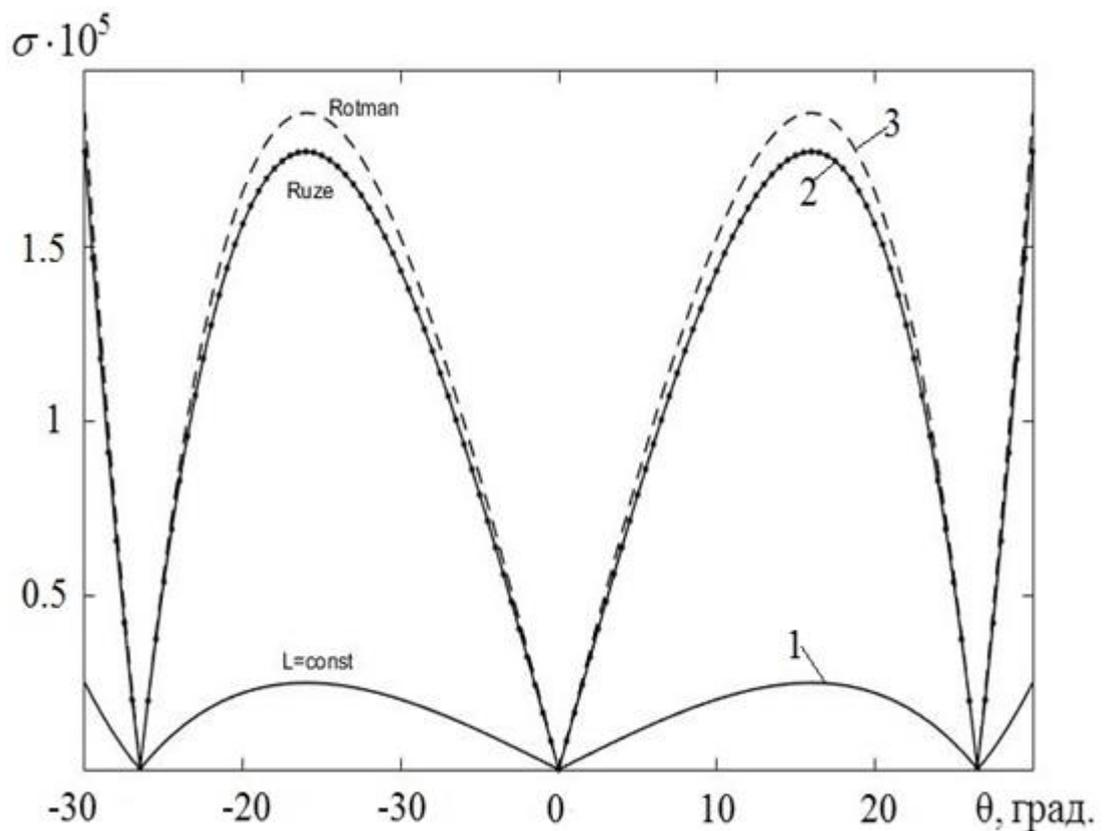


Рис. 12. Абберации в линзе с углом зрения 60 градусов

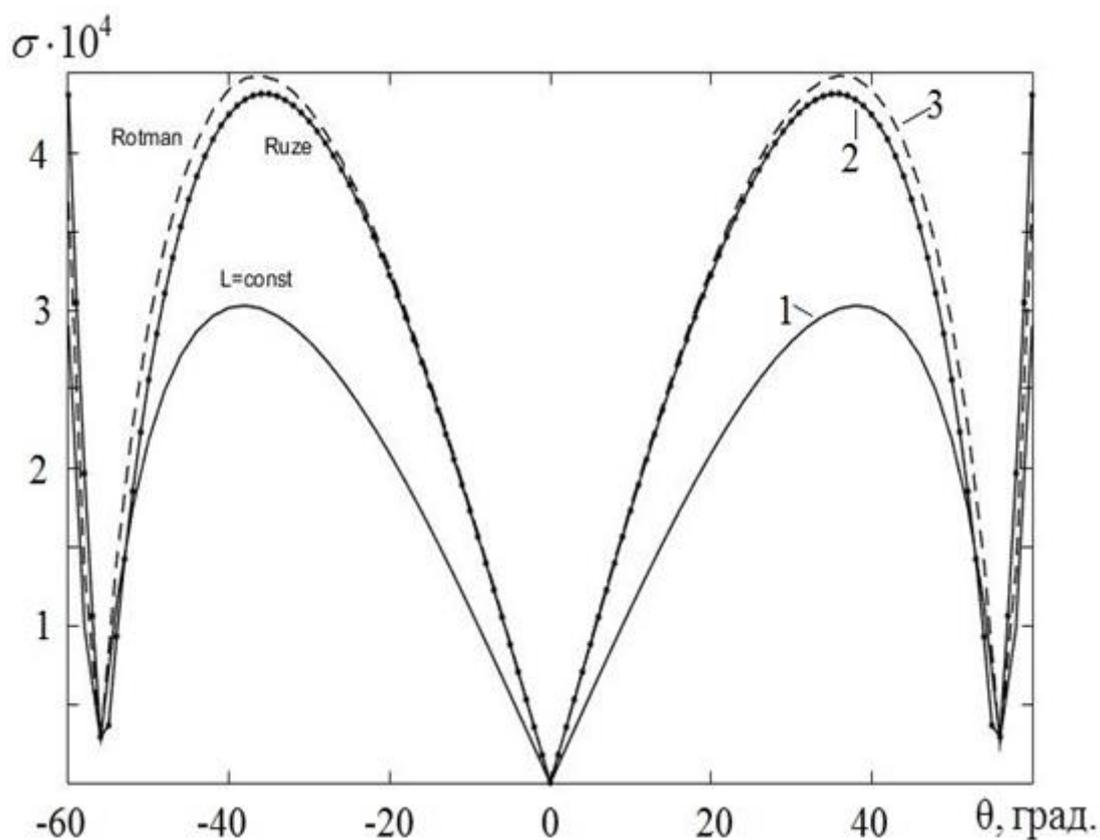


Рис.13. Аберрации в линзе с углом зрения 120 градусов

Для обеспечения одинаковой длины линий при переменном расстоянии между входной и выходной поверхностью линзы можно использовать либо изогнутые линии в виде меандра (рис. 11), либо линии с разным коэффициентом замедления. В случае линзо-зеркальной системы линии можно делать прямыми, поскольку их длину можно регулировать формой зеркала.

На рис. 14 показан вариант линзо-зеркальной системы, являющийся аналогом линзы, синтезированной выше для угла зрения 120 градусов.

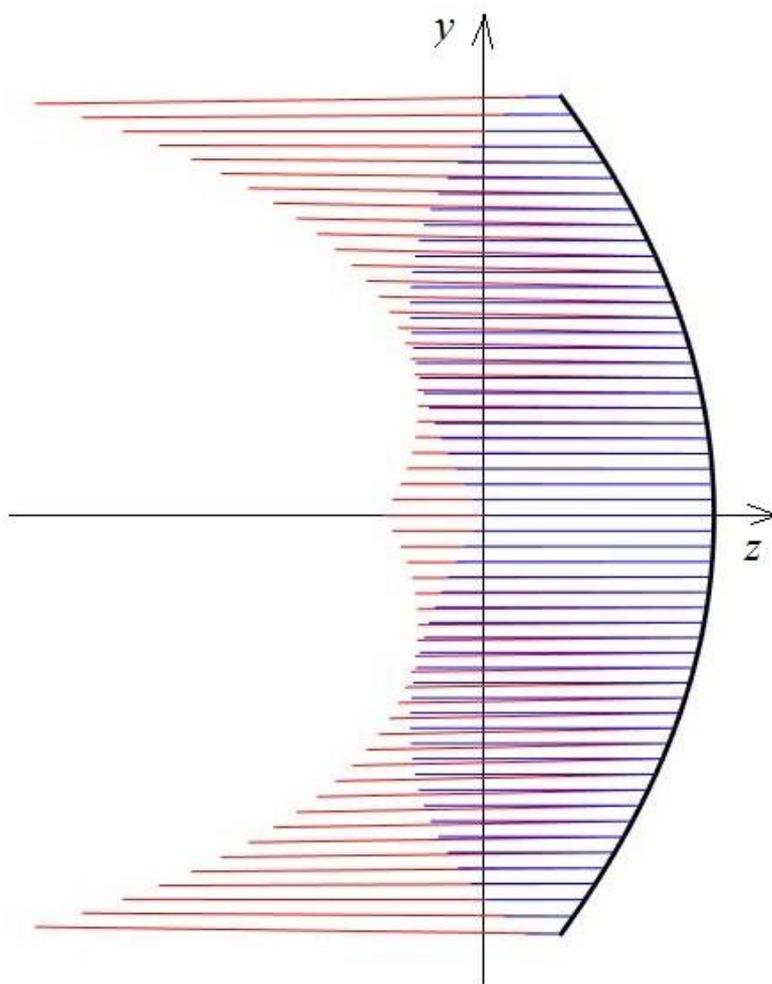


Рис. 14. Линзо-зеркальная трехфокальная система

Красными сплошными линиями показаны волноводы линзо-зеркальной системы на первом слое, а синими штриховыми – на втором. Конструктивно зеркало образовано 180 градусными волноводными разворотами, расположенными в соответствующих точках. Излучаясь из Н-секториального рупора, расположенного в первом слое, цилиндрическая волна, пройдя через волноводные развороты, фокусируется, переходит на второй слой и излучается в свободное пространство из открытого конца планарного волновода, расширенного в виде рупора в Е-плоскости. Отметим, что волноводы первого слоя не параллельны друг другу. Это обеспечивает реализацию необходимой функции отображения $y_2(y_1)$. Конструктивно это обеспечивается за счет изменения толщины стенок.

На рис. 15 кривыми 1, 2 и 3 показаны диаграммы направленности в Н - плоскости центрального луча антенны, соответственно, для частоты 45, 60 и 75 ГГц.

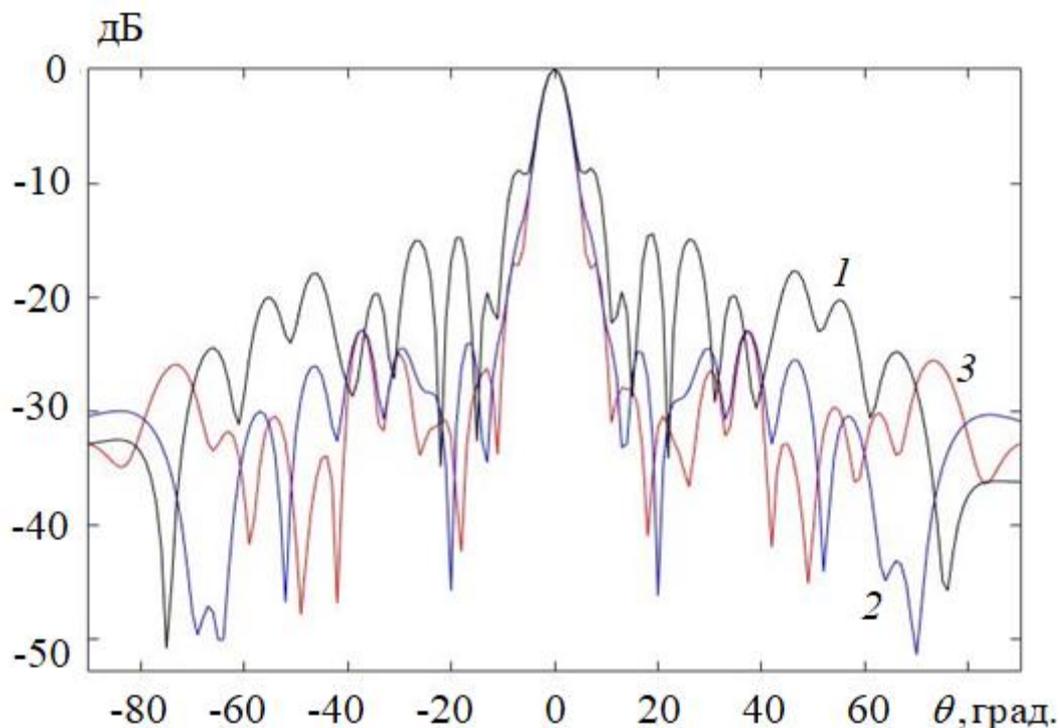


Рис. 15. Диаграммы направленности центрального луча линзо-зеркальной антенны на трех частотах

Следует отметить стабильную ширину главного лепестка во всем частотном диапазоне, что обеспечивает стабильный уровень пересечения соседних лучей многолучевой антенны.

На рис. 16 в тех же обозначениях показаны диаграммы направленности антенны в Н - плоскости на частоте 60 ГГц в режиме сканирования.

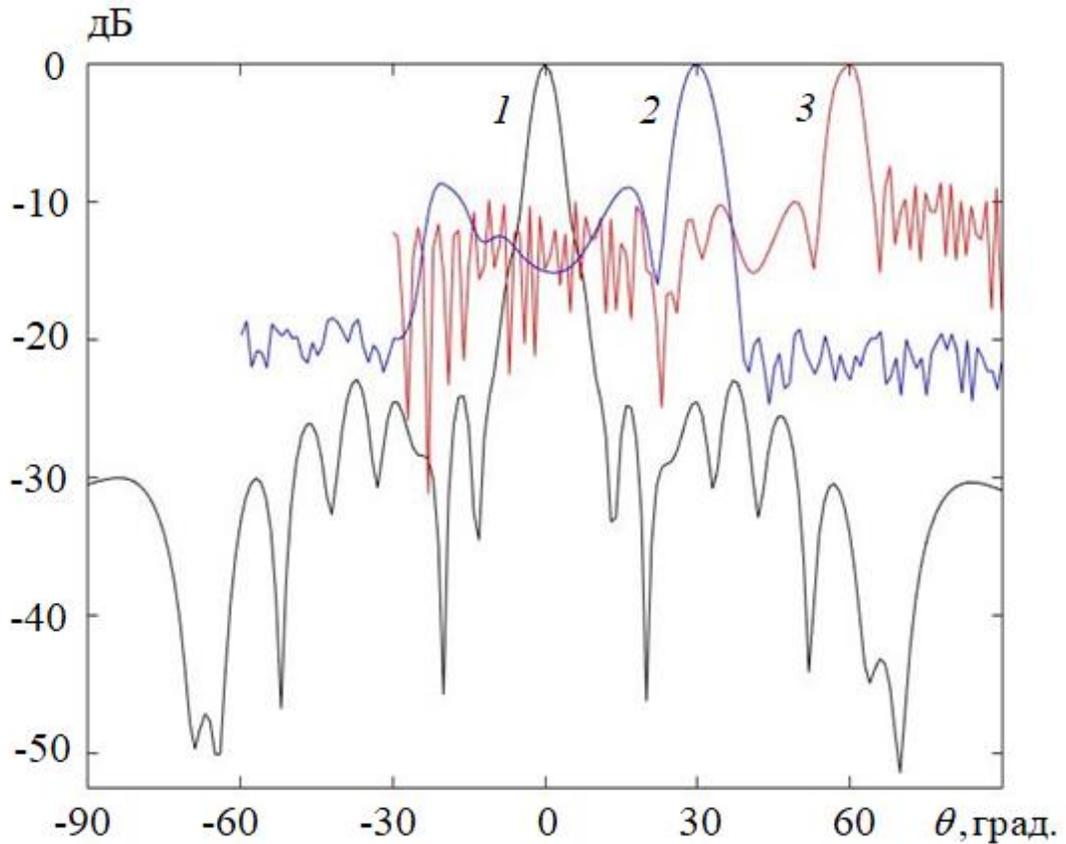


Рис.16. Диаграммы направленности линзо-зеркальной антенны при сканировании

Полученные результаты подтверждают величину сектора сканирования и широкополосные свойства многолучевой антенны на базе синтезированной линзо-зеркальной системы.

ВЫВОДЫ

Как показал анализ, проведенный выше для бифокальных, трехфокальных и четырехфокальных двухмерных линз, трехфокальные и четырехфокальные линзы обеспечивают очень низкий уровень aberrаций эйконала. Потери при передаче энергии из фокуса в фокус при больших углах зрения могут быть уменьшены путем согласования границ линзы со свободным пространством. Полоса частот линз с принудительным преломлением определяется дисперсионными свойствами используемых линий. Для шнурковых линз из линий с ТЕМ рабочей модой или

волноводных линзово-зеркальных систем возможна реализация широкополосного режима работы. Также широкополосный режим может быть реализован волноводной линзо-зеркальной системой с одинаковой длиной волноводов.

Значение СКА полифокальных линз с принудительным преломлением зависит от отношения фокальных расстояний. Показано, что существует оптимальное соотношение фокальных расстояний, обеспечивающее ее минимум. Это объясняется борьбой двух зависимостей: увеличением СКА при отклонении от условия апланатизма в линзе с двумя плоскостями симметрии и общей тенденцией уменьшения СКА с увеличением фокусного расстояния.

Таким образом, очень низкий уровень aberrаций даже при больших углах зрения позволяет рассматривать двумерные полифокальные линзы с принудительным преломлением в качестве перспективных диаграммообразующих систем многолучевых радиообъективов и антенн с гибридным формированием луча (квазиоптическим в одной плоскости и иным – в другой).

ГЛАВА 2 . ТРЕХМЕРНЫЕ ПОЛИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ПРИНУДИТЕЛЬНЫМ ПРЕЛОМЛЕНИЕМ

Трехмерные полифокальные линзовые антенны с принудительным преломлением позволяют формировать как одномерные, так и двумерные семейства лучей с высоким усилением.

Трехмерные шнурковые четырехфокальные линзы с прямолинейной фокальной линией и двумя плоскостями симметрии, формирующие четыре плоских волновых фронт, синтезированы в работе [9], а с криволинейной оптимизированной фокальной линией – в работе [10].

В работе [16] была поставлена задача синтеза линзовой антенны с пятью фокусами, однако полученное там решение имеет разрыв выходного фронта.

В данной главе рассматриваются трехмерные задачи синтеза и анализа полифокальных линз с принудительным преломлением с тремя, двумя и одной плоскостями симметрии при различных вариантах расположения фокусов. При расположении источника расходящейся сферической волны в одном из фокусов, линза в общем случае преобразует его поле в поле сходящейся сферической волны с фокусом с другой стороны линзы. В случае бесконечно удаленного фокуса линза (линзовая антенна) формирует плоскую волну.

2.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Трехмерная линза с принудительным преломлением обладает пятью степенями свободы: двумя функциями, описывающими ее поверхности, зависимостью длины линий от входных (x_1, y_1, z_1) и выходных (x_2, y_2, z_2) координат и двумя функциями отображения $x_2(x_1, y_1)$ и $y_2(x_1, y_1)$, описывающими связь этих координат (рис. 17). Линза может иметь до пяти фокусов с каждой стороны, при расположении в каждом из которых (в точке $F_i, i=1,2,\dots,5$) источника расходящейся

сферической волны линза преобразует его поле в поле сходящейся сферической волны в соответствующем фокусе (точке F_i') с другой стороны линзы.

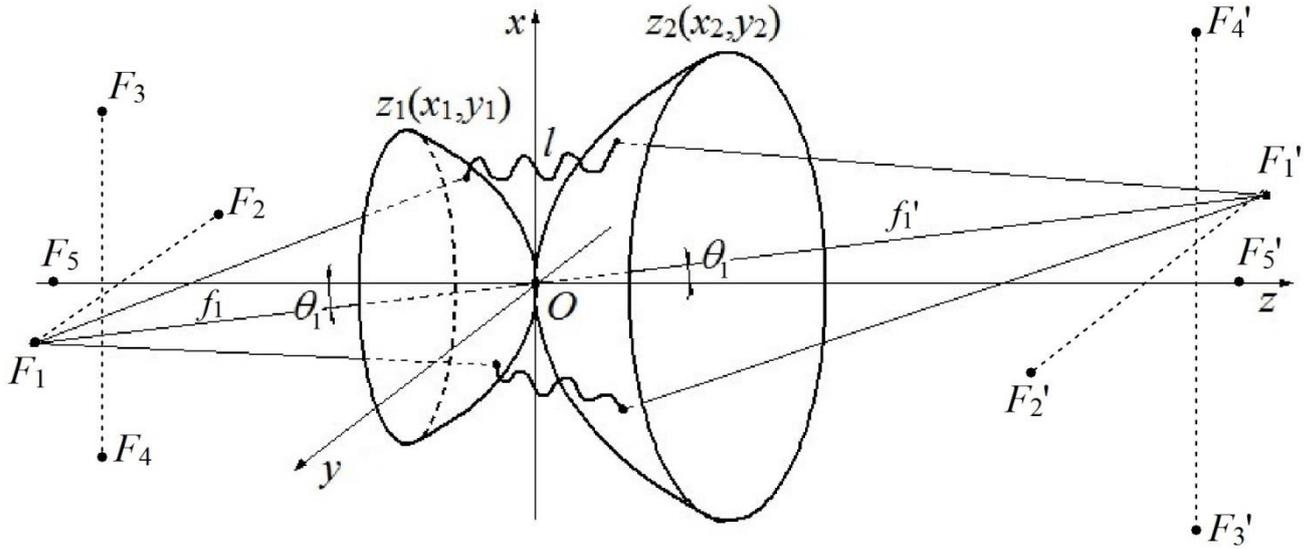


Рис. 17. Пятифокальная линза с принудительным преломлением.

Для обеспечения указанной выше фокусировки потребуем равенство эйконолов всех лучей, выходящих из фокуса F_i и после прохождения линзы попадающих в точку F_i' . В результате получаем систему уравнений:

$$R_i + R_i' + l = f_i + f_i'; \quad (2.1)$$

где $i = 1, 2, 3, 4, 5$; $R_i = \sqrt{(f_i \sin \theta_i \sin \gamma_i - x_1)^2 + (f_i \sin \theta_i \cos \gamma_i - y_1)^2 + (f_i \cos \theta_i + z_1)^2}$;

$$R_i' = \sqrt{(f_i' \sin \theta_i \sin \gamma_i + x_2)^2 + (f_i' \sin \theta_i \cos \gamma_i + y_2)^2 + (f_i' \cos \theta_i - z_2)^2}; f_i = OF_i;$$

$f_i' = OF_i'$; θ_i – угол между лучом F_iO и осью Oz соответственно (O – начало системы координат); γ_i – угол между лучом OF_i'' и осью Oy соответственно (F_i'' – проекция F_i на плоскости xu соответственно); l – длина линии, соединяющей входной (x_1, y_1, z_1) и выходной (x_2, y_2, z_2) точек.

Используя полученную систему уравнений (2.1), исследуем полифокальные линзы с принудительным преломлением с тремя, двумя и одной плоскостью симметрии.

2.2. ПОЛИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ТРЕМЯ ПЛОСКОСТЯМИ СИММЕТРИИ

В полифокальной линзе с тремя плоскостями симметрии может быть два варианта расположения фокусов. В первом варианте все четыре фокуса лежат в одной из плоскостей симметрии линзы. Во втором варианте 2 фокуса лежат в одной плоскости симметрии линзы, а два других – в ортогональной плоскости симметрии. В данном разделе будут рассмотрены оба варианта.

Рассмотрим сначала случай трехмерной четырехфокальной линзы, у которой все четыре фокуса лежат в одной из плоскостей симметрии. Для решения задачи синтеза по-прежнему будем использовать систему уравнений (2.1).

В этом случае $x_1 = x_2 = x$; $y_1 = y_2 = y$; $z_2 = -z_1 = z$ и система пяти уравнений (2.1) переходит в систему двух уравнений:

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 + (f_1 \sin \alpha - y)^2 + (f_1 \cos \alpha - z)^2} + \sqrt{x^2 + (f_1 \sin \alpha + y)^2 + (f_1 \cos \alpha - z)^2} &= 2f_1 - l; \\ \sqrt{x^2 + (f_3 \sin \beta - y)^2 + (f_1 \cos \alpha - z)^2} + \sqrt{x^2 + (f_3 \sin \beta + y)^2 + (f_1 \cos \alpha - z)^2} &= 2f_3 - l. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Перегруппируем и дважды возведем в квадрат каждое из двух уравнений системы (2.2). Вычитая одно из полученных уравнений из другого, получим решение в параметрической форме:

$$\begin{aligned} z &= -\frac{P + \sqrt{P^2 - 4Q}}{2}; \\ y &= \pm \sqrt{\frac{-2z(f_1 \cos \alpha - f_3 \cos \beta) + l(f_1 - f_3)}{4L}}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\text{где } P = \frac{(f_1 \cos \alpha - f_3 \cos \beta)M}{2L} - 2f_1 \cos \alpha; Q = f_1^2 + x^2 - \frac{(2f_1 - l)^2}{4} - \frac{l(f_1 - f_3)M}{4L};$$

$$M = \frac{4f_1^2 \sin^2 \alpha}{(2f_1 - l)^2} - 1; L = \frac{f_1^2 \sin^2 \alpha}{(2f_1 - l)^2} - \frac{f_3^2 \sin^2 \beta}{(2f_3 - l)^2}.$$

Задавая l и x , определяем z и y из (2.3).

Решение системы (2.2) в плоскости симметрии $x=0$ при этом совпадает с решением для двумерной линзы (см. выше).

Ограничимся минимизацией СКА для максимального угла зрения 60° . В результате получаем следующие значения параметров: $f_3=23.875$; $\alpha=11.7^\circ$; $\beta=27.9^\circ$.

На рис. 18 представлены зависимости нормированной СКА от угла зрения трехмерной четырехфокальной линзы при сканировании в горизонтальной плоскости (кривая 1) и в вертикальных плоскостях (проходящих через центр линзы и отклоненных от нее на 21° , соответственно кривые 2 и 3,4).

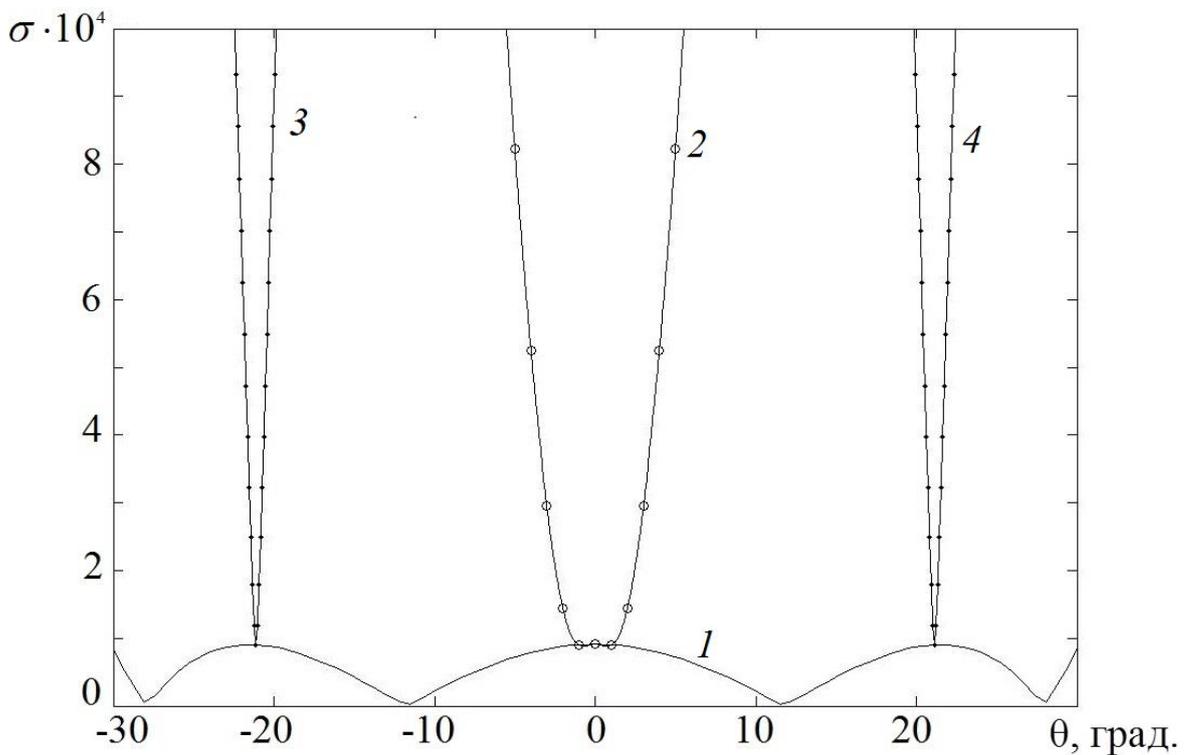


Рис. 18. Зависимости нормированной СКА трехмерной четырехфокальной линзы от угла зрения при сканировании в горизонтальной плоскости (кривая 1) и в вертикальных плоскостях (кривые 2, 3 и 4)

На рис. 19 показаны линии уровня СКА синтезированной линзы на фокальной сфере, радиус которой ($R=0.68$) был найден в результате процесса оптимизации. Фокусы на рисунке показаны точками. В этих точках СКА = 0.

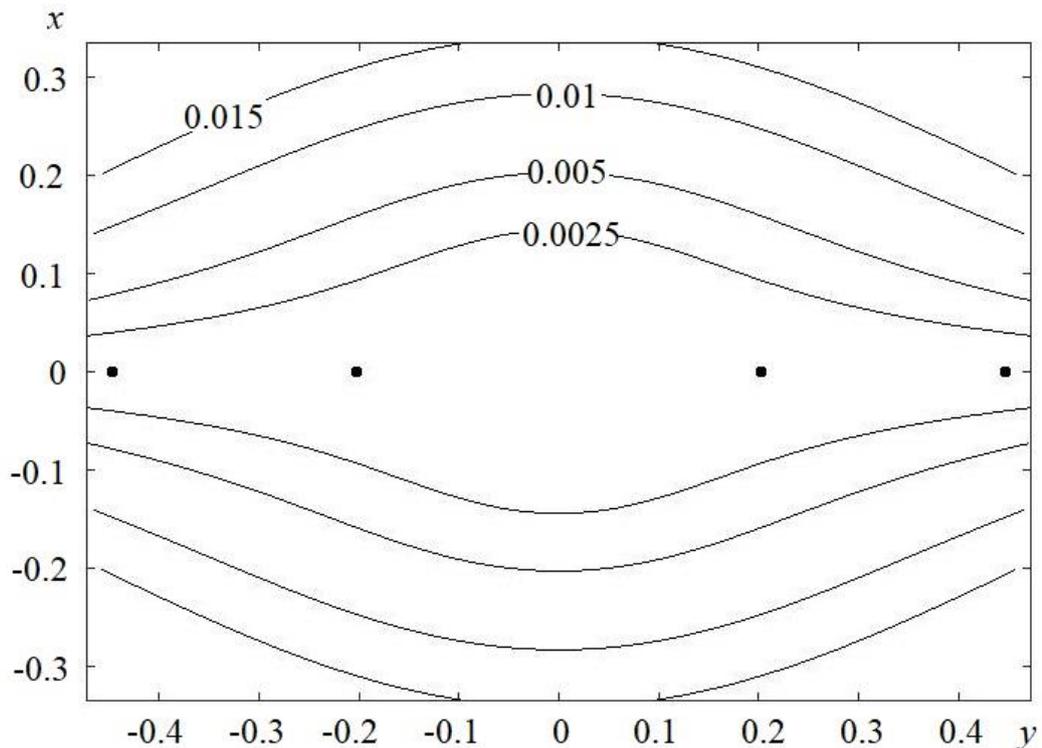


Рис. 19. Линии уровня СКА четырехфокальной линзы с тремя плоскостями симметрии.

Анализ результатов расчета показывает, что четырехфокальные линзы с принудительным преломлением и симметричными фокальными линиями обеспечивают очень низкий уровень aberrаций, ниже, чем четырехфокальные линзы с фокусировкой в дальней зоне [10]. Это можно объяснить тем, что они являются не только полифокальными, но и апланатическими. При этом уровень aberrаций в трехмерных линзах на порядок больше, чем в двухмерных (при сканировании по фокальной кривой). При отклонении от фокальной кривой уровень aberrаций в трехмерных линзах резко возрастает, особенно в областях близких к краям фокальной кривой.

Рассмотрим теперь второй вариант, когда 2 фокуса лежат в одной плоскости симметрии линзы, а два других – в другой.

Пусть фокусы F_1 и F_2 , F_1' и F_2' лежат в плоскости yz (рис. 2.1) симметрично относительно плоскости xz , а фокусы F_3 и F_4 , F_3' и F_4' лежат в плоскости xz симметрично относительно плоскости yz . Фокусы F_1 и F_1' , F_2 и F_2' , F_3 и F_3' , F_4 и F_4'

симметричны относительно начало координат O . Проекция этих фокусов на плоскость xu являются при этом вершинами ромба. Из условий симметрии вытекает возможность синтеза линзы с одинаковой формой левой и правой поверхностей и равенством координат x , y точек входа и выхода лучей ($x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$, $z_1 = -z_2$). При этом линза обладает двумя степенями свободы – формой поверхности и зависимостью длины линий, соединяющих точки входа и выхода.

Для обеспечения идеальной фокусировки в двух симметрично смещенных относительно плоскости xz точках требуется одна степень свободы, аналогично, для обеспечения идеальной фокусировки в двух симметрично смещенных относительно плоскости yz точках требуется вторая степень свободы, поэтому линза с тремя плоскостями симметрии может иметь максимум четыре фокуса с каждой стороны.

В этом случае, система пяти уравнений (2.1) переходит в систему двух уравнений:

$$\begin{aligned} \sqrt{x_1^2 + (f_1 \sin \alpha - y_1)^2 + (f_1 \cos \alpha + z_1)^2} + \sqrt{x_1^2 + (f_1 \sin \alpha + y_1)^2 + (f_1 \cos \alpha + z_1)^2} + l = 2f_1; \\ \sqrt{(f_3 \sin \beta - x_1)^2 + y_1^2 + (f_3 \cos \beta + z_1)^2} + \sqrt{(f_3 \sin \beta + x_1)^2 + y_1^2 + (f_3 \cos \beta + z_1)^2} + l = 2f_3; \end{aligned} \quad (2.4)$$

где α – углы между лучами F_1O , F_2O , OF_1' , OF_2' и осью Oz (O – начало системы координат); $f_1 = F_1O = F_2O = F_1'O = F_2'O$; l – длина линии, соединяющей точки на входной и выходной поверхности линзы; β – углы между лучами F_3O , F_4O , OF_3' , OF_4' и осью Oz ; $f_3 = F_3O = F_4O = F_3'O = F_4'O$.

Перегруппируя и возводя обе части первого уравнения системы (2.4) дважды в квадрат, получаем:

$$(2f_1 - l)^2 + 16y_1^2 f_1^2 \sin^2 \alpha / (2f_1 - l)^2 = 4(f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2z_1 f_1 \cos \alpha). \quad (2.5)$$

Аналогично, перегруппируя и возводя обе части второго уравнения системы (2.4) дважды в квадрат, получаем:

$$(2f_3 - l)^2 + 16x_1^2 f_3^2 \sin^2 \beta / (2f_3 - l)^2 = 4(f_3^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2z_1 f_3 \cos \beta). \quad (2.6)$$

Вычитая (2.6) из (2.5), получаем:

$$y_1^2 = J \cdot z_1 + T; \quad (2.7)$$

где $J = (f_1 \cos \alpha - f_3 \cos \beta)(2f_1 - l)^2 / 2f_1^2 \sin^2 \alpha$;

$$T = \left[4(f_1^2 - f_3^2) + (2f_3 - l)^2 - (2f_1 - l)^2 + \frac{16x_1^2 f_3^2 \sin^2 \beta}{(2f_3 - l)^2} \right] \frac{(2f_1 - l)^2}{16f_1^2 \sin^2 \alpha}.$$

Подставляя y_1 из (2.7) в (2.6); перегруппируя, получаем квадратное уравнение относительно z_1 :

$$z_1^2 + M \cdot z_1 + N = 0; \quad (2.8)$$

где $M = J + 2f_3 \cos \beta$;

$$N = T + f_3^2 + x_1^2 - (2f_3 - l)^2 / 4 - 4x_1^2 f_3^2 \sin^2 \beta / (2f_3 - l)^2.$$

Физическое решение уравнения (2.8) имеет вид:

$$z_1 = -M/2 + \sqrt{M^2 - 4N}/2. \quad (2.9)$$

Задавая x_1 и l , определяем z_1 из (2.9); затем определяем y_1 по формуле (2.7).

В качестве примера была синтезирована линза с параметрами: величина апертуры $D=1$; $F_1= F_2=1$; $F_3= F_4=0.9$; $\alpha=14.2^\circ$; $\beta= 23.7^\circ$. Для анализа качества синтеза вычислялась СКА на выходе линзы используется формула 1.4.

На рис. 20 показаны линии уровня СКА синтезированной линзы на фокальной сфере, радиус которой ($R=0.4$) был найден в результате процесса оптимизации. Фокусы на рисунке показаны точками внутри пунктирных линий уровня. В этих точках СКА = 0.

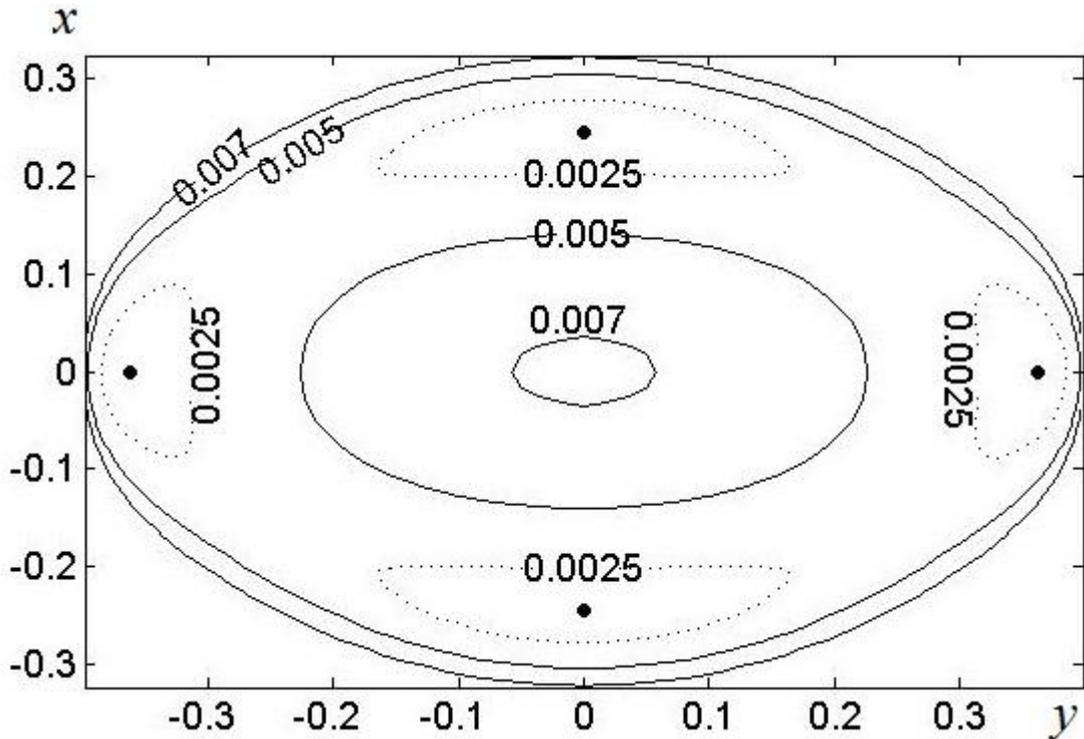


Рис. 20. Линии уровня СКА четырехфокальной линзы с тремя плоскостями симметрии.

Из анализа полученных результатов следует, что СКА первой линзы на оси y меньше, чем второй, а на оси x - больше.

2.3. ПОЛИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ СИММЕТРИИ

Сначала рассмотрим случай линзы, у которой четыре фокуса лежат в двух ортогональных плоскостях симметрии (по два в каждом), их проекции на плоскости xu - в вершинах ромба, а пятый фокус на оси z в центре этого ромба. В этом случае: $\theta_1 = \theta_2 = \alpha; \theta_3 = \theta_4 = \beta; \theta_5 = 0; \gamma_1 = 0; \gamma_2 = \pi; \gamma_3 = \pi/2; \gamma_5 = 0; f_3 = f_4; f_1' = f_2'; f_3' = f_4'$ и система уравнений (2.1) переходит в систему:

$$\begin{aligned}
& \sqrt{x_1^2 + (f_1 \sin \alpha - y_1)^2 + (f_1 \cos \alpha + z_1)^2} + \\
& + \sqrt{x_2^2 + (f_1' \sin \alpha + y_2)^2 + (f_1' \cos \alpha - z_2)^2} + l = f_1 + f_1'; \\
& \sqrt{x_1^2 + (f_1 \sin \alpha + y_1)^2 + (f_1 \cos \alpha + z_1)^2} + \\
& + \sqrt{x_2^2 + (f_1' \sin \alpha - y_2)^2 + (f_1' \cos \alpha - z_2)^2} + l = f_1 + f_1'; \\
& \sqrt{(f_3 \sin \beta - x_1)^2 + y_1^2 + (f_3 \cos \beta + z_1)^2} + \\
& + \sqrt{(f_3' \sin \beta + x_2)^2 + y_2^2 + (f_3' \cos \beta - z_2)^2} + l = f_3 + f_3'; \\
& \sqrt{(f_3 \sin \beta + x_1)^2 + y_1^2 + (f_3 \cos \beta + z_1)^2} + \\
& + \sqrt{(f_3' \sin \beta - x_2)^2 + y_2^2 + (f_3' \cos \beta - z_2)^2} + l = f_3 + f_3'; \\
& \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + (f_5 + z_1)^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + (f_5' - z_2)^2} + l = f_5 + f_5'; \quad (2.10)
\end{aligned}$$

Перегруппируя и возводя обе части первого уравнения системы (2.10) дважды в квадрат, получаем:

$$\begin{aligned}
& 4(f_1 + f_1' - l)^2 (f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - 2y_1 f_1 \sin \alpha + 2z_1 f_1 \cos \alpha) = \\
& 4 \sin^2 \alpha (y_1 f_1 + y_2 f_1')^2 + \left[(f_1 + f_1' - l)^2 + f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - f_1'^2 - x_2^2 - \right. \\
& \left. - y_2^2 - z_2^2 + 2 \cos \alpha (z_1 f_1 + z_2 f_1') \right]^2 + 4 \sin \alpha (y_1 f_1 + y_2 f_1') \left[(f_1 + f_1' - l)^2 + \right. \\
& \left. + f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - f_1'^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2 + 2 \cos \alpha (z_1 f_1 + z_2 f_1') \right]. \quad (2.11)
\end{aligned}$$

Аналогично преобразуя второе уравнение системы (2.10), затем вычитая из (2.11) полученное уравнение, получаем:

$$\begin{aligned}
& (f_1 + f_1' - l)^2 + f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - f_1'^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2 + 2 \cos \alpha (z_1 f_1 + z_2 f_1') = \\
& = \frac{-2(f_1 + f_1' - l)^2 y_1 f_1}{y_1 f_1 + y_2 f_1'}. \quad (2.12)
\end{aligned}$$

Подставляя (2.12) в (2.10) и перегруппируя, получаем:

$$f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2z_1 f_1 \cos \alpha = \frac{(f_1 + f_1' - l)^2 y_1^2 f_1^2}{(y_1 f_1 + y_2 f_1')^2} + \frac{\sin^2 \alpha (y_1 f_1 + y_2 f_1')^2}{(f_1 + f_1' - l)^2}. \quad (2.13)$$

Аналогично, из третьего и четвертого уравнений системы (2.10), получаем:

$$f_3^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2z_1 f_3 \cos \beta = \frac{(f_3 + f_3' - l)^2 x_1^2 f_3^2}{(x_1 f_3 + x_2 f_3')^2} + \frac{\sin^2 \beta (x_1 f_3 + x_2 f_3')^2}{(f_3 + f_3' - l)^2}. \quad (2.14)$$

Вычитая (2.13) из (2.14) и перегруппируя, получаем:

$$z_1 = \frac{f_3^2 - f_1^2 + K_1 - K_3}{2(f_1 \cos \alpha - f_3 \cos \beta)} = W_1; \quad (2.15)$$

где $K_1 = \left((f_1 + f_1' - l)^2 y_1^2 f_1^2 \right) / (y_1 f_1 + y_2 f_1')^2 + \left(\sin^2 \alpha (y_1 f_1 + y_2 f_1')^2 \right) / (f_1 + f_1' - l)^2$;

$$K_3 = \left((f_3 + f_3' - l)^2 x_1^2 f_3^2 \right) / (x_1 f_3 + x_2 f_3')^2 + \left(\sin^2 \beta (x_1 f_3 + x_2 f_3')^2 \right) / (f_3 + f_3' - l)^2.$$

Аналогично, получаем:

$$z_2 = \frac{f_3'^2 - f_1'^2 + K_1' - K_3'}{2(f_3' \cos \beta - f_1' \cos \alpha)} = W_2; \quad (2.16)$$

где $K_1' = \left((f_1 + f_1' - l)^2 y_2^2 f_1'^2 \right) / (y_1 f_1 + y_2 f_1')^2 + \left(\sin^2 \alpha (y_1 f_1 + y_2 f_1')^2 \right) / (f_1 + f_1' - l)^2$;

$$K_3' = \left((f_3 + f_3' - l)^2 x_2^2 f_3'^2 \right) / (x_1 f_3 + x_2 f_3')^2 + \left(\sin^2 \beta (x_1 f_3 + x_2 f_3')^2 \right) / (f_3 + f_3' - l)^2.$$

Подставляя (2.16) и (2.15) в (2.10), получаем систему трех уравнений:

$$\begin{aligned} & \sqrt{x_1^2 + (f_1 \sin \alpha - y_1)^2 + (f_1 \cos \alpha + W_1)^2} + \\ & + \sqrt{x_2^2 + (f_1' \sin \alpha + y_2)^2 + (f_1' \cos \alpha - W_2)^2} + l = f_1 + f_1'; \\ & \sqrt{(f_3 \sin \beta - x_1)^2 + y_1^2 + (f_3 \cos \beta + W_1)^2} + \\ & + \sqrt{(f_3' \sin \beta + x_2)^2 + y_2^2 + (f_3' \cos \beta - W_2)^2} + l = f_3 + f_3'; \\ & \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + (f_5 + W_1)^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + (f_5' - W_2)^2} + l = f_5 + f_5'. \end{aligned} \quad (2.17)$$

В общем случае, задавая x_1 , y_1 и используя численные методы из системы (2.17) можно найти неизвестные x_2 , y_2 и l . Затем можно определить z_1 и z_2 из уравнений (2.16) и (2.15).

В случае четырехфокальной линзы последнее уравнение в (2.17) - отсутствует. В результате, задача синтеза сводится к двум трансцендентным уравнениям.

В случае формирования пяти плоских фронтов, т.е. когда f_1', f_2', f_3', f_4' и $f_5' \rightarrow \infty$ система уравнений (2.10) переходит в систему:

$$\begin{aligned}
\sqrt{x_1^2 + (f_1 \sin \alpha - y_1)^2 + (f_1 \cos \alpha + z_1)^2} &= f_1 - l - y_2 \sin \alpha + z_2 \cos \alpha; \\
\sqrt{x_1^2 + (f_1 \sin \alpha + y_1)^2 + (f_1 \cos \alpha + z_1)^2} &= f_1 - l + y_2 \sin \alpha + z_2 \cos \alpha; \\
\sqrt{(f_3 \sin \beta - x_1)^2 + y_1^2 + (f_3 \cos \beta + z_1)^2} &= f_3 - l - x_2 \sin \beta + z_2 \cos \beta; \\
\sqrt{(f_3 \sin \beta + x_1)^2 + y_1^2 + (f_3 \cos \beta + z_1)^2} &= f_3 - l + x_2 \sin \beta + z_2 \cos \beta; \\
\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + (f_5 + z_1)^2} &= f_5 - l + z_2.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Возводя обе части первого уравнения системы (2.18) в квадрат, получаем:

$$\begin{aligned}
f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - 2y_1 f_1 \sin \alpha + 2z_1 f_1 \cos \alpha &= \\
= (f_1 - l + z_2 \cos \alpha)^2 + y_2^2 \sin^2 \alpha - 2y_2 \sin \alpha (f_1 - l + z_2 \cos \alpha).
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Возводя обе части второго уравнения системы (2.18) в квадрат, получаем:

$$\begin{aligned}
f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2y_1 f_1 \sin \alpha + 2z_1 f_1 \cos \alpha &= \\
= (f_1 - l + z_2 \cos \alpha)^2 + y_2^2 \sin^2 \alpha + 2y_2 \sin \alpha (f_1 - l + z_2 \cos \alpha).
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Вычитая (2.20) из (2.19), получаем:

$$f_1 - l + z_2 \cos \alpha = y_1 f_1 / y_2. \tag{2.21}$$

Подставляя (2.21) в (2.19) и перегруппируя, получаем:

$$f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2z_1 f_1 \cos \alpha = y_1^2 f_1^2 / y_2^2 + y_2^2 \sin^2 \alpha. \tag{2.22}$$

Аналогично преобразуя третье и четвертое уравнения системы (2.18), получаем:

$$f_3 - l + z_2 \cos \beta = x_1 f_3 / x_2; \tag{2.23}$$

$$f_3^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2z_1 f_3 \cos \beta = x_1^2 f_3^2 / x_2^2 + x_2^2 \sin^2 \beta. \tag{2.24}$$

Уравнение (2.24) можно записать относительно переменной z_1 :

$$z_1^2 + 2z_1 f_3 \cos \beta + P = 0; \tag{2.25}$$

где $P = f_3^2 + x_1^2 + y_1^2 - x_1^2 f_3^2 / x_2^2 - x_2^2 \sin^2 \beta$.

Физическим решением уравнения (2.25) является:

$$z_1 = -f_3 \cos \beta + \sqrt{f_3^2 \cos^2 \beta - P} = \Gamma_1. \tag{2.26}$$

Уравнения (2.22) перепишем относительно переменной y_2 :

$$\sin^2 \alpha y_2^4 + Q \cdot y_2^2 + f_1^2 y_1^2 = 0; \tag{2.27}$$

где $Q = f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2z_1f_1 \cos \alpha$.

Уравнение (2.27) имеет физическое решение:

$$y_2 = \pm \sqrt{\left(Q - \sqrt{Q^2 - 4f_1^2 y_1^2 \sin^2 \alpha}\right) / 2 \sin^2 \alpha}. \quad (2.28)$$

Из уравнений (2.21) и (2.23) получаем выражения для определения z_2 и l :

$$z_2 = (f_3 - f_1 + y_1 f_1 / y_2 - x_1 f_3 / x_2) / (\cos \alpha - \cos \beta) = \Gamma_2; \quad (2.29)$$

$$l = f_3 + z_2 \cos \beta - x_1 f_3 / x_2 = \Lambda. \quad (2.30)$$

Задавая x_1, y_1 , находим z_1, y_2, z_2 и l из (2.26), (2.28), (2.29) и (2.30) и подставляя их в последнее уравнение системы (2.18), получаем трансцендентное уравнение относительно x_2 :

$$\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + (f_5 + \Gamma_1)^2} = f_5 - \Lambda + \Gamma_2. \quad (2.31)$$

После нахождения x_2 из уравнения (2.31) определяем z_1, y_2, z_2 и l из (2.26), (2.28), (2.29) и (2.30), соответственно.

Анализ синтезированной на основе полученных уравнений пятифокальной линзы показал, что ее выходная апертура существенно меньше входной, поэтому далее рассмотрим задачу синтеза четырехфокальной линзы. Для фокусировки в четырех фокусах необходимы четыре степени свободы. Пятую (одну из двух функций отображения) зададим для простоты единичной ($x_2 = x_1$). В этом случае задавая x_1, y_1 ; определяем z_1, y_2, z_2 и l соответственно по формулам (2.26), (2.28), (2.29) и (2.30), соответственно.

В качестве примера была синтезирована линза с параметрами: $D=1; F_1=1; F_3=1.2; \alpha=14.03^\circ; \beta=29.5^\circ$. На рис. 21 показаны зависимости СКА от углов зрения синтезированной линзы на фокальной сфере, радиус которой $R=2.01$ был найден в результате оптимизации.

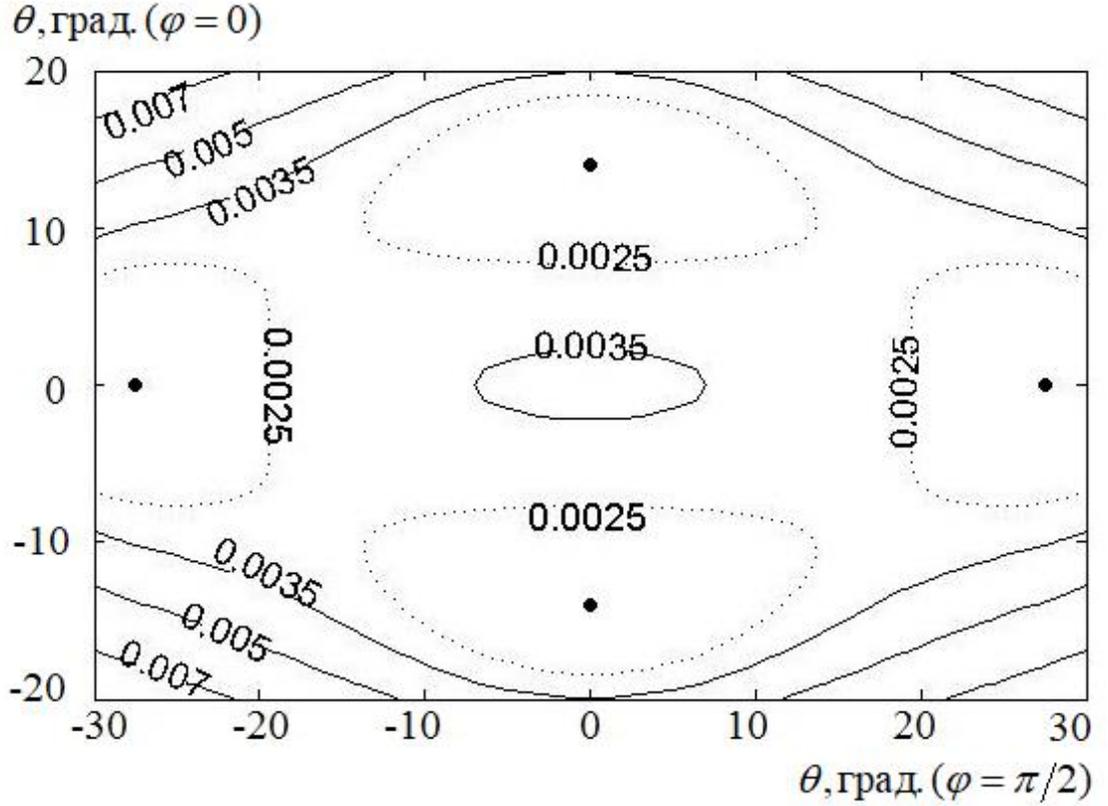


Рис. 21. Линии уровня СКА четырехфокальной линзы.

Рассмотрим случай, когда линза имеет плоскости симметрии xz и yz , а пять фокусов располагаются в одной из плоскостей симметрии (для определенности yz). В этом случае $\theta_1 = \theta_2 = \alpha; \theta_3 = \theta_4 = \beta; \gamma_1 = \gamma_3 = 0; \gamma_2 = \gamma_4 = \pi; f_1 = f_2; f_3 = f_4$; Если линза формирует пять плоских фронтов, система уравнений (2.1) переходит в систему:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{x_1^2 + (f_1 \sin \alpha - y_1)^2 + (f_1 \cos \alpha + z_1)^2} &= f_1 - l - y_2 \sin \alpha + z_2 \cos \alpha; \\
 \sqrt{x_1^2 + (f_1 \sin \alpha + y_1)^2 + (f_1 \cos \alpha + z_1)^2} &= f_1 - l + y_2 \sin \alpha + z_2 \cos \alpha; \\
 \sqrt{x_1^2 + (f_3 \sin \beta - y_1)^2 + (f_3 \cos \beta + z_1)^2} &= f_3 - l - y_2 \sin \beta + z_2 \cos \beta; \\
 \sqrt{x_1^2 + (f_3 \sin \beta + y_1)^2 + (f_3 \cos \beta + z_1)^2} &= f_3 - l + y_2 \sin \beta + z_2 \cos \beta; \\
 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + (f_5 + z_1)^2} &= f_5 - l + z_2.
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Число неизвестных (z_1, y_2, z_2 и l) в системе (2.32) меньше числа уравнений и можно показать, что она не имеет решения. Поэтому рассмотрим случай четырех

фокусов. Этот случай был ранее рассмотрен в работе [10], где одна из функций отображения задавалась единичной ($x_2=x_1$), т.е. пятая степень свободы не использовалась. В данной работе используем эту степень свободы для уменьшения aberrаций в плоскости xz . Для этого потребуем выполнения условия синусов Аббе в этой плоскости

$$x_2 = f_0 x_1 / \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + (f_0 + z_1)^2}; \quad (2.33)$$

где f_0 – расстояние от центра фокальной кривой до центра линзы.

В качестве примера была синтезирована линз антенна с параметрами: $D=1$; $F_1=F_2=1$; $F_3=F_4=0.96$; $\alpha=11.66^\circ$; $\beta=27.8^\circ$. На рис. 22 показаны зависимости СКА от углов зрения синтезированной линзы на фокальной сфере, радиус которой $R=0.707$ был найден в результате оптимизации. Для сравнения на рис. 23 приведены соответствующие характеристики линзы, синтезированной в [10]. Как видно на рисунках при одинаковых уровнях СКА в плоскости yz , уровень СКА синтезированной в данной работе линзы в плоскости xz в два раза ниже.

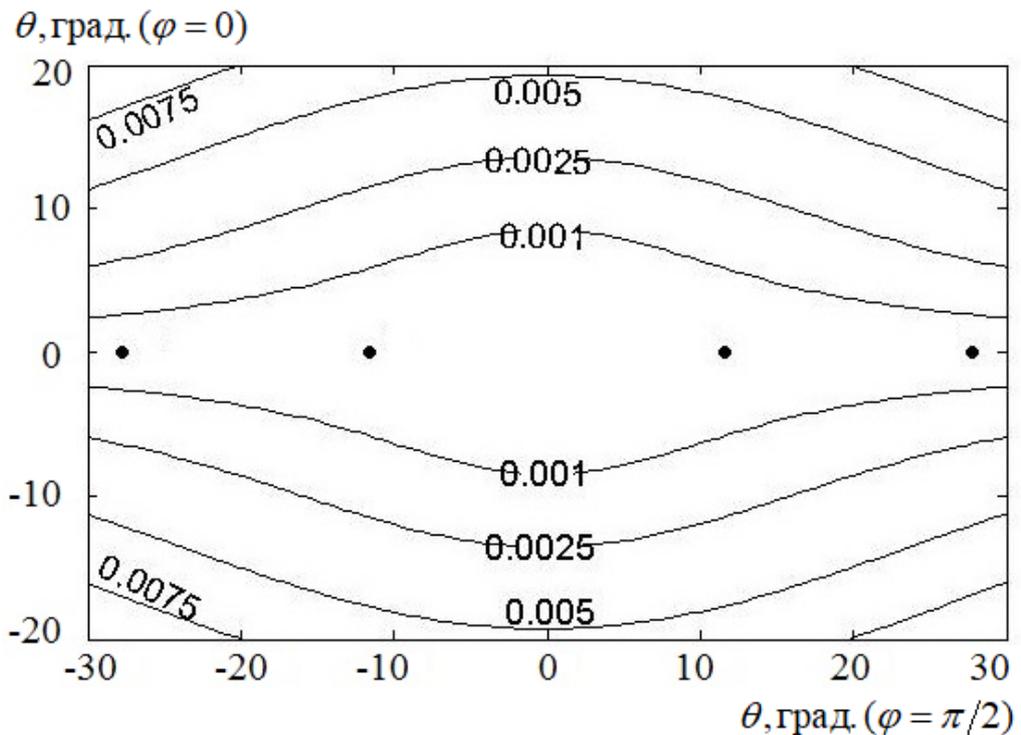


Рис. 22. Линии уровня СКА четырехфокальной апланатической линзы.

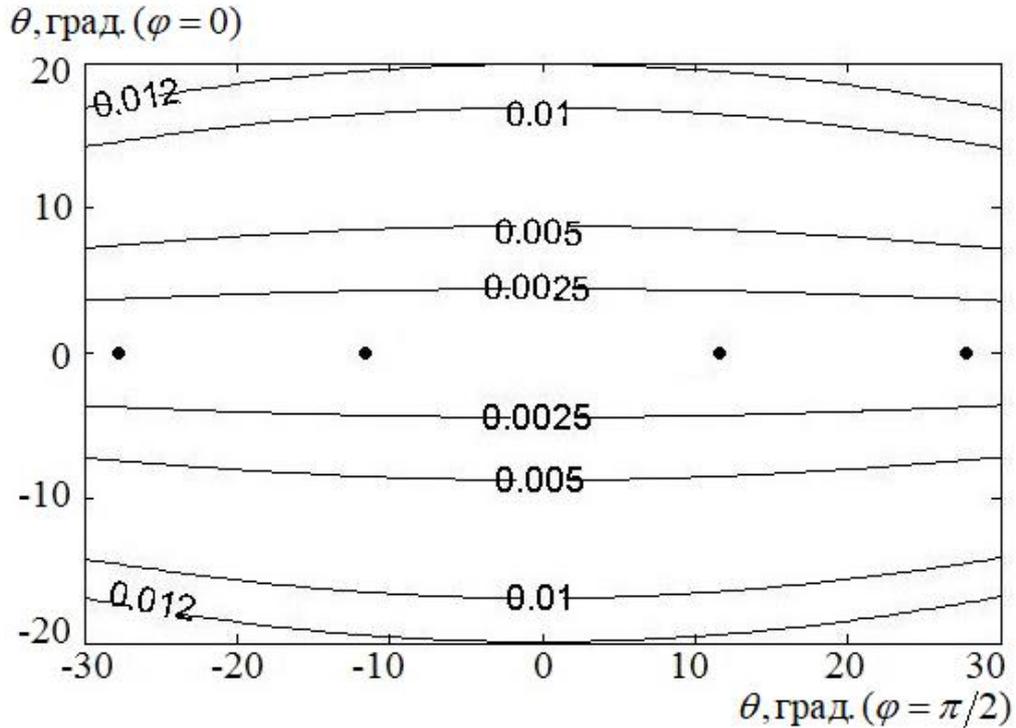


Рис. 23. Линии уровня СКА четырехфокальной линзы [10].

Сравнивая рис. 21 и рис. 22 видно, что у четырехфокальной линзы с фокальной кривой в плоскости yz уровень СКА в этой плоскости меньше, чем у четырехфокальной линзы с проекциями фокусов в вершинах ромба, а в плоскости xz – больше.

В качестве еще одного примера рассмотрим задачу синтеза четырехфокальной линзы с двумя плоскостями симметрии, когда проекции фокусов на плоскости xu лежат в вершинах трапеции. Фокусы F_1 и F_1' , F_2 и F_2' , F_3 и F_3' , F_4 и F_4' симметричны относительно начало координат O . Фокусы F_1 и F_2 , F_3 и F_4 (соответственно F_1' и F_2' , F_3' и F_4') симметричны относительно плоскости xz . Из условия симметрии фокусов следует условие симметрии левой и правой поверхностей линзы $z_1 = -z_2$ и требование для функции отображения: $x_1 = -x_2$, $y_1 = y_2$ (когда $x_1 = -x_2$, $y_1 = -y_2$ или $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$ задача не имеет решения). При этом линза обладает двумя степенями свободы – формой поверхности и зависимостью длины линий, соединяющих точки входа и выхода от координат x и y . Из условия равенства

эйконолов для всех лучей, выходящих из точки F_i и попадающих в точку F_i' , нетрудно получить систему двух уравнений:

$$R_j + R_j' + l = 2f_j; \quad (2.34)$$

где $j = 1, 3$; $\theta_1 = \alpha$; $\theta_3 = \beta$; $\gamma_1 = \varphi$; $\gamma_3 = \xi$;

$$R_j = \sqrt{\left(f_j \sin \theta_j \sin \gamma_j - x_1\right)^2 + \left(f_j \sin \theta_j \cos \gamma_j - y_1\right)^2 + \left(f_j \cos \theta_j + z_1\right)^2};$$

$$R_j' = \sqrt{\left(f_j' \sin \theta_j \sin \gamma_j - x_1\right)^2 + \left(f_j' \sin \theta_j \cos \gamma_j + y_1\right)^2 + \left(f_j' \cos \theta_j + z_1\right)^2};$$

α и β – углы между лучами F_1O , F_3O и осью Oz соответственно (O – начало системы координат); φ и ξ – углы между лучами OF_1'' , OF_3'' и осью Oy соответственно (F_1'' и F_3'' – проекции F_1 и F_3 на плоскости xy соответственно).

Перегруппируя и возводя обе части первого уравнения из системы (2.34) дважды в квадрат, получаем:

$$(2f_1 - l)^2 + \frac{16y_1^2 f_1^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi}{(2f_1 - l)^2} = 4\left(f_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - 2x_1 f_1 \sin \alpha \sin \varphi + 2z_1 f_1 \cos \alpha\right). \quad (2.35)$$

Аналогично, перегруппируя и возводя обе части второго уравнения из системы (2.34) дважды в квадрат, получаем:

$$(2f_3 - l)^2 + \frac{16y_1^2 f_3^2 \sin^2 \beta \cos^2 \xi}{(2f_3 - l)^2} = 4\left(f_3^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - 2x_1 f_3 \sin \beta \sin \xi + 2z_1 f_3 \cos \beta\right). \quad (2.36)$$

Вычитая (2.35) из (2.36), получаем:

$$y_1^2 = (A \cdot z_1 + B)/C; \quad (2.37)$$

где $A = 8(f_1 \cos \alpha - f_3 \cos \beta)$;

$$B = 4\left(f_1^2 - f_3^2\right) + (2f_3 - l)^2 - (2f_1 - l)^2 + 8x_1(f_3 \sin \beta \sin \xi - f_1 \sin \alpha \sin \varphi);$$

$$C = 16\left[f_1^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi / (2f_1 - l)^2 - f_3^2 \sin^2 \beta \cos^2 \xi / (2f_3 - l)^2\right].$$

Подставляя y_1 из (2.37) в (2.35) и перегруппируя, получаем квадратное уравнение относительно z_1 :

$$4z_1^2 + K \cdot z_1 + G = 0; \quad (2.38)$$

где $K = 8f_1 \cos \alpha + 4A/C - 16Af_1^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi / C(2f_1 - l)^2$;

$$G = 4f_1^2 + 4x_1^2 + 4B/C - 8x_1 f_1 \sin \alpha \sin \varphi - (2f_1 - l)^2 - 16Bf_1^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi / C(2f_1 - l)^2.$$

Физическое решение уравнения (2.38) имеет вид:

$$z_1 = -K/8 + \sqrt{K^2 - 16G}/8; \quad (2.39)$$

Задавая x_1 и l , определяем z_1 из (39); затем определяем y_1 по формуле (36).

В качестве примера синтезируем линзу с параметрами: $D=1$; $F_1 = F_2=1$; $F_3=F_4=0.97$; $\alpha=8.6^\circ$; $\beta=28^\circ$; $\varphi=-0.5^\circ$; $\xi=0.1^\circ$.

Результаты анализа синтезированной линзы будут приведены в следующем разделе и сопоставлены с результатами для линзы с одной плоскостью симметрии (см. рис. 24).

2.4. ПОЛИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ОДНОЙ ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ

Задача синтеза и анализа пятифокальной линзы с одной плоскостью симметрии (xz) сводится к решению системы уравнений (2.1). Фокусы F_1 и F_2 , F_3 и F_4 (соответственно F_1' и F_2' , F_3' и F_4') симметричны относительно плоскости xz , а фокус F_5 лежит в плоскости xz . В этом случае: $f_2 = f_1$; $f_4 = f_3$; $f_2' = f_1'$; $f_4' = f_3'$; $\theta_1 = \alpha$; $\theta_2 = \alpha$; $\theta_3 = \beta$; $\theta_4 = \beta$; $\theta_5 = \psi$; $\gamma_1 = \varphi$; $\gamma_2 = \pi - \varphi$; $\gamma_3 = \xi$; $\gamma_4 = \pi - \xi$; $\gamma_5 = \pi/2$; α и β – углы между лучами F_1O , F_3O и осью Oz соответственно (O – начало системы координат); φ и ξ – углы между лучами $F_1''O$, $F_3''O$ и осью Oy соответственно (F_1'' и F_3'' – проекции F_1 и F_3 на плоскости xu соответственно).

Перегруппируя и возводя обе части уравнений (2.1) дважды в квадрат, получаем:

$$\begin{aligned}
& 4(f_i + f_i' - l)^2 (f_i^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - 2x_1 f_i \sin \theta_i \sin \gamma_i - 2y_1 f_i \sin \theta_i \cos \gamma_i + 2z_1 f_i \cos \theta_i) = \\
& = \left[(f_i + f_i' - l)^2 + f_i^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - f_i'^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2 - 2 \sin \theta_i \sin \gamma_i (x_1 f_i + x_2 f_i') \right. \\
& \left. + 2 \cos \theta_i (z_1 f_i + z_2 f_i') \right]^2 + 4 \sin \theta_i \cos \gamma_i (y_1 f_i + y_2 f_i') \left[(f_i + f_i' - l)^2 + f_i^2 + x_1^2 + y_1^2 + \right. \\
& \left. + z_1^2 - f_i'^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2 - 2 \sin \theta_i \sin \gamma_i (x_1 f_i + x_2 f_i') + 2 \cos \theta_i (z_1 f_i + z_2 f_i') \right] + \\
& + 4 \sin^2 \theta_i \cos^2 \gamma_i (y_1 f_i + y_2 f_i')^2.
\end{aligned} \quad (2.40)$$

Вычитая (2.40) с γ_i из этого же уравнения с $(\pi - \gamma_i)$. Перегруппируя, получаем:

$$\begin{aligned}
& (f_i + f_i' - l)^2 + f_i^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - f_i'^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2 - \\
& - 2 \sin \theta_i \sin \gamma_i (x_1 f_i + x_2 f_i') + 2 \cos \theta_i (z_1 f_i + z_2 f_i') = \frac{-2(f_i + f_i' - l)^2 y_1 f_i}{y_1 f_i + y_2 f_i'}.
\end{aligned} \quad (2.41)$$

Подставляя (2.41) в (2.40) и перегруппируя, получаем:

$$f_i^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - 2x_1 f_i \sin \theta_i \sin \gamma_i + 2z_1 f_i \cos \theta_i = U_i; \quad (2.42)$$

$$\text{Где } U_i = \frac{(f_i + f_i' - l)^2 y_1^2 f_i^2}{(y_1 f_i + y_2 f_i')^2} + \frac{\sin^2 \theta_i \cos^2 \gamma_i (y_1 f_i + y_2 f_i')^2}{(f_i + f_i' - l)^2}.$$

Вычитая (2.42) с $i=1$ из этого же уравнения с $i=3$, перегруппируя, получаем:

$$z_1 = \frac{f_3^2 - f_1^2 + 2x_1 (f_1 \sin \alpha \sin \varphi - f_3 \sin \beta \sin \xi) + U_1 - U_3}{2(f_1 \cos \alpha - f_3 \cos \beta)} = V_1. \quad (2.43)$$

Аналогично, получаем:

$$z_2 = \frac{f_3'^2 - f_1'^2 + 2x_1 (f_3' \sin \beta \sin \xi - f_1' \sin \alpha \sin \varphi) + U_1' - U_3'}{2(f_3' \cos \beta - f_1' \cos \alpha)} = V_2; \quad (2.44)$$

$$\text{где } U_i' = \frac{(f_i + f_i' - l)^2 y_2^2 f_i'^2}{(y_1 f_i + y_2 f_i')^2} + \frac{\sin^2 \theta_i \cos^2 \gamma_i (y_1 f_i + y_2 f_i')^2}{(f_i + f_i' - l)^2}.$$

Подставляя (2.43) и (2.44) в (1) с $i=1, 3, 5$ соответственно, получаем систему трех уравнений:

$$\begin{aligned}
& \sqrt{(f_k \sin \theta_k \sin \gamma_k - x_1)^2 + (f_k \sin \theta_k \cos \gamma_k - y_1)^2 + (f_k \cos \theta_k + V_1)^2} + l + \\
& + \sqrt{(f_k' \sin \theta_k \sin \gamma_k + x_2)^2 + (f_k' \sin \theta_k \cos \gamma_k + y_2)^2 + (f_k' \cos \theta_k - V_2)^2} = f_k + f_k';
\end{aligned} \quad (2.45)$$

где $k = 1, 3, 5$.

В общем случае, задавая x_1, y_1 и используя численные методы из системы (2.45) можно найти неизвестные x_2, y_2 и l . Затем можно определить z_1 и z_2 из уравнений (2.43) и (2.44).

В случае четырех фокусов в системе (2.45) отсутствует последнее уравнение и задача синтеза сводится к двум трансцендентным уравнениям.

В случае, когда линза формирует плоские волновые фронты, система (2.42) переходит в систему уравнений:

$$f_i^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - 2x_1 f_i \sin \theta_i \sin \gamma_i + 2z_1 f_i \cos \theta_i = y_1^2 f_i^2 / y_2^2 + y_2^2 \sin^2 \theta_i \cos^2 \gamma_i. \quad (2.46)$$

Вычитая уравнение (2.46) с $i=1$ из уравнения с $i=3$ и перегруппируя, получаем:

$$y_1 = y_2 \sqrt{(1 + A_1 \cdot x_1 + B_1 \cdot z_1 + C_1 \cdot y_2^2)}; \quad (2.47)$$

где $A_1 = -2(f_1 \sin \alpha \sin \varphi - f_3 \sin \beta \sin \xi) / (f_1^2 - f_3^2)$;

$$B_1 = 2(f_1 \cos \alpha - f_3 \cos \beta) / (f_1^2 - f_3^2); C_1 = -2(\sin^2 \alpha \cos^2 \varphi - \sin^2 \beta \cos^2 \xi) / (f_1^2 - f_3^2).$$

Подставляя y_1 из (2.47) в (2.46) с $i=1$ и перегруппируя, получаем квадратное уравнение относительно z_1 :

$$z_1^2 + M_1 \cdot z_1 + N_1 = 0; \quad (2.48)$$

где $M_1 = 2f_1 \cos \alpha + B_1(y_2^2 - f_1^2)$;

$$N_1 = f_1^2 + x_1^2 - 2x_1 f_1 \sin \alpha \sin \varphi - y_2^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi + (y_2^2 - f_1^2)(1 + A_1 x_1 + C_1 y_2^2).$$

Физическое решение уравнения (2.48) имеет вид:

$$z_1 = -M_1/2 + \sqrt{M_1^2 - 4N_1}/2. \quad (2.49)$$

Из системы (2.1) можно получить выражения для определения x_2, z_2 и l :

$$x_2 = (P_1 - Q_1) / H_1; \quad (2.50)$$

$$z_2 = (f_1 - f_3) \left[1 - y_1 / y_2 + x_2 (\sin \alpha \sin \varphi - \sin \beta \sin \xi) / (f_1 - f_3) \right] / (\cos \beta - \cos \alpha); \quad (2.51)$$

$$l = \left[x_2 (f_3 \sin \alpha \sin \varphi - f_1 \sin \beta \sin \xi) + z_2 (f_1 \cos \beta - f_3 \cos \alpha) \right] / (f_1 - f_3) \quad (2.52)$$

где $P_1 = (R_5 - f_1 y_1 / y_2)(\cos \psi - \cos \beta) - (R_5 - f_3 y_1 / y_2)(\cos \psi - \cos \alpha)$;

$$Q_1 = (f_5 - f_1)(\cos \psi - \cos \beta) - (f_5 - f_3)(\cos \psi - \cos \alpha);$$

$$H_1 = (\sin \psi + \sin \alpha \sin \varphi)(\cos \psi - \cos \beta) - (\sin \psi + \sin \beta \sin \xi)(\cos \psi - \cos \alpha).$$

Задавая x_1 и y_2 , определяем z_1 из (2.49); затем определяем y_1 , x_2 , z_2 и l по формулам (2.47), (2.50), (2.51) и (2.52), соответственно.

В качестве первого примера синтезируем линзу с пятью фокусами, расположенными на дуге окружности достаточно большого радиуса ($7.5 \cdot 10^{14}$), чтобы можно было сопоставить с линзой, синтезированной в [10]. На рис. 24 кривой 1 приведена зависимость СКА синтезированной пятифокальной линзы с параметрами: $F_1 = F_2 = 1$; $F_3 = F_4 = 1.001$; $F_5 = 1.002$; $\alpha = 18.1^\circ$; $\beta = 28.6^\circ$; $\varphi = -0.5^\circ$; $\xi = 0.1^\circ$; $\psi = 0.3^\circ$, кривой 2 – четырехфокальной линзы, синтезированной в [10], а кривой 3 – четырехфокальной линзы, синтезированной в конце прошлого раздела. Видно, что СКА у пятифокальной линзы примерно в 3 раза меньше чем у четырехфокальной, синтезированной выше и в 5 раз меньше, чем у синтезированной в конце раздела 2.3.

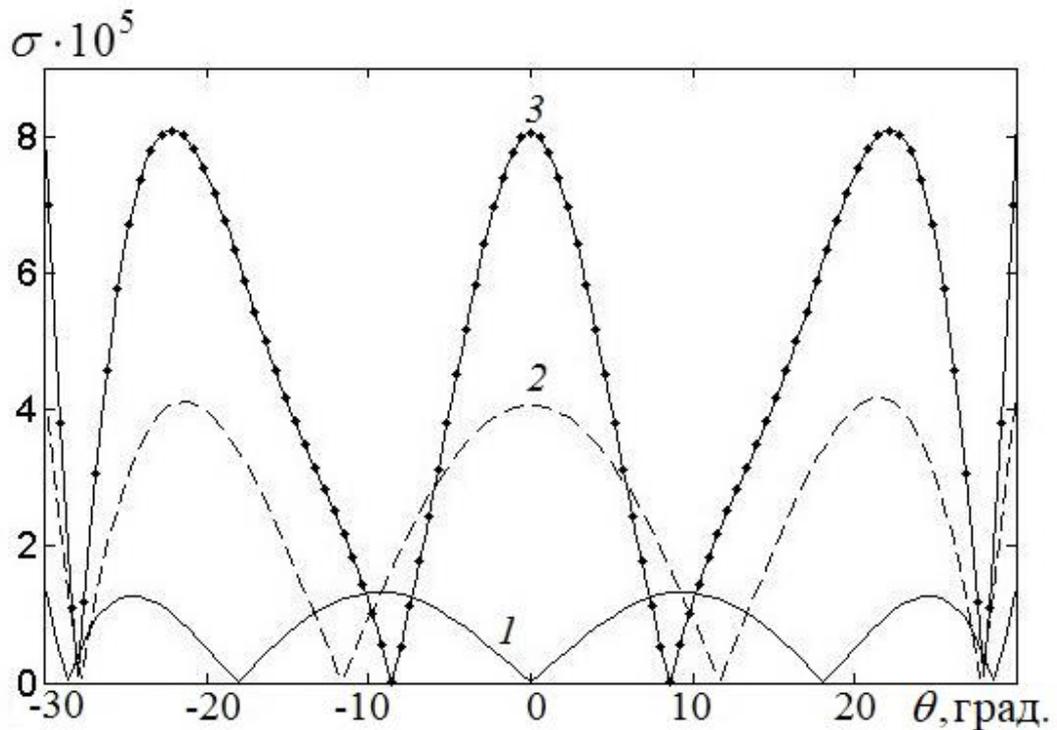


Рис. 24. Зависимости СКА пятифокальной и четырехфокальных линзы на фокальной линии.

В качестве второго примера синтезируем линзу с пятью фокусами, проекции которых на плоскость xu лежат на эллипсе с осями: $a=0.2566$, $b=0.7529$. Линза имеет следующие параметры: $F_1 = F_2=1$; $F_3 = F_4=1.094$; $F_5=1.091$; $\alpha=23.8^\circ$; $\beta=29.8^\circ$; $\varphi=30^\circ$; $\xi=-18^\circ$; $\psi=14.4^\circ$. На рис. 25 показаны зависимости СКА от углов зрения на фокальной сфере, радиус которой ($R=1.377$) был найден в результате оптимизации.

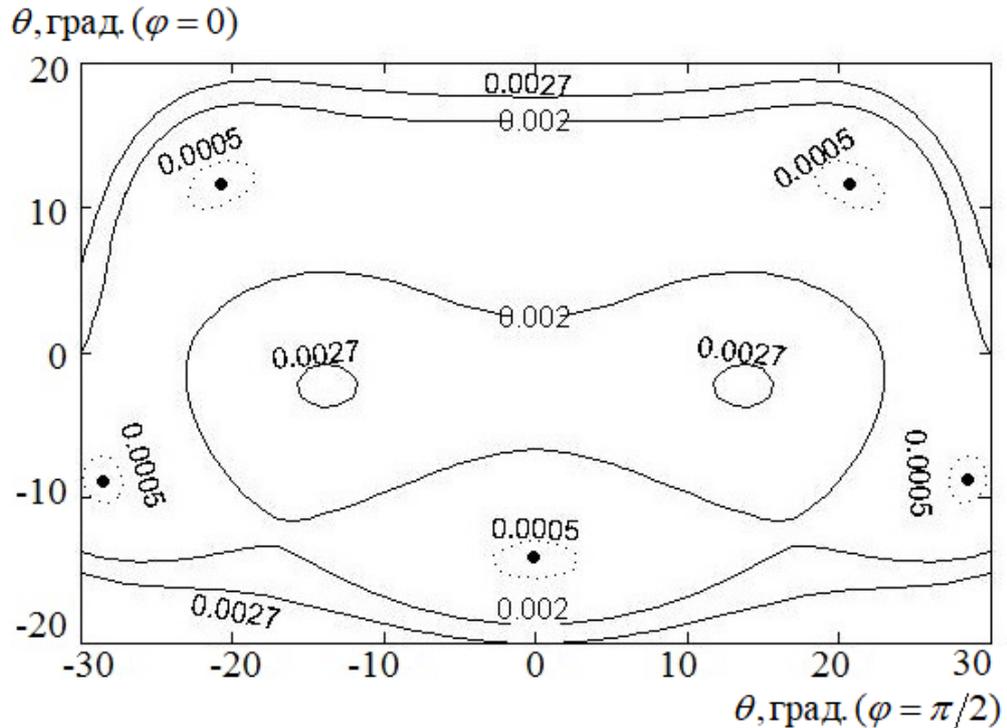


Рис. 25. Линии уровня СКА пятифокальной линзы с эллиптической проекцией фокальной линии

На рис. 25 видно, что при одинаковых углах сканирования максимальный уровень СКА у этой пятифокальной линзы в 1.3 раза меньше, чем у четырехфокальной с проекциями фокусов на плоскости xu в вершинах ромба (рис. 21).

Вообще говоря, с использованием уравнений (2.47), (2.49) – (2.52) можно синтезировать линзы с произвольным расположением фокусов. В качестве еще одного примера синтезируем линзы с пятью фокусами, проекции которых на плоскость xu расположены в вершинах буквы W с параметрами $D=1$; $F_1 = F_2=1$; $F_3=$

$F_4=1.118$; $F_5=1.007$; $\alpha=11.66^\circ$; $\beta=27.8^\circ$; $\varphi=10^\circ$; $\xi=-5^\circ$; $\psi=2^\circ$. На рис. 26 показаны зависимости СКА от углов зрения синтезированной линзы на фокальной сфере, радиус которой ($R=6.268$) был найден в результате оптимизации.

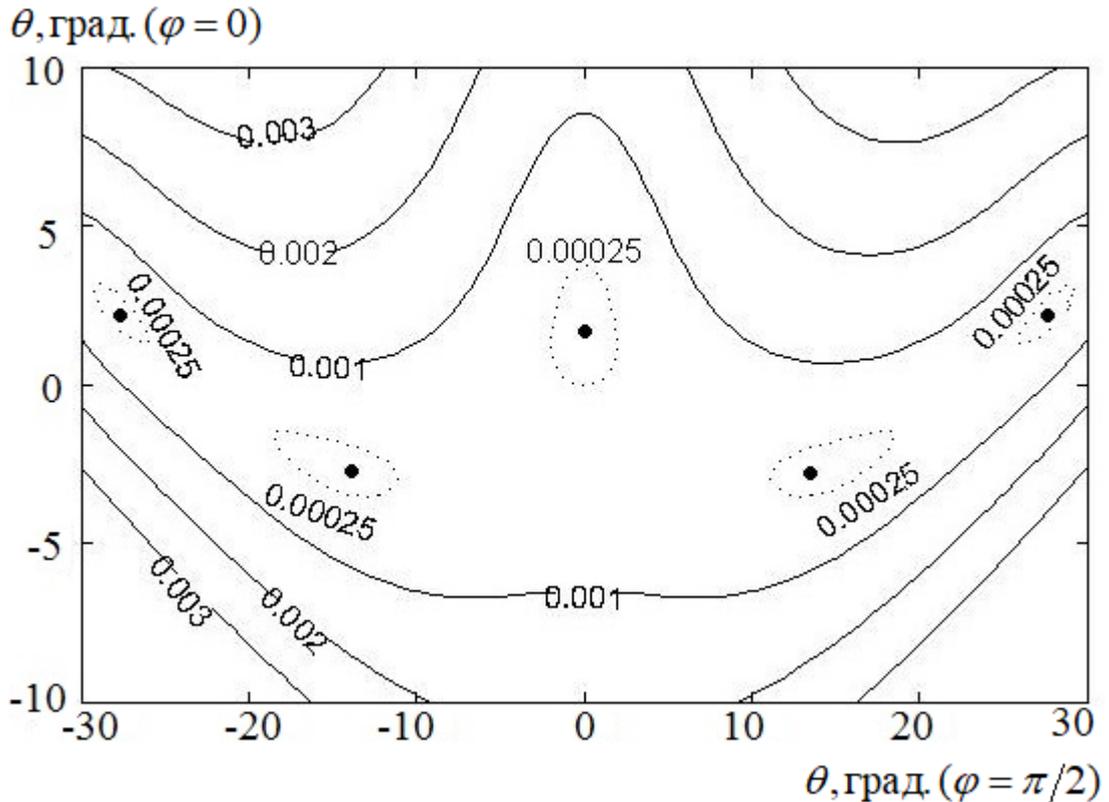


Рис. 26. Линии уровня СКА пятифокальной линзы с W - образной проекцией фокальной линии.

ВЫВОДЫ

В данной главе рассмотрены трехмерные задачи синтеза полифокальных линз с принудительным преломлением с тремя, двумя и одной плоскостями симметрии при различных вариантах расположения фокусов. Показано, что с одной или двумя плоскостями симметрии линзы могут формировать пять фокальных точек с каждой стороны, при этом не больше трех - в одной плоскости.

Анализ среднеквадратической абберации синтезированных линз с оптимизированными параметрами, показал возможности формирования

широкоугольных многолучевых диаграмм направленности антенн и многолучевых полей радиообъективов с различным расположением фокальных точек и соответствующей формой границы угла зрения.

Уровень aberrаций трехмерных линз при сканировании по фокальной кривой на порядок больше, чем в двумерных. При отклонении от фокальной кривой уровень aberrаций трехмерных линз резко возрастает, особенно при приближении к краям фокальной кривой.

ГЛАВА 3 . ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЛИНЗЫ

В первом разделе данной главы на основе подхода, предложенного в работах Б.Е.Кинбера с соавторами [25], развита методика точного решения задачи геометрооптического синтеза двумерных (цилиндрических) бифокальных диэлектрических линз и разработан соответствующий алгоритм. С использованием разработанного алгоритма синтезированы три примера бифокальных линз с фокусировкой на различных расстояниях и проведен анализ их aberrаций. С использованием метода конечных элементов проведены численные эксперименты, в результате которых получены характеристики сканирования при перемещении рупорного облучателя по оптимизированной фокальной кривой.

Во втором разделе главы разработана методика и алгоритм приближенного решения задачи синтеза трехфокальных градиентных диэлектрических линз. В результате проведенного далее анализа среднеквадратической aberrации синтезированных линз показано, что разработанный алгоритм обеспечивает точную фокусировку в двухбоковых фокусах и приближенную – в третьем (центральном) фокусе.

3.1. БИФОКАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ

Рассмотрим двумерную задачу синтеза диэлектрической бифокальной линзы, с каждой стороны которой расположены два симметричных относительно оси x (рис. 27) фокуса (точки идеальной фокусировки). Линза фокусирует поле источника цилиндрической волны, расположенного в одном из двух фокусов (точка F_1 или F_2 , рис. 27) слева от линзы, соответственно, в фокус F_1' или F_2' справа от линзы или наоборот.

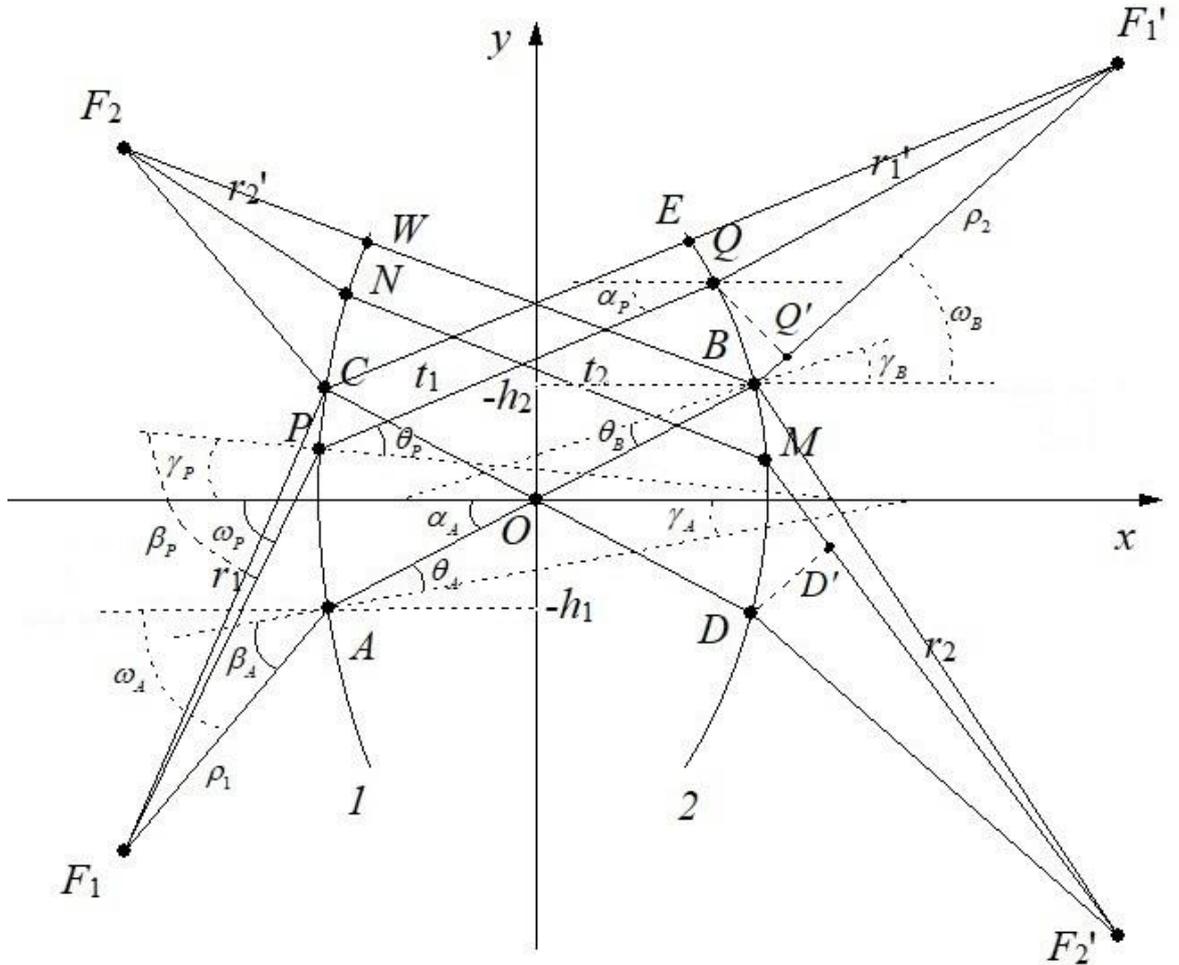


Рис. 27. Диэлектрическая бифокальная линза.

Предположим, что лучи из точек идеальной фокусировки F_1 и F_2 , проходящие через центр линзы (точку O), пересекают первую (входную) поверхность линзы в точках A и C , а вторую (выходную) – в точках B и D , соответственно. Зададим начальный участок (AC) в центре поверхности 1 в виде параболической функции: $x_1(y) = a_0 + a_2 y^2$ ($-h_1 \leq y \leq h_1$), а центральный участок поверхности 2 (DB) в виде параболической функции: $x_2(y) = b_0 + b_2 y^2$ ($-h_2 \leq y \leq h_2$). Пусть $y_A = -h_1$; $x_A = x_1(-h_1)$; $y_C = h_1$; $x_C = x_1(h_1)$; $y_B = h_2$; $x_B = x_2(h_2)$; $y_D = -h_2$; $x_D = x_2(-h_2)$; $\alpha_A = \arctg(y_A/x_A)$ - угол между осью x и центральным лучом, проходящим через точки A и B ; $\gamma_A = \arctg(-x_1'(y_A))$ - угол между осью x и нормалью к поверхности 1 в точке A ; $\theta_A = \alpha_A - \gamma_A$ - угол между нормалью к поверхности 1 и преломленным лучом, выходящим из фокуса F_1 ;

$\beta_A = \arcsin(n \sin \theta_A)$ - угол между падающим лучом и нормалью к поверхности 1 в точке A , $\omega_A = \beta_A + \gamma_A$ - угол между осью x и падающим лучом в точке A ; $F_1A = \rho_1$ - первое фокальное расстояние; $\gamma_B = \arctg(-x_2'(y_B))$ - угол между осью x и нормалью к поверхности 2 в точке B ; $\theta_B = \alpha_A - \gamma_B$ - угол преломления луча из фокуса F_1' в точке B ; $\beta_B = \arcsin(n \sin \theta_B)$ - угол падения луча в точке B ; $\omega_B = \beta_B + \gamma_B$ - угол между осью x и падающим лучом из точки F_1' в точке B ; $BF_1' = \rho_2$ - второе фокальное расстояние.

Из геометрии лучей на рис. 27 нетрудно получить выражения для координат фокусов F_1 и F_1' :

$$\begin{aligned} x_{F_1} &= x_A - \rho_1 \cos \omega_A; y_{F_1} = y_A - \rho_1 \sin \omega_A; \\ x_{F_1'} &= x_B + \rho_2 \cos \omega_B; y_{F_1'} = y_B + \rho_2 \sin \omega_B. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Пусть луч из фокуса F_1 пересекает поверхность 1 в некоторой точке P в интервале $-h_1 \leq y_P \leq h_1$. Тогда угол между осью x и падающим лучом в точке P $\omega_P = \arctg\left[\frac{(y_P - y_{F_1})}{(x_P - x_{F_1})}\right]$, где $x_P = x_1(y_P)$; $\beta_P = \omega_P - \gamma_P$ - угол падения в точке P , $\gamma_P = \arctg(-x_1'(y_P))$ - угол между осью x и нормалью к поверхности 1 в точке P ; $\theta_P = \arcsin(\sin \beta_P / n)$ - угол преломления в точке P ; $\alpha_P = \theta_P + \gamma_P$ - угол между осью x и преломленным лучом в точке P .

Предположим, что преломленный луч пересекает поверхность 2 в точке Q . Координаты точки Q имеют вид:

$$x_Q = x_P + t_1 \cos \alpha_P; y_Q = y_P + t_1 \sin \alpha_P; \quad (3.2)$$

где $-t_1 = |PQ|$.

Для обеспечения фокусировки потребуем равенство эйконалов всех лучей, выходящих из фокуса F_1 и после прохождения линзы попадающих в точку F_1' . В результате получаем уравнение:

$$r_1 + nt_1 + r_1' = \rho_1 + \rho_2 + n|AB|; \quad (3.3)$$

$$\text{где } r_1 = \sqrt{(x_P - x_{F_1'})^2 + (y_P - y_{F_1'})^2}; \quad |AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$r_1' = \sqrt{(x_Q - x_{F_1'})^2 + (y_Q - y_{F_1'})^2} = \sqrt{(x_P - x_{F_1'} + t_1 \cos \alpha_P)^2 + (y_P - y_{F_1'} + t_1 \sin \alpha_P)^2}.$$

Перегруппируя и возводя обе части уравнения (3.3) в квадрат, получаем:

$$(1 - n^2)t_1^2 + 2Gt_1 + J = 0; \quad (3.4)$$

$$\text{где } G = (x_P - x_{F_1'}) \cos \alpha_P + (y_P - y_{F_1'}) \sin \alpha_P + n(l_o - r_1); l_o = \rho_1 + \rho_2 + n|AB|;$$

$$J = (x_P - x_{F_1'})^2 + (y_P - y_{F_1'})^2 - (l_o - r_1)^2.$$

Решение уравнения (3.4) имеет вид:

$$t_1 = -G \pm \sqrt{G^2 - J(1 - n^2)} / (1 - n^2) \quad (3.5)$$

Знак « \pm » в (3.5) выбирается так, чтобы значение t_1 было положительным. После определения t_1 из (3.5), находим x_Q и y_Q из (3.2). При изменении y_P от $-h_1$ до h_1 получаем участок BE на поверхности 2.

Для определения нового участка поверхности 1, из фокуса F_2' пускаем луч, пересекающийся с поверхностью 2 в некоторой точке M , лежащей в интервале $-h_2 \leq y_P \leq h_2$. Тогда угол между осью x и падающим лучом в этой точке $\omega_M = \arctg \left[(y_M - y_{F_2'}) / (x_{F_2'} - x_M) \right]$, где $x_M = x_2(y_M)$; $\beta_M = \omega_M - \gamma_M$ - угол падения в точке M , $\gamma_M = \arctg(x_2'(y_M))$ - угол между осью x и нормалью к поверхности 2 в точке M ; $\theta_M = \arcsin(\sin \beta_M / n)$ - угол преломления в точке M ; $\alpha_M = \theta_M + \gamma_M$ - угол между осью x и преломленным лучом в точке M .

Предположим, что преломленный линзой луч пересекает поверхность 1 в точке N . Координаты точки N имеют вид:

$$x_N = x_M - t_2 \cos \alpha_M; y_N = y_M + t_2 \sin \alpha_M; \quad (3.6)$$

где $-t_2 = |MN|$.

Для обеспечения фокусировки потребуем равенство эйконолов всех лучей, выходящих из фокуса F_2' и после прохождения линзы попадающих в точку F_2 . В результате, получаем уравнение:

$$r_2 + nt_2 + r_2' = \rho_1 + \rho_2 + n|AB|; \quad (3.7)$$

где $r_2 = \sqrt{(x_M - x_{F_2'})^2 + (y_M - y_{F_2'})^2}$;

$$r_2' = \sqrt{(x_N - x_{F_2})^2 + (y_N - y_{F_2})^2} = \sqrt{(x_M - x_{F_2} - t_2 \cos \alpha_M)^2 + (y_M - y_{F_2} + t_2 \sin \alpha_M)^2}.$$

Перегруппируя и возводя обе части уравнения (3.7) в квадрат, получаем:

$$(1 - n^2)t_2^2 + 2Kt_2 + H = 0; \quad (3.8)$$

где $K = (x_{F_2} - x_M) \cos \alpha_M + (y_M - y_{F_2}) \sin \alpha_M + n(l_o - r_2)$;

$$H = (x_M - x_{F_2})^2 + (y_M - y_{F_2})^2 - (l_o - r_2)^2.$$

Решение уравнения (3.8) имеет вид:

$$t_2 = -K \pm \sqrt{K^2 - H(1 - n^2)} / (1 - n^2). \quad (3.9)$$

Знак « \pm » в (3.9) выбирается так, чтобы значение t_2 было положительным. После определения t_2 , из (3.9) находим x_N и y_N из (3.6). При изменении y_M от $-h_2$ до h_2 получаем участок CW на поверхности l .

Затем снова из фокуса F_1 пускаем на поверхность l луч, пересекающий ее в найденном выше участке CW , определяем новый участок поверхности 2 . Затем из фокуса F_2' пускаем на поверхность 2 луч и т.д.

В качестве примера использования описанной выше методики были синтезированы три бифокальные линзы с коэффициентом преломления среды $n=1.6$, величиной апертуры $D=1$ и различными величинами фокусных расстояний ρ_1 , ρ_2 и толщины d_o : 1) $\rho_2 = \rho_1 = 0.6667$, $d_o = 0.6667$; 2) $\rho_1=0.6667$, $\rho_2 = 3\rho_1$, $d_o = 0.6667$; 3) $\rho_1=0.5367$, $\rho_2 = \infty$, $d_o=0.6802$.

Для анализа качества синтезированных линз вычислялась СКА эйконала на выходе линзы:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (L_i - L_0)^2 / N}; \quad (3.10)$$

где L_i – длина оптического пути луча с номером i от источника до точки фокусировки; L_0 – длина центрального луча; $N = 100$ – число учтенных лучей.

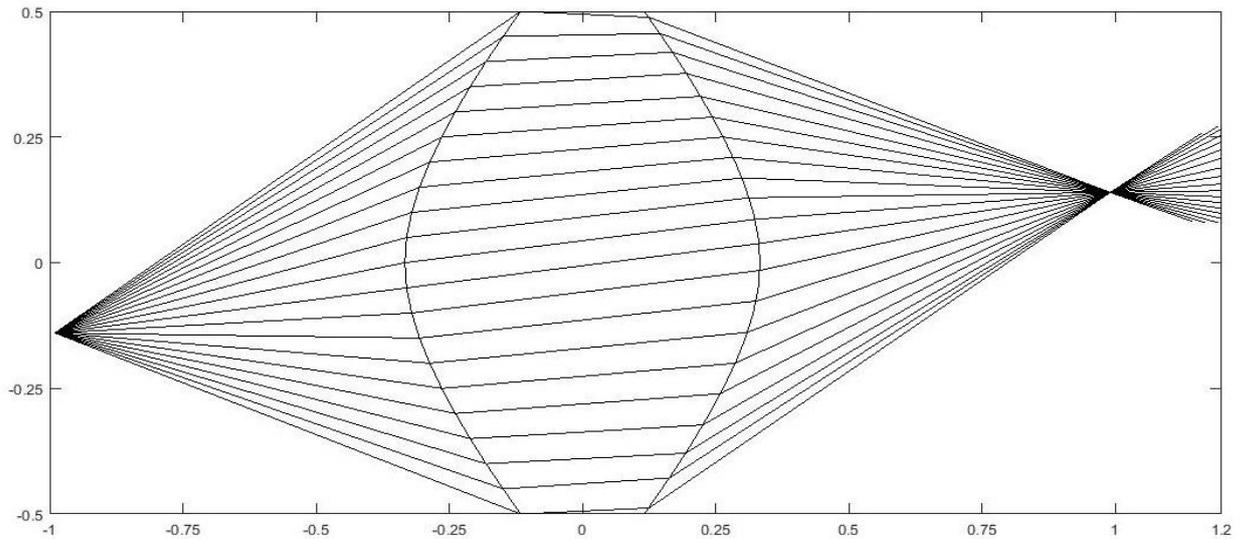
Развитая методика обеспечивает автоматическое выполнение условий непрерывности функций, описывающих поверхности линзы и их первых производных. Значение параметров центральных участков поверхностей линзы a_0 , b_0 задаются и определяют толщину линзы. Значение параметров a_2 , b_2 находятся численно из требования непрерывности вторых производных функций, описывающих поверхности линзы. Значение параметров h_1, h_2 , которые определяют угловое положение фокусов оптимизируются таким образом, чтобы величина СКА в заданном угле зрения была наименьшей (в данном случае - для угла 40 радусов). В результате получаем следующие оптимальные параметры:

- для линзы с симметричными фокальными кривыми: $a_0 = -b_0 = -0.3333$; $a_2 = -b_2 = 1.2939$; $h_1 = h_2 = 0.0441$; , угловое положение фокусов ± 12 градусов;

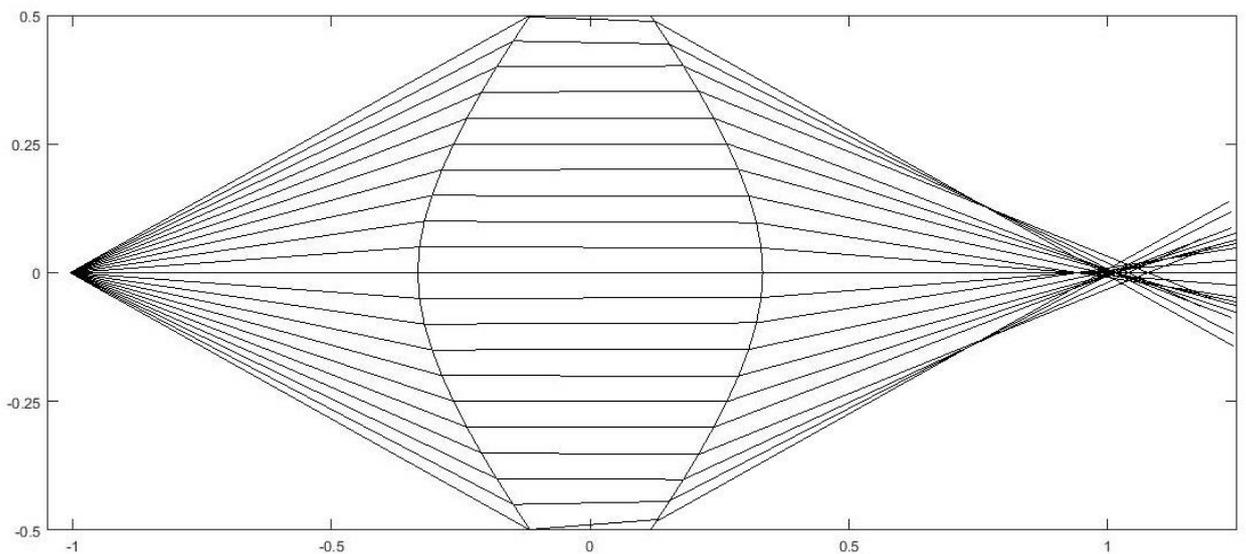
- для линзы с отношением фокальных расстояний 1:3: $a_0 = -0.3333$; $a_2 = 0.6$; $h_1 = 0.06$; $b_0 = 0.3344$; $b_2 = -0.9$; $h_2 = 0.06$; угловое положение фокусов ± 14.4 градусов;

- для линзы, формирующей на выходе плоские фронты: $a_0 = -0.3401$; $a_2 = 0.4945$; $h_1 = 0.0582$; $b_0 = 0.3424$; $b_2 = -0.673$; $h_2 = 0.0582$; угловое положение фокусов ± 13 градусов.

На рис. 28 показана геометрия синтезированной линзы с симметричными фокальными кривыми и ход лучей для положения источника в фокусе линзы (рис. 28а) и в центре фокальной кривой (рис. 28б). Зависимость нормированной СКА линзы с симметричными фокальными кривыми от угла зрения показана на рис. 31 (кривая 1).



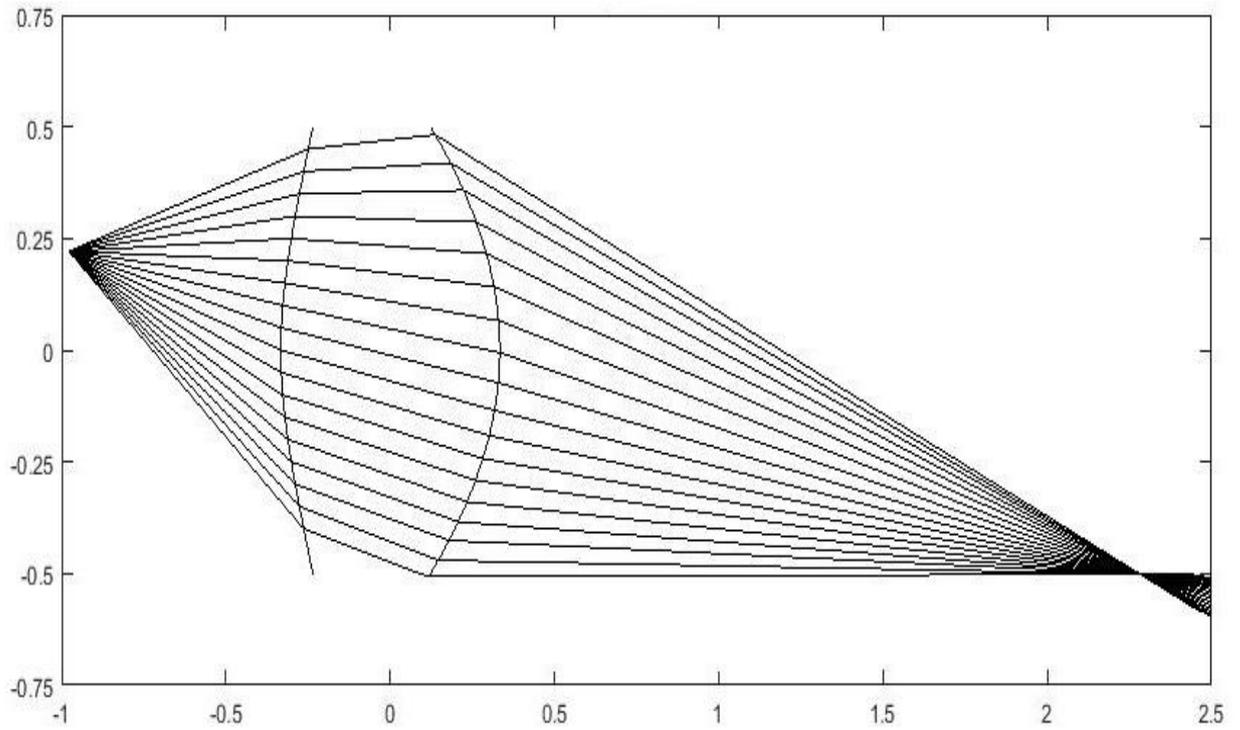
а) источник в фокусе



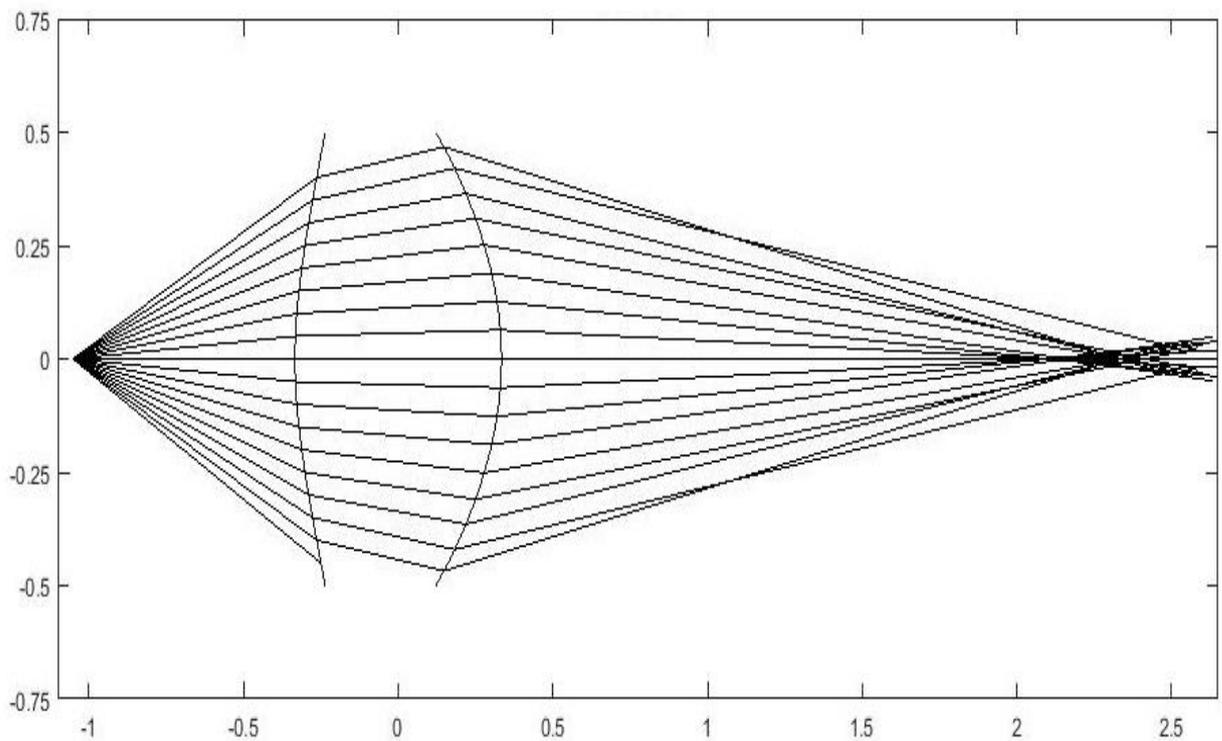
б) источник в центре фокальной кривой

Рис. 28. Геометрия диэлектрической бифокальной линзы с симметричными фокальными кривыми и ход лучей.

На рис. 29 показана геометрия синтезированной диэлектрической бифокальной линзы с отношением фокальных расстояний 1:3 и ход лучей для положения источника в фокусе линзы (рис. 29а) и в центре фокальной кривой (рис. 29б). Зависимость нормированной СКА линзы с отношением фокальных расстояний 1:3 от угла показана на рис. 31 (кривая 2).

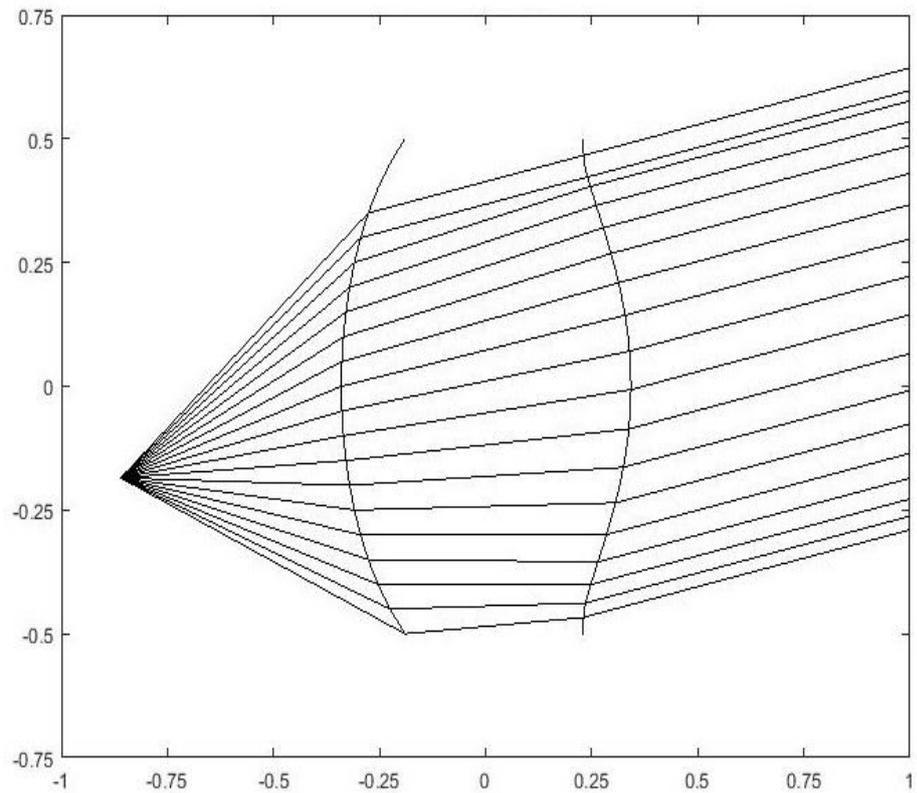


а) источник в фокусе

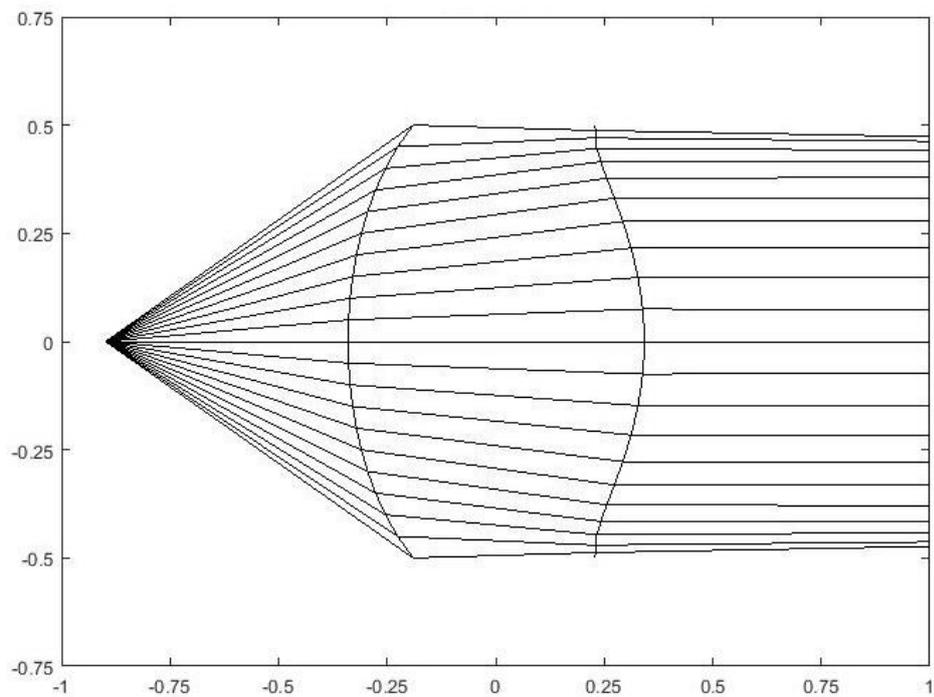


б) источник в центре фокальной кривой

Рис. 29. Геометрия диэлектрической бифокальной линзы с отношением фокальных расстояний 1:3 и ход лучей.



а) источник в фокусе



б) источник в центре фокальной кривой

Рис. 30. Геометрия диэлектрической бифокальной линзы, формирующей плоские фронты и ход лучей.

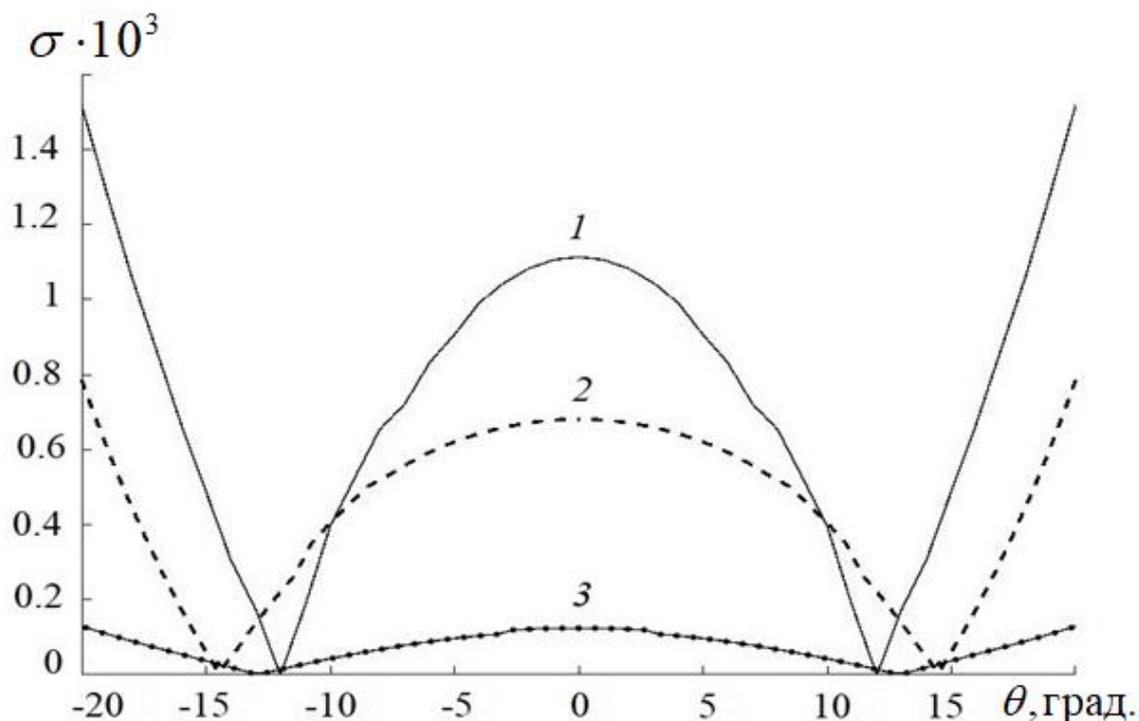


Рис. 31. Зависимость нормированной СКА от угла зрения диэлектрических бифокальных линз. Кривая 1 – для линзы с симметричными фокальными кривыми, кривая 2 – для линзы с отношением фокальных расстояний 1:3, кривая 3 – для линзы, формирующей плоские фронты.

На рис. 30 показаны геометрия синтезированной диэлектрической бифокальной линзы, формирующей плоские фронты и ход лучей для положения источника в фокусе линзы (рис. 30а) и в центре фокальной кривой (рис. 30б). Зависимость нормированной СКА диэлектрической бифокальной линзы, формирующей плоские фронты от угла зрения, показана на рис. 31 (кривая 3).

Как видно на рис. 31, линза, формирующая на выходе плоские фронты, имеет минимальное значение СКА ($1.25 \cdot 10^{-4}$), а линза с симметричными фокальными кривыми - максимальное значение ($1.5 \cdot 10^{-3}$), хотя она является не только бифокальной, но и апланатической.

Для подтверждения сканирующих свойств синтезированных линз был проведен численный эксперимент. Цилиндрическая диэлектрическая бифокальная антенна шириной 160 мм и высотой 3.4 мм располагалась внутри планарного

металлического волновода той же высоты и возбуждалась H -секториальным рупором с входным сечением 7.2×3.4 мм и выходным сечением 13×3.4 мм на частоте 37.5 ГГц.

На рис. 32 показаны диаграммы направленности антенны при перемещении рупорного облучателя по фокальной кривой для частоты 37.5 ГГц. Расчет проводился методом конечных элементов. Геометрия фокальной кривой была получена путем оптимизации по критерию максимального усиления. При этом также оптимизировалось направление оси рупорного облучателя. Потери в металле и диэлектрике при расчете не учитывались.

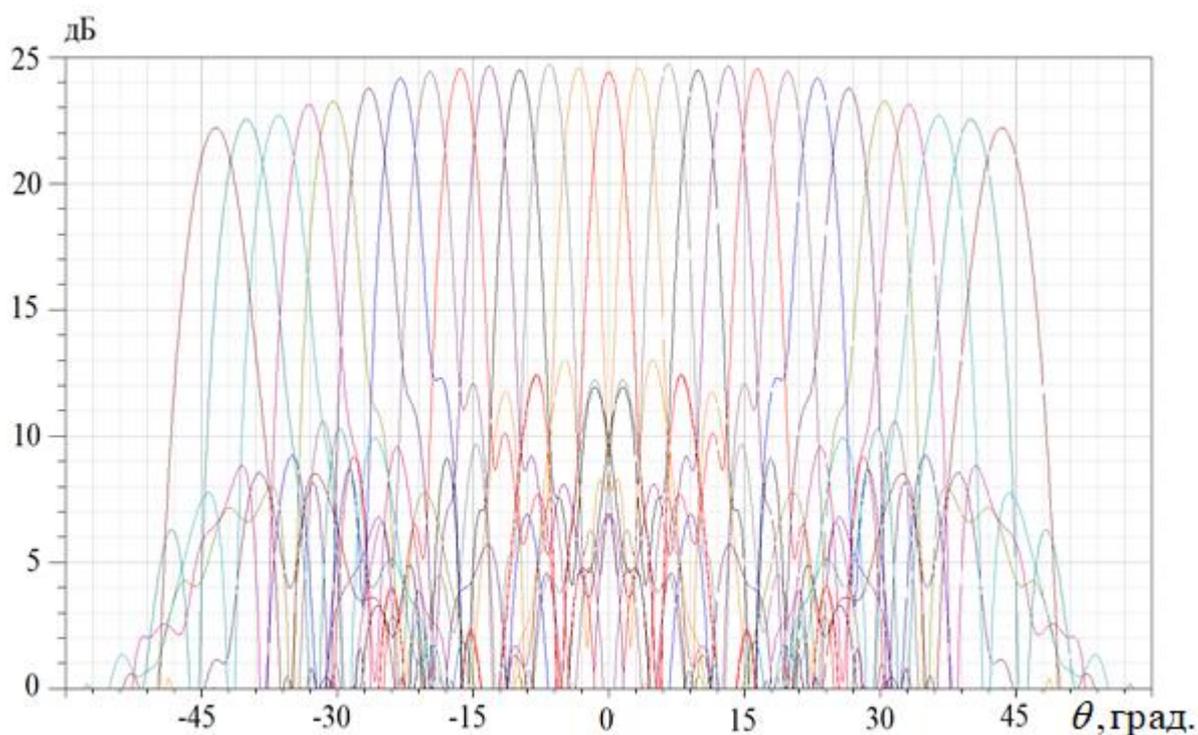


Рис. 32. Зависимость коэффициента усиления бифокальной линзовой антенны от угла сканирования

На рис. 33 приведены зависимости коэффициента использования поверхности (КИП) бифокальной линзовой антенны от угла сканирования.

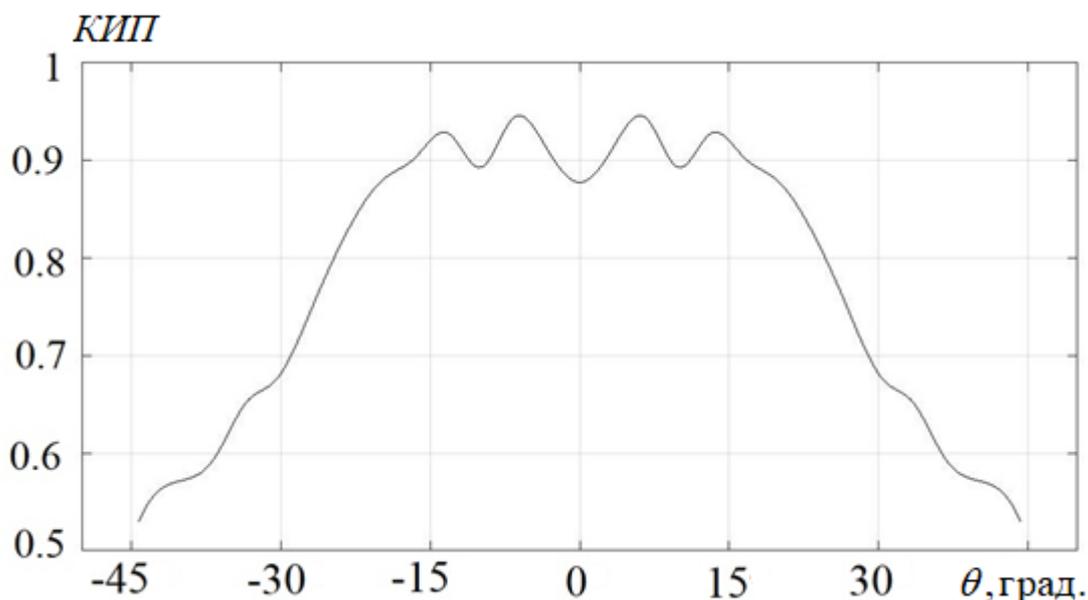


Рис. 33. Зависимость КИПа бифокальной линзовой антенны от угла сканирования

Следует отметить высокий уровень КИПа в секторе углов между направлениями формирования идеальных плоских фронтов (± 13 градусов) и постепенное его уменьшение с увеличением угла сканирования, которое объясняется как увеличением аберраций, так и уменьшением эквивалентной апертуры.

3.2. ТРЕХФОКАЛЬНЫЕ ГРАДИЕНТНЫЕ ЛИНЗЫ

Рассматривается двумерная задача синтеза и анализа диэлектрической линзы с градиентом коэффициента преломления внутри линзы вдоль поперечной декартовой координаты и тремя фокусами с каждой стороны линзы. Для решения этой задачи развита методика синтеза диэлектрических градиентных трехфокальных линз, основанная на разбиении линзы на слои, внутри каждого из которых диэлектрическая проницаемость описывается параболическим законом. На границах слоев удовлетворяются условия непрерывности закона изменения коэффициента преломления и его первой производной, а также функций, описывающих

поверхности линзы и двух их первых производных. Эти функции находятся последовательно, путем решения трансцендентных уравнений, выведенных их условий одновременной фокусировки при расположении источника цилиндрической волны в трех фокальных точках. В качестве двух примеров применения развитой методики решаются задачи синтеза трехфокальной градиентной линзы с двумя плоскостями симметрии и линзы, формирующей три идеальных плоских волны. После нахождения поверхности и закона изменения коэффициента преломления внутри линзы проводится анализ среднеквадратической аберрации.

3.2.1. СИНТЕЗ ТРЕХФОКАЛЬНЫХ ЛИНЗ

Рассмотрим двумерную задачу синтеза трехфокальной градиентной диэлектрической линзы, с каждой стороны которой расположены три фокуса, два из которых расположены симметрично относительно оси x , а третий лежит на этой оси (рис. 1). Линза фокусирует поле источника цилиндрической волны, расположенного в одном из трех фокусов (точка F , F_1 или F_2 , рис.1) слева от линзы, соответственно, в фокус F' , F_1' или F_2' справа от линзы или наоборот.

Разобьем линзу по координате y на слои и зададим закон преломления первого (центрального) слоя в виде:

$$n_1(y) = \sqrt{n_o^2 - my^2}, \quad (m > 0); \quad (3.11)$$

и начальный участок (АС) в центре поверхности l в виде четной функции:

$$x_1(y) = -d_1 + a_2y^2 + a_4y^4 + \dots, \quad (y_A \leq y \leq y_C, \quad y_C = -y_A). \quad (3.12)$$

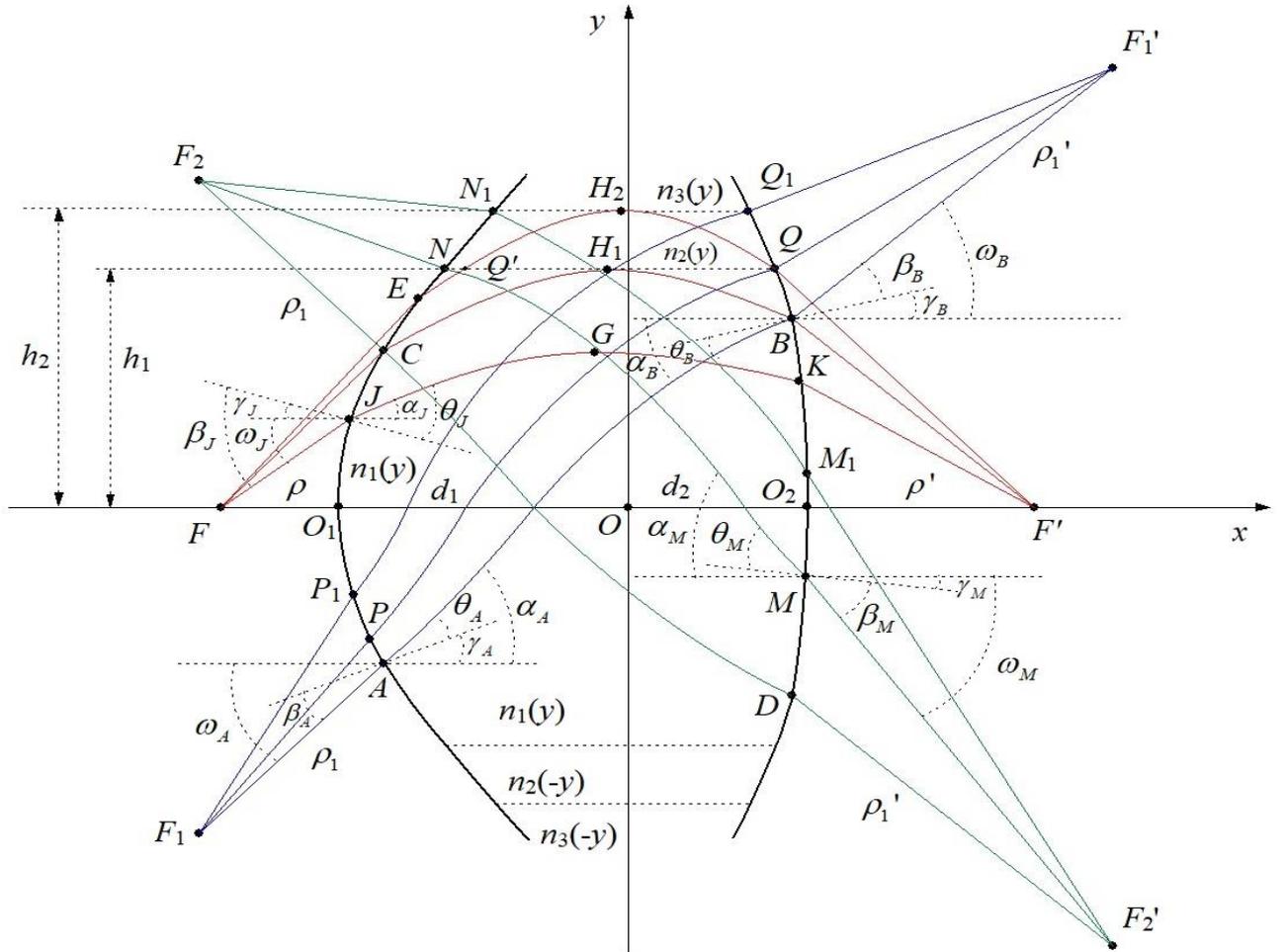


Рис. 34. Трехфокальная градиентная диэлектрическая линза.

Пусть $FO_1 = \rho$ - расстояние из фокуса F до центра поверхности 1; $F'O_2 = \rho'$ - расстояние из фокуса F' до центра поверхности 2; $OO_1 = d_1$ - расстояние от центра поверхности 1 до центра системы координат; $OO_2 = d_2$ - расстояние от центра поверхности 2 до центра системы координат ($d_1 > d_2$).

Предположим, что луч из точки идеальной фокусировки F , проходящий через точку максимума (точку G), пересекает первую (входную) поверхность линзы в точке J , а вторую (выходную) - в точке K . Тогда лучевой параметр в точке J $a_J = n_1(y_J) \cos(\alpha_J)$, где $\alpha_J = \theta_J - \gamma_J$ - угол между осью x и касательной к лучу JGK в точке J ; $\gamma_J = \arctg(-x_1'(y_J))$ - угол между осью x и нормалью к поверхности 1 в точке J ; $\theta_J = \arcsin(\sin \beta_J / n_1(y_J))$ - угол между нормалью к поверхности 1 и

касательной к лучу JKG в точке J ; $\beta_J = \omega_J + \gamma_J$ - угол между падающим лучом (F_1J) и нормалью к поверхности l в точке J ; $\omega_J = \arctg\left[\frac{y_J}{(x_J - x_{F_1})}\right]$ - угол между осью x и падающим лучом в точке J ; $x_J = x_1(y_J)$.

Лучевой параметр в точке G $a_G = n_1(y_G)\cos(0) = \sqrt{n_o^2 - my_G^2}$. Лучевой параметр постоянен для всех точек луча, т.е. $a_J = a_G$. Отсюда можно определить y_G по формуле:

$$y_G = \sqrt{\frac{n_o^2 - a_J^2}{m}}; \quad (3.13)$$

Уравнение луча и уравнение эйконала отрезка JG можно записать в виде:

$$x_G = x_J + \int_{y_J}^{y_G} \frac{a_J}{\sqrt{n_1(y)^2 - a_J^2}} dy = x_J + \frac{a_J}{\sqrt{m}} \arcsin \frac{y_G \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_A^2}} - \frac{a_J}{\sqrt{m}} \arcsin \frac{y_J \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_J^2}} = x_J + \frac{a_J}{\sqrt{m}} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{y_J}{y_G} \right); \quad (3.14)$$

$$L_{JG} = a_J(x_G - x_J) + \int_{y_J}^{y_G} \sqrt{n_1(y)^2 - a_J^2} dy = a_J(x_G - x_J) + \sqrt{m} \left[\frac{y_G^2}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{y_J}{y_G} \right) - \frac{y_J}{2} \sqrt{-y_J^2 + y_G^2} \right]. \quad (3.15)$$

Аналогично, получаем уравнение луча и уравнение эйконала отрезка GK :

$$x_K = \int_{y_K}^{y_G} \frac{a_G}{\sqrt{n_1(y)^2 - a_G^2}} dy = x_G + \frac{a_J}{\sqrt{m}} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{y_K}{y_G} \right); \quad (3.16)$$

$$L_{GK} = \int_{y_K}^{y_G} \sqrt{n_1(y)^2 - a_J^2} dy + a_J(x_K - x_G) = \sqrt{m} \left[\frac{y_G^2}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{y_K}{y_G} \right) - \frac{y_K}{2} \sqrt{-y_K^2 + y_G^2} \right] + a_J(x_K - x_G). \quad (3.17)$$

Для обеспечения фокусировки потребуем равенство эйконалов всех лучей, выходящих из фокуса F после прохождения линзы через точки максимума и попадающих в точку F' . В результате, получаем уравнение:

$$|FJ| + L_{JG} + L_{GK} + |KF'| = \rho + n_o(d_1 + d_2) + \rho'; \quad (3.18)$$

$$\text{где } |KF'| = \sqrt{(x_K - \rho' - d_2)^2 + y_K^2}; |FJ| = \sqrt{(x_J + \rho + d_1)^2 + y_J^2}.$$

Задавая y_J , решаем трансцендентное уравнение (3.18), находим y_K , затем определяем y_G , x_G и x_K из (3.13), (3.14) и (3.16), соответственно. При изменении y_J от y_A до y_C получаем участок DB на поверхности 2 (см. рис. 34). Граница первого слоя определяется, когда $y_J = y_C$, высота первого слоя $h_1 = y_G$.

Предположим, что лучи из точек идеальной фокусировки F_1 и F_2 , проходящие через линзу, пересекают поверхность 1 линзы в точках A и C , а поверхность 2 – в точках B и D , соответственно. Уравнение луча отрезка AB могут записать в виде:

$$x_B - x_A = \int_{y_A}^{y_B} \frac{a_A}{\sqrt{n_1(y)^2 - a_A^2}} dy = \frac{a_A}{\sqrt{m}} \left(\arcsin \frac{y_B \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_A^2}} - \arcsin \frac{y_A \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_A^2}} \right); \quad (3.19)$$

где $a_A = n_1(y_A) \cos(\alpha_A)$ - лучевой параметр; α_A - угол между осью x и касательной к лучу AB в точке A .

Подставим в (3.19) найденные значения x_B , y_B из решения (3.18). Решая (3.18), получаем α_A . Тогда угол между нормалью к поверхности 1 и касательной к лучу AB в точке A $\theta_A = \alpha_A - \gamma_A$, где $\gamma_A = \arctg(-x_1'(y_A))$ - угол между осью x и нормалью к поверхности 1 в точке A ; $\beta_A = \arcsin(n_1(y_A) \sin \theta_A)$ - угол между падающим лучом (F_1A) и нормалью к поверхности 1 в точке A ; $\omega_A = \beta_A + \gamma_A$ - угол между осью x и падающим лучом в точке A ; $F_1A = \rho_1$ - левое фокальное расстояние; $\alpha_B = \arccos(n_1(y_A) \cos(\alpha_A) / n_1(y_B))$ - угол между осью x и касательной к лучу AB в точке B ; $\gamma_B = \arctg(-x_2'(y_B))$ - угол между осью x и нормалью к поверхности 2 в точке B ; $\theta_B = \alpha_A - \gamma_B$ - угол преломления луча, выходящего из фокуса F_1 в точке B ; $\beta_B = \arcsin(n_1(y_B) \sin \theta_B)$ - угол падения луча $F_1'B$ в точке B ; $\omega_B = \beta_B + \gamma_B$ - угол между осью x и $F_1'B$; $BF_1' = \rho_1'$ - правое фокальное расстояние. Из геометрии лучей на рис.1 нетрудно получить выражения для координат фокусов F_1 и F_1' :

$$\begin{aligned} x_{F_1} &= x_A - \rho_1 \cos \omega_A; y_{F_1} = y_A - \rho_1 \sin \omega_A; \\ x_{F_1'} &= x_B + \rho_2 \cos \omega_B; y_{F_1'} = y_B + \rho_2 \sin \omega_B. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Эйконал отрезка AB определяется формулой

$$\begin{aligned} L_{AB} &= \sqrt{m} \left(\frac{y_B}{2} \sqrt{-y_B^2 + \frac{n_o^2 - a_A^2}{m}} - \frac{y_A}{2} \sqrt{-y_A^2 + \frac{n_o^2 - a_A^2}{m}} \right) + \\ &+ \frac{n_o^2 - a_A^2}{2\sqrt{m}} \left(\arcsin \frac{y_B \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_A^2}} - \arcsin \frac{y_A \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_A^2}} \right) + a_A (x_B - x_A). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Пусть луч выходящий из фокуса F_1 пересекает поверхность 1 в некоторой точке P , а поверхность 2 – в точке Q ($y_B \leq y_Q \leq h_1$). Тогда угол между осью x и падающим лучом в точке P $\omega_P = \arctg \left[(y_P - y_{F_1}) / (x_P - x_{F_1}) \right]$, где $\beta_P = \omega_P - \gamma_P$ – угол падения в точке P , $\gamma_P = \arctg(-x_1'(y_P))$ – угол между осью x и нормалью к поверхности 1 в точке P ; $\theta_P = \arcsin(\sin \beta_P / n_1(y_P))$ – угол преломления в точке P ; $\alpha_P = \theta_P + \gamma_P$ – угол между осью x и касательной к лучу PQ в точке P . Уравнение луча и уравнение эйконала для отрезка PQ можно записать в виде:

$$x_Q = x_P + \frac{a_P}{\sqrt{m}} \left(\arcsin \frac{y_Q \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_P^2}} - \arcsin \frac{y_P \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_P^2}} \right); \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} L_{PQ} &= \sqrt{m} \left(\frac{y_Q}{2} \sqrt{-y_Q^2 + \frac{n_o^2 - a_P^2}{m}} - \frac{y_P}{2} \sqrt{-y_P^2 + \frac{n_o^2 - a_P^2}{m}} \right) + \\ &+ \frac{n_o^2 - a_P^2}{2\sqrt{m}} \left(\arcsin \frac{y_Q \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_P^2}} - \arcsin \frac{y_P \sqrt{m}}{\sqrt{n_o^2 - a_P^2}} \right) + a_P (x_Q - x_P); \end{aligned} \quad (3.23)$$

где $a_P = n_1(y_P) \cos(\alpha_P)$ – лучевой параметр.

Для обеспечения фокусировки потребуем равенство эйконалов всех лучей, выходящих из фокуса F_1 и после прохождения линзы попадающих в точку F_1' . В результате получаем уравнение:

$$|F_1P| + L_{PQ} + |QF_1'| = \rho_1 + L_{AB} + \rho_1'; \quad (3.24)$$

где $|F_1P| = \sqrt{(x_P - x_{F_1})^2 + (y_P - y_{F_1})^2}$; $|QF_1'| = \sqrt{(x_Q - x_{F_1'})^2 + (y_Q - y_{F_1'})^2}$.

Задавая y_Q , и решая уравнение (3.24), находим y_P , затем определяем x_Q из (3.22). При изменении y_Q от y_B до h_1 получаем участок BQ на поверхности 2 (см. рис.34).

Для определения участка CN на поверхности 1, повторяем аналогичную процедуру для фокусов F_2 и F_2' .

Закон преломления второго слоя представим в виде:

$n_2(y) = \sqrt{no_2^2 + q_2(y - h_1) + m_2(y - h_1)^2}$, ($h_1 \leq y \leq h_2$). Для определения no_2 и q_2 используем условие непрерывностей функции и ее первой производной на границе слоями 1 и 2. В результате получаем: $no_2 = n_1(h_1)$; $q_2 = -2mh_1$.

Предположим, что некоторый луч из точки идеальной фокусировки F' , проходящие через его точку максимума (точку H_2), пересекает поверхность 2 линзы в точке Q ($y_Q = h_1$), границу слоев в точке Q' ($y_{Q'} = h_1$), а поверхность 1 – в точке E (см. рис.1). Тогда лучевой параметр в точке Q $a_Q = no_2 \cos(\alpha_Q)$, где

$$\alpha_Q = \theta_Q - \gamma_Q; \gamma_Q = \text{arctg}(-x_2'(y_Q)); \theta_Q = \arcsin(\sin \beta_Q / no_2); \beta_Q = \omega_Q + \gamma_Q;$$

$$\omega_Q = \text{arctg}\left[y_Q / (x_{F_1'} - x_Q) \right].$$

Лучевой параметр в точке E $a_E = n_1(y_E) \cos(\alpha_E)$, где $\alpha_E = \theta_E - \gamma_E$;

$$\gamma_E = \text{arctg}(-x_1'(y_E)); \theta_E = \arcsin(\sin \beta_E / n_1(y_E)); \beta_E = \omega_E + \gamma_E;$$

$$\omega_E = \text{arctg}\left[y_E / (x_E - x_{F_1}) \right].$$

Значение лучевого параметра не меняется в всех точках луча QE , тогда получаем уравнение:

$$a_Q = a_E. \quad (3.25)$$

Решая уравнение(3.25), определяем точку пересечения луча с поверхностью 1 (x_E , y_E).

Точка максимума луча QQ' внутри второго слоя определяется из условия:

$$\sqrt{no_2^2 + q_2(h_2 - h_1) + m_2(h_2 - h_1)^2 - a_Q^2} = 0. \quad (3.26)$$

Физическое решение уравнения (16) имеет вид:

$$h_2 = h_1 - \left(q_2 + \sqrt{q_2^2 - 4m_2(no_2^2 - a_Q^2)} \right) / 2m_2; \quad (3.27)$$

Уравнение луча и уравнение эйконала для отрезка QH_2 могут быть записаны в виде:

$$x_{H_2} = x_Q - \int_{h_1}^{h_2} \frac{a_Q}{\sqrt{n_2(y)^2 - a_Q^2}} dy = -\frac{a_Q}{\sqrt{-m_2}} \arcsin \frac{h_2 - h_1 + q_2/2m_2}{\sqrt{(q_2/2m_2)^2 + (a_Q^2 - no_2^2)/m_2}} +$$

$$+ \frac{a_Q}{\sqrt{-m_2}} \arcsin \frac{q_2/2m_2}{\sqrt{(q_2/2m_2)^2 + (a_Q^2 - no_2^2)/m_2}} + x_Q; \quad (3.28)$$

$$L_{QH_2} = \int_{h_1}^{h_2} \sqrt{n_2(y)^2 - a_Q^2} dy + a_Q(x_Q - x_{H_2}) =$$

$$= \sqrt{m_2}(J_2 - J_1) + (x_Q - x_{H_2}) \left(\frac{a_Q}{2} + \frac{no_2}{2a_Q} - \frac{q_2^2}{8m_2 a_Q} \right); \quad (3.29)$$

$$\text{где } J_2 = \left(\frac{h_2 - h_1}{2} + \frac{q_2}{4m_2} \right) \sqrt{-(h_2 - h_1)^2 - \frac{q_2}{m_2}(h_2 - h_1) + \frac{a_Q^2 - no_2^2}{m_2}}; J_1 = \frac{q_2}{4m_2} \sqrt{\frac{a_Q^2 - no_2^2}{m_2}}.$$

Эйконал для отрезка $Q'E$

$$L_{Q'E} = \sqrt{m} \left(\frac{h_1}{2} \sqrt{-h_1^2 + \frac{no_2^2 - a_Q^2}{m}} - \frac{y_E}{2} \sqrt{-y_E^2 + \frac{no_2^2 - a_Q^2}{m}} \right) +$$

$$+ \frac{no_2^2 - a_Q^2}{2\sqrt{m}} \left(\arcsin \frac{h_1 \sqrt{m}}{\sqrt{no_2^2 - a_Q^2}} - \arcsin \frac{y_E \sqrt{m}}{\sqrt{no_2^2 - a_Q^2}} \right) + a_Q(x_{Q'} - x_E); \quad (3.30)$$

где $x_{Q'} = 2x_{H_2} - x_Q$.

Для обеспечения фокусировки, потребуем равенство эйконала луча $F'QH_2Q'EF$ эйконалу луча $F'O_2O_1F$. В результате получаем уравнение

$$|QF'| + 2L_{QH_2} + L_{Q'E} + |FE| = \rho + n_o(d_1 + d_2) + \rho', \quad (3.31)$$

$$\text{где } |QF| = \sqrt{(x_Q - \rho' - d_2)^2 + y_Q^2}; \quad |FE| = \sqrt{(x_E + \rho + d_1)^2 + y_E^2}.$$

Из уравнения (3.31) определяем параметр m_2 , затем находим h_2 из (3.27).

Пусть луч из фокуса F_1 пересекает поверхность 1 в некоторой точке P_1 , а поверхность 2 – в точке Q_1 ($h_1 \leq y_{Q1} \leq h_2$). Тогда лучевой параметр $a_{P_1} = n_1(y_{P_1}) \cos(\alpha_{P_1})$, где $\alpha_{P_1} = \theta_{P_1} + \gamma_{P_1}$; $\gamma_{P_1} = \arctg(-x_1'(y_{P_1}))$; $\theta_{P_1} = \arcsin(\sin \beta_{P_1} / n_1(y_{P_1}))$; $\beta_{P_1} = \omega_{P_1} - \gamma_{P_1}$; $\omega_{P_1} = \arctg\left[\frac{(y_{P_1} - y_{F_1})}{(x_{P_1} - x_{F_1})}\right]$.

Уравнение луча и уравнение эйконала отрезка P_1Q_1 можно записать в виде:

$$x_{Q_1} = x_{P_1} + \int_{y_{P_1}}^{h_1} \frac{a_{P_1}}{\sqrt{n_1(y)^2 - a_{P_1}^2}} dy + \int_{h_1}^{y_{Q_1}} \frac{a_{P_1}}{\sqrt{n_2(y)^2 - a_{P_1}^2}} dy; \quad (3.32)$$

$$L_{P_1Q_1} = \int_{y_{P_1}}^{h_1} \sqrt{n_1(y)^2 - a_{P_1}^2} dy + \int_{h_1}^{y_{Q_1}} \sqrt{n_2(y)^2 - a_{P_1}^2} dy + a_{P_1}(x_{Q_1} - x_{P_1}). \quad (3.33)$$

Для обеспечения фокусировки потребуем равенство эйконалов всех лучей, выходящих из фокуса F_1 и после прохождения линзы попадающих в точку F_1' . В результате получаем уравнение:

$$|F_1P_1| + L_{P_1Q_1} + |Q_1F_1'| = \rho_1 + L_{AB} + \rho_1'; \quad (3.34)$$

$$\text{где } |F_1P_1| = \sqrt{(x_{P_1} - x_{F_1})^2 + (y_{P_1} - y_{F_1})^2}; \quad |Q_1F_1'| = \sqrt{(x_{Q_1} - x_{F_1}')^2 + (y_{Q_1} - y_{F_1}')^2}.$$

Задавая y_{Q_1} , из (3.34) находим y_{P_1} , определяем x_{Q_1} из (3.32). При изменении y_{Q_1} от h_1 до h_2 получаем участок QQ_1 на поверхности 2 (см. рис.34).

Для определения участка NN_1 на поверхности 1, повторяем аналогичную процедуру для фокусов F_2 и F_2' .

Задаем законы преломления следующих слоев в виде:

$$n_i(y) = \sqrt{no_i^2 + q_i(y - h_{i-1}) + m_i(y - h_{i-1})^2}, \quad (h_{i-1} \leq y \leq h_i), \quad i - \text{номер слоя. Для определения } no_i \text{ и } q_i \text{ используем условие непрерывности функции } n(y) \text{ и ее первой производной}$$

на границе слоев. В результате получаем: $n_{i-1} = n_{i-1}(h_{i-1})$; $q_i = q_{i-1} + 2m_{i-1}(h_{i-1} - h_{i-2})$. Параметр m_i , участок $Q_{i-2}Q_{i-1}$ на поверхности 2 и участок $N_{i-2}N_{i-1}$ на поверхности 1, последовательно определяем по аналогичной методике. Вместо (22) и (23) имеем

$$x_{Q_{i-1}} = x_{P_{i-1}} + \int_{y_{P_{i-1}}}^{h_1} \frac{a_{P_{i-1}}}{\sqrt{n_1(y)^2 - a_{P_{i-1}}^2}} dy + \sum_{s=1}^{i-2} \int_{h_s}^{h_{s+1}} \frac{a_{P_{i-1}}}{\sqrt{n_{s+1}(y)^2 - a_{P_{i-1}}^2}} dy + \int_{h_{i-1}}^{y_{Q_{i-1}}} \frac{a_{P_{i-1}}}{\sqrt{n_i(y)^2 - a_{P_{i-1}}^2}} dy; \quad (3.35)$$

$$L_{P_{i-1}Q_{i-1}} = \int_{y_{P_{i-1}}}^{h_1} \sqrt{n_1(y)^2 - a_{P_{i-1}}^2} dy + \sum_{s=1}^{i-2} \int_{h_s}^{h_{s+1}} \sqrt{n_{s+1}(y)^2 - a_{P_{i-1}}^2} dy + \int_{h_{i-1}}^{y_{Q_{i-1}}} \sqrt{n_i(y)^2 - a_{P_{i-1}}^2} dy + a_{P_{i-1}} (x_{Q_{i-1}} - x_{P_{i-1}}); \quad (3.36)$$

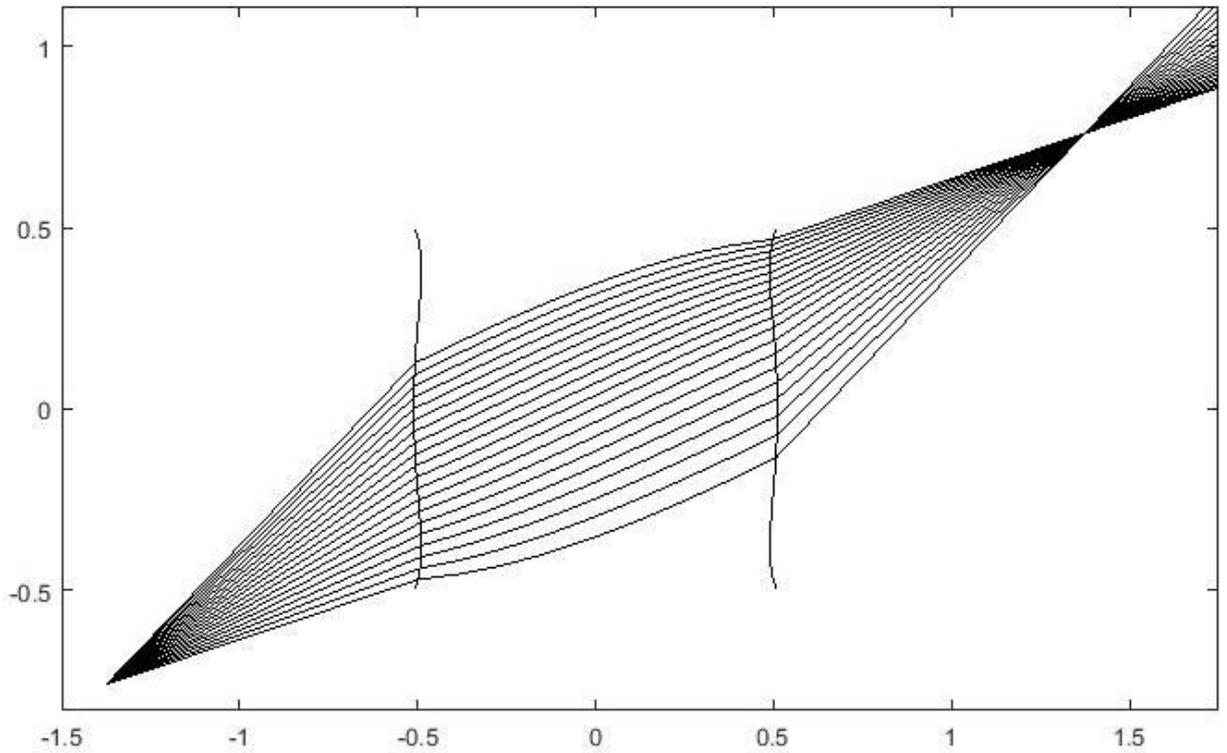
В качестве примера использования описанной выше методики были синтезированы две трехфокальные линзы с коэффициентом преломления в центре линзы $n_o=1.6$, величиной апертуры $D=1$, величиной центрального фокусного расстояния $\rho=1$ и толщиной $d_o=d_1+d_2=1$: Для первой линзы $\rho'=1$; для второй $\rho'=\infty$, $\rho_1'=\infty$.

3.2.2. АНАЛИЗ ТРЕХФОКАЛЬНЫХ ЛИНЗ

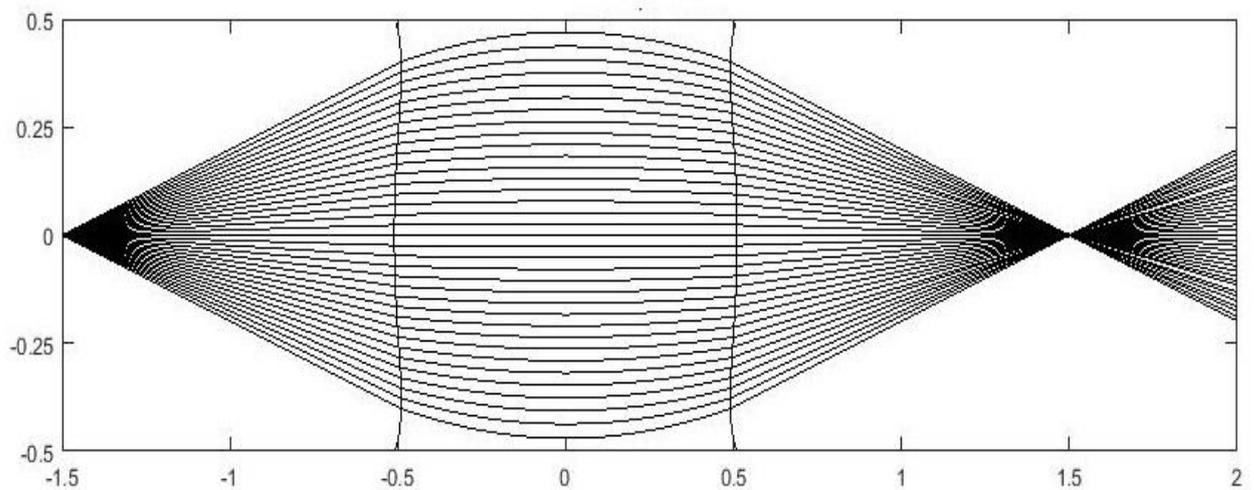
Значение свободного параметра закона преломления центрального слоя линзы m , параметров a_2 , a_4 , y_A функции $x_1(y)$, величины бокового фокусного расстояния ρ_1 и угловое положение фокусов оптимизируются таким образом, чтобы величина СКА в заданном угле зрения была наименьшей (в данной работе для угла 80 градусов). В результате получаем следующие оптимальные параметры:

- для линзы с симметричными фокальными кривыми: $m=2$; $a_2=0.2655$; $a_4=-0.2383$; $y_A=-0.2$; $\rho_1=\rho_1'=1.011$; угловое положение фокусов ± 38.4 градусов;
- для линзы, формирующей на выходе плоские фронты: $m=2.5$; $a_2=-0.0542$; $a_4=-0.7087$; $y_A=-0.1441$; $\rho_1=0.82$; угловое положение фокусов ± 34.2 градусов.

На рис. 35 показана геометрия синтезированной линзы с двумя плоскостями симметрии (симметричными фокальными кривыми) и ход лучей для положения источника в боковом фокусе (рис. 35а) и в центральном фокусе линзы (рис. 35б).



а) источник в боковом фокусе



б) источник в центральном фокусе

Рис. 35. Геометрия трехфокальной градиентной диэлектрической линзы с симметричными фокальными кривыми и ход лучей.

Зависимость СКА трехфокальной градиентной диэлектрической линзы с симметричными фокальными кривыми от угла зрения показана на рис. 36 (кривая 1). Для сравнения кривой 2 на рисунке приведена аналогичная зависимость для бифокальной диэлектрической линзы, синтезированной в работе [9].

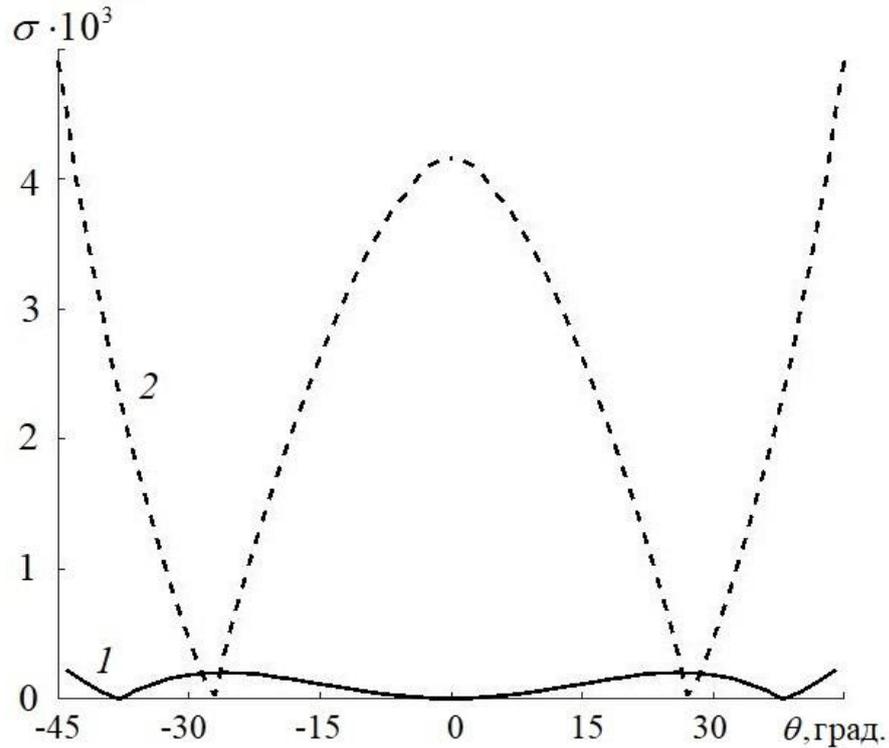
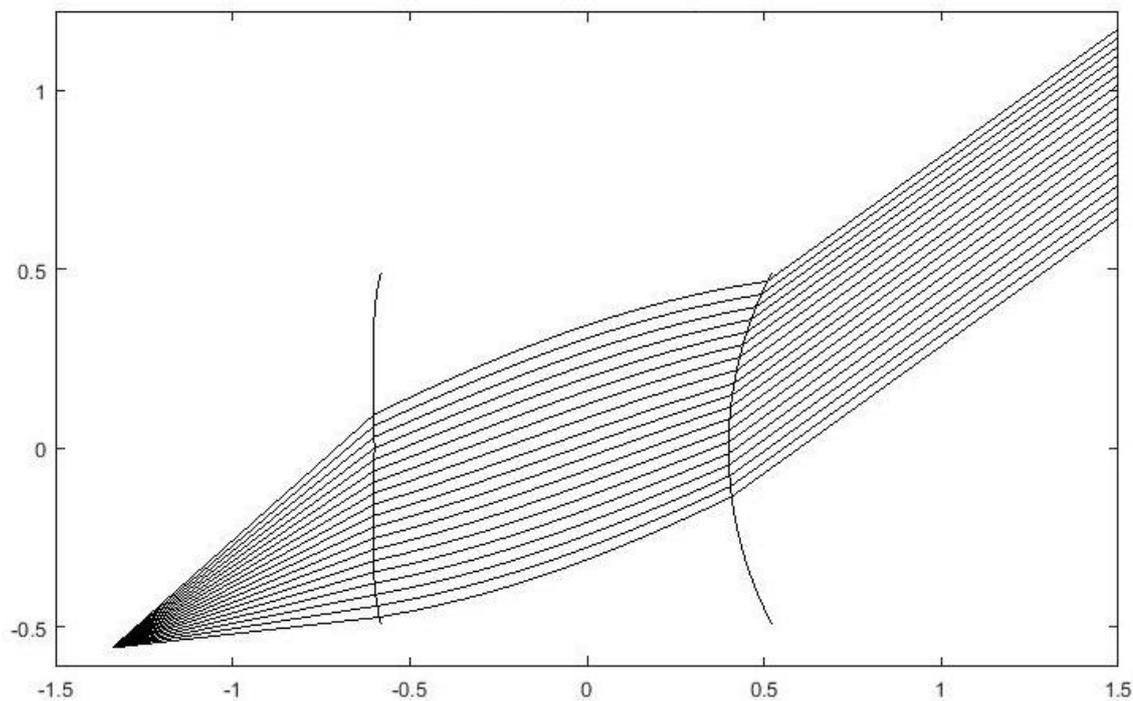
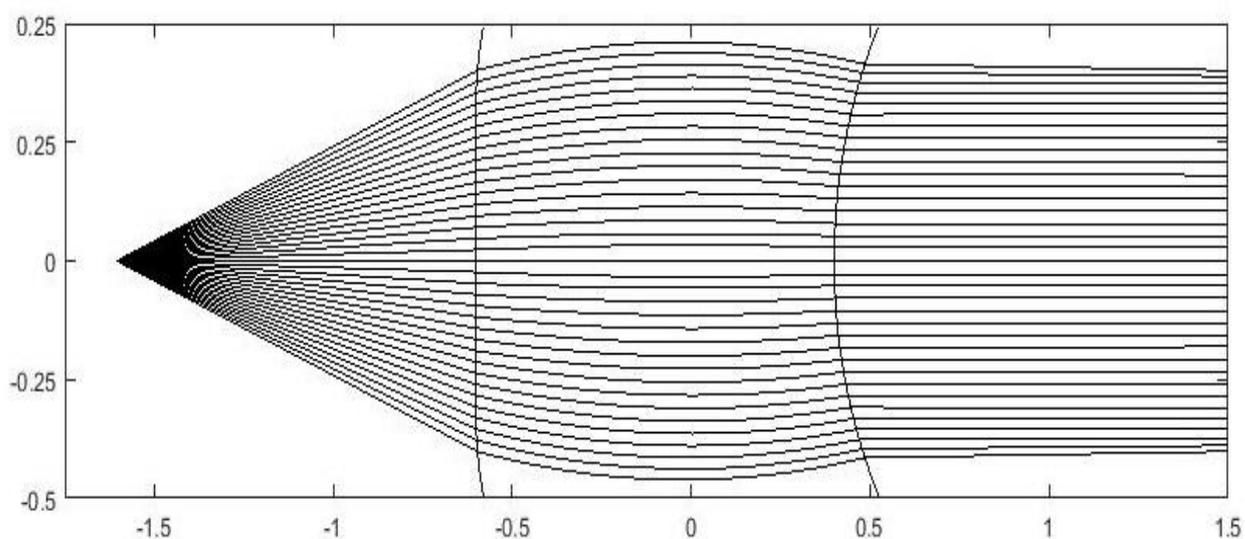


Рис. 36. Зависимость СКА от угла зрения линзы с симметричными фокальными кривыми. Кривая 1 – для трехфокальной градиентной диэлектрической линзы, кривая 2 – для бифокальной диэлектрической линзы.

Как видно на рис. 36, в угле зрения 80 градусов значение СКА ($2 \cdot 10^{-4}$) трехфокальной линзы в двадцать раз меньше, чем бифокальной линзы ($4 \cdot 10^{-3}$).



а) источник в боковом фокусе



б) источник в центральном фокусе

Рис. 37. Геометрия трехфокальной градиентной диэлектрической линзы, формирующей плоские фронты, и ход лучей

На рис. 37 показаны геометрия синтезированной трехфокальной градиентной диэлектрической линзы, формирующей плоские фронты и ход лучей для положения источника в боковом фокусе (рис. 37а) и в центральном фокусе линзы (рис. 37б).

Зависимость величины СКА от угла зрения трехфокальной градиентной диэлектрической линзы, формирующей плоские фронты, показана на рис. 38 (кривая 1). Для сравнения кривой 2 на рисунке приведена аналогичная зависимость для бифокальной диэлектрической линзы, синтезированной в работе [9]. Как видно на рисунке, в угле зрения 80 градусов значение СКА ($1.1 \cdot 10^{-4}$) трехфокальной линзы в 4 раза меньше, чем бифокальной линза ($4.4 \cdot 10^{-4}$).

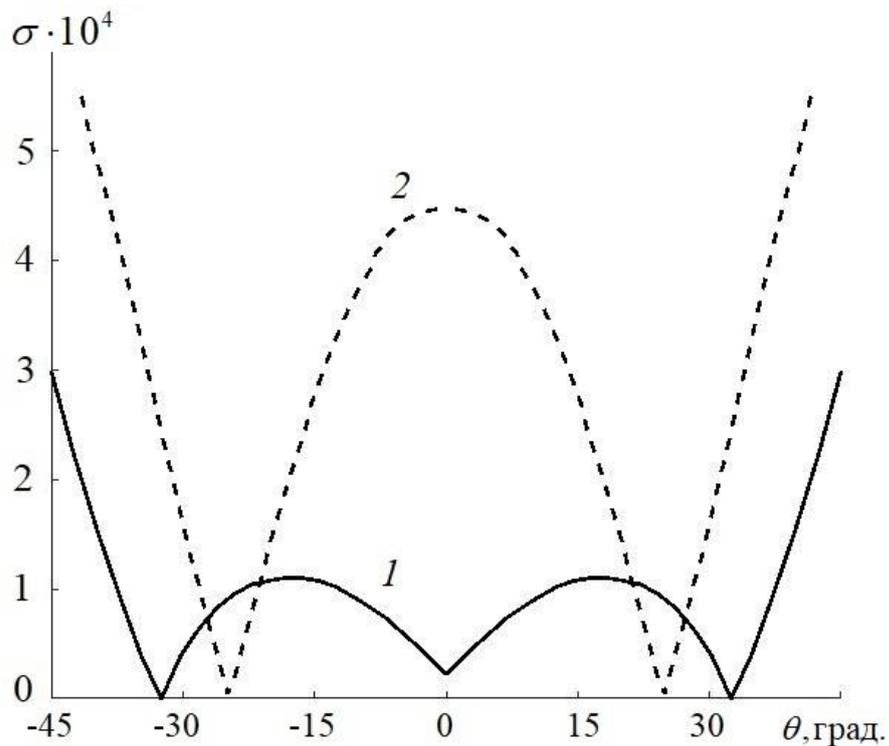


Рис. 38. Зависимость СКА от угла зрения линзы, формирующей плоские фронты. Кривая 1 – для трехфокальной градиентной диэлектрической линзы, кривая 2 – для бифокальной диэлектрической линзы.

Сравнивая рис. 36 и рис. 38 видно, что у трехфокальной линзы, формирующей плоские фронты, имеет уровень СКА в два раза меньше, чем у трехфокальной линзы с симметричными фокальными кривыми.

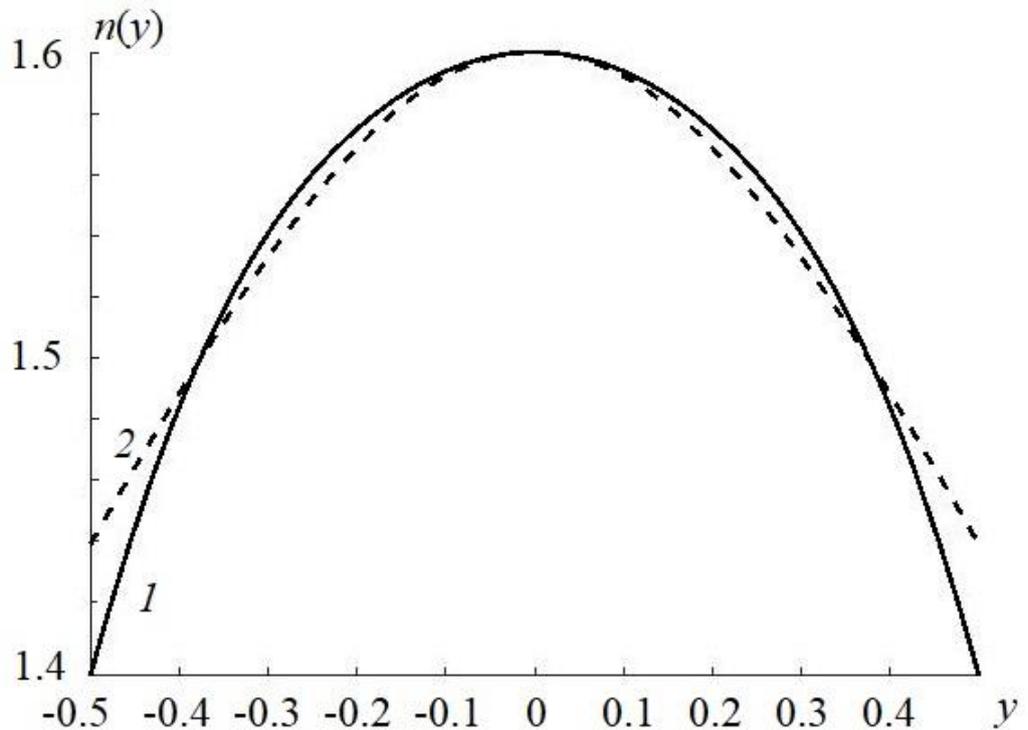


Рис. 39. Зависимость коэффициента преломления $n(y)$. Кривая 1 – для линзы с симметричными фокальными кривыми, кривая 2 – для линзы, формирующей плоские фронты.

На рис. 39 сплошной и штриховой линиями приведены законы изменения коэффициента преломления $n(y)$, соответственно, трехфокальной градиентной диэлектрической линзы с симметричными фокальными кривыми и линзы, формирующей плоские фронты. Видно, что в обеих линзах коэффициент преломления меняется незначительно. Закон изменения коэффициента преломления можно реализовать с использованием различных технологий. В случае планарной однополяризационной линзы можно использовать неоднородную EBG структуры на основе однородного диэлектрика [33].

Как показал анализ aberrаций синтезированных бифокальных линз, развитая в работе методика позволяет получать точное решение задачи синтеза трехфокальной линзы при расположении источника в боковых фокусах и приближенное - для положения источника в центральном фокусе.

ВЫВОДЫ

Как показал анализ aberrаций бифокальных диэлектрических линз, развитая в работе методика позволяет получать точное решение задачи геометрооптического синтеза бифокальной диэлектрической линзы с заданными параметрами.

Как показал анализ aberrаций трехфокальных градиентных диэлектрических линз, развитая в работе методика позволяет получать точное решение задачи геометрооптического синтеза линзы при расположении источника в двух фокусах и достаточно точное при расположении источника в центральном фокусе. Несмотря на приближенный характер полученных решений задач синтеза трехфокальных линз, синтезированные линзы обладают существенно (от 4-х – до 20-ти раз) меньшими aberrациями по сравнению с однородными бифокальными диэлектрическими линзами.

Наименьшим значением среднеквадратической aberrации обладает трехфокальная линза с фокусами на бесконечности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие основные результаты:

1. Решены задачи синтеза и анализа полифокальных линз с принудительным преломлением и произвольным положением фокусов, в том числе в явном виде получено решение задачи синтеза трехмерной линзы с тремя плоскостями симметрии и линзы с пятью фокусами, расположенными на бесконечности.
2. Исследованы двумерные бифокальные и трехфокальные линзы и показано, что минимальной величиной aberrации обладают линзы из линий одинаковой длины.
3. Развита методика и разработан алгоритм решения задачи геометрооптического синтеза с заданной точностью бифокальных цилиндрических диэлектрических линз.
4. Разработаны методика и алгоритм приближенного решения задачи геометрооптического синтеза трехфокальных цилиндрических градиентных диэлектрических линз.

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

Развитые в работе методики и алгоритмы позволяют с заданной точностью решать задачи синтеза полифокальных линз с принудительным преломлением и бифокальных цилиндрических диэлектрических линз.

Методика решения задачи синтеза трехфокальных цилиндрических градиентных диэлектрических линз требует дальнейшего развития в части как повышения точности решения, так и обобщения на случай монотонных лучей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Калошин В.А. Многолучевые гибридные антенны // Труды 13 Междун. Крымской конф. «СВЧ техника и телекоммуникационные технологии, Crimico-2003». г. Севастополь, сентябрь 2003г. С.383-390.
2. Шишлов А.В. и др. Многолучевые антенны для систем радиолокации и связи // Журнал радиоэлектроники. 2018. № 8. <http://jre.cplire.ru/jre/jul18/6/text.pdf>
3. Harmer S.W., Bowring N., Andrews D. Millimetre Radar Threat Level Evaluation (MiRTLE) at Standoff Ranges // Proc. SPIE. 2011. Vol. 8188. P. 81880L.
4. Heinz E., May T., Born D. et al. Development of Passive Submillimeter-wave Video Imaging Systems // Proc. SPIE. 2013. Vol. 8715. P. 87150E.
5. Robertson D.A., Cassidy S.L., Jones B., Clark A. Concealed threat detection with the IRAD sub-millimeter wave 3D imaging radar // Proc. SPIE. 2014. Vol. 9078. P. 907805.
6. Венецкий А.С., Калошин В.А. Распределение эйконала на поверхности осесимметричной диэлектрической линзы и минимизация aberrаций // РЭ. 2018. Т.63. №2. С. 144-156.
7. Ruse J. Wide-angle metal-plate optics // Proc. IRE. 1950. Vol. 38. No. 1. P. 53-59.
8. Rotman W., Turner R. F. Wide-angle microwave lens for line source applications // IEEE Trans. on Anten. and Propag. 1963. Vol. AP-11. No. 6. P. 623-632.
9. Rao J. B. L. Multifocal three-dimensional bootlace lenses // IEEE Trans. on Anten. and Propag. 1982. Vol. AP-30. P. 1050-1056.
10. Rappaport M., Zaghloul I. Optimized Three Dimensional Lenses for Wide-Angle Two- Dimensional Scanning // IEEE Trans. 1985. Vol. AP-33. No. 11. P. 1227-1236.
11. Hansen R. C. Design Trades for Rotman Lenses // IEEE Trans. 1991. Vol. AP-39. № 4. P. 464-472.

12. Rappaport M., Zaghoul I. Multifocal Bootlace Lens Design Concepts: a Review.// IEEE Antennas and Propagation Society Intern. Symp. 3-8 July 2005. P. 39-42.
13. Климов К. Н., Фирсов - Шибяев Д.О., Перфильев В. В. Геометрическая интерпретация синтеза квазиоптической распределительной системы для многолучевых фазированных антенных решеток //РЭ. 2015. Т. 60. № 3. С. 254-281.
14. Yu Jian Cheng, Wei Hong, Ke Wu, Zhen Qi Kuai and other. Substrate Integrated Waveguide (SIW) Rotman Lens and Its Ka-Band Multibeam Array Antenna Applications // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2008. Vol.56. No. 8. P.2504-2513.
15. Tekkouk K., Ettore M., Le Coq L., Sauleau R.. Multibeam SIW Slotted Waveguide Antenna System Fed by a Compact Dual-Layer Rotman Lens // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2016. Vol. 64. No. 2. P. 504–514.
16. Rappaport M., Mason J. A five focal point three-dimensional bootlace lens with scanning in two planes // IEEE Ant. Prop. URSI Sym. Digest. July 1992. P. 1340-1343.
17. Brown R. Dielectric bifocal lenses // IRE International Convention Record. Vol. 4. Part 1, Mar. 1956. P. 180-187.
18. R.L. Stenberg. J. Math. Phys., 1956. V.34. P.29.
19. Holt F. S., Mayer A. A design procedure for dielectric microwave lenses of large aperture ratio and large scanning angle // IRE Trans. Antennas and Propag., 1957. Vol. 5. No. 1. P. 25-30.
20. Peebles A.L. A dielectric bifocal lens for multi-beam antenna applications // IRE Trans. Antennas and Propag., 1988. Vol. 36. No. 5. P. 599-606.
21. Е.Г.Зелкин, Р.А. Петрова. Линзовые антенны. М.: Сов. Радио. 1974.
22. Zhe Wang, Jianhua Deng, Bing-Zhong Wang. Equivalent optical design of the bifocal lens antenna in passive millimeter imaging system // 2010 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology. July 2010. P. 1739-1742.
23. Tran Vu La, Ngoc Tinh Nguyen, Massimiliano Casaletti, Ronan Sauleau. Design of medium-size dielectric bifocal lenses for wide-angle beam scanning antennas //

2012 6th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP). June 2012. P. 3287 – 3291.

24. Gulan H., Marahrens S., Rusch C., Goettel B., Zwick T. Bifocal wide angle lens with optimized construction algorithm for 60 GHz // 2014 International Workshop on Antenna Technology: Small Antennas, Novel EM Structures and Materials, and Applications (iWAT). November 2014. P. 43-46.

25. Кинбер Б.Е., Классен В.И., Стеблин В.И. Теория трехмерных бифокальных антенн // РЭ. 1983. Т. №8. С. 1509-1517.

26. Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. М.: Наука. 1971.

27. Кинбер Б.Е., Классен В.И., Шишлов А.В., Тоболев А.К. Гибридные и полифокальные антенны. Обзор // Антенны. 1987. Вып. 34. С. 3-24.

28. Plastikov A.N. A High-Gain Multi-beam Bifocal Reflector Antenna with 40° Field of View for Satellite Ground Station Applications // IEEE Trans. on Antennas and Propag. 2016. Vol. 64. No. 4. P. 3251-3254.

29. Венецкий А.С., Калошин В.А. Синтез градиентной линзовой антенны с осевой симметрией и заданной формой одной из преломляющих поверхностей. ДАН. 1994. Т.335. №1. С.39-41.

30. Kaloshin V., Venetsky A. Synthesis of Gradient Lens Antenna with Axial Symmetry // Proc. 15 Intern. Symp. on Electromagn. Wave Theory. St. Petersburg. 1995. P. 831-833.

31. Венецкий А.С., Калошин В.А. Синтез градиентной линзовой антенны с осевой симметрией и криволинейной формой преломляющих поверхностей // РЭ. 1997. Т. 42. №12. С. 1452-1458.

32. Венецкий А.С., Калошин В.А. Синтез неоднородной диэлектрической линзы с осевой симметрией // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. №7. С. 74-79.

33. Калошин В.А. Планарная анизотропная линза Микаэляна на основе ЕВГ структуры // ДАН. 2016. Т. 470. №2. С. 153-156.

34. Калошин В.А., Нгием Х.Д. Синтез и анализ полифокальных линз с принудительным преломлением и симметричными фокальными кривыми // III Всероссийская Микроволновая конференция. Доклады. М.: ИРЭ РАН. 2015. С.201-206.

35. Калошин В.А., Нгием Х.Д. Синтез и анализ полифокальных линз с принудительным преломлением .IV Всеросс. Микроволной конф. Доклады. М. ИРЭ им. Котельникова РАН. 2016. С. 406-409. <http://jre.cplire.ru/jre/library/IV-mw-2016.pdf>

36. Калошин В.А., Нгием Х.Д. Синтез и анализ полифокальных линз с принудительным преломлением и симметричными фокальными кривыми // РЭ. 2017. Т. 62. № 11. С. 1070-1077.

37. Калошин В.А., Нгием Х.Д., Е. В. Фролова. Синтез и исследование сверхширокополосной планарной волноводной трехфокальной линзо-зеркальной системы с принудительным преломлением // Журнал радиоэлектроники. 2018. № 1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan18/3/text.pdf>

38. Нгием Х.Д. Полифокальные линзы с принудительным преломлением для радиообъективов и антенн. Международная конференция «Радиоэлектронные устройства и системы для инфо - коммуникационных технологий». Сер. Научные конференции, посвященные Дню радио М.: РНТОРЭС им. А.С.Попова. 2018. Вып.73. С. 56-60.

39. Калошин В.А., Нгием Х.Д. Синтез и анализ диэлектрических бифокальных линз // Журнал радиоэлектроники. 2018. № 8. <http://jre.cplire.ru/jre/aug18/17/text.pdf>

40. Калошин В.А., Нгием Х.Д. Синтез и анализ трехфокальных градиентных диэлектрических линз // Журнал радиоэлектроники. 2018. № 9. <http://jre.cplire.ru/jre/sep18/21/text.pdf>

41. Калошин В.А., Нгием Х.Д. Синтез и анализ полифокальных линз с принудительным преломлением // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1051-1061.