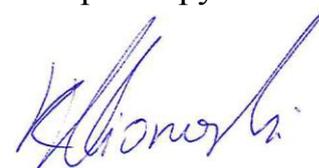


Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

На правах рукописи



Клионовски Кирилл Константинович

**Излучение слабонаправленных осесимметричных антенн
с круглыми экранами**

Специальности: 01.04.03 – Радиофизика,
05.12.07 – Антенны, СВЧ устройства и их технологии

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
**Доктор физико-
математических наук
В. А. Калошин**

Москва 2015

Оглавление	Стр.
Введение	
Актуальность темы диссертационной работы	4
Цель работы и задачи исследования.....	5
Методы исследований и достоверность результатов.....	5
Научная новизна работы	6
Теоретическая и практическая значимость работы.....	6
Основные положения и результаты, выносимые на защиту.....	7
Апробация результатов работы.....	7
Публикации.....	8
Структура и объем диссертации	8
Раздел 1. Рассеяние цилиндрической векторной волны на идеально проводящей полуплоскости и ленте	
Введение	11
1.1 Асимптотическое представление интеграла с произвольно расположенной стационарной точкой.....	13
1.2 Асимптотика решения задачи рассеяния цилиндрической векторной волны на идеально проводящей полуплоскости.....	16
1.3 Асимптотика решения задачи рассеяния цилиндрической векторной волны на идеально проводящей ленте	18
1.4 Исследование рассеяния цилиндрической векторной волны на идеально проводящей ленте численным и асимптотическим методом	21
Выводы.....	23
Раздел 2. Рассеяние тороидальной векторной волны на диске	
Введение	25
2.1 Асимптотика решения задачи рассеяния поля тороидальной векторной волны на диске вдали от оси	30
2.2 Асимптотика решения задачи рассеяния поля тороидальной векторной волны на диске вблизи оси	32
2.3 Численное решение интегрального уравнения для задачи рассеяния поля тороидальной векторной волны на полупрозрачном диске.....	34
2.4 Исследование рассеяния тороидальной векторной волны на идеально проводящем диске различными методами	36

2.5 Исследование рассеяния тороидальной векторной волны на полупрозрачном диске различными методами.....	47
Выводы.....	52
Раздел 3. Анализ и оптимизация характеристик излучения осесимметричных слабонаправленных антенн с круглыми экранами	
Введение	53
3.1 Излучение рамочной антенны	53
3.2 Излучение монополя.....	58
3.3 Излучение открытого конца круглого волновода	61
3.4 Излучение пэтч-антенны	65
3.5 Оптимизация распределения прозрачности диска для уменьшения обратного излучения пэтч-антенны.....	70
Выводы.....	75
Раздел 4. Экспериментальное исследование излучения пэтч-антенны с экраном	
Введение	76
4.1 Экспериментальное исследование излучения пэтч-антенны с металлическим экраном.....	76
4.2 Экспериментальное исследование излучения пэтч-антенны с полупрозрачным экраном с распределением изотропного резистивного импеданса.....	78
4.3 Экспериментальное исследование излучения пэтч-антенны с полупрозрачным экраном с распределением анизотропного индуктивного импеданса.....	81
Выводы.....	85
Заключение	86
Литература	88

Введение

Актуальность темы диссертационной работы

Развитие систем радиосвязи и радионавигации требует создания антенн, обладающих изотропной диаграммой направленности в верхней полусфере и обеспечивающих максимально низкий уровень излучения в нижней полусфере. Данные требования предъявляются для обеспечения электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств, а также улучшения их помехозащищенности, в частности, для уменьшения эффекта многолучевого распространения радиосигнала, вызванного отражением сигнала от земли или различных объектов, находящихся вблизи антенны. Одним из способов реализации таких антенн является использование слабонаправленного излучателя с экраном.

Наиболее простой конструкцией экрана является металлический диск. Вопросы излучения слабонаправленных антенн с таким экраном исследовались в работах [1-28]. Как показано в этих работах, для эффективного экранирования в нижней полусфере диаметр диска должен быть не менее нескольких длин волн. С целью уменьшения размера применяют более сложные конструкции экрана. Эффективное подавление излучения при относительно небольших габаритах обеспечивают импедансные экраны [29-35]. Из них наиболее часто применяются гофрированные экраны с емкостным импедансом [29-31, 33]. Гофрированные экраны наиболее эффективны в случае, когда глубина гофра равна четверти длины волны излучения. Для работы на нескольких частотах используют систему из канавок различной глубины. Однако при использовании такой конструкции происходит усреднение импеданса и эффективность экранирования на каждой частоте уменьшается. Недостатком гофрированного экрана является также то, что он сужает диаграмму направленности антенны в верхней полусфере.

В качестве широкополосных экранов используют экраны на основе непрозрачного радиопоглощающего материала [36], однако при их использовании возникают потери энергии, приводящие к падению коэффициента усиления антенны и уменьшению отношения «сигнал – шум» на входе антенны.

Влияние указанных выше недостатков металлических и импедансных экранов можно уменьшить путем использования полупрозрачных экранов [33, 37-40], для которых не равен нулю как коэффициент отражения, так и коэффициент прохождения падающей электромагнитной волны. Одними из первых в литературе рассматривались вопросы подавления обратного излучения полупрозрачными экранами с резистивным импедансом, которые реализованы на основе тонкого диэлектрика с омическими потерями [37-39].

В последнее время предлагается использование непрозрачных экранов на основе мелко периодических структур (метаматериалов) [41]. Полупрозрачные экраны также можно реализовать на основе мелко периодических структур из металлических проводов или лент [42-45].

Несмотря на большое количество публикаций, посвященных исследованию слабонаправленных антенн с импедансными и полупрозрачными экранами, задача оптимизации параметров этих антенн в литературе не решена. Это во многом связано с отсутствием простой (аналитической) и эффективной методики анализа и синтеза таких структур. Таким образом, задача создания такой методики и применение ее к задачам анализа и оптимизации характеристик излучения этих антенн является актуальной.

Цель работы и задачи исследования

Целью работы является развитие асимптотической теории излучения слабонаправленных осесимметричных антенн с круглыми экранами различного типа и применение этой теории к задачам анализа и оптимизации характеристик излучения этих антенн.

Задачи исследования:

1. Асимптотическое решение ключевой задачи рассеяния векторной тороидальной волны на диске.
2. Построение численного алгоритма решения ключевой задачи рассеяния векторной тороидальной волны на диске на основе метода интегральных уравнений.
3. Исследование точности асимптотического решения задачи рассеяния векторной тороидальной волны на диске.
4. Применение полученного решения для нахождения характеристик излучения различных типов слабонаправленных осесимметричных антенн с круглыми экранами.
5. Нахождение оптимальных характеристик полупрозрачных экранов для уменьшения обратного излучения слабонаправленных осесимметричных антенн.

Методы исследований и достоверность результатов

В диссертационной работе используются как асимптотические, так и численные методы электродинамики. Достоверность результатов работы базируется на корректном применении апробированных асимптотических методов: физической оптики и физической теории дифракции, а также путем сопоставления результатов, полученных асимптотическими и

численными методами, в том числе методом моментов и конечных элементов. Достоверность результатов работы подтверждается также совпадением результатов моделирования и физического эксперимента.

Научная новизна работы

Новые научные результаты работы заключаются в следующем:

1. В приближении физической теории дифракции найдены два асимптотических разложения для диаграммы рассеяния векторной тороидальной волны общего вида на идеально проводящем диске, определяющих решение во всем пространстве.
2. В приближении Кирхгофа найдены два асимптотических разложения для диаграммы рассеяния векторной тороидальной волны общего вида на полупрозрачном диске, определяющих решение во всем пространстве.
3. Получены асимптотические разложения для диаграмм направленности различных типов слабонаправленных осесимметричных антенн с круглыми экранами: рамочной антенны, пэтч-антенны, открытого конца круглого волновода и монополя, определяющих решение во всем пространстве.
4. Получены асимптотические формулы для коэффициента обратного излучения рамочной антенны и пэтч-антенны с идеально проводящим экраном.
5. Найдено распределение изотропного резистивного импеданса на поверхности полупрозрачного экрана, обеспечивающее существенное увеличение коэффициента обратного излучения пэтч-антенны по сравнению с известными результатами.
6. Экспериментально показано, что экран с анизотропным индуктивным импедансом позволяет повысить коэффициент обратного излучения пэтч-антенны по сравнению с металлическим экраном того же радиуса.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость работы заключается в решении ключевой задачи рассеяния тороидальной векторной волны общего вида на металлическом и полупрозрачном диске и развитии на ее основе асимптотической теории излучения широкого класса слабонаправленных осесимметричных антенн с круглыми экранами различного типа.

Практическую значимость работы составляют:

1. Найденное распределение изотропного резистивного импеданса экрана, при котором обеспечивается коэффициент обратного излучения пэтч-антенны 35 дБ при радиусе диска 0.8 длины волны.
2. Найденное распределение анизотропного индуктивного импеданса экрана, при котором обеспечивается коэффициент обратного излучения пэтч-антенны 33 дБ при радиусе диска 0.8 длины волны.

Положения, выносимые на защиту

1. Двухчленные асимптотические разложения решения ключевой задачи рассеяния произвольной векторной тороидальной волны на диске, полученные для области вблизи и вдали от оси диска, перекрываются и описывают диаграмму рассеяния для всех углов наблюдения в случае, когда радиус источника меньше радиуса диска.
2. Решение ключевой задачи рассеяния поля произвольной векторной тороидальной волны на диске позволило построить асимптотическую теорию излучения широкого класса слабонаправленных осесимметричных антенн с круглыми экранами.
3. Найденное с использованием полученных асимптотических формул распределение изотропного резистивного импеданса на поверхности полупрозрачного экрана позволяет существенно повысить коэффициент обратного излучения слабонаправленных антенн по сравнению с известными результатами.

Апробация результатов работы

Результаты диссертации докладывались на конференциях:

1. Международная молодежная научно-техническая конференция «Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций РТ-2012», г. Севастополь, 23-27 апреля 2012 г.
2. Международная научная конференция «Излучение и рассеяние электромагнитных волн ИРЭМВ-2013», пос. Дивноморское, Краснодарский край, 23-28 июня 2013 г.
3. I Всероссийская Микроволновая конференция, г. Москва, 27-29 ноября 2013 г.
4. Международная научная конференция «Asia-Pacific Microwave Conference APMC 2014», г. Сендай, Япония, 4-7 ноября 2014 г.
5. II Всероссийская Микроволновая конференция, г. Москва, 26-28 ноября 2014 г.

Публикации

Результаты диссертации опубликованы в 14 работах, из которых 6 статей – в журналах, входящих в Перечень российских рецензируемых изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки России, 1 статья – в зарубежном рецензируемом журнале, 5 докладов на международных и всероссийских конференциях, 1 патент на изобретение и 1 заявка на изобретение.

Структура и объём диссертации

Диссертационная работа состоит из Введения, четырех разделов, Заключения и Списка литературы из 124 наименований. Общий объём диссертации – 96 страниц, включая 72 рисунка.

Во Введении приводится краткая характеристика диссертационной работы, обоснована актуальность темы, поставлены основные задачи исследования, сформулированы Положения, а также кратко изложено содержание разделов диссертации.

В первом разделе приводится обзор асимптотических методов, используемых для решения задач рассеяния электромагнитных волн на телах с ребрами. К этим методам относят физическую оптику, геометрическую теорию дифракции, равномерную геометрическую теорию дифракции, равномерную асимптотическую теорию дифракции, спектральную теорию дифракции, а также физическую теорию дифракции. Далее с использованием различных методов исследуется рассеяние поля цилиндрической волны на идеально проводящей полуплоскости и ленте. Приводятся асимптотические формулы для расчета диаграммы рассеяния в приближении физической оптики, физической теории дифракции, равномерной геометрической теории дифракции и равномерной асимптотической теории дифракции. Результаты расчета по данным формулам сопоставлены с результатами, полученными путем численного решения интегрального уравнения методом моментов. Приводятся графики диаграмм рассеяния цилиндрической волны на идеально проводящей ленте, построенные по асимптотическим формулам, в сравнении с диаграммами, полученными путем численного решения интегрального уравнения и численным интегрированием интеграла Кирхгофа. На основании полученных результатов делается вывод об асимптотической эквивалентности методов физической теории дифракции, равномерной геометрической теории дифракции и равномерной асимптотической теории дифракции. В результате, для дальнейшего анализа антенн с металлическими экранами в качестве основного выбирается метод физической теории дифракции как наиболее удобный для рассмотрения трехмерных задач. Для анализа антенн с

полупрозрачными экранами в качестве основного выбирается метод Кирхгофа, поскольку нам неизвестны более точные выражения для краевой волны таких экранов в общем случае.

Во втором разделе получены равномерные асимптотические формулы для расчета диаграммы рассеяния тороидальной векторной волны общего вида на идеально проводящем и полупрозрачном диске, в предположении, что ось кольцевого источника тороидальной волны совпадает с осью диска. Асимптотические выражения для рассеянного поля определяются отдельно для углов вблизи и вдали от оси диска. Для оценки точности, которую обеспечивают асимптотические формулы, соответствующие результаты сравниваются с результатами, полученными путем численного решения интегрального уравнения для задачи рассеяния поля источника тороидальной волны на полупрозрачном диске методом моментов. Далее различными методами исследовано рассеяние тороидальной и сферической векторной волны на идеально проводящем и полупрозрачном диске. Диаграммы направленности рассеянного поля, найденные по асимптотическим формулам, сопоставлены с соответствующими результатами, имеющимися в литературе и результатами, полученными путем численного решения интегрального уравнения. Сравнение результатов расчетов по асимптотическим формулам с соответствующими результатами, полученными при численном решении интегрального уравнения методом моментов, показало, что при радиусе источника менее радиуса диска асимптотические формулы позволяют рассчитать рассеянное поле во всем секторе углов наблюдения как для металлических, так и для полупрозрачных экранов.

В третьем разделе развитая асимптотическая теория применяется для исследования излучения диаграмм направленности слабонаправленных осесимметричных антенн с экранами различного типа. В качестве примеров рассматриваются: рамочная антенна, монополь, открытый конец круглого волновода и пэтч-антенна. Получены асимптотические формулы для диаграммы направленности указанных антенн с металлическим и полупрозрачным экранами. По этим формулам проведены расчеты, которые сопоставлены с численными результатами, найденными с использованием методов моментов и конечных элементов. Получены асимптотические формулы для коэффициента обратного излучения рамочной и пэтч антенн с металлическими экранами. В качестве примера оптимизации с использованием асимптотических формул проведена оптимизация закона распределения прозрачности экранов различного типа для уменьшения обратного излучения пэтч-антенны. Результаты оптимизации показали, что значительное уменьшение обратного излучения возможно в случае изотропного резистивного и анизотропного индуктивного импеданса.

В четвертом разделе проведены экспериментальные исследования пэтч-антенны с металлическим и полупрозрачным экраном с изотропным резистивным и анизотропным индуктивным импедансом. Экспериментальные диаграммы направленности сопоставлены с

численными результатами для пэтч-антенны с металлическим экраном, а также с полупрозрачным экраном с изотропным резистивным и анизотропным индуктивным импедансом. Показано, что относительная погрешность расчетных данных по сравнению с экспериментальными не превосходит 2 дБ. Экспериментально показано, что при радиусе диска $R=0.8\lambda$ увеличение коэффициента обратного излучения полупрозрачного экрана с распределением анизотропного индуктивного импеданса по сравнению с металлическим составляет 22 дБ.

В Заключении приведены основные результаты работы, а также проанализированы пути дальнейшего развития и уточнения этих результатов.

Раздел 1. Рассеяние цилиндрической векторной волны на идеально проводящей полуплоскости и ленте

Введение

Для решения задач рассеяния электромагнитных волн на телах с ребрами применяются различные методы: асимптотические [46-60], численные [61] и гибридные [62]. К широко используемым на практике асимптотическим методам можно отнести физическую оптику (ФО), геометрическую теорию дифракции (ГТД), равномерную геометрическую теорию дифракции (РГТД), равномерную асимптотическую теорию дифракции (РАТД), а также спектральную теорию дифракции (СТД) и физическую теорию дифракции (ФТД).

Метод ФО [46] (или приближение Кирхгофа) используется для нахождения поля в зонах света и тени. В основе данного метода лежит принцип Гюйгенса-Френеля, согласно которому каждая точка на поверхности, возбуждаемая падающей волной, может рассматриваться как источник вторичной сферической волны. Полное поле является результатом интерференции волн, выходящих из каждой точки поверхности. Метод ФО разделяется на токовый и апертурный. В токовом варианте метода ФО поле дифракции на какой-либо структуре определяется суммой падающего поля и поля поверхностного тока, наведенного падающей электромагнитной волной на освещенной части поверхности исследуемой структуры. Т.е. на каждом элементе освещенной части поверхности тела возбуждается такой же ток, как на касательной к этому элементу идеально проводящей плоскости бесконечных размеров. На затененной части поверхности ток полагается равным нулю. К недостаткам метода ФО можно отнести то, что точность вычисления поля в зоне тени не высока вследствие того, что в данном приближении не выполняются граничные условия на структуре.

В действительности кроме тока, индуцируемого на поверхности тела по законам геометрической оптики (ГО), будет присутствовать дополнительный ток, возникающий вследствие искривления поверхности. Также дополнительный ток возникает вблизи ребер или краев и имеет характер краевой волны, которая быстро затухает при удалении от ребра или края. Поле излучения, создаваемое краевой волной, в первом приближении можно найти из решения Зоммерфельда о рассеянии плоской волны на идеально проводящем клине. В некоторых случаях следует учитывать дифракционное взаимодействие различных краев, т. е. то обстоятельство, что волна, создаваемая одним краем и распространяющаяся мимо другого края, дифрагирует на нем. Метод, в котором к полю дифракции в приближении Кирхгофа добавляют поле излучения краевой волны тока, создаваемой неравномерной частью тока, называют ФТД. Точность вычисления поля по методу ФТД в зоне тени выше, чем по методу ФО.

Для уточнения рассеянного поля по методу ФО в зонах тени Дж. Б. Келлером был предложен метод ГТД [47,48]. В основе этого метода лежит обобщенный принцип Ферма о возможности распространения электромагнитной энергии не только вдоль обычных лучей, но и вдоль дифракционных лучей. Основная идея ГТД заключается в том, что решение задачи ищется в виде суммы полей ГО и дифракционных волн. Описание процесса возбуждения дифракционной волны берется из решения простейшей модельной задачи, в которой первичное поле и тело, на котором происходит дифракция, подобны тем, что исследуются в конкретной задаче. Например, при дифракции поля ГО на поверхности с ребром модельной будет являться задача дифракции плоской волны на клине. Для определения амплитуды дифракционных лучей применяются формулы, использующие результаты решения модельных задач. К недостаткам метода ГТД можно отнести то, что его пределы применимости ограничиваются количеством найденных решений модельных задач. Кроме того, формулы ГТД в первоначальной формулировке [47] неприменимы вблизи границы свет-тень для падающего и отраженного полей из-за наличия сингулярности в выражении для поля дифракционной волны.

Для уточнения метода ГТД и вычисления поля вблизи границы свет-тень применяют методы РГТД и РАТД. В методе РГТД [49, 50] при определении амплитуды поля дифракционной волны используются модифицированные коэффициенты, которые позволяют устранить сингулярность и получить равномерное распределение поля во всем секторе углов наблюдения. Формулы РАТД [51] дают точную асимптотику поля вблизи границы свет-тень и выражаются через интеграл Френеля. Формулы РАТД были получены и доказаны в [52] для частного случая падения на клин направленной цилиндрической волны, и в [53-56] для трехмерной задачи рассеяния. Оценка погрешностей методов РГТД и РАТД на примере расчета диаграммы полного поля в задаче дифракции направленной цилиндрической волны на полуплоскости и прямоугольном клине произведена в [57, 58], где показано, что формулы РГТД дают значительную погрешность вычисления поля в сравнении с РАТД.

Для уточнения метода ГТД и вычисления поля вблизи границы свет-тень применяют также метод СТД [59, 60]. Он основан на том, что падающее поле разлагается в интеграл Фурье по плоским волнам, и общее рассеянное поле определяется интегрированием рассеянных полей каждой из плоских волн. К недостаткам этого метода относится то, что он применим лишь к двумерным рассеивателям.

Для проверки точности, которую обеспечивают асимптотические методы при решении задачи рассеяния, необходимо использовать строгое решение данной задачи, которое можно получить, например, с помощью метода интегральных уравнений. Для этого составляется интегральное уравнение, в которое входят первичное поле и неизвестный ток, наведенный первичным полем на исследуемой структуре. Численное решение интегрального уравнения

дает распределение тока на структуре, электромагнитное поле которого определяется стандартными методами электродинамики. Для численного решения интегрального уравнения наиболее часто используют метод моментов.

При использовании гибридного метода поверхность рассеяния разбивается на центральную и краевую части, определение которых носит эвристический характер. На центральной части искомое распределение токов полагается равным соответствующему распределению на бесконечной плоскости, а на краевой части ток полагается неизвестным.

В первом параграфе данной главы рассматривается асимптотическое представление интеграла, имеющего стационарную точку первого порядка, расположенную произвольно относительно края интегрирования. Во втором параграфе исследуется рассеяние цилиндрической волны на идеально проводящей полуплоскости. Во третьем параграфе исследуется рассеяние векторной цилиндрической волны на идеально проводящей ленте. В четвертом параграфе приводятся алгоритм численного решения интегрального уравнения методом моментов для определения рассеянного поля векторной цилиндрической волны на идеально проводящей ленте. В пятом параграфе приводятся результаты расчета, полученные по асимптотическим формулам и с использованием численного решения интегрального уравнения.

1.1 Асимптотическое представление интеграла с произвольно расположенной стационарной точкой

При расчете поля поверхностного тока в методах ФО и ФТД приходится вычислять интеграл Кирхгофа. В двумерных задачах возникает необходимость вычисления интегралов вида

$$I(k) = \int_{-\infty}^{z_a} f(z) e^{-ikq(z)} dz, \quad (1.1)$$

где $k=2\pi/\lambda$ – большой положительный параметр, λ – длина волны излучения, $i = \sqrt{-1}$, $f(z)$ и $q(z)$ – аналитические функции комплексной переменной z . Наличие интеграла в решении задачи дифракции усложняет анализ зависимости поля дифракции на структуре от параметров данной структуры. Поэтому интеграл данного вида вычисляются асимптотически, например, используя метод стационарной фазы [63, 64].

В ряде случаев фазовая функция интеграла (1.1) содержит стационарную точку первого порядка z_s (т.е. $q'(z_s) = 0$, $q''(z_s) \neq 0$), которая находится вблизи концевой точки контура интегрирования. Для асимптотического вычисления такого интеграла необходимо использовать

метод стационарной фазы с учетом возможной близости z_s к краю интегрирования [65]. Сделаем замену переменных в интеграле (1.1), введя новую переменную s :

$$s = \text{sign}(z - z_s) \sqrt{|q(z) - q(z_s)|}, \quad \tau(s) = q(z) = q(z_s) \mp s^2, \quad G(s) = f(z(s)) \frac{dz(s)}{ds}. \quad (1.2)$$

Тогда интеграл (1.1) можно переписать в виде

$$I(k) = e^{-ikq(z_s)} \int_{-\infty}^{s_a} G(s) e^{\pm iks^2} ds, \quad (1.3)$$

где параметр $s_a = \text{sign}(z_a - z_s) \sqrt{|q(z_a) - q(z_s)|}$. Запишем интеграл (1.3) в виде

$$\int_{-\infty}^{s_a} G(s) e^{\pm iks^2} ds = G(0) \int_{-\infty}^{s_a} e^{\pm iks^2} ds \pm \frac{1}{2ik} \int_{-\infty}^{s_a} \frac{G(s) - G(0)}{s} d(e^{\pm iks^2}) \quad (1.4)$$

Интегрируя второй член в правой части формулы (1.4) по частям, получаем

$$\int_{-\infty}^{s_a} G(s) e^{\pm iks^2} ds = \frac{G(0)}{\sqrt{k}} \sqrt{\pm i\pi} \hat{F}_{\pm}(\sqrt{k} s_a) \pm \frac{1}{2ik} \frac{G(s_a) - G(0)}{s_a} e^{\pm iks_a^2} \mp \frac{1}{2ik} \int_{-\infty}^{s_a} e^{\pm iks^2} d\left(\frac{G(s) - G(0)}{s}\right). \quad (1.5)$$

Первый член в правой части выражения (1.5) содержит интеграл Френеля

$$\hat{F}_{\pm}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pm i\pi}} \int_{-\infty}^x e^{\pm it^2} dt. \quad \text{Применяя к последнему члену в формуле (1.5) разбиение, аналогичное}$$

(1.4), и производя интегрирование по частям, получаем

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{s_a} G(s) e^{\pm iks^2} ds &= \frac{g_0(0)}{\sqrt{k}} \sqrt{\pm i\pi} \hat{F}_{\pm}(\sqrt{k} s_a) \pm \frac{1}{2ik} \hat{g}_0(s_a) e^{\pm iks_a^2} \mp \\ &\mp \frac{1}{2ik} \left(\frac{g_1(0)}{\sqrt{k}} \sqrt{\pm i\pi} \hat{F}_{\pm}(\sqrt{k} s_a) \pm \frac{1}{2ik} \hat{g}_1(s_a) e^{\pm iks_a^2} \mp \frac{1}{2ik} \int_{-\infty}^{s_a} g_2(s) e^{\pm iks^2} ds \right). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Повторяя данную процедуру, получаем представление интеграла (1.3) в виде

$$\begin{aligned} I(k) &= e^{-ikq(z_s)} \sum_{n=0}^N \left(\mp \frac{1}{2ik} \right)^n \left[\frac{g_n(0)}{\sqrt{k}} \sqrt{\pm i\pi} \hat{F}_{\pm}(\sqrt{k} s_a) \pm \frac{1}{2ik} \hat{g}_n(s_a) e^{\pm iks_a^2} \right] + \\ &+ e^{-ikq(z_s)} \left(\mp \frac{1}{2ik} \right)^{N+1} \int_{-\infty}^{s_a} g_{N+1}(s) e^{\pm iks^2} ds. \end{aligned} \quad (1.7)$$

В выражениях (1.6) и (1.7) введены следующие функции

$$\begin{aligned} g_0(s) &= G(s), \quad \hat{g}_0(s) = \frac{g_0(s) - g_0(0)}{s}, \quad g_1(s) = \frac{d}{ds} [\hat{g}_0(s)] = \frac{d}{ds} \left[\frac{g_0(s) - g_0(0)}{s} \right], \\ \hat{g}_n(s) &= \frac{g_n(s) - g_n(0)}{s}, \quad g_n(s) = \frac{d}{ds} [\hat{g}_{n-1}(s)] = \frac{d}{ds} \left[\frac{g_{n-1}(s) - g_{n-1}(0)}{s} \right]. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Таким образом, равномерное асимптотическое разложение интеграла (1.3) имеет вид

$$I(k) \approx e^{-ikq(z_s)} \sum_{n=0}^N \left(\mp \frac{1}{2ik} \right)^n \left[\frac{g_n(0)}{\sqrt{k}} \sqrt{\pm i\pi} \hat{F}_{\pm}(\sqrt{k} s_a) \pm \frac{1}{2ik} \hat{g}_n(s_a) e^{\pm iks_a^2} \right]. \quad (1.9)$$

Рассмотрим подробнее первые два члена асимптотического разложения (1.9), используя выражения (1.8):

$$I(k) \approx \frac{G(0)e^{-ikq(z_s)}}{\sqrt{k}} \sqrt{\pm i\pi} \hat{F}_{\pm}(\sqrt{k}s_a) \pm \frac{1}{2ik} \frac{G(s_a) - G(0)}{s_a} e^{-ikq(z_s) \pm iks_a^2} \mp$$

$$\mp \frac{1}{2ik} \left(\frac{G''(0)e^{-ikq(z_s)}}{2\sqrt{k}} \sqrt{\pm i\pi} \hat{F}_{\pm}(\sqrt{k}s_a) \pm \frac{1}{2ik} \left[\frac{s_a G'_0(s_a) - G_0(s_a)}{s_a^3} + \frac{G_0(0)}{s_a^3} - \frac{G''(0)}{2s_a} \right] e^{-ikq(z_s) \pm iks_a^2} \right). \quad (1.10)$$

Определим значения функции $G(s)$ и ее первых двух производных в точках $s=0$ и $s=s_a$. Используя равенство (1.2), находим что

$$G(s) = f(z) \frac{dz}{ds}, \quad G'(s) = f'(z) \left(\frac{dz}{ds} \right)^2 + f(z) \frac{d^2 z}{ds^2},$$

$$G''(s) = f''(z) \left(\frac{dz}{ds} \right)^3 + 3f'(z) \frac{dz}{ds} \frac{d^2 z}{ds^2} + f(z) \frac{d^3 z}{ds^3}. \quad (1.11)$$

Функция $\frac{dz}{ds} = \frac{\mp 2s}{q'(z)}$ и ее производные $\frac{d^2 z}{ds^2}$, $\frac{d^3 z}{ds^3}$ в точке $s=0$ ($z=z_s$) имеют неопределенность вида $0/0$, которую можно раскрыть по правилу Лопиталья. В результате применения данного правила получаем

$$G(0) = f(z_s) \sqrt{\frac{\mp 2}{q''(z_s)}}, \quad G'(0) = \pm f'(z_s) \frac{-2}{q''(z_s)} \pm f(z_s) \frac{2q'''(z_s)}{3[q''(z_s)]^2},$$

$$G''(0) = \mp i 2\sqrt{2} \left[\frac{f''(z_s)}{[q''(z_s)]^3} - \frac{f'(z_s)q'''(z_s)}{[q''(z_s)]^5} - \frac{f(z_s)q^{(4)}(z_s)}{4[q''(z_s)]^5} + \frac{5f(z_s)[q'''(z_s)]^2}{12[q''(z_s)]^7} \right]. \quad (1.12)$$

В точке $s=s_a$ функция $G(s)$ и ее производная определяются как

$$G(s_a) = f(z_a) \frac{\mp 2s_a}{q'(z_a)}, \quad G'(s_a) = \pm f'(z_a) \frac{4s_a^2}{q'(z_a)^2} \mp f(z_a) \frac{2}{q'(z_a)} \mp f(z_a) \frac{4s_a^2 q''(z_a)}{q'(z_a)^3}. \quad (1.13)$$

Проведем анализ первых двух слагаемых выражения (1.10):

$$I(k) \approx f(z_s) \sqrt{\frac{\mp 2}{q''(z_s)}} \frac{\sqrt{\pm i\pi}}{\sqrt{k}} \hat{F}_{\pm}(\sqrt{k}s_a) e^{-ikq(z_s)} \pm$$

$$\pm \frac{1}{2ik} \left(f(z_a) \frac{\mp 2}{q'(z_a)} - f(z_s) \sqrt{\frac{\mp 2}{q''(z_s)}} \frac{1}{s_a} \right) e^{-ikq(z_s)} e^{\pm iks_a^2}. \quad (1.14)$$

Первое слагаемое в правой части (1.14) представляет собой поле ГО, умноженное на интеграл Френеля, а второе слагаемое представляет собой асимптотическое выражение для краевой волны в приближении Кирхгофа. Заменой асимптотического выражения для краевой волны в приближении Кирхгофа в (1.14) на краевую волну, полученную из решения какой-либо модельной задачи можно получить асимптотическое выражение поля в приближении ФТД. Например, при решении задачи дифракции на идеально проводящем теле, имеющем ребра,

асимптотическое выражение для поля в приближении ФТД получается путем замены краевой волны в приближении Кирхгофа в (1.14) на краевую волну из решения Зоммерфельда для идеально проводящего клина.

1.2 Асимптотика решения задачи рассеяния цилиндрической векторной волны на идеально проводящей полуплоскости

В основе асимптотического решения задачи рассеяния электромагнитных волн на ленте лежит задача рассеяния на полуплоскости, которая подробно изучена в литературе. Точное решение задачи рассеяния поля ненаправленного источника цилиндрической волны на идеально проводящей полуплоскости представлено в [66]. Асимптотическое представление рассеянного поля ненаправленного источника цилиндрической волны на полуплоскости, выраженное через интеграл Френеля, представлено в [46, 52, 66, 67]. Методика определения рассеянного поля направленной цилиндрической волны на идеально проводящей полуплоскости в приближении РАТД и РГТД приведена в [50, 58].

Рассмотрим рассеяние поля направленного источника цилиндрической волны с амплитудной диаграммой направленности $f_0(\theta)$ на идеально проводящей полуплоскости, расположенного в точке $Q(x=0, y=h)$ (рис. 1).

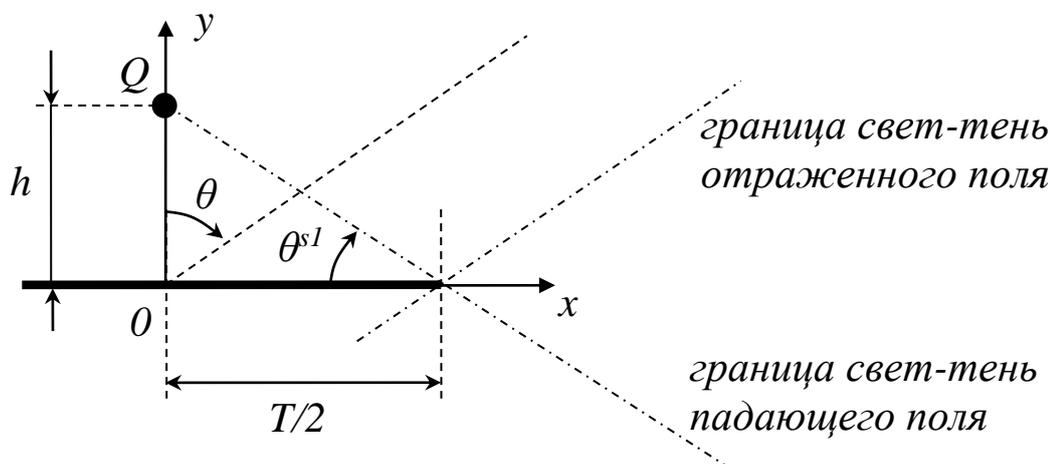


Рис. 1. Источник цилиндрической волны над полуплоскостью

Запишем выражение для рассеянного поля в приближении ГО:

$$f^{GO}(\theta) = f_0(\theta) e^{ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 + \theta^{s1} - \theta) + f_0(\pi - \theta) \xi e^{-ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 - \theta^{s1} - \theta), \quad (1.15)$$

где ξ – коэффициент отражения от полуплоскости, равный -1 для граничного условия Дирихле

и 1 для граничного условия Неймана; функция Хэвисайда $\chi(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}$ описывает эффект

затенения, и равна 1 в области распространения падающей или отраженной волны, и 0 в области тени; $\theta^{s1} = \arctan(2h/T)$.

Рассеянное поле в приближении ГТД кроме поля ГО содержит неравномерное асимптотическое представление краевой волны кромки полуплоскости, взятое из решения Зоммерфельда:

$$f^{GTD}(\theta) = f^{GO}(\theta) + f_0(\pi/2 + \theta^{s1}) \left[e^{ikh \cos \theta} \tilde{F}(s_1^r(\theta)) + \varepsilon e^{-ikh \cos \theta} \tilde{F}(s_1^m(\theta)) \right] \quad (1.16)$$

Функция $\tilde{F}(x) = -\frac{e^{-ix^2}}{2\sqrt{i\pi x}}$ является первым членом асимптотического разложения интеграла

Френеля вида $F(x) = -\text{sign}(x) \sqrt{\frac{i}{\pi}} \int_{-\infty}^{-\text{sign}(x)x} e^{-it^2} dt$. Аргументы функции $\tilde{F}(x)$ вычисляются как

$$s_1^r(\theta) = \sqrt{2k \sqrt{\left(\frac{T}{2}\right)^2 + h^2}} \cos\left(\frac{\Theta_1(\theta) - \theta^{s1}}{2}\right), \quad s_1^m(\theta) = \sqrt{2k \sqrt{\left(\frac{T}{2}\right)^2 + h^2}} \cos\left(\frac{\Theta_1(\theta) + \theta^{s1}}{2}\right), \quad (1.17)$$

$$\Theta_1(\theta) = \theta + \pi/2.$$

Асимптотическое выражение в приближении ГТД (1.16) неприменимо вблизи границ свет-тень, где оно имеет полюсы. Для получения асимптотического выражения, справедливого вблизи границ свет-тень, применим алгоритмы РАТД и РГТД.

Алгоритм РАТД заключается в добавлении к разрывным функциям $\chi(z)$ в (1.15) интегралов Френеля $F(z)$ с одновременным введением в выражение для краевой волны в (1.16) поправочных слагаемых, подобранных таким образом, чтобы вдали от границ свет-тень получающееся выражение было асимптотически эквивалентно (1.16):

$$f^{UATD}(\theta) = f^{GO}(\theta) + f_0(\theta) e^{ikh \cos \theta} F(s_1^r(\theta)) + \varepsilon f_0(\pi - \theta) e^{-ikh \cos \theta} F(s_1^m(\theta)) +$$

$$+ f_0(\pi/2 + \theta^{s1}) \left[e^{ikh \cos \theta} \tilde{F}(s_1^r(\theta)) + \varepsilon e^{-ikh \cos \theta} \tilde{F}(s_1^m(\theta)) \right] -$$

$$- f_0(\theta) e^{ikh \cos \theta} \tilde{F}(s_1^r(\theta)) - \varepsilon f_0(\pi - \theta) e^{-ikh \cos \theta} \tilde{F}(s_1^m(\theta)) \quad (1.18)$$

Алгоритм РГТД заключается в домножении каждого члена неравномерного асимптотического представления краевой волны в (1.16) на переходную функцию вида

$$F^{trans}(x) = 2ie^{ix^2} \text{sign}(x) x \int_{-\infty}^{-\text{sign}(x)x} e^{-it^2} dt, \quad \text{которая компенсирует разрывы данного неравномерного}$$

асимптотического представления. В результате, поле дифракции в приближении РГТД выражается через поле ГО, разрывы которой сглаживаются интегралами Френеля:

$$f^{UGTD}(\theta) = f^{GO}(\theta) + f_0(\pi/2 + \theta^{s1}) \left[e^{ikh \cos \theta} F(s_1^r(\theta)) + \varepsilon e^{-ikh \cos \theta} F(s_1^m(\theta)) \right] \quad (1.19)$$

Вдали от границ свет-тень формулы (1.18) и (1.19) асимптотически эквивалентны, т.к. они переходят в приближение ГТД. Основное различие в диаграммах полного поля по РАТД и

РГТД будет наблюдаться вблизи границ свет-тень. Данное различие будет особенно велико, если диаграмма поля источника $f_0(\theta)$ в направлении кромки равна нулю. Тогда в (1.19) остается только слагаемое ГО.

Анализ асимптотических формул в приближении РАТД показал, что они содержат кроме поля ГО два первых члена асимптотического разложения: первый член – поле источника, помноженное на интеграл Френеля, второй член – поправка к полю краевой волны, которая является полем краевой волны из решения Зоммерфельда для идеально проводящей полуплоскости. Таким образом, выражения диаграммы рассеяния в приближении РАТД эквивалентны асимптотике в приближении ФТД.

1.3 Асимптотика решения задачи рассеяния цилиндрической векторной волны на идеально проводящей ленте

Перейдем к рассмотрению рассеяния цилиндрической векторной волны на идеально проводящей ленте ширины T (рис. 2). Определим асимптотические выражения рассеянного поля в приближении РАТД и РГТД. Для этого используем асимптотические формулы, полученные для идеально проводящей полуплоскости с использованием указанных методов, и учтем поле вторичной дифракции на кромке.

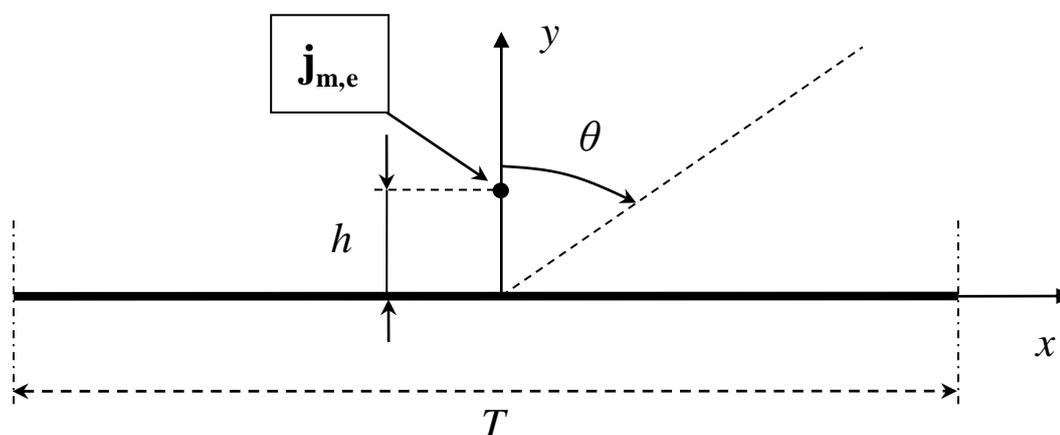


Рис. 2. Источник цилиндрической векторной волны над лентой

В качестве источников рассмотрим ненаправленную нить магнитного тока

$$\mathbf{j}_m^1 = \delta(x)\delta(y)\mathbf{z}_0, \quad (1.20)$$

а также направленную нить электрического

$$\mathbf{j}_e^2 = \delta(x)\delta(y)\mathbf{y}_0, \quad (1.21)$$

и магнитного тока

$$\mathbf{j}_m^3 = \delta(x)\delta(y)\mathbf{y}_0. \quad (1.22)$$

Здесь \mathbf{z}_0 и \mathbf{y}_0 – единичные вектора в направлении осей OZ и OY , соответственно; $\delta(x)$ – дельта функция Дирака. Вначале, запишем поля источников в свободном пространстве в дальней зоне:

$$H_z^1(r) = -\frac{\sqrt{k}}{2\sqrt{2\pi r}W_0} e^{-i\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)}, \quad (1.23)$$

$$W_0 = 120\pi,$$

для ненаправленного магнитного тока,

$$H_z^2(r, \theta) = -\frac{\sqrt{k}}{i2\sqrt{2\pi r}} \sin\theta e^{-i\left(kr - \frac{3\pi}{4}\right)}, \quad (1.24)$$

для направленного электрического тока, и

$$E_z^3(r, \theta) = \frac{\sqrt{k}}{i2\sqrt{2\pi r}} \sin\theta e^{-i\left(kr - \frac{3\pi}{4}\right)}, \quad (1.25)$$

для направленного магнитного тока. Нижний индекс z в (1.23)-(1.25) определяет компоненту поля, направленную вдоль оси OZ . Запишем асимптотические выражения для рассеянного поля источника цилиндрической волны, расположенного на высоте h над лентой (рис. 2), в приближении РАТД и РГТД.

Для ненаправленной цилиндрической волны H -поляризации рассеянное поле в приближении РАТД имеет вид

$$H_z^{UATD1}(r, \theta) = H_z^1(r) \left[e^{ikh \cos \theta} \chi\left(\pi/2 + \theta^{s1} - \theta\right) + e^{-ikh \cos \theta} \chi\left(\pi/2 - \theta^{s1} - \theta\right) \right] + H_z^1(r) \left(e^{ikh \cos \theta} \left[F(s_1^r(\theta)) + F(s_2^r(\theta)) \right] + e^{-ikh \cos \theta} \left[F(s_1^m(\theta)) + F(s_2^m(\theta)) \right] \right), \quad (1.26)$$

где

$$s_2^r(\theta) = \sqrt{2k \sqrt{\left(\frac{T}{2}\right)^2 + h^2}} \cos\left(\frac{\Theta_2(\theta) - \theta^{s1}}{2}\right), \quad s_2^m(\theta) = \sqrt{2k \sqrt{\left(\frac{T}{2}\right)^2 + h^2}} \cos\left(\frac{\Theta_2(\theta) + \theta^{s1}}{2}\right),$$

$$\Theta_2(\theta) = \begin{cases} \pi/2 - \theta, & 0 \leq \theta < \pi/2 \\ 5\pi/2 - \theta, & \pi/2 \leq \theta \leq \pi \end{cases}$$

Для ненаправленной цилиндрической волны H -поляризации выражение для поля в приближении РГТД совпадает с выражением для поля РАТД (1.26). Для уточнения выражения (1.26), добавим к нему поле вторичной дифракции, рассчитанное по методике РГТД, которое имеет вид

$$H_z^{smop1}(r, \theta) = -4H_z^1 \left(\sqrt{(T/2)^2 + h^2} \right) \frac{\sqrt{T} e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2\pi k}} e^{-ik \frac{T}{2} \sin \theta} \text{sign}(\sin(\pi/4 - \theta/2)) F\left(\sqrt{kT(1 - \sin \theta)}\right) \quad (1.27)$$

Рассеянное идеально проводящей лентой поле направленной цилиндрической волны H -поляризации в приближении РАТД определяется выражением

$$\begin{aligned}
H_z^{UATD2}(r, \theta) = & H_z^2(r, \theta) \left[e^{ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 + \theta^{s1} - \theta) + e^{-ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 - \theta^{s1} - \theta) \right] + \\
& + H_z^2(r, \theta) \left(e^{ikh \cos \theta} [F(s_1^r(\theta)) - F(s_2^r(\theta))] + e^{-ikh \cos \theta} [F(s_1^m(\theta)) - F(s_2^m(\theta))] \right) + \\
& + \left(H_z^2(r, \pi/2 + \theta^{s1}) - H_z^2(r, \theta) \right) \left(e^{ikh \cos \theta} [\tilde{F}(s_1^r(\theta)) - \tilde{F}(s_2^r(\theta))] + e^{-ikh \cos \theta} [\tilde{F}(s_1^m(\theta)) - \tilde{F}(s_2^m(\theta))] \right)
\end{aligned} \tag{1.28}$$

В приближении РГТД рассеянное лентой поле направленной цилиндрической волны H -поляризации имеет вид

$$\begin{aligned}
H_z^{UGTD2}(r, \theta) = & H_z^2(r, \theta) \left[e^{ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 + \theta^{s1} - \theta) + e^{-ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 - \theta^{s1} - \theta) \right] + \\
& + H_z^2(r, \pi/2 + \theta^{s1}) \left(e^{ikh \cos \theta} [F(s_1^r(\theta)) - F(s_2^r(\theta))] + e^{-ikh \cos \theta} [F(s_1^m(\theta)) - F(s_2^m(\theta))] \right)
\end{aligned} \tag{1.29}$$

Поле вторичной дифракции направленной цилиндрической волны H -поляризации определяется как

$$H_z^{emop2}(r, \theta) = 4H_z^2 \left(\sqrt{(T/2)^2 + h^2} \right) \frac{\sqrt{T} e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2\pi k}} e^{-ik \frac{T}{2} \sin \theta} \text{sign}(\sin(\pi/4 - \theta/2)) F(\sqrt{kT(1 - \sin \theta)}) \tag{1.30}$$

Рассеянное поле направленной цилиндрической волны E -поляризации в приближении РАТД имеет вид

$$\begin{aligned}
E_z^{UATD3}(r, \theta) = & E_z^3(r, \theta) \left[e^{ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 + \theta^{s1} - \theta) - e^{-ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 - \theta^{s1} - \theta) \right] + \\
& + E_z^3(r, \theta) \left(e^{ikh \cos \theta} [F(s_1^r(\theta)) - F(s_2^r(\theta))] - e^{-ikh \cos \theta} [F(s_1^m(\theta)) - F(s_2^m(\theta))] \right) + \\
& + \left[E_z^3(r, \pi/2 + \theta^{s1}) - E_z^3(r, \theta) \right] \left(e^{ikh \cos \theta} [\tilde{F}(s_1^r(\theta)) - \tilde{F}(s_2^r(\theta))] - e^{-ikh \cos \theta} [\tilde{F}(s_1^m(\theta)) - \tilde{F}(s_2^m(\theta))] \right)
\end{aligned} \tag{1.31}$$

Рассеянное поле направленной цилиндрической волны E -поляризации в приближении РГТД определяется выражением

$$\begin{aligned}
E_z^{UGTD3}(r, \theta) = & E_z^3(r, \theta) \left[e^{ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 + \theta^{s1} - \theta) - e^{-ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 - \theta^{s1} - \theta) \right] + \\
& + E_z^3(r, \pi/2 + \theta^{s1}) \left(e^{ikh \cos \theta} [F(s_1^r(\theta)) - F(s_2^r(\theta))] - e^{-ikh \cos \theta} [F(s_1^m(\theta)) - F(s_2^m(\theta))] \right)
\end{aligned} \tag{1.32}$$

Поле вторичной дифракции направленной цилиндрической волны E -поляризации на ленте равно нулю.

Отметим, что выражения (1.26)-(1.32) описывают рассеянное поле в области углов $0 \leq \theta \leq \pi$. В области углов $-\pi \leq \theta < 0$ рассеянное поле определяется выражениями (1.26)-(1.32), где вместо угла θ берется угол $-\theta$.

Запишем выражения диаграммы рассеяния в приближении Кирхгофа:

$$H_z^{PO1}(r) = H_z^1(r) e^{ikh \cos \theta} - \frac{e^{-ikr}}{\sqrt{r}} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{k^{1.5} \cos \theta}{i4W_0 \sqrt{2\pi}} e^{i \left(kx \sin \theta + \frac{3\pi}{4} \right)} H_0^{(2)} \left(k \sqrt{x^2 + h^2} \right) dx, \tag{1.33}$$

для ненаправленной цилиндрической волны H -поляризации,

$$\begin{aligned}
H_z^{PO2}(r, \theta) = & H_z^2(r, \theta) e^{ikh \cos \theta} + \\
& + \frac{e^{-ikr}}{\sqrt{r}} \int_{-T/2}^{T/2} \text{sign}(x) \frac{k^{1.5} \cos \theta \cos \left(\arctan \left(\frac{h}{x} \right) \right)}{4\sqrt{2\pi}} e^{i \left(kx \sin \theta + \frac{3\pi}{4} \right)} H_1^{(2)} \left(k \sqrt{x^2 + h^2} \right) dx,
\end{aligned} \tag{1.34}$$

для направленной цилиндрической волны H -поляризации, и

$$E_z^{PO3}(r, \theta) = E_z^3(r, \theta)e^{ikh\cos\theta} + \frac{e^{-ikr}}{\sqrt{r}} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{xh\sqrt{k}}{2\sqrt{2\pi}} e^{i\left(kx\sin\theta + \frac{\pi}{4}\right)} \left[\frac{H_1^{(2)}\left(k\sqrt{x^2 + h^2}\right)}{\left(x^2 + h^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{kH_0^{(2)}\left(k\sqrt{x^2 + h^2}\right)}{2\left(x^2 + h^2\right)} \right] dx, \quad (1.35)$$

для направленной цилиндрической волны E -поляризации. Здесь $H_n^{(2)}(u)$ – функция Ханкеля второго рода порядка n аргумента u .

1.4 Исследование рассеяния цилиндрической векторной волны на идеально проводящей ленте численным и асимптотическим методом

Для оценки точности, которую обеспечивают асимптотические формулы, полученные в предыдущем разделе, будем находить диаграмму рассеяния цилиндрической векторной волны путем численного решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Это уравнение получается из условия равенства нулю касательной составляющей вектора напряженности электрического поля на поверхности идеально проводящей ленты:

$$\int_{-T/2}^{T/2} \mathbf{G}(x, x') \mathbf{j}^e(x') dx' + \mathbf{E}^{ucm}(x) = 0 \quad (1.36)$$

Здесь $\mathbf{G}(x, x')$ – функция Грина; $\mathbf{j}^e(x')$ – неизвестный электрический ток на ленте; $\mathbf{E}^{ucm}(x)$ – поле источника в свободном пространстве. Интегральное уравнение (1.36) решалось методом моментов путем разложения электрического тока $\mathbf{j}^e(x')$ по базису треугольных элементов, аналогично [68].

Результаты расчетов различными методами диаграммы рассеяния поля линейного источника, расположенного на расстоянии $h=0.3\lambda$ над лентой шириной $T=\lambda$ показаны на рис. (3-5).

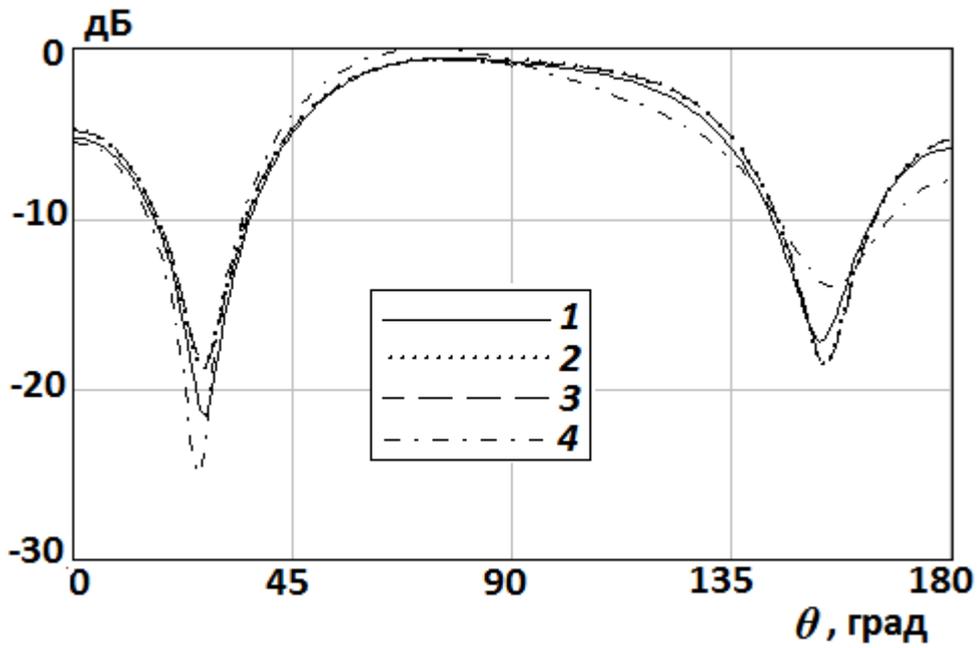


Рис. 3. Диаграмма рассеяния ненаправленной цилиндрической волны H -поляризации: 1 – численное решение интегрального уравнения методом моментов; 2 – РАТД; 3 – РГТД; 4 – приближение Кирхгофа.

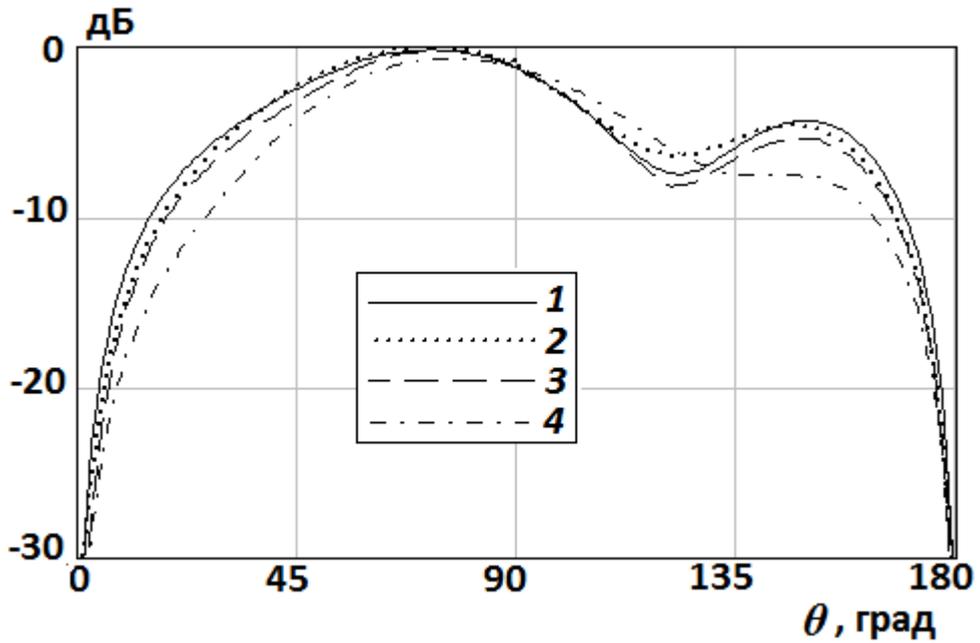


Рис. 4. Диаграмма рассеяния направленной цилиндрической волны H -поляризации: 1 – численное решение интегрального уравнения методом моментов; 2 – РАТД; 3 – РГТД; 4 – приближение Кирхгофа.

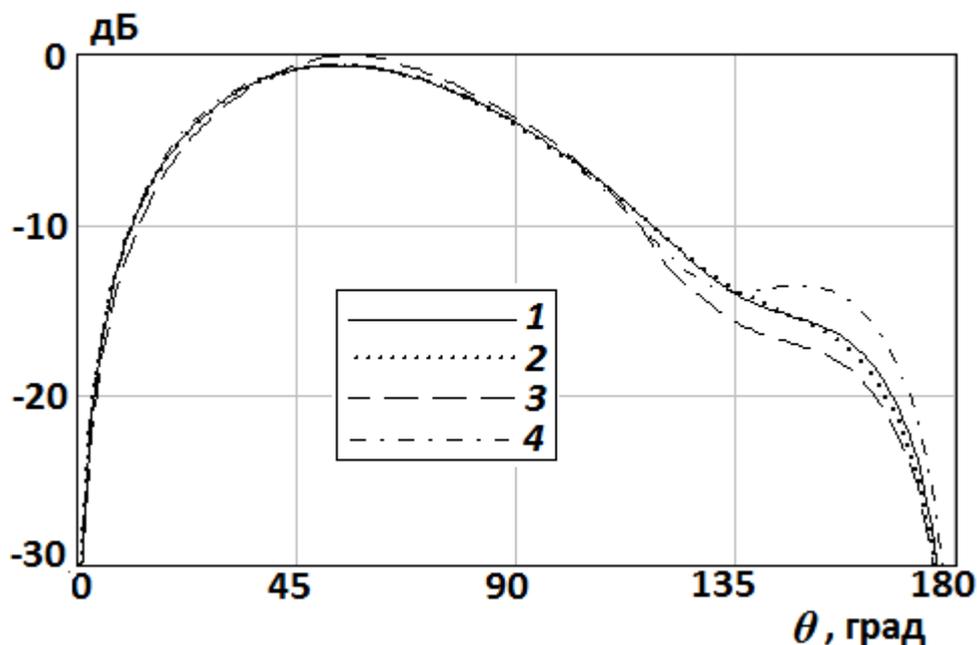


Рис. 5. Диаграмма рассеяния направленной цилиндрической волны E -поляризации: 1 – численное решение интегрального уравнения методом моментов; 2 – РАТД; 3 – РГТД; 4 – приближение Кирхгофа.

Из графиков на рис. 3-5 видно, что асимптотические формулы в приближении РАТД и РГТД с относительной точностью 2 дБ позволяют определить рассеяние цилиндрической векторной волны на ленте. При этом на рис. 5 видно, что кривая, построенная по методике РАТД, более точно описывает рассеянное поле. Асимптотические формулы в приближении Кирхгофа позволяют определить рассеянное поле с относительной точностью 4 дБ.

Таким образом, сопоставление результатов расчета диаграммы рассеяния цилиндрической волны на металлической ленте асимптотическими методами РАТД, РГТД и в приближение Кирхгофа, с результатами, полученными методом интегрального уравнения, показало, что методы РАТД, РГТД и приближение Кирхгофа позволяют достаточно точно определить диаграмму рассеяния для всех углов наблюдения.

Выводы

Таким образом, асимптотические методы РАТД, РГТД и приближение Кирхгофа позволяют определить диаграмму рассеяния цилиндрической векторной волны на идеально проводящей ленте для всех углов наблюдения. Анализ показал, что методы ФТД, РАТД и РГТД асимптотически эквивалентны.

Из анализа асимптотических методов следует, что метод СТД применим только к двумерным задачам. Метод РГТД может быть применим к трехмерным задачам, однако необходимо дополнительно учитывать трехмерность. Приближение Кирхгофа и ФТД легко применяется к трехмерным задачам, поэтому для дальнейшего анализа антенн с металлическими экранами в качестве основного выбирается метод ФТД как наиболее удобный для рассмотрения трехмерных задач. Для анализа антенн с полупрозрачными экранами в качестве основного выбирается метод Кирхгофа, поскольку нам неизвестны более точные выражения для краевой волны таких экранов в общем случае.

Раздел 2. Рассеяние тороидальной векторной волны на диске

Введение

Рассеянию электромагнитных волн на диске посвящено большое количество работ. В частности, рассеяние плоской электромагнитной волны на идеально проводящем диске рассматривалось в [46, 67, 69-80]. Асимптотические выражения для диаграмм рассеяния приведены в [46, 67, 71, 75, 77].

Рассеяние сферической векторной волны, фазовый центр которой расположен на оси идеально проводящего диска, исследовано в [50, 81-90]. В работах [91, 92] исследовано рассеяние сферической векторной волны, фазовый центр которой расположен произвольно относительно оси идеально проводящего диска. Асимптотические выражения рассеянного поля сферической волны представлены в [85, 86, 88]. Точное решение для рассеянного поля, представленное в виде рядов по сфероидальным функциям, представлено в [82, 83] для источника сферической волны, расположенного на поверхности диска.

Рассеяние тороидальной векторной волны на идеально проводящем диске, источник которой имеет азимутальную компоненту тока, исследовалось в работах [93-101]. Работы [93-95] посвящены определению рассеяния диском тороидальной волны с одной азимутальной гармоникой путем численного решения интегрального уравнения. Работы [96, 97] посвящены определению рассеяния диском тороидальной волны с произвольной азимутальной гармонической зависимостью путем численного решения интегрального уравнения. Асимптотические формулы для расчета диаграммы рассеяния тороидальной векторной волны представлены в [98-100] для частного случая, когда фазовый центр волны находится на поверхности диска. Скалярная задача дифракции тороидальной волны на диске рассмотрена в [48], где получена неравномерная асимптотика диаграммы рассеяния.

Асимптотические выражения для диаграмм рассеяния плоской волны на поглощающем изотропном полупрозрачном диске получены в [102]. Рассеяние плоской волны импедансным диском исследовано в работе [103]. Рассеяние сферической векторной волны сверхпроводящим диском рассмотрено в [104-108].

Целью данного раздела является получение равномерных асимптотических формул для диаграммы рассеяния тороидальной векторной волны на полупрозрачном и идеально проводящем диске, а также их апробация путем сопоставления с численными результатами, полученными из решения сингулярного интегрального уравнения методом моментов, а также с результатами работ [85, 86, 99, 100] для частного случая, когда источник волны находится на поверхности идеально проводящего диска.

Рассмотрим рассеяние тороидальной волны как суперпозиции волн меридиональной и азимутальной поляризации вектора напряженности магнитного поля с гармонической азимутальной зависимостью

$$\begin{aligned} H_\theta(\theta, \varphi) &= D_\theta(\theta) [J_{n-1}(ka \sin \theta) \pm J_{n+1}(ka \sin \theta)] \cos(n\varphi + \psi), \\ H_\varphi(\theta, \varphi) &= D_\varphi(\theta) [J_{n-1}(ka \sin \theta) \pm J_{n+1}(ka \sin \theta)] \cos(n\varphi + \psi). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь θ, φ – сферические координаты; $n=0, 1, 2, \dots$; ψ – начальная фаза; $J_m(u)$ – функция Бесселя порядка m и аргумента u ; $D_\theta(\theta)$ и $D_\varphi(\theta)$ – диаграммы волн меридиональной и азимутальной поляризации. Такие волны возбуждается кольцевыми токами соответствующего направления и с аналогичной азимутальной зависимостью. Предполагается, что ось кольца тока совпадает с осью диска, радиус диска равен R , радиус кольца равен a , а его плоскость находится на расстоянии h от диска (рис. 6, 7).

Источник
тороидальной
волны

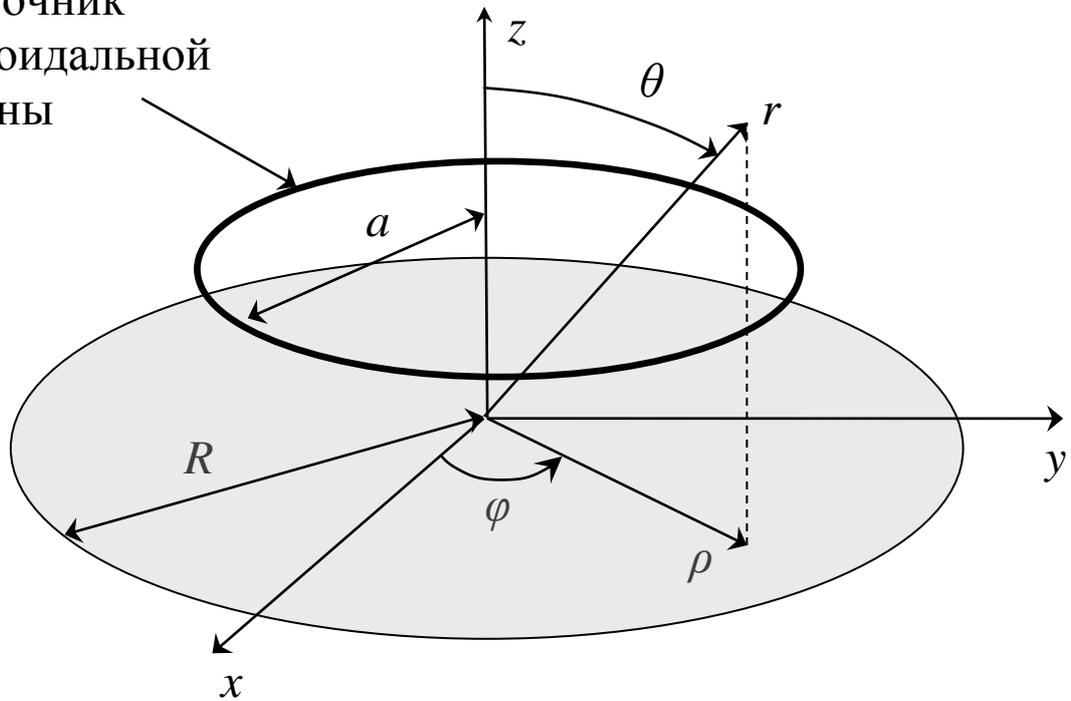


Рис. 6. Источник тороидальной волны над диском.

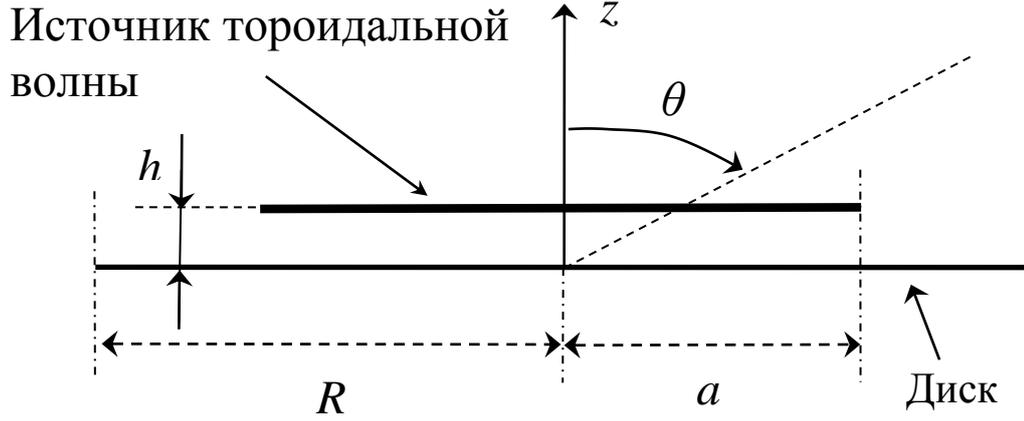


Рис. 7. Источник тороидальной волны над диском. Вид сбоку.

Рассмотрим кольцевой азимутальный, радиальный и осевой ток радиуса a с гармонической азимутальной зависимостью $\cos(n\varphi + \psi)$, вектор плотности которого направлен соответственно вдоль орты \mathbf{e}_φ , \mathbf{e}_ρ и \mathbf{e}_z . Меридиональную $H_\theta(\theta, \varphi)$ и азимутальную $H_\varphi(\theta, \varphi)$ компоненты диаграммы направленности (ДН) для азимутального магнитного тока вычисляют по выражениям

$$\begin{aligned} H_\theta(\theta, \varphi) &= U_m^\varphi \cos\theta \sin(n\varphi + \psi) [J_{n-1}(ka \sin\theta) + J_{n+1}(ka \sin\theta)], \\ H_\varphi(\theta, \varphi) &= U_m^\varphi \cos(n\varphi + \psi) [J_{n-1}(ka \sin\theta) - J_{n+1}(ka \sin\theta)], \end{aligned} \quad (2.2)$$

для азимутального электрического тока –

$$\begin{aligned} H_\theta(\theta, \varphi) &= U_e^\varphi \cos(n\varphi + \psi) [J_{n-1}(ka \sin\theta) - J_{n+1}(ka \sin\theta)], \\ H_\varphi(\theta, \varphi) &= -U_e^\varphi \cos\theta \sin(n\varphi + \psi) [J_{n-1}(ka \sin\theta) + J_{n+1}(ka \sin\theta)], \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь U_m^φ и U_e^φ – амплитуды поля азимутального магнитного и электрического тока, соответственно. Меридиональные и азимутальные компоненты ДН для радиального магнитного тока вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} H_\theta(\theta, \varphi) &= -U_m^\rho \cos\theta \cos(n\varphi + \psi) [J_{n-1}(ka \sin\theta) - J_{n+1}(ka \sin\theta)], \\ H_\varphi(\theta, \varphi) &= U_m^\rho \sin(n\varphi + \psi) [J_{n-1}(ka \sin\theta) + J_{n+1}(ka \sin\theta)], \end{aligned} \quad (2.4)$$

а радиального электрического тока – по формулам

$$\begin{aligned} H_\theta(\theta, \varphi) &= U_e^\rho \sin(n\varphi + \psi) [J_{n-1}(ka \sin\theta) + J_{n+1}(ka \sin\theta)], \\ H_\varphi(\theta, \varphi) &= U_e^\rho \cos\theta \cos(n\varphi + \psi) [J_{n-1}(ka \sin\theta) - J_{n+1}(ka \sin\theta)]. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Здесь U_m^ρ и U_e^ρ – амплитуды ДН радиального магнитного и электрического тока, соответственно. Меридиональные и азимутальные компоненты ДН для осевого магнитного тока имеют вид

$$\begin{aligned} H_\theta(\theta, \varphi) &= U_m^z \sin\theta \cos(n\varphi + \psi) J_n(ka \sin\theta), \\ H_\varphi(\theta, \varphi) &= 0, \end{aligned} \quad (2.6)$$

для осевого электрического тока –

$$\begin{aligned} H_\theta(\theta, \varphi) &= 0, \\ H_\varphi(\theta, \varphi) &= U_e^z \sin\theta \cos(n\varphi + \psi) J_n(ka \sin\theta). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Здесь U_m^z и U_e^z – амплитуды ДН осевого магнитного и электрического тока, соответственно.

Отметим, что в случае, когда радиус кольца синфазного осевого электрического и магнитного токов стремится к нулю, ДН кольцевого тока (2.7) и (2.6) переходят в соответствующие ДН электрического и магнитного диполя \mathbf{j}^1 , ориентированного перпендикулярно плоскости диска (см. рис. 8). При этом ДН (2.2), (2.3) кольцевого азимутального магнитного и электрического тока с одной вариацией по азимутальному углу переходят в ДН магнитного и электрического диполя \mathbf{j}^2 , ориентированного параллельно плоскости полупрозрачного диска.

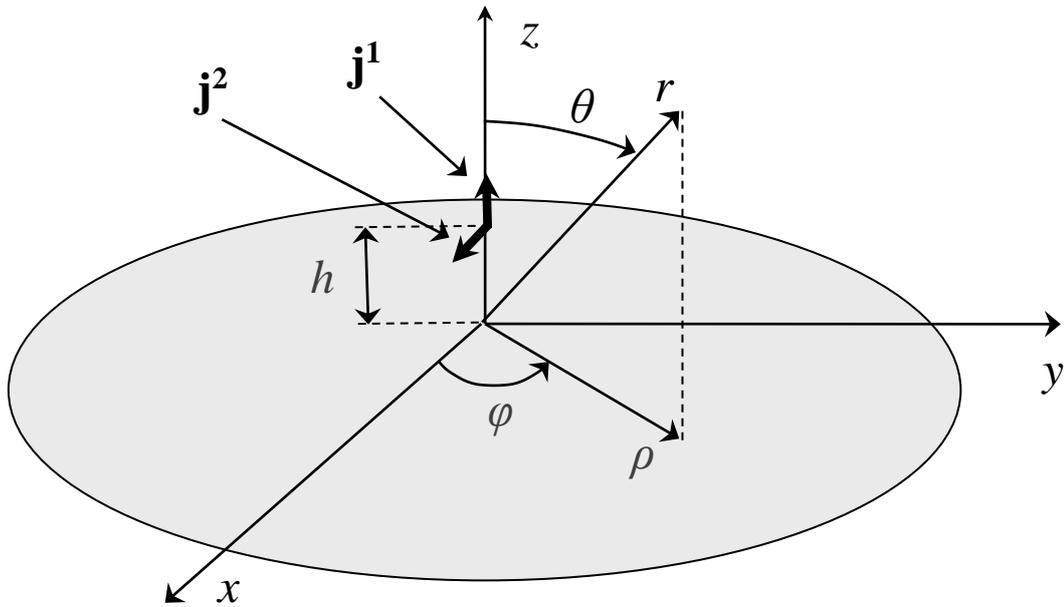


Рис. 8. Диполи на оси диска.

Полупрозрачный диск в общем случае характеризуется двумя коэффициентами отражения $\eta_{\rho, \varphi}$ и прохождения $\tau_{\rho, \varphi}$ для радиальной (ρ) и азимутальной (φ) компоненты магнитного поля на поверхности диска. Данные коэффициенты в общем случае зависят от радиальной координаты ρ в плоскости диска и угла падения волны на плоскость диска в соответствующей точке.

В разделе 1 показано, что приближение Кирхгофа и ФТД обеспечивают хорошее совпадение с точным решением для диаграммы рассеяния цилиндрической векторной волны на идеально проводящей ленте. Для определения диаграммы рассеяния тороидальной векторной

волны на диске также будем использовать данные методы. Асимптотические выражения для рассеянного поля определяются отдельно для углов вблизи и вдали от оси диска. Для асимптотического вычисления интеграла Кирхгофа для углов вблизи оси используется метод стационарной фазы в случае, когда стационарная точка находится далеко от края интегрирования [63]. Для углов вдали от оси для асимптотического вычисления интеграла Кирхгофа используется метод стационарной фазы с учетом возможной близости стационарной точки к краю интегрирования, рассмотренный в разделе 1. Для уточнения асимптотических выражений рассеянного поля на идеально проводящем диске в приближении Кирхгофа для углов вдали от оси краевая волна, полученная в приближении Кирхгофа, заменяется на краевую волну из решения Зоммерфельда для идеально проводящего клина. Для углов наблюдения вблизи оси для определения рассеянного идеально проводящим диском поля используются результаты работы [109], полученные в приближении ФТД для общего случая рассеяния осесимметричного лучевого поля на идеально проводящем осесимметричном теле с кромкой. Для использования указанных методов запишем интегральное представление диаграммы рассеяния тороидальной волны на диске в приближении Кирхгофа. В соответствии с методом Кирхгофа [46] и граничным условием [43], электрический ток на поверхности полупрозрачного диска имеет вид $\mathbf{j}^e = [z_0, 2\eta_{\rho, \varphi} \mathbf{H}]$. Поле кольцевого источника тороидальной волны в свободном пространстве \mathbf{H} определяется интегрированием функции Грина \mathbf{G} элементарного источника [63] по контуру данного кольцевого тока:

$$\mathbf{H}(\rho, \varphi, z) = a \int_0^{2\pi} \cos(n\varphi' + \psi) \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\varphi', \quad (2.8)$$

где $\mathbf{r}(\rho, \varphi, z)$ – радиус вектор, проведенный из начала координат в точку наблюдения; $\mathbf{r}'(a, \varphi', h)$ – радиус вектор, проведенный из начала координат в точку источника; ρ, φ, z – цилиндрические координаты. В дальней зоне поле \mathbf{H} имеет компоненты (2.1).

Меридиональная $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi)$ и азимутальная $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi)$ составляющая поля в дальней зоне, создаваемая источником тороидальной волны, расположенным на высоте h над полупрозрачным диском радиусом R (рис. 6, 7), имеет вид

$$\begin{aligned} H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi) &= H_\theta(\theta, \varphi) e^{ikh \cos \theta} + \int_0^R j_\rho^e(\rho, \varphi) H_\theta^\rho(\theta, \rho) d\rho + \int_0^R j_\varphi^e(\rho, \varphi) H_\theta^\varphi(\theta, \rho) d\rho, \\ H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi) &= H_\varphi(\theta, \varphi) e^{ikh \cos \theta} + \int_0^R j_\rho^e(\rho, \varphi) H_\varphi^\rho(\theta, \rho) d\rho + \int_0^R j_\varphi^e(\rho, \varphi) H_\varphi^\varphi(\theta, \rho) d\rho. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Здесь $j_\rho^e(\rho, \varphi)$ и $j_\varphi^e(\rho, \varphi)$ – радиальная и азимутальная компоненты электрического тока на полупрозрачном диске, и

$$\begin{aligned}
H_{\theta}^{\rho}(r, \theta, \rho) &= -i \frac{k\rho}{8\pi} \left[\int_0^{2\pi} e^{i(k\rho \sin \theta \cos \Psi - (n-1)\Psi)} d\Psi - \int_0^{2\pi} e^{i(k\rho \sin \theta \cos \Psi - (n+1)\Psi)} d\Psi \right], \\
H_{\varphi}^{\rho}(r, \theta, \rho) &= -i \frac{k\rho}{8\pi} \cos \theta \left[\int_0^{2\pi} e^{i(k\rho \sin \theta \cos \Psi - (n-1)\Psi)} d\Psi + \int_0^{2\pi} e^{i(k\rho \sin \theta \cos \Psi - (n+1)\Psi)} d\Psi \right], \\
H_{\theta}^{\varphi}(r, \theta, \rho) &= i \frac{k\rho}{8\pi} \left[\int_0^{2\pi} e^{i(k\rho \sin \theta \cos \Psi - (n-1)\Psi)} d\Psi + \int_0^{2\pi} e^{i(k\rho \sin \theta \cos \Psi - (n+1)\Psi)} d\Psi \right], \\
H_{\varphi}^{\varphi}(r, \theta, \rho) &= -i \frac{k\rho}{8\pi} \cos \theta \left[\int_0^{2\pi} e^{i(k\rho \sin \theta \cos \Psi - (n-1)\Psi)} d\Psi - \int_0^{2\pi} e^{i(k\rho \sin \theta \cos \Psi - (n+1)\Psi)} d\Psi \right].
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Отметим, что в работе [68] было предложено использовать приближение Кирхгофа для вычисления диаграммы рассеяния цилиндрической волны на полупрозрачной полуплоскости. Однако, каких-либо результатов в этом приближении не получено.

2.1 Асимптотика решения задачи рассеяния поля тороидальной векторной волны на диске вдали от оси

Предположим, что $n \ll ka$ и коэффициенты отражения и прохождения являются медленно меняющимися функциями. Также будем полагать, что поле кольцевого тока имеет характер тороидальной волны не только в дальней, но и в ближней зоне. Для области углов θ вдали от оси применим к интегралам в (2.10) метод стационарной фазы в случае, когда стационарная точка находится далеко от края интегрирования. Используя первый член данного асимптотического разложения в интегралах (2.9), применим к ним метод стационарной фазы в случае возможной близости стационарной точки к краю интегрирования. Тогда асимптотические выражения для диаграмм рассеяния меридиональной $H_{\theta}^{\Sigma}(\theta, \varphi)$ и азимутальной $H_{\varphi}^{\Sigma}(\theta, \varphi)$ компоненты поля для области углов θ вдали от оси в приближении

Кирхгофа имеют вид

$$\begin{aligned}
H_{\theta}^{\Sigma}(\theta, \varphi) &= H_{\theta}(\theta, \varphi) e^{ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 + \theta^s - \theta) - H_{\theta}(\pi - \theta, \varphi) \eta_{\rho}(h \tan \theta) e^{-ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 - \theta^s - \theta) + \\
&+ H_{\theta}(\theta, \varphi) \tau_{\rho}(h \tan(\pi - \theta)) e^{ikh \cos \theta} \chi(\theta - \pi/2 - \theta^s) + \sqrt{\frac{\cos \theta^s}{\sin \theta}} \times \\
&\times \left(H_{\theta}(\theta, \varphi) (1 - \tau_{\rho}(R)) e^{ikh \cos \theta} \left[F(s_{\varrho}^r(\theta)) - \tilde{F}(s_{\varrho}^r(\theta)) - (-1)^n i (F(s_P^r(\theta)) - \tilde{F}(s_P^r(\theta))) \right] - \right. \\
&- H_{\theta}(\pi - \theta, \varphi) \eta_{\rho}(R) e^{-ikh \cos \theta} \left[F(s_{\varrho}^m(\theta)) - \tilde{F}(s_{\varrho}^m(\theta)) - (-1)^n i (F(s_P^m(\theta)) - \tilde{F}(s_P^m(\theta))) \right] + \\
&+ \sqrt{\frac{\cos \theta^s}{\sin \theta}} H_{\theta}(\pi/2 + \theta^s, \varphi) \left[(1 - \tau_{\rho}(R)) e^{ikh \cos \theta} \left[\tilde{F}(s_{\varrho}^r(\theta)) f_R^k(\theta) - (-1)^n i \tilde{F}(s_P^r(\theta)) f_L^k(\theta) \right] - \right. \\
&- \eta_{\rho}(R) e^{-ikh \cos \theta} \left[\tilde{F}(s_{\varrho}^m(\theta)) f_R^k(\theta) - (-1)^n i \tilde{F}(s_P^m(\theta)) f_L^k(\theta) \right] \left. \right]
\end{aligned} \tag{2.11}$$

при меридиональной поляризации падающей волны, и

$$\begin{aligned}
H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi) &= H_\varphi(\theta, \varphi) e^{ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 + \theta^s - \theta) + H_\varphi(\pi - \theta, \varphi) \eta_\varphi(h \tan \theta) e^{-ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 - \theta^s - \theta) + \\
&+ H_\varphi(\theta, \varphi) \tau_\varphi(h \tan(\pi - \theta)) e^{ikh \cos \theta} \chi(\theta - \pi/2 - \theta^s) + \sqrt{\frac{\cos \theta^s}{\sin \theta}} \times \\
&\times \left(H_\varphi(\theta, \varphi) (1 - \tau_\varphi(R)) e^{ikh \cos \theta} \left[F(s_Q^r(\theta)) - \tilde{F}(s_Q^r(\theta)) - (-1)^n i (F(s_P^r(\theta)) - \tilde{F}(s_P^r(\theta))) \right] + \right. \\
&+ H_\varphi(\pi - \theta, \varphi) \eta_\varphi(R) e^{-ikh \cos \theta} \left[F(s_Q^m(\theta)) - \tilde{F}(s_Q^m(\theta)) - (-1)^n i (F(s_P^m(\theta)) - \tilde{F}(s_P^m(\theta))) \right] + \\
&+ \sqrt{\frac{\cos \theta^s}{\sin \theta}} H_\varphi(\pi/2 + \theta^s, \varphi) \left[(1 - \tau_\varphi(R)) e^{ikh \cos \theta} \left[\tilde{F}(s_Q^r(\theta)) f_R^k(\theta) - (-1)^n i \tilde{F}(s_P^r(\theta)) f_L^k(\theta) \right] + \right. \\
&+ \left. \eta_\varphi(R) e^{-ikh \cos \theta} \left[\tilde{F}(s_Q^m(\theta)) f_R^k(\theta) - (-1)^n i \tilde{F}(s_P^m(\theta)) f_L^k(\theta) \right] \right]
\end{aligned} \tag{2.12}$$

при азимутальной поляризации падающей волны. Аргументы функций $F(x)$ и $\tilde{F}(x)$ вычисляются как

$$\begin{aligned}
s_Q^r(\theta) &= \sqrt{2kL} \cos\left(\frac{\Theta_1(\theta) - \theta^s}{2}\right), \quad s_P^r(\theta) = \sqrt{2kL} \cos\left(\frac{\Theta_2(\theta) - \theta^s}{2}\right), \quad \theta^s = \arctan\left(\frac{h}{R}\right), \\
s_Q^m(\theta) &= \sqrt{2kL} \cos\left(\frac{\Theta_1(\theta) + \theta^s}{2}\right), \quad s_P^m(\theta) = \sqrt{2kL} \cos\left(\frac{\Theta_2(\theta) + \theta^s}{2}\right), \quad L = \sqrt{R^2 + h^2}, \\
f_R^k(\theta) &= \cos \theta \left[\cos\left(\frac{\Theta_1(\theta) - \theta^s}{2}\right) + \cos\left(\frac{\Theta_1(\theta) + \theta^s}{2}\right) \right]^{-1}, \\
f_L^k(\theta) &= \cos \theta \left[\cos\left(\frac{\Theta_2(\theta) - \theta^s}{2}\right) + \cos\left(\frac{\Theta_2(\theta) + \theta^s}{2}\right) \right]^{-1}.
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Для случая идеально проводящего диска уточним асимптотические выражения (2.11), (2.12) путем замены краевой волны в приближении Кирхгофа (последнее слагаемое в указанных выражениях) на краевую волну из решения Зоммерфельда для идеально проводящего клина. В результате получаем асимптотические выражения для поля вдали от оси в приближении ФГД

$$\begin{aligned}
H_\varphi^\Sigma(r, \theta, \varphi) &= H_\varphi(\theta, \varphi) e^{ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 + \theta^s - \theta) - H_\varphi(\pi - \theta, \varphi) e^{-ikh \cos \theta} \chi(\pi/2 - \theta^s - \theta) + \\
&+ \sqrt{\frac{\cos \theta^s}{\sin \theta}} \left(H_\varphi(\theta, \varphi) e^{ikh \cos \theta} \left[F(s_Q^r(\theta)) - \tilde{F}(s_Q^r(\theta)) - (-1)^n i (F(s_P^r(\theta)) - \tilde{F}(s_P^r(\theta))) \right] - \right. \\
&- H_\varphi(\pi - \theta, \varphi) e^{-ikh \cos \theta} \left[F(s_Q^m(\theta)) - \tilde{F}(s_Q^m(\theta)) - (-1)^n i (F(s_P^m(\theta)) - \tilde{F}(s_P^m(\theta))) \right] + \\
&+ \sqrt{\frac{\cos \theta^s}{\sin \theta}} H_\varphi(\pi/2 + \theta^s, \varphi) \left[e^{ikh \cos \theta} \left[\tilde{F}(s_Q^r(\theta)) - (-1)^n i \tilde{F}(s_P^r(\theta)) \right] - \right. \\
&- \left. e^{-ikh \cos \theta} \left[\tilde{F}(s_Q^m(\theta)) - (-1)^n i \tilde{F}(s_P^m(\theta)) \right] \right]
\end{aligned} \tag{2.14}$$

при меридиональной поляризации падающей волны, и

$$\begin{aligned}
H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi) &= H_\varphi(\theta, \varphi)e^{ikh\cos\theta}\chi(\pi/2 + \theta^s - \theta) + H_\varphi(\pi - \theta, \varphi)e^{-ikh\cos\theta}\chi(\pi/2 - \theta^s - \theta) + \\
&+ \sqrt{\frac{\cos\theta^s}{\sin\theta}} \left(H_\varphi(\theta, \varphi)e^{ikh\cos\theta} \left[F(s_\varrho^r(\theta)) - \tilde{F}(s_\varrho^r(\theta)) - (-1)^n i \left(F(s_p^r(\theta)) - \tilde{F}(s_p^r(\theta)) \right) \right] + \right. \\
&+ H_\varphi(\pi - \theta, \varphi)e^{-ikh\cos\theta} \left[F(s_\varrho^m(\theta)) - \tilde{F}(s_\varrho^m(\theta)) - (-1)^n i \left(F(s_p^m(\theta)) - \tilde{F}(s_p^m(\theta)) \right) \right] + \\
&+ \sqrt{\frac{\cos\theta^s}{\sin\theta}} H_\varphi(\pi/2 + \theta^s, \varphi) \left[e^{ikh\cos\theta} \left[\tilde{F}(s_\varrho^r(\theta)) - (-1)^n i \tilde{F}(s_p^r(\theta)) \right] + \right. \\
&+ \left. e^{-ikh\cos\theta} \left[\tilde{F}(s_\varrho^m(\theta)) - (-1)^n i \tilde{F}(s_p^m(\theta)) \right] \right] + \\
&+ \operatorname{sign}(\sin(\pi/4 - \theta/2)) \frac{(-1)^n \sqrt{2iR}}{L\sqrt{\pi k \sin\theta}} H_\varphi(\pi/2 + \theta^s, \varphi) F(\sqrt{2kR(1 - \sin\theta)}) e^{-ik(R\sin\theta + L)},
\end{aligned} \tag{2.15}$$

при азимутальной поляризации падающей волны. Последнее слагаемое в (2.15) описывает вторичную дифракцию на идеально проводящем диске.

2.2 Асимптотика решения задачи рассеяния поля тороидальной векторной волны на диске вблизи оси

Вычислим асимптотическое разложение интегралов (2.9) для углов θ вблизи от оси с помощью метода стационарной фазы в предположении, что стационарная точка находится далеко от края интегрирования. В этом случае вклад стационарной точки и края интегрирования можно вычислять по отдельности. В результате для первого члена асимптотического разложения полного поля вблизи оси получаем:

при меридиональной поляризации падающей волны –

$$H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi) = \begin{cases} H_\theta(\theta, \varphi)e^{ikh\cos\theta} - H_\theta(\pi - \theta, \varphi)\eta_\rho(h \tan\theta)e^{-ikh\cos\theta} - H_\theta^s(\theta, \varphi), & 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ H_\theta(\theta, \varphi)\tau_\rho(h \tan(\pi - \theta))e^{ikh\cos\theta} - H_\theta^s(\theta, \varphi), & \pi/2 < \theta \leq \pi \end{cases}, \tag{2.16}$$

при азимутальной поляризации падающей волны –

$$H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi) = \begin{cases} H_\varphi(\theta, \varphi)e^{ikh\cos\theta} + H_\varphi(\pi - \theta, \varphi)\eta_\varphi(h \tan\theta)e^{-ikh\cos\theta} - H_\varphi^s(\theta, \varphi), & 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ H_\varphi(\theta, \varphi)\tau_\varphi(h \tan(\pi - \theta))e^{ikh\cos\theta} - H_\varphi^s(\theta, \varphi), & \pi/2 < \theta \leq \pi \end{cases}, \tag{2.17}$$

Компоненты поля, рассеянного диском, в (2.16), (2.17) имеют вид

$$\begin{aligned}
H_\theta^s(\theta, \varphi) &= \frac{i^{n+1} \sin\theta^s \eta_\rho(R)}{2} H_\theta\left(\frac{\pi}{2} + \theta^s, \varphi\right) \left[J_{n-1}(kR\sin\theta) - J_{n+1}(kR\sin\theta) + f_1(\theta) \right] e^{-ikL}, \\
H_\varphi^s(\theta, \varphi) &= -\frac{i^{n+1} \sin\theta^s \eta_\rho(R)}{2} H_\theta\left(\frac{\pi}{2} + \theta^s, \varphi - \frac{\pi}{2n}\right) \cos\theta \times \\
&\times \left[J_{n-1}(kR\sin\theta) + J_{n+1}(kR\sin\theta) + f_2(\theta) \right] e^{-ikL}.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

при меридиональной поляризации падающей волны, и

$$\begin{aligned}
H_{\theta}^s(\theta, \varphi) &= -\frac{i^{n+1}\eta_{\varphi}(R)}{2} H_{\varphi}\left(\frac{\pi}{2} + \theta^s, \varphi - \frac{\pi}{2n}\right) [J_{n-1}(kR\sin\theta) + J_{n+1}(kR\sin\theta) + f_2(\theta)] e^{-ikL}, \\
H_{\varphi}^s(\theta, \varphi) &= -\frac{i^{n+1}\eta_{\varphi}(R)}{2} H_{\varphi}\left(\frac{\pi}{2} + \theta^s, \varphi\right) \cos\theta [J_{n-1}(kR\sin\theta) - J_{n+1}(kR\sin\theta) + f_1(\theta)] e^{-ikL}.
\end{aligned} \tag{2.19}$$

при азимутальной поляризации падающей волны. Функции $f_1(\theta)$ и $f_2(\theta)$ имеют вид

$$\begin{aligned}
f_1(\theta) &= \begin{cases} i \frac{\sin\theta(J_0(kR\sin\theta) - J_2(kR\sin\theta))}{\cos\theta^s}, & n=0 \\ i \frac{\sin\theta(3J_1(kR\sin\theta) - J_3(kR\sin\theta))}{2\cos\theta^s}, & n=1, \\ 0, & n \geq 2 \end{cases} \\
f_2(\theta) &= \begin{cases} 0, & n=0 \\ i \frac{\sin\theta(J_3(kR\sin\theta) + J_1(kR\sin\theta))}{2\cos\theta^s}, & n=1. \\ 0, & n \geq 2 \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Для случая идеально проводящего диска уточним асимптотические выражения для составляющих поля, рассеянного диском в дальней зоне для углов вблизи от оси. Для этого воспользуемся асимптотическими формулами из работы [109], которые получены в приближении ФТД для общего случая рассеяния осесимметричного лучевого поля на идеально проводящем осесимметричном теле с кромкой. В частном случае рассеяния тороидальной векторной волны на диске, асимптотические выражения для составляющих рассеянного поля в дальней зоне для углов вблизи от оси в приближении ФТД имеют вид:

$$H_{\theta}^{\Sigma}(\theta, \varphi) = \begin{cases} H_{\theta}(\theta, \varphi) e^{ikh\cos\theta} - H_{\theta}(\pi - \theta, \varphi) e^{-ikh\cos\theta} - H_{\theta}^s(\theta, \varphi), & 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ -H_{\theta}^s(\pi - \theta, \varphi), & \pi/2 < \theta \leq \pi \end{cases}, \tag{2.21}$$

при меридиональной поляризации падающей волны, и

$$H_{\varphi}^{\Sigma}(\theta, \varphi) = \begin{cases} H_{\varphi}(\theta, \varphi) e^{ikh\cos\theta} + H_{\varphi}(\pi - \theta, \varphi) e^{-ikh\cos\theta} - H_{\varphi}^s(\theta, \varphi), & 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ -H_{\varphi}^s(\pi - \theta, \varphi), & \pi/2 < \theta \leq \pi \end{cases}, \tag{2.22}$$

при азимутальной поляризации падающей волны. Компоненты поля, рассеянного идеально проводящим диском, в (2.21), (2.22) имеют вид

$$\begin{aligned}
H_{\theta}^s(\theta, \varphi) &= \frac{i^{n+1}\cos\theta^s}{4} H_{\theta}\left(\frac{\pi}{2} + \theta^s, \varphi\right) [J'_n(u(\theta))\omega_0^+(\theta) - iJ'_{n+1}(u(\theta))\omega_0^-(\theta)] e^{-ikL}, \\
H_{\varphi}^s(\theta, \varphi) &= \frac{(-i)^{n+1}\cos\theta^s}{4} H_{\theta}\left(\frac{\pi}{2} + \theta^s, \varphi + \frac{\pi}{2n}\right) \cos\theta \times \\
&\times \left[n \frac{J_n(u(\theta))}{u(\theta)} \omega_0^+(\theta) - i(n+1) \frac{J_{n+1}(u(\theta))}{u(\theta)} \omega_0^-(\theta) \right] e^{-ikL}.
\end{aligned} \tag{2.23}$$

при меридиональной поляризации падающей волны, и

$$\begin{aligned}
H_\theta^s(\theta, \varphi) &= -\frac{i^{n+1} \cos \theta^s}{4} H_\varphi \left(\frac{\pi}{2} + \theta^s, \varphi + \frac{\pi}{2n} \right) \times \\
&\times \left[n \frac{J_n(u(\theta))}{u(\theta)} \Omega_0^+(\theta) - i(n+1) \frac{J_{n+1}(u(\theta))}{u(\theta)} \Omega_0^-(\theta) \right] e^{-ikL}, \\
H_\varphi^s(\theta, \varphi) &= \frac{(-i)^{n+1} \cos \theta^s}{4} H_\theta \left(\frac{\pi}{2} + \theta^s, \varphi \right) \cos \theta \left[J_n'(u(\theta)) \Omega_0^+(\theta) - i J_{n+1}'(u(\theta)) \Omega_0^-(\theta) \right] e^{-ikL}.
\end{aligned} \tag{2.24}$$

при азимутальной поляризации падающей волны, где

$$\begin{aligned}
\Omega_0^\pm(\theta) &= -\frac{V_e(\theta)}{\cos \theta} \mp \frac{V_e(-\theta)}{\cos \theta}, \quad \omega_0^\pm(\theta) = V_m(\theta) \pm V_m(-\theta), \quad u(\theta) = kR \sin \theta, \quad J_n'(x) = \frac{d[J_n(x)]}{dx}, \\
V_e(\theta) &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \frac{1}{2} \left(\left[\cos \left(\frac{\Theta_1(\theta) - \theta^s}{2} \right) \right]^{-1} + \left[\cos \left(\frac{\Theta_1(\theta) + \theta^s}{2} \right) \right]^{-1} \right) - \frac{2 \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta^s}, \\
V_m(\theta) &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \frac{1}{2} \left(\left[\cos \left(\frac{\Theta_1(\theta) - \theta^s}{2} \right) \right]^{-1} - \left[\cos \left(\frac{\Theta_1(\theta) + \theta^s}{2} \right) \right]^{-1} \right) - \frac{2 \sin \theta^s}{\sin \theta - \cos \theta^s}.
\end{aligned}$$

Из анализа асимптотических формул (2.11), (2.12), (2.14), (2.15) для углов наблюдения вдали от оси и формул (2.16), (2.17), (2.21), (2.22) для углов наблюдения вблизи оси следует, что при описанных в начале подраздела 2.1 ограничениях, диаграмма рассеяния определяется ДН кольцевого источника тороидальной волны. Таким образом, указанные асимптотические формулы пригодны для определения диаграмм рассеяния тороидальной волны с диаграммами $D_\theta(\theta)$ и $D_\varphi(\theta)$ общего вида.

2.3. Численное решение интегрального уравнения для задачи рассеяния поля тороидальной векторной волны на полупрозрачном диске

Для оценки точности, которую обеспечивают асимптотические формулы, сравним соответствующие результаты с численным решением интегрального уравнения Фредгольма второго рода для задачи рассеяния тороидальной волны на полупрозрачном диске методом моментов. В случае, когда на поверхности диска выполняются условия $\tau_{\rho, \varphi} = 1 - \eta_{\rho, \varphi}$, запишем граничные условия на поверхности полупрозрачного диска [43]:

$$\begin{aligned}
E_\rho^+(\rho, \varphi) &= E_\rho^-(\rho, \varphi), \quad E_\varphi^+(\rho, \varphi) = E_\varphi^-(\rho, \varphi), \\
H_\rho^+(\rho, \varphi) - H_\rho^-(\rho, \varphi) &= j_{\rho_num}^e(\rho, \varphi), \quad H_\varphi^+(\rho, \varphi) - H_\varphi^-(\rho, \varphi) = -j_{\varphi_num}^e(\rho, \varphi), \\
\begin{pmatrix} E_\rho^+(\rho, \varphi) \\ E_\varphi^+(\rho, \varphi) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} Z_{\rho\rho}(\rho) & 0 \\ 0 & Z_{\varphi\varphi}(\rho) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_{\rho_num}^e(\rho, \varphi) \\ j_{\varphi_num}^e(\rho, \varphi) \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Здесь $E_{\rho(\varphi)}^+(\rho, \varphi), H_{\rho(\varphi)}^+(\rho, \varphi)$ – радиальная (азимутальная) составляющая вектора напряженности электрического и магнитного поля на освещенной поверхности диска; $E_{\rho(\varphi)}^-(\rho, \varphi), H_{\rho(\varphi)}^-(\rho, \varphi)$ –

радиальная (азимутальная) составляющая вектора напряженности электрического и магнитного поля на затененной поверхности диска; $\mathbf{j}_{\rho_num(\varphi_num)}^e(\rho, \varphi)$ – радиальная (азимутальная) составляющая неизвестного электрического тока на полупрозрачном диске. Компоненты тензора импеданса $\hat{\mathbf{Z}}$ имеют вид:

$$Z_{\rho\rho}(\rho) = 60\pi(1 - \eta_\rho(\rho))/\eta_\rho(\rho), \quad Z_{\varphi\varphi}(\rho) = 60\pi(1 - \eta_\varphi(\rho))/\eta_\varphi(\rho). \quad (2.26)$$

Касательная составляющая вектора напряженности электрического поля на поверхности диска состоит из поля источника тороидальной волны в свободном пространстве \mathbf{E}_τ и поля, создаваемого неизвестным электрическим током \mathbf{j}_{num}^e на полупрозрачном диске. Тогда интегральное уравнение второго рода относительно неизвестного электрического тока на диске запишется в виде

$$\int_{S'} \hat{\mathbf{G}}(\rho, \varphi, \rho', \varphi') \mathbf{j}_{num}^e(\rho', \varphi') dS' + \mathbf{E}_\tau(\rho, \varphi) = \hat{\mathbf{Z}}(\rho) \mathbf{j}_{num}^e(\rho, \varphi). \quad (2.27)$$

Здесь $\hat{\mathbf{G}}$ – тензор Грина, компоненты которого определяются по методике, изложенной в [63]; S' – поверхность диска. Для численного решения уравнения (2.27) методом моментов разложим неизвестный электрический ток \mathbf{j}_{num}^e по базису треугольных элементов:

$$\mathbf{j}_{num}^e(\rho, \varphi) = \mathbf{p}_0 \sum_{n=0}^{N_\rho} I_n^\rho \Delta_\rho(\rho - \rho_n, \varphi) + \mathbf{\Phi}_0 \sum_{n=0}^{N_\varphi} I_n^\varphi \Delta_\varphi(\rho - \rho_n, \varphi). \quad (2.28)$$

Здесь I_n^ρ, I_n^φ – неизвестные амплитуды тока. Базисные функции с основаниями $2T_\rho$ и $2T_\varphi$ имеют вид

$$\Delta_\rho(\rho - \rho_n, \varphi) = \left[1 - \frac{|\rho - nT_\rho|}{T_\rho} \right]; \quad (n-1)T_\rho \leq \rho \leq (n+1)T_\rho, \quad (2.29)$$

$$\Delta_\varphi(\rho - \rho_n, \varphi) = \left[1 - \frac{|\rho - nT_\varphi|}{T_\varphi} \right]; \quad (n-1)T_\varphi \leq \rho \leq (n+1)T_\varphi,$$

в случае, когда источник создает поле с нулевой азимутальной гармоникой, и

$$\Delta_\rho(\rho - \rho_n, \varphi) = \left[1 - \frac{|\rho - nT_\rho|}{T_\rho} \right] \sin \varphi; \quad (n-1)T_\rho \leq \rho \leq (n+1)T_\rho, \quad (2.30)$$

$$\Delta_\varphi(\rho - \rho_n, \varphi) = \left[1 - \frac{|\rho - nT_\varphi|}{T_\varphi} \right] \cos \varphi; \quad (n-1)T_\varphi \leq \rho \leq (n+1)T_\varphi,$$

в случае, когда источник создает поле с одной вариацией по азимутальному углу. При решении уравнения (2.27) методом моментов возникает система линейных алгебраических уравнений.

При решении данной системы возникает матрица неизвестных амплитуд тока $\hat{\mathbf{I}} = (\hat{\mathbf{W}} - \hat{\mathbf{A}})^{-1} \hat{\mathbf{U}}$.

Элементы матрицы собственных и взаимных сопротивлений $\hat{\mathbf{A}}$ вычисляются путем численного интегрирования компоненты тензора Грина $\hat{G}^{\rho(\varphi),\rho(\varphi)}$ и базисной функции:

$$A_{m,n}^{\rho(\varphi),\rho(\varphi)} = \int_S \Delta_{\rho(\varphi)}(\rho - \rho_m, \varphi) \int_{S'} \hat{G}^{\rho(\varphi),\rho(\varphi)}(\rho, \varphi, \rho', \varphi') \Delta_{\rho(\varphi)}(\rho' - \rho_n, \varphi') dS' dS. \quad (2.31)$$

При вычислении собственных и “ближайших” взаимных сопротивлений в матрице $\hat{\mathbf{A}}$ используется представление компонент $\hat{G}^{\rho(\varphi),\rho(\varphi)}$ в спектральном виде. Базисная функция $\Delta_{\rho(\varphi)}(\rho' - \rho_n, \varphi')$ раскладывается в двумерный интеграл Фурье по плоским листам электрического тока. Интеграл по поверхности S' в (2.25) определяется путем интегрирования полей плоских листов тока и компонент $\hat{G}^{\rho(\varphi),\rho(\varphi)}$. При вычислении “дальних” взаимных сопротивлений в матрице $\hat{\mathbf{A}}$ для сокращения времени счета использовались выражения $\hat{G}^{\rho(\varphi),\rho(\varphi)}$ в истокообразной форме для кольца радиального и азимутального токов в сферических координатах. Элементы матрицы $\hat{\mathbf{U}}$, описывающей взаимодействие поля источника тороидальной волны с электрическим током на диске, имеют вид:

$$U_m^{\rho(\varphi)} = \int_S \Delta_{\rho(\varphi)}(\rho - \rho_m, \varphi) E_\tau(\rho, \varphi) dS. \quad (2.32)$$

Элементы матрицы $\hat{\mathbf{W}}$ определяются как

$$W_{m,n}^{\rho(\varphi),\rho(\varphi)} = \int_S Z_{\rho(\varphi),\rho(\varphi)}(\rho) \Delta_{\rho(\varphi)}(\rho - \rho_m, \varphi) \Delta_{\rho(\varphi)}(\rho - \rho_n, \varphi) dS. \quad (2.33)$$

Рассеянное поле определяется как сумма поля источника тороидальной волны \mathbf{E}_τ и поля электрического тока на диске. Поле электрического тока диска определяется численным интегрированием полей от колец радиального и азимутального электрического тока. Интегрирование производится по радиусу диска с амплитудным распределением (2.28).

2.4. Исследование рассеяния тороидальной векторной волны на идеально проводящем диске различными методами

Рассмотрим результаты расчета диаграммы рассеяния тороидальной векторной волны, создаваемой кольцевым синфазным током, а также кольцевым током с одной вариацией по азимуту, расположенных над идеально проводящим диском. На приведенных ниже рисунках кривые построены с использованием полученных в данной главе асимптотических формул, а также с помощью численного решения интегрального уравнения методом моментов.

На рис. 9 представлена диаграмма рассеяния азимутальной компоненты $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi)$ тороидальной волны, создаваемой кольцевым синфазным азимутальным магнитным током радиусом $a=\lambda/4.3$, расположенным на поверхности диска радиусом $R=2\lambda$.

Диаграмма рассеяния меридиональной компоненты $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi)$ тороидальной волны, создаваемой кольцевым синфазным азимутальным электрическим током радиусом $a=\lambda/4.3$, расположенным над диском радиусом $R=2\lambda$ на расстоянии $h=0.4\lambda$, представлена на рис. 10.

Диаграмма рассеяния меридиональной компоненты $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi)$ сферической волны, создаваемой магнитным диполем, ориентированным перпендикулярно плоскости диска радиусом $R=2\lambda$ и $R=0.5\lambda$ и расположенного на расстоянии $h=0.4\lambda$ от его плоскости, представлена на рис. 11 и 12, соответственно.

Диаграмма рассеяния азимутальной компоненты $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi)$ сферической волны, создаваемой электрическим диполем, ориентированным перпендикулярно плоскости диска радиусом $R=2\lambda$ и $R=0.5\lambda$ и расположенным на его поверхности, представлена на рис. 13 и 14, соответственно.

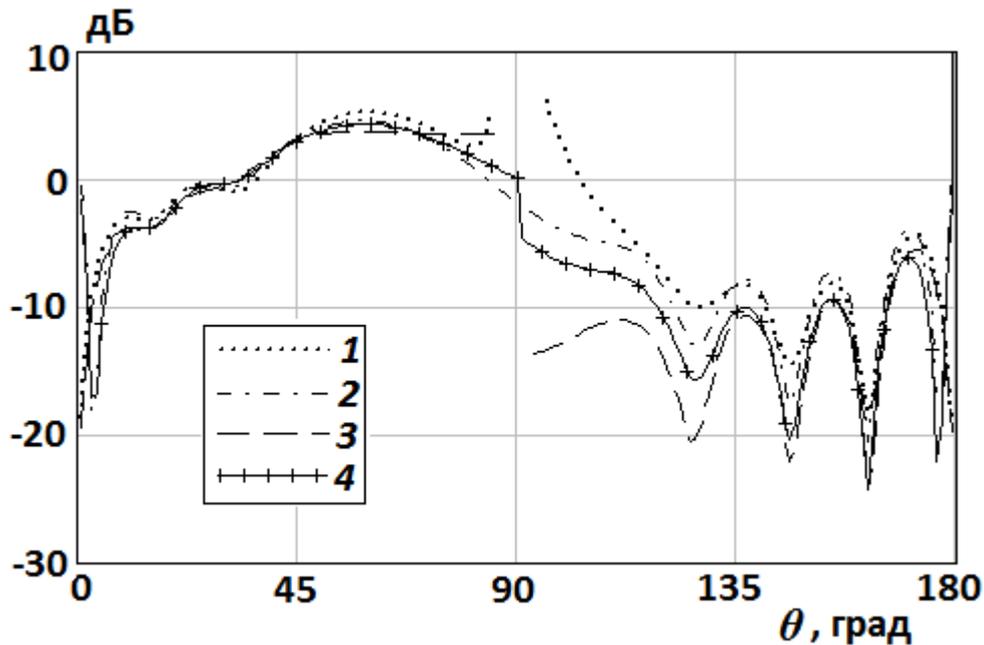


Рис. 9. Диаграмма рассеяния тороидальной волны, создаваемой кольцевым синфазным азимутальным магнитным током, лежащим на поверхности диска радиусом $R=2\lambda$: 1 и 2 – асимптотическая формула (2.22) и (2.15) вблизи и вдали от оси, соответственно; 3 и 4 – асимптотические формулы работы [99] для углов вблизи и вдали от оси, соответственно.

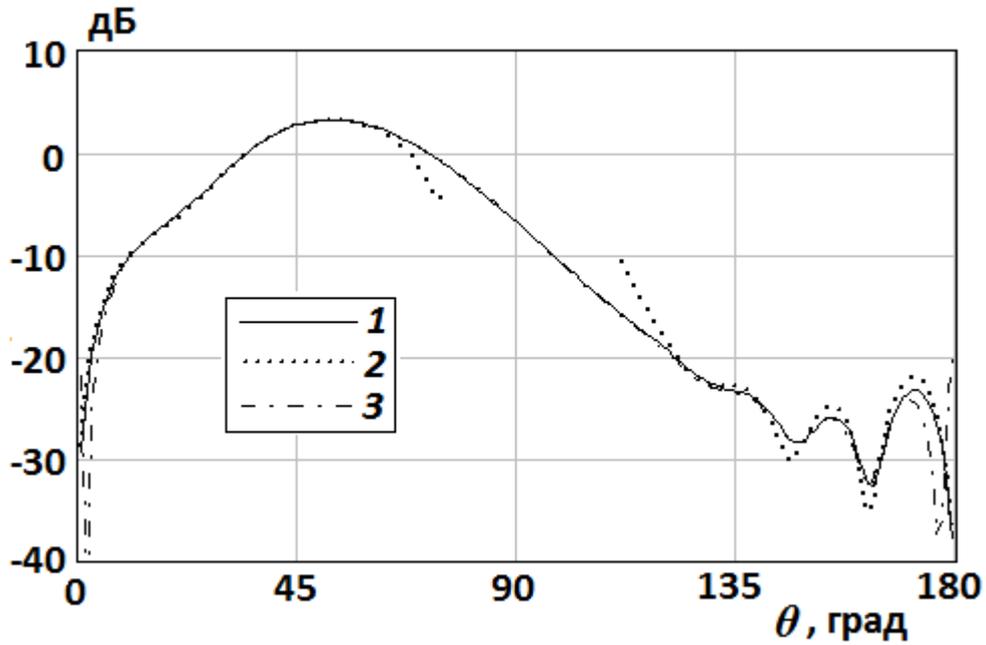


Рис. 10. Диаграмма рассеяния тороидальной волны, создаваемой кольцевым синфазным азимутальным электрическим током, расположенным над диском радиусом $R=2\lambda$: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.21) и (2.14) для углов вблизи и вдали от оси, соответственно.

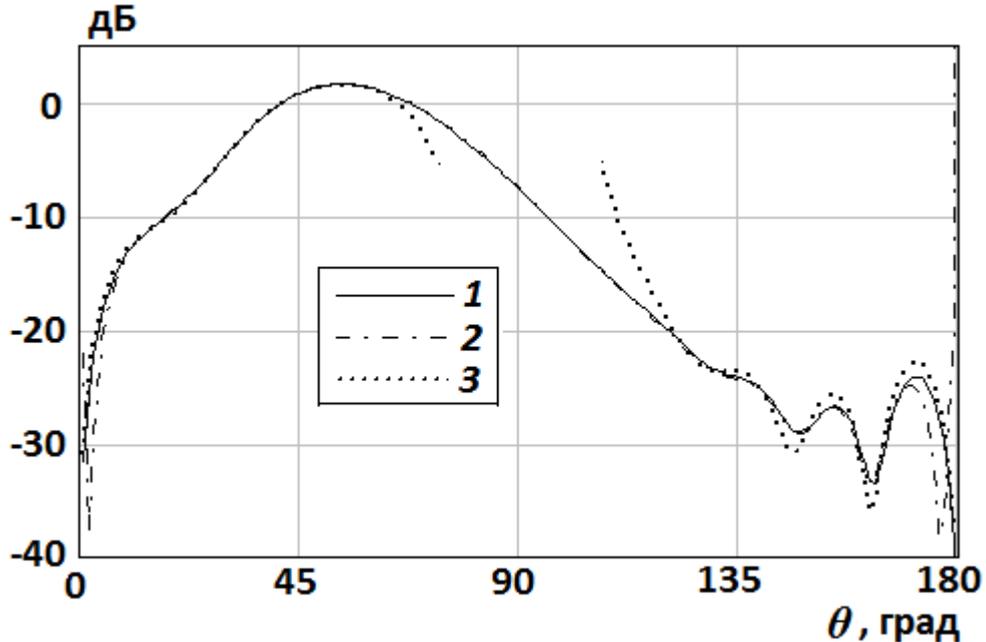


Рис. 11. Диаграмма рассеяния сферической волны, создаваемой магнитным диполем, ориентированным перпендикулярно плоскости диска радиусом $R=2\lambda$: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 – асимптотическая формула (2.14) вдали от оси; 3 – асимптотическая формула (2.21) вблизи от оси.

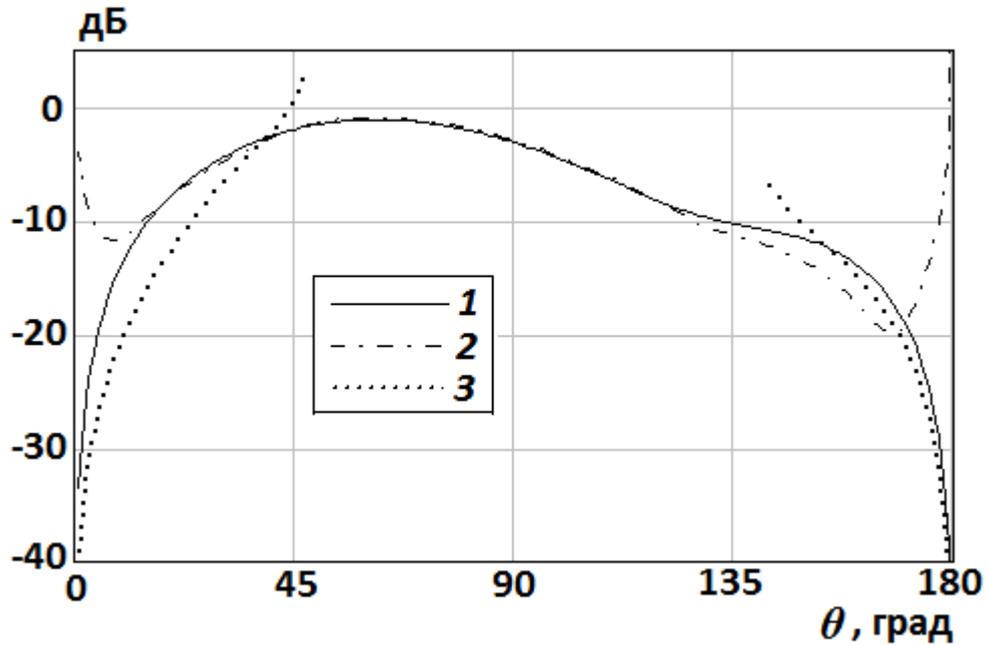


Рис. 12. Диаграмма рассеяния сферической волны, создаваемой магнитным диполем, ориентированным перпендикулярно плоскости диска радиусом $R=0.5\lambda$: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 – асимптотическая формула (2.14) вдали от оси; 3 – асимптотическая формула (2.21) вблизи от оси.

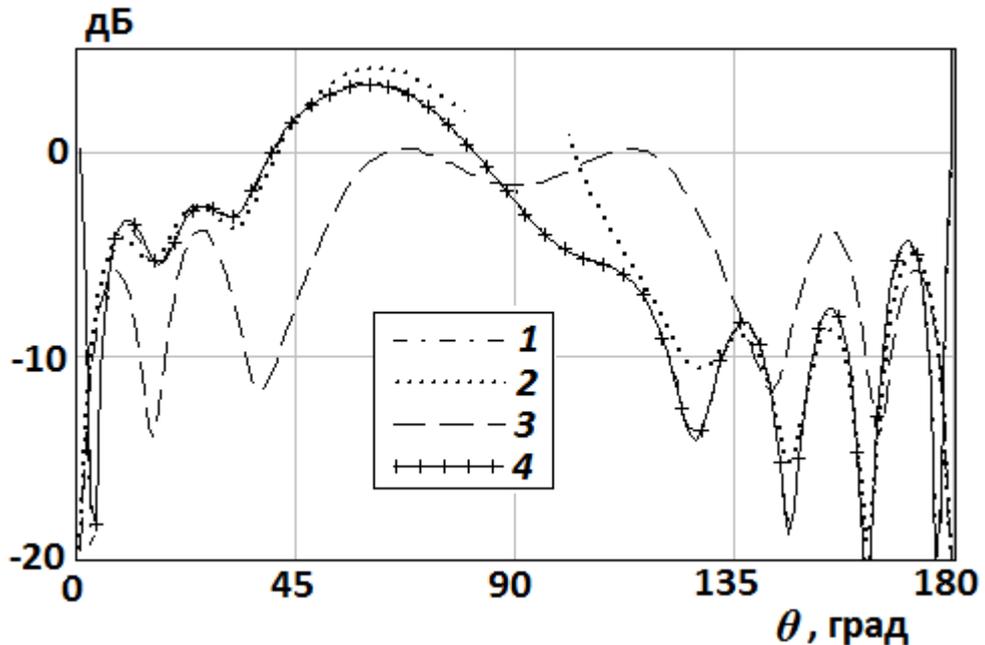


Рис. 13. Диаграмма рассеяния сферической волны, создаваемой электрическим диполем, ориентированным перпендикулярно плоскости диска радиусом $R=2\lambda$: 1 и 2 – асимптотическая формула (2.15) и (2.22) для углов вдали и вблизи от оси, соответственно; 3 и 4 – асимптотические формулы работы [85] для углов вблизи и вдали от оси соответственно.

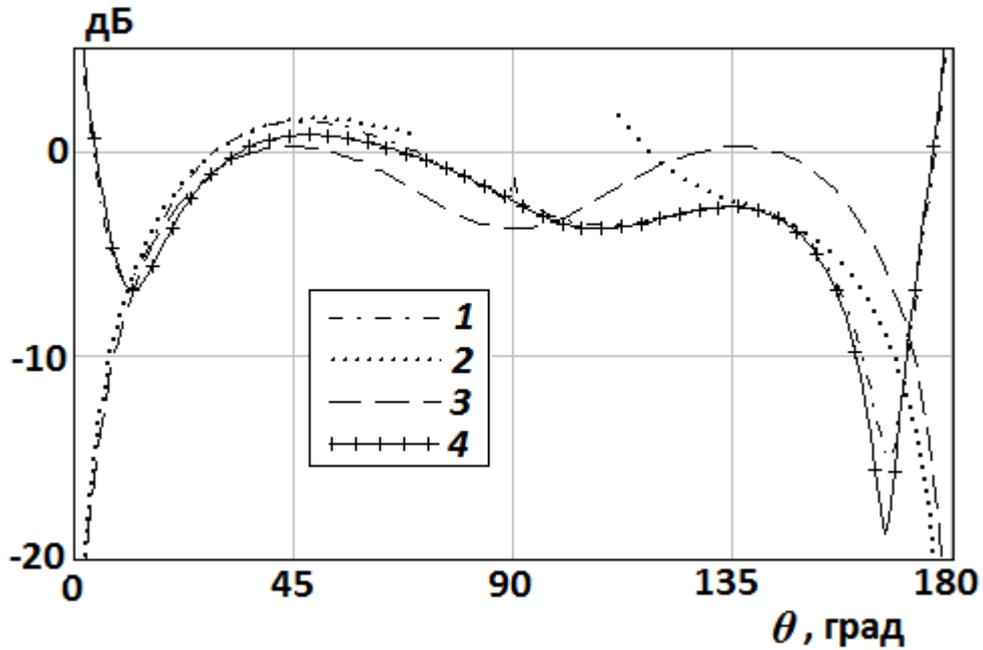


Рис. 14. Диаграмма рассеяния сферической волны, создаваемой электрическим диполем, ориентированным перпендикулярно плоскости диска радиусом $R=0.5\lambda$: 1 и 2 – асимптотическая формула (2.15) и (2.22) для углов вдали и вблизи от оси, соответственно; 3 и 4 – асимптотические формулы работы [85] для углов вблизи и вдали от оси соответственно.

Диаграммы рассеяния тороидальной волны, создаваемой кольцевым азимутальным магнитным током радиусом $a=\lambda/4.3$ с одной вариацией по азимутальному углу, расположенным на поверхности диска радиуса $R=2\lambda$, в E -плоскости $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi = 0)$, и H -плоскости $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi = \pi/2)$, представлены на рис. 15 и 16.

Диаграммы рассеяния сферической волны, создаваемой магнитным диполем, расположенным в центре диска радиусом $R=2\lambda$ и $R=0.5\lambda$ и ориентированным параллельно его плоскости, в E -плоскости $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi = \pi/2)$ и в H -плоскости $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi = 0)$, представлены на рис. 17, 19 и 18, 20, соответственно.

Диаграммы рассеяния тороидальной волны, создаваемой кольцевым азимутальным электрическим током радиусом $a=\lambda/4.3$ с одной вариацией по азимутальному углу, расположенным над диском радиусом $R=2\lambda$ на расстоянии $h=0.4\lambda$, в E -плоскости $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi = \pi/2)$, и H -плоскости $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi = 0)$, представлены на рис. 21 и 22.

Диаграммы рассеяния сферической волны, создаваемой электрическим диполем, ориентированным параллельно плоскости диска радиусом $R=2\lambda$ и $R=0.5\lambda$ и расположенным на расстоянии $h=0.4\lambda$ от него, в E -плоскости $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi = 0)$ и в H -плоскости $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi = \pi/2)$, представлены на рис. 23, 25 и 24, 26, соответственно.

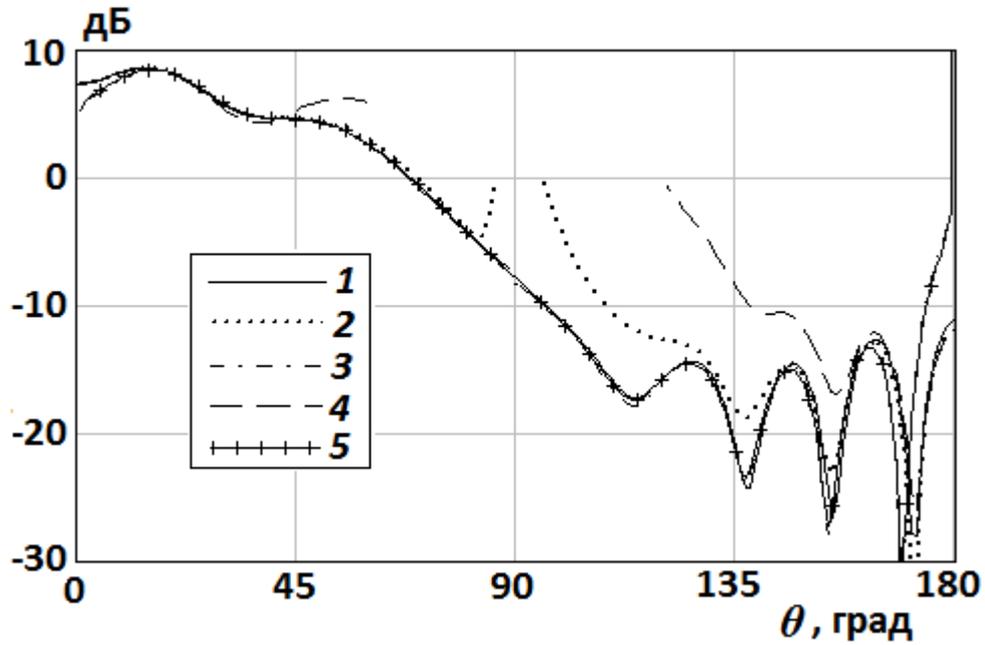


Рис. 15. Диаграмма рассеяния тороидальной волны, создаваемой кольцевым азимутальным магнитным током с одной вариацией по азимутальному углу, лежащим на диске радиусом $R=2\lambda$, в E -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.22) и (2.15) для углов вблизи и вдали от оси, соответственно; 4 и 5 – асимптотические формулы работы [100] для углов вблизи и вдали от оси соответственно.

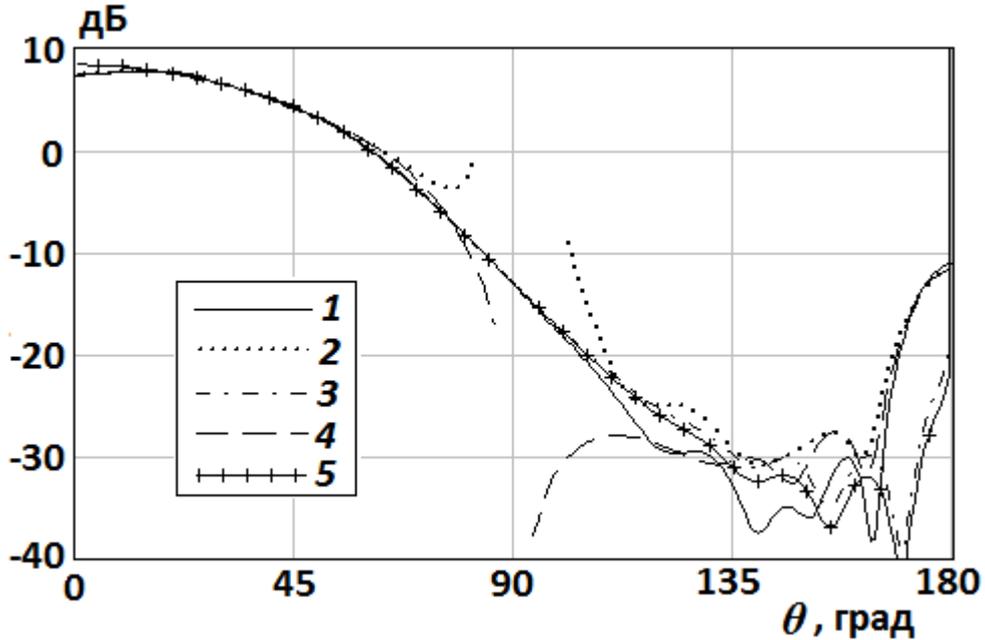


Рис. 16. Диаграмма рассеяния тороидальной волны, создаваемой кольцевым азимутальным магнитным током с одной вариацией по азимутальному углу, лежащим на диске радиусом $R=2\lambda$, в H -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.21) и (2.14) для углов вблизи и вдали от оси, соответственно; 4 и 5 – асимптотические формулы работы [100] для углов вблизи и вдали от оси соответственно.

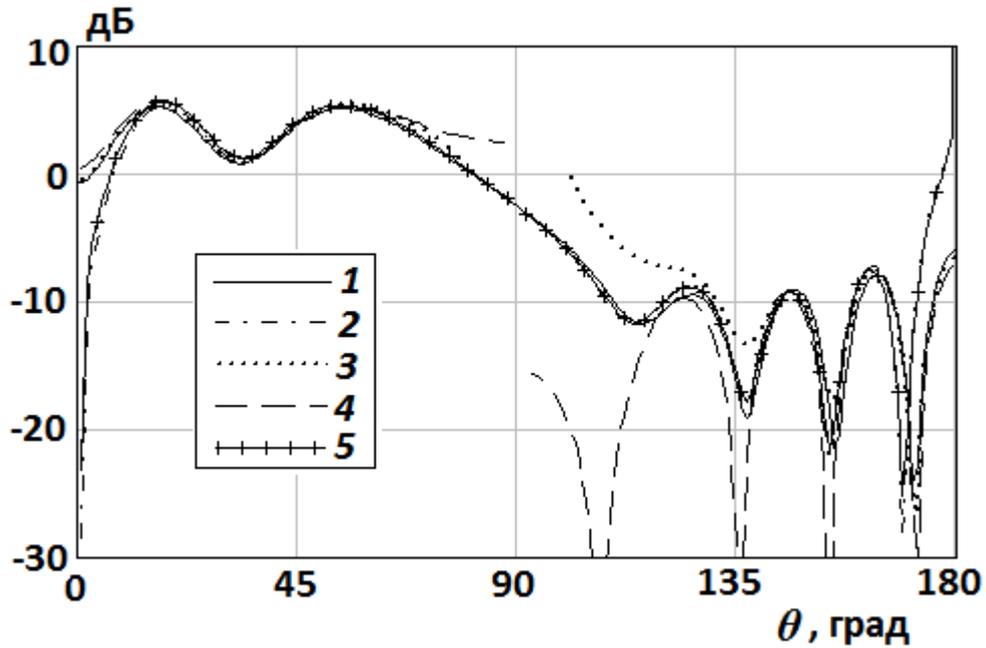


Рис. 17. Диаграмма рассеяния сферической волны, создаваемой магнитным диполем, ориентированным параллельно плоскости диска радиусом $R=2\lambda$ и расположенным на его поверхности, в E -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.15) и (2.22) для углов вдали и вблизи от оси, соответственно; 4 и 5 – асимптотические формулы работы [86] для углов вблизи и вдали от оси соответственно.

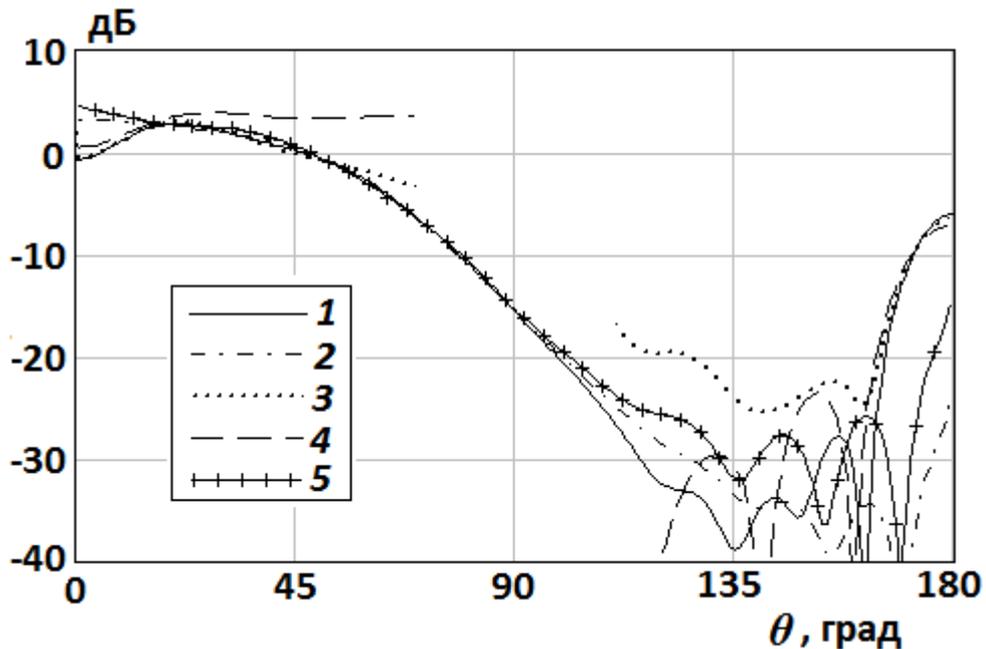


Рис. 18. Диаграмма рассеяния сферической волны, создаваемой магнитным диполем, ориентированным параллельно плоскости диска радиусом $R=2\lambda$ и расположенным на его поверхности, в H -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.14) и (2.21) для углов вдали и вблизи от оси, соответственно; 4 и 5 – асимптотические формулы [86] для углов вблизи и вдали от оси соответственно.

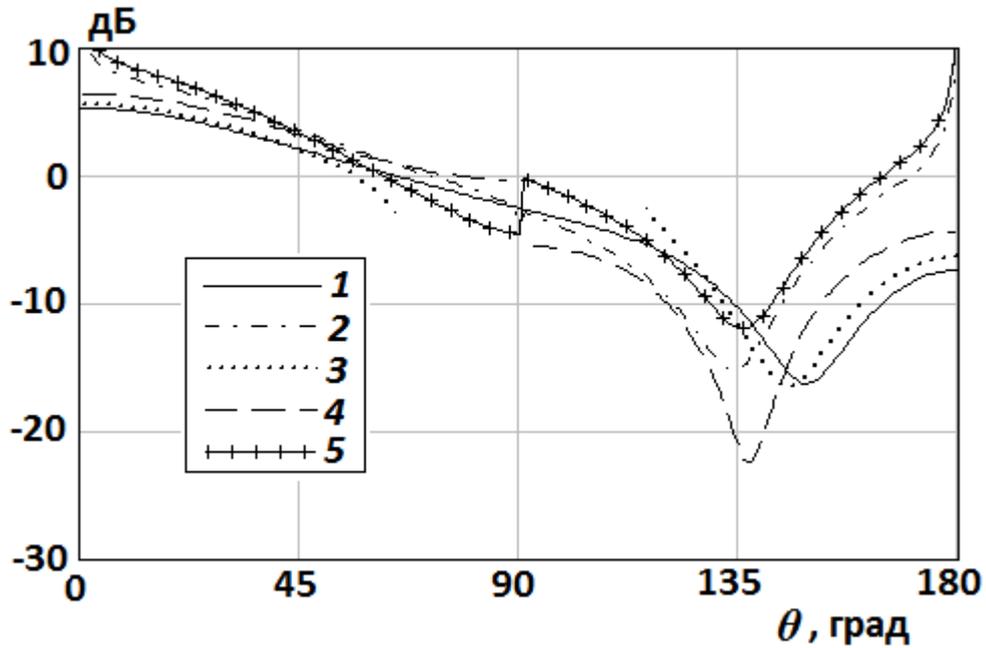


Рис. 19. Диаграмма рассеяния сферической волны, создаваемой магнитным диполем, ориентированным параллельно плоскости диска радиусом $R=0.5\lambda$ и расположенным на его поверхности, в E -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.15) и (2.22) для углов вдали и вблизи от оси, соответственно; 4 и 5 – асимптотические формулы работы [86] для углов вблизи и вдали от оси соответственно.

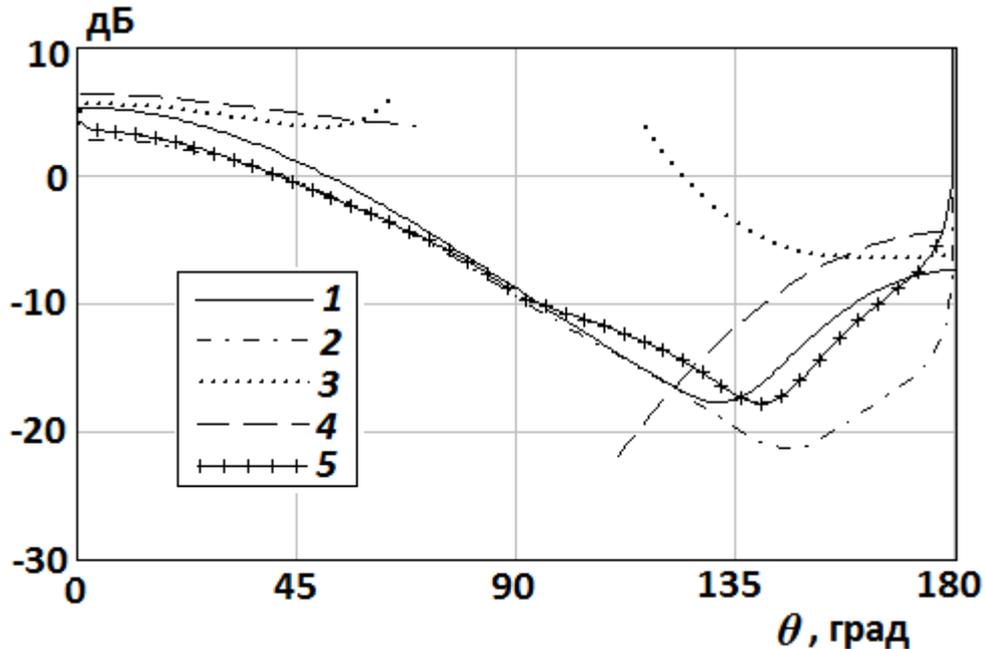


Рис. 20. Диаграмма рассеяния сферической волны, создаваемой магнитным диполем, ориентированным параллельно плоскости диска радиусом $R=0.5\lambda$ и расположенным на его поверхности, H -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.14) и (2.21) для углов вдали и вблизи от оси, соответственно; 4 и 5 – асимптотические формулы работы [86] для углов вблизи и вдали от оси соответственно.

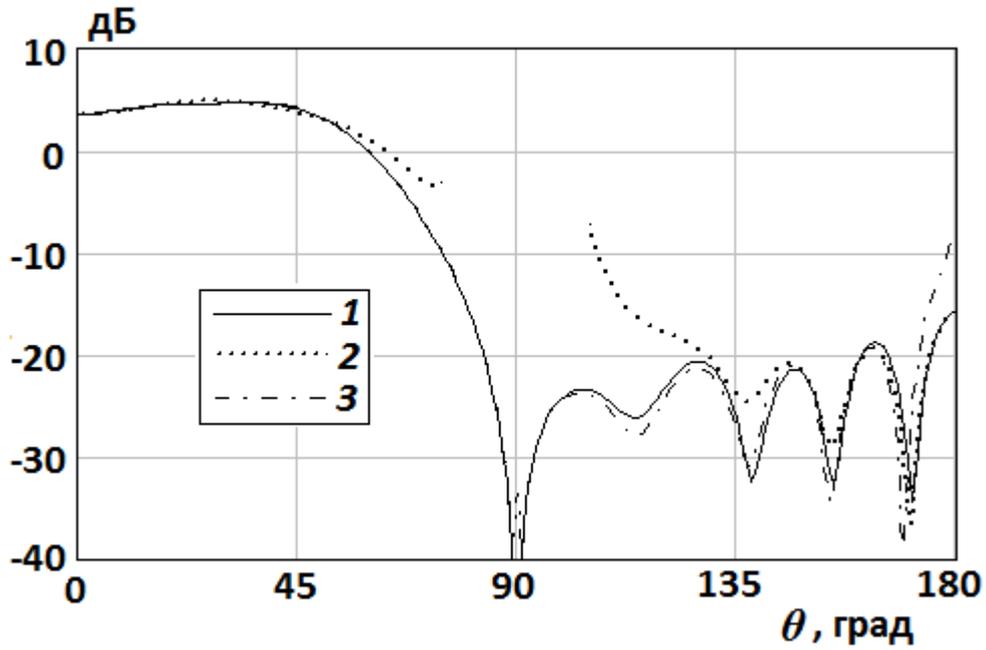


Рис. 21. Диаграмма рассеяния тороидальной волны, создаваемой кольцевым азимутальным электрическим током с одной вариацией по азимутальному углу, расположенным над диском радиусом $R=2\lambda$, в E -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.22) и (2.15) для углов вблизи и вдали от оси, соответственно.

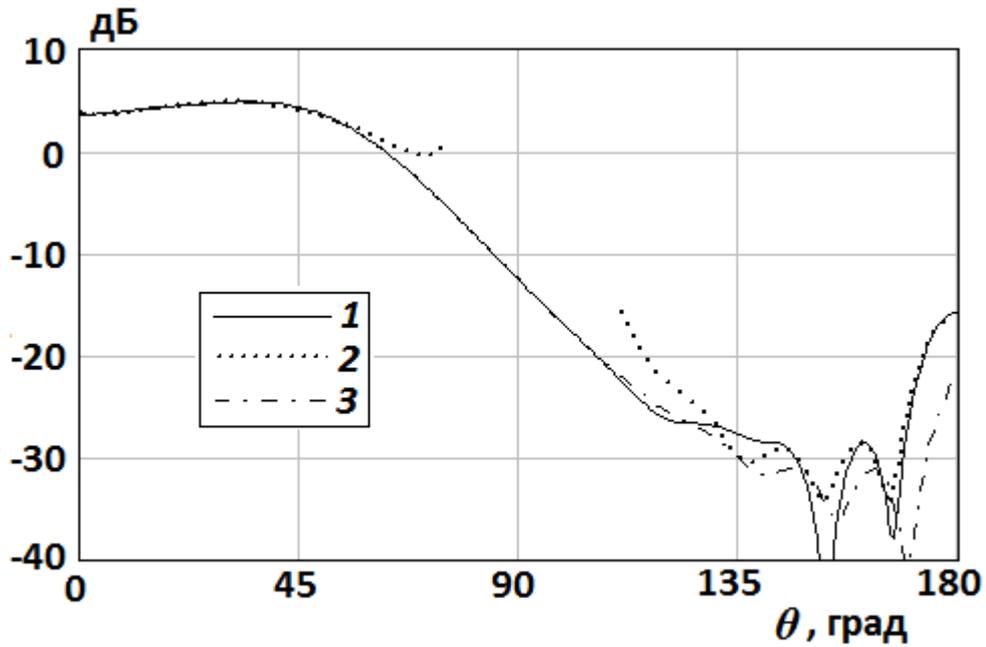


Рис. 22. Диаграмма рассеяния тороидальной волны, создаваемой кольцевым азимутальным электрическим током с одной вариацией по азимутальному углу, расположенным над диском радиусом $R=2\lambda$, в H -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.21) и (2.14) для углов вблизи и вдали от оси, соответственно.

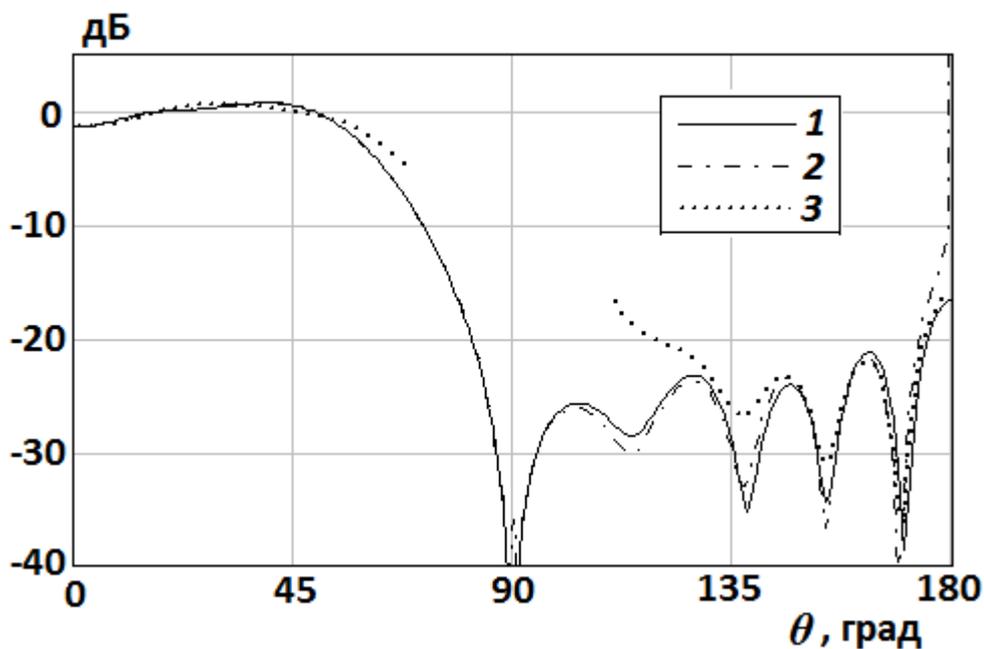


Рис. 23. Диаграмма рассеяния сферической волны, создаваемой электрическим диполем, ориентированным параллельно плоскости диска радиусом $R=2\lambda$, в E -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.15) и (2.22) для углов вдали и вблизи от оси, соответственно.

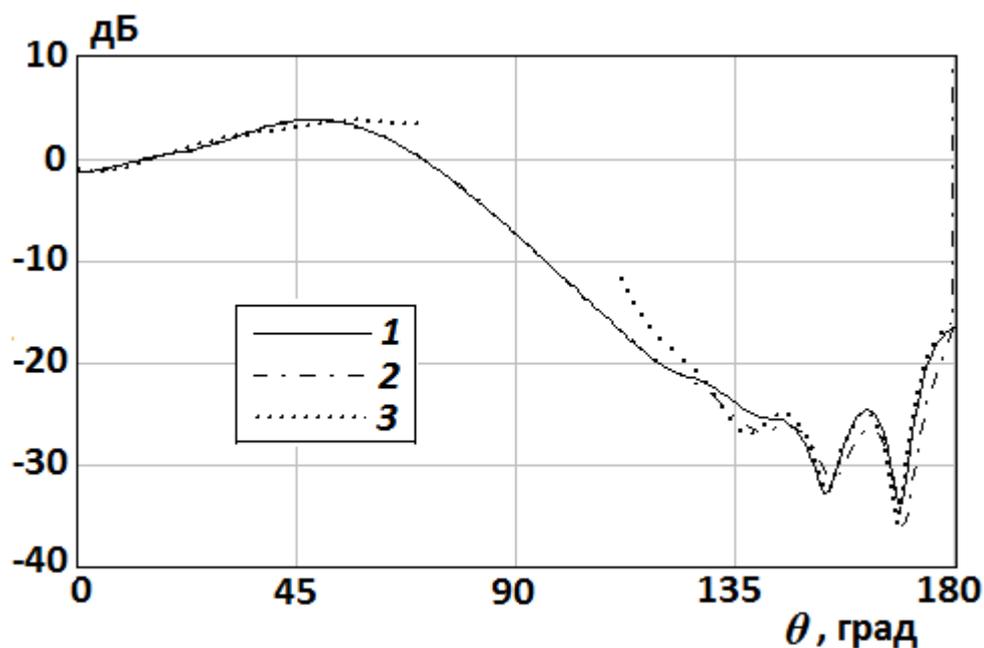


Рис. 24. Диаграмма рассеяния сферической волны, создаваемой электрическим диполем, ориентированным параллельно плоскости диска радиусом $R=2\lambda$, в H -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.14) и (2.21) для углов вдали и вблизи от оси, соответственно.

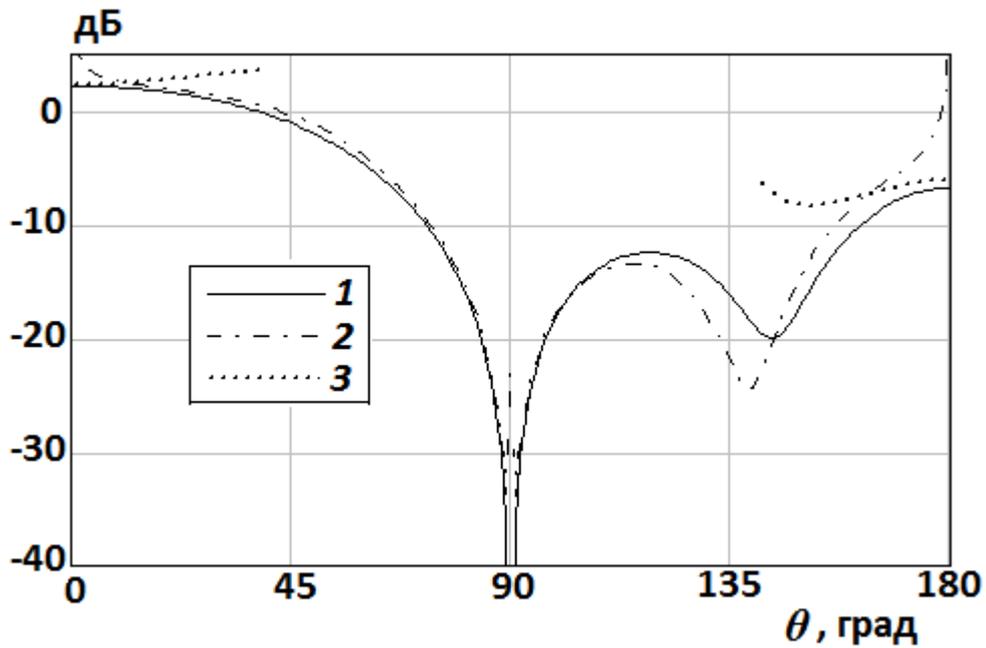


Рис. 25. Диаграмма рассеяния сферической волны, создаваемой электрическим диполем, ориентированным параллельно плоскости диска радиусом $R=0.5\lambda$, в E -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.15) и (2.22) для углов вдали и вблизи от оси, соответственно.

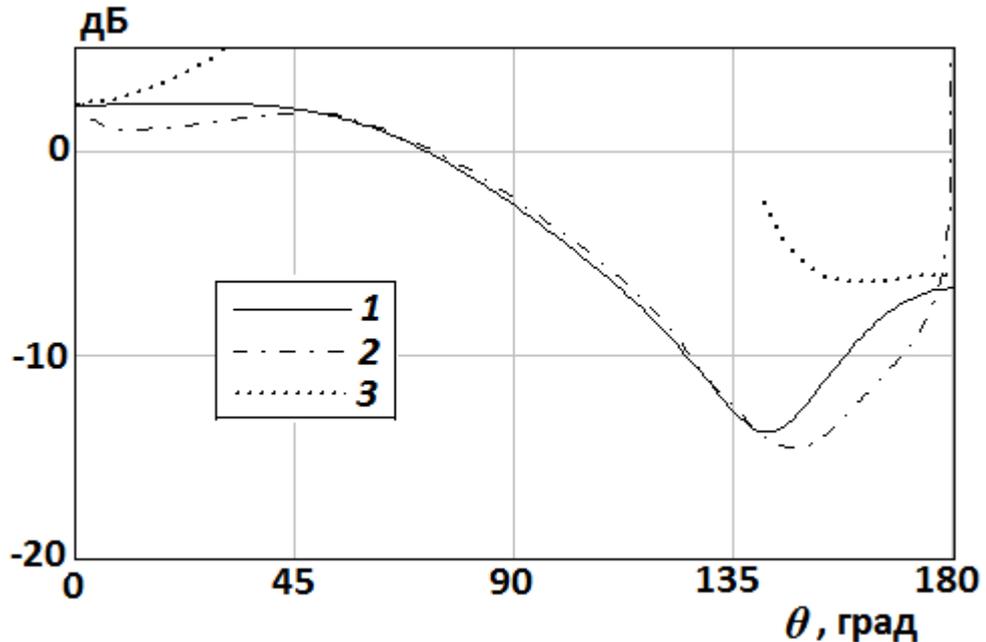


Рис. 26. Диаграмма рассеяния сферической волны, создаваемой электрическим диполем, ориентированным параллельно плоскости диска радиусом $R=0.5\lambda$, в H -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотическая формула (2.14) и (2.21) для углов вдали и вблизи от оси, соответственно.

Из графиков диаграмм рассеяния следует, что при радиусе диска 2λ асимптотические формулы (2.21), (2.22) для расчета поля вблизи оси с относительной погрешностью 1 дБ описывают диаграмму рассеяния в диапазоне углов $0^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$ и $150^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$. Асимптотические формулы (2.14), (2.15) для расчета поля вдали от оси с относительной погрешностью 2 дБ описывают диаграмму рассеяния в секторе углов $10^\circ \leq \theta \leq 165^\circ$. Кривые, построенные по асимптотическим формулам вблизи и вдали от оси, перекрываются в секторе углов $10^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$ и $150^\circ \leq \theta \leq 165^\circ$. При увеличении радиуса диска сектор перекрытия расширяется и смещается к оси.

Анализ показал, что для дисков радиусом 2λ указанная точность асимптотических формул сохраняется при радиусах источника тороидальной волны $0 \leq a \leq \lambda/4$. При дальнейшем увеличении радиуса источника точность уменьшается. Для случая, когда радиус диска равен 0.5λ и радиус источника лежит в диапазоне $0 \leq a \leq \lambda/4$, асимптотические формулы описывают диаграмму рассеяния с относительной погрешностью менее 4 дБ во всем секторе углов наблюдения. Случай, когда радиус источника равен радиусу диска требует отдельного рассмотрения.

Асимптотические формулы из работ [85, 86, 99, 100], полученные для частного случая $h=0$, вообще говоря, не совпадают с асимптотическими формулами (2.14), (2.15), (2.21), (2.22). Однако, проведенные по указанным асимптотическим формулам расчеты при сопоставлении с численными результатами, полученными с использованием метода интегрального уравнения, показали, что относительная точность асимптотических формул (2.14), (2.15) и асимптотических формул из работ [86, 100] вдали от оси примерно одинакова, а вблизи от оси погрешность формул (2.21), (2.22) меньше примерно на 0,3 дБ.

2.5. Исследование рассеяния тороидальной векторной волны на полупрозрачном диске различными методами

В качестве примера рассмотрим результаты расчета диаграммы рассеяния тороидальной волны, создаваемой кольцевым синфазным азимутальным током, а также азимутальными магнитным и электрическим токами с одной вариацией по азимуту радиусом $a=\lambda/4.3$, расположенными над полупрозрачным диском радиусом $R=2\lambda$. Распределения коэффициентов отражения $\eta_\rho(\rho)=\eta_\varphi(\rho)$ и прохождения $\tau_\rho(\rho)=\tau_\varphi(\rho)$ по поверхности диска представлены на рис. 27.

Диаграмма рассеяния меридиональной компоненты $H_\theta^z(\theta, \varphi)$ тороидальной волны, создаваемой кольцевым синфазным азимутальным электрическим током, расположенным над полупрозрачным диском на расстоянии $h=0.4\lambda$, представлена на рис. 28.

Диаграммы рассеяния тороидальной волны, создаваемой кольцевым азимутальным магнитным током с одной вариацией по азимутальному углу, расположенным на расстоянии $h=0.05\lambda$ над плоскостью диска, в E -плоскости $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi=0)$ и H -плоскости $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi=\pi/2)$ представлены на рис. 29 и 30.

Диаграммы рассеяния тороидальной волны, создаваемой кольцевым азимутальным электрическим током с одной вариацией по азимутальному углу, расположенным на расстоянии $h=0.4\lambda$ над плоскостью диска, в E -плоскости $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi=\pi/2)$ и H -плоскости $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi=0)$ представлены на рис. 31 и 32.

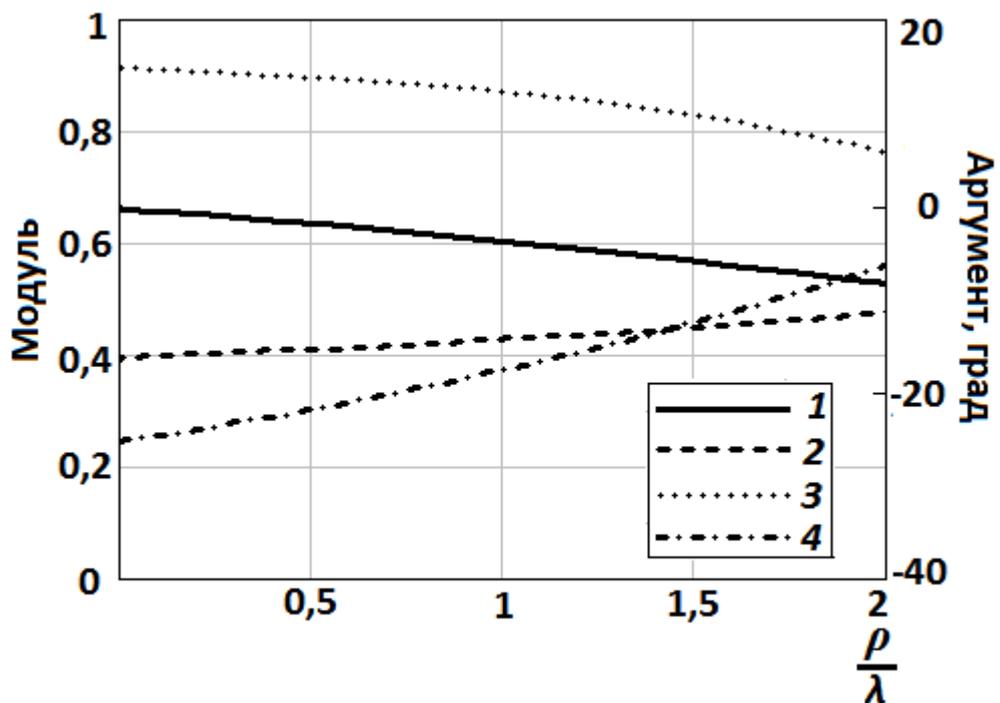


Рис. 27. Распределение коэффициентов отражения и прохождения: 1 – модуль коэффициента отражения; 2 – модуль коэффициента прохождения; 3 – аргумент коэффициента отражения; 4 – аргумент коэффициента прохождения.

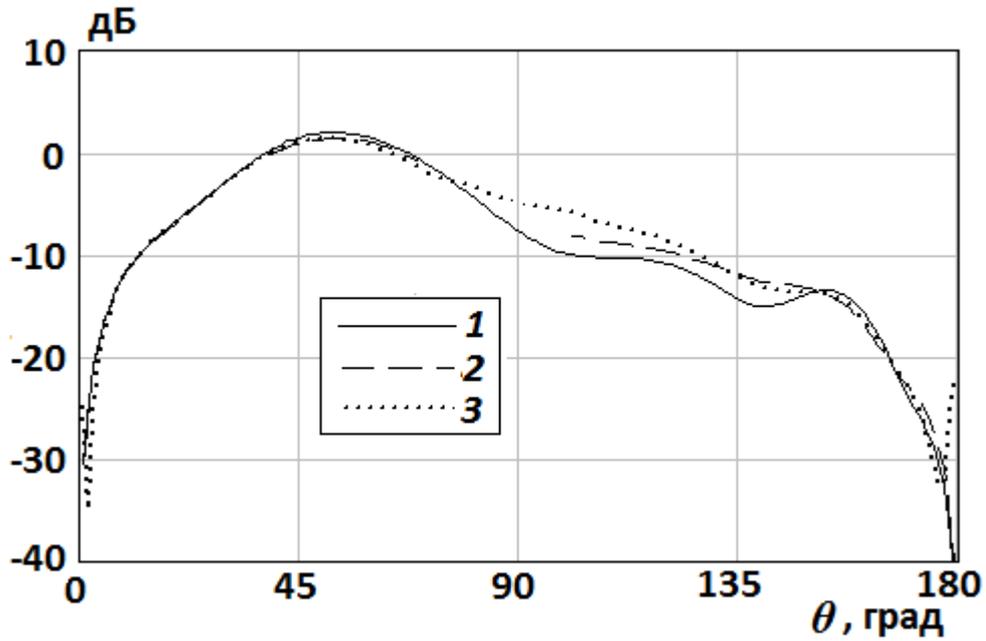


Рис. 28. Диаграмма рассеяния тороидальной волны, создаваемой расположенным над диском кольцевым синфазным азимутальным электрическим током: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотические формулы (2.16) и (2.11) вблизи и вдали от оси, соответственно.

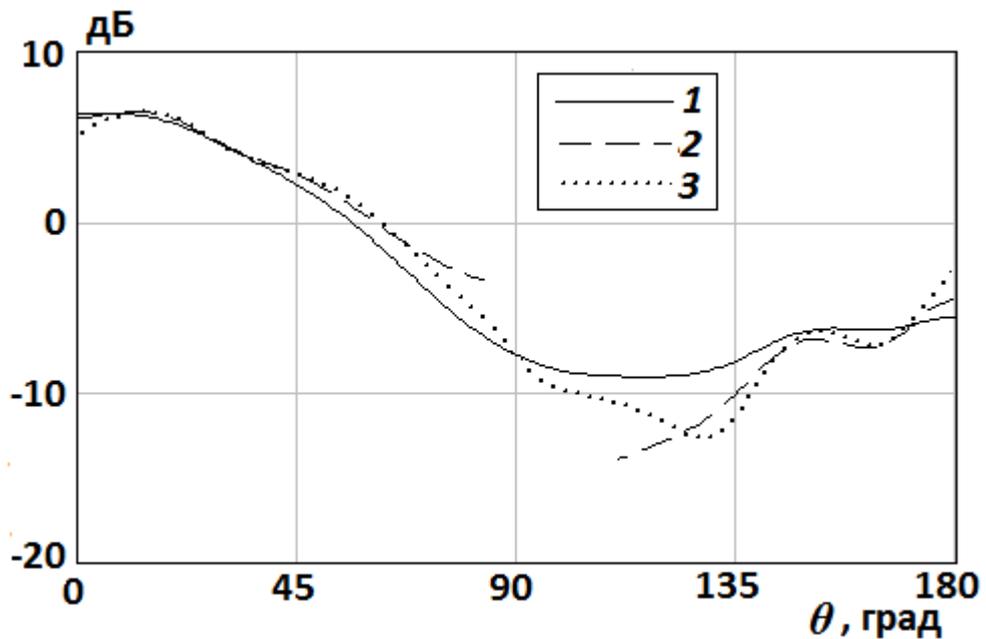


Рис. 29. Диаграмма рассеяния тороидальной волны, создаваемой расположенным над диском кольцевым азимутальным магнитным током с одной вариацией по азимутальному углу, в E -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотические формулы (2.17) и (2.12) вблизи и вдали от оси, соответственно.

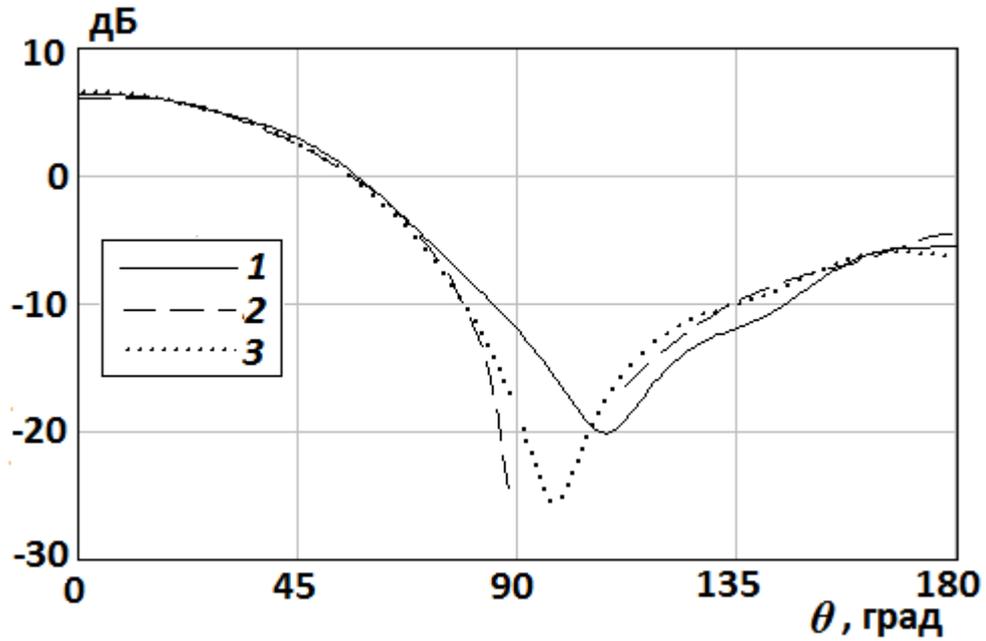


Рис. 30. Диаграмма рассеяния тороидальной волны, создаваемой расположенным над диском кольцевым азимутальным магнитным током с одной вариацией по азимутальному углу, в H -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотические формулы (2.16) и (2.11) вблизи и вдали от оси, соответственно.

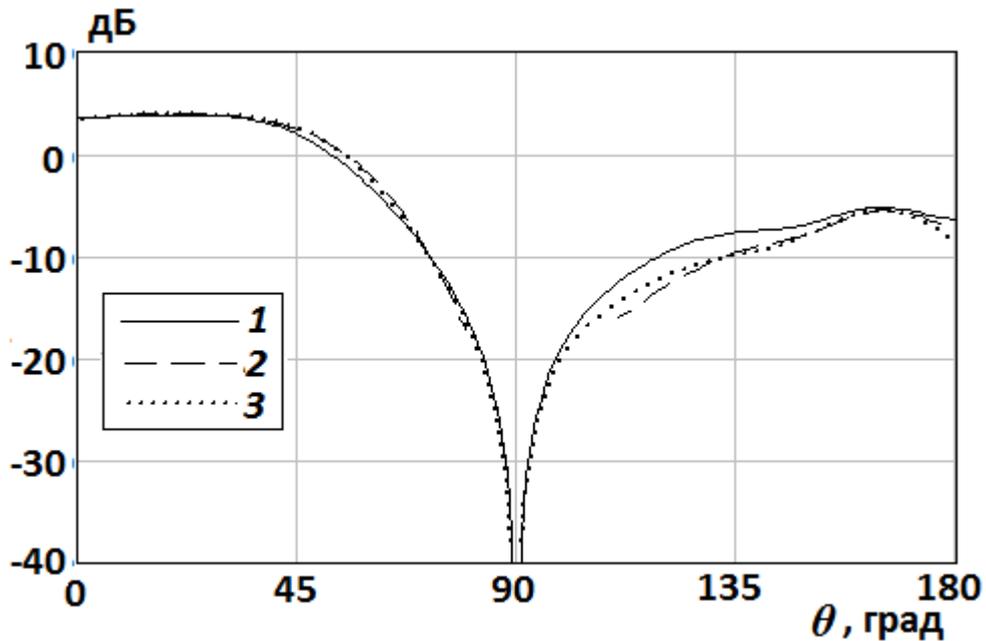


Рис. 31. Диаграмма рассеяния тороидальной волны, создаваемой расположенным над диском кольцевым азимутальным электрическим током с одной вариацией по азимутальному углу, в E -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотические формулы (2.17) и (2.12) вблизи и вдали от оси, соответственно.

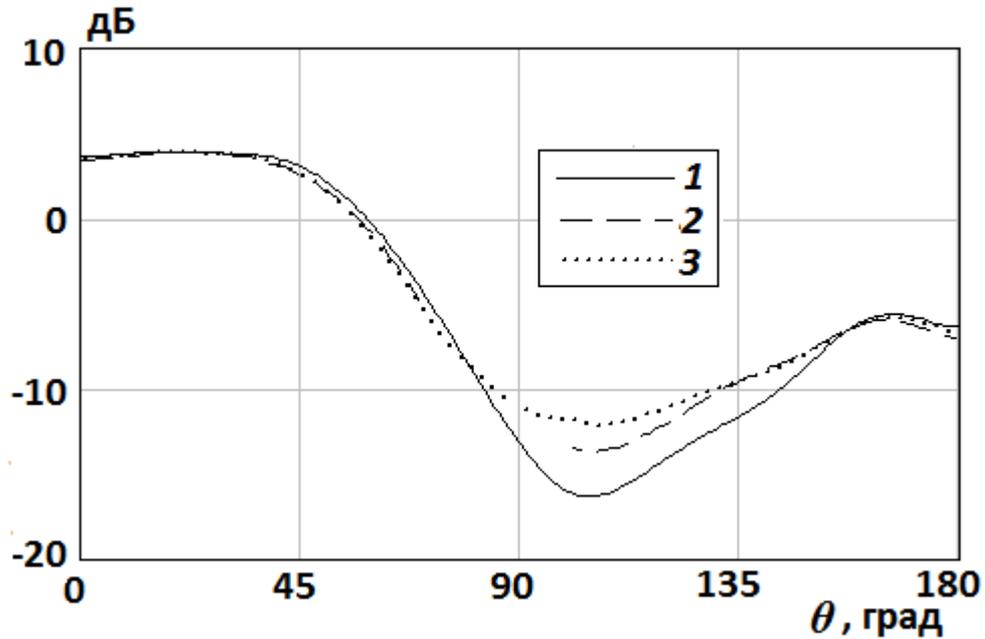


Рис. 32. Диаграмма рассеяния тороидальной волны, создаваемой расположенным над диском кольцевым азимутальным электрическим током с одной вариацией по азимутальному углу, в H -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения; 2 и 3 – асимптотические формулы (2.16) и (2.11) вблизи и вдали от оси, соответственно.

Из графиков на рис. 28-32 следует, что асимптотические формулы (2.16), (2.17) для расчета поля вблизи оси описывают диаграмму рассеяния в диапазоне углов $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ и $150^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$. Асимптотические формулы (2.11), (2.12) для расчета поля вдали от оси описывают диаграмму рассеяния в секторе углов $10^\circ \leq \theta \leq 165^\circ$. Таким образом, диаграммы рассеяния, построенные по асимптотическим формулам вблизи и вдали от оси, перекрываются в секторе углов $10^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ и $150^\circ \leq \theta \leq 165^\circ$. Из анализа численных результатов, которые не приведены в данном параграфе, следует, что при увеличении радиуса диска сектор углов перекрытия асимптотических формул вблизи и вдали от оси расширяется и смещается к оси. При увеличении радиуса кольцевого тока сектор перекрытия сужается вследствие сближения границ «свет-тень» с осью диска.

Выводы

В разделе приведены асимптотические формулы для расчета диаграммы рассеяния тороидальной волны общего вида на идеально проводящем и полупрозрачном диске для углов наблюдения вдали и вблизи от оси.

Сравнение графиков диаграмм рассеяния векторной тороидальной волны полупрозрачным и идеально проводящим диском различными методами показало, что расчеты по асимптотическим формулам вблизи и вдали от оси диска перекрываются. Таким образом, асимптотические формулы позволяют рассчитать диаграмму рассеяния во всем секторе углов наблюдения. С увеличением диаметра источника тороидальной волны при неизменном диаметре диска сектор перекрытия сужается вследствие сближения границ «свет-тень» с осью диска.

Относительная погрешность асимптотических формул для диаграммы рассеяния на идеально проводящем диске менее 2 дБ для радиусов диска более 2λ и радиусах источника тороидальной волны $0 \leq a \leq \lambda/4$. При дальнейшем увеличении радиуса источника точность уменьшается. Для случая, когда радиус диска равен 0.5λ и радиус источника лежит в диапазоне $0 \leq a \leq \lambda/4$, асимптотические формулы описывают диаграмму рассеяния с относительной погрешностью менее 4 дБ во всем секторе углов наблюдения.

Данный раздел написан по материалам, опубликованным в [110-115].

Раздел 3. Анализ и оптимизация характеристик излучения осесимметричных слабонаправленных антенн с круглыми экранами

Введение

Слабонаправленные осесимметричные антенны в ряде применений устанавливаются на экраны для уменьшения обратного излучения. В качестве слабонаправленных антенн используются рамочная антенна, монополь, открытый конец круглого волновода и пэтч-антенна. Излучение таких антенн с круглыми экранами исследовалось в [1-39]. В частности, исследование монополя с металлическим, импедансным и полупрозрачным экраном с изотропным резистивным импедансом произведено в [1-21], [30] и [37], соответственно. Исследование пэчча с металлическим, импедансным, поглощающим и полупрозрачным экраном произведено в [22-26], [29, 31, 34, 35], [36] и [33, 38, 39], соответственно. Исследование излучения открытого конца круглого волновода с металлическим и импедансным экраном произведено в [27, 28] и [32], соответственно.

Асимптотические формулы для расчета рассеянного поля монополя на идеально проводящем диске получены в [2-4, 17]. В работах [27] и [28] были получены асимптотические формулы в приближении РГТД для диаграмм излучения из открытого конца круглого волновода с металлическим экраном волноводных мод TM_{01} и TE_{11} , соответственно

В данной главе асимптотическая теория рассеяния тороидальной векторной волны на идеально проводящем и полупрозрачном диске используется для определения диаграммы направленности слабонаправленных осесимметричных антенн с дисковыми экранами. Рассматриваются четыре типа слабонаправленных антенн – рамочная антенна, монополь, открытый конец круглого волновода и пэтч-антенна. Представлены формулы для расчета ДН таких антенн, а также результаты расчета указанных типов антенн с идеально проводящим и полупрозрачным экраном различными методами. Проведено сопоставление с результатами расчета строгими методами и известными результатами. Для пэтч-антенны с экраном производится оптимизация прозрачности диска для минимизации обратного излучения.

3.1 Излучение рамочной антенны

Рассмотрим рамочную антенну радиусом a , выполненную из цилиндрического проводника радиусом a_r , которая возбуждается двухпроводной линией через отверстия в экране радиусом R и расположена на расстоянии h от его поверхности (рис. 33). Будем пренебрегать токами двухпроводной линии и током, текущим поперек проводника рамки. Т.е. по рамочной

антенне протекает электрический ток, который можно считать кольцевым азимутальным электрическим током бегущей волны амплитуды I_e^φ , распределение которого в свободном пространстве запишется в виде

$$\mathbf{j}_e^\varphi(\rho, \varphi, z) = I_e^\varphi \delta(\rho - a) \delta(z) e^{i\varphi} \boldsymbol{\varphi}_0. \quad (3.1)$$

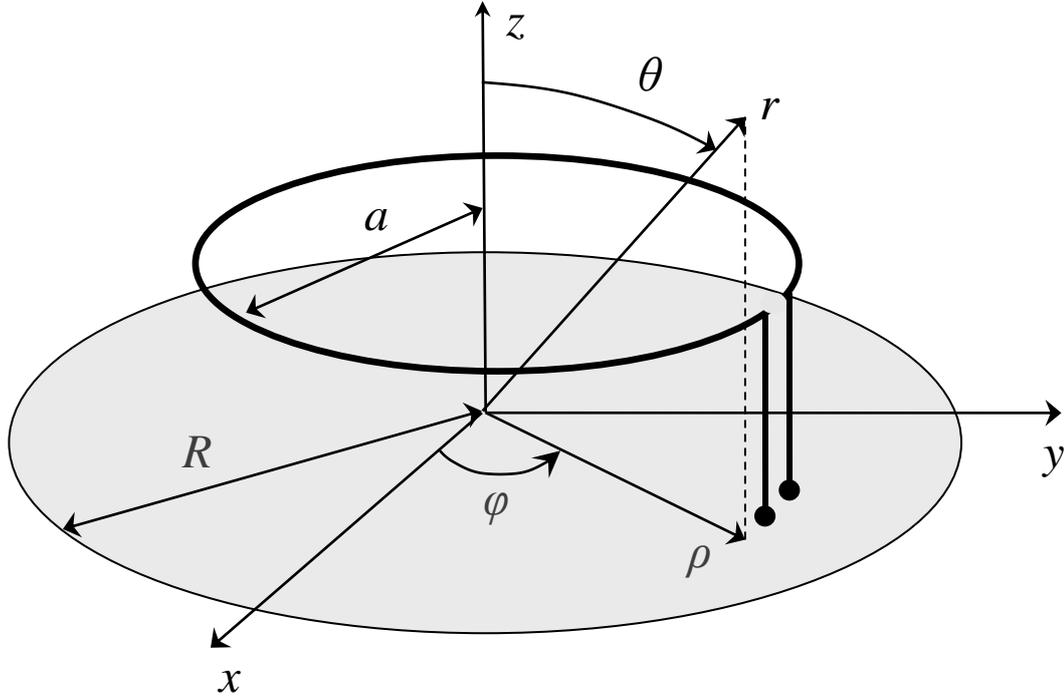


Рис. 33. Рамочная антенна над экраном.

Тогда в качестве ДН рамочной антенны можно считать ДН с компонентами

$$\begin{aligned} H_\theta(\theta, \varphi) &= i \frac{I_e^\varphi ka}{4} e^{i\varphi} [J_0(k a \sin \theta) - J_2(k a \sin \theta)], \\ H_\varphi(\theta, \varphi) &= -\frac{I_e^\varphi ka}{4} \cos \theta e^{i\varphi} [J_0(k a \sin \theta) + J_2(k a \sin \theta)] \end{aligned} \quad (3.2)$$

Проведем расчет коэффициента усиления (КУ) рамочной антенны радиусом $a = \lambda/2\pi$ и радиусом проводника $a_r = 0.05\lambda$, расположенной на расстоянии $h = 0.75\lambda$ над металлическим и полупрозрачным экраном радиусом $R = 2\lambda$ методом конечных элементов и с использованием асимптотических формул, полученных в разделе 2. Соответствующие диаграммы направленности рамочной антенны, расположенной над идеально проводящим диском, в E -плоскости $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi = 0)$ и H -плоскости $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi = 0)$ представлены на рис. 34 и 35, соответственно. Диаграммы направленности рамочной антенны, расположенной над полупрозрачным диском, в E -плоскости $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi = 0)$ и H -плоскости $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi = 0)$ представлены

на рис. 36 и 37, соответственно. Распределения коэффициентов отражения $\eta_\rho(\rho)=\eta_\varphi(\rho)$ и прохождения $\tau_\rho(\rho)=\tau_\varphi(\rho)$ на поверхности диска представлены на рис. 27.

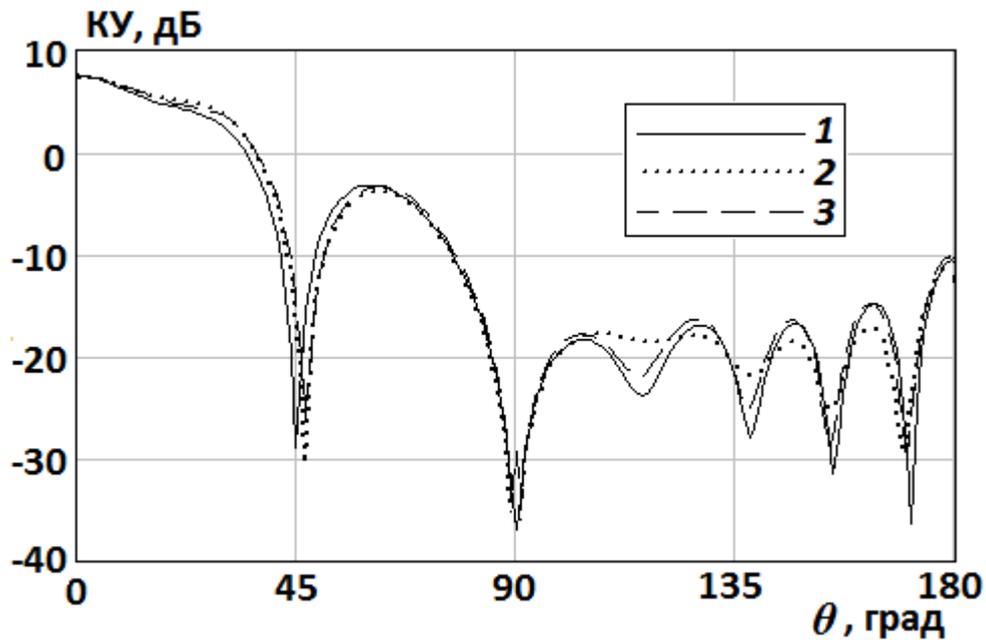


Рис. 34. ДН расположенной над идеально проводящим диском рамочной антенны в E -плоскости: 1 – расчет методом конечных элементов; 2 – асимптотические формулы (2.12), (2.17) в приближении Кирхгофа; 3 – асимптотические формулы (2.15), (2.22) в приближении ФТД.

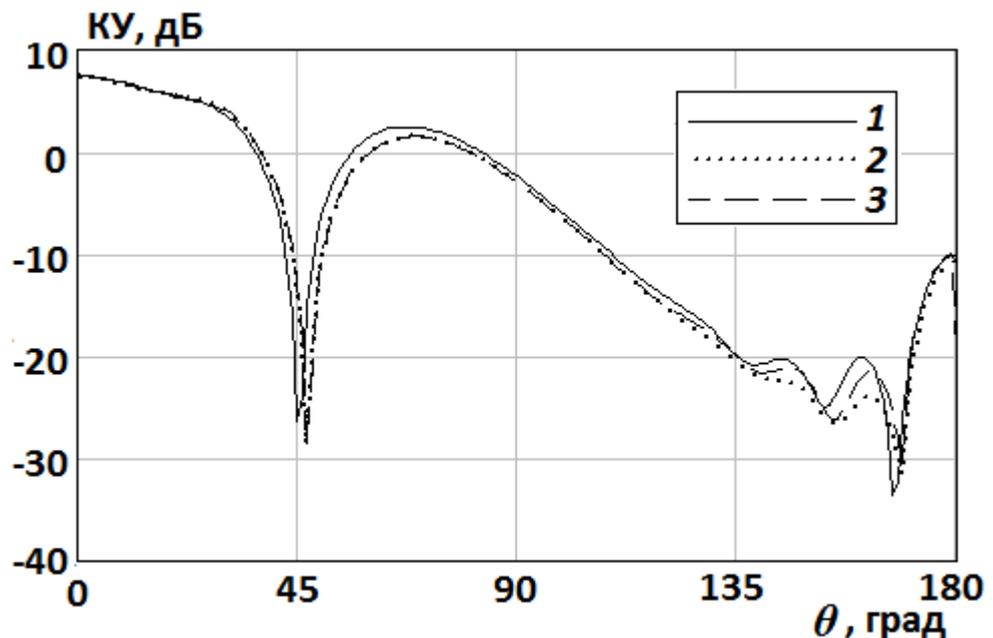


Рис. 35. ДН расположенной над идеально проводящим диском рамочной антенны в H -плоскости: 1 – расчет методом конечных элементов; 2 – асимптотические формулы (2.11), (2.16) в приближении Кирхгофа; 3 – асимптотические формулы (2.14), (2.21) в приближении ФТД.

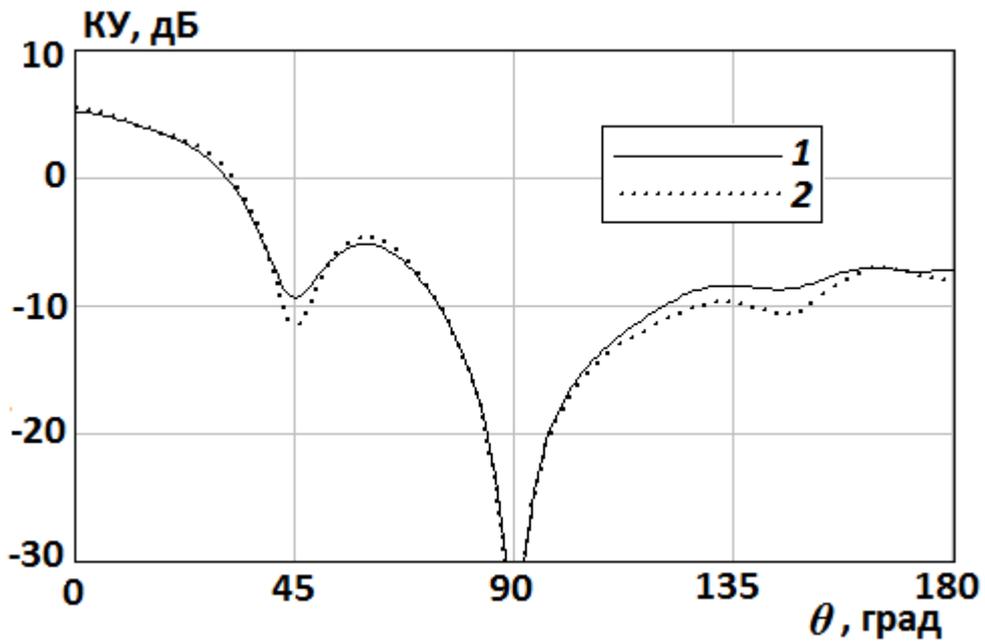


Рис. 36. ДН расположенной над полупрозрачным диском рамочной антенны в E -плоскости: 1 – расчет методом конечных элементов; 2 – асимптотические формулы (2.12), (2.17).

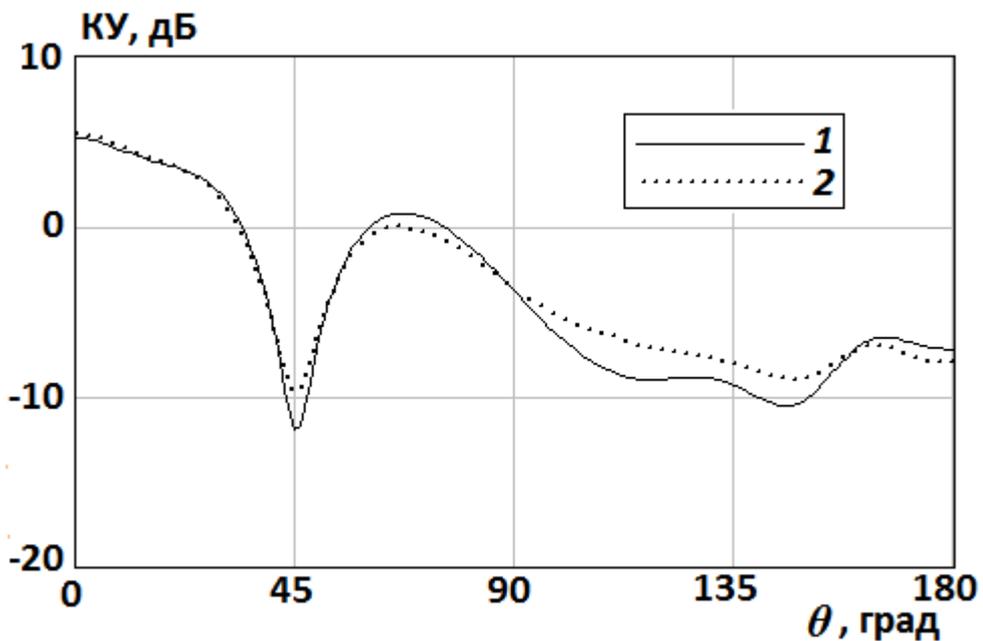


Рис. 37. ДН расположенной над полупрозрачным диском рамочной антенны в H -плоскости: 1 – расчет методом конечных элементов; 2 – асимптотические формулы (2.11), (2.16).

На рис. 34-37 видно, что асимптотические формулы описывают ДН рамочной антенны с идеально проводящим и полупрозрачным экраном во всем секторе углов наблюдения. Также из графиков 34, 35 видно, что относительная погрешность асимптотических формул ДН в приближении Кирхгофа на 1 дБ выше, чем приближения ФГД для идеально проводящего экрана.

Используя асимптотические выражения (2.22) для рассеянного поля вблизи оси, запишем асимптотическое выражение в приближении ФТД для коэффициента обратного излучения $K_{OI} = \left| H_\varphi^\Sigma(\theta=0, \varphi) / H_\varphi^\Sigma(\theta=\pi, \varphi) \right|$ рамочной антенны, расположенной над идеально проводящим диском радиусом R на расстоянии h от его плоскости:

$$K_{OI} = \left| 8i \sin(kh) e^{ik\sqrt{R^2+h^2}} \frac{\sqrt{R^2+h^2}}{R} \times \right. \quad (3.3)$$

$$\left. \times (V_{e0} \sin\theta^s [J_0(ka \cos\theta^s) + J_2(ka \cos\theta^s)] + V_{m0} [J_0(ka \cos\theta^s) - J_2(ka \cos\theta^s)])^{-1} + 1 \right|,$$

где

$$V_{e0} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \frac{1}{2} \left(\left[\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta^s}{2}\right) \right]^{-1} + \left[\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta^s}{2}\right) \right]^{-1} \right) + \frac{2}{\cos\theta^s},$$

$$V_{m0} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \frac{1}{2} \left(\left[\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta^s}{2}\right) \right]^{-1} - \left[\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta^s}{2}\right) \right]^{-1} \right) + \frac{2 \sin\theta^s}{\cos\theta^s}.$$

На рис. 38 представлен график зависимости K_{OI} рамочной антенны от радиуса диска. На графике представлены результаты расчета по асимптотической формуле (3.3), а также результаты, полученные методом конечных элементов для рамочной антенны. На рисунке радиус диска представлен в долях длины волны.

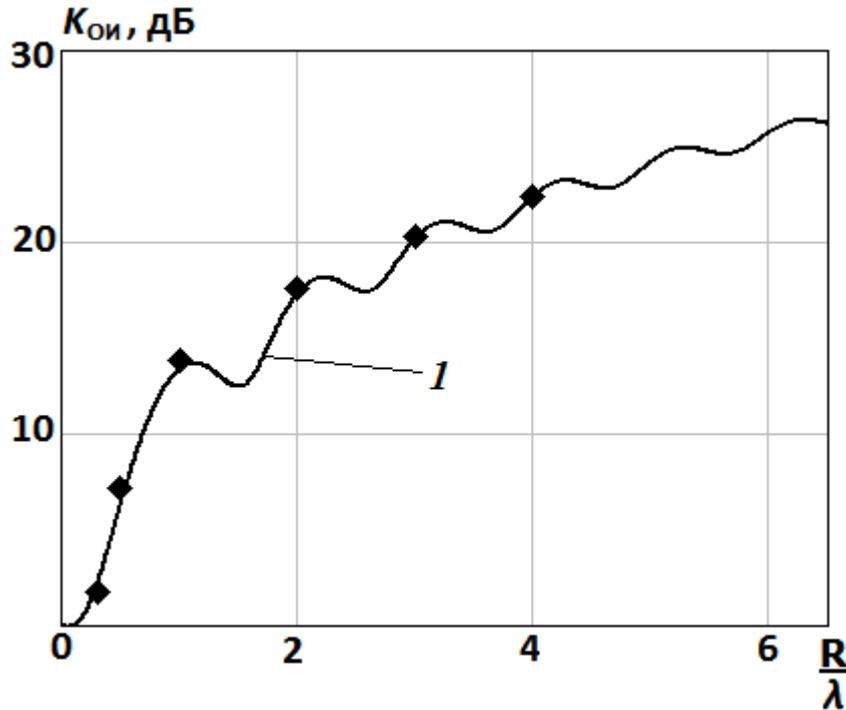


Рис. 38. Коэффициент обратного излучения рамочной антенны: 1 – асимптотическая формула (3.3); точки – расчет методом конечных элементов.

Из графика на рис. 38 видно, что $K_{0и}$ рамочной антенны, расположенной над идеально проводящим диском, почти монотонно возрастает с увеличением радиуса диска. Из формулы (3.3) следует, что $K_{0и}$ стремится к бесконечности при $R \rightarrow \infty$. Это связано с тем, что амплитуда поля рамочной антенны на кромке диска уменьшается как R^{-2} , а амплитуда рассеянного диском поля вблизи оси увеличивается пропорционально R . Асимптотическое выражение (3.3) определяет данный коэффициент с точностью менее 0,3 дБ.

3.2 Излучение монополя

Рассмотрим монополь, выполненный в виде металлического цилиндра радиусом a и длины L_m (рис. 39), расположенного в центре экрана радиусом R и возбуждающегося через коаксиальный кабель. В первом приближении предположим, что по поверхности монополя вдоль его оси протекает электрический ток амплитуды I_e^z , распределение которого вдоль проводника имеет вид [17]:

$$\mathbf{j}_e^m(\rho, z) = I_e^z \delta(\rho - a) \cos\left(\frac{z\pi}{2L_m}\right) \text{ при } 0 < z < L_m. \quad (3.4)$$

В силу того, что поле такого тока в ближней зоне не является тороидальной волной, заменим непрерывный ток набором дискретных осевых азимутальных токов:

$$\mathbf{j}_e^m(\rho, z) = I_e^z \delta(\rho - a) \sum_{n=1}^N \cos\left(\frac{(n-1)\pi}{2N}\right) \delta\left(z - \frac{(n-1)L_m}{N}\right) \mathbf{z}_0, \quad (3.5)$$

и будем искать асимптотические выражение ДН монополя с экраном как суперпозицию ДН, создаваемых каждым кольцевым током $\mathbf{j}_e^z(\rho, z) = \delta(\rho - a) \delta(z - h) \mathbf{z}_0$ из (3.5). Диаграмма направленности такого кольцевого осевого тока в свободном пространстве имеет вид

$$H_\varphi(\theta) = i \frac{ka}{2} \sin \theta J_0(ka \sin \theta) e^{ikh \cos \theta}. \quad (3.6)$$

Рассмотрим результаты расчета КУ монополя радиусом $a=0.025\lambda$ и длины $L_m=0.25\lambda$, расположенного на экране радиусом $R=2\lambda$, выполненные методом конечных элементов и с использованием асимптотических формул из раздела 2 для трех кольцевых токов ($N=3$ в формуле (3.5)). Диаграммы направленности монополя с идеально проводящим экраном представлены на рис. 40. Также на рисунке приводятся результаты расчета ДН по асимптотическим формулам из работы [17]. Диаграммы направленности монополя с полупрозрачным экраном, представлены на рис. 42. Распределения модулей коэффициентов отражения $\eta_\rho(\rho)=\eta_\varphi(\rho)$ и прохождения $\tau_\rho(\rho)=\tau_\varphi(\rho)$ по поверхности экрана представлены на рис. 41. Фаза коэффициентов равна нулю.

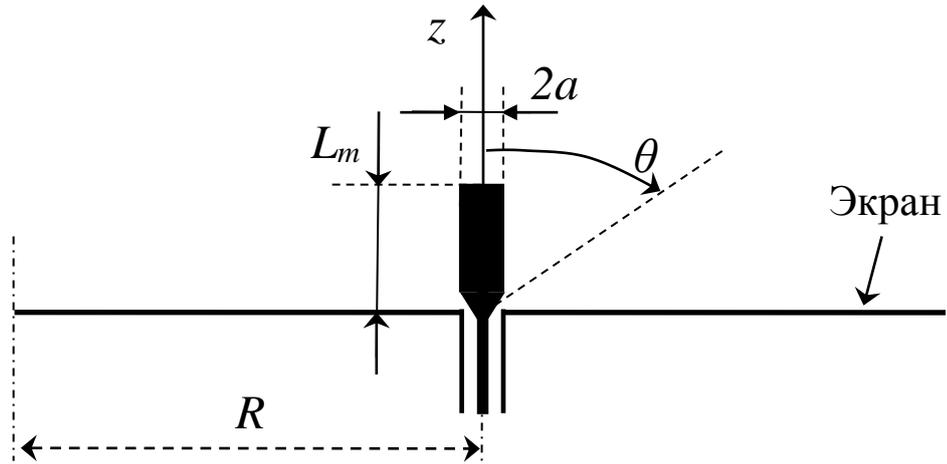


Рис. 39. Монополь на оси экрана.

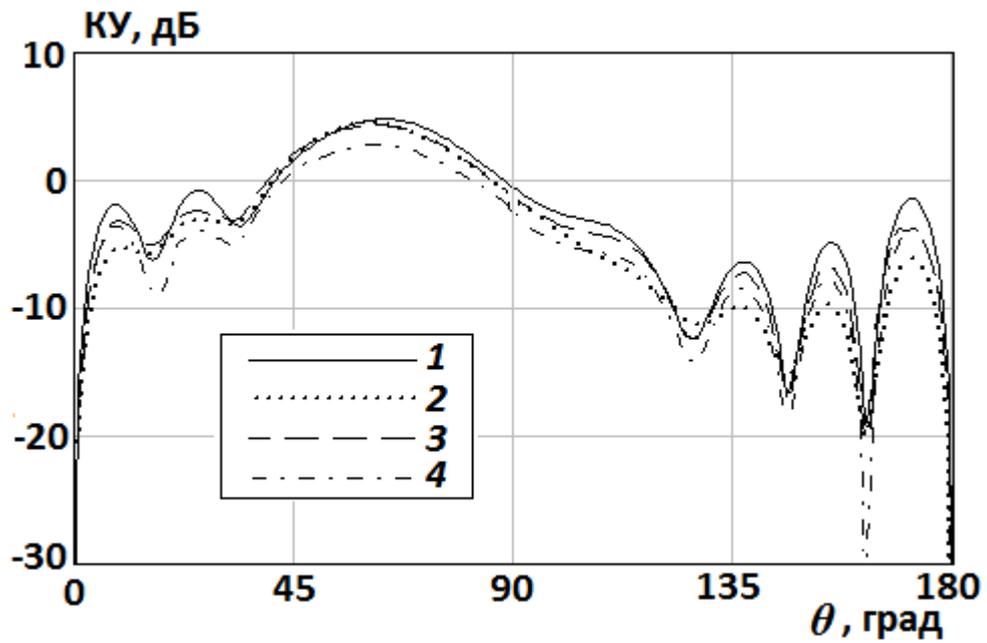


Рис. 40. ДН монополя с идеально проводящим экраном: 1 – расчет методом конечных элементов; 2 – асимптотические формулы (2.12), (2.17) в приближении Кирхгофа; 3 – асимптотические формулы (2.15), (2.22) в приближении ФТД; 4 – асимптотические формулы из работы [17].

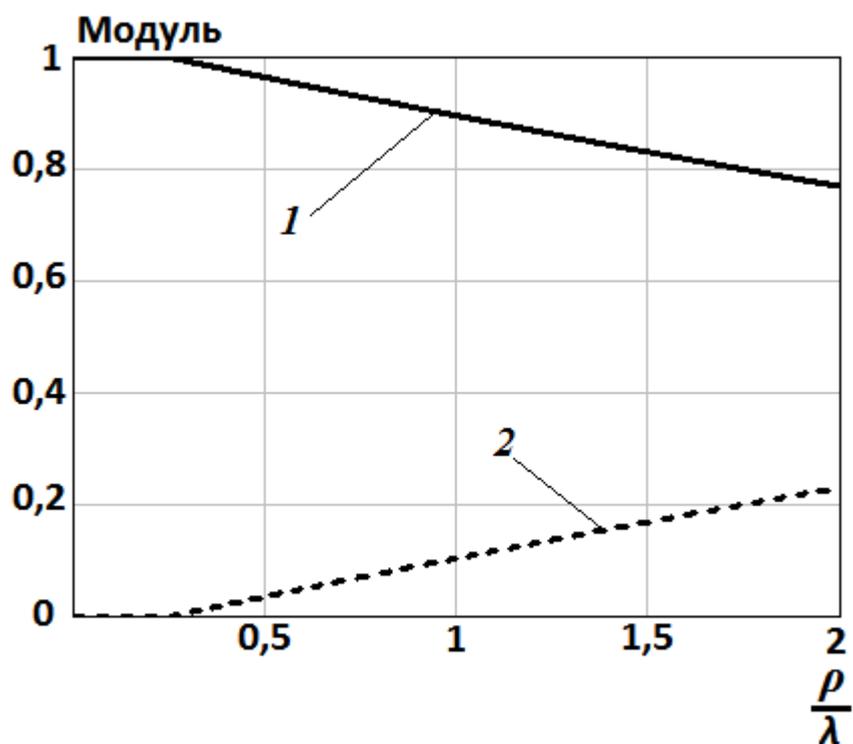


Рис. 41. Распределение модуля коэффициентов отражения и прохождения: 1 – модуль коэффициента отражения; 2 – модуль коэффициента прохождения.

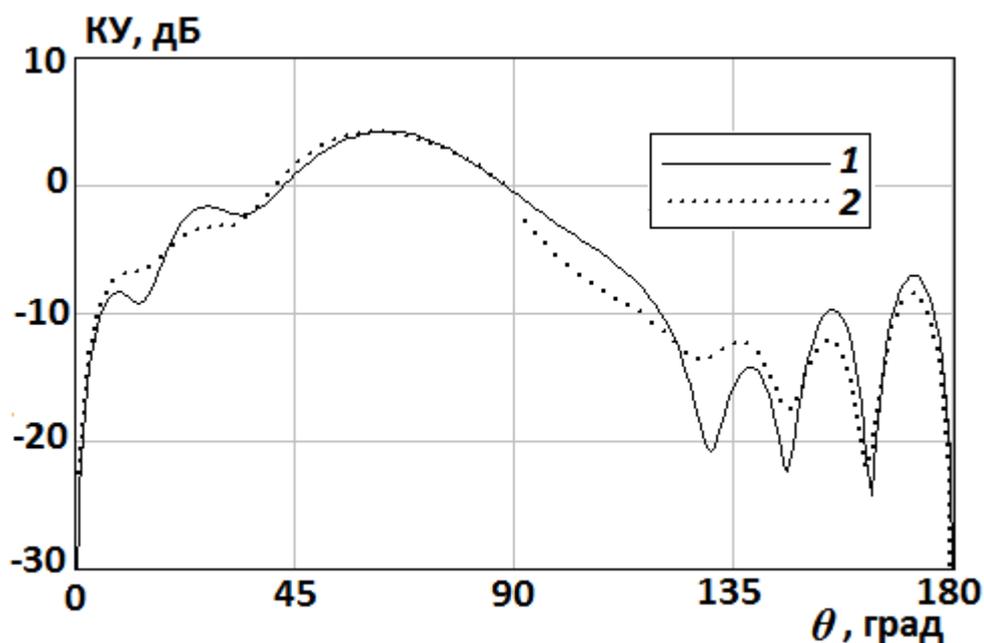


Рис. 42. ДН монополя с полупрозрачным экраном: 1 – расчет методом конечных элементов; 2 – асимптотические формулы (2.12), (2.17) в приближении Кирхгофа.

Результаты сопоставления результатов расчета ДН показывают, что суммы из трех кольцевых токов в выражении (3.5) вполне достаточно для определения ДН монополя. При дальнейшем увеличении N точность ДН существенно не улучшается.

Из графиков на рис. 40, 42 также видно, что относительная погрешность асимптотических формул для ДН для идеально проводящего экрана в приближении Кирхгофа на 2 дБ больше, чем в приближении ФТД. Из графика на рис. 40 видно, что для углов $10^\circ \leq \theta \leq 165^\circ$ относительная погрешность асимптотических формул (2.15), (2.22) в приближении ФТД на 1 дБ меньше, чем асимптотических формул из работы [17]. Это связано с тем, что в работе [17] приводятся асимптотические формулы для точечного монополя, расположенного в центре экрана и имеющего при расположении на бесконечном экране ДН вида

$$H_\varphi(\theta) = \frac{iW_0 [\cos(kL_m \cos\theta) - \cos(kL_m)]}{2\pi \sin(kL_m) \sin\theta}. \quad (3.7)$$

3.3 Излучение открытого конца круглого волновода

Рассмотрим излучение моды H_{11} из открытого конца круглого волновода радиусом a и длины L_{wg} , выступающего над экраном радиусом R на высоту h (рис. 43).

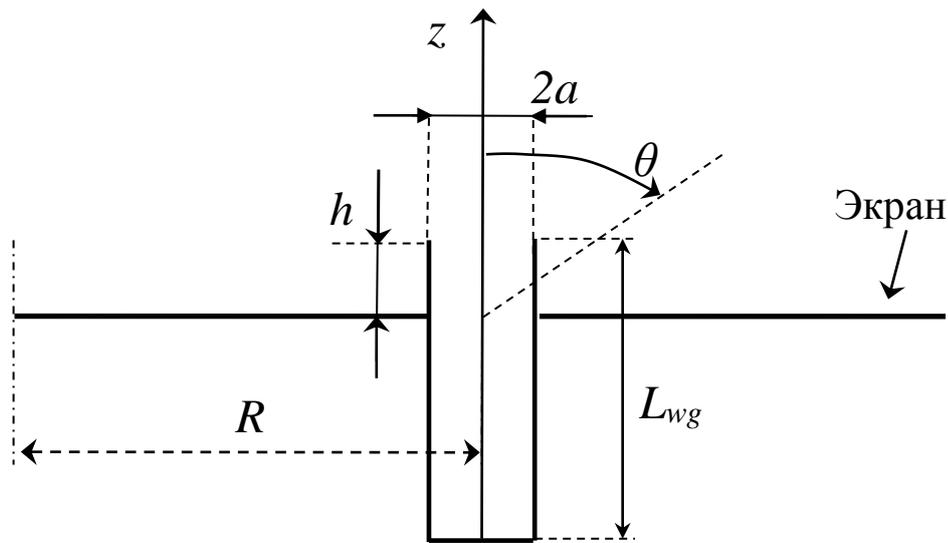


Рис. 43. Круглый волновод с экраном.

Рассмотрим отдельно два случая: $h > 0$ и $h = 0$. В первом случае, когда открытый конец волновода приподнят над экраном, в качестве диаграммы направленности тороидальной волны используем асимптотические выражения из работы [116]:

$$\begin{aligned}
H_\theta(\theta, \varphi) &= \begin{cases} \frac{\pi a \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [J_0(k a \sin\theta) - J_2(k a \sin\theta)] \left[1 + \Delta^2 \left[\tan\left(\frac{\tilde{\theta}_1}{2}\right) / \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]^2\right]}{\sin\left(\frac{\tilde{\theta}_1}{2}\right) (\cos\theta + \cos\tilde{\theta}_1)} \times \\ \times e^{\tilde{U}(\pi-\theta) + \tilde{U}(\pi-\tilde{\theta}_1)} \cos\varphi, & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{2 \left[1 + \Delta^2 \left[\tan\left(\frac{\tilde{\theta}_1}{2}\right) / \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]^2\right] e^{\tilde{U}(\pi-\theta) + \tilde{U}(\pi-\tilde{\theta}_1)} \cos\varphi}{k \sin\left(\frac{\tilde{\theta}_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) [H_0^{(1)}(k a \sin\theta) - H_2^{(1)}(k a \sin\theta)] (\cos\theta + \cos\tilde{\theta}_1)}, & \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \end{cases}, \\
H_\varphi(\theta, \varphi) &= \begin{cases} i 1.18 \pi k^3 a^4 \Delta \sin\left(\frac{\tilde{\theta}_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [J_0(k a \sin\theta) + J_2(k a \sin\theta)] \sin\varphi e^{U(\pi-\theta) + \tilde{U}(\pi-\tilde{\theta}_1)}, & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ i 1.18 k a^2 \Delta \sin\left(\frac{\tilde{\theta}_1}{2}\right) \sin\varphi \left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\theta H_1^{(1)}(k a \sin\theta)\right]^{-1} e^{U(\pi-\theta) + \tilde{U}(\pi-\tilde{\theta}_1)}, & \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \end{cases}, \quad (3.8)
\end{aligned}$$

где $\tilde{\theta}_1 = \arccos\left[-\frac{\sqrt{k^2 - (1.841/a)^2}}{k}\right]$, $\Delta = \frac{i e^{U(\pi) - \tilde{U}(\pi)}}{2ka}$, и функция Вайнштейна $U = U(s, q)$, $\tilde{U} = U(s, \tilde{q})$

имеет вид

$$U(s, q) = \frac{1}{i2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln\left(1 - e^{i2\pi t - \frac{t^2}{2}}\right) \frac{dt}{t - se^{i\frac{\pi}{4}}},$$

$$s = \sqrt{2ka} \cos\theta, \quad q = \frac{1}{\pi} \text{Arc tan}\left(\frac{N_1(ka)}{J_1(ka)}\right) + \frac{1}{2}, \quad \tilde{q} = \frac{1}{\pi} \text{Arc tan}\left(\frac{N_0(ka) - N_2(ka)}{J_0(ka) - J_2(ka)}\right) - \frac{1}{2},$$

$N_n(x)$ и $H_n^{(1)}(x)$ – функции Неймана и Ханкеля первого рода порядка n от аргумента x , соответственно.

Во втором случае ($h=0$) используем диаграмму излучения моды H_{11} из открытого конца круглого волновода с бесконечным идеально проводящим фланцем, меридиональная и азимутальная компоненты которой имеют вид [117]:

$$H_\theta(\theta, \varphi) = k a \cos\theta \cos\varphi \frac{J_1'(k a \sin\theta)}{1 - \left(\frac{k a \sin\theta}{1.841}\right)^2}, \quad H_\varphi(\theta, \varphi) = \sin\varphi \frac{J_1(k a \sin\theta)}{\sin\theta}. \quad (3.9)$$

Сравним результаты расчета ДН моды H_{11} открытого конца круглого волновода длины $L_{wg} = 6\lambda$, возбуждаемой электрическим диполем, расположенным на оси волновода на расстоянии 1.5λ от его торца, с идеально проводящим экраном радиусом $R = 2\lambda$, полученные методом конечных элементов, численным решением интегрального уравнения методом

моментов, а также результаты расчета с использованием асимптотических формул из раздела 2. Диаграммы направленности моды H_{11} открытого конца круглого волновода радиусом $a=0.38\lambda$ при $h=\lambda$ в E -плоскости $H_{\varphi}^{\Sigma}(\theta, \varphi = \pi/2)$ и H -плоскости $H_{\theta}^{\Sigma}(\theta, \varphi = 0)$ представлены на рис. 44 и 45, соответственно. Диаграммы направленности моды H_{11} открытого конца круглого волновода радиусом $a=0.31\lambda$ при $h=0$ в E -плоскости $H_{\varphi}^{\Sigma}(\theta, \varphi = \pi/2)$ и H -плоскости $H_{\theta}^{\Sigma}(\theta, \varphi = 0)$ представлены на рис. 46 и 47, соответственно. На рис. 46 также приведена кривая, полученная по асимптотическим формулам для ДН вдали от оси из работы [28].

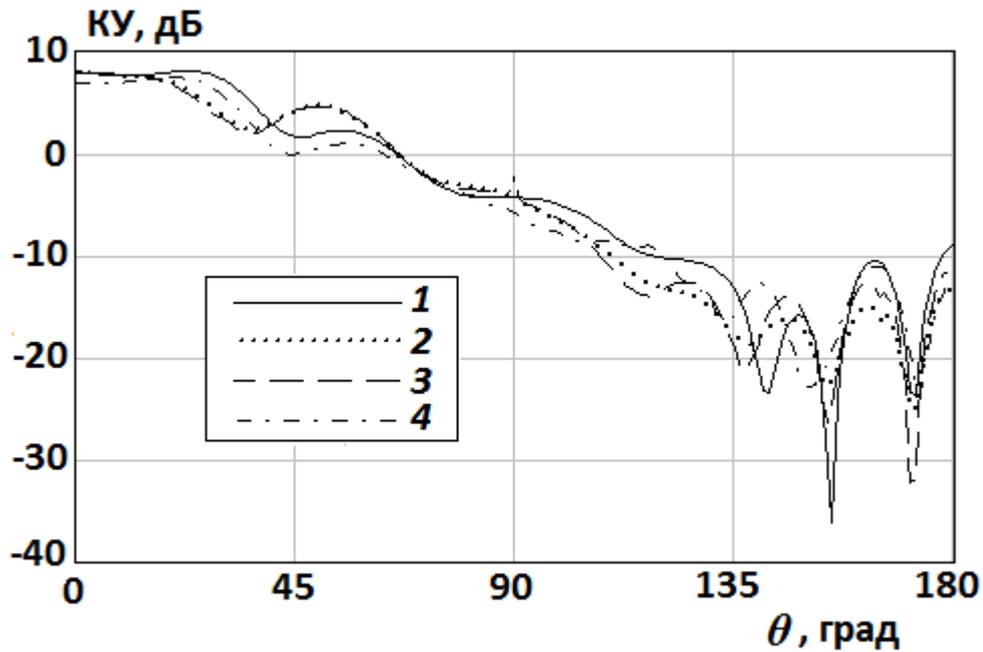


Рис. 44. ДН моды H_{11} открытого конца круглого волновода с экраном в E -плоскости: 1 – численный расчет методом конечных элементов; 2 – асимптотические формулы (2.12), (2.17) в приближении Кирхгофа; 3 – асимптотические формулы (2.15), (2.22) в приближении ФТД; 4 – численное решение интегрального уравнения методом моментов.

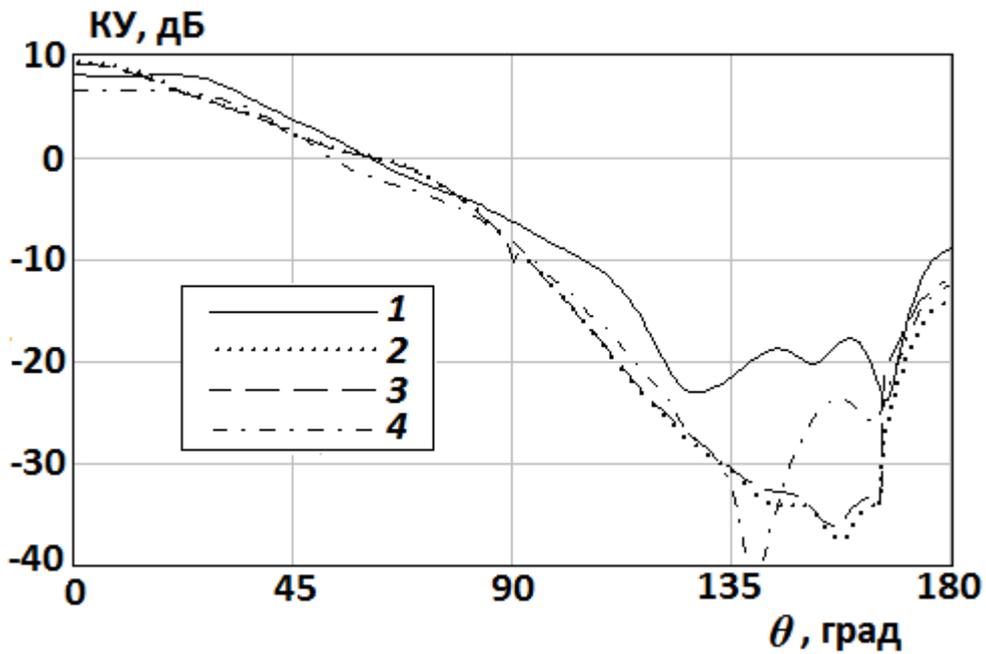


Рис. 45. ДН моды H_{11} открытого конца круглого волновода с экраном в H -плоскости: 1 – численный расчет методом конечных элементов; 2 – асимптотические формулы (2.11), (2.16) в приближении Кирхгофа; 3 – асимптотические формулы (2.14), (2.21) в приближении ФТД; 4 – численное решение интегрального уравнения методом моментов.

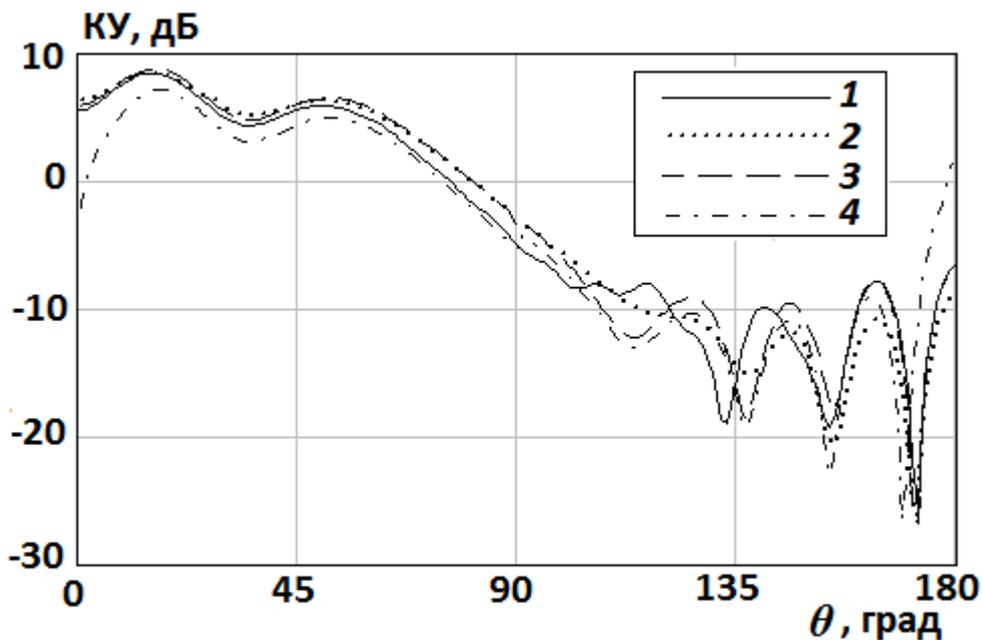


Рис. 46. ДН моды H_{11} открытого конца круглого волновода с фланцем в E -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения методом моментов; 2 – асимптотические формулы (2.12), (2.17) в приближении Кирхгофа; 3 – асимптотические формулы (2.15), (2.22) в приближении ФТД; 4 – асимптотические формулы вдали от оси из работы [28].

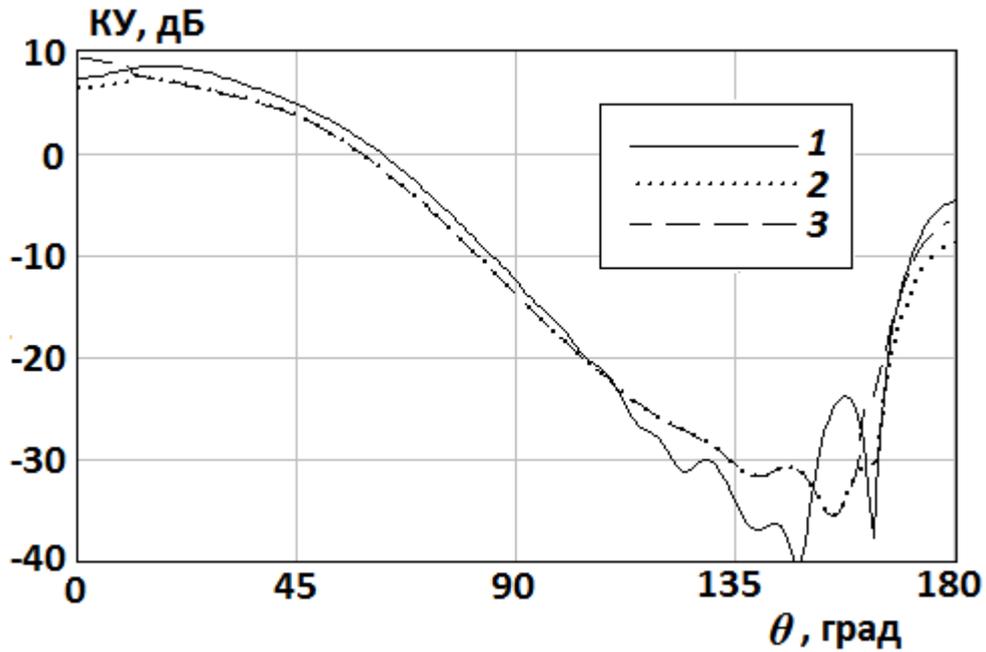


Рис. 47. ДН моды H_{11} открытого конца круглого волновода с фланцем в H -плоскости: 1 – численное решение интегрального уравнения методом моментов; 2 – асимптотические формулы (2.11), (2.16) в приближении Кирхгофа; 3 – асимптотические формулы (2.14), (2.21) в приближении ФТД.

Из графиков на рис. 44-47 видно, что асимптотические формулы описывают ДН открытого конца круглого волновода с экраном. Погрешности вычисления связаны с тем, что формулы (3.8) получены для открытого конца бесконечного круглого волновода в предположении $ka \gg 1$, и их точность уменьшается при $\theta \rightarrow 180^\circ$. Также, ДН в задней полусфере в H -плоскости имеют уровень менее -30 дБ от максимального значения, и в этом случае возможна погрешность численного решения задачи рассеяния методом конечных элементов и численным решением интегрального уравнения методом моментов. При сравнении численных результатов с результатами, полученными по асимптотическим формулам видно, что точность формулы из работы [28] и точность асимптотической формулы (2.15) совпадают.

3.4 Излучение пэтч-антенны

Рассмотрим пэтч-антенну радиусом a , расположенную над экраном радиусом R на расстоянии h , которая возбуждается коаксиальным кабелем (рис. 48). Предполагаем, что расстояние между пэтчем и экраном много меньше длины волны, и в первом приближении считаем, что ДН пэтч-антенны без экрана совпадает с ДН кольцевого магнитного тока с одной азимутальной вариацией амплитуды I_m^φ вида

$$\mathbf{j}_m^\varphi(\rho, \varphi, z) = I_m^\varphi \delta(\rho - a) \delta(z) \cos \varphi \mathbf{e}_\rho, \quad (3.10)$$

Тогда ДН пэтч-антенны имеет следующие компоненты –

$$H_\theta(\theta, \varphi) = -i \frac{I_m^\varphi ka}{4W_0} \cos \theta \sin \varphi [J_0(ka \sin \theta) + J_2(ka \sin \theta)],$$

$$H_\varphi(\theta, \varphi) = -i \frac{I_m^\varphi ka}{4W_0} \cos \varphi [J_0(ka \sin \theta) - J_2(ka \sin \theta)] \quad (3.11)$$

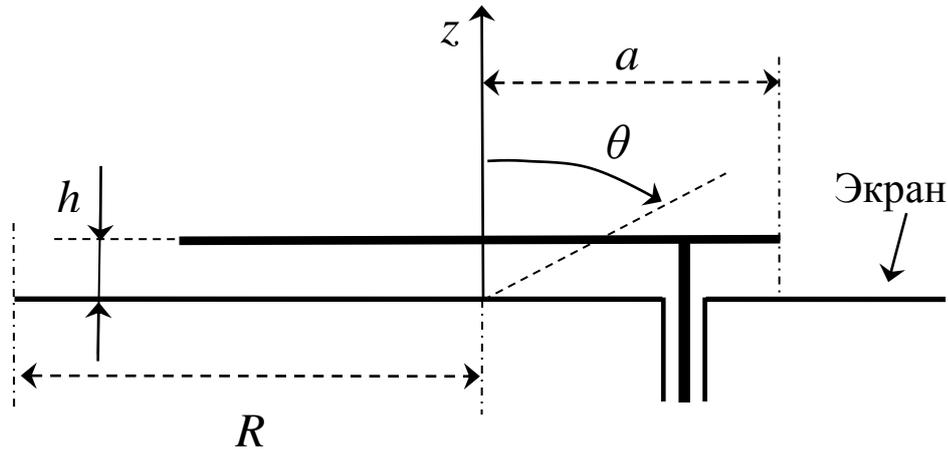


Рис. 48. Пэтч-антенна над экраном.

Рассмотрим результаты расчета КУ пэтч-антенны радиусом $a = \lambda/8$, расположенную над экраном радиусом $R = 2\lambda$ на расстоянии $h = 0.05\lambda$. На графиках представлены результаты расчетов ДН по асимптотическим формулам, полученным в разделе 2, а также результаты расчета пэтч-антенны над диском методом конечных элементов.

Диаграммы направленности пэтч-антенны с идеально проводящим экраном в E -плоскости $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi = 0)$ и H -плоскости $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi = \pi/2)$ представлены на рис. 49 и 50, соответственно. Диаграммы направленности пэтч-антенны с полупрозрачным экраном с распределением модуля коэффициентов отражения $\eta_\rho(\rho) = \eta_\varphi(\rho)$ и прохождения $\tau_\rho(\rho) = \tau_\varphi(\rho)$, представленным на рис. 41, в E -плоскости $H_\varphi^\Sigma(\theta, \varphi = 0)$ и H -плоскости $H_\theta^\Sigma(\theta, \varphi = \pi/2)$ представлены на рис. 51 и 52, соответственно.

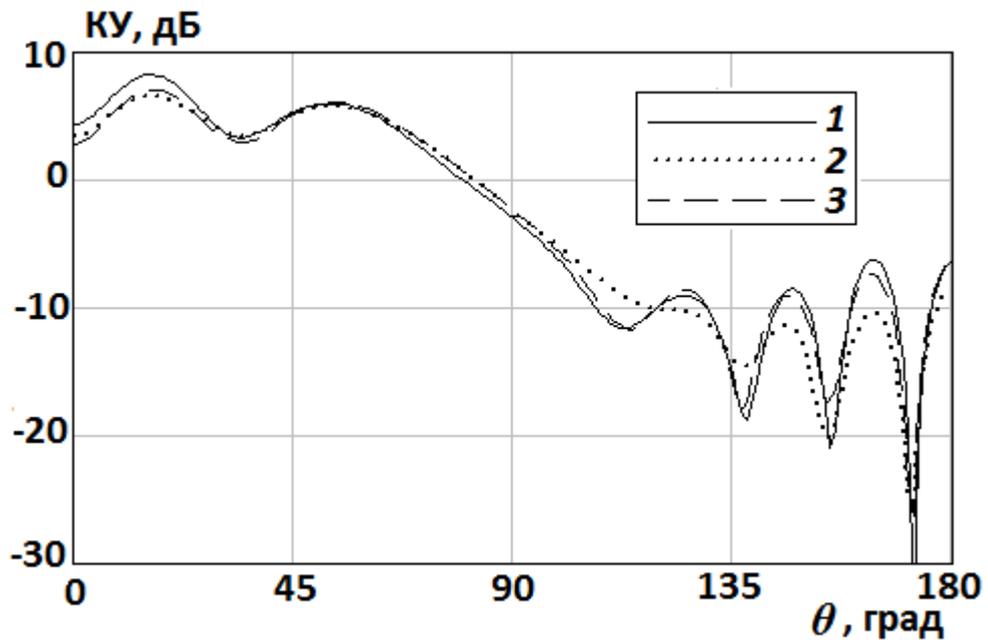


Рис. 49. ДН пэтч-антенны с идеально проводящим экраном в E -плоскости: 1 – расчет методом конечных элементов; 2 – асимптотические формулы (2.12), (2.17) в приближении Кирхгофа; 3 – асимптотические формулы (2.15), (2.22) в приближении ФТД.

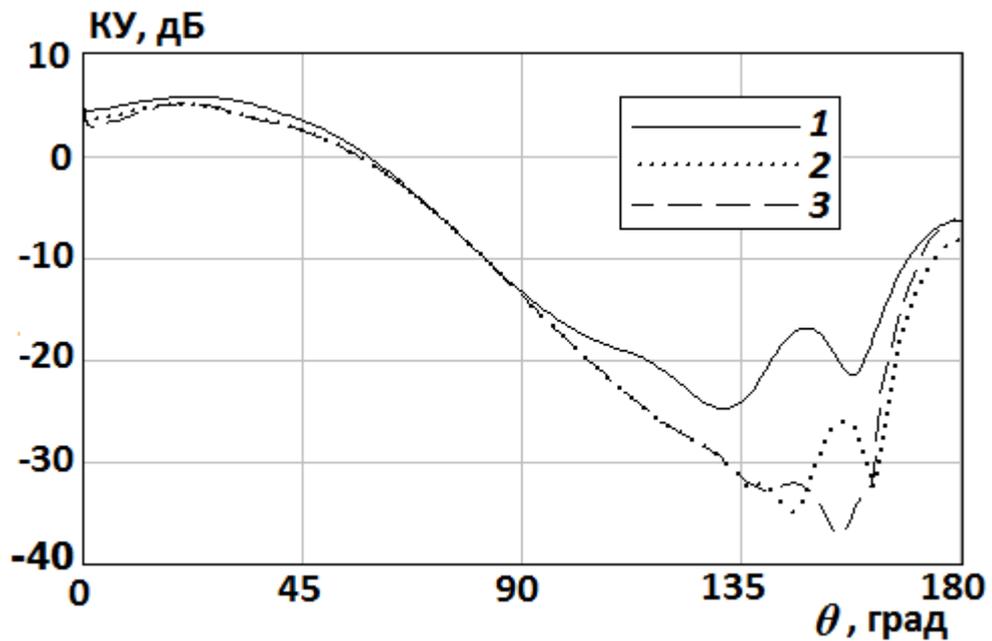


Рис. 50. ДН пэтч-антенны с идеально проводящим экраном в H -плоскости: 1 – расчет методом конечных элементов; 2 – асимптотические формулы (2.11), (2.16) в приближении Кирхгофа; 3 – асимптотические формулы (2.14), (2.21) в приближении ФТД.

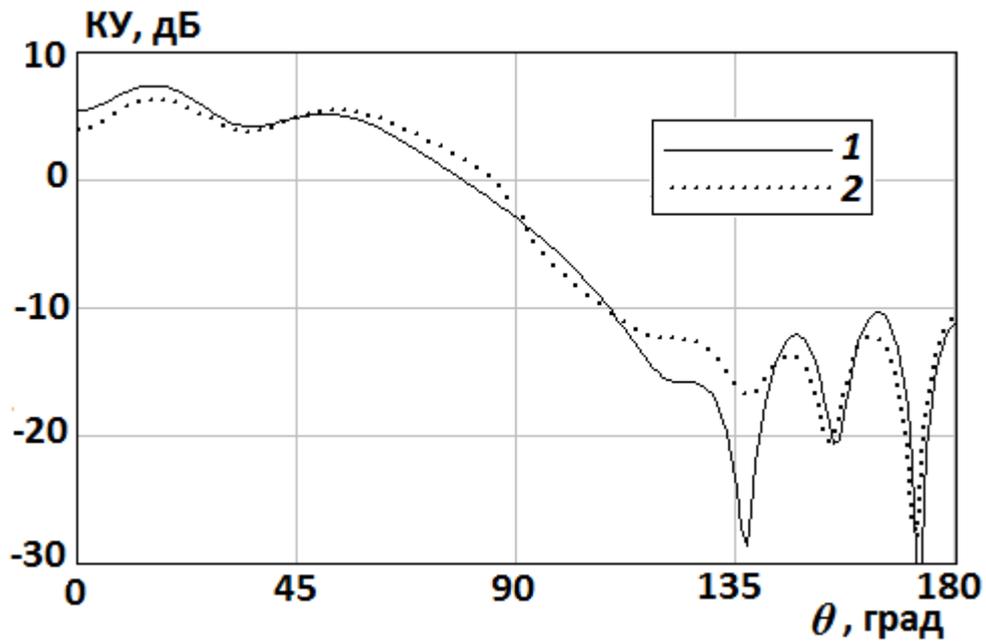


Рис. 51. ДН пэтч-антенны с полупрозрачным экраном в E -плоскости: 1 – расчет методом конечных элементов; 2 – асимптотические формулы (2.12), (2.17) в приближении Кирхгофа.

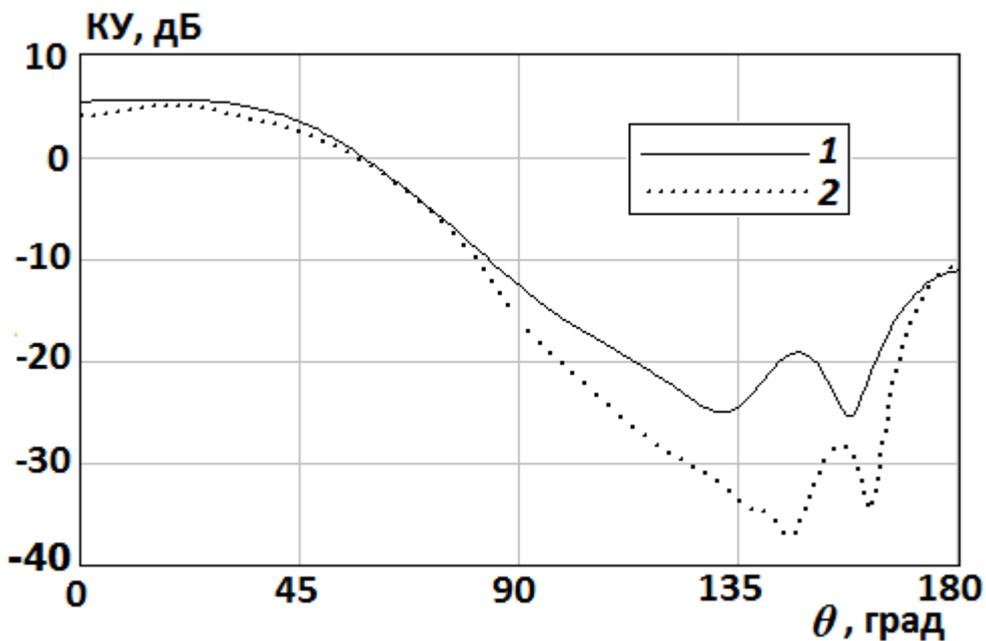


Рис. 52. ДН пэтч-антенны с полупрозрачным экраном в H -плоскости: 1 – расчет методом конечных элементов; 2 – асимптотические формулы (2.11), (2.16) в приближении Кирхгофа.

Из графиков на рис. 49-52 видно, что асимптотические формулы описывают ДН пэтч-антенны с идеально проводящим и полупрозрачным экраном во всем пространстве в E -плоскости. В H -плоскости точность асимптотических ДН пэтч-антенны с идеально проводящим и полупрозрачным экраном в нижней полусфере экрана падает, однако общие закономерности поведения ДН описываются. Также из рис. 49 видно, что относительная погрешность

асимптотических формул ДН в приближении Кирхгофа на 1 дБ выше, чем в приближении ФТД для идеально проводящего диска.

Используя асимптотические выражения для рассеянного поля вблизи оси (2.22), запишем асимптотическое выражение в приближении ФТД для коэффициента обратного излучения пэтч-антенны, расположенной над идеально проводящим экраном радиусом R на расстоянии h от его плоскости:

$$K_{ОИ} = \left| 8 \cos(kh) e^{ik\sqrt{R^2+h^2}} \frac{\sqrt{R^2+h^2}}{R} \times \right. \quad (3.12)$$

$$\left. \times (V_{e0} [J_0(kac\cos\theta^s) - J_2(kac\cos\theta^s)] + V_{m0} \sin\theta^s [J_0(kac\cos\theta^s) + J_2(kac\cos\theta^s)])^{-1} - 1 \right|.$$

При $R \rightarrow \infty$ выражение (3.12) записывается в виде:

$$K_{ОИ} \rightarrow \sqrt{1 + \left(\frac{8 \cos(kh)}{[J_0(ka) - J_2(ka)](\sqrt{\pi^{-1}} + 2)} \right)^2 - \frac{16 \cos(kh) \cos(k\sqrt{R^2+h^2})}{[J_0(ka) - J_2(ka)](\sqrt{\pi^{-1}} + 2)}}, \quad (3.13)$$

Из формулы (3.13) следует, что для пэтч-антенны $K_{ОИ}$ при $R \rightarrow \infty$ осциллирует относительно постоянного значения. Данное постоянное значение и амплитуда осцилляций не зависят от радиуса экрана. На рис. 53 представлены результаты расчета зависимости $K_{ОИ}$ пэтч-антенны с экраном по формулам (3.12), (3.13), а также результаты, полученные методом конечных элементов. На рисунке радиус экрана представлен в долях длины волны.

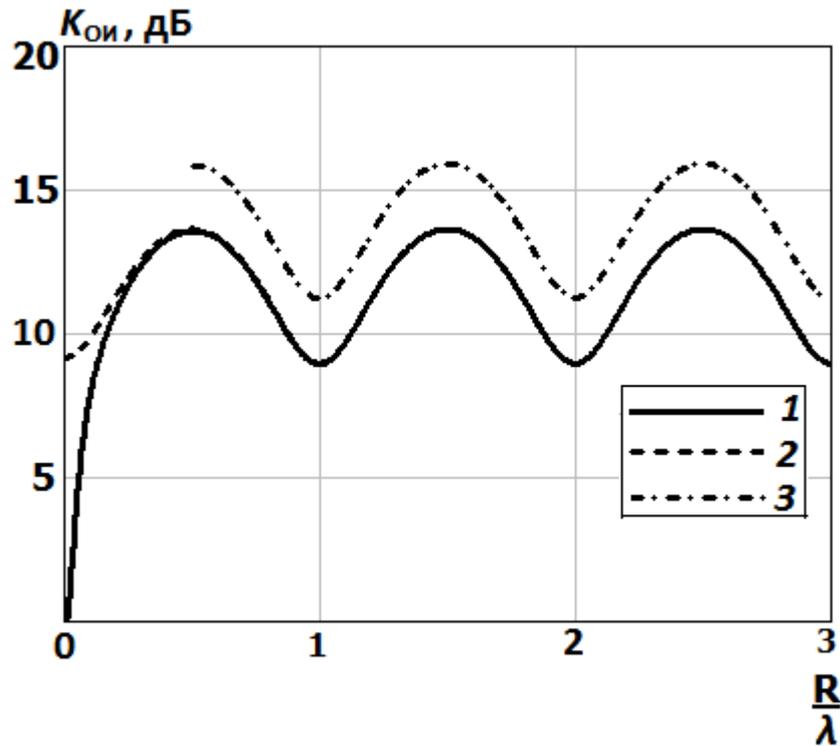


Рис. 53. Коэффициент обратного излучения пэтч-антенны с идеально проводящим экраном: 1 – асимптотическая формула (3.12); 2 – асимптотическая формула (3.13); 3 – расчет методом конечных элементов.

Из графика на рис. 53 видно, что K_{OI} пэтч-антенны для фиксированных значений h и a осциллирует относительно постоянного значения при увеличении радиуса экрана. Такое поведение K_{OI} можно объяснить тем, что амплитуда поля пэтч-антенны на кромке экрана уменьшается обратно пропорционально радиусу экрана. В то же время амплитуда поля, рассеянного экраном вблизи оси, увеличивается пропорционально радиусу экрана. В итоге, K_{OI} осциллирует относительно некоторого постоянного значения. Асимптотические выражения (3.12), (3.13) для K_{OI} позволяют определить данный коэффициент с погрешностью менее 2 дБ при условии, что радиус пэтч-антенны лежит в пределах $0 \leq a \leq \lambda/4$ и не превосходит радиуса экрана.

3.5 Оптимизация распределения прозрачности диска для уменьшения обратного излучения пэтч-антенны

Как показано выше, увеличение коэффициента обратного излучения пэтч-антенны с идеально проводящим экраном невозможно путем увеличения радиуса экрана. Поэтому для увеличения K_{OI} произведем оптимизацию распределения прозрачности диска. Целью оптимизации является получение изотропной ДН пэтч-антенны в верхней полусфере и

минимизация излучения в нижней полусфере. Введем целевой параметр, который определяется как отношение среднеквадратичной мощности в нижней полусфере к среднеквадратичной мощности в верхней полусфере

$$I = \frac{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \int_0^{2\pi} \left(|H_{\theta}^{\Sigma}(\theta, \varphi)|^2 + |H_{\varphi}^{\Sigma}(\theta, \varphi)|^2 \right) d\varphi d\theta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \left(|H_{\theta}^{\Sigma}(\theta, \varphi)|^2 + |H_{\varphi}^{\Sigma}(\theta, \varphi)|^2 \right) d\varphi d\theta}, \quad (3.14)$$

Предполагается, что в центре диск идеально проводящий, т.е. $\eta_{\rho}(0)=\eta_{\varphi}(0)=1$ и $\tau_{\rho}(0)=\tau_{\varphi}(0)=0$. Это условие позволяет применить полученные результаты к пэтч-антеннам с идеально проводящим основанием. Для цели минимизации целевого параметра используем асимптотическое представление для $H_{\varphi}^{\Sigma}(\theta, \varphi)$ и $H_{\theta}^{\Sigma}(\theta, \varphi)$ в (3.14), и оптимизируем закон изменения компонент тензора импеданса $Z_{\rho\rho, \varphi\varphi}(\rho)$, который связан с коэффициентами отражения $\eta_{\rho}=1-\tau_{\rho}$, $\eta_{\varphi}=1-\tau_{\varphi}$ как

$$\eta_{\rho, \varphi}(\rho) = \frac{W_0}{2Z_{\rho\rho, \varphi\varphi}(\rho) + W_0}. \quad (3.15)$$

При оптимизации предполагается, что $Z_{\rho\rho}(\rho)=Z_{\varphi\varphi}(\rho)$, $Z_{\rho\rho, \varphi\varphi}(\rho)=0$ при $0 \leq \rho \leq R_{1\rho, \varphi}$ и $Z_{\rho\rho, \varphi\varphi}(\rho) = A_{\rho, \varphi} \left(e^{(\rho - R_{1\rho, \varphi})\xi_{\rho, \varphi}} - 1 \right)$ при $R_{1\rho, \varphi} < \rho \leq R$. Параметрами для оптимизации являются $A_{\rho, \varphi}$, $\xi_{\rho, \varphi}$ и $R_{1\rho, \varphi}$. Целевой параметр минимизируем с использованием градиентного метода оптимизации.

Оптимизированное распределение модуля коэффициента отражения $\eta_{\rho}=\eta_{\varphi}$ и прохождения $\tau_{\rho}=\tau_{\varphi}$, а также нормированных к W_0 компонент тензора (2.26), представлено для экрана радиусом $R=0.8\lambda$ и расположенным над ним на расстоянии $h=0.05\lambda$ пэтчем радиусом $a=0.13\lambda$, на рис. 54, 55. Аргумент данных коэффициентов равен нулю. На рис. 55 также представлено распределение компонент тензора импеданса $Z_{\rho\rho}(\rho) = Z_{\varphi\varphi}(\rho)$, предложенного в работе [38].

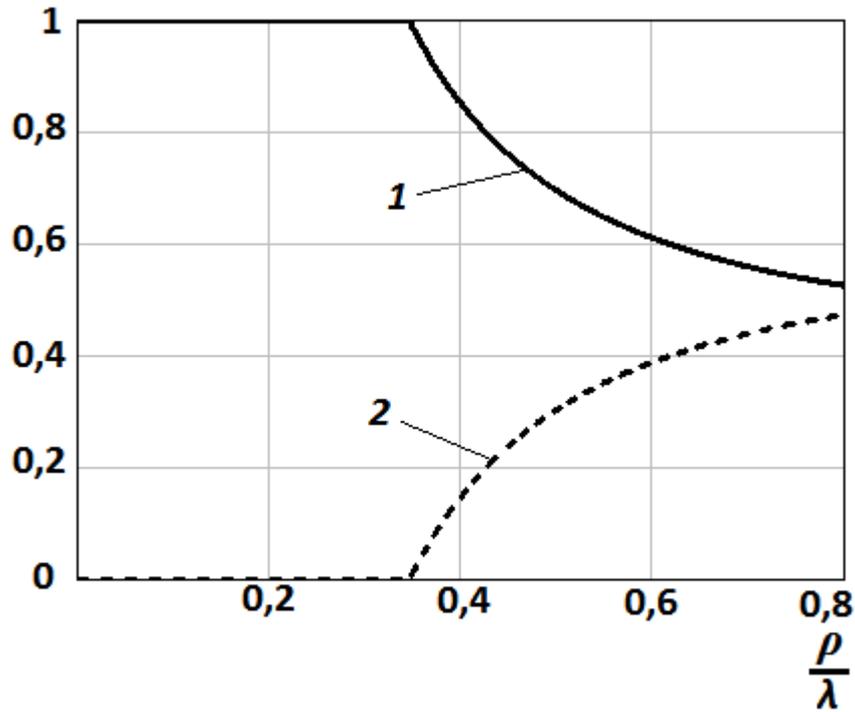


Рис. 54. Оптимизированные законы изменения коэффициентов отражения и прохождения: 1 – модуль коэффициента отражения; 2 – модуль коэффициента прохождения.

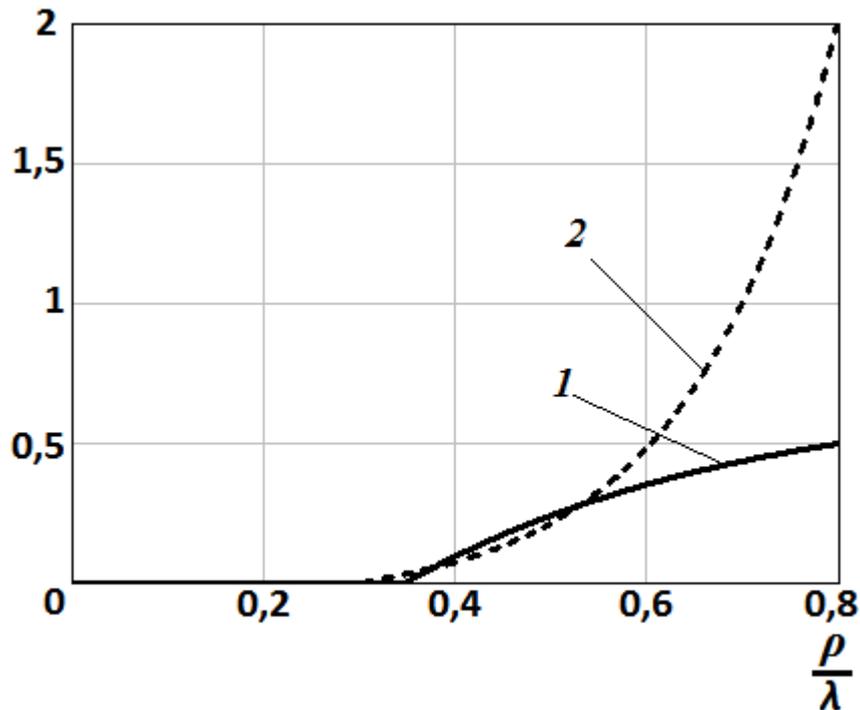


Рис. 55. Оптимизированные законы изменения модуля компонент $Z_{\rho\rho}(\rho) = Z_{\phi\phi}(\rho)$ тензора импеданса: 1 – оптимизированный импеданс; 2 – импеданс из работы [38].

Как показали результаты дополнительной оптимизации распределения импеданса по экрану, полученные с использованием численного решения интегрального уравнения методом

моментов (подраздел 2.3) с учетом влияния поверхностной волны, которая возникает в случае импеданса с индуктивным аргументом, уменьшение обратного излучения достигается в случае анизотропного импеданса, при котором $Z_{\varphi\varphi}(\rho)=0$, и распределение аргумента и нормированного к W_0 модуля компоненты $Z_{\rho\rho}(\rho)$ которого представлено на рис. 56.

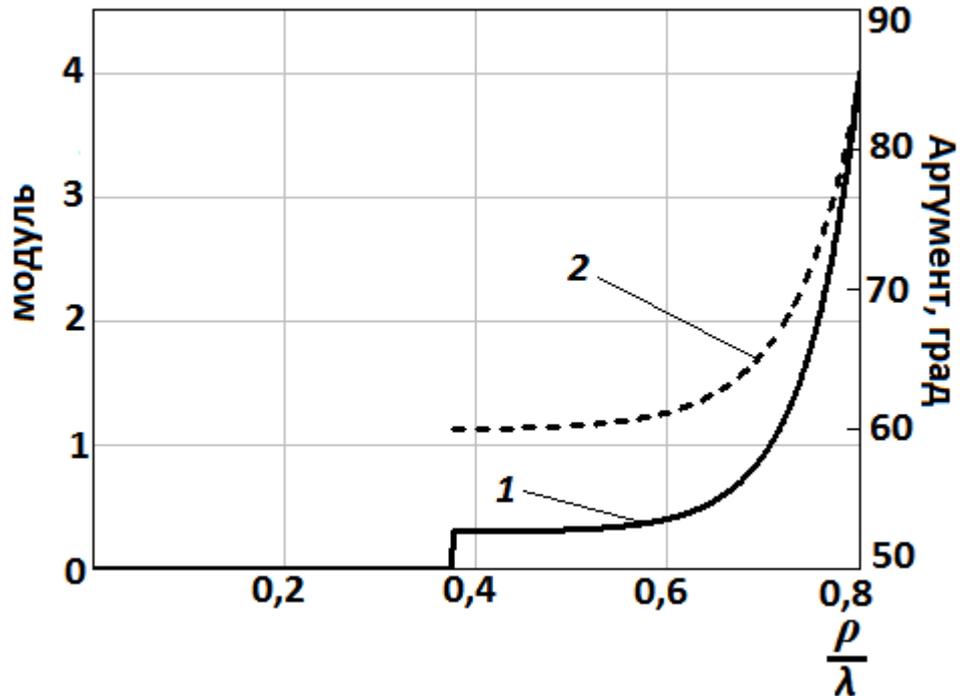


Рис. 56. Оптимизированные законы изменения модуля и аргумента компоненты $Z_{\rho\rho}(\rho)$ тензора импеданса: 1 – нормированный модуль; 2 – аргумент.

На рис. 57 и 58 представлены ДН пэтч-антенны с экраном в E -плоскости $H_{\theta}^{\Sigma}(\theta, \varphi = 0)$ и H -плоскости $H_{\theta}^{\Sigma}(\theta, \varphi = \pi/2)$, соответственно. Кривые на рисунках построены с использованием численного решения интегрального уравнения для полупрозрачного экрана с распределением импеданса, показанным на рис. 55, 56, а также для идеально проводящего экрана.

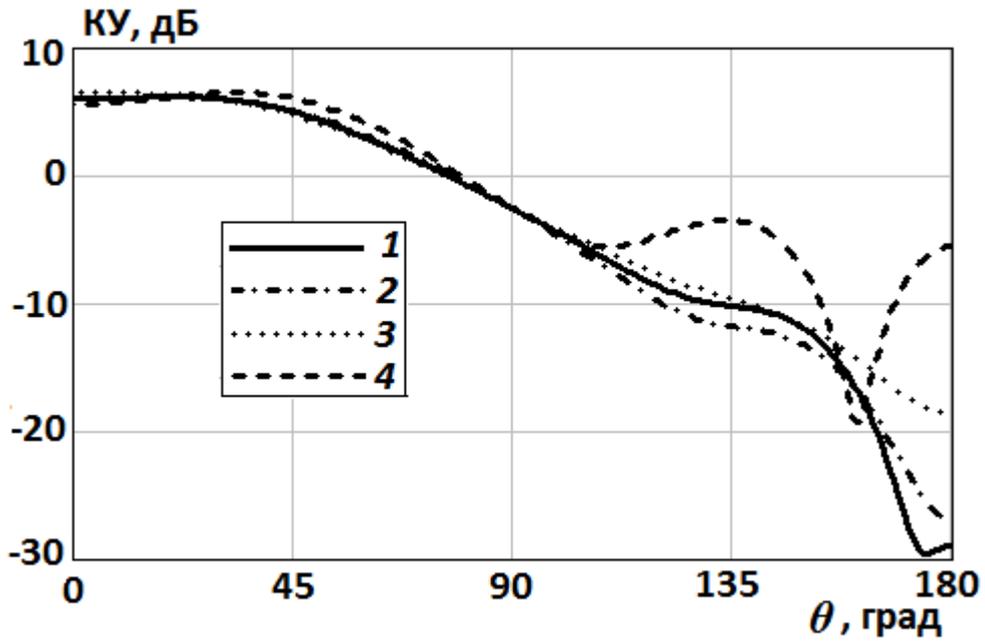


Рис. 57. Диаграмма направленности пэтч-антенны с экраном в E -плоскости: 1 – полупрозрачный экран с оптимизированной прозрачностью, представленной на рис. 54 и 55 (кривая 1); 2 – полупрозрачный экран с оптимизированной прозрачностью, представленной на рис. 56; 3 – полупрозрачный экран с прозрачностью из работы [38]; 4 – идеально проводящий экран.

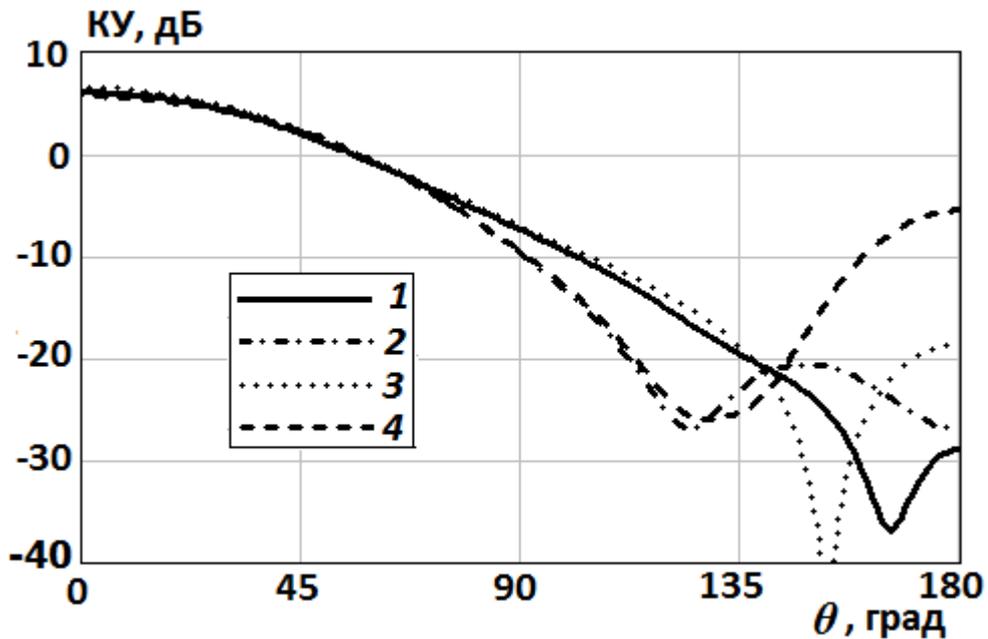


Рис. 58. Диаграмма направленности пэтч-антенны с экраном в H -плоскости: 1 – полупрозрачный экран с оптимизированной прозрачностью, представленной на рис. 54 и 55 (кривая 1); 2 – полупрозрачный экран с оптимизированной прозрачностью, представленной на рис. 56; 3 – полупрозрачный экран с прозрачностью из работы [38]; 4 – идеально проводящий экран.

Из рис. 57, 58 видно, что для полупрозрачного экрана радиусом $R=0.8\lambda$ оптимизированное распределение прозрачности, представленное на рис. 54, 55 (кривая 1) и 56, обеспечивает более значительное уменьшение излучения для всех углов наблюдения, кроме углов $140^\circ \leq \theta \leq 160^\circ$ в H -плоскости, по сравнению с прозрачностью из работы [38]. Коэффициент обратного излучения составляет 35 дБ, 33 дБ и 25 дБ для экрана с прозрачностью, представленной на рис. 55 (кривая 1), рис. 56, и рис. 55 (кривая 2), соответственно. Коэффициент обратного излучения составляет 11 дБ для идеально проводящего экрана

Отметим также, что оптимизация распределения емкостного импеданса (т.е. $\arg(Z_{\rho\rho, \phi\phi}(\rho)) = -\pi/2$) по экрану для минимизации целевого параметра (3.14) показала, что в этом случае не удастся получить значительное увеличение K_{OI} по сравнению с идеально проводящим экраном.

Выводы

В данной главе асимптотическая теория рассеяния тороидальной векторной волны использована для определения диаграмм направленности рамочной антенны, монополя, открытого конца круглого волновода и пэтч-антенны с экранами.

Получены асимптотические формулы для коэффициента обратного излучения рамочной антенны и пэтч-антенны с идеально проводящим экраном. Показано, что увеличение коэффициента обратного излучения пэтч-антенны с идеально проводящим экраном невозможно путем увеличения радиуса экрана.

Оптимизирована прозрачность экрана для максимизации излучения пэтч-антенны в верхней полусфере и минимизация излучения в нижней полусфере. Результаты оптимизации показали, что значительное уменьшения излучения в нижнюю полусферу возможно в случае изотропного поглощающего экрана или экрана с анизотропным индуктивным импедансом.

Данный раздел написан по материалам, опубликованным в [118-122].

Раздел 4. Экспериментальное исследование излучения пэтч-антенны с экраном

Введение

В литературе описаны результаты экспериментального исследования пэтч-антенн с металлическим экраном [22] и импедансными экранами емкостного типа [29, 31, 34]. Как показано в этих работах, импедансные экраны емкостного типа уменьшают заднее излучения пэтч-антенны, однако при этом сужается диаграмма направленности пэтч-антенны в верхнем полупространстве. Меньший эффект сужения диаграммы направленности достигается, как показано в разделе 3, при использовании полупрозрачного экрана с оптимизированным изотропным резистивным или анизотропным индуктивным импедансом.

Для проверки численных результатов, полученных в разделе 3, в данном разделе были проведены исследования экспериментальных образцов пэтч-антенн с различными видами экрана: металлическим экраном (подраздел 4.1), полупрозрачным экраном с резистивным импедансом (подраздел 4.2), а также полупрозрачным экраном с индуктивным импедансом (подраздел 4.3).

4.1 Экспериментальное исследование излучения пэтч-антенны с металлическим экраном

В качестве экспериментальных образцов была использованы три круглых пэтч-антенны с металлическим экраном (рис. 59) радиусом $R=150$ мм, согласованные на трех частотах – 1586 МГц, 1236 МГц и 1176 МГц. Радиус пэтч-антенны a составлял, соответственно, 30, 35 и 38 мм. Расстояние между пэтч-антеннами и плоскостью экрана $h = 4$ мм.



Рис. 59. Экспериментальный макет пэтч-антенны с металлическим экраном.

На рис. 60–62 сплошной и пунктирной линией приведены ДН, соответственно, в E - и H -плоскости трех описанных выше экспериментальных образцов на соответствующих частотах. Штрихпунктирной и штриховой линиями на рисунках приведены соответствующие зависимости, полученные методом моментов.

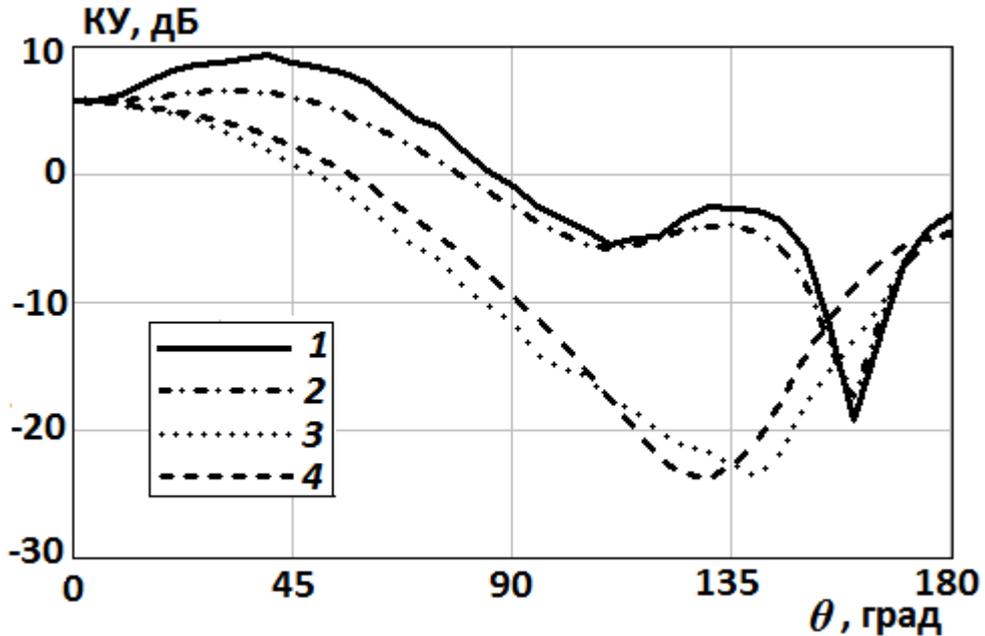


Рис. 60. ДН пэтч-антенны на частоте 1586 МГц: 1 – E -плоскость, эксперимент; 2 – E -плоскость, расчет; 3 – H -плоскость, эксперимент; 4 – H -плоскость, расчет.

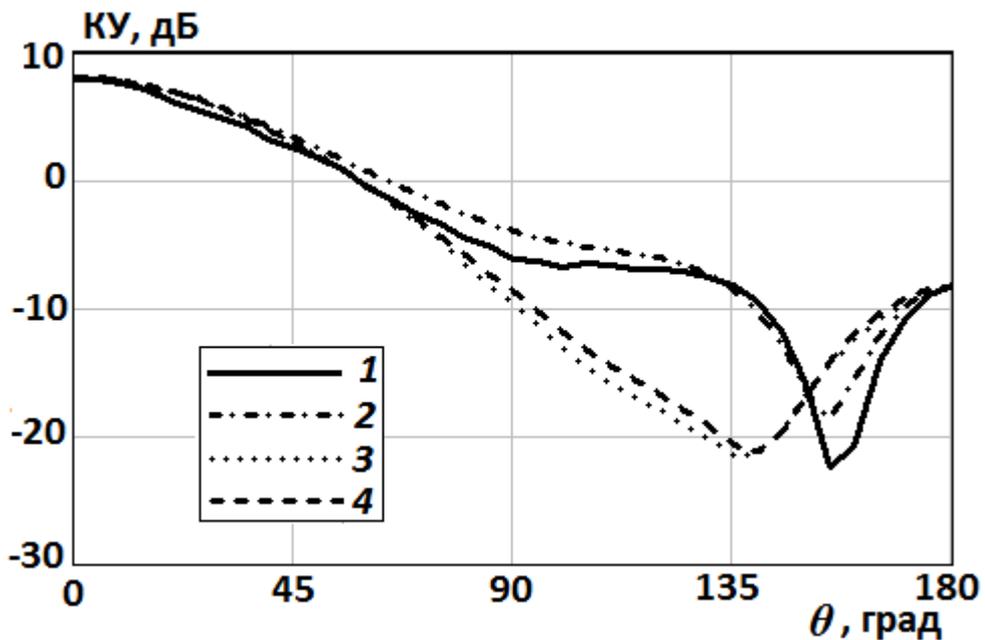


Рис. 61. ДН на частоте 1236 МГц: 1 – E -плоскость, эксперимент; 2 – E -плоскость, расчет; 3 – H -плоскость, эксперимент; 4 – H -плоскость, расчет.

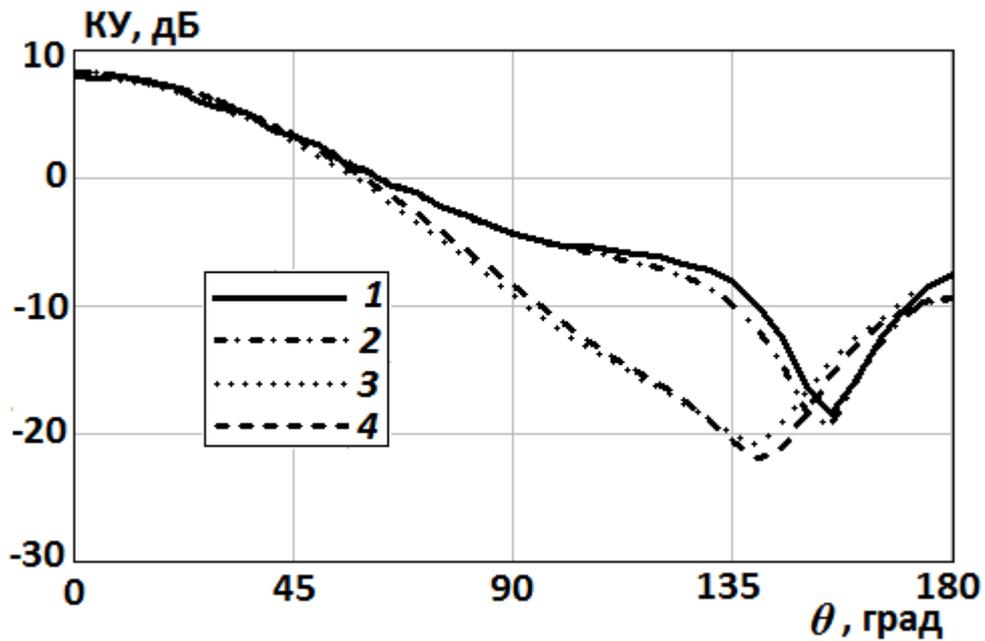


Рис. 62. ДН на частоте 1176 МГц: 1 – E -плоскость, эксперимент; 2 – E -плоскость, расчет; 3 – H -плоскость, эксперимент; 4 – H -плоскость, расчет.

Из графиков на рис. 60-62 видно, что относительная погрешность расчетных данных по сравнению с экспериментальными не превосходит 2 дБ.

4.2 Экспериментальное исследование излучения пэтч-антенны с полупрозрачным экраном с распределением изотропного резистивного импеданса

Рассмотрим пэтч-антенну с полупрозрачным экраном (рис. 63) радиусом $R=165$ мм. Распределение импеданса по экрану представлено на рис. 55 (кривая 2). Полупрозрачный экран выполнен по технологии [38] на основе тонкого диэлектрика с потерями, толщина которого меньше глубины скин-слоя. На рис. 64–66 представлены графики расчетных и экспериментальных ДН в E - и H -плоскостях на трех частотах – 1586 МГц, 1236 МГц и 1176 МГц. Радиус пэтч-антенны a составлял, соответственно, 30, 35 и 38 мм. Расстояние между пэтч-антеннами и плоскостью экрана $h = 4$ мм.



Рис. 63. Экспериментальный макет пэтч-антенны с полупрозрачным экраном с распределением изотропного резистивного импеданса.

На рис. 64–66 сплошной и пунктирной линией приведены ДН, соответственно, в E - и H -плоскости трех описанных выше экспериментальных образцов на соответствующих частотах. Штрихпунктирной и штриховой линиями на рисунках приведены соответствующие зависимости, полученные методом моментов.

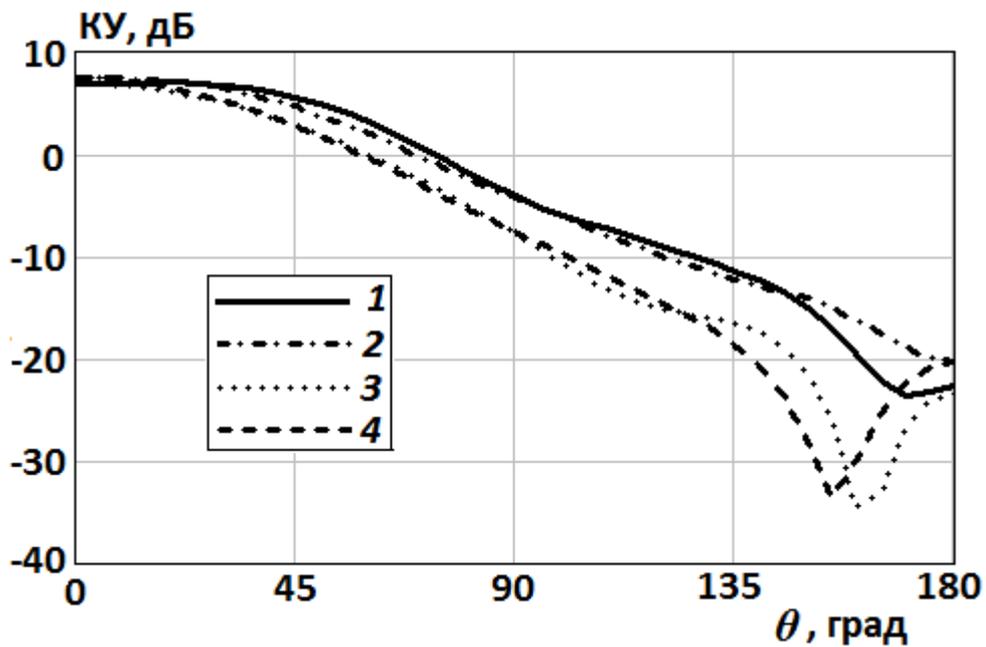


Рис. 64. ДН на частоте 1586 МГц: 1 – E -плоскость, эксперимент; 2 – E -плоскость, расчет; 3 – H -плоскость, эксперимент; 4 – H -плоскость, расчет.

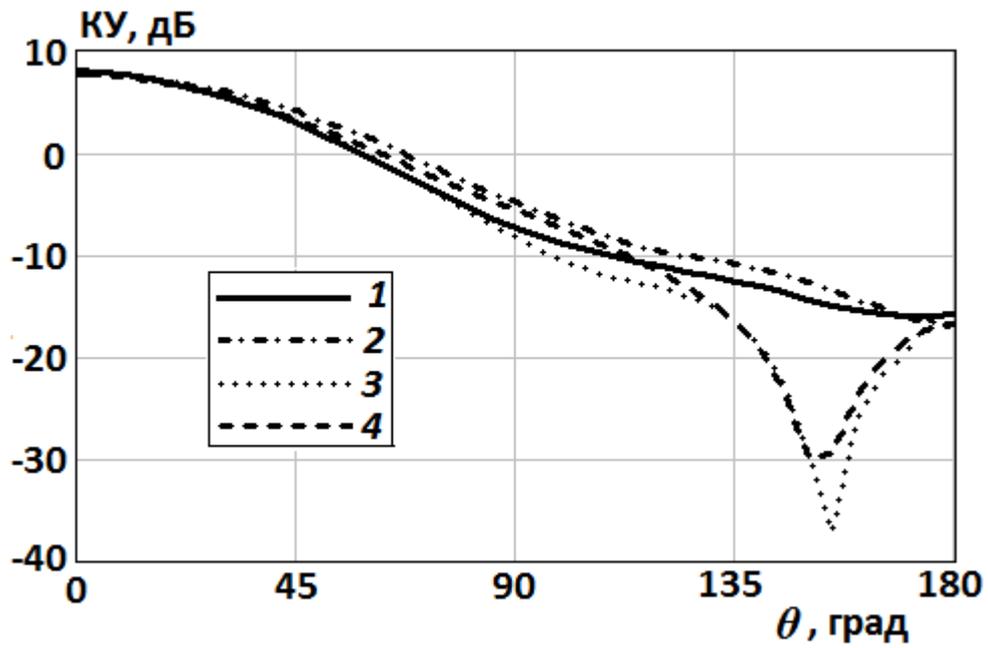


Рис. 65. ДН на частоте 1236 МГц: 1 – E -плоскость, эксперимент; 2 – E -плоскость, расчет; 3 – H -плоскость, эксперимент; 4 – H -плоскость, расчет.

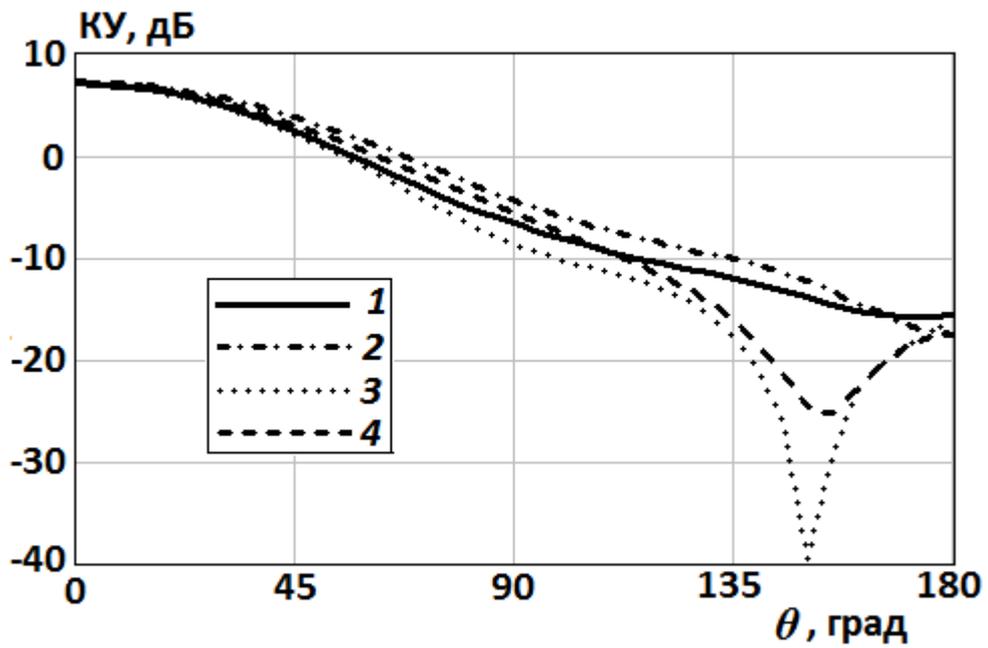


Рис. 66. ДН на частоте 1176 МГц: 1 – E -плоскость, эксперимент; 2 – E -плоскость, расчет; 3 – H -плоскость, эксперимент; 4 – H -плоскость, расчет.

Из графиков на рис. 64-66 видно, что относительная погрешность расчетных данных по сравнению с экспериментальными не превосходит 2 дБ.

4.3 Экспериментальное исследование излучения пэтч-антенны с полупрозрачным экраном с распределением анизотропного индуктивного импеданса

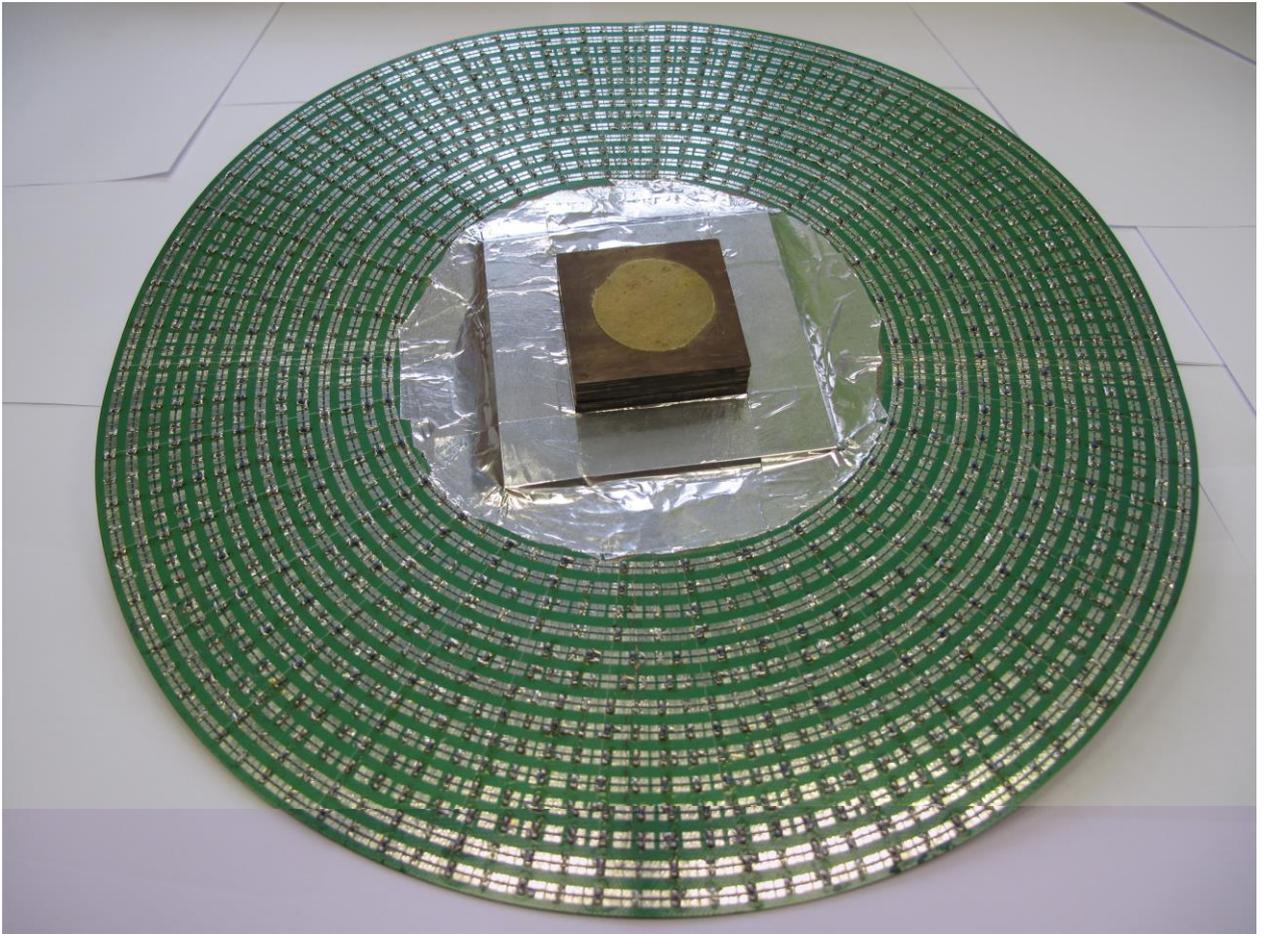


Рис. 67. Экспериментальный макет пэтч-антенны с полупрозрачным экраном с распределением анизотропного индуктивного импеданса.

Рассмотрим макет полупрозрачного экрана с анизотропным индуктивным импедансом (рис. 67). Для реализации такого экрана будем использовать конструкцию, представленную на рис. 68, 69. Полупрозрачный экран радиусом $R=150$ мм выполнен на основе одностороннего фольгированного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью 3.12 и толщиной 0.76 мм. В металлизированном слое с периодом 5.8 мм вдоль радиального направления прорезаны 14 щелей толщиной 0.5 мм, представляющие собой концентрические окружности. Минимальный радиус щели составляет 70 мм. С двух сторон относительно каждой щели имеются контактные площадки, на которые с некоторым шагом вдоль щели напаяны чип-индуктивности и чип-резисторы. Номиналы и период напайки чип-элементов определяются по методике, изложенной в [121], и выбираются из условия наилучшей аппроксимации непрерывного распределения

импеданса, представленного на рис. 56. Поверхность экрана и щели, за исключением контактных площадок, покрыты защитной паяльной маской.

На рис. 70–72 представлены графики расчетных и экспериментальных ДН в E - и H -плоскостях на трех частотах – 1586 МГц, 1236 МГц и 1176 МГц. Радиус пэтч-антенны a составлял, соответственно, 30, 35 и 38 мм. Расстояние между пэтч-антеннами и плоскостью экрана $h = 4$ мм.

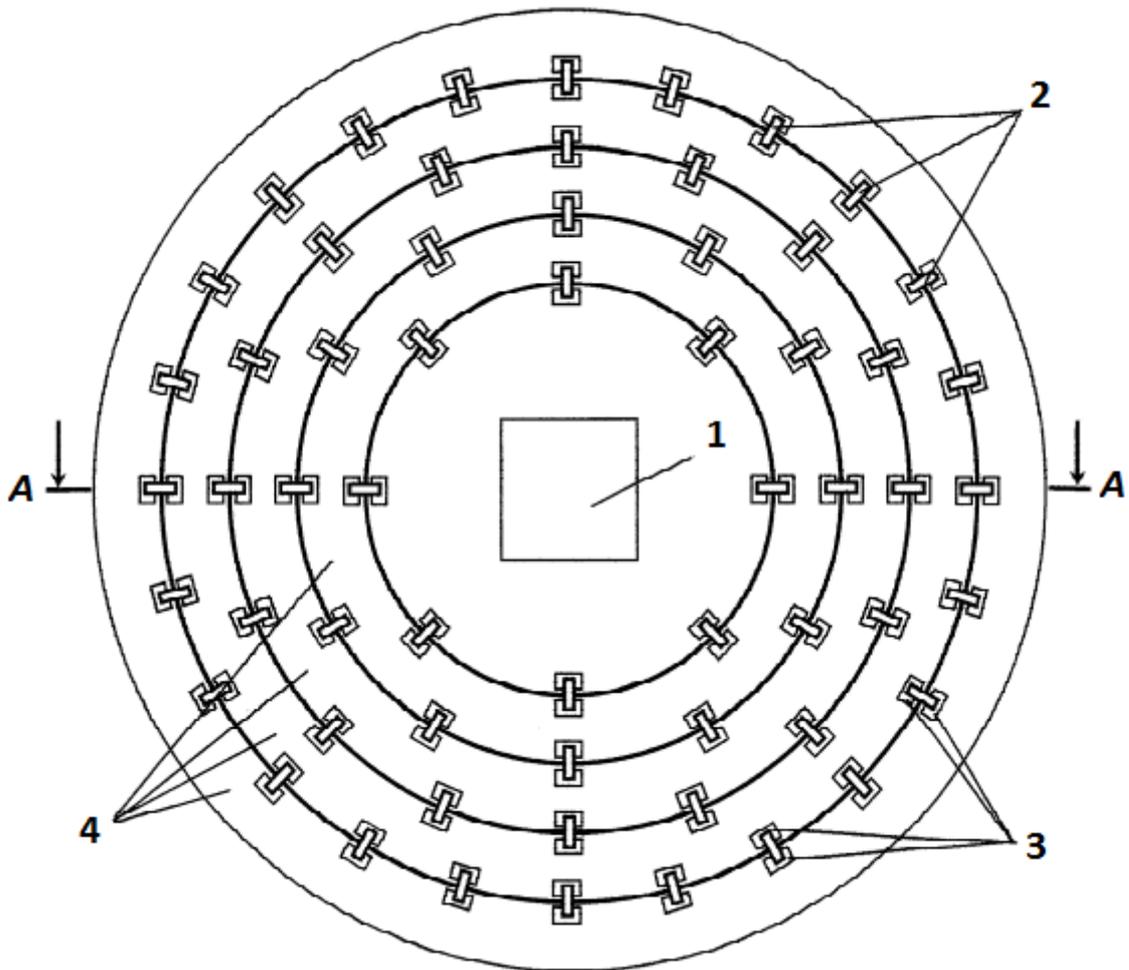


Рис. 68. Конструкция полупрозрачного экрана с анизотропным индуктивным импедансом: 1 – зазор для размещения излучателя; 2 – чип-индуктивности и чип-резисторы; 3 – контактные площадки; 4 – металлические ленты.

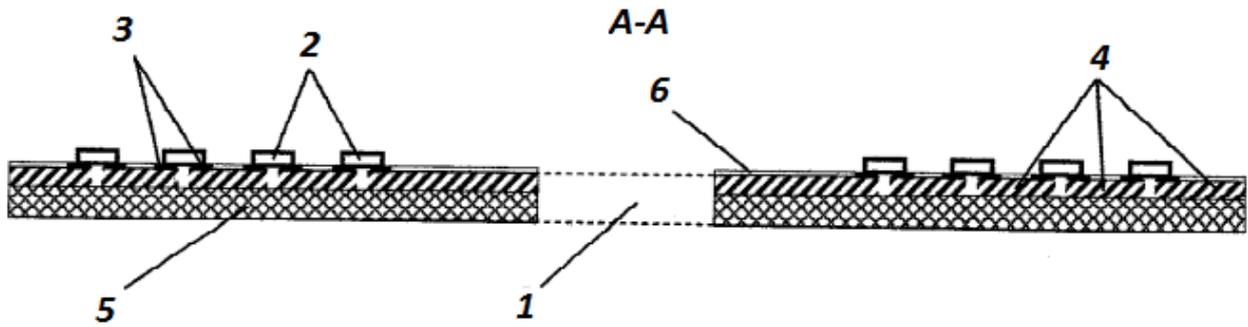


Рис. 69. Сечение *A-A* полупрозрачного экрана с анизотропным индуктивным импедансом: *1* – зазор для размещения излучателя; *2* – чип-индуктивности и чип-резисторы; *3* – контактные площадки; *4* – металлические ленты; *5* – диэлектрик; *6* – защитная паяльная маска.

На рис. 70–72 сплошной и пунктирной линией приведены ДН, соответственно, в *E*- и *H*-плоскости трех описанных выше экспериментальных образцов на соответствующих частотах. Штрихпунктирной и штриховой линиями на рисунках приведены соответствующие зависимости, полученные методом моментов.

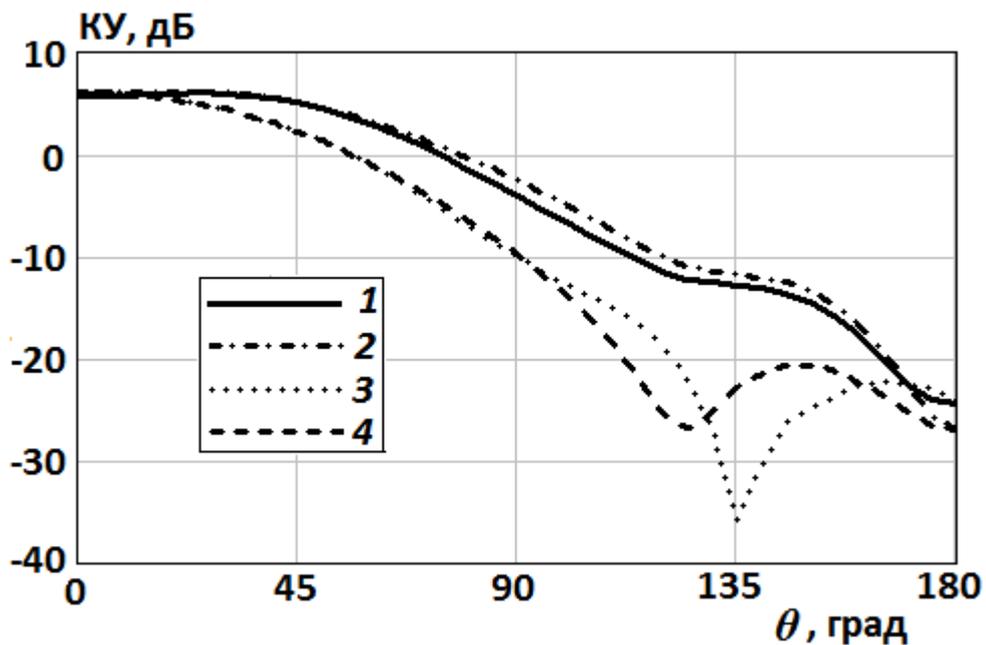


Рис. 70. ДН на частоте 1586 МГц: *1* – *E*-плоскость, эксперимент; *2* – *E*-плоскость, расчет; *3* – *H*-плоскость, эксперимент; *4* – *H*-плоскость, расчет.

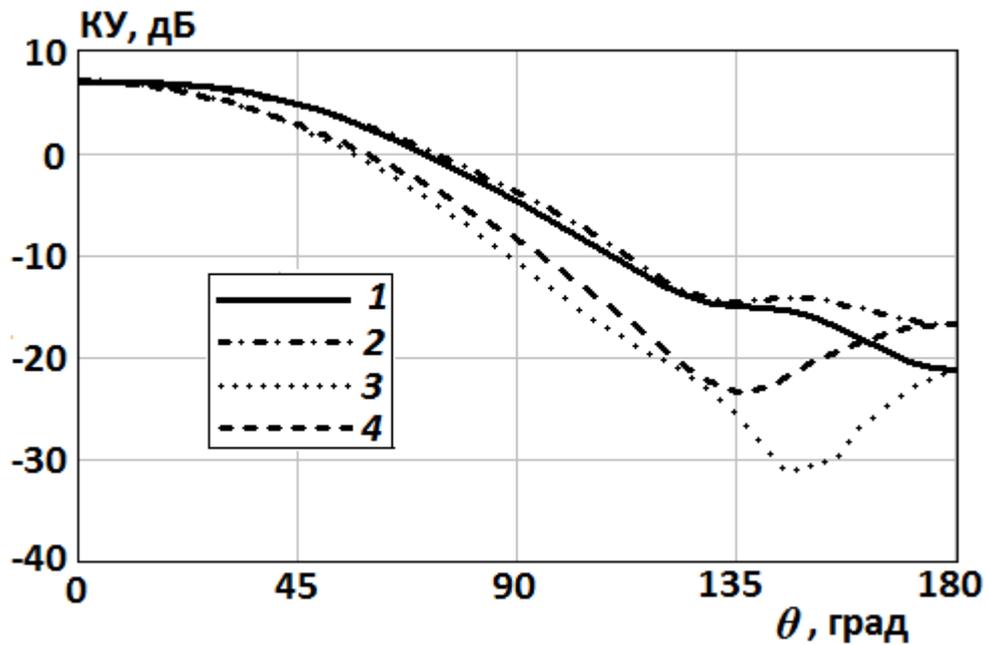


Рис. 71. ДН на частоте 1236 МГц: 1 – E -плоскость, эксперимент; 2 – E -плоскость, расчет; 3 – H -плоскость, эксперимент; 4 – H -плоскость, расчет.

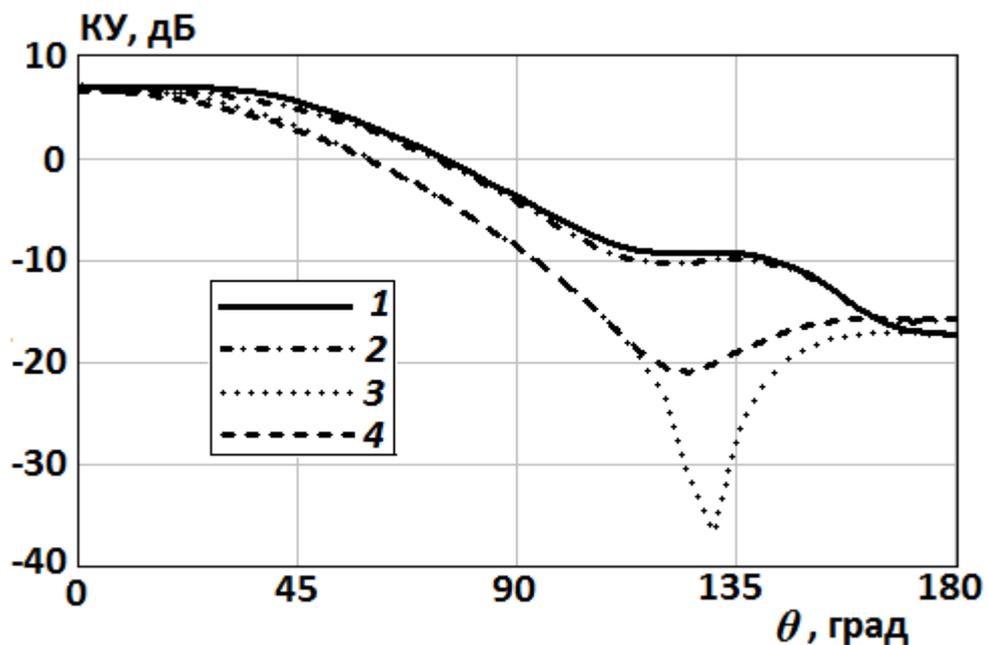


Рис. 72. ДН на частоте 1176 МГц: 1 – E -плоскость, эксперимент; 2 – E -плоскость, расчет; 3 – H -плоскость, эксперимент; 4 – H -плоскость, расчет.

Из графиков на рис. 70-72 видно, что относительная погрешность расчетных данных по сравнению с экспериментальными не превосходит 2 дБ.

Экспериментальная диаграмма направленности полупрозрачного экрана с распределением анизотропного индуктивного импеданса в E - и H -плоскости по уровню 90° на

один-два децибела шире чем металлического. Увеличение коэффициента обратного излучения для полупрозрачного экрана с распределением анизотропного индуктивного импеданса по сравнению с металлическим на частоте 1586 МГц, 1236 МГц и 1176 МГц составляет 22, 12 и 8 дБ, соответственно.

Выводы

Представлены расчетные и экспериментальные ДН пэтч-антенны с металлическим и полупрозрачным экраном с распределением анизотропного индуктивного и изотропного резистивного импеданса. Относительная погрешность расчетных данных по сравнению с экспериментальными не превосходит 2 дБ. Экспериментально показано, что при радиусе диска $R=0.8\lambda$ увеличение коэффициента обратного излучения полупрозрачного экрана с распределением анизотропного индуктивного импеданса по сравнению с металлическим составляет 22 дБ.

Данный раздел написан по материалам, опубликованным в [118-121, 123, 124].

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. В приближении физической теории дифракции найдены два асимптотических разложения для диаграммы рассеяния векторной тороидальной волны общего вида на идеально проводящем диске, определяющих решение во всем пространстве.
2. В приближении Кирхгофа найдены два асимптотических разложения для диаграммы рассеяния векторной тороидальной волны общего вида на полупрозрачном диске, определяющих решение во всем пространстве.
3. На основе решения ключевой задачи рассеяния тороидальной векторной волны на диске построена асимптотическая теория излучения широкого класса слабонаправленных осесимметричных антенн с круглыми экранами.
4. С использованием асимптотической теории получены формулы для диаграмм направленности ряда осесимметричных слабонаправленных антенн с дисковым экраном: рамочной антенны, пэтч-антенны, открытого конца круглого волновода и монополя.
5. Получены асимптотические формулы для коэффициента обратного излучения рамочной антенны и пэтч-антенны с идеально проводящим экраном.
6. Показано, что оптимизация распределения изотропного резистивного импеданса экрана с использованием полученных асимптотических формул позволяет существенно увеличить коэффициент обратного излучения пэтч-антенны по сравнению с известными результатами.
7. Показано, что экран с анизотропным индуктивным импедансом позволяет существенно увеличить коэффициент обратного излучения пэтч-антенны по сравнению с металлическим экраном.

Эти результаты могут быть уточнены и расширены.

Уточнение может проводиться по трем направлениям:

1. Учет высших членов в асимптотических разложениях для диаграммы рассеяния векторной тороидальной волны общего вида на диске.
2. Учет многократного взаимодействия краевых волн диска.
3. Учет многократного взаимодействия токов антенны и краевых волн диска.

Как было отмечено в работе, асимптотические формулы получены для тороидальной волны общего вида, однако при их выводе предполагалось, что номер азимутальной гармоники много меньше электрического размера источника $n \ll ka$. Это предположение оправдано, поскольку номер рабочей моды подавляющего большинства слабонаправленных антенн $n=1$. В то же время, не представляет принципиальных трудностей обобщение теории для случая произвольного n .

Рассмотренные в диссертации примеры слабонаправленных антенн не исчерпывают возможных приложений теории. На основе ее обобщения могут быть построены аналитические модели спиральных, стержневых диэлектрических антенн с круглыми экранами и т.д.

В работе не анализировались характеристики согласования антенн. Очевидна возможность дальнейшего развития теории с целью учета влияния краевых волн экрана на эти характеристики.

Следует также отметить, что в работе не удалось получить единую асимптотику во всей области пространства, а область перекрытия двух полученных асимптотик (вблизи и вдали от оси) уменьшается с уменьшением диаметра диска, и, соответственно, уменьшается точность формул в этой области. Последний факт объясняется тем, что большой параметр, по которому идет разложение диаграммы рассеяния, имеет вид $\sqrt{kL} \sin \Phi$ (где Φ – угол между осью диска и границей свет-тень). В результате, при уменьшении величины L точность уменьшается как за счет уменьшения параметра kL , так и угла Φ . В связи с этим на основе развитой в работе асимптотической теории не удастся получить достаточно точных результатов для дисков радиусом менее половины длины волны.

Перечисленные выше направления возможного уточнения и обобщения теории, а также ее новые применения будут развиваться в последующих работах.

Литература

1. *Leitner A., Spence R. D.* Effect of a Circular Ground Plane on Antenna Radiation // Journ. of Appl. Physics. Oct. 1950. V. 21. №10. pp. 1001–1006.
2. *Storer J. E.* The Radiation Pattern of an Antenna over a Circular Ground Screen // Journ. of Appl. Physics. May 1952. V. 23. №5. pp. 588–593.
3. *Tang C. L.* On the Radiation Pattern of a Base-Driven Antenna Over a Circular Conducting Screen // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. Dec. 1962. V. 10. № 4. pp. 695–708.
4. *Keller J. B.* The field of an antenna near the center of a large circular disk // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. Dec. 1963. V. 11. № 4. pp. 1110–1112.
5. *Lopez A. R.* The geometrical theory of diffraction applied to antenna pattern and impedance calculation // IEEE Trans. on Anten. and Prop. V. AP-14. № 1. Jan. 1966. pp. 40–45.
6. *Sang-Bin Rhee* Monopole Antenna with a Finite Ground Plane in the Presence of an Infinite Ground // Supplemental technical report. Nov. 1967. URL: <http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a007269.pdf>.
7. *Ryan C. Jr., Peters L.* Evaluation of edge-diffracted fields including equivalent currents for the caustic regions // IEEE Trans. May 1969. V. AP-17. № 3. pp. 292–299.
8. *Ryan C. Jr., Peters L.* Correction to “Evaluation of edge-diffracted fields including equivalent currents for the caustic regions” // IEEE Trans. March 1970. V. AP-18. № 2. pp. 275.
9. *Hahn K.F., Fikioris J.G.* Impedance and Radiation Pattern of Antennas above Flat Discs // IEEE Trans. Jan. 1973. V. AP-21. № 1. pp. 97–100.
10. *Awadalla K.H., Maclean T.S.M.* Monopole Antenna at Center of Circular Ground Plane: Input Impedance and Radiation Pattern // IEEE Trans. March 1979. V. AP-27. № 2. pp. 151–153.
11. *Richmond J. H.* Monopole antenna on circular disk // IEEE Trans. on Anten. and Prop. V. AP-32. № 12. Dec. 1984. pp. 1282–1287.
12. *Weiner M. M., Cruze S. P., Li Cho-Chou and Wilson W. J.* Monopole elements on circular ground planes. Northwood, MA: Artech House. 1987.
13. *Ibrahim H. M., Stephenson D. T.* Radiation patterns of a $\lambda/4$ monopole mounted on thick finite square and circular ground planes // International Journal of Electronics. 1988. V. 64. № 3. pp. 345–358.
14. *Ibrahim H. M.* Radiation patterns of a $\lambda/4$ monopole mounted on a small thick circular disc // International Journal of Electronics. 1990. V. 68. № 2. pp. 283–292.
15. *Rothwell E. J., Cloud M. J.* A Hallen-Type Integral Equation for Symmetric Scattering from Lossy Circular Disks // IEEE Trans. Aug. 1992. V. AP-40 № 8. pp. 920–925.

16. *Weiner M. M.* Monopole antennas. New York, NY: Marcel Dekker. 2003.
17. *Volakis J. L.* Antenna Engineering Handbook Fourth Edition. McGraw Hill Professional. 2007.
18. *Zivkovic Z., Senic D., Bodendorf C., Skrzypczynski J., Sarolic A.* Radiation pattern and impedance of a quarter wavelength monopole antenna above a finite ground plane // In proc. of 20-th International Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks (SoftCOM). 2012.
19. *Иванченко И. В., Попенко Н. А., Хруслов М. М.* Дифракционные эффекты в цилиндрических монополярных и диэлектрических дисковых антеннах // Радиофизика и радиоастрономия. 2012. Т. 17. № 1. С. 81–88.
20. *Скоронад М. А., Магро В. И.* Математическое моделирование монополярного излучателя // Материалы докладов 9-й международной конференции “Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций РТ-2013”, Севастополь, Украина. 2013. С. 182.
21. *Lusekelo Kibona* Impact of finite circular ground plane on the radiation patterns of the monopole antenna // International Journal of Software & Hardware Research in Engineering. Dec. 2013. V. 1. № 4. pp. 10–16.
URL: http://ijshre.com/wp-content/uploads/2013/12/IJSHRE_1412.pdf.
22. *Kishk A.A., Shafai L.* The Effect of Various Parameters of Circular Microstrip Antennas on Their Radiation Efficiency and the Mode Excitation // IEEE Trans. August 1986. V. AP-34. № 8. pp. 969–976.
23. *Bhattacharyya A.K.* Effects of Finite Ground Plane on the Radiation Characteristics of a Circular Patch Antenna // IEEE Trans. February 1990. V. AP-38. № 2. pp. 152–159.
24. *Noghanian S., Shafai L.* Control of microstrip antenna radiation characteristics by ground plane size and shape // IEE Proceedings Microwaves, Antennas and Propagation. June 1998. V. 145. № 3. pp. 207–212.
25. *Lolit Kumar Singh L., Bhaskar Gupta, Partha P. Sarkar* Effects of Different Shaped and Size Ground Planes for Different Shaped Patch Antennas Characteristics // International Journal on Recent Trends in Engineering & Technology. Nov. 2010. V. 4. № 3. pp. 17–21.
26. *Saeed I. Latif, Shafai L.* Pattern Equalization of Circular Patch Antennas Using Different Substrate Permittivities and Ground Plane Sizes // IEEE Trans. Oct. 2011. V. AP-59. № 10. pp. 3502–3511.
27. *Cockrell C.R., Pathak P.H.* Diffraction Theory Techniques Applied to Aperture Antennas on Finite Circular and Square Ground Planes // IEEE Trans. May 1974. V. AP-22. № 3. pp. 443–448.
28. *Aboserwal N. A., Balanis C. A., Birtcher C. R.* Impact of finite ground plane edge diffractions on radiation patterns of aperture antennas // PIER. V. 55. 2013. pp. 1–21.

29. *Tranquilla J.M., Carr J.P., and Al-Rizzo H.M.* Analysis of a choke ring groundplane for multipath control in Global Positioning System (GPS) applications // *IEEE Trans.* Jul. 1994. V. AP-42. № 7. pp. 905-911.
30. *Scire-Scappuzzo F., Makarov S. N.* A Low-Multipath Wideband GPS Antenna With Cutoff or Non-Cutoff Corrugated Ground Plane // *IEEE Trans.* Jan. 2009. V. AP-57. № 1. pp. 33–46.
31. *Wang EnCheng, Wang Zhuopeng, and Chang Zhang* A Wideband Antenna for Global Navigation Satellite System with Reduced Multipath Effect // *IEEE Antenn. and Wireless Propag. Lett.* V. 12. 2013. pp. 124-127.
32. *Aboserwal N. A., Balanis C. A., Birtcher C. R.* Coated Ground Plane Edge Diffractions and Amplitude Patterns of Coated Circular Apertures // *In proc. of the IEEE Int. Symp. on Antenn. and Propag. and USNC-URSI Radio Sci. Meeting.* 2014. pp. 2226-2227.
33. *Татарников Д. В., Астахов А. В., Степаненко А. П.* Полупрозрачные и выпуклые импедансные экраны антенн базовых станций высокоточного позиционирования по сигналам спутников GPS/ГЛОНАСС // *Доклады V Всероссийской н/т конференции «Радиолокация и радиосвязь», М., 21-25 ноября 2011г.* С. 16-22.
34. *Ruvio G., Ammann M. J., Bao X.* Radial EBG cell layout for GPS patch antennas // *Electronics Letters.* June 2009. V. 45. № 13. pp. 663–664.
35. *Gafarov E. R., Salomatov Y. P.* Hexagonal FSS for GLONASS/GPS antenna with improved axial ratio // *International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON).* Sept. 2011. P. 159–161.
36. *James K. Vinson, Armando DeJesus* Ground plane for GPS patch antenna. Патент US 6100855, Aug. 08, 2000.
37. *Wang R.W., Liepa V.V.* Reduction of the edge diffraction of a circular ground plane by using resistive edge loading // *Anten. and Propag. Soc. Int. Symp.* June 1985. V. 23. pp. 769–771.
38. *Westfall B.G.* Antenna with R-card Ground Plane. Патент US 5694136, Dec. 02, 1997.
39. *Rao B. Rama, Rosario E. N.* Conformal Electro-Textile Antenna and Electronic Band Gap Ground Plane for Suppression of Back Radiation From GPS Antennas Mounted on Aircraft. Патентная заявка US 2014/0022139 A1, Jan. 23, 2014.
40. *Баклашов И. С., Клионовски К. К.* Полупрозрачные экраны для уменьшения эффекта многолучевого приема сигналов // *Антенны.* 2011. № 4 (167). С. 31–36.
41. *Бойко С. Н., Веселаго В. Г., Виноградов Е. А., Жуков А.А.* Малогабаритные антенны на основе метаматериалов (Практические аспекты) // *Антенны.* 2012. № 12. С. 32–41.
42. *Конторович М.И., Астрахан М.И., Акимов В.П., Ферсман Г.А.* Электродинамика сетчатых структур. М.: Радио и Связь. 1987.

43. *Каценеленбаум Б. З.* Электродинамика антенн с полупрозрачными поверхностями. Методы конструктивного синтеза. М.: Наука, 1989.
44. *Попереченко Б. А., Носов О. Н., Бондаренко В. Н.* Исследование частотных характеристик селективно отражающих радиозкранов // Антенны. Вып. 10. 1971. С. 27–47.
45. *Werner D. H., Jackson T. N., Knowles G. J.* Pixelized frequency selective surfaces for reconfigurable artificial magnetically conducting ground planes. Патент US 7420524, Sept. 02, 2008.
46. *Уфимцев П. Я.* Метод краевых волн в физической теории дифракции М.: Сов. радио. 1962.
47. *Keller J. B.* Geometrical theory of diffraction // J. Opt. Soc. Amer. V. 52. № 2. 1962. pp. 116–130.
48. *Borovikov V. A., Kinber B.Ye.* Geometrical theory of diffraction. London, UK: The institution of electrical engineers. 1994.
49. *Kouyoumjian R. G., Pathak P. H.* A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface // Proc. IEEE. V. 62. № 11. 1974. pp. 1448–1461.
50. *McNamara D. A., Pistorius C. W. I., Malherbe J. A. G.* Introduction to the uniform geometrical theory of diffraction. Norwood, MA.: Artech house. 1990.
51. *Lee S.-W., Deschamps G.A.* A uniform asymptotic theory of electromagnetic diffraction by a curved wedge // IEEE Trans. V. AP-24. № 1. Jan. 1976. pp. 25–34.
52. *Боровиков В.А.* Дифракция на многоугольниках и многогранниках. М.: Наука. 1966.
53. *Wolfe P. D.* Diffraction of a scalar wave by a plane screen // SIAM J. Appl. Math. 1966. V. 14. № 3. pp. 577–599.
54. *Lewis R. M., Boersma J.* Uniform asymptotic theory of edge diffraction theory // J. Math. Phys. 1969. V. 10. № 12. pp. 2291–2305.
55. *Ahluwalia D. S., Lewis R. M., Boersma J.* Uniform asymptotic theory of diffraction by a plane screen // SIAM J. Appl. Math. 1968. V. 16. № 4. pp. 788–807.
56. *Ahluwalia D. S.* Uniform asymptotic theory of diffraction by the edge of a three-dimensional body // SIAM J. Appl. Math. 1970. V. 18. № 2. pp. 287–301.
57. *Boersma J., Rahmat-Samii Y.* Comparison of two leading uniform theories of edge diffraction with the exact uniform asymptotic solution // Radio Science. 1980. V. 15. №. 6. pp. 1179–1194.
58. *Боровиков В. А., Эйбус А. Г.* О сравнении двух методов вычисления поля в области полутени // Антенны. Вып. 29. 1981. С. 49–55.
59. *Калошин В. А.* О дифракции на трех полуплоскостях // Письма в ЖТФ. 1975. № 8. С.

- 392–395.
60. *Rahmat-Samii Y., Mittra R.* A spectral domain interpretation of high frequency diffraction phenomena // *IEEE Trans. Sept. 1977. V. AP-25. № 5. pp. 676-687.*
 61. *Anfinogenov A. Yu., Lifanov I. I.* On numerical solution of integral equations of planar and spatial diffraction problems // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modeling. V. 7. № 5. 1992. pp. 387-404.*
 62. *Кюркчан А. Г., Маненков С. А.* Гибридный подход к решению задачи дифракции на плоских экранах // *Акустический журнал. 2015. Т. 61. № 2.*
 63. *Felsen L., Marcuvitz N.* Radiation and scattering of waves. Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons. 2003.
 64. *Borovikov V. A.* Uniform stationary phase method. London, UK: IEE. 1994.
 65. *Lewis R. M.* Asymptotic theory of transients // в книге «*Electromagnetic Wave Theory*», Part 2 (ed. J. Brown), p. 864. New York: Pergamon Press, 1967.
 66. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука. 1973.
 67. *Хёйл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир. 1964.
 68. *Татарников Д. В., Чернецкий И. М.* Затенение полуплоскостью с полупрозрачным окончанием // Доклады VI Всероссийской н/т конференции «Радиолокация и радиосвязь», М., 19-22 ноября 2012г. С. 169-174.
 69. *Лурье К. А.* Дифракция плоской электромагнитной волны на идеально проводящем тонком диске // *ЖТФ. 1959. № 12. С. 1421–1433.*
 70. *Hansen E. B.* Scalar diffraction by an infinite strip and a circular disc // *Journ. of Math. and Physics. V. 41. № 3. 1962. pp. 229–245.*
 71. *Diane P. Marsland, Constantine A. Balanis, Stephen A. Brumley* Higher order diffractions from a circular disk // *IEEE Trans. V. AP-35. № 12. Dec. 1987. pp. 1436–1444.*
 72. *Akashi T., Ando M., Kinoshita T.* Effect of multiple diffraction in PTD analysis of scattered field from a conducting disk // *Trans. IEICE. V. E-72. № 4. 1989. pp. 259–261.*
 73. *Ando M., Kinoshita T.* Accuracy comparison of PTD and PO for plane wave diffraction from large circular disk // *Trans. IEICE. V. E-72. № 11. 1989. pp. 1212–1218.*
 74. *Ando M., Kinoshita T.* PO and PTD analysis in polarization prediction for plane wave diffraction from large circular disk // *Digests of 1989 IEEE AP/S Int. Symp. V. 3. 1989. pp. 1282–1285.*
 75. *Allen K. Dominek* Transient scattering analysis for a circular disk // *IEEE Trans. V. AP-39. № 6. June 1991. pp. 815–819.*
 76. *Li L. W., Kooi P. S., Qiu Y. L., Yeo T. S., and Leong M. S.* Analysis of electromagnetic scattering of conducting circular disk using a hybrid method // *PIER. V. 20. 1998. pp. 101–123.*

77. *Zalipaev V., Kostin A.* Scattering of a plane electromagnetic wave by a perfectly conducting disk in the high-frequency approximation // in proc. of int. seminar «Day on Diffraction 2001». 2001. pp. 311–319.
78. *Hongo K. and Naqvi Q. A.* Diffraction of electromagnetic wave by disk and circular hole in a perfectly conducting plane // PIER. V. 68. 2007. pp. 113–150.
79. *Balaban M. V., Sauleau R., Benson T. M., and Nosich A. I.* Dual integral expressions technique in electromagnetic wave scattering by a thin disk // PIER. V. 16. 2009. pp. 107–126.
80. *Сухаревский И. О., Залевский Г. С., Нечитайло С. В., Сухаревский О.И.* Рассеяние электромагнитной волны круглым идеально проводящим диском конечной толщины // Электромагнитные волны и электронные системы. 2010. № 2. С. 42–47.
81. *Bardeen J.* The Diffraction of a Circularly Symmetrical Electromagnetic Wave by a Co-axial Circular Disc of Infinite Conductivity // Physical Review. Nov. 1930. V. 36. pp. 1482–1488.
82. *Кочержевский Г. Н.* Излучение щели, прорезанной в идеально проводящем круглом диске // Радиотехника. 1955. Т. 10. № 4. С. 48–55.
83. *Белкина М. Г.* Дифракция электромагнитных волн на диске // В сб.: Дифракция электромагнитных волн на некоторых телах вращения. М.: Сов. радио. 1957. С. 148–174.
84. *Гринберг Г. А., Пименов Ю. В.* К вопросу о дифракции электромагнитных волн на бесконечно тонких идеально проводящих плоских экранах // ЖТФ. 1957. №10. С. 2326–2339.
85. *Пименов Ю. В.* Излучение элементарного электрического вибратора, расположенного в центре идеально проводящего круглого диска // Антенны. 1968. вып. 3. С. 93–102.
86. *Пименов Ю. В., Брауде Л. Г.* Излучение элементарного щелевого вибратора, расположенного в центре идеально проводящего диска // Антенны. 1969. вып. 6. С. 89–105.
87. *Пименов Ю. В., Давыдов А. Г.* О влиянии идеально проводящей плоскости с круглым отверстием на излучение элементарного магнитного вибратора // Радиотехника. 1978. т. 33. № 7. С. 91–94.
88. *Пименов Ю. В., Давыдов А. Г.* Излучение вертикального электрического вибратора, расположенного на оси идеально проводящего диска // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1980. т. 23. № 1. С. 101–112.
89. *Duan D. W., Rahmat-Samii Y. and Mahon J. P.* Scattering from a circular disk: Comparative study of PTD and GTD techniques // Proc. of IEEE. V. 79. № 10. 1991. pp. 1472–1480.
90. *Murasaki T., Sato M., Ando M., Goto N.* Diffraction Analysis of a Flat Plate for Dipole Wave Incidence Using the Modified Edge Representation // Proc. of ISAP. 1992. pp. 569–572.
91. *Inawashiro S.* Diffraction of electromagnetic waves from an electric dipole by a conducting

- circular disk // Journal of Physics Society. Japan. V. 18. 1963. pp. 273–287.
92. *Hongo K., Jafri A. D. U., and Naqvi Q. A.* Scattering of electromagnetic spherical wave by a perfectly conducting disk // PIER. V. 129. 2012. pp. 315–343.
93. *Новиков Ю. Н.* Возбуждение проводящего диска кольцевым током бегущей волны // Волны и дифракция. 1981. Т.3. С.93–96.
94. *Конторович М. И., Новиков Ю. Н.* О влиянии экрана на работу кольцевых антенн бегущей волны // РЭ. 1983. Т.28. № 9. С.1708–1713.
95. *Конторович М. И., Новиков Ю. Н.* Дифракция электромагнитных волн на кольце и диске // ЖТФ. 1984. Т.54. № 11. С.2081–2086.
96. *Конторович М. И., Новиков Ю. Н.* Итерационный метод решения некоторых задач теории антенн // Антенны. 1986. вып. 34. С. 24–28.
97. *Конторович М. И., Новиков Ю. Н.* Итерационный метод решения некоторых электродинамических задач // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1987. Т.27. №.1. С.141–144.
98. *Meixner J.* The radiation pattern and induced current in a circular antenna with an annular slit // IRE Trans. July 1956. V. AP-4. № 3. pp. 408–411.
99. *Пименов Ю. В., Снег Л.Н.* Излучение кольцевой щели, прорезанной в идеально проводящем диске большого радиуса // Радиотехника. 1970. Т.25. № 7. С. 32–38.
100. *Пименов Ю. В., Смирнов Е. В.* Возбуждение идеально проводящего диска узкой кольцевой щелью // РЭ. 1977. Т.22. № 5. С.896–904.
101. *Банков С. Е.* Антенны спутниковых навигаторов. М.: «Перо». 2014.
102. *Уфимцев П. Я.* Дифракция электромагнитных волн на черных телах и на полупрозрачных пластинах // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1968. Т. 11. № 6. С. 912–931.
103. *Hongo K., Jafri A. D. U., and Naqvi Q. A.* Scattering of electromagnetic plane wave by a circular disk with surface impedance // PIER. V. 127. 2012. pp. 501–522.
104. *Кравченко В. Ф., Ерофеев В. Т.* Дифракция электромагнитных волн, излучаемых магнитным диполем, на сверхпроводящем тонком диске // Радиотехника. 1995. №10. С. 65–70.
105. *Кравченко В. Ф., Ерофеев В. Т., Пустовойт В. И.* О структуре электромагнитного поля магнитного диполя на сверхпроводящем тонком диске // ДАН. 1995. Т. 344. № 2. С. 168-171.
106. *Кравченко В. Ф., Тютюкин Р. Г.* Новый метод определения электродинамических характеристик сверхпроводящего диска, возбуждаемого электрическим диполем // Радиотехника. 1997. № 2. С. 8-16.
107. *Кравченко В. Ф., Пустовойт В. И., Тютюкин Р. Г.* Определение

- электродинамических характеристик сверхпроводящего диска, возбуждаемого электрическим диполем // ДАН. 1997. Т. 353. № 4. С. 345-349.
108. *Кравченко В. Ф.* Электродинамика сверхпроводящих структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2006.
109. *Калошин В. А., Попов А. П.* Рассеяние на осесимметричной кромке // РЭ. 1984. № 8. С. 1502–1509.
110. *Калошин В. А., Клионовски К. К.* О дифракции поля магнитного диполя на идеально проводящем диске // Материалы докладов международной конференции “Излучение и рассеяние электромагнитных волн ИРЭМВ-2013”, пос. Дивноморское, Краснодарский край. 23-28 июня 2013 г. С. 305–310.
111. *Калошин В. А., Клионовски К. К.* О рассеянии поля кольцевого тока на идеально проводящем диске // Материалы докладов I Всероссийской Микроволновой конференции, Москва, 2013. С. 224–228.
112. *Kaloshin V. A., Klionovski K. K.* Scattering of dipole field by perfectly conducting disk // Journal of Radioelectronics. 2013. №.12. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/dec13/7/text.pdf>.
113. *Kaloshin V. A., Klionovski K. K.* Radiation of a dipole located on axis of a semitransparent disk // Journal of Radioelectronics. 2014. №.5. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/may14/10/text.pdf>.
114. *Калошин В. А., Клионовски К. К.* О рассеянии поля кольцевого тока на идеально проводящем диске // РЭ. 2014. Т.59. № 6. С. 527–542.
115. *Kaloshin V. A., Klionovski K. K.* Radiation of a Ring Current above a Semitransparent Disk // In proc. of the Asia-Pacific Microwave Conference APMC 2014, Sendai, Japan, 2014, pp. 1414–1416.
116. *Weinstein L. A.* The Theory of Diffraction and the Factorization Method. Boulder, Colorado, USA: Golem Press. 1969.
117. *Balanis C. A.* Antenna Theory: Analysis and Design. New Jersey, USA: John Wiley and Sons. 2005.
118. *Tatarnikov D., Klionovski K.* Flat semi-transparent ground plane for reducing multipath. WIPO patent application WO 2011/107837. Sept. 09, 2011. Приоритет от 22.01.2010.
119. *Клионовски К. К.* Теоретические и экспериментальные исследования круглых полупрозрачных экранов для антенны радионавигационного приемника // Антенны. 2012. т. 182. № 7. С. 46–54.
120. *Клионовски К. К.* Круглые полупрозрачные экраны для уменьшения эффекта многолучевого приема сигналов // Материалы докладов 8-й международной

конференции “Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций РТ-2012”, Севастополь, 2012. С. 236.

121. *Klionovski K. K.* Theoretical and Experimental Research of Diffraction on Round Semitransparent Ground Plane // IEEE Trans. 2013. vol. AP-61. № 6. pp. 3207–3215.
122. *Калошин В. А., Клионовски К. К.* Излучение слабонаправленных осесимметричных антенн с круглыми экранами // Материалы докладов II Всероссийской Микроволновой конференции, Москва, 2014. С. 468–473.
123. *Клионовски К. К.* Практическая реализация поверхности для построения полупрозрачного экрана с индуктивным импедансом // Антенны. 2012. т. 183. № 8. С. 51–56.
124. *Клионовски К. К.* Полупрозрачный экран для антенны радионавигационного приемника. Патент RU 2 458 439, 10.08.2012г., бюл. №22.