

Учреждение Российской академии наук  
Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

На правах рукописи

Шапиро Дмитрий Сергеевич

**Динамический режим электронного транспорта  
через примесь в одномерной системе  
взаимодействующих электронов**

01.04.07 – Физика конденсированного состояния

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2011

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор  
Артеменко Сергей Николаевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор  
Фейгельман Михаил Викторович,  
кандидат физико-математических наук  
Рожков Александр Владимирович

Ведущая организация: Учреждение Российской академии наук  
Институт физики твердого тела РАН

Защита состоится 23 декабря 2011 года, в 10<sup>00</sup> на заседании диссертационного совета Д 002.231.01 при ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН по адресу: 125009, Москва, ул. Моховая, д.11, корп.7.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

Автореферат разослан 18 ноября 2011 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук,  
профессор



С.Н. Артеменко

## Общая характеристика работы

**Актуальность работы.** Физика одномерных электронных систем является сравнительно новым направлением современной физики конденсированного состояния. Одномерные электронные системы могут быть реализованы в очень тонких проводниках, у которых размеры в поперечных направлениях имеют порядок фермиевской длины волны электронов данного проводника. В этом случае происходит размерное квантование, размерность электронной системы понижается и электроны становятся эффективно одномерными. В течении последних двух десятилетий стало возможным технологически создавать и исследовать транспортные свойства таких проводников. К ним относятся полупроводниковые квантовые проволоки, металлические атомные цепочки на поверхности диэлектрика, углеродные нанотрубки, краевые состояния в квантовом эффекте Холла, длинные проводящие органические молекулы. Существенным отличием одномерных систем от систем более высоких размерностей заключается в том, что взаимодействующие одномерные электроны не являются "стандартной" ферми-жидкостью с одночастичными возбуждениями, так как взаимодействие электронов в одномерном канале всегда является большим эффектом и не может рассматриваться в рамках теории возмущений. В результате, в отличие от двумерного и трехмерного случаев, вместо ферми-жидкости стабильным состоянием в одномерии является жидкость Латтинджера с коллективными возбуждениями зарядовой и спиновой плотности. Именно коллективный характер собственных возбуждений приводит к новым эффектам – даже единственная примесь, дефект или неидеальный контакт подавляют линейную проводимость. До сих пор механизм проводимости в одномерных системах не является полностью изученным, так как он сильно отличается от стандартных механизмов электронного транспорта в физике твердого тела. Важно отметить, что интерес к одномерным

проводникам связан не только с качественно новыми физическими характеристиками, которые возникают из-за межэлектронного взаимодействия, но также и с современной тенденцией миниатюризации электронных приборов, сопровождающейся переходом к нанометровым размерам элементов. Исходя из этого, тему представленной диссертации можно считать актуальной.

**Целью диссертационной работы** явилось исследование электронного транспорта через примесь в одномерной электронной системе, в рамках которого построено теоретическое описание нового режима проводимости, заключающегося в том, что достаточно высокое постоянное напряжения на контактах приводит к генерации переменного тока. Этот новый режим по своим проявлениям напоминает, например, эффект Джозефсона, кулоновскую блокаду или движение волны зарядовой плотности в квази-1D системах. Теоретическое исследование заключалось в решении задачи о протекании тока в случае как короткодействующего, так и далекодействующего взаимодействия между электронами, изучение влияния флуктуаций на проводимость и выяснение области параметров системы, при которых возможно наблюдение эффекта.

**Достоверность** полученных результатов подтверждается тем, что при расчетах использовались проверенные современные методы теоретической физики, признанием полученных результатов научной общественностью при обсуждениях на научных семинарах и конференциях, а также положительными рецензиями статей, при публикациях результатов исследования в научных журналах.

**Практическая значимость.** В работе предсказан новый режим электропроводности, которому соответствует эффект высокочастотной генерации переменного тока при приложенном постоянном напряжении на контактах к 1D системе. Результаты исследования этого эффекта важны для понимания фундаментальных транспортных и флуктуационных свойств одномер-

ных квантовых проводников и могут иметь практическое применение при разработке элементной базы наноэлектроники.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Предсказан динамический режим электронного транспорта в одномерной системе взаимодействующих электронов с единственной примесью, который по своим проявлениям похож на эффект Джозефсона.
2. Вычислены вольт-амперные характеристики квантовой проволоки с примесью в случае короткодействующего межэлектронного взаимодействия. Получено, при напряжении больше порогового значения  $V_T$  происходит резкий рост постоянного тока  $I$ , сопровождающийся генерацией переменного тока с частотой  $f = I/e$ . Пороговое напряжение  $V_T$  равно потенциалу примеси, перенормированному флуктуациями.
3. Установлено, что для существования эффекта необходимо, чтобы температура была ниже величины порядка  $V_T$ , а длина больше критической длины порядка  $v_F/V_T$ .
4. Вычислен спектр флуктуаций тока в режиме генерации. Спектральная плотность флуктуаций имеет вид максимума на частоте генерации со степенным спаданием спектра.

**Апробация работы.** Результаты диссертации были доложены на российских и международных конференциях:

1. 6th International Workshop on Electronic Crystals "ECRYS-2011", Каржез, Франция, 24-30 августа 2011 г.
2. Advanced Research Workshop "Fundamentals of electronic nanosystems" NanoPiter 2010, Санкт-Петербург, 29 июня – 2 июля 2010 г.

3. Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления в твердых телах, Троицк, 17 июня 2010 г.
4. XXXV Совецание по физике низких температур, Черногловка, 29 сентября – 2 октября 2009 г.
5. 16th International Conference on Electron Dynamics In Semiconductors, Optoelectronics and Nanostructures "EDISON 16", Монпелье, Франция, 24 – 28 августа 2009 г.
6. XII International Conference For Young Researchers: Wave Electronics and Its Applications in Information and Telecommunication Systems, Санкт-Петербург 26 – 30 мая 2009 г.
7. Конференция "Актуальные проблемы физики высоких давлений и твердого тела", Туапсе 20 – 31 сентября 2008 г.
8. 5th International Workshop on Electronic Crystals "ECRYS-2008", Каржез, Франция, 24-30 августа 2008 г.
9. 16-th International Symposium "Nanostructures: Physics and Technology", Владивосток, 2008 г.
10. Internationasl Workshop "Recent Developments in Low Dimensional CDW Conductors", Скрадин, Хорватия, 2006 г.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 13 научных статей, из них 8 статей опубликованы в журналах, включенных в Перечень ВАК, в том числе 6 статей российских [А1, А2, А3, А4, А5, А6] и 2 статьи [А7, А8] в зарубежных журналах, и 5 статей в сборниках трудов отечественных и зарубежных конференций.

**Личный вклад автора** заключается в участии в постановке задачи и построении теоретического подхода, на основе которого строится решение, в проведении аналитических и численных исследований, в написании научных статей и их подготовке к публикации.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка публикаций по теме диссертации и списка цитированной литературы. Работа содержит 67 страниц, 3 рисунка и список литературы.

## Содержание работы

**Во введении** сформулированы цели диссертационной работы, обсуждается ее актуальность и достоверность, аргументируется научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов и представлены научные положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** приводятся общие сведения о проводниках с 1D электронной системой, объясняются главные отличия их свойств от систем более высоких размерностей, дается определение состояния жидкости Латтинджера, которое является альтернативой ферми-жидкости в 1D случае, поскольку одночастичные возбуждения, электроны и дырки, имеют очень большое затухание и ферми-жидкостное состояние становится нестабильным. Рассказывается о широко используемых теоретических методах 1D физики – модели Томонаги-Латтинджера и методе бозонизации, который заключается в переходе от двухкомпонентного  $\hat{\psi}$ -оператора к полям смещения зарядовой  $\hat{\Phi}_\rho$  и спиновой  $\hat{\Phi}_\sigma$  плотностей, а также сопряженных им операторам импульса  $\hat{\theta}_{\rho,\sigma}$  [1–3]. Такая операторная замена позволяет отобразить гамильтониан взаимодействующих фермионов с любым характере межэлектронного взаимодействия на сумму двух гамильтонианов, квадратичных относительно  $\hat{\Phi}_{\rho,\sigma}$ .

Таким образом, модель Томонаги-Латтинджера позволяет представить 1D систему как электронное состояние не с одночастичными электронами и дырками, а с коллективными бозонным возбуждениями. Сначала будет рассмотрен бесспиновый случай, когда есть только одно зарядовое поле смещения  $\hat{\Phi}_\rho$ , у которого, для краткости, индекс  $\rho$  будет опущен.

Далее рассказывается о том, что единственная примесь в 1D канале подавляет линейную проводимость, вместо которой появляются степенные зависимости кондактанса от напряжения и/или температуры  $G \propto V^\alpha$ ,  $V \gg T$  и  $G \propto T^\alpha$ ,  $V \ll T$ , причем степень  $\alpha > 0$  определяется характером и силой межэлектронного взаимодействия. В этом свойстве проявляется существенное отличие жидкости Латтинджера от ферми-жидкости.

Как известно, вокруг примеси создается  $2k_F$  фриделевская осцилляция электронной плотности, которой в бозонизованном виде соответствует оператор  $\hat{\rho}_{2k_F} = k_F \cos(2k_F x + \hat{\Phi})$ . Термодинамическое усреднение  $\rho_{2k_F} \equiv \langle \hat{\rho}_{2k_F} \rangle$  дает выражение для ее формы, которая обладает характерным для жидкости Латтинджера степенным спаданием амплитуды  $f(x) \propto 1/x^\beta$

$$\rho_{2k_F}(x, t) \propto e k_F f(x) \cos(2k_F x)$$

Фриделевская осцилляция пиннигуется на примеси, и чем сильнее межэлектронное взаимодействие, тем оказываются меньше квантовые флуктуации поля  $\hat{\Phi}$  и, как следствие, пиннинг оказывается более сильным. Упомянутая слабая проводимость со степенными  $I-V$  характеристиками объясняется коллективным квантовым туннелированием электронной плотности через минимумы статической фриделевской осцилляции. В терминах поля  $\hat{\Phi}$  это соответствует туннелированию среднего  $\langle \hat{\Phi} \rangle$  через минимумы потенциала стиральной доски  $\hat{\rho}_{2k_F} = k_F \cos(2k_F x + \hat{\Phi})$ . Вопрос о теоретическом описании механизма протекания тока через примесь многократно рассматривался в ряде работ, в которых вычислялись DC  $I-V$  характеристики в рамках ренормгруп-

пы [4–6], Бете-анзатца [7] и рефермионной техники [8]. Эти подходы основаны на предположениях, что все процессы в системе являются стационарными, а функции распределения частиц, налетающих на примесь, имеют равновесный характер. Однако такие предположения не являются корректными, если рассмотреть поведение системы при достаточно высоких напряжениях  $V$ , когда должен быть депиннинг фриделевской осцилляции, что в  $\hat{\Phi}$ -представлении означает скатывание  $\langle \hat{\Phi} \rangle$  по стиральной доске с сильным наклоном, который определяется приложенным напряжением  $V$  к контактам. В разделе ”Постановка задачи” сформулирован альтернативный подход, основанный на решении нестационарного уравнения Гайзенберга для оператора поля смещения  $\hat{\Phi}$  с граничными условиями на контактах. Этот подход позволяет построить решение при достаточно высоких приложенных напряжениях, когда  $V > V_T$ , при которых происходит депиннинг фриделевской осцилляции и качественно меняется механизм электронного транспорта: происходит переход от известного режима квантового туннелирования [4–8] в новый режим, соответствующий движению фриделевской осцилляции как целого [A2, A3, A5, A7, A8]. В разделе ”Основные результаты” рассказывается, что DC ток  $I_{DC}$  при этом сильно возрастает и на его фоне происходит генерация переменного тока с частотой  $f = I_{DC}/e$  из-за неравномерности такого движения. Пороговое напряжение  $V_T$  определяется потенциалом примеси, перенормированным флуктуациями. По своим проявлениям этот эффект напоминает движение волны зарядовой плотности в квази-1D проводниках, кулоновскую блокаду и нестационарный эффект Джозефсона, а термодинамически усредненное уравнение на  $\langle \hat{\Phi}(t) \rangle$ , которое описывает ток в 1D системе  $I(t) \equiv \frac{e}{\pi} \partial_t \langle \hat{\Phi}(t) \rangle$ , напоминает уравнение Джозефсона для сверхпроводящей фазы.

В случае, когда в системе есть кулоновское дальнедействующее взаимодействие, то  $4k_F$ -компонента коррелятора плотность-плотность спадает медленнее, чем любая степень  $x$  как  $e^{-c\sqrt{\ln x}}$  [9]. Это означает, что в системе с

кулоновским взаимодействием существует почти дальний порядок и формируется  $4k_F$  "вигнеровский кристалл", который вместе с фриделевской осцилляцией может двигаться как целое и тем самым определять проводимость (готовится к печати в [10]).

**Во второй главе** приводятся выражения для гамильтониана Томонаги-Латтинджера для бесспиновой системы и для спектра коллективных возбуждений, который оказывается аналогичен спектру акустических фононов

$$\omega = \sqrt{1 + \frac{g_q}{\pi v_F}} v_F q.$$

Отсюда видно, что взаимодействие у затравочных фермионов  $g_q$  приводит только к перенормировке скорости волн в бозонизованном гамильтониане  $v_\rho = \frac{v_F}{K_{\rho,q}}$ . Безразмерным параметром, который характеризует взаимодействие в модели Латтинджера, является

$$K_{\rho,q} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{g_q}{\pi v_F}}}$$

Отталкиванию соответствует  $0 < K_\rho < 1$ , невзаимодействующему случаю –  $K_\rho = 1$ , и  $K_\rho > 1$  – притяжению. В системе с металлическим затвором происходит экранирование дальнедействующего кулоновского взаимодействия, потенциал взаимодействия становится диполь-дипольным и интегрируемым, поэтому его принято моделировать локальной функцией (в импульсном представлении это означает, что  $g = \text{const}$ ) и стандартный латтинджерский параметр не зависит от  $q$ .

**В третьей главе** рассматривается постановка граничной операторной задачи для бесспиновой и беспримесной одномерной системы с короткодействующим взаимодействием и идеальными (геометрически плавными по сравнению с  $\lambda_F$ ) контактами, к которым приложено заданное напряжение  $U_{L,R}(t)$ . В рамках решения дифференциального операторного уравнения для поля

смещения  $\hat{\Phi}$  и граничных условий для термодинамических средних [11], вычисляется линейный отклик на  $V = U_R - U_L$  и  $U = (U_R + U_L)/2$ . Кондактанс как функция частоты приложенного напряжения  $V_\omega$  оказывается осциллирующей величиной, которая не убывает в пределе большой длины системы, например, в отличие от результатов [12]. Если считать, что напряжение на контактах меняется по гармоническому закону  $v(t) = v \cos \omega_0 t$ , то

$$I(t, \pm \frac{L}{2}) = G_0 v K_\rho \frac{K_\rho (\cos \frac{\omega_0 L}{v_\rho} + 1) \cos \omega_0 t + \sin \frac{\omega_0 L}{v_\rho} \sin \omega_0 t}{1 + K_\rho^2 - (1 - K_\rho^2) \cos \frac{\omega_0 L}{v_\rho}}$$

В изложенном подходе результат для кондактанса не убывает с ростом  $L$ . Это является следствием того, что электрическое поле не входит в уравнения движения, так как электрический ток определяется только разностью химпотенциалов в электродах, информация о которых содержится в граничных условиях. Падение напряжения происходит на контактах, а не внутри проволоки, так как контакты являются наиболее геометрически резкой областью во всей системе квантовой проволоки и электродов. А именно, предполагается, что длина области перехода между 1D и 2(3D) электродом много меньше  $L$ . Линейный отклик появляется на ненулевой частоте, даже когда приложенное напряжение одинаково на обоих контактах (то есть  $V = 0$ ) или когда у проволоки только один контакт. Это происходит из-за плазмонного характера зарядовых возбуждений, которые приводят к перераспределению электронной плотности внутри 1D системы (готовится к печати в [13])

$$I\left(\pm \frac{L}{2}\right) = \frac{V}{Z(\omega)} \pm \frac{U}{\tilde{Z}(\omega)}, \quad U = \frac{U_+ + U_-}{2}, \quad V = U_+ - U_-,$$

$$Z(\omega) = \frac{1}{G_0} \left[ 1 + i \left( \frac{d}{\omega} - \frac{1}{K_\rho} \tan \frac{\omega L}{2v} \right) \right], \quad \tilde{Z}(\omega) = \frac{1}{2G_0} \left[ 1 + i \left( \frac{d}{\omega} + \frac{1}{K_\rho} \tan^{-1} \frac{\omega L}{2v} \right) \right],$$

где  $G_0 = \frac{e^2}{2\pi\hbar}$  – квант проводимости.

Далее построено обобщение для флуктуаций в беспримесной системе. А именно, с помощью операторных граничных условий [A1] выводится соотно-

шение между флуктуациями поля смещения в центре проволоки  $\hat{\phi} \equiv \hat{\Phi} - \langle \hat{\Phi} \rangle$  и числа частиц  $\hat{P} = 2\pi v_F(\hat{N}_R - \hat{N}_L) - V$ , влетающих в левый и правый контакты, которые обладают равновесными корреляционными функциями  $\langle \hat{P}_\omega \hat{P}_{-\omega} \rangle = 2\pi\omega(\coth \frac{\omega}{2T} + 1)$

$$\langle \{\hat{\phi}_\omega, \hat{\phi}_{-\omega}\} \rangle = \frac{1}{\omega(1 + (K_\rho^{-2} - 1) \sin^2 \frac{\omega L}{2v_\rho})} \coth \frac{\omega}{2T}$$

Здесь  $\coth \frac{\omega}{2T}$  соответствует функции распределения коллективных возбуждений, а осциллирующий множитель – их плотности состояний.

**В четвертой главе** рассматривается 1D система с примесью в  $x = 0$  и адиабатическими контактами в  $x = \pm L/2$ . Предполагается, что потенциал примеси  $U_i(x)$  имеет  $\delta$ -образный вид. Полный гамильтониан бесспиновой жидкости Латтинджера с примесью в  $x = 0$  есть сумма стандартного гамильтониана Томонаги-Латтинджера и примесной части [1], в которую входит только косинус  $\cos 2\hat{\Phi}_0$  от локального оператора смещения в  $x = 0$  (здесь  $\hat{\Phi}_0(t) \equiv \hat{\Phi}(t, x=0)$ )

$$\hat{H} = \frac{\pi\hbar v_F}{2} \int \left( (\partial_x \hat{\theta})^2 + \frac{1}{\pi^2 K_\rho^2} (\partial_x \hat{\Phi})^2 \right) dx - \frac{e}{\pi} W_i \cos 2\hat{\Phi}_0,$$

где

$$W_i = \int U_i(x) e^{2ik_F x} dx.$$

соответствует  $2k_F$  компоненте примесного потенциала. Плавная компонента примесного потенциала никак не влияет на электронный транспорт и ее можно исключить из гамильтониана после унитарного преобразования, в то время как быстрая компонента, соответствующая косинусу, оказывается релевантной в рамках ренормгруппового преобразования при межэлектронном отталкивании, когда  $K_\rho < 1$  (см., например, [3]). Релевантность означает, что процессы  $2k_F$  рассеяния электронов назад нельзя корректно учесть по теории возмущений и они должны приводить к качественно новым эффектам.

Из этого гамильтониана с помощью стандартного коммутационного соотношения между  $\hat{\Phi}$  и  $\hat{\theta}$  и граничных условий на операторы на контактах выводятся уравнения на термодинамическое среднее от оператора поля смещения в точке примеси  $\Phi_0 \equiv \langle \hat{\Phi}_0 \rangle$

$$\partial_t \Phi_0(t) + \int_0^\infty dt_1 W_i Z(t-t_1) \langle \sin 2\hat{\Phi}_0(t_1) \rangle = V/2, \quad (1)$$

и на оператор флуктуаций в точке примеси  $\hat{\phi} \equiv \hat{\Phi}_0 - \Phi_0$

$$\partial_t \hat{\phi}(t) + \int_0^\infty dt_1 W_i Z(t-t_1) [\sin 2\hat{\Phi}_0(t_1) - \langle \sin 2\hat{\Phi}_0(t_1) \rangle] = \int_0^\infty dt_1 F(t-t_1) \delta \hat{P}(t_1), \quad (2)$$

$$Z(t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega t} \frac{K_\rho (1 - iK_\rho \tan \frac{\omega t_L}{2})}{(K_\rho - i \tan \frac{\omega t_L}{2})} = \sum_{n \geq 0} r^n \delta(t - nt_L), \quad (3)$$

$$F(t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega t} \frac{K_\rho}{2(K_\rho \cos \frac{\omega t_L}{2} - i \sin \frac{\omega t_L}{2})}, \quad t_L = \frac{L}{v}.$$

Функции памяти  $Z, F$  характеризуют процессы отражений собственных возбуждений жидкости Латтинджера от контактов. Отражения происходят даже от идеального контакта, если есть разница между константами взаимодействия в 1D и в электродах. Поскольку рассматривается 1D система с межэлектронным отталкиванием и невзаимодействующая ферми-жидкость в массивных электродах, то коэффициент отражения коллективных волн плотности  $r = \frac{1-K_\rho}{1+K_\rho} \neq 0$ .

Совместное решение двух связанных уравнений (1,2) полностью описывают протекание тока через примесь. Уравнение на среднее соответствует наблюдаемому току, так как

$$I(t) = \frac{e}{\pi} \partial_t \Phi_0(t),$$

а операторное уравнение на (2) описывает релаксацию, так как оно представляет собой связь между неравновесными флуктуациями внутри 1D системы и флуктуациями электронной плотности в термостате, которым является

равновесная ферми-жидкость в массивных электродах. В последнем разделе этой главы делается обобщение для функций памяти  $Z, F$ , в зависимости от импедансов внешней нагрузки и шунтирующего сопротивления, соединенного параллельно с квантовой проволокой.

В общем виде решить эти два уравнения сложно из-за негауссовых флуктуаций, которые присутствуют в примесном гамильтониане и в уравнениях движения в виде  $\sin 2\hat{\Phi}_0$ . Но в случае сильного межэлектронного взаимодействия и высоких приложенных напряжений можно построить строгое решение, описывающее генерацию переменного тока, ограничившись моделью гауссовых флуктуаций.

**В четвертой главе** представлено решение в квазиклассическом пределе аномально сильного короткодействующего межэлектронного отталкивания  $K_\rho \ll 1$ , когда, как видно из (2), квантовые флуктуации исчезают и решение задачи о протекании тока сводится только к единственному уравнению на среднее  $\Phi_0(t)$  (1). В [A3, A7] найдено аналитическое решение для (1) в случае, если в системе есть затухание плазмонов  $\nu$ , а ее длина  $L \gg v_F/\nu$ . В системе без затухания результаты качественно сохранятся, но вычисления будут более объемными. В этом случае отраженные плазмоны на частотах  $\omega > \nu$  затухают и отражения от контактов оказываются несущественными, так как в функциях памяти  $Z, F$  (3) перед каждой  $n$ -й  $\delta$ -функцией появится дополнительная затухающая экспонента  $e^{-nL\nu/v_F}$ . Уравнение на термодинамическое среднее (1) при  $L \gg v_F/\nu$  станет следующим

$$\partial_t \Phi_0 + K_\rho W_i (\sin 2\Phi_0(t) - \langle \sin 2\Phi_0(t) \rangle_t) = \frac{V}{2} - W_i \langle \sin 2\Phi_0(t) \rangle_t \quad (4)$$

Оно напоминает уравнение Джозефсона и является интегрируемым, его решение

$$I(t) \equiv \frac{1}{\pi} \partial_t \Phi_0(t) = \frac{I^2}{G_0(V - V_T \sin 2\pi I t)}, \quad I = G_0(V - V_i)$$

Такое нестационарно решение существует при напряжении выше порогового  $V > V_T$ , которое в квазиклассическом пределе равно удвоенному потенциалу примеси  $2W_i$ . Амплитуда осцилляций  $I_{ac} = 2K_\rho W_i$ , а частота пропорциональна среднему току  $f = I/e$ . В противоположном случае  $V < V_T$  существует только постоянное решение для фазы  $\Phi_0 = \text{const}$ , соответствующее нулевому току. При  $V > V_T$  из решения для  $I(t)$  можно вычислить DC падение напряжения на примеси  $V_i$  и, соответственно, найти соотношение на  $I - V$ -характеристику

$$I = V - V_i, \quad V_i = \frac{\sqrt{I^2 + (G_0 V_T K_\rho)^2} - I}{G_0 K_\rho}.$$

В области высоких напряжений кондактанс насыщается до баллистической величины  $G_0$ , так как DC падение напряжения на примеси убывает

$$I \approx G_0 V \left( 1 - K_\rho \frac{V_T^2}{V^2} \right)$$

**В пятой главе** рассматривается аналогичная задача для более реалистичной реализации 1D системы, когда характер межэлектронного отталкивания описывается кулоновским дальнодействующим потенциалом и когда в ней есть спиновая степень свободы. На примеси происходит нарушение спин-зарядового разделения и флуктуации в спиновом канале, в частности, приводят к перенормировке амплитуды генерации и порогового напряжения в зарядовом канале. Подробное изучение нестационарных эффектов и флуктуаций в спиновом канале было сделано в работе [14], в которой построено точное решение для негауссовых флуктуаций в рамках рефермионной подстановки. Для величины флуктуаций в зарядовом канале оказывается важен длинноволновый предел, так как в чистой жидкости Латтинджера флуктуации огромны именно из-за инфракрасной расходимости. Но, помещая примесь в 1D систему, инфракрасная расходимость устраняется и флуктуации становятся подавленными. В случае кулоновского взаимодействия матрич-

ный элемент взаимодействия зависит от  $q$

$$K_{\rho,q} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2 \ln(qd)}}, \quad (5)$$

Сила кулоновского отталкивания характеризуется безразмерной величиной

$$\gamma = \frac{e^2}{\epsilon \hbar v_F}$$

где диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  – это характеристика среды, окружающей проволоку. В реальных системах  $\gamma$  может быть больше или порядка единицы, так как  $v_F \sim 10^7$  cm/sec, что на три порядка меньше скорости света  $c$

$$\gamma = \frac{1}{137} \frac{c}{\epsilon v_F} \approx 1 \dots 10$$

Из (5) видно, что в длинноволновом пределе  $K_\rho \rightarrow 0$ , то есть, кулоновское взаимодействие с любой силой  $\gamma$  всегда аналогично короткодействующему аномально сильному отталкиванию. Учитывая это свойство кулоновского взаимодействия, в области высоких напряжений  $V \gg V_T$  можно построить строгое решение в рамках самосогласованного гармонического приближения для слабых флуктуаций в зарядовом секторе возбуждений.

Два гайзенберговских уравнения на спиновый и зарядовый сектора, которые описывают проводимость в такой системе, выводятся из бозонизованного гамильтониана с учетом спина

$$\partial_t \hat{\Phi}_\rho + Z \otimes W_i \sin \sqrt{2} \hat{\Phi}_\rho \cos \sqrt{2} \hat{\Phi}_\sigma = V/\sqrt{2} + F \otimes \hat{P}_\rho, \quad (6)$$

$$\partial_t \hat{\Phi}_\sigma + W_i \sin \sqrt{2} \hat{\Phi}_\sigma \cos \sqrt{2} \hat{\Phi}_\rho = \hat{P}_\sigma. \quad (7)$$

Здесь  $\otimes$  означает свертку по времени, а оператор  $\hat{P}_\nu$  относится к флуктуациям плотности заряда и спина в электродах; ”спиновое напряжение” в уравнении (7) отсутствует, так как считается равным нулю. Их решение можно построить в пределе высоких приложенных напряжений  $V \gg V_T$  следующим

образом. Используя решение [14] для спинового канала с сильными флуктуациями и квазиклассическое решение для  $\Phi_\rho(t) = V/\sqrt{2t} + I_{ac} \sin Vt$  при  $V \gg V_T$ , можно вычислить слабые флуктуации в зарядовом канале в термодинамическом пределе  $L \rightarrow \infty$ , когда фурье-образ функций памяти имеет достаточно простой вид

$$Z_\omega = K_{\rho,\omega}, \quad F_\omega = K_{\rho,\omega} \cos t_L \omega$$

Сводя гайзенберговское уравнение к локальному в точке  $x = 0$ , появляется эффективный параметр отталкивания

$$K_{\rho,\omega} = \frac{1}{\gamma \sqrt{\ln \frac{\Lambda}{\omega}}}$$

Благодаря тому, что  $K_{\rho,\omega \rightarrow 0} \rightarrow 0$ , инфракрасная расходимость при вычислении  $\langle \hat{\phi}_\rho \rangle$  устраняется более эффективно, чем в случае короткодействия. Эта величина вычисляется в рамках самосогласованного гармонического приближения, заключающегося в следующей подстановке

$$\sin 2\hat{\phi}_\rho \rightarrow 2\hat{\phi}_\rho e^{-2\langle \hat{\phi}_\rho^2(t) \rangle},$$

которая позволяет линеаризовать уравнение (6) на неизвестный оператор флуктуаций на примеси  $\hat{\phi}_\rho$ , выразив его через  $P_\rho$  в термостате, обладающий равновесными корреляционными функциями. После этого становится возможным вычислить среднее  $\langle \hat{\phi}_\rho^2 \rangle$ , которое при  $T = 0$

$$\langle \hat{\phi}_\rho^2 \rangle = \int \frac{|\omega| K_{\rho,\omega} d\omega}{\omega^2 + \frac{V_T^4}{\gamma^2 V^2}} = \frac{1}{2\gamma} \ln \ln \left( \frac{\Lambda V \gamma}{V_T^2} \right)$$

Отсюда видно, что флуктуации очень слабо зависят от верхней энергии обреза  $\Lambda$ , являющейся большим параметром.

В последних двух разделах этой главы приводятся выражения для амплитуды осцилляций

$$I_{ac}(V) = \frac{G_0 V_T}{\sqrt{2\gamma \ln \frac{\Lambda}{V}}}$$

и нелинейной поправки для DC  $I-V$  характеристики  $I_{nl} \sim I_{ac}^2/V$

$$I_{nl}(V) = G_0 \frac{\sqrt{2}V_T^2}{4V \sqrt{\gamma \ln \frac{\Lambda}{V}}},$$

которые найдены в пределе  $V \gg V_T$ . В этом случае их легко вычислить из уравнения движения (6) по теории возмущений, где малым параметром будет  $V_T/V$ .

Пороговое напряжение – это потенциал примеси, перенормированный флуктуациями в зарядовом и спиновом каналах

$$V_T = 2W_i \langle \cos 2\hat{\Phi}_\sigma \rangle e^{-2\langle \hat{\phi}_\rho^2 \rangle} \approx \frac{W_i^2}{\Lambda} \ln \frac{\Lambda}{W_i} \exp \left( -\frac{1}{2\gamma} \ln \ln \left( \frac{\Lambda\gamma}{W_i} \right) \right)$$

**В шестом разделе** построено приближенное решение для бесспиновой системы с короткодействием ( $K_\rho = \text{const}$ ) в рамках самосогласованного гармонического приближения для флуктуаций. В этом приближении в пределе получается линейное уравнение (здесь предполагается, что  $L \rightarrow \infty$ )

$$\partial_t \hat{\phi} + W(t) \hat{\phi}(t) = \hat{f}(t), \quad W(t) = 2K_\rho W_i e^{-2\langle \hat{\phi}^2(t) \rangle} \cos 2\Phi_0(t), \quad \hat{f}(t) \equiv \int_0^\infty dt_1 F(t-t_1) \hat{P}(t_1) \quad (8)$$

Решением которого является

$$\hat{\phi} = \int_{-\infty}^t dt_1 \hat{f}(t_1) e^{-\int_{t_1}^t W(t_2) dt_2}. \quad (9)$$

Из него можно вывести уравнение на  $\langle \hat{\phi}^2(t) \rangle$

$$\langle \hat{\phi}^2(t) \rangle = \frac{K_\rho}{4} \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^t dt_3 \int d\omega \omega \coth \frac{\omega}{2T} e^{-\int_{t_1}^t W(t_2) dt_2 - \int_{t_3}^t W(t_2) dt_2 - i\omega(t_1-t_3)}. \quad (10)$$

Для него найдено строгое решение в пределе высоких напряжений  $V \gg V_T$ , которому соответствует постоянная  $\langle \hat{\phi}^2 \rangle \equiv \langle \langle \hat{\phi}^2(t) \rangle \rangle_t$  и малые по сравнению

с единицей осциллирующие части  $\langle \hat{\phi}^2(t) \rangle = \langle \hat{\phi}^2 \rangle + c \cos \omega_0 t + s \sin \omega_0 t$ , частоты которых совпадают с частотой генерации переменного тока  $\omega_0 = eV/\hbar$ . Малость  $c, s \ll 1$  позволяет разложить подынтегральную экспоненту и существенно упростить (10). Именно предположение о ненулевых осциллирующих составляющих в  $\langle \hat{\phi}^2(t) \rangle$  позволяет найти нетривиальное конечное решение, так как оказывается, что характерная для чистой жидкости Латтинджера инфракрасная расходимость устраняется на энергии  $W_0 \approx cI_{ac}$ . Результат вычислений следующий: постоянная по времени часть

$$\langle \hat{\phi}^2 \rangle = \frac{K_\rho}{2(1 - 2K_\rho)} \ln \frac{\Lambda V}{W_i^2}$$

и малые осциллирующие части  $\langle \hat{\phi}^2(t) \rangle$

$$c = -\frac{\pi K_\rho W_0}{2V}, \quad s = -\frac{K_\rho W_0}{V} \ln \frac{2V^2}{\pi W_0^2}, \quad W_0 = V_T \frac{K_\rho}{\sqrt{1 - K_\rho}} \left( \frac{\pi \sqrt{K_\rho^3 V_T}}{2\sqrt{1 - K_\rho} V} \right)^{\frac{K_\rho}{1 - 2K_\rho}}$$

Это решение описывает неравновесные флуктуации и оно определено при высоких частотах генерации  $V \gg V_T$  и достаточно сильном взаимодействии  $K_\rho < 1/2$ . В отличие от уже рассмотренного случая кулоновского взаимодействия, постоянная часть флуктуаций  $\langle \hat{\phi}^2 \rangle$  может оказаться достаточно большой при конечных  $K_\rho$  и это отражается на более сильной перенормировке амплитуды осцилляций и порогового напряжения  $V_T$  по сравнению со случаем кулоновского дальнего действия. А именно, при увеличении напряжения  $V$  флуктуации увеличиваются, приводя к уменьшению амплитуды осцилляций, так как  $I_{ac} \sim K_\rho G_0 W_i e^{-2\langle \hat{\phi}^2 \rangle}$ .

Решение для флуктуаций можно найти также при  $V < V_T$ , когда в рамках гауссовой модели ток  $I = 0$ . В принципе, слабый  $I \neq 0$  со степенными  $I-V$  характеристиками можно было бы получить, есть учесть негауссовы флуктуации в уравнениях движения. В рамках гауссового приближения пороговое напряжение  $V_T = 2W_i e^{-2\langle \hat{\phi}^2 \rangle}$  и конечный ответ для  $\langle \hat{\phi}^2 \rangle$  определен

при  $K_\rho < 1$

$$\langle \hat{\phi}^2 \rangle_{V < V_T} = \frac{K_\rho}{2(1 - K_\rho)} \ln \frac{\Lambda}{W_i}, \quad V_T = 2W_i \left( \frac{W_i}{\Lambda} \right)^{\frac{K_\rho}{1 - K_\rho}}$$

Стоит заметить, что такая же степень появляется в выражении для  $T_B$  в решении с помощью Бете-анзатца [7];  $T_B$  является характерным напряжением, выше которого DC  $I-V$  характеристика выходит на линейную.

Результаты с учетом конечной длины системы для амплитуды осцилляций

$$I_{ac} \approx K_\rho V_T \left( \frac{V_T}{V} \right)^{\frac{K_\rho}{1 - 2K_\rho}} \sqrt{\frac{(1 + K_\rho^2) + (1 - K_\rho^2) \cos \omega_0 t_L}{(1 + K_\rho^2) - (1 - K_\rho^2) \cos \omega_0 t_L}}$$

и нелинейной поправки к DC  $I-V$  характеристике в режиме генерации (рис.1)

$$I_{nl} = K_\rho \frac{V_T^2}{V} \left( \frac{V_T}{V} \right)^{\frac{2K_\rho}{1 - 2K_\rho}} \left[ \frac{K_\rho}{1 - 2K_\rho} \ln \frac{V}{V_T} + \frac{1}{(1 + K_\rho^2) - (1 - K_\rho^2) \cos \omega_0 t_L} \right]$$

Осцилляции в зависимости от  $L, V$  возникают из-за резонансных эффектов, связанных с отражениями "плазмонов" от контактов.

В разделе "Спектральная плотность шума генерации" вычисляется коррелятор, соответствующий переменному току генерации

$$\langle \hat{I}(t) \hat{I}(t') \rangle = Z(t) Z(t') \otimes \langle \sin(Vt + 2\hat{\phi}(t)) \sin(Vt' + 2\hat{\phi}(t')) \rangle, \quad (11)$$

который выражается через коррелятор

$$\langle \hat{\phi}(t) \hat{\phi}(t') \rangle = -\frac{K_\rho}{4} [e^{-W_0 \tau} \text{Ei}(W_0 \tau) + e^{W_0 \tau} \text{Ei}(-W_0 \tau)], \quad \tau \equiv t - t'.$$

В результате вычислений термодинамического среднего (11) в рамках гармонического приближения удастся найти выражение для спектра шума генерации при  $V \gg V_T$

$$\langle \hat{I}_\omega \hat{I}_{-\omega} \rangle \approx Z_\omega Z_{-\omega} \left[ \frac{W_i K_\rho}{\Lambda K_\rho} \right]^2 \frac{1}{|\omega \pm V|^{1 - 2K_\rho}},$$

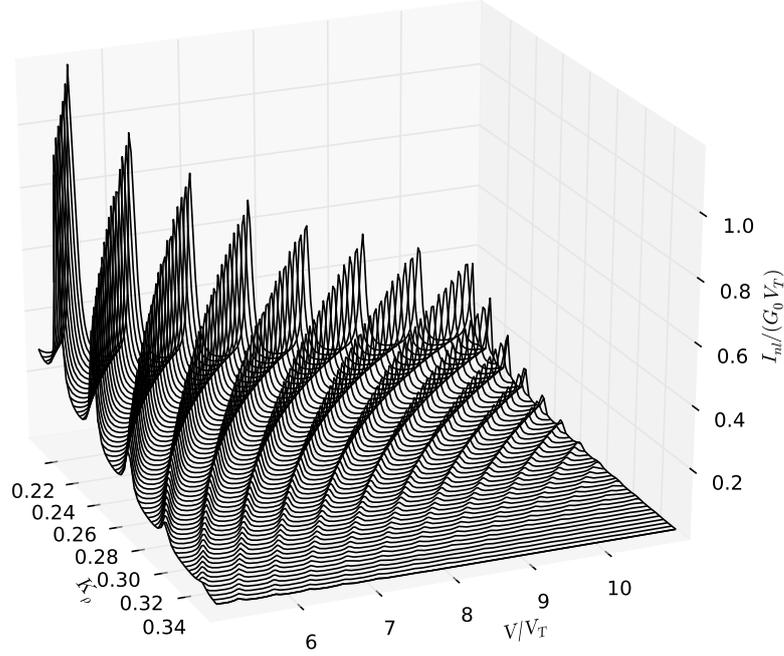


Рис. 1. Нелинейная поправка  $I_{nl}(V, K_\rho)$  в DC  $I-V$  характеристике  $I = G_0 V - I_{nl}$

который представляет собой максимум на частоте генерации  $eV/\hbar$  со степенным спаданием хвостов. Выражения для фурье-образа функции памяти  $Z_\omega$  фигурирует в (3).

Для кулоновского взаимодействия аналогичный коррелятор будет иметь более слабое спадание

$$\langle \hat{\phi}(t) \hat{\phi}(t') \rangle = \frac{1}{4\gamma} \ln \ln \frac{\Lambda \sqrt{\ln^3 \frac{\Lambda}{V}}}{V_T^2 |t - t'|}$$

С учетом этого выражения результат для спектральной плотности шума генерации будет следующим

$$\langle I_\omega I_{-\omega} \rangle \approx Z_\omega Z_{-\omega} \frac{V_T^2}{\gamma |\omega \pm V| \ln \frac{\Lambda}{\omega}} \left( \ln \frac{V |\omega \pm V|}{W_i^2} \right)^{\frac{1}{4\pi\gamma}}$$

Шумовая линия в случае дальнего действия всегда оказывается достаточно узкой, даже при умеренной силе отталкивания  $\gamma$ .

В разделе "Критические  $T_c$  и  $L_c$ ;  $V_T$  vs  $T, L$ " сделано обобщение для решения  $\langle \hat{\phi}^2(t) \rangle$  на конечные длины и температуры. Показано, что полученное ре-

шение, соответствующее конечному  $\langle \hat{\phi}^2(t) \rangle$ , то есть, когда существует эффект генерации  $I_{ac} \sim W_i e^{-2\langle \hat{\phi}^2 \rangle} \neq 0$ , возможно при достаточно низких температурах ниже  $T_c$  и больших длинах  $L > L_c$

$$T_c = \frac{v_F}{L_c} \approx K_\rho V_T \left( \frac{V_T}{V} \right)^{\frac{K_\rho}{1-2K_\rho}}$$

Если одно из этих условий не выполняется, то происходит динамический фазовый переход – конечное решение для  $\langle \hat{\phi}^2 \rangle$  исчезает, остается только тривиальное решение  $\langle \hat{\phi}^2 \rangle = \infty$ . Иными словами, амплитуда колебаний и остальные характерные параметры эффекта резко падают до нуля и проводимость переходит в обычный баллистический режим. На рис.2 представлен результат численного расчета для величины порогового напряжения в зависимости от  $T, L$ , а на рис.3 – фазовая диаграмма эффекта генерации.

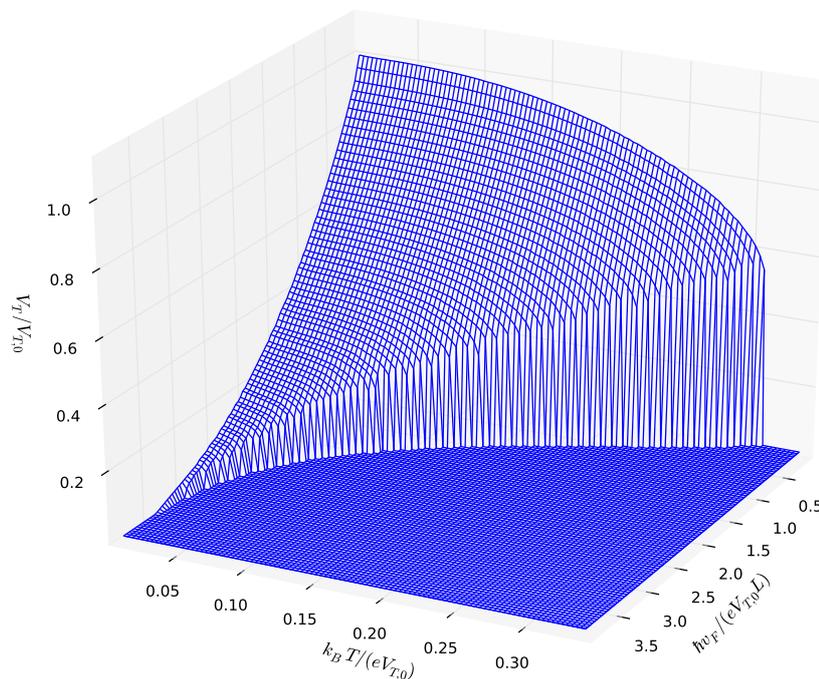


Рис. 2. Зависимость порогового напряжения  $V_T$  от  $T, L$  в единицах  $V_T(T=0, L \rightarrow \infty)$

В последнем разделе ”3-й кумулянт” в качестве обоснования применимости гармонического приближения приводится результат вычисления  $K(t) =$

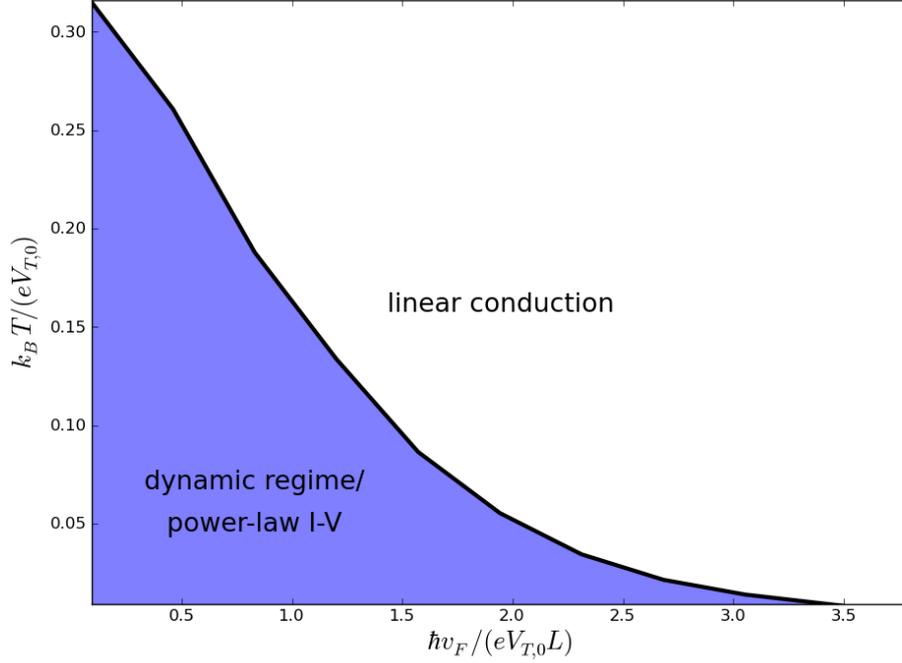


Рис. 3. Фазовая диаграмма эффекта

$\langle \hat{\phi}_1^2(t) \hat{\phi}_G(0) \rangle$ , где  $\phi_1$  – это негауссова поправка к решению  $\hat{\phi}_G$ , вычисленном в гармоническом приближении из операторного уравнения (2). Кумулянт при совпадающих временах

$$K(t=0) = -\frac{4K_\rho^4 W_i^2}{(1-2K_\rho)^2 V^2} \left[ \frac{K_\rho^3 W_i^2}{V \Lambda} \right]^{\frac{2K_\rho}{1-2K_\rho}} \ln^2 \frac{V^{1-K_\rho} \Lambda^{K_\rho}}{K_\rho^{3/2} W_i} \ll 1,$$

оказывается существенно меньше гауссовой части  $\langle \hat{\phi}^2 \rangle_{V \gg V_T} = \frac{K_\rho}{2(1-2K_\rho)} \ln \frac{\Lambda V}{W_i^2}$  и исчезает при  $K_\rho \rightarrow 0$  и  $K_\rho \rightarrow 1/2$ .

**В заключении** сформулированы главные результаты, представленные в диссертации.

## Список публикаций

[A1] Артеменко С. Н., Асеев П. П., Шапиро Д. С. Электронный транспорт в коррелированном квантовом проводе с объемными контактами // Пись-

ма в ЖЭТФ. 2010. Т. 91. С. 659–663.

- [A2] Shapiro D.S., Artemenko S. N. and Remizov S. V. Dynamic regime of conduction in a 1D system with a single impurity // ЖЭТФ. 2010. Vol. 111. Pp. 263-268.
- [A3] Artemenko S. N., Remizov S. V. and Shapiro D.S. Impurity induced coherent current oscillations in one-dimensional conductors // ЖЭТФ Letters. 2008. Vol. 87. Pp. 792-796.
- [A4] Артеменко С.Н., Шапиро Д.С. Термоэлектрический эффект в квазиодномерном проводнике, находящемся в состоянии Латтинджера, стабилизированном примесями при низких температурах // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52. С. 743.
- [A5] Артеменко С. Н., Ремизов С. В., Шапиро Д. С. Генерация джозефсоновского типа в одномерном проводнике // Нелинейный мир. 2009. Т. 6 С. 499.
- [A6] Шапиро Д. С., Артеменко С. Н. Низкотемпературная термо-ЭДС квазиодномерного проводника в состоянии Латтинджера, стабилизированном примесями // Нелинейный мир. 2007. Т. 5. С. 377.
- [A7] Artemenko S. N., Remizov S. V., Shapiro D. S., Vakhitov R. R. Effect of impurity pinning on conduction and specific heat in the Luttinger liquid // Physica B: Condensed Matter. 2009. Vol. 404. Pp. 447–451.
- [A8] Artemenko S. N., Shapiro D. S., Vakhitov R. R., Remizov S. V. Impurity induced current oscillations in one-dimensional conductors // Journal of Physics: Conference Series. 2009. Vol. 193. P. 01211.

## Цитированная литература

- [1] Giamarchi T. Quantum Physics in One Dimension. Oxford: Calendon Press, 2003.
- [2] Schulz H. G., Cuniberti G., Pieri P. Fermi liquids and Luttinger liquids, Lecture notes of the Chia Laguna (Italy), cond-mat/9807366, 1997.
- [3] Gogolin A. O., Nersesyan A. A. and Tsvetlik A. M. Bosonisation and strongly correlated systems, Cambridge University Press, 1998.
- [4] Kane C. L., Fisher M. P. A. Transport in a one-channel Luttinger liquid // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 68. Pp. 1220–1223.
- [5] Matveev K. A., Glazman L. I. Coulomb blockade of tunneling into a quasi-one-dimensional wire // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 70. Pp. 990–993.
- [6] Furusaki A., Nagaosa N. Single-barrier problem and Anderson localization in a one-dimensional interacting electron system // Phys. Rev. B. 1993. Vol. 47. Pp. 4631–4643.
- [7] Fendley P., Ludwig A. W. W., Saleur H. Exact nonequilibrium transport through point contacts in quantum wires and fractional quantum Hall devices // Phys. Rev. B. 1995. Vol. 52. Pp. 8934–8950
- [8] Egger R., Grabert H. Applying voltage sources to a Luttinger liquid with arbitrary transmission // Phys. Rev. B. 1998. Vol. 58. Pp. 10761–10768
- [9] Schulz H. J., Wigner crystal in one dimension // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 71. Pp. 1864.
- [10] Artemenko S. N., Shapiro D. S., Vakhitov R. R., Remizov S. V. Sliding regime

of conduction in “one-dimensional Wigner crystal” // готовится к печати в журнале *Physica B: Condensed Matter*

- [11] Egger R., Grabert H. Applying voltage sources to a Luttinger liquid with arbitrary transmission // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 58. Pp. 10761–10768.
- [12] Сабликов В. А., Щамхалова Б. С. Динамическая проводимость взаимодействующих электронов в открытых мезоскопических структурах // 1997. Письма в ЖЭТФ. Т. 66. С. 40
- [13] Артеменко С. Н., Корнич В. Г., Шапиро Д. С. Линейный отклик квантовой проволоки с объемными контактами // готовится к печати в журнале *Радиотехника и электроника*
- [14] Артеменко С. Н., Вахитов Р. Р., Ремизов С. В. Спиновая поляризация при протекании тока через примесь в коррелированном одномерном проводнике // Письма в ЖЭТФ. 2011. Т. 94. С. 343–347.