

Хаотические процессоры

Ю. В. Андреев, А. С. Дмитриев, Д. А. Куминов

Проанализирована роль хаоса и сложной динамики при обработке информации в нелинейных системах; рассмотрена модель хаотического процессора и показано, что с ее помощью можно осуществить ряд процессов обработки информации, вызывающих затруднения при традиционных подходах; приведены примеры реализации и применения хаотических процессоров для обработки изображений и текстов.

In this review, we analyze the role of chaos and complex dynamics in information processing by nonlinear dynamical systems. We introduce a model of a chaotic processor and show that it can help us to implement certain information processing procedures that are difficult to realize by traditional approaches. Examples of implementation and application of chaotic processors to picture and text processing are presented.

Введение

В обзоре рассматривается роль хаоса и сложной динамики в процессах обработки информации в нелинейных системах. Анализ экспериментальных данных и теоретических представлений об информационных процессах в живых системах позволяет выдвинуть и в значительной степени обосновать гипотезу о существовании общих принципов и закономерностей обработки информации в системах со сложной динамикой, не зависящих от конкретного вида и реализации самих систем. На ее основе открывается возможность построения простых математических структур, реализующих различные процессы обработки информации с использованием хаоса. Показывается, что в качестве таких структур эффективно могут быть использованы одномерные и многомерные отображения специального вида. Важным обстоятельством является то, что они пригодны не только для теоретического анализа и модельных оценок, но и для решения практических задач большой сложности. Таким образом, начинают проявляться контуры принципиально новых систем обработки информации — универсальных хаотических процессоров.

Качественные представления о процессах обработки информации на основе сложной динамики

Роль хаоса в обработке информации мозгом человека и животных как научная проблема привлекает в последние годы значительное внимание исследователей. Существование детерминированных хаотических режимов в мозге было показано для ряда состояний активности человека на основе анализа электроэнцефалограмм (ЭЭГ) [1–7]. Электроэнцефалограмма в том или ином виде отражает информационные процессы в мозгу. Поэтому указанные результаты свидетельствуют о том, что мозг работает с хаотическими сигналами и ведет

обработку информации, используя сложную динамику такой нелинейной системы, как нейронная.

Гипотезы о роли хаоса. К настоящему времени предложен ряд гипотез о роли хаоса в обработке информации живыми системами. Например, в [4, 5, 8] было высказано предположение, что хаотическая динамика увеличивает резонансную емкость мозга, обеспечивая чрезвычайно богатые отклики на внешнее воздействие. Результаты экспериментальных исследований ЭЭГ стимулировали поиск простых моделей, описывающих процессы, протекающие в коре головного мозга. Так, в [9] предложена простая таламокортикальная модель, имитирующая переходы, наблюдаемые при различных типах поведения человека. Этими же авторами в [10] рассмотрена модель ткани коры головного мозга при воздействии периодического входного сигнала, который имитирует активность таламуса. Показано, что в отсутствие входного сигнала динамика модели является турбулентной и десинхронизированной. Появление входного сигнала приводит систему к более когерентному пространственно-временному поведению, причем степень синхронизации увеличивается при уменьшении частоты входных колебаний. Такое поведение системы напоминает ЭЭГ человека в состоянии глубокого сна. С другой стороны, в отсутствие колебаний на входе глобальная активность модели подобна ЭЭГ человека в спокойном состоянии. Хаос рассматривается здесь как возможный механизм автореферативной логики и как машина кратковременной памяти на основе этой логики.

В [11–14] исследовалась хаотическая активность в обонятельной системе кролика в процессе обучения. Обнаружено, что кролик запоминает запах, кодируя его пространственным, почти периодическим во времени паттерном потенциала обонятельной луковицы. Если животному предлагается неизвестный запах, активность обонятельной луковицы становится низкоразмерным хаосом. Это дало основание авторам сформулировать гипотезу о роли хаоса как "фильтра новизны".

Из других гипотез, относящихся к функциональной роли хаоса, можно отметить следующие: нелинейный классификатор паттернов [12, 14], катализатор обучения [11, 15], интерпретатор стимулов [16], сканирование памяти [17, 18].

Информация и динамические системы. Исследование систем с детерминированным хаосом также свидетельствуют о тесной связи между теорией динамических систем и информационными процессами. Ряд основополагающих результатов динамической теории формулируется применительно к объектам, так или иначе связанным с информацией. Например, в теореме А. Н. Шарковского [19] речь идет о существовании счетного числа циклов с фиксированной структурой в динамических системах типа одномерного отображения. Дальнейшие результаты по этому вопросу приведены в [20, 21].

Счетные множества периодических движений возникают и в системах с непрерывным временем [21–24]. Для описания характера поведения таких систем используется аппарат символической динамики [25], основами которого являются понятия сложности и информации [26, 27].

Так И. Прокаччи в [28] высказал ряд идей, указывающих на связь между хаосом, неустойчивыми периодическими орбитами и информационными свойствами динамических систем.

Первая идея заключается в том, что хаотические орбиты могут быть организованы вокруг скелета неустойчивых периодических орбит.

Вторая идея показывает, что каждая периодическая орбита (точка) может быть универсально закодирована. Аппарат, используемый для кодирования, — символическая динамика.

Третья идея исходит из того, что существует грамматика, определяющая разрешенные слова или периодические орбиты. Показано, что грамматика может быть универсальной. Понятие универсальности заключается в том, что различные системы, принадлежащие одному и тому же универсальному классу, в соответствующих точках пространства параметров будут иметь одно и то же распределение периодических орбит.

Четвертая идея состоит в предположении о существовании связи между периодическими точками и их собственными значениями, с одной стороны, и метрическими свойствами странного аттрактора, — с другой. Хаотическое движение рассматривается автором как случайное блуждание между периодическими орбитами, каждая из которых вносит вклад в соответствующие вероятности посещения. Чем более неустойчива периодическая орбита, тем меньше ее вероятность.

Наконец указывается, что периодические орбиты и их собственные значения можно извлечь непосредственно из экспериментальных сигналов. Алгоритм, по-

зволяющий делать это, приведен в [29]. Некоторые детали перечисленных идей рассмотрены в [30, 31].

В [32] анализируется вопрос об информационных потоках в одномерных отображениях. Автор ссылается на исследования [33–35], в которых аргументируется тот факт, что информация является фундаментальной концепцией в теории динамических систем и хаоса. В частности, чувствительность к начальным условиям строго относится к созданию информации. Далее он рассматривает динамическую систему, описываемую отображением f интервала в себя и исследует, как итерация f индуцирует специальный процесс, который автор и называет информационным потоком.

В [36] рассматривается концепция и определяются различные типы скоростей информационного потока, которые можно вычислить с помощью компьютеров. При этом под скоростью информационного потока подразумевается объем новой информации в единицу времени. При исследовании системы связанных одномерных отображений, полученных из экспериментальных данных в реакции Белоусова–Жаботинского, авторами показано, что скорость информационного потока эквивалентна колмогоровской энтропии K_S .

Другому аспекту информационного потока посвящена работа [37], в которой отмечается следующая особенность информации, порождаемой в численном эксперименте: изначально локализованная информация распространяется по всей системе с течением времени. Первый тип информационной структуры обнаружен в логистическом отображении и характеризуется линейной релаксацией начальной информации. Переменная теряет постоянный объем начальной информации на каждой итерации отображения. Второй тип характеризуется экспоненциальной релаксацией начальной информации. Переменная теряет постоянную долю оставшейся информации на каждой итерации отображения. Этот тип информационной структуры обнаружен в отображении Белоусова–Жаботинского и типичен, с точки зрения авторов, для перемежающегося хаоса.

Еще одна причина, связанная с необходимостью посмотреть на динамический хаос, с информационной точки зрения — наличие естественных объектов с детерминированной хаотической динамикой [38, 39] или со смешанной динамикой, содержащей в себе как детерминированный хаос, так и случайный процесс. Как правило, имеется одномерный сигнал, и требуется его обработка для получения более или менее детальной информации о свойствах динамики объекта. Такая обработка представляет собой способ получения информации об изучаемом объекте по хаотическому процессу, происходящему в нем.

Механизм обработки информации в системах с хаосом. Обсудим представления о механизмах обработки информации с использованием сложной динамики, следуя в основном качественному рассмотрению Дж. Ни-

кописа [40–42] и анализу этой проблемы, проведенному У. Фримэном с соавторами [11, 14, 43].

При проектировании "самоорганизующихся" систем первостепенное значение приобретает определение "теоретического минимума" сложности "аппаратной реализации" систем C_h , необходимого для обеспечения заданного функционального репертуара (сложности "программного обеспечения" C_s). В общем случае предполагается, что кривая $C_h = f(C_s)$ монотонно возрастает, причем крутизна роста определяется конкретным "механизмом межэлементных связей" или архитектурой данной системы. Это убеждение традиционно связано с техникой связи, в которой акт обработки информации включает в себя последовательность "расширения" и "сжатия" пространства состояний, т.е. увеличения и последующего сокращения числа степеней свободы передаваемого сигнала.

Действительно, с передающей стороны усилия, направленные на эффективное кодирование, требуют ортогональности "слов" — элементов репертуара передатчика. Это достигается путем увеличения ширины полосы W и времени передачи T_0 , вследствие чего возрастает и размерность $2WT$ пространства состояний, в котором отдельные слова (временные сигналы, представленные в дискретном цифровом виде с помощью теоремы о выборке — теоремы Котельникова) фигурируют в качестве гипервекторов.

На принимающем конце происходит "сжатие", сводящееся к серии сверток приходящего (зашумленного) сигнала и каждого члена (слова) из репертуара передатчика. Так как отдельные слова взаимно ортогональны, перечисленные выше операции позволяют приемнику обнаруживать и исправлять многократные, хотя и конечной кратности, ошибки, которые встречаются в принятом сигнале из-за шума в канале.

Однако биологические организмы даже с весьма простой нервной системой ("аппаратной реализацией") обладают весьма внушительным и сложным репертуаром режимов поведения. Возникает подозрение, что существуют системы, которые обрабатывают информацию по алгоритмам, построенным по другим принципам, чем созданные человеком артефакты, т.е. не на повышении сложности "аппаратной реализации" во имя достижения большей сложности поведения.

Новый альтернативный теоретический принцип, удовлетворяющий требованию сочетания широкого функционального репертуара с очень простой "аппаратурной реализацией", основан на том, что информацию порождает не только утрата системой степеней свободы, но и увеличение разрешающей способности в системах с малым числом степеней свободы.

Надежная обработка информации опирается на существование "хорошего" кода или языка: набора рекуррентных правил, порождающих информацию (например, аperiodические строки символов) на данном ие-

рархическом уровне и сжимающих ее на более высоком когнитивном (познавательном) уровне. Чтобы удовлетворить этим требованиям, язык должен в любой момент находить оптимальное соотношение между стохастичностью (разнообразием) и способностью обнаруживать и исправлять ошибки (памятью).

В [44] подчеркивается, что в случае аттрактора, моделирующего некоторые аспекты когнитивной системы, необходимо выполнение двух основных требований: большой емкости хранения и хорошей сжимаемости. Если обратиться к простейшим аттракторам (в каком-либо N -мерном пространстве), а именно к устойчивой точке и предельному циклу, имеющим информационную размерность нуль и единицу, то они, по мнению автора, очень плохи для хранения информации из-за малой емкости. Но поскольку они обладают только неположительными ляпуновскими экспонентами, они идеальны как средство, сжимающее информацию. Так как странные аттракторы имеют комбинацию положительных и отрицательных ляпуновских экспонент, то в некоторой степени могут удовлетворять обоим требованиям. Они могут обладать значительной информационной емкостью, и это делает их подходящими для хранения информации. С другой стороны, будучи "аттракторами", т.е. обладая также отрицательными ляпуновскими экспонентами λ_- такими, что $-\lambda_- > \lambda_+$, могут служить для сжатия информации.

В любом когнитивном процессе приемник предназначен для "разгадывания" кода приходящего сигнала, т.е. "сжатия" для максимально возможного абстрагирования содержащегося в сигнале описания и достижения за счет этого более высокой предсказуемости. Достижение сжатия сводится к формированию коллективных свойств из переменных анализируемого сигнала.

Можно утверждать, что в окрестности стационарных состояний и периодических орбит "когнитивная машина" останавливается. Возникает заикливание, но функция плотности вероятности узкая, и режим среднего поля дает вполне удовлетворительное приближение: абстракции формируются безупречно.

В окрестности бифуркаций "стационарные состояния \Leftrightarrow предельные циклы \Leftrightarrow хаос" когнитивная машина заходит в тупик: функция плотности вероятности "взрывается", режим среднего поля перестает существовать, и абстракции, т.е. кросс-корреляции, не могут формироваться однозначно. Система на уровне коллективных свойств турбулентна в том смысле, что требует для своего описания столько же степеней свободы, сколько их было на уровне индивидуальных (неколлективных) переменных. (У функции с плотностью вероятности $f(x)$ появляются два или несколько "горбов" или она приобретает гиперболическую форму (и тогда медиана перестает быть наиболее вероятным значением). "Макроописание" ведется на уровне, требующем столько степеней свободы моментов распределения вероят-

ности, сколько их необходимо на более низком иерархическом уровне. Именно это обстоятельство имеют в виду, когда говорят, что динамика на двух иерархических уровнях перемешивается, описания, принадлежащие двум различным иерархическим уровням вблизи точки бифуркации становятся неотличимыми.)

В самоподдерживающемся устойчивом хаосе ситуация не обязательно такая же, ибо информация производится по одним переменным, а сжимается по другим. Тем не менее перспектива широкой функции распределения вероятности с многими пиками в какой-то мере оправдывает нежелание применять предлагаемую модель в качестве надежного процессора. В [40] автор считает, что наилучшей моделью такого процессора был бы режим перемежаемости и метастабильного хаоса.

Перемежаемость моделирует способ действия сканирующего устройства, неспособного достичь идеального захвата или устойчивой точки синхронизации. В тот момент, когда предельный цикл в пространстве состояний должен замкнуться, вмешивается конкурирующий процесс и разрушает регулярную траекторию. Затем система вновь возвращается в окрестность предельного цикла (возможно другого), и все начинается сначала. Через некоторое время происходит новая "вспышка", система переходит к "турбулентному хаосу"; после чего образуется другой предельный цикл, и т.д. Временная последовательность смены хаотических и регулярных режимов носит случайный характер.

Под метастабильным хаосом, реализующимся в некоторых окнах пространства управляющих параметров, понимается переходный режим, время затухания которого имеет экспоненциальное распределение. После начального периода нерегулярных колебаний почти каждая траектория выходит на периодическую орбиту.

В некоторых ситуациях режим метастабильного хаоса может переходить в стационарный или в другой режим, также хаотический, но обладающий существенно иными свойствами. Возможен и такой случай, когда новый режим оказывается метастабильным и переходит в третий или возвращается к исходному режиму.

Информационный процессор (аналоговый или цифровой) представляет собой когнитивное устройство, которое выявляет и отождествляет параметры неизвестного сигнала, или "образа", обычно искаженного тепловым равновесным шумом. Для решения этой задачи процессор должен выполнить три разные операции в такой последовательности.

1. Произвести "изнутри" самого себя широкий набор разнообразных (пространственно-временных) образов (шаблонов).

2. Установить кросс-корреляцию, т.е. "сжать" каждый из этих образов с поступающим сигналом.

3. На основании ранее установленных критериев "проверки гипотез" или "консенсуса" выбрать или от-

фильтровать образ, дающий наибольшую кросс-корреляцию с неизвестным сигналом.

При слежении за сигналом существенное значение имеет измерение времени живым организмом — "тайминг". Это означает, что существование самоподдерживающихся нелинейных диссипативных осцилляторов, т.е. элементов с притягивающим поведением, на уровне "аппаратной реализации" процессора является предпосылкой когнитивной операции.

Функционально устойчивый осциллятор в противоположность статичным устройствам (типа переключателей с двумя состояниями "включено"- "выключено") обладает рядом эволюционных преимуществ: например, он может служить датчиком времени, динамическим хранилищем информации (динамической памятью) и при запуске с помощью очень простых раздражителей вызывать необычно широкий спектр сложных схем поведения.

Из соображений экономичности необходимо, чтобы локально порождаемые динамические структуры — аттракторы процессора не существовали в "готовом виде", а возникали после запроса (запуска) поступающими извне стимулами из некоторого запаса динамических элементов в соответствии с основополагающими весьма простыми правилами (алгоритмами или "схемами") комбинирования этих элементов.

Дж. Николис так описывает возможную модель процессора, действующего в мозгу. Отдельные нейронные осцилляторы в коре головного мозга образуют упомянутый выше запас динамических элементов. Кроме того, таламокортикальный осциллятор является адаптивным элементом, выполняющим две различные операции.

1. Он выполняет роль ритмоводителя, приводящего к образованию внутренних синхронизированных, или когерентных пространственно-временных нейронных структур. Обеспечивая когерентность таких нейронных групп, ритмоводитель помогает им подниматься над уровнем окружающего теплового шума и выделяться среди существующих соседних нейронных образований за короткие интервалы времени (о возможной роли ритмоводителя см. также [45]).

2. Он создает рекуррентные правила, управляющие последовательностью появления этих когерентных структур в соответствии с некоторой мультиплексной схемой с разделенным временем.

Можно лишь теоретизировать о том, как такой процесс самоорганизации и образования категорий осуществляется через множество сосуществующих странных аттракторов в когнитивном аппарате. Каждый аттрактор притягивает к себе (и тем самым сжимает) узкое подмножество "начальных условий", совокупность которых составляет множество всех внешних сигналов.

Попытаемся теперь в общих чертах описать динамический эквивалент информационного канала, осуществ-

ствяющего отображение между множеством сигналов "передатчика" и множеством режимов "приемника", или когнитивного устройства, играющего роль банка памяти. (Напомним, что согласно "статической" теории информации Шеннона информационный канал осуществляет взаимно однозначное отображение между передатчиком и приемником и отнюдь не связан с актом когнитивной деятельности. Единственное назначение информационного канала сводится к копированию передаваемых сигналов, какие они есть, на принимающем конце с максимальной надежностью).

Предположим, что множество передаваемых сигналов отождествляется с множеством начальных условий в N -мерном пространстве состояний, где N — число переменных, описывающих рассматриваемое явление. Приемник (когнитивный аппарат) отождествляется с множеством аттракторов гораздо меньшей размерности, погруженных в качестве инвариантных компактных подмножеств в то же самое N -мерное пространство состояний.

Падение на аттрактор по истечении короткого или продолжительного переходного периода в пространстве состояний соответствует акту все большего абстрагирования сигнала (его сжатию). Возникает вопрос: что можно сказать о динамическом аналоге, изоморфном "каналу"? Как множество начальных условий (сигналов) распределено среди различных категорий, т.е. среди более чем одного сосуществующего аттрактора (стационарных состояний, предельных циклов, торов или странных аттракторов)? Необходимо иметь в виду, что отображение между сигналами и аттракторами или "шаблонами" не взаимно однозначно: целые подмножества (начальных условий) области притяжения стягиваются к одному и только к одному аттрактору. Возможен и другой вариант: некоторые точки области притяжения могут вечно или бесконечно долго описывать переходную траекторию, не притягиваясь к аттрактору, или даже устремляться к бесконечности. Как установить, какое из подмножеств области притяжения "приземлится" на аттрактор?

Очень простой частный случай (два простых аттрактора, два стационарных состояния) рассмотрен в [46]: проанализировав двумерное необратимое отображение—"канал", авторы обнаружили фрактальную границу между двумя подмножествами области притяжения.

Существенным результатом их работы стало ясное понимание того, что точность, с которой известно данное начальное условие, может иметь решающее значение для предсказания конечного аттрактора, на который выходит данное начальное состояние. Это означает, что иногда для надежного предсказания того аттрактора "компрессора", с которым связано наблюдаемое явление, требуется необычайно высокая точность. Дж. Николис полагает, что в рассматриваемой модели множество аттракторов играет роль хранящихся в ди-

намике мозга "эталонных структур", с которыми сравниваются ("свертываются") поступающие извне сигналы. Этот процесс может быть осуществлен на одной иерархической ступени; на следующей ступени аттракторы (если их много на нижнем уровне) образуют гиперобласть притяжения для новой иерархии меньшего числа гиператтракторов и т.д.

Зная размерность пространства состояний поступающих сигналов и фрактальные размерности соответствующих аттракторов, можно в каждом отдельном случае оценить (среднюю) степень сжатия, которому подвергается данный N -мерный сигнал. Кроме того, исследуя топологию сепаратрис в области притяжения, можно вычислить неопределенность (или количество извлекаемой информации), связанную с той категорией, которой принадлежит данный сигнал.

Сходный с Дж. Николисом взгляд на природу обработки информации в нейронных системах и мозге развивается У. Фримэном [11, 14, 43]. Кроме качественного анализа он использует экспериментальные данные и результаты компьютерного моделирования, относящиеся к исследованию обонятельной системы животных. Отмечается, что современные коннективистские модели (модели взаимодействия) дают новое, альтернативное объяснение цифровому компьютеру как модели для функций мозга.

Данные исследований ЭЭГ по обонятельной системе предполагают, что мозг может использовать вычислительные механизмы, подобные тем, которые найдены в коннективистских моделях. Авторы обсуждают эти данные и развивают модель нейронной динамики, связанной с распознаванием и различением запахов. Результаты их исследования указывают на существование сенсорной и специфической моторной информации в физическом пространстве ЭЭГ-активности и влекут к новым философским метафорам и технике анализа. Особое внимание уделено в модели хаотической нейронной активности. Выдвигается гипотеза, что хаотическое поведение служит существенным базовым состоянием для нейронного перцептуального аппарата, и предлагается механизм для получения новых форм структурной активности, соответствующей новым запоминаемым запахам.

В [14] проведено компьютерное моделирование динамики распределенной модели обонятельной системы, которое помогает понять роль хаоса в биологическом распознавании структур. Модель представляет собой систему связанных нелинейных дифференциальных уравнений со многими переменными и параметрами, которые допускают множественные хаотические состояния низкой размерности.

Соответствующее множество параметров идентифицировано с помощью компьютерных экспериментов вместе с биологическими измерениями. Модель обонятельной системы содержит широкий глобальный хаоти-

ческий аттрактор с множественными "крыльями". Центральная часть аттрактора представляет собой базисную хаотическую активность, которая моделирует ЭЭГ-активность обонятельной системы при нулевом входе возбуждения, так что для системы нет необходимости "уходить от" или возвращаться к "дремлющему" равновесному состоянию каждый раз, когда на входе появляется сигнал (через ингаляцию). Каждое из крыльев может быть либо близким к предельному циклу (узкополосный хаос), либо широкополосным хаосом.

Воспроизводимая пространственная структура вблизи каждого предельного цикла определена шаблоном, сформированным в системе. Новый вход без шаблона активизирует систему либо к ее воспроизводимому крылу, близкому к предельному циклу, либо к широкополосному хаотическому крылу. Распознавание структуры в системе может рассматриваться как переход от одного крыла к другому, что продемонстрировано в компьютерном моделировании. Временные серии демонстрации аттрактора являются ЭЭГ-подобными структурами с фрактальными размерностями.

Остановимся на важных результатах компьютерного моделирования.

М а с ш т а б н а я и н в а р и а н т н о с т ь . Она важна для практических приложений и правдоподобности модели. Разные виды живых организмов имеют различное число нейронов, кроме того, у каждого животного число нейронов уменьшается с возрастом. Масштабно-инвариантное свойство состоит в том, что принципы распознавания структур в различных системах подобны. Это продемонстрировано на примерах моделей с различным числом нейронов [14].

Н е з а в и с и м о с т ь о т н а ч а л ь н ы х у с л о в и й . Искусственную систему можно повторно вернуть к конкретным начальным условиям. Однако это невозможно для живого организма. Поэтому правдоподобно предположить, что восприятие и познание в организме не зависит от начальных условий до тех пор, пока начальные условия находятся в определенных пределах. Этим свойством предложенная модель обладает. Независимость от начальных условий означает, что каждое крыло имеет собственный бассейн. Это делает возможным распознавание структур, так же как и воспроизведение структуры по ее части. Отмеченное свойство позволяет системе также классифицировать непрерывные последовательности стимулов.

Авторы предполагают, хотя и не имеют строгих доказательств, что биологические хаотические системы производят распознавание структур лучше, чем системы, находящиеся в равновесии и в состоянии регулярных колебаний. Это связано с тем, что хаос производит "беспокойное" состояние, которое позволяет биологической сенсорной системе достичь любого состояния и производить "изменчивость", и дающее системе возможность быстро откликаться на любые стимулы, т.е.

хаос служит мозгу для поддержания основы неожиданных и непредсказуемых новых входов.

Сходные выводы сделаны и в [66] на основе анализа функционирования систем, состоящих из малого числа нейронов. В работе приводятся аргументы в пользу того, что сам по себе динамический хаос живым системам, возможно, и не нужен, однако принципиальным моментом для различных нервных структур является тот факт, что они работают на границе (а зачастую и за границей) неустойчивости. Это и дает им исключительные возможности в адаптивности, способность совершать быстрые переходы с одной моды поведения на другую и само разнообразие мод.

Еще одним направлением изучения процессов обработки информации на основе сложной динамики является исследование искусственных нейроподобных сетей с хаотическим поведением. Так, в [16] предлагается модель нейронной цепи, которая может формировать память без "учителя" для последующего к ней (памяти) обращения. Показано, что макроскопический порядок модели является детерминированным хаосом, образовавшимся вследствие разрушения тора, и эта разновидность хаоса может быть эффективно использована для поиска следов памяти. Предварительные вычисления эффективности памяти, определяемой как средняя скорость поиска следа всех запомненных образов, показали, что хаотические поиски являются гораздо более эффективными по сравнению с квазипериодическими. Полученные авторами результаты означают, что детерминированный макроскопический хаос используется как средство поиска в памяти и вполне может иметь место в мозговой деятельности.

В [47] представлены результаты исследования нейронной модели, которая распознает: а) известные входные образы при низких уровнях шума; б) недостаточно хорошо известные входные образы при более высоких уровнях шума (имея на выходе или сильно зашумленное состояние, или хаотическое). Авторы вводят новый класс случайной динамики нейронных цепей, который содержит механизмы проверки новизны и контроль уровня шума, а также допускает саморегуляцию точности распознавания.

Работа [48] посвящена исследованию динамики нейронной цепи с дискретным временем. В работе обсуждается проблема использования рекуррентной нейронной цепи как временной ассоциативной памяти. Подчеркивается, что нейронные цепи с хаотической динамикой могут быть важны в этом случае. Так, полезным для ассоциативной памяти могло бы оказаться явление перемежаемости. При таком сценарии перехода к хаосу фиксированная точка совершает тангенциальную бифуркацию и результирующий аттрактор имеет длинную регулярную фазу, перемежаемую короткими всплесками нерегулярного движения. Это свойство могло бы быть полезным для ассоциативной памяти с временной

зависимостью, так как оно обеспечило бы механизм движения от фазы памяти к хаосу спустя некоторый момент времени после обращения к ней без каких-либо внешних стимулов.

Еще один пример исследования динамики нейронных сетей приведен в [49], где рассматриваются корреляции между записываемыми образами как параметры порядка.

Таким образом, качественный анализ, экспериментальные данные, основанные на ЭЭГ, и результаты компьютерного моделирования показывают, что многие явления и процессы в системах с динамическим хаосом используются живыми организмами и могут применяться в искусственных системах для обеспечения их функционирования в изменяющейся окружающей среде. Последнее означает эффективность систем с хаосом при обработке информации в широком смысле. Вместе с тем правомерность тех или иных гипотез о механизмах обработки информации на основе хаоса и сложной динамики может быть доказана или опровергнута только при анализе конкретных моделей. Поэтому возникает потребность в разработке простых математических моделей, отражающих основные характерные свойства процессов обработки информации в нелинейных динамических системах.

Чрезвычайно плодотворными моделями в различных задачах нелинейной динамики являются одномерные отображения отрезка в себя. Исходя из идеи общности закономерностей информационных процессов в нелинейных системах со сложной динамикой, рассмотрим модели обработки информации, основанные на этих простейших динамических системах.

Модель хаотического процессора

Постановка задачи. Создание модели хаотического процессора предполагает:

выбор типов аттракторов, пригодных для работы с информацией;

выбор динамических явлений, необходимых для реализации базовых операций обработки информации с использованием хаоса;

разработку принципов, позволяющих ставить во взаимнооднозначное соответствие информацию и траектории динамической системы;

разработку конкретных математических моделей, позволяющих работать с информацией как с траекториями отображений и управлять характером динамических явлений с целью осуществления базовых операций хаотического процессинга;

создание программных комплексов для симуляции хаотических процессоров на компьютерах;

исследование модели хаотического процессора;

решение с помощью хаотического процессора сложных задач, слабо поддающихся решению при тра-

диционных подходах.

Аттракторы и бифуркационные явления в одномерных отображениях. Имеется множество динамических систем, которые могут производить хаос. Однако в данном разделе речь будет идти только о преобразованиях одного типа — одномерных отображениях, которые могут быть записаны в виде

$$X_{n+1} = f(X_n, \alpha), \quad (1)$$

где α — вектор параметров. Эта модель может показаться очень ограниченной не только в смысле базовой модели для обработки информации, но и как модель хаотической системы. Однако оказывается, что это не так. Фактически отображение (1) может обладать чрезвычайно широким набором явлений сложной динамики, присущим хаотическим системам общего вида, и, как станет ясно из дальнейшего, может служить полноценной основой для моделирования различных операций обработки информации с использованием хаоса.

В отображениях с хаосом вследствие неустойчивости возникает неопределенность в положении фазовой траектории. Степень этой неопределенности ограничивается динамическими уравнениями, связывающими предыдущее и последующее состояния системы. Информация о начальном состоянии системы (заданная всегда с конечной точностью) теряется при переходе от предыдущего состояния к последующему. Поэтому можно говорить о производстве информации в таких системах. Если же отображение демонстрирует регулярное поведение (например, периодические колебания), то его будущее полностью определено и производство информации равно нулю. Стартуя из любых начальных условий, образующих бассейн притяжения регулярного аттрактора, траектория отображения притягивается к этому аттрактору (неподвижной точке, предельному циклу), и информация о начальных условиях теряется, поскольку траектории, выходящие из разных начальных точек, становятся через некоторое время неразличимыми. Информация "исчезает", и поэтому регулярные аттракторы можно рассматривать как "стоки" информации.

Таким образом, нелинейные одномерные отображения способны как производить, так и "уничтожать" информацию. Каждую траекторию динамической системы можно рассматривать как некоторый информационный сигнал. Тем самым совокупность траекторий отображения представляет собой своеобразное "хранилище" информации в виде множества траекторий системы. Это "хранилище" обладает рядом интересных свойств, проявление которых зависит от того, имеются ли аттракторы в динамической системе и какого они типа.

Рассмотрим некоторые из этих свойств.

Если в момент времени $t = t_0$ задать начальные условия, то формально траектория отображения известна и

однозначно определена для всех $t > t_0$ (аналог теоремы Коши для отображений). Если траектории вдоль ее длины сопоставлен информационный сигнал, он может быть воспроизведен путем итерирования отображения с заданными начальными условиями, т.е. информация извлекается из памяти путем решения эволюционного уравнения.

"Хранилище" информации как динамическая память обладает естественными ассоциативными свойствами. Действительно, задавая любой фрагмент сигнала, можно воспроизвести все его последующие значения, а в случае циклического сигнала — и весь сигнал целиком.

Пусть в отображении имеется единственный аттрактор — неподвижная точка. Тогда траектория, задаваемая любыми начальными условиями из области определения отображения, сходится к неподвижной точке, а соответствующий ей информационный сигнал — к постоянному значению. Текущее информационное содержание такого сигнала по мере сходимости уменьшается. "Информационное содержание" самих устойчивых неподвижных точек в случае одномерного отображения — это значение единственной константы. Увеличение объема записанной информации может происходить только за счет улучшения точности задания координаты — точки равновесия, т.е. за счет улучшения разрешающей способности.

Если в отображении имеется аттрактор — устойчивый предельный цикл, то все траектории со временем стягиваются к нему. Периодическую траекторию, соответствующую предельному циклу, можно рассматривать как периодически воспроизводимый информационный сигнал. Объем информации в таком сигнале определяется длиной цикла и степенью его изрезанности (информационной насыщенностью). Обычно при исследовании динамических систем имеют дело с относительно короткими циклами простой структуры. В традиционных отображениях формой циклов очень сложно управлять. Из этого исходили Дж. Николис и другие авторы, отнеся предельные циклы к аттракторам, на которых могут храниться только небольшие объемы информации.

Однако прошло несколько лет и оказалось, что это глубокое заблуждение. В действительности уже разработаны методы синтеза специальных отображений с записанной информацией, соответствующие алгоритмы и программные комплексы, практически не имеющие ограничений на объем информации, записываемой на предельных циклах отображений. Кроме того, итерации отображения вдоль цикла нейтральны в смысле сжатия информации: они не приводят ни к исчезновению старой информации, ни к порождению новой и просто воспроизводят периодически одну и ту же информацию, т.е. идеально сохраняют ее.

По перечисленным причинам будем рассматривать предельные циклы отображений в качестве основных

объектов для записи и хранения информации в отображениях с хаосом.

Пусть в системе имеется единственный хаотический аттрактор. Тогда траектория теряет информацию о начальных условиях и отображение производит собственную информацию. Вид соответствующего информационного сигнала может быть очень сложным, т.е. он является информационно насыщенным. Если скорость производства информации невелика, то аттрактор остается хорошо локализованным в фазовом пространстве. Такие хаотические аттракторы в принципе могут хранить достаточно большие объемы информации. Если же производство информации велико, то хаотический аттрактор как целое становится объектом с большой неопределенностью и как хранилище информации теряет свою привлекательность. Однако можно использовать в качестве хранилища информации его систему неустойчивых циклов. Действительно, хаотические аттракторы содержат счетное число периодических орбит. Это вполне определенные орбиты, которые могут рассматриваться как траектории, соответствующие информационным сигналам. Они неустойчивы и требуют применения специальных методов извлечения информации, например, синхронизации и контроллинга.

Рассмотрим случай, когда отображение имеет два или более регулярных аттрактора. В зависимости от начальных условий траектория притягивается к тому или иному аттрактору. Отображение тем самым "различает" начальные условия и "классифицирует" их на несколько типов по числу аттракторов. Оно сжимает множество всех начальных условий в несколько классов, т.е. способно выполнять роль распознавателя (классификатора). В таком отображении информация как бы обобщается, "производства" информации нет. Результат функционирования системы переносит на новый уровень иерархии: вместо исходного множества траекторий имеется несколько специальных траекторий — аттракторов, каждый из которых характеризует класс информационных объектов.

Пусть отображение имеет два или более хаотических аттрактора. Если хаос не охватывает значительную часть фазового пространства, то сжатие достаточно велико и система по-прежнему представляет собой классификатор. Этот вариант динамического распознавателя обладает тем свойством, что его хаотические аттракторы производят некоторое количество информации. Если скорость производства информации не превышает некоторого критического уровня I_c , то каждый из хаотических аттракторов соответствует единственному обобщенному образу. При $I > I_c$ (конкретное значение I_c определяется свойствами отображения) может начаться "разбухание" и последующее объединение аттракторов, в результате которого фазовая траектория начнет блуждать между аттракторами, а отображение будет терять способность к распознаванию — сначала частично, ко-

гда объединятся только некоторые из аттракторов, а затем полностью, когда независимо от начальных условий траектория отображения притягивается к одному и тому же глобальному хаотическому аттрактору.

Объединению аттракторов часто предшествуют их кризисы и перемежаемость. При перемежаемости траектория большую часть времени проводит на потерявших устойчивость аттракторах, делая время от времени нерегулярные переходы между ними. Если рассматривать аттракторы как образы информационных объектов, процесс перемежаемости можно интерпретировать как "сканирование" памяти. Отметим, что это очень экономный способ просмотра. Во-первых, траектория достаточно редко уходит с бывших аттракторов, т.е. в основном посещается только то множество фазового пространства, где есть информация, и нахождение нужной информации происходит намного быстрее, чем, например, при случайном поиске. Во-вторых, не требуется дополнительной информации, кроме знания уравнений самой динамической системы.

В качестве среды для записи и хранения информации в [52] было предложено использовать динамическую систему с дискретным временем — одномерное отображение отрезка в себя. В этой простой системе была продемонстрирована возможность записи на предельных циклах, показана возможность реализации ассоциативной памяти, распознавания образов и ряда других базовых функций обработки информации с использованием сложной динамики [52–55].

Рассмотрим процедуру записи и восстановления информации на основе предельных циклов одномерных динамических систем. Записываемая информация представляется в виде информационных блоков — конечных последовательностей вида

$$a_1 a_2 \dots a_n. \quad (2)$$

Каждый элемент a_j информационного блока принадлежит конечному упорядоченному множеству $A = \{a_j, j = 1 \dots N\}$, которое далее будем называть алфавитом. Примерами таких алфавитов являются кириллица, нотная азбука, набор ASCII-кодов и т.д.

Следует заметить, что при записи на замкнутую траекторию информационный блок (2) мысленно "сшивается" в кольцо, так что после последнего элемента a_n следует первый a_1 , поэтому фрагментом информационного блока будем называть односвязный "отрезок" этого кольца.

К синтезируемой функции $f(x)$ одномерного отображения $x_{n+1} = f(x_n)$ с записанной информацией предъявляются следующие требования: предельный цикл, несущий информацию об информационном блоке длиной n , последовательно проходит через n точек; между точками цикла и элементами соответствующего инфор-

мационного блока существует взаимно однозначное соответствие; контролируется характер устойчивости предельного цикла.

Синтез одномерного отображения начинается с того, что в одномерном фазовом пространстве — отрезке $[0, 1]$ — для каждого из записываемых информационных блоков $a_1 a_2 \dots a_n$ строится замкнутая траектория — цикл $\gamma_n = \{x_1, \dots, x_n\}$, каждая точка которого взаимно однозначно связана с соответствующим фрагментом информационного блока. После того, как в фазовом пространстве построен скелет замкнутых траекторий-циклов, отвечающих записанным информационным блокам, конструируется собственно функция $f(x)$.

Для этого на плоскости (X_m, X_{m+1}) откладываются пары последовательных точек всех циклов (x_i, x_{i+1}) . Любая однозначная кривая, проходящая через эти точки, определяет функцию $f(x)$ одномерной динамической системы, удовлетворяющую первым двум требованиям, предъявляемым к функции отображения. Для управления устойчивостью циклов через точки на плоскости (X_m, X_{m+1}) проводятся короткие отрезки с фиксированным наклоном s (далее называемые информативными участками). Как известно, устойчивость предельного цикла определяется его мультипликатором μ . В случае одномерного отображения для цикла $\gamma_n = \{x_1, \dots, x_n\}$ он равен $\mu = f'(x_1) \cdot \dots \cdot f'(x_n)$, а в данном случае $\mu = s^n$. При $|\mu| < 1$ ($|s| < 1$) цикл устойчив, при $|\mu| > 1$ ($|s| > 1$) — неустойчив.

Синтез функции $f(x)$ искомого одномерного отображения завершается последовательным соединением концов информативных участков между собой и концами отрезка $[0, 1]$ прямыми линиями.

Пример 1. Продемонстрируем принцип записи информации на предельных циклах одномерных динамических систем на примере записи информационного блока — слова "бег". В качестве алфавита возьмем подмножество кириллицы: $A = \{a, б, в, г, д, е, ж, з, и, к\}$, длина алфавита $N = 10$. Разделим фазовое пространство — единичный отрезок $I = [0, 1]$ — на N регионов — отрезков длиной 0,1 и каждому из них поставим в соответствие букву — элемент алфавита (рис. 1). Попадание фазовой траектории на тот или иной отрезок (тот или иной регион фазового пространства) будем интерпретировать как появление на "выходе" динамической системы соответствующего элемента алфавита.

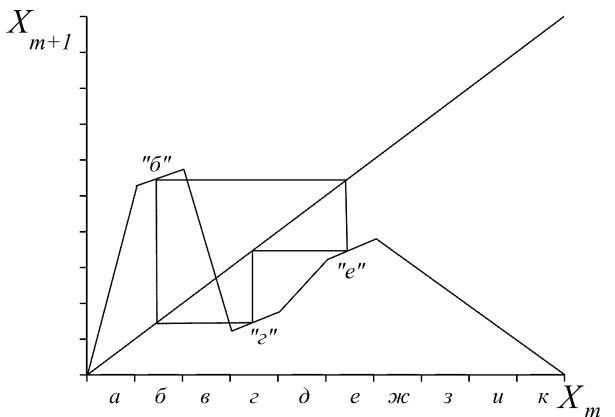


Рис. 1. Отображение с одним циклом, несущим слово "бег"

Теперь для информационного блока "бег" построим цикл $\gamma_3 = \{x_1, x_2, x_3\} = \{0,15; 0,55; 0,35\}$. Каждая точка этого цикла однозначно связана с одним из элементов (фрагментом единичной длины) информационного блока, и представляет собой центр соответствующего региона $x_j = (m_j - 0,5)/N$, где m_j — порядковый номер элемента блока a_i в алфавите.

После того как в одномерном фазовом пространстве построен цикл, отвечающий записанному информационному блоку, на плоскости (X_m, X_{m+1}) отложим точки вида (x_i, x_{i+1}) : $(0,15; 0,55)$, $(0,55; 0,35)$, $(0,35; 0,15)$. Через каждую из них проведем отрезок с наклоном $s = 0,5$, доходящий до границ региона. Эти информативные отрезки обеспечивают устойчивость цикла. Соединим концы информативных участков между собой и с концами отрезка $[0, 1]$ прямыми линиями. Синтез функции $f(x)$ одномерного отображения $x_{n+1} = f(x_n)$ закончен.

Уровень записи. П р и м е р 2. Попробуем записать на одном отображении два слова "бег" и "вид" на двух предельных циклах. Будем использовать алфавит из примера 1. В этом случае описанную выше процедуру придется немного усложнить, введя понятие уровня записи, иначе отображение получится неоднозначным. Проведем запись этих слов на втором уровне.

Как и в предыдущем случае, для каждого информационного блока строим свой цикл $\gamma_n = \{x_1, \dots, x_j, \dots, x_n\}$, каждая точка x_j которого будет определяться не одним элементом информационного блока, а парой соседних элементов (фрагментом длины 2): $x_j = (m_j - 0,5)/N + (m_{j+1} - 0,5)/N^2$. Чтобы вычислить эту точку, единичный отрезок I делим на N регионов первого уровня и ставим им в соответствие свои элементы алфавита. Каждый из этих регионов, в свою очередь, делим на N регионов второго уровня, и с каждым из них также сопоставляем свой элемент алфавита.

Для информационного блока "бег" три точки цикла γ_3^1 связаны с фрагментами "бе", "ег", "гб". Чтобы найти точку цикла, соответствующую фрагменту "бе", в регионе первого уровня "б" возьмем регион второго уров-

ня "е", центр этого региона поставим в соответствие фрагменту "бе". Аналогично поступим с другими фрагментами слов "бег" и "вид". В результате получим два цикла $\gamma_n^{1,2}$, однозначно связанные с этими информационными блоками.

Для построения функции $f(x)$ отображения с этими циклами отложим на плоскости (X_m, X_{m+1}) точки с координатами (x_j, x_{j+1}) , где x_j, x_{j+1} — последовательные точки циклов γ_3^1 и γ_3^2 . Для управления устойчивостью циклов через каждую такую точку проведем информативный отрезок с фиксированным наклоном s , как в примере 1, но на этот раз проведем его до границ участков уровня 2.

Синтез функции $f(x)$ завершается последовательным соединением концов информативных отрезков между собой и с концами единичного отрезка прямыми линиями (рис. 2).

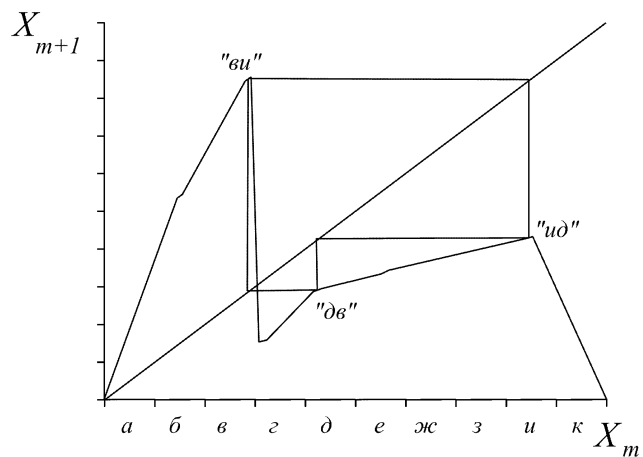


Рис. 2. Функция отображения: слова "бег" и "вид" записаны на двух циклах на втором уровне

Аналогично может быть произведена запись информации на произвольном уровне q . Каждая точка соответствующего цикла определяется фрагментом длиной q соответствующего информационного блока, а длина информативных интервалов (проекций информативных участков) составляет N^{-q} , это длина региона уровня q .

Выбор уровня записи диктуется, во-первых, требованием однозначности функции отображения $f(x)$ (ограничение снизу), во-вторых, точностью вычислений (ограничение сверху), поскольку с ростом уровня записи уменьшается длина информативных интервалов.

Ассоциативное извлечение информации. Восстановление (извлечение) информации, записанной на предельных циклах одномерных отображений, наиболее просто осуществляется при записи информации на устойчивых циклах (при $|s| < 1$). При этом проекции информативных участков на ось X_m (информативные интервалы) составляют области гарантированной (непосредственной) сходимости фазовой траектории к пре-

дельным циклам. При задании начальных условий x_0 на одном из информативных интервалов фазовая траектория динамической системы быстро сходится к соответствующему предельному циклу, а на "выходе" отображения наблюдается воспроизведение записанного информационного блока, поскольку фазовая траектория системы при этом последовательно обходит соответствующие регионы первого уровня.

При задании начальных условий x_0 на неинформативном участке отображения выходу траектории на предельный цикл предшествует переходной хаос, когда фазовая траектория системы блуждает по неинформативным участкам отображения. Рано или поздно она попадает на информативный участок отображения и сходится к тому или иному предельному циклу с записанной информацией¹.

При задании произвольных начальных условий попадание фазовой траектории системы на тот или иной информационный предельный цикл для стороннего наблюдателя представляется случайным. Однако рассматриваемый принцип записи информации дает возможность извлечения конкретного информационного блока, если известна какая-либо его малая часть (цитата, фрагмент).

Если известен точный фрагмент информационного блока длиной не меньшей, чем номер уровня записи, то используя описанную выше процедуру построения точек цикла, по предъявленному фрагменту информационного блока можно восстановить, по крайней мере, одну точку соответствующего предельного цикла и, проитерировав отображение, восстановить весь информационный блок.

Свойство ассоциативного доступа к записанной информации по известному фрагменту (ассоциативная память) напрямую вытекает из динамических свойств отображения и аттракторов – носителей информации.

Последовательная запись информации. Потребность в последовательной записи образов возникает, например, когда система работает в режиме "on line", т.е. когда последовательно поступают образы, которые необходимо записать в отображении. Это можно сделать следующим образом [17]. Сначала строится отображение, соответствующее одному блоку информации, затем

¹ Отсутствие устойчивых предельных циклов, не связанных с записанными информационными блоками ("ложные" циклы), можно гарантировать при незначительной модификации процедуры построения отображения.

Можно также показать, что принципиально возможные хаотические множества являются в подобной системе неустойчивыми: инвариантная мера такого множества обязательно пересекает информативные участки отображения, поэтому после некоторого пребывания на этом множестве фазовая траектория системы неизбежно попадет на информативный участок отображения и сойдется к тому или иному информационному предельному циклу.

добавляется второй блок и строится отображение для двух блоков информации и т.д. Однако при технической реализации подобных систем (как и при их компьютерном моделировании) это не самый эффективный подход. В этом случае появление каждого последующего блока информации требует полной перестройки отображения. С другой стороны, в новом отображении останутся фрагменты старого, и с появлением все новых и новых блоков информации соответствующие изменения в структуре отображения будут все более и более локальными. Поэтому целесообразны такие алгоритмы последовательной записи блоков информации, которые вносили бы в отображение необходимые локальные изменения, не затрагивая глобальную его структуру.

Один из подходов к последовательной записи информации состоит в следующем. Пусть на отображении уже записано i блоков информации и требуется записать $(i+1)$ -й блок (предполагается, что он "ортогонален" предыдущим блокам). Для реализации записи нового блока информации производится расчет положений точек цикла, через которые должно пройти новое отображение. Отображение в нашей модели является кусочно-линейным, и крайние точки каждого отрезка задаются парой чисел. Для того чтобы ввести новый блок информации в исходное отображение, необходимо, во-первых, определить положение каждой точки цикла, соответствующей новому блоку информации, относительно массива точек h_j задающих абсциссы концов отрезков. Во-вторых, рассчитать абсциссы и ординаты точек, соответствующих концам отрезка, содержащего данную точку цикла. Затем надо переупорядочить массив h_j в массив h_{j+1} , увеличив его размер на $2n_{j+1}$ точек (где n_{j+1} — длина $(i+1)$ -го блока информации), и соединить отрезками прямых точку h_i^j с левой граничной точкой нового информативного отрезка, которую соединить с правой точкой нового информативного отрезка, а эту точку — с точкой, имеющей абсциссу h_i^{j+1} .

Если перед этим произвести упорядочивание точек цикла, соответствующего блоку информации с номером $i+1$, по нарастанию абсцисс, то указанную операцию можно свести к однократному переупорядочиванию всех точек, стоящих правее крайней левой точки в цикле, отвечающем новому блоку информации. Более того, это переупорядочивание сводится просто к добавлению соответствующих чисел к индексам.

Таким образом, в рассматриваемом подходе задача сводится к упорядочиванию элементов цикла, соответствующего $(i+1)$ -му блоку информации и однократной переиндексации элементов отображения.

Если решать задачу "в лоб", то при появлении каждого нового блока информации нужно переупорядочивать все точки во всех блоках. Выигрыш при большом объеме уже записанной информации очевиден.

Информационная емкость памяти на основе одномерного отображения. Вопрос об информационной

емкости записи на одномерном отображении является естественным при анализе возможностей метода и его конкурентоспособности по сравнению с другими методами записи и восстановления информации.

При записи информации с помощью рассматриваемого метода существуют ограничения. Покажем их на следующем примере. Пусть алфавитом является упорядоченный набор цифр 0, 1, ..., 9 десятичной системы счисления. Очевидно, блок информации 174 можно записать на первом уровне. На одном отображении с ним можно записать и блок информации 268. Запись трех информационных блоков 174, 268 и 173 на одном отображении невозможна, так как оно становится неоднозначным. Вместе с тем, если запись вести на третьем или более высоком уровне, то все три блока могут быть записаны. Таким образом, требование однозначности отображения накладывает определенные ограничения на количество и структуру записываемой информации.

Из способа построения одномерного отображения следует основное условие, определяющее возможность записи образов: отсутствие в информационных блоках одинаковых фрагментов длиной, равной или превышающей уровень записи. Если оно не выполняется, отображение теряет однозначность. Это и есть условие "ортогональности" образов для данной системы записи и хранения информации.

Под информационной емкостью записи будем понимать максимальное число образов (информационных блоков), которые можно одновременно записать в динамической системе. Из приведенного анализа следует, что вопрос об информационной емкости сводится к подсчету числа " q -ортогональных" образов при алфавите длиной N .

Для определенности рассмотрим запись информационных блоков одинаковой длины (без меток). Сначала вычислим, сколько существует последовательностей длиной l . Очевидно, что их N^l . Отметим, что цикл для информационного блока совпадает с циклами для всех информационных блоков, представляющих циклические перестановки исходного информационного блока (всего их l). Поэтому последовательности 174, 741, 417 при данном способе записи неразличимы и представляют один и тот же информационный блок. Поскольку существуют последовательности, совпадающие с некоторыми из своих циклических перестановок (например, последовательность, состоящая из l повторений одного символа алфавита), то полное число разных последовательностей длиной l равно или больше N^l/l .

Рассмотрим первый случай, когда $q \geq l$, т.е. уровень записи больше или равен длине образа. Пусть p — число информационных блоков, совпадающих с некоторыми своими циклическими перестановками. Они не могут быть записаны на одномерном отображении как последовательности длиной l . Все информационные блоки за исключением этих, в принципе могут быть

записаны, так как две различные последовательности длиной l могут иметь идентичные фрагменты только длиной меньше l и, следовательно, меньше q . Значит, эти последовательности удовлетворяют условию "ортогональности". Полное число информационных блоков, которые могут быть записаны в этом случае равно $(N^l - p)/l \leq N^l/l$.

Во втором случае $q < l$, уровень записи меньше длины образа. Пусть записывается информационный блок $C = c_1c_2...c_n$, где c_i — элементы алфавита, на уровне записи q , $q < l$. Чтобы проверить, удовлетворяет ли C условию " q -ортогональности", необходимо рассмотреть все фрагменты этого информационного блока имеющие длину q , $C_i = (c_i c_{i+1} ... c_{i+q-1})$, $i = 1, ..., l$. Если все эти фрагменты различны, то информационный блок может быть записан. Однако эти фрагменты уже не могут быть использованы ни в каком другом записываемом образе.

Полное число всех возможных фрагментов длины q в рассматриваемом случае равно N^q . При записи одного информационного блока используются l из них, причем все они различны из-за условия "ортогональности". Остальные блоки, содержащие эти фрагменты, уже не могут быть записаны. Записанный информационный блок длиной l содержит l различных фрагментов длиной q . Поэтому из всех возможных информационных блоков длины l (а таких насчитывается не менее N^q) можно записать максимум N^q/l .

Итак, информационная емкость E метода записи информации на предельных циклах одномерных отображений равна

$$E \leq \begin{cases} N^l/l, & l \leq q; \\ N^q/l, & l \geq q. \end{cases} \quad (3)$$

Приведем пример. Выясним, сколько слов из шести букв русского алфавита можно записать на третьем уровне. Алфавит состоит из 33 элементов (букв). Полное число информационных блоков (слов) с учетом циклических перестановок равно $33^6/6$, включая экзотические "бббббб" или "ыыыытт". Если записано слово "прибор", то нельзя записать блоки, содержащие фрагменты "при", "риб", "ибо", "бор", "орп", "рпр", а записав одновременно со словом "прибор" слово "любовь", исключаем фрагменты "люб", "юбо", "бов", "овь", "вьл", "ью" из списка доступных в дальнейшем. При записи шестибуквенных слов на третьем уровне ($N = 33$, $l = 6$, $q = 3$) емкость $E \leq 5989$. Перебор всех возможных шестибуквенных "слов" по порядку от "аааааа" до "яяяяяя" на компьютере дал значение $E = 5983$. Оставшиеся 39 неиспользованных трехбуквенных фрагментов уже никак не могут быть "сцеплены" ни в одно шестибуквенное "слово".

Следствие из формулы (3). Рассмотрим предельный случай, когда можно записать только один

образ, т.е. $E = 1$. В этом случае из (3) следует $l = N^q$, а это значит, что если длина образа $l > N^q$, невозможно записать ни одного такого образа. С другой стороны, для выбранных N и l минимальный уровень записи q равен $\log_N l$.

Представляет интерес также относительная емкость данного метода записи и хранения информации, т.е. соотношение числа возможных и записанных образов. Нетрудно видеть, что

$$E_{\text{отн}} \leq \begin{cases} 1, & l \leq q; \\ 1/N^{l-q}, & l \geq q; \end{cases} \quad (4)$$

Как следует из (4), относительная емкость зависит только от разности l и q , и по мере уменьшения уровня записи относительно длины образа экспоненциально падает.

Кодирование информационных блоков. Анализ информационных последовательностей (изображений, текстов и т.д.) показывает, что наибольшие трудности с их записью связаны с длинными однородными участками, хотя здравый смысл подсказывает, что они содержат немного информации. Эти соображения приводят к мысли о записи предварительно сжатой информации, но сжатой особым образом, чтобы обеспечить запись на уровне q . Процесс сжатия информации (устранения избыточности) назовем "ортогонализацией", чтобы подчеркнуть, что ее целью является обеспечение записываемости образов [59, 60, 62].

Один из возможных алгоритмов заключается в кодировании информационных последовательностей с построением алфавита повторяющихся фрагментов. Идея такова: если в информационных блоках обнаруживается повторяющийся фрагмент длиной q , то алфавит расширяется на один символ, представляющий собой этот фрагмент, а в последовательностях он кодируется этим новым символом. Получаются новые информационные блоки меньшей длины, выраженные в алфавите длиной $(N + 1)$. Процедура повторяется до тех пор, пока они не станут "ортогональными", т.е. не содержащими одинаковых фрагментов длиной q .

В результате применения такого алгоритма получаются ортогональные, более короткие закодированные информационные последовательности и расширенный алфавит, состоящий из исходного алфавита длиной N и дополнительного, элементы которого состоят из некоторого фрагмента длиной q и символа, представляющего (кодирующего) этот фрагмент в последовательностях.

Таким образом, ортогонализация состоит в устранении избыточной информации в виде повторяющихся фрагментов за счет кодирования их более короткими символами. В отличие от рассмотренного выше подхо-

да, где запись обеспечивалась увеличением ее уровня, в данном случае фиксируется уровень и наращивается алфавит. Это дает принципиальную возможность записать любую совокупность информационных блоков на любом уровне, начиная со второго.

Данный метод кодирования информационных блоков является обратимым, потерь информации не происходит. Для декодирования информации символы дополнительного алфавита в закодированной последовательности заменяются фрагментами длиной q из алфавита. Эту процедуру, возможно, придется проделать несколько раз либо предварительно нужно выразить все фрагменты дополнительного алфавита через элементы начального алфавита.

Естественно, процедура кодирования неоднозначна. Окончательный вид закодированных последовательностей, расширенного алфавита, их длина определяются порядком пополнения алфавита совпадающими фрагментами, т.е. процедурой их поиска.

Сжатие информации. Как отмечалось выше, метод кодирования (ортогонализации) информационных последовательностей разработан для записи любого набора информационных блоков на одномерном отображении. "Побочным" результатом ортогонализации является обратимое (без потерь) сжатие информации — уменьшение общего объема данных, необходимых для полного и точного описания информационных объектов, например текстов или изображений.

В настоящее время известно много методов сжатия информации. Их можно разделить на две большие группы: обратимые методы (без потерь) и методы сжатия с потерями. Методы сжатия информации с потерями позволяют достичь больших коэффициентов сжатия, чем обратимые методы. Наблюдается простая закономерность: чем больше коэффициент сжатия, тем больше потери. Если типичный коэффициент сжатия для обратимых методов равен 2...5, то коэффициент сжатия для методов с потерями достигает 10...30, в зависимости от степени упорядоченности информации. Все существующие методы сжатия с потерями применяются только для обработки изображений и звуковых сигналов, так как в других областях информатики (обработка текстов, хранение и передача данных и т.п.) потери информации недопустимы.

Если взглянуть на описанный метод ортогонализации как на метод сжатия информации, то оказывается, что коэффициент сжатия, достигаемый применением этого метода, примерно совпадает с тем, что дают другие известные методы сжатия информации без потерь — арифметический, Лемпеля-Зива (ЛЗ), Хаффмана.

Ассоциативное извлечение информации при использовании кодирования. Для реализации ассоциативной памяти, т.е. восстановления записанного образа по его произвольному фрагменту необходимо задать начальные условия, лежащие на соответствующем ат-

тракторе. Для этого нужно знать фрагмент $(a_j a_{j+1} \dots a_{j+q-1})$ длиной q информационного блока и вычислить начальную точку x_0

$$x_0 = \sum_{j=1}^q \frac{a_{j+k-1}}{N^k}. \quad (5)$$

При записи на уровне q сначала проводится ортогонализация информационных блоков, а затем закодированные блоки записываются на предельные циклы отображения. Если известен фрагмент закодированного информационного блока длиной q , то по нему согласно (5) может быть построена начальная точка x_0 , восстановлен закодированный информационный блок, декодирован исходный информационный блок. Однако гораздо больший интерес представляет восстановление последовательности не по фрагменту закодированного блока, а по фрагменту исходного паттерна в исходном алфавите.

Для реализации ассоциативного доступа в рассматриваемом случае необходимо сначала получить из предъявленного фрагмента паттерна в исходном алфавите соответствующий фрагмент закодированной информационной последовательности. Для этого нужно сначала закодировать его, пользуясь имеющимся в наличии дополнительным алфавитом — таблицей фрагментов, полученным при ортогонализации информационных блоков.

Проблема заключается в том, что фрагмент, предъявленный для распознавания, может начинаться с произвольного элемента исходного информационного блока, включая и такие, которые не существуют в закодированном блоке, потому что вошли в состав фрагментов, замененных одним символом. Пусть, например, блок $(abcdefghijk)$ после кодирования на третьем уровне принял вид $(xdyhz)$, где $x = (abc)$, $y = (efg)$, $z = (ijk)$, а системе ассоциативной памяти предъявлен фрагмент исходного блока $(cdefghi)$. При преобразовании предъявляемого фрагмента из исходного в новый алфавит получается некая новая последовательность $(cdyhi)$, содержащая "правильный" кусок закодированного блока (dyh) в середине и "неправильные" элементы по краям.

Чтобы "отсеять" их, используем следующую процедуру. По первым q элементам закодированного последовательного фрагмента строим начальную точку согласно (5). Затем, используя знание отображения, определяем, попадает ли она на информативный интервал. Если x_0 не попадает на информативный интервал, значит, по крайней мере, первый элемент закодированного последовательного фрагмента "неправильный". В таком случае переходим к следующему элементу, и так до тех пор, пока не окажется, что x_0 попадает на информативный интервал. Некоторый текущий фрагмент $(b_1 b_2 \dots b_q)$, из которого получена начальная точка x_0 , является кан-

дидатом на начало "правильной" части закодированного фрагмента. Чтобы убедиться в этом, проитерируем отображение несколько раз. Начальная точка x_0 порождает последовательность итераций $x_0, x_1 = f(x_0), x_2 = f(x_1) = f(f(x_0)), \dots$, а также соответствующий информационный поток $c_0 = \text{int}(Nx_0), c_1, c_2 \dots$. Если $(b_1 b_2 \dots b_q)$ действительно является "правильным" участком, и "неправильные" элементы спереди уже отфильтрованы, то $c_0 = b_1, c_1 = b_2$ и т.д. Если это не так, значит попадание на информативный интервал было случайным, и элемент последовательности b_1 тоже "неправильный". Если в закодированном последовательном фрагменте имеется "правильный" кусок, по крайней мере, длиной q , то он будет найден таким образом. Если длина его не меньше q , его можно использовать для получения начальных условий на аттракторе. После того как получена начальная точка x_0 , легко восстановить всю информационную последовательность и соответственно весь паттерн.

Если же весь закодированный фрагмент просмотрен, а найти начальную точку на аттракторе не удалось, значит, длина фрагмента была недостаточна — после кодирования в нем не нашлось "правильного" фрагмента длиной q .

Таким образом, система ассоциативной памяти, построенная на описанных принципах, в ответ на предъявленный информационный блок или его часть практически мгновенно формирует один из двух возможных откликов: либо возвращает начальное условие x_0 на соответствующем аттракторе — предельном цикле, по которому может быть полностью восстановлен блок; либо дает ответ, что предъявленной информации недостаточно для однозначного формирования начального условия на аттракторе, это же происходит и тогда, когда предъявленный блок не записан на отображении. При предъявлении некоторого фрагмента блока система ассоциативной памяти либо безошибочно восстанавливает информационный блок, либо сообщает о неспособности сделать это. Ошибка невозможна в силу однозначности процедуры кодирования предъявляемого фрагмента, "ортогональности" записанных информационных блоков, однозначности самого отображения, а также благодаря использованию при формировании начального условия описанной выше процедуры сравнения закодированного фрагмента с порождаемым им информационным потоком.

Следует заметить, что формирование начального условия на аттракторе и соответственно восстановление исходного паттерна по его фрагменту происходит без сравнения предъявляемого фрагмента с каждым из записанных образов. После кодирования предъявляемого фрагмента для вычисления начальной точки x_0 может понадобиться выполнение лишь нескольких итераций для проверки попадания на аттрактор отображения, а время, затрачиваемое на каждую итерацию отображе-

ния, пропорционально логарифму объема записанной информации.

Таким образом, описанная система ассоциативной памяти для изображений обладает свойствами очень быстрого коррелятора.

Бифуркационные явления в отображениях с записанной информацией. Для эффективной обработки информации в нелинейной динамической системе необходимо понимание поведения траекторий, существования и устойчивости тех или иных динамических структур в ее фазовом пространстве [61]. Ниже рассматриваются явления, сопровождающие потерю устойчивости предельных циклов с записанной информацией при увеличении наклона $|s|$ от значений, меньших единицы.

Анализ бифуркационных диаграмм для одномерных отображений с записанной информацией будем вести, опираясь на результаты, полученные в [56, 57]. В этих работах показано, что в кусочно-линейных отображениях помимо обычных циклов точек $\gamma_m = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ могут иметь место циклы интервалов¹ $\Gamma_m = \{I_1, I_2, \dots, I_m\}$ — хаотические притягивающие множества, состоящие из конечного числа отрезков I_k . При движении на таком аттракторе фазовая траектория системы проходит через точки $x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1} = f(x_n), \dots$, последовательно попадающие на интервалы I_1, I_2, \dots, I_m . В [56, 67] построена теория кусочно-линейных отображений с единственным экстремумом и подробно исследованы механизмы возникновения циклов хаотических интервалов и динамические свойства этих аттракторов.

Перед тем как комментировать бифуркационные диаграммы отображений с записанной информацией, рассмотрим схематически явления в окрестности инфрмативных отрезков во время бифуркации потери устойчивости предельных циклов при $s = 1$ (мультипликатор цикла $\mu = +1$).

Устойчивость периодического решения с периодом m отображения $f: I \rightarrow I$ удобно анализировать с помощью отображения f^m . Предельный цикл $\gamma_m = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ периода m отображения f соответствует неподвижной точке x_c отображения f^m , где x_c — одна из точек цикла. Устойчивость предельного цикла γ_m однозначно связана с устойчивостью неподвижной точки x_c отображения f^m : цикл γ_m устойчив, если устойчива x_c , т.е. $|f^m(x_c)'| < 1$, и наоборот: $|f^m(x_c)'| = |f(x_1)' \dots f(x_m)'| = |\mu|$, где μ — мультипликатор цикла γ_m .

В критической точке $s = 1$ все точки информативного отрезка на $f^m: I \rightarrow I$ неподвижны и лежат на биссек-

трисе $x_{n+m} = x_n$. При прохождении s через $+1$ на границе информативного и неинформативного отрезков появляется "уголок", подобный изображенному на рис. 3, а, где показана правая половина информативного участка (x_c — середина информативного отрезка, точка цикла, O_R — вершина уголка, x_R вначале совпадает с правой границей информативного интервала). Наклон отрезка $x_c O_R$, являющегося образом правой половины информативного отрезка отображения f , равен s^m , а наклон отрезка $O_R x_R$ равен $s^{m-1}p$, где $p \approx \text{const}$ — наклон неинформативного отрезка отображения f , примыкающего к информативному отрезку с предыдущей точкой цикла ($|p| > 1$). Так как наклоны обоих отрезков, составляющих уголок, больше единицы, здесь не могут существовать устойчивые предельные циклы. Как показано в [58], появляется хаотический аттрактор типа цикла интервалов $\Gamma = \{[x_a x_R]\}$ периода 1, где $x_a = f^m(x_R)$.

Этот динамический объект, состоящий из отрезка $[x_a x_R]$, является притягивающим с момента рождения, а движение на нем является хаотическим с положительным показателем Ляпунова. Этому хаотическому аттрактору периода 1 отображения f^m соответствует интервальный цикл Γ_m периода m отображения f , полученный итерациями интервала $[x_a x_R]$ под действием отображения f . Этот, очевидно, притягивающий цикл проходит через краевые области соответствующих информативных отрезков потерявшего устойчивость предельного цикла γ_m . Эволюция интервального цикла Γ_m отображения f^m зависит от наклона отрезков $[x_c O_R]$ и $[O_R x_R]$, составляющих "уголок".

В момент рождения цикл интервалов совпадает с вершиной "уголка" — точкой O_R . По мере роста s растут наклоны составляющих "уголок" отрезков, и аттрактор $\Gamma = \{[x_a x_R]\}$ расширяется в обе стороны от O_R . При некотором критическом $s = s_1$, когда выполняется условие $f^m(x_R) = x_c$, интервальный цикл занимает всю правую половину информативного интервала исходного отображения и часть неинформативного (рис. 3, б). При дальнейшем росте s в аттракторе появляется "дырка" $[x_1 x_2]$, где $f^m(x_1) = x_R$ и $f^m(x_2) = x_R$, через которую фазовая траектория покидает аттрактор (рис. 3, в), уходя на левую половину информативного отрезка.

¹Циклы интервалов, известные также под именем "шумящие интервалы", могут иметь место и в гладких отображениях. В качестве примера можно привести аттрактор — цикл интервалов периода 1 отображения логистической параболы $x_{n+1} = \lambda x_n(1 - x_n)$ при $\lambda = 4$ с непрерывным хаотическим множеством на отрезке $[0, 1]$.

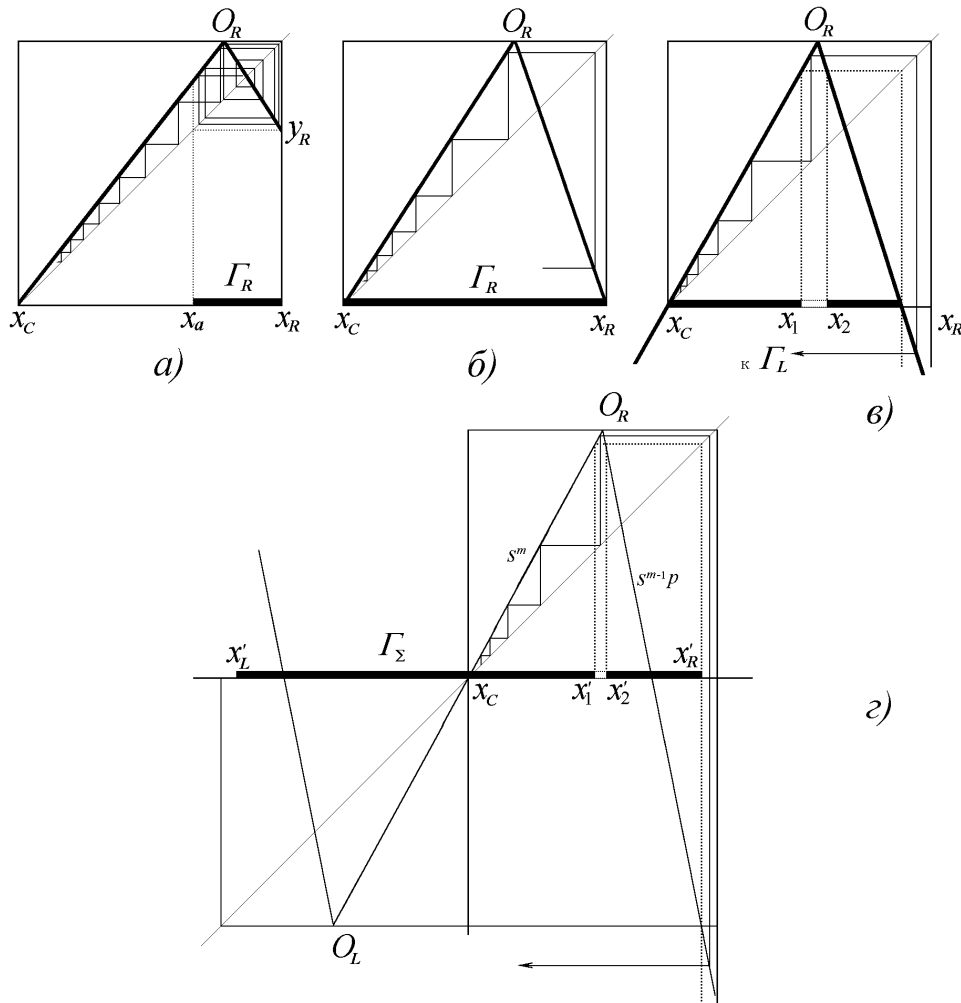


Рис. 3. Бифуркационные явления в отображениях с записанной информацией

Это явление можно рассматривать как кризис аттрактора — трансформацию хаотического аттрактора при столкновении его границы с неподвижной точкой x_c в переходный (метастабильный) хаос. Следуя подходу, развитому в [58], можно оценить среднее время пребывания фазовой траектории на метастабильном аттракторе Γ_R как

$$T \sim P^{-1} = \left(\frac{|x_2 - x_1|}{|x_R - x_c|} \right)^{-1} = \left(\frac{s^m}{1 + s/|p|} - 1 \right)^{-1}, \quad (6)$$

где P — вероятность ухода траектории с интервального цикла, причем $P = 0$ при $s = s_1$. Для s близких к s_1

$$T \sim P^{-1} \approx (m(s - s_1))^{-1}. \quad (7)$$

Отметим, что при $s = s_1$ фазовая траектория системы, покидая данный аттрактор, попадает в центр информативного отрезка (точку x_c), а при больших s за-

брасывается все ближе к его левому краю. Если на левой половине информативного отрезка происходят аналогичные явления с аттрактором Γ_L , образуется общий аттрактор Γ_Σ , объединяющий Γ_R и Γ_L на обеих половинах информативного отрезка. Это устойчивый аттрактор, так как единственные каналы ухода траектории с Γ_R и Γ_L направлены один к другому. С ростом s он теряет устойчивость: при некотором $s = s_2$ возникает "дырка" $[x'_1, x'_2]$, где $f^m(x'_1) = x'_R$ и $f^m(x'_2) = x'_L$, и траектория покидает уже окрестность информативного отрезка, отправляясь блуждать по фазовому пространству (рис. 3, з). Зависимость среднего времени пребывания T фазовой траектории на неустойчивом множестве Γ_Σ аналогична (6).

Проиллюстрируем эти качественные рассуждения анализом бифуркационных диаграмм для отображения с одним информативным блоком 375, записанным на первом уровне (рис. 4). Алфавит — набор цифр $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $N = 10$. Если фазовая траектория системы в момент бифуркации рождения интервальных

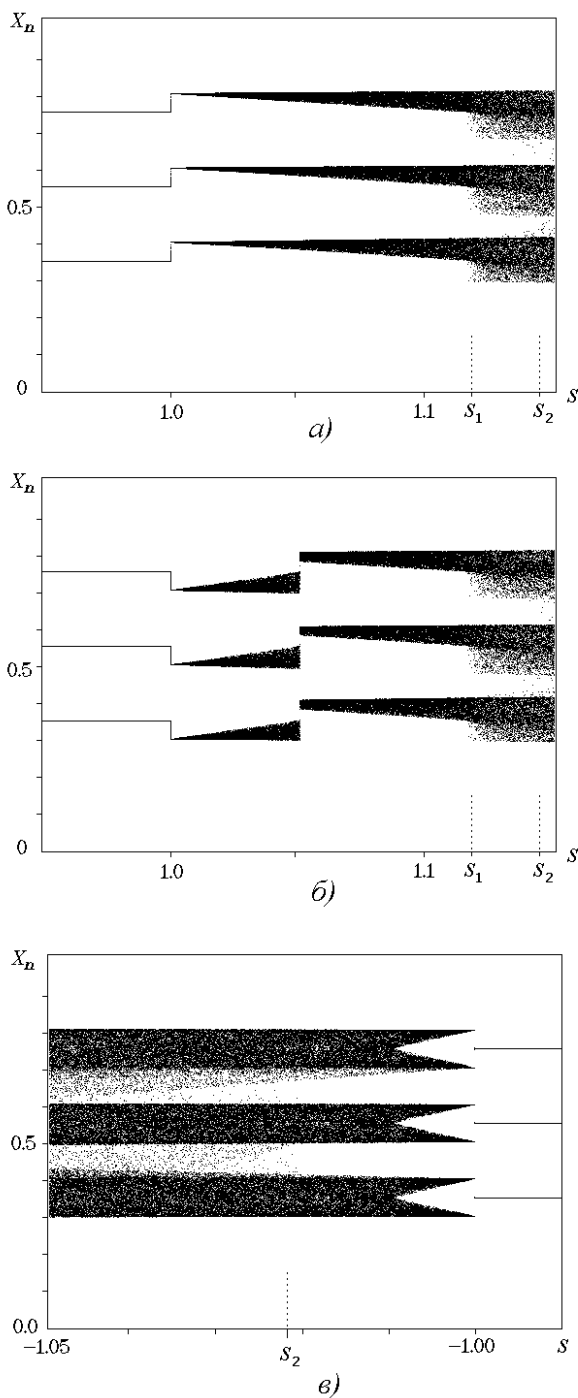


Рис. 4. Бифуркационная диаграмма отображения с одним циклом

циклов при $s = 1$ находится на правой стороне информативных отрезков относительно точек предельного цикла (рис. 4, а), она притянется к интервальному циклу, проходящему через правую половину информативных отрезков ("правый" аттрактор Γ_R). Показатель Ляпунова для этого аттрактора $\lambda \approx 0,3$. При увеличении s

мера этого интервального цикла на отрезке $[0, 1]$ увеличивается, и при $s_1 \approx 1,12$ аттрактор доходит до x_c — середины информативного отрезка. Это момент потери устойчивости "правого" цикла интервалов. При $s > 1,12$ через появившийся канал траектория рано или поздно покидает окрестность этого аттрактора.

Однако, как следует из рис. 3, в, характер потери устойчивости таков, что фазовая траектория, покидая аттрактор на правой половине информативного отрезка, попадает на его левую половину. Если бы аттрактор на левом краю информативного отрезка ("левый" аттрактор Γ_L) был в этот момент устойчивым, то траектория осталась бы на нем. Однако он потерял устойчивость раньше (при $s \approx 1,05$), поэтому после некоторого блуждания по нему траектория уходит обратно на "правый" аттрактор, и т.д.

Таким образом, при $s = s_1 \approx 1,12$ образуется общий хаотический аттрактор Γ_Σ периода 3, охватывающий все информативные отрезки. Этот аттрактор состоит из двух неустойчивых интервальных циклов Γ_R и Γ_L , однако единственный канал ухода траектории для каждого из них направлен в сторону другого, так что любая траектория, попавшая в Γ_Σ , останется в нем.

С ростом s канал ухода на краю информативного отрезка "углубляется" (рис. 3, з), при $s = s_2 \approx 1,14$ общий аттрактор Γ_Σ теряет устойчивость, и траектория покидает его. При $s = s_2$ происходит бифуркация потери устойчивости Γ_Σ . Через s_2 будем далее обозначать момент потери устойчивости в отображении всех циклов интервалов. При больших s в системе наблюдается глобальный хаос.

На рис. 4, б изображена бифуркационная диаграмма для случая, когда фазовая траектория системы в момент бифуркации $s = 1$ находилась с левой стороны информативного отрезка относительно точки предельного цикла. В этом случае она притягивается к интервальному циклу Γ_L с показателем Ляпунова $\lambda \approx 0,2$. Но время его жизни по параметру s существенно меньше: он теряет устойчивость уже при $s \approx 1,05$. При больших s траектория уходит с Γ_L к устойчивому Γ_R . Дальнейшие события совпадают с уже описанными для рис. 4, а.

Характер бифуркационных явлений при $\mu = -1$ (при $s = -1$ и нечетной длине информационного цикла) заметно отличается от рассмотренной: потеря устойчивости предельного цикла приводит к рождению удвоенного интервального цикла (рис. 4, в), так как для отображения $f^m: I \rightarrow I$ наклон отрезка, проходящего через неподвижную точку цикла x_c , становится равным $s^m = -1$, и при каждой итерации f^m края информативного отрезка меняются местами. Реальный период интервального цикла при этом получается не m , а $2m$. Вместо бифуркации слияния интервальных циклов с разных краев информативного отрезка с ростом $|s|$ (при $s_1 \approx -1,009$) происходит заполнение всего информативного отрезка

в результате расширения интервального цикла, что можно интерпретировать как обратную бифуркацию удвоения периода интервального цикла.

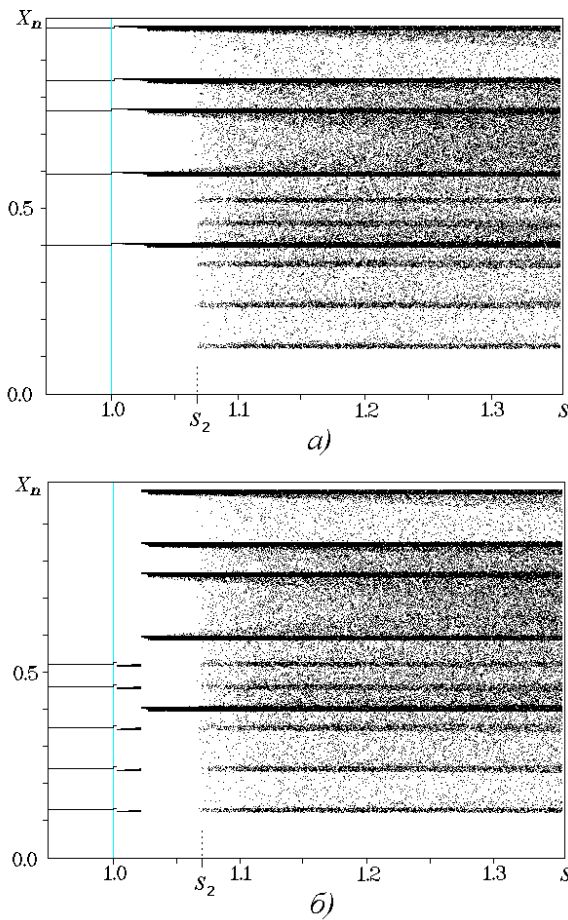


Рис. 5. Бифуркационная диаграмма для отображения с двумя информационными циклами

Если в динамической системе записаны несколько информационных блоков, то при переходе $|\mu|$ через единицу в окрестности каждого из соответствующих предельных циклов независимо рождаются либо два притягивающих цикла интервалов (при $|\mu| = 1$), либо удвоенный цикл (при $\mu = -1$). Их эволюция с ростом s совпадает в общих чертах с описанной выше. Наклоны неинформативных участков, примыкающих к разным информативным отрезкам, различны, поэтому различаются и "времена жизни", и условия устойчивости по параметру s каждого из этих интервальных циклов. Это видно из рис. 5, на котором изображены бифуркационные диаграммы для отображения с двумя информационными блоками 12345 и 97583, записанными на втором уровне. Размер информативных участков в $N = 10$ раз меньше, чем в предыдущем случае, и равен 0,01. На рис. 5, а изображена диаграмма для случая, когда при бифуркации потери устойчивости предельного цикла, несущего информационный блок 97583, фазовая траек-

тория притягивается к правому интервальному циклу в окрестности информационного цикла. При $s \approx 1,03$ цикл интервалов на правой границе информативных отрезков теряет устойчивость и траектория уходит с него через "дырку", аналогичную $[x_1, x_2]$ (см. рис. 3, в). Однако она уходит в сторону аттрактора на левой границе информативных отрезков. Если бы он был в этот момент устойчив, траектория там и осталась бы. Но ввиду того, что он обладает аналогичной неустойчивостью, траектория остается на нем некоторое время и возвращается на первый аттрактор и т.д. При этом наблюдается рождение общего интервального цикла, охватывающего целиком информативные отрезки цикла 97583.

На рис. 5, б изображен случай, когда во время бифуркации потери устойчивости предельного цикла 12345, траектория притягивается к новорожденному устойчивому циклу интервалов, проходящему через правый край информативных отрезков. Но он практически сразу же теряет устойчивость, и траектория уходит к интервальному циклу на другом краю информативных отрезков. При $s \approx 1,015$ рождается общий цикл интервалов $\Gamma_{5, \Sigma}$. В тот момент, когда и он теряет устойчивость (при $s \approx 1,025$), еще существует устойчивый цикл интервалов, связанный с другим информационным блоком 97583, и фазовая траектория притягивается к нему.

При $s = s_2 \approx 1,07$ теряет устойчивость общий интервальный цикл для блока 97583, т.е. в аттракторе появляется "дырка", через которую фазовая траектория может покидать его, как показано на рис. 3, г. Таким образом, в фазовом пространстве динамической системы не остается устойчивых структур. При этом фазовая траектория системы начинает блуждать по фазовому пространству системы. В момент своего появления "дырки" на интервальных циклах малы, и траектория проводит большую часть времени в окрестности интервальных циклов, но с увеличением наклонов "дырки" растут, и инвариантная мера отображения становится более равномерной.

Анализ бифуркационных диаграмм отображения с записанной информацией показывает, что при $|s| < 1$ единственными устойчивыми аттракторами в колебательной системе являются информационные предельные циклы, а при $1 < |s| < s_2$ - соответствующие им хаотические интервальные циклы. При $|s| > s_2$ в нелинейной динамической системе наблюдается переход к глобальному хаосу через перемежаемость "неустойчивые циклы интервалов - глобальный хаос".

Запись информации на неустойчивых циклах и хаотических аттракторах. Несмотря на то что движение по циклу интервалов является хаотическим, он устойчив и ограничен в фазовом пространстве.

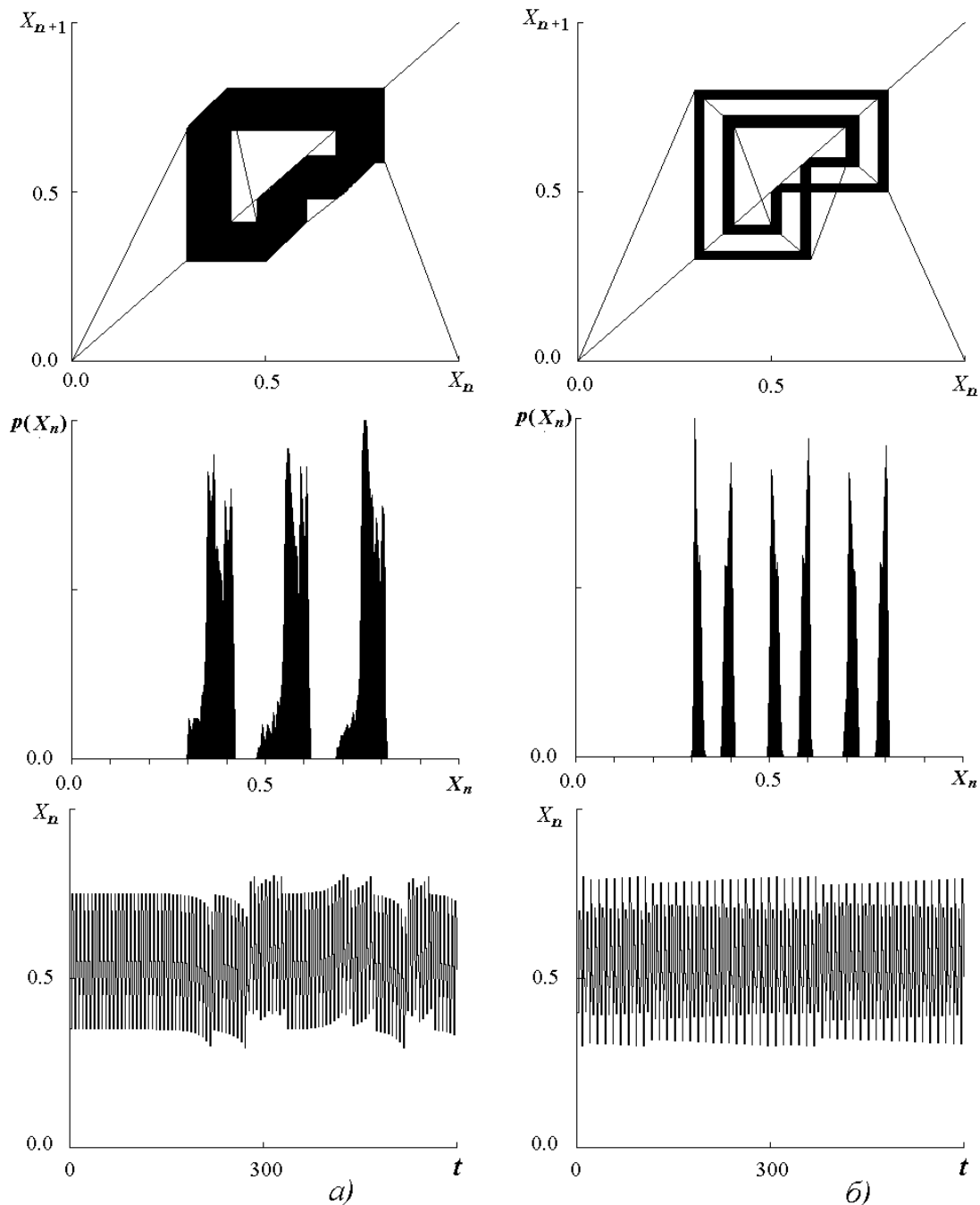


Рис. 6. Интервальные циклы отображения с информационным блоком 375, записанным на первом уровне

Интервальный цикл состоит из конечного числа непрерывных интервалов, включающих в себя информативные интервалы соответствующего информационного цикла (или их часть) и небольшую часть примыкающих к ним неинформативных. Порядок обхода интервалов этого хаотического аттрактора совпадает с порядком обхода находящихся на них точек информационного предельного цикла. Поэтому, если рассмотреть информационный поток $a_i a_{i+1} a_{i+2} \dots$ (где $a_i = \text{int}(Nx_i)$, а $\text{int}(x)$ — целая часть x), порождаемый отображением $x_{n+1} =$

$= f(x_n)$ при движении на этом хаотическом аттракторе, то окажется, что он представляет собой воспроизведение записанного информационного блока.

Согласно алгоритму записи информации в одномерных отображениях [52, 53] для воспроизведения элемента информационного блока достаточно попадания траектории x_i на соответствующий регион первого уровня отображения. Как видно из распределений фазовой траектории, (см. например, рис. 6, а), это условие может не выполняться при записи на первом уровне из-

за того, что интервальный цикл включает в себя часть неинформативных интервалов, однако препятствие легко может быть устранено путем уменьшения длины информативного интервала.

Таким образом, информация, записанная на устойчивых предельных циклах одномерного отображения при $|s| < 1$, не теряется в момент бифуркации рождения соответствующего хаотического аттрактора, а обретает качественно новый носитель и может быть извлечена так же, как и при записи на устойчивых предельных циклах точек. Класс динамических объектов — носителей информации для метода записи в одномерных динамических системах, предложенного в [52, 53], может быть расширен за счет хаотических аттракторов. В этом случае увеличивается и область параметра s , используемая для записи информации на устойчивых аттракторах.

На рис. 6 приведены примеры использования хаотических аттракторов — интервальных циклов для записи информации. На нем приведены фазовые портреты, инвариантные меры (распределение фазовой траектории на отрезке $[0, 1)$) и временные реализации движений в отображении для случая записи информационного блока 375 на первом уровне. На рис. 6, а изображены решения для $s = 1,125$, а на рис. 6, б для $s = -1,005$.

При $s < 0$ и нечетном периоде информационного цикла интервальный цикл рождается удвоенным (рис. 6, б). Соответствующий информационный поток представляет собой повторение записанного информационного блока, поскольку последовательные значения переменной итерирования при движении на этом аттракторе укладываются в регионы первого уровня, соответствующие цифрам 3, 5 и 7.

Переменяемость и хаотическое сканирование памяти. Анализ бифуркационных диаграмм одномерных отображений с записанной информацией показывает, что после потери устойчивости всех циклов интервалов в динамической системе реализуется режим переменяемости "хаос–хаос". При этом фазовая траектория хаотически блуждает по всему фазовому пространству, посещая и области с записанной информацией. Если эту динамическую систему рассматривать как память, то такой режим может быть использован для хаотического сканирования памяти.

Запишем информацию на неустойчивых циклах интервалов, используя область параметра $s > s_2$. Если наклон информативных участков ненамного больше s_2 , траектория будет "застревать" в окрестности интервального цикла на некоторое время, прежде чем покинуть его снова, так как вероятность ухода с него мала согласно (6). Если инвариантная мера отображения ненулевая на всем единичном отрезке (или, по крайней мере, в окрестности информативных интервалов), траектория посещает окрестности всех циклов интервалов (а значит, и информативных предельных циклов), и на-

блюдается переменяемость по отношению ко всем циклам, соответствующим записанной информации. Важно подчеркнуть, что в отличие от хорошо известного феномена переменяемости, когда ламинарные (регулярные) участки движения прерываются турбулентными всплесками, наблюдается переменяемость между хаотическими циклами интервалов и глобальным хаосом — движение на хаотическом аттракторе — интервальном цикле переменяется блужданием по всему фазовому пространству.

Если наклоны информативных участков s слишком велики, траектории покидают окрестности неустойчивых интервальных циклов, соответствующих записанной информации, очень быстро, в информационном потоке присутствуют только "обрывки" записанных образов, и сканирование памяти не наблюдается.

Проиллюстрируем явление следующими примерами.

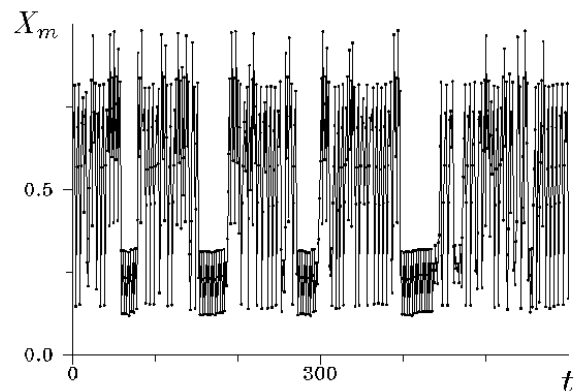


Рис. 7. Переменяемость между двумя циклами

На рис. 7 приведен пример переменяемости между циклами, соответствующими информационным блокам 97583 и 12345, записанным на втором уровне. Бифуркационная диаграмма для этого отображения показана на рис. 5. Наклон информативных участков выбран в области переменяемости $s = 1,14 > s_2$. В этом случае система "блуждает" по окрестностям двух циклов.

На рис. 8 показана инвариантная мера отображения для трех значений наклона s ($s \approx s_2 \approx 1,07$, $s = 1,15$ и $s = 2,0$) в области переменяемости. Из рис. 8 видно, что инвариантная мера всюду ненулевая в информативной части отображения, причем при $s \approx s_2$ на ней видно несколько узких пиков, а пьедестал очень мал. Это объясняется тем, что фазовая траектория большую часть времени проводит в окрестности информационных циклов (см. (6) и (7)), с увеличением s она становится более равномерной.

Запись информации на неустойчивых предельных циклах и распознавание образов. Запись информации на неустойчивых циклах одномерного отображения ведется таким же образом, как и на устойчивых циклах,

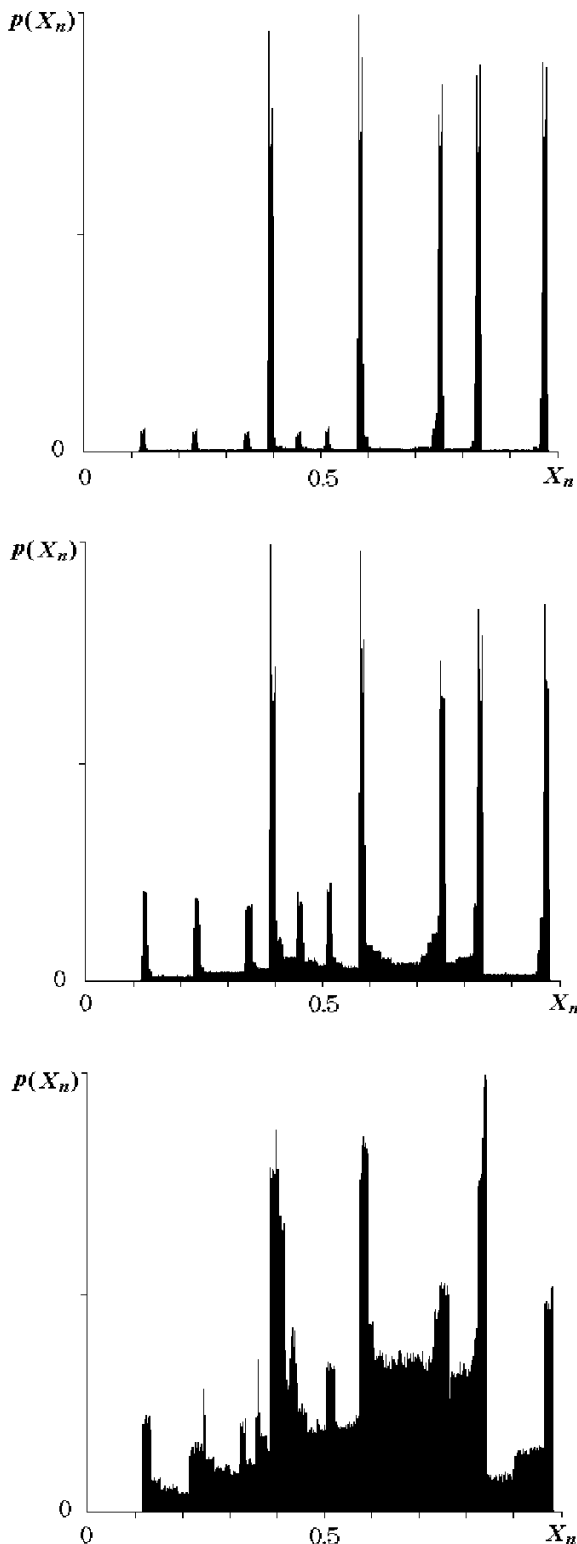


Рис. 8. Эволюция инвариантная меры отображения

с той лишь разницей, что теперь мультипликатор цикла (произведение наклонов информативных участков

функции отображения, через которые проходит цикл) по модулю больше единицы [54, 55].

В таком отображении нет устойчивых предельных циклов, соответствующих записанным информационным блокам. Если в отображении появляется устойчивый предельный цикл, не связанный с записанной информацией, его можно исключить локальной коррекцией функции отображения, не нарушая структуры неустойчивых циклов с записанной информацией. При отсутствии устойчивых предельных циклов траектория системы хаотически блуждает по фазовому пространству, посещая его большую часть.

Распознавание информации в такой системе можно организовать следующим образом. Пусть записано M информационных блоков и системе предъявляется последовательность длиной L . Она рассматривается как внешний сигнал, управляющий состоянием системы. Правила воздействия этого сигнала на отображение таковы:

если сигнал содержит фрагменты, соответствующие информативным участкам отображения, то наклон этих участков устанавливается меньше единицы;

в противном случае сигнал не меняет функции отображения.

Если входной сигнал соответствует одному из записанных образов, в отображении появляются информативные участки с наклоном меньше единицы. Мультипликатор цикла, соответствующего входному сигналу, становится меньше единицы. В фазовом пространстве системы появляется устойчивый цикл, притягивающий траектории практически при любых начальных условиях. Сходимость траектории к этому устойчивому циклу можно трактовать как распознавание информации.

Подчеркнем, что в рассматриваемом случае в фазовом пространстве системы существует единственный устойчивый цикл. Поэтому, если до изменения наклонов информативных участков в динамической системе существовал хаотический аттрактор с непрерывной мерой, пересекающей информативные участки отображения, принадлежащие циклу, то после изменения наклонов траектория неизбежно через какое-то время упадет на информативный участок и сойдется к циклу. Это означает появление "дыры" в хаотическом множестве, через которую траектория переходит от хаотического режима к регулярному, т.е. потерю устойчивости хаотическим множеством и переход от устойчивого хаоса к метастабильному. Появление перехода (кризис хаотического аттрактора) и позволяет реализовать распознавание информации.

Необходимо отметить, что вследствие единственности устойчивого предельного цикла, возникающего в результате кризиса, процесс распознавания практически не зависит от начальных условий для фазовой траектории. Выбор начальных условий определяет только длительность переходного процесса от метастабильного

хаотического множества к устойчивому предельному циклу, т.е. скорость распознавания.

Динамические свойства системы с записью информации на неустойчивых циклах показаны на примере с тремя информационными блоками 97583, 14568 и 123, записанными на втором уровне (рис. 9). Алфавит состоит из 10 символов: цифр от 0 до 9. Кусочно-линейная функция $f(x)$ изображена на рис. 9, а.

Фазовая траектория исходного отображения с неустойчивыми циклами посещает все информативные участки отображения (распределение показано на рис. 9, б, а реализация — на рис. 9, в). Предполагается, что это свойство сохраняется, если возмущения, вносимые изменением наклонов, малы.

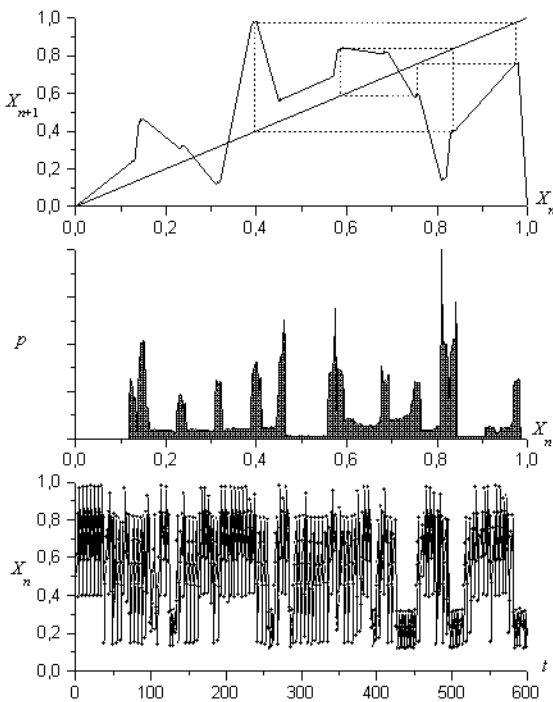


Рис. 9. Функция, инвариантная мера и реализация для отображения с тремя информационными блоками, записанными на неустойчивых циклах

Последовательности 1231, 135681 и 946839 используем как входные сигналы, т.е. возьмем записанный информационный блок без ошибок в первом случае, с одной ошибкой во втором случае и с двумя ошибками в третьем. Во всех трех случаях возникает устойчивый предельный цикл, связанный с соответствующим информационным блоком, и после переходного процесса, обусловленного блужданием траектории по метастабильному множеству, траектория притягивается к соот-

ветствующему устойчивому предельному циклу (рис. 10, а – в).

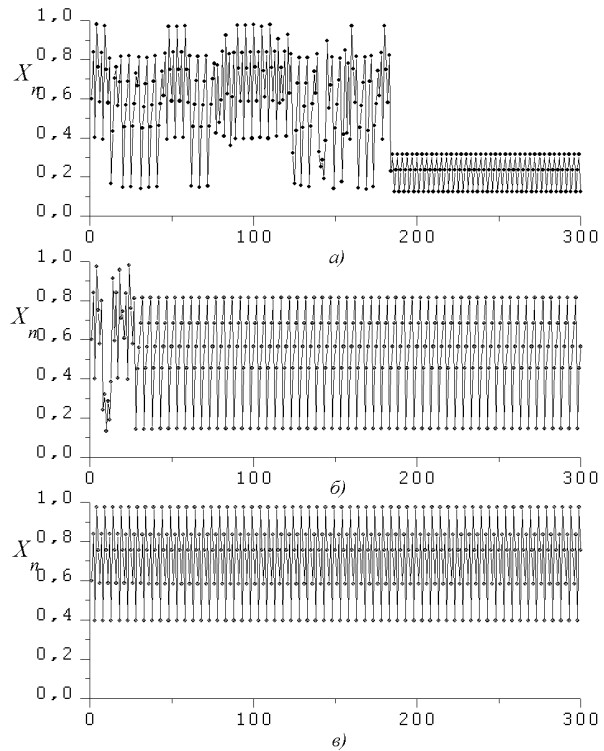


Рис. 10. Сходимость к соответствующим циклам при предъявлении чистого и искаженных образов

Адаптивная модель распознавания. В [17, 54, 55] введена также адаптивная модель обработки информации на основе хаоса, представляющая собой одномерное отображение с информацией, записанной на неустойчивых циклах, управляемое внешним сигналом, влияющим на вид функции отображения.

Управляемыми элементами отображения, как и в рассмотренной выше модели, являются наклоны информативных участков, которые управляются входным сигналом U . Однако в данном случае эти наклоны могут быть разными. Если в i -й момент времени на входе отображения присутствует информационный сигнал U_i , соответствующий информативному участку j , то наклон участка K_i^j уменьшается и может стать по модулю меньше единицы.

Чтобы сохранить работоспособность системы, введем обратный процесс — релаксацию наклонов отрезков: если в момент времени i внешний сигнал U_i не соответствует информативному участку j , то наклон K_i^j начинает релаксировать к начальному состоянию, т.е. к наклону в отсутствие внешнего сигнала.

Обозначим максимальный наклон информативных участков C_1 . Тогда релаксационный процесс для j -го

информативного участка на i -м шаге итерирования может быть описан уравнением

$$K_{i+1}^j = \lambda K_i^j + C_1(1 - \lambda),$$

где λ — скорость релаксации.

Опишем процесс уменьшения наклона информативных участков. Пусть C_2 — минимальный наклон информативных участков. Процесс сходимости наклона информативного участка к состоянию C описывается уравнением

$$K_{i+1}^j = \alpha K_i^j + (1 - \alpha)C_2,$$

где α — коэффициент скорости сходимости наклона к C_2 . Общее уравнение, описывающее динамику K_i^j , выглядит так

$$K_{i+1}^j = [\alpha K_i^j + (1 - \alpha)C_2]\delta_{ij} + [\lambda K_i^j + C_1(1 - \lambda)](1 - \delta_{ij}), \quad (8)$$

где δ_{ij} — символ Кронекера ($\delta_{ij} = 1$, если на i -м шаге внешний сигнал соответствует информативному участку j , иначе $\delta_{ij} = 0$).

Модель «кратковременной» и «долговременной» памяти [17, 54, 55]. Покажем теперь, что понятия долговременной памяти и кратковременной памяти, широко применяемые в исследованиях принципов функционирования памяти в живых системах, имеют свои аналоги в динамике системы (8).

Начнем с долговременной памяти. После того как информационные блоки записаны, они существуют в системе до тех пор, пока существует она сама, а носителями информации являются неустойчивые циклы. Запись информации на неустойчивые циклы можно интерпретировать как долговременную запись или как долговременную память. Информация присутствует в системе, но чтобы извлечь ее, требуется внешнее воздействие. Таким внешним воздействием является сигнал, содержащий информационные блоки, записанные в системе, в точном виде или с ошибками. В общем случае система не реагирует на другую информацию, оставаясь в хаотическом состоянии. После предъявления внешнего сигнала на месте одного из неустойчивых циклов возникает устойчивый предельный цикл. После прекращения действия внешнего сигнала этот цикл некоторое время остается устойчивым, пока наклоны соответствующих информативных участков не срелаксировут к исходному состоянию. В течение некоторого времени система остается в окрестности уже ставшего неустойчивым предельного цикла. Такое поведение системы может рассматриваться как кратковременная память.

Проиллюстрируем это на примере трех информационных блоков 123, 14568, 97583, записанных на

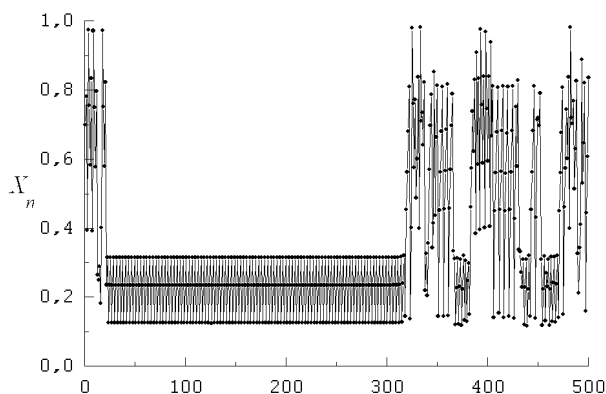


Рис. 11. Память в динамической системе (цикл)

втором уровне (рис. 11). На вход системы подается внешний сигнал, состоящий в периодическом повторении информационного блока 123. В это же время начинаются итерации с начальными условиями $x_0 = 0,7$, не связанными с внешним сигналом.

Внешний сигнал присутствует в течение 400 итераций, после чего он прекращается. Приблизительно через 220 - 230 итераций фазовая траектория падает на появившийся устойчивый цикл. Она остается в окрестности цикла (вплоть до ~ 410 итераций), пока действует внешний сигнал, плюс время потери устойчивости циклом после прекращения действия внешнего сигнала, плюс время "убегания" траектории с неустойчивого цикла. Время потери устойчивости предельным циклом определяется параметрами α и λ .

Применение синхронизации для извлечения информации. Идея извлечения записанной на неустойчивые циклы информации при помощи синхронизации основана на возможности синхронизировать произвольную траекторию любого отображения путем воздействия на него внешнего сигнала, представляющего собой все или выборочные отсчеты данной траектории [65]. Воздействие внешнего сигнала на отображение состоит в подмешивании этого сигнала к переменной состояния данного отображения. Весовой коэффициент подмешивания внешнего сигнала характеризует степень воздействия и называется коэффициентом связи. Нетрудно показать, что для заданной траектории существует минимальное значение коэффициента связи, при котором возможна ее синхронизация при указанном воздействии. Это минимальное (пороговое) значение однозначно определяется первым ляпуновским показателем данной траектории. Существенно, что для устойчивой траектории пороговое значение коэффициента связи равно нулю, т.е. ее синхронизация возможна при сколь угодно малом значении этого коэффициента, а для неустойчивой траектории порог синхронизации имеет положи-

тельное значение, растущее с ростом неустойчивости этой траектории.

Таким образом, воздействуя на отображения с записанной на неустойчивые циклы информацией внешним сигналом, представляющим собой все или выборочные отсчеты одного из этих циклов, можно синхронизовать данный цикл, что соответствует извлечению записанной на него информации.

Запись информации на устойчивых циклах двумерных и многомерных отображений

Синтез двумерных отображений. Принципы построения двумерных отображений с заданными устойчивыми и неустойчивыми предельными циклами были предложены в [59].

Пусть, как и в случае записи информации на предельные циклы одномерных отображений, необходимо записать информационный блок (2).

При записи этого информационного блока на втором уровне одномерного отображения, его нужно преобразовать последовательность пар элементов:

$$(a_1, a_2), (a_2, a_3), \dots, (a_n, a_1). \tag{9}$$

Предполагается, что пары элементов не повторяются, в противном случае необходимо предварительное кодирование последовательности, как это было показано выше.

Рассмотрим теперь возможность записи блока на двумерное отображение единичного квадрата $[0, 1] \times [0, 1]$ в себя. Каждому элементу j из заданного алфавита длиной N ставим в соответствие интервалы на осях X и Y :

$$I_j^x = \left[\frac{j}{N}, \frac{j+1}{N} \right), I_j^y = \left[\frac{j}{N}, \frac{j+1}{N} \right), \quad j = 1, \dots, N$$

и точки в середине интервалов $(j + 0,5)/N$. В этом случае, паре элементов (a_m, a_{m+1}) из последовательности (9) соответствует квадрат

$$I_{a_m} \times I_{a_{m+1}} = \left[\frac{a_m}{N}, \frac{a_m + 1}{N} \right) \times \left[\frac{a_{m+1}}{N}, \frac{a_{m+1} + 1}{N} \right),$$

и точка (x_m, y_m) в середине этого квадрата. Информационному блоку можно поставить в соответствие цикл, проходящий через точки $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$. Необходимо отметить, что $x_{m+1} = y_m$. Отсюда следует, что искомое двумерное отображение должно иметь вид

$$\begin{aligned} x_{m+1} &= y_m, \\ y_{m+1} &= f(x_m, y_m). \end{aligned} \tag{10}$$

Выберем функцию $f(x, y)$ так, чтобы отображение (10) имело единственный предельный цикл, соответствующий записываемому информационному блоку.

Пусть символ a_{m-1} исходной последовательности — i -й элемент алфавита, a_m — j -й, a_{m+1} — k -й элемент алфавита. Допустим, что точка (x, y) принадлежит квадрату $I_i \times I_j$ (такие квадраты в дальнейшем будем называть информативными). Определим функцию $f(x, y)$ в данном квадрате таким образом, чтобы она задавала плоскость S^{ij} , проходящую через точки $\left(\frac{i}{N}, \frac{j+1}{N}, \frac{k+0,5-\Delta}{N} \right), \left(\frac{i}{N}, \frac{j}{N}, \frac{k+0,5-\Delta}{N} \right), \left(\frac{i+1}{N}, \frac{j+1}{N}, \frac{k+0,5-\Delta}{N} \right)$ пространства XYZ . При этом в квадрате $I_i \times I_j$

$$f(x, y) = 2\Delta \left(x - \frac{i+0,5}{N} \right) + \frac{k+0,5}{N}.$$

Величина 2Δ определяет угол наклона плоскости S^{ij} к плоскости XY .

Допустим теперь, что точка (x, y) лежит внутри неинформативного квадрата $I_i \times I_k$, т.е. в последовательности (9) нет пары, состоящей из i -го и k -го элементов алфавита. Тогда $f(x, y)$ в пределах этого квадрата определяется плоскостью S^{ij} , проходящей через точки $\left(\frac{i}{N}, \frac{k+1}{N}, \frac{\varepsilon}{N} \right), \left(\frac{i}{N}, \frac{k}{N}, \frac{\varepsilon}{N} \right), \left(\frac{i+1}{N}, \frac{k+1}{N}, \frac{\varepsilon}{N} \right)$. В этом случае

$$f(x, y) = \frac{x - i/N}{1/N} \cdot \left(1 - \frac{1}{N} \right) + \frac{\varepsilon}{N}, \tag{11}$$

где малая величина ε ($\sim 10^{-2}$) вводится для того, чтобы избежать появления ложного положения равновесия отображения (10) в точке $(0, 0)$.

Таким образом, функция $f(x, y)$ отображения (10) в информативных квадратах задается функцией (7), а в неинформативных — функцией (11). Можно показать [56], что для того чтобы циклы, записанные на такое отображение, были устойчивы, необходимо, чтобы наклоны функции $f(x, y)$ в информативных квадратах к плоскости XY были меньше единицы, т.е. $2\Delta < 1$. Аналогичным образом может быть записан не один информационный блок.

Пример 3. Пусть имеется алфавит, состоящий из 10 цифр 0, 1, 2, ..., 9 и требуется записать на двумерное

отображение один информационный блок 174. Искомое отображение приведено на рис. 12.

Оценка информационной емкости метода записи информации на двумерные отображения. В [55, 60] рассматривался вопрос об информационной емкости записи информации на отображения. Было показано, что максимальное количество информации, которую можно записать на отображение, равно N^q символов из $\log_2 N$ бит каждый. При использовании одинарной точности вычислений с учетом того, что длина стороны информативного отрезка одномерного отображения (равная $(1/N)^q$) должна быть больше 10^{-8} , емкость записи составляет $10^5 \dots 10^6$ байт. В случае же использования двумерного отображения длина стороны информативного квадрата равна $1/N$, поэтому емкость записи возрастает до $10^{11} \dots 10^{12}$ байт.

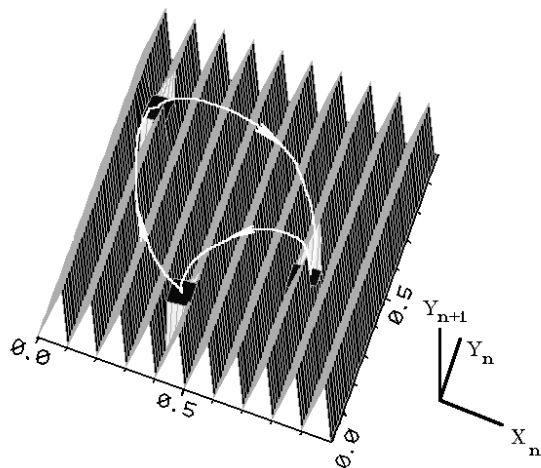


Рис. 12. Двумерное отображение с одним информационным циклом

Структура бассейнов притяжения циклов двумерных отображений. Известно, что в фазовом пространстве нелинейной динамической системы может существовать несколько различных аттракторов. Даже в случае простейших одномерных и двумерных отображений множество значений всех начальных условий стремится к данному аттрактору, может иметь сложную структуру и не являться областью в строгом математическом определении. Поэтому для обозначения точек притяжения аттрактора употребляется термин "бассейн притяжения".

Бассейны притяжения аттракторов нелинейных динамических систем могут быть фрактальными, даже когда аттракторами являются устойчивые положения равновесия [46]. Среди фракталов важное место занимают самоаффинные фракталы, которые можно разбить на части, получаемые из целого фрактала путем аффинных преобразований (включающих вращение, сжатие или растяжение и параллельный перенос). Любая такая

часть в отдельности, также обладает свойством самоаффинности¹.

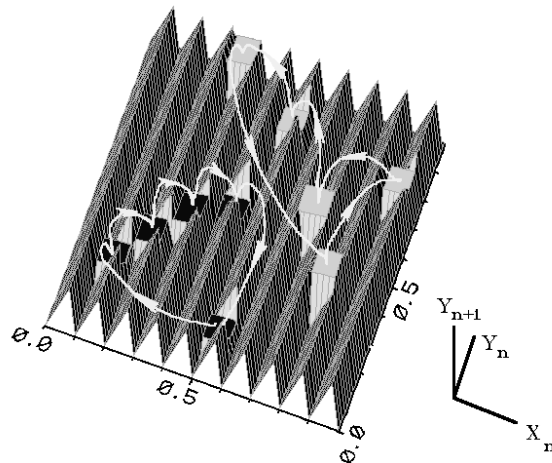


Рис. 13. Отображение с двумя информационными циклами

Проиллюстрируем это на примере бассейнов притяжения двух циклов двумерного отображения, на котором записаны информационные блоки 97583 и 12345. Функция отображения $f(x, y)$ показана на рис. 13, а бассейны притяжения изображены на рис. 14. Черным цветом выделены точки единичного квадрата, из которых траектория притягивается к циклу, соответствующему информационному блоку 97583, а белые зоны — точки единичного квадрата, из которых траектория притягивается к циклу, соответствующему блоку 12345. Фрактальная структура бассейнов притяжения (рис. 14) характеризуется тем, что области бассейнов притяжения обладают свойством подобия. Например, структура бассейнов притяжения в квадрате $[0,4; 0,5] \times [0,6; 0,7]$ (рис. 14, б) с коэффициентом $1/10$ подобна структуре бассейнов притяжения во всем единичном квадрате $[0, 1] \times [0, 1]$ (рис. 14, а). Кроме того, единичный квадрат с помощью аффинного преобразования, состоящего из зеркального отражения относительно диагонали $(0, 0) - (1, 1)$ и сжатия вдоль оси X в 10 раз, можно преобразовать в прямоугольник $[0, 0,1] \times [0, 1]$.

Фрактальную структуру областей притяжения (рис. 14) можно описать с помощью набора аффинных преобразований, которые осуществляют сдвиг, вращение и сжатие различных областей единичного квадрата.

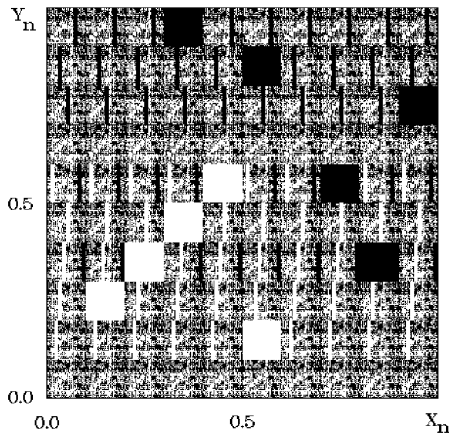
¹ Множество S является самоаффинным по отношению к последовательности N аффинных преобразований α_n , если выполняется условие $S = \cup \alpha_n S$, причем $\alpha_n S \cap \alpha_m S = \emptyset$, при $n \neq m$. Множество S разбивается на N частей (никакие две из них не пересекаются), каждая из которых получается из целого при помощи одного из аффинных преобразований.

Разделим изображение на квадраты: $S_{ij} = [(i-1)/N, i/N) \times [(j-1)/N, j/N)$, $i, j = 1, \dots, N$. Зададим набор областей единичного квадрата, включающий:

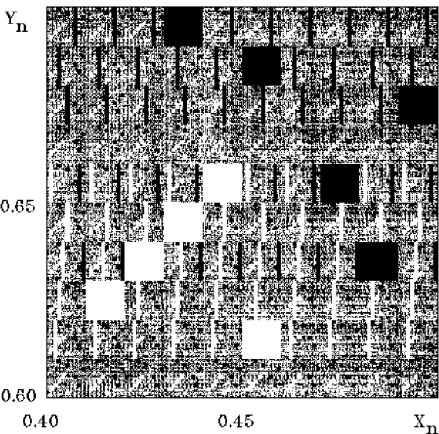
прямоугольники вида $R_i = [(i-1)/N, i/N) \times [0, 1)$, $i = 1, \dots, N$;

любой из черных информативных квадратов с длиной стороны $1/N$, например $R_{N+1} = [(i-1)/N, i/N) \times [(j-1)/N, j/N)$;

любой белый информативный квадрат, например $R_{N+2} = [(i-1)/N, i/N) \times [(j-1)/N, j/N)$.



a)



b)

Рис. 14. Фрактальная структура бассейнов притяжения

Если S_{ij} является информативным квадратом, т.е. является полностью черным (или белым) квадратом, то в этом случае он может быть получен сдвигом R_{N+1} (или R_{N+2}) в соответствующую точку единичного квадрата.

Пусть квадрат S_{ij} не является информативным. Тогда он будет образом области R_j при отображении

$$x_S = y_R / N;$$

$$y_S = x_R,$$

где (x_{ij}^S, y_{ij}^S) — точка S_{ij} , (x_j^R, y_j^R) — точка области R_j .

Таким образом, аналитически описаны фрактальные области притяжения циклов двумерных отображений с

записанной информацией. Теперь, задав некоторое начальное распределение черного и белого цветов для единичного квадрата, и применив к каждой точке квадрата соответствующее отображение, после нескольких итераций получим исходную структуру областей притяжения.

Отметим, что аффинные преобразования не зависят от значения Δ , т.е. вид бассейнов притяжения не зависит от Δ (при $|\Delta| < 1$). Процедура описания бассейнов притяжения с помощью аффинных преобразований аналогична методу, используемому М. Барнсли [61] при фрактальном сжатии отображений. Это указывает на взаимосвязь различных методов нелинейной динамики и фрактальной геометрии, применяемых в системах обработки информации, и на возможность получения новых свойств при взаимном дополнении этих методов.

Синтез многомерных отображений. Рассмотрим обобщение изложенного выше метода на q -мерные отображения. Для этого из исходной последовательности образуем последовательность вида

$$(a_1, a_2, \dots, a_q), (a_2, a_3, \dots, a_{q+1}), \dots, (a_n, a_1, \dots, a_{q-1}). \quad (12)$$

Будем полагать, что в последовательности (12) нет совпадающих элементов. Если они есть, то, как и в двумерном случае, исключаем их, расширяя алфавит. Поставим вектору, состоящему из элементов алфавита $a_j, a_{j+1}, \dots, a_{j+q-1}$ в соответствие q -мерный куб

$$I_{m_i} \times I_{m_{i+1}} \times \dots \times I_{m_{i+q-1}} = \left[\frac{m_i - 1}{N}, \frac{m_i}{N} \right) \times \left[\frac{m_{i+1} - 1}{N}, \frac{m_{i+1}}{N} \right) \times \dots \times \left[\frac{m_{i+q-1} - 1}{N}, \frac{m_{i+q-1}}{N} \right). \quad (13)$$

Цикл длиной n , на котором записывается информация, будет состоять из точек

$$\begin{aligned} &((m_1 - 0,5)/N, (m_2 - 0,5)/N, \dots, (m_q - 0,5)/N); \\ &((m_2 - 0,5)/N, (m_3 - 0,5)/N, \dots, (m_{q+1} - 0,5)/N); \\ &\dots \\ &((m_n - 0,5)/N, (m_1 - 0,5)/N, \dots, (m_{q-1} - 0,5)/N). \end{aligned}$$

Отображение, имеющее данный устойчивый цикл, будем искать в следующем виде

$$\begin{aligned} x_{j+1}^{(1)} &= x_j^{(1)}; \\ x_{j+1}^{(2)} &= x_j^{(2)}; \\ &\dots \\ x_{j+1}^{(q)} &= f(x_j^{(1)}, x_j^{(2)}, \dots, x_j^{(q)}). \end{aligned}$$

Функция $f(X_i)$, где $X_i = (x_j^{(1)}, x_j^{(2)}, \dots, x_j^{(q)})$, при принадлежности точки X_i "информативному" кубу (13) определяется выражением:

$$f(X_i) = \Delta \left(x_j^{(1)} - \frac{m_i}{N} \right) + \frac{m_{i+q} - 0,5}{N}, \quad (14)$$

а если X_i лежит в "неинформативной" области X_T -мерного единичного куба, то

$$f(X_i) = \frac{x_i^{(1)} - m_i / N}{1 / N}. \quad (15)$$

По аналогии с двумерным случаем Δ определяет устойчивость цикла, поскольку его мультипликаторы равны: $\lambda_i = (-1)\Delta^{n/q}$, $i = 1, \dots, n$.

Функция $f(x, y)$ определяет двумерную поверхность в трехмерном пространстве (x, y, y_{i+1}) (рис. 13), а $f(X_i)$ задаваемая (14) и (15), определяет q -мерную гиперповерхность в $(q+1)$ -мерном пространстве $(X_i, x_{j+1}^{(q)})$.

Запись и восстановление многомерных сигналов на отображениях. Выше рассматривалась запись на отображение последовательности (12), в то же время можно записать на отображение последовательность

$$(a_1, b_1, \dots, r_1), (a_2, b_2, \dots, r_2), \dots, (a_n, b_n, \dots, r_n),$$

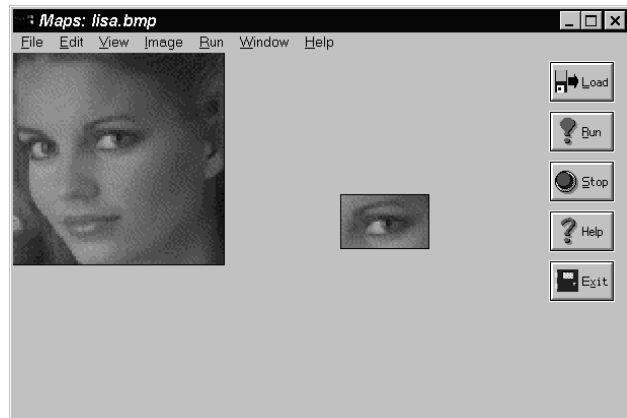
где a_i — элемент алфавита A^N ; b_i — элемент, вообще говоря, другого алфавита B^L ; ...; r_i — элемент алфавита R^M .

Метод записи многомерных сигналов на отображениях, обладающий возможностями быстрого ассоциативного поиска, может найти практическое применение в геофизических исследованиях, томографии, при построении иерархических систем и т.п.

Примеры применения хаотических процессоров

Для демонстрации возможностей хаотических процессоров были созданы два программных комплекса. Оба программных продукта могут работать на IBM совместимых компьютерах с i80386 процессором и Windows 3.1.

Программа "Associative Memory for Pictures" (Picture Processor). разработана для записи и извлечения черно-белых и цветных изображений [63]. Она позволяет пользователю записывать изображения в виде устойчивых предельных циклов одномерных и двумерных отображений и извлекать их, предъявляя произвольные фрагменты изображения (рис. 15, а). Используемый алгоритм устойчив к ошибкам и обеспечивает восстановление информации в присутствии шумов (рис. 15, б).



а)



б)

Рис. 15. Рабочее окно программы "Associative Memory for Pictures"

Программа "FacData Wizard". представляет собой персональную систему управления факсимильными документами, обладающую возможностями ассоциативного доступа. Она дает возможность пользователю записывать тексты в виде предельных циклов отображений. Поиск документа осуществляется по запросу на естественном языке путем набора во встроенном текстовом редакторе нескольких строк текста или предъявления системе фрагмента записанного документа. В ответ система выдает искомым документ (рис. 16), если входной информации достаточно для его однозначного поиска, либо предлагает набор вариантов, близких к запросу. При необходимости можно получить факсимильную копию найденного документа. Наличие ошибок в запросе и при преобразовании исходной информации в текстовую практически не сказывается на качестве поиска.

Описанный метод записи информации в динамических системах защищен патентом Российской Федерации № 2050072 [67].

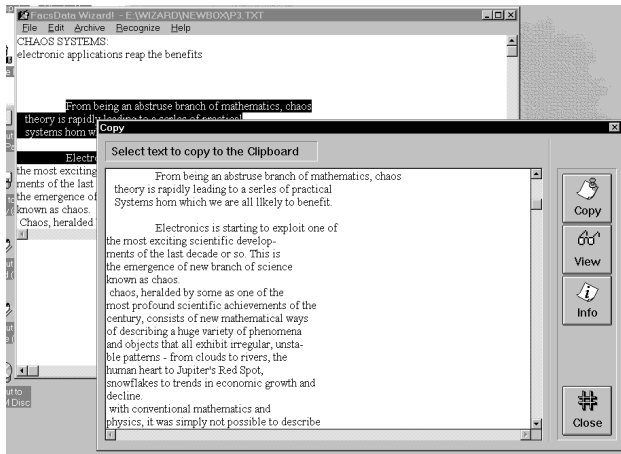


Рис. 16. Рабочее окно программы "FacsData Wizard"

Более подробную информацию о программном продукте "FacsData Wizard" можно найти на Web-странице <http://www.neurosofdata.com>.

Заключение

В обзоре рассмотрена возможность использования хаоса для обработки информации. Проведен анализ экспериментальных данных и теоретических представлений об информационных процессах в живых системах. Предложена и исследована модель хаотического процессора.

При построении модели пришлось пересмотреть некоторые гипотезы, касающиеся механизмов обработки информации в нелинейных динамических системах. Оказалось, например, что хорошим "хранилищем" информации являются циклы, а не странные аттракторы. Другой важный момент заключается в том, что при использовании записи информации на аттракторах динамических систем для идентификации записанной информации с внешним сигналом нет необходимости осуществлять корреляцию этого сигнала со всеми записанными в системе сигналами. Принципы записи и извлечения информации позволяют произвести сопоставление внешнего сигнала с его записанной копией (если такая имеется) без перебора. Платой за это является некоторое снижение робастности, а выигрышем — получение быстрого коррелятора, способного работать на больших массивах данных. Так в программных комплексах "Associative memory for pictures" и "FacsData Wizard" типичное время поиска составляет доли секунды.

Следует отметить удивительно высокую производительность модели хаотического процессора, результатом которой является возможность решения достаточно сложных и объемных задач путем симуляции их на обычных компьютерах. Представляется, что дело здесь не только в удачной модели процессора и отработано-

сти алгоритмов, но и в свойствах самих систем с хаосом. В частности, в их пластичности и быстрой реакции на внешние воздействия.

В обзоре приведены примеры использования хаотических процессоров, которые дают некоторое представление о том, где и с какой целью могут применяться подобные системы. Однако, безусловно, сфера их использования не ограничивается отмеченными направлениями и определяется совокупностью свойств хаотических процессоров, к которым относятся:

возможность работы с любыми видами данных (тексты, графика, видео, звук и др.);

отсутствие необходимости в предварительном структурировании информации;

возможность дозаписи новой и удаления устаревшей информации;

быстрый ассоциативный доступ к большим объемам информации, возможность поиска информации по ее произвольным фрагментам;

нечувствительность к ошибкам записи и сохранение работоспособности в присутствии шумов.

Литература

1. *Осовец С.М., Гинзбург Д.А., Гурфинкель В.С., Зенков Л.Р., Латаш Л.П., Малкин В.Б., Мельничук П.В., Пастернак Е.Б.* Электрическая активность мозга: механизмы и интерпретация. - УФН, 1983, т. 141, № 1, с. 103–150.
2. *Rapp P.E., Zimmerman I.D., Albano A.M., Deguzman G.C., and Greenbaum N.N.* Dynamics of spontaneous neural activity in the simian cortex: the dimension of chaotic neurons. - Phys. Lett. A, 1985, vol. 110, no. 6, p. 335–338.
3. *Babloyantz A., Salazar J.M., and Nicolis G.* Evidence of chaotic dynamics of brain activity during the sleep cycle. - Phys. Lett. A, 1985, vol. 111, no. 3, pp. 152–156.
4. *Babloyantz A. and Destexhe A.* Low-dimensional chaos in an instance of epilepsy. - Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 1986, vol. 83, pp. 3515–3517.
5. *Destexhe A., Sepulchre J.A., and Babloyantz A.* A comparative study of the experimental quantification of deterministic chaos. - Phys. Lett. A., 1988, vol. 132, pp. 101–106.
6. *Babloyantz A. and Destexhe A.* - in: Temporal Disorder in Human Oscillatory Systems. Springer Series in Synergetics, no. 36, Eds. Rensing L., Van der Heiden U., and Mackey M.C. Berlin. Springer, 1987, p. 48.
7. *Frank G.W., Lookman T., Nerenberg M.A.H., Essex C., Lemiaux J., and Blume W.* Chaotic Time Series Analyses of Epileptic Seizures. - Physica D, 1990, no. 3, pp. 427–438.
8. *Freeman W.J.* Simulation of chaotic EEG pattern with a dynamic model of the olfactory system. - Biol. Cyb., 1987, vol. 56, p. 139.
9. *Babloyantz A. and Destexhe A.* Nonlinear analysis and modeling of cortical activity. - Presented at the first European conference on Mathematics Applied to Biology and Medicine, France, 1991.
10. *Destexhe A. and Babloyantz A.* Deterministic chaos in a model of the thalamo-cortical system. - in: Self-organization

- Emerging Properties and Learning, New York, Plenum press, ARW Series, 1991.
11. Skarda C.A. and Freeman W.J. How Brains Make Chaos in Order to Make Sense of The World. - Behavioral and Brain Sciences, 1987, vol. 10, pp. 161–195.
 12. Freeman W.J., Yao Y., and Burke B. Central pattern generating and recognition in olfactory bulb: a correlation learning rule. - Neural Networks, 1988, vol. 1, p. 277.
 13. Eisenberg J., Freeman W.J., and Burke B. Strange attractor that governs mammalian brain dynamics shown by trajectory of EEG. - Neural Networks, 1988, vol. 2, p. 315.
 14. Yoong Y. and Freeman W.J. Model of Biological Pattern Recognition with Spatially Chaotic Dynamics. - Neural Networks, 1990, vol. 3, no. 2, pp. 153–170.
 15. Tsuda I. A hermeneutic process of the brain. - Progress of Theoretical Physics, Supplement, 1984, vol. 79, pp. 241–259.
 16. Tsuda I., Koerner E., and Shimizu H. Memory dynamics in asynchronous neural networks. - Progress of Theoretical Physics, 1987, vol. 78, pp. 51–71.
 17. Дмитриев А.С. Хаос и обработка информации в нелинейных динамических системах. - Радиотехника и Электроника, 1993, т. 38, № 1, с. 1–24.
 18. Дмитриев А.С., Куминов Д.А. Хаотическое сканирование и распознавание образов в нейрноподобных системах с обучением. - Радиотехника и электроника, 1994, т. 39, с. 633–641.
 19. Шарковский А.Н. Существование циклов непрерывного преобразования прямой в себя. - Украинский математический журнал, 1964, № 1, с. 61–71.
 20. Шарковский А.Н., Майстренко Ю.Л., Романенко Е.Ю. Разностные уравнения и их приложения. - Киев: Наук. думка, 1986.
 21. Шарковский А.Н., Коляда С.Ф., Сивак А.Г., Федоренко В.В. Динамика одномерных отображений. - Киев: Наукова Думка, 1989.
 22. Шильников Л.П. Об одном случае существования счетного множества периодических движений. - ДАН СССР, 1965, т. 160, № 3, с. 558–561.
 23. Смейл С. Дифференцируемые динамические системы. - УМН, 1970, т. 25, № 1, с. 113–185.
 24. Afraimovich V.S. and Shilnikov L.P. On Strange Attractors and Quasiattractors. - Nonlinear Dynamics and Turbulence, Ed.G.I. Barenblatt. Boston, London, Melburn, Pitmen, 1983, pp. 1–34.
 25. Алексеев В.М. Символическая динамика. - Одиннадцатая математическая школа, Киев, 1976.
 26. Колмогоров А.Н. Три подхода к определению понятия количества информации. - Проблемы передачи информации, 1965, т. 1, с. 3–7.
 27. Алексеев В.М., Якобсон М.В. Символическая динамика и гиперболические динамические системы. Добавление к книге Р. Боуэна. Методы символической динамики. - М.: Мир. 1979, с. 196–240.
 28. Procaccia I. Universalities in Condensed Matter. - Proc. Phys., vol. 32, Ed. Jullien R., Springer, 1988, p.213.
 29. Auerbach D., Cvitanovic P., and Eckmann J.-P. - Phys. Rev. Lett., 1987, vol. 58, no. 23, p. 2387.
 30. Gunaratne G.N. and Procaccia I. Organization of Chaos. - Phys. Rev. Lett, 1987, vol. 59, no. 13, pp. 1377–1380.
 31. Cvitanovic P. Invariant Measurement of Strange Sets in Terms of Cycles. - Physical Review Letters, 1988, vol. 61, no. 24, pp. 2729–2732.
 32. Wiegrinch W. and Tennekes H. On the Information Flow for One-Dimensional Maps. - Physics Letters A, 1990, vol. 144, no. 3, pp. 145–152.
 33. Shaw R.S. - Z. Naturforsch, 1981, vol. 36a, p. 80.
 34. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. — М.: Мир, 1988
 35. Farmer J.D. - Z. Naturforsch, 1982, vol. 37a, p. 1304.
 36. Matsumoto K. and Tsuda I. Calculation of information flow rate from mutual information. - J. Phys. A. Math. Gen, 1988, vol. 21, pp. 1405–1414.
 37. Matsumoto K. and Tsuda I. Extended information in one-dimensional maps. - Physica D, vol. 26D, 1987, pp. 347–357.
 38. Voges W., Atmanspacher H., and Scheingraber H. Deterministic Chaos in Accreting Systems: Analysis of the X-Ray Variability of Hercules X. - The Astrophysical Journal, 1987, vol. 320, pp. 794–802.
 39. Atmanspacher H., Scheingraber H., and Voges W. Global Scaling Properties of the Chaotic Attractor Reconstructed from Experimental Data. - Phys. Rev. A, 1988, vol. 37, pp. 1314–1322.
 40. Николис Дж. Динамика иерархических систем. - М.: Мир, 1989.
 41. Nicolis J.S. Chaotic dynamics as applied to Information processing. - Rep. Prog. Phys., 1986, vol. 49, pp. 1109–1187.
 42. Nicolis J.S. Chaos and Information processing. - A Heuristic Outline. Singapore, New Jersey, London, Hong Kong, World Scientific, 1990.
 43. Фримэн У.Дж. Физиология восприятия. - В мире науки. М.: Мир, 1991, № 4, с. 26–34.
 44. Nicolis J.S. and Tsuda I. Chaotic dynamics of information processing: the "magic number seven plus-minus two" revisited. - Bulletin of Mathematical Biology, 1985, vol. 47, pp. 343–365.
 45. Babloyantz A. and Lourenco. Computation with Chaos: A Paradigm for Cortical Activity. - Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 1984, vol. 91, pp. 9027–9031.
 46. Grebogi C., Ott E., and Yorke J. - Phys. Rev. Lett., 1983, vol. 50, p. 935.
 47. Lewenstein M. and Nowak A. Fully connected neural networks with self-control of noise levels. - Phys. Rev. Let., 1989, vol. 62, pp. 225–228
 48. Renals S. and Rohwer R. A study of network dynamics. - Journ. Stat. Phys., 1990, vol. 58, no. 5/6.
 49. Костылев И.А., Малинецкий Г.Г., Потанов А.Б. Корреляции между образами как параметры порядка в нейронных сетях. - Препринт ИПМ РАН, 1992, № 43.
 50. Hopfield J.J. and Tank D.W. Computing with neural circuits: a model. - Science, 1986, vol. 233, pp. 625–633.
 51. Peretto P. On the dynamics of memorization processes. - Neural Networks, 1988, vol. 1, pp. 309–322.
 52. Дмитриев А.С., Запись и восстановление информации в одномерных динамических системах. - Радиотехника и электроника, 1991, т. 36, № 1, с. 101–108.
 53. Dmitriev A.S., Panas A.I., and Starkov S.O. Storing and recognition information based on stable cycles of one-dimensional maps. - Phys. Lett. A, 1991, vol. 155, pp. 494–499.

54. *Andreyev Yu.V., Belsky Yu.L., and Dmitriev A.S.* Information processing in nonlinear systems with dynamic chaos. - Proc. Int. Seminar Nonlinear Circuits and Systems, Moscow, 1992, vol. 1, pp. 51–60.
55. *Andreyev Yu.V., Dmitriev A.S., and Starkov S.O.* Information processing in 1-D systems with chaos. - IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1997, vol. 44, pp. 21–28.
56. *Майстренко В.Л., Майстренко Ю.Л., Сушко И.М.* Атракторы кусочно-линейных отображений прямой и плоскости. – Киев: 1992. Препринт, Ин-т Математики АН Украины.
57. *Майстренко В.Л., Майстренко Ю.Л., Сушко И.М.* Бифуркационные явления в генераторах с линиями задержки. - Радиотехника и электроника, 1994, т. 39, с. 1367.
58. *Grebogi C., Ott E., and Yorke J.A.* Critical exponent of chaotic transients in nonlinear dynamic systems. - Phys. Rev. Lett., 1986, vol. 57, p. 1284.
59. *Андреев Ю.В., Бельский Ю.Л., Дмитриев А.С.* Запись и восстановление информации с использованием устойчивых циклов двумерных и многомерных отображений. - Радиотехника и электроника, 1994, т. 39, с. 114–123.
60. *Andreev Yu.V., Dmitriev A.S., Chua L.O., and Wu C.W.* Associative and Random Access Memory Using One-Dimensional Maps. – Int. J. Bifurcations and Chaos, 1992, vol. 3, pp. 483–504.
61. *Barnsley M.* Fractals Everywhere. - Academic Press Inc. 1988.
62. *Andreyev Yu.V., Belsky Yu.L., Dmitriev A.S., and Kuminov D.A.* Information processing using dynamical chaos. - IEEE Transactions on Neural Networks, 1996, vol. 7, pp. 290–291.
63. *Andreyev Yu.V., Dmitriev A.S., Kuminov D.A., Chua L.O., and Wu C.W.* 1-D Maps, Chaos and Neural Networks for Information Processing. - Int. J. Bifurcations and Chaos, 1996, vol. 6, pp. 627–646.
64. *Starkov S.O., Andreyev Yu.V., Dmitriev A.S., Matveev M.A., and Shirokov M.Ye.* Synchronization in the map with stored information. - 4th Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems, Seville, Spain, 1996, pp. 299–303.
65. *Рабинович, М.И.,* Хаос и нейродинамика. — Изв. вузов, Сер. Радиофизика, 1996, т. 39, № 6, с. 757–769.
66. *Дмитриев А.С., Андреев Ю.В., Бельский Ю.Л., Куминов Д.А., Панас А.И., Старков С.О.,* Способ распознавания образов, – Патент Российской Федерации № 2050072 с приоритетом от 3.3.1994, выдан 10.12.1995.

Поступила 23 мая 1997 г.



Андреев Юрий Вениаминович (1960 г.р.) – канд. физ.-мат. наук, научн. сотрудник ИРЭ РАН.

Области научных интересов: нелинейная динамика, обработка информации в динамических системах с хаосом.

Дмитриев Александр Сергеевич (см. стр. 26)



Куминов Дмитрий Алексеевич (1967 г.р.) – канд. физ.-мат. наук, научн. сотрудник ИРЭ РАН.

Области научных интересов: нелинейная динамика, обработка информации в динамических системах с хаосом, нейронные сети со сложным поведением.