ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

На правах рукописи

ЧАН ТИЕН ТХАНГ

МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА БАЗЕ ГРАДИЕНТНЫХ И ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЛИНЗ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ

Специальность 2.2.14 - «Антенны, СВЧ устройства и их технологии»

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель -

доктор физико-математических наук

Калошин Вадим Анатольевич

Москва – 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 1					
ГЛАВА 1. ГРАДИЕНТНЫЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЛИНЗЫ12					
1.1. СИНТЕЗ ГРАДИЕНТНОЙ ЛИНЗЫ С ЦЕНТРАЛЬНОЙ					
СИММЕТРИЕЙ12					
1.2. МНОГОЛУЧЕВАЯ АНТЕННА НА ОСНОВЕ ПЛАНАРНОЙ ГРАДИЕНТНОЙ					
МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ18					
ГЛАВА 2. МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ					
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ ГРАДИЕНТНОЙ					
МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ					
2.1. МНОГОСЛОЙНАЯ ГРАДИЕНТНАЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ЛИНЗА 26					
2.1.1. Синтез двумерной линзы					
2.1.2. Синтез трехмерной линзы с однородной оболочкой					
2.1.3. Синтез трехмерной линзы с неоднородной оболочкой					
2.2. МНОГОЛУЧЕВАЯ АНТЕННА С ПОЛНЫМ АЗИМУТАЛЬНЫМ УГЛОМ					
ОБЗОРА					
ГЛАВА 3. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЛИНЗЫ					
3.1. МЕТАЛЛИЧЕСКАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЛИНЗА С ПЛАВНЫМ					
ПЕРЕХОДОМ					
3.1.1. Синтез металлической геодезической линзы					
3.1.2. Анализ металлических геодезических линз с плавным переходом					
3.2. МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЛИНЗА С					
ПЛАВНЫМ ПЕРЕХОДОМ					
3.2.1. Синтез металлодиэлектрической геодезической линзы					
3.2.2. Анализ геодезической металлодиэлектрической линзовой антенны					
ГЛАВА 4. МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ					

цилиндрическ	ОЙ МНО	огослойно	й геодезич	ЕСКОЙ
металлодиэле	КТРИЧЕСКОЙ	й ЛИНЗЫ		72
4.1. СИНТЕЗ ТРЕХМ	ІЕРНОЙ ГЕОДІ	ЕЗИЧЕСКОЙ ЛІ	ИНЗЫ	72
4.2. МНОГОЛУЧЕВ	АЯ АНТЕННА	С ПОЛНЫМ	АЗИМУТАЛЬНЫМ	УГЛОМ
ОБЗОРА				80
ЗАКЛЮЧЕНИЕ				
СПИСОК ЛИТЕРА	ТУРЫ			

введение

АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ

В последнее время возрос интерес к использованию многолучевых антенн на основе линз с центральной симметрией. Интерес связан, с одной стороны, с новыми технологическими возможностями изготовления градиентных линз, впервую очередь за счет использования 3D печати [1], а с другой – с потенциальными возможностями использования многолучевых линзовых антенн в системах радиолокации [2] и связи новых поколений [3 - 5]. При этом многолучевые антенны на основе линз с центральной и осевой симметрией наиболее перспективны для таких приложений из-за больших углов обзора, связанных с отсутствием аберраций при размещении облучателей вдоль фокальной сферы (в случае центральной симметрии) или окружности (в случае осевой симметрии).

Несмотря на большое количество работ, посвященных градиентным диэлектрическим линзам с центральной и осевой симметрией [1, 3 - 12], общее решение синтеза таких линз с оболочкой, произвольным положением фокуса и формы диаграммы направленности в литературе отсутствует.

Аналогичная ситуация имеет место в случае геодезических линз с осевой симметрии, которым также посвящено большое количество работ [13 - 25]. Задача синтеза такой линзы заключается в нахождении формы образующих двух параллельных криволинейных металлических поверхностей или слоя диэлектрика, обеспечивающих преобразование цилиндрической волны источника в основную моду планарного волновода с заданным двумерным фазовым фронтом.

Кроме того, многолучевые антенны на основе линз с осевой и центральной симметрией, несмотря на их потенциальные возможности, не могут обеспечить полный азимутальный угол обзора из-за затенения апертуры антенны облучающей системой, в связи с чем в работах [26, 27] для этого предлагается

использовать три антенны.

Полный азимутальный угол обзора могут обеспечить многолучевые антенны на основе тороидальных линз, однако они не могут обеспечить высокие значения коэффициента использования поверхности (КИП) [5].

Таким образом, является актуальным получение общего решения задачи синтеза градиентных диэлектрических и геодезических линз с осевой симметрией и разработки на их основе многолучевых антенн с полным азимутальным углом обзора.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью диссертационной работы является решение задачи синтеза градиентных диэлектрических и геодезических линз с осевой симметрией в общей постановке и разработки на их основе многолучевых антенн с полным азимутальным углом обзора.

ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Достижение поставленной цели потребовало решения следующих задач:

- 1. Решения задачи синтеза градиентной диэлектрической линзы с центральной симметрией в общей постановке.
- 2. Решения задачи синтеза цилиндрической многослойной градиентной металлодиэлектрической линзы с осевой симметрией.
- Решения задачи синтеза металлических и металлодиэлектрических геодезических линз с осевой симметрией и плавным переходом в общей постановке.
- 4. Решения задачи синтеза цилиндрической многослойной металлодиэлектрической геодезической линзы с осевой симметрией.
- 5. Разработки и исследования многолучевых антенн на основе градиентных и геодезических многослойных цилиндрических

металлодиэлектрических линз с осевой симметрией.

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В диссертационной работе использованы: метод геометрической оптики, приближение Кирхгофа, метод конечных элементов (МКЭ).

НАУЧНАЯ НОВИЗНА

В диссертационной работе получены следующие новые научные результаты:

- Получено решение задачи синтеза градиентной диэлектрической линзы с центральной симметрией, оболочкой, произвольным выходным фронтом и положением фокуса вне или на поверхности линзы.
- 2. Получено решение задачи синтеза цилиндрической многослойной градиентной металлодиэлектрической линзы с осевой симметрией.
- 3. Получено решение задачи синтеза металлических и металлодиэлектрических геодезических линз с осевой симметрией и плавным переходом, оболочкой, произвольным выходным фронтом и положением фокуса.
- 4. Получено решение задачи синтеза цилиндрической многослойной металлодиэлектрической геодезической линзы с осевой симметрией.
- Разработаны и исследованы многолучевые антенны на основе градиентных и геодезических многослойных цилиндрических металлодиэлектрических линз с осевой симметрией.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ РАБОТЫ

Разработанные и исследованные многолучевые антенны на основе градиентных и геодезических многослойных цилиндрических металлодиэлектрических линз с осевой симметрией могут найти практическое применение в качестве базовых стаций мобильной связи новых поколений, систем

радиолокации и радиомониторинга.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Полученное общее решение задачи синтеза геодезической линзы с осевой симметрией обобщает все известные решения.

2. Полученное общее решение задачи синтеза градиентной диэлектрической линзы с центральной симметрией обобщает все известные решения для фокуса вне или на поверхности линзы.

3. Разработанные многолучевые антенны на основе многослойных металлодиэлектрических градиентных и геодезических цилиндрических линз с осевой симметрией обеспечивают полный азимутальный угол обзора без затенения облучающей системой.

АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ

Результаты диссертационной работы докладывались на 8 Всероссийской микроволновой конференции «2022 IEEE 8th All-Russian Microwave Conference (RMC)» Moscow, 2022 и 55 Всероссийской конференции «Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий (РЭУС-ИТ 2023)», Москва, 2023.

ЛИЧНЫЙ ВКЛАД

В работах, опубликованных в соавторстве, соискателю принадлежит: разработка и исследование многолучевых антенн на основе градиентных и геодезических многослойных цилиндрических металлодиэлектрических линзс осевой симметрией, остальные результаты (решение двумерной задачи синтеза градиентной диэлектрической линзы с центральной симметрией с оболочкой, произвольным выходным фронтом и положением фокуса, решение задачи синтеза цилиндрической многослойной градиентной металлодиэлектрической линзы с осевой симметрией, решение задачи синтеза металлических и металлодиэлектрических геодезических линз с осевой симметрией и плавным переходом, оболочкой, произвольным выходным фронтом и положением фокуса, решение задачи синтеза цилиндрической многослойной металлодиэлектрической геодезической линзы с осевой симметрией) получены совместно с А.С.Венецким и В.А.Калошиным.

СТРУКТУРА И ОБЪЕМ РАБОТЫ. Диссертация состоит из Введения, четырех глав, Заключения и Списка литературы из 42 наименований. Диссертационная работа изложена на 92 страницах, содержит 43 рисунков.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе решена задача синтеза градиентной диэлектрической линзы с центральной симметрией в общей постановке, на основе которой разработана многолучевая антенна с П-образной формой диаграммы направленности (ДН) лучей в азимутальной плоскости.

В разделе 1.1 в приближении геометрической оптики решена задача синтеза градиентной диэлектрической линзы с центральной симметрией и оболочкой, которая преобразует поле точечного источника, расположенного в фокусе вне линзы или на ее поверхности в заданное геометрооптическое поле.

В разделе 1.2 разработана методика синтеза антенны с заданной амплитудной ДН луча на основе градиентной диэлектрической линзы с центральной симметрией и оболочкой. В качестве примера разработана многолучевая планарная линзовая антенна с П-образной формой ДН лучей в азимутальной плоскости. Конструкция линзовой антенны представляет собой металлодиэлектрическую радиальную линию нерегулярную В виде ДВУХ параллельных металлических дисков, между которыми расположен набор концентрических диэлектрических колец из полистирола, толщина которых меняется вдоль радиуса по найденному закону. С использованием МКЭ в программной среде Ansys HFSS проведено моделирование планарной линзовой

антенны диаметром 100 мм, толщиной 3.4 мм с семью облучателями в виде открытого конца прямоугольного металлического волновода сечением 7.2х3.4 мм, формирующими семь лучей с относительным уровнем пересечения—0.4 дБ на частоте 27 ГГц, –1.3 дБ на частоте 30 ГГц и –2.4 дБ на частоте 33 ГГц. При этом абсолютный уровень пересечения соседних лучей меняется в пределах 14.4...15.0 дБ. В результате угол обзора антенны в полосе частот 27–33 ГГц по уровню усиления 14.4 дБ превышает 100°.

Во второй главе решена задача синтеза цилиндрической многослойной градиентной металлодиэлектрической линзы и на основе полученного решения разработаны и исследованы многолучевые антенны с полным азимутальным углом обзора без затенения апертуры антенны облучающей системой.

В разделе 2.1 разработана методика синтеза многослойной градиентной цилиндрической линзы, состоящей из набора слоев, каждый из которых представляет собой диэлектрический диск с градиентом коэффициента вдоль радиуса. Диэлектрические диски расположены между преломления металлическими дисками. Линза преобразует сферическую волну облучателя с вертикальной поляризацией - в плоскую волну. Методика синтеза основана на сведении трехмерной задачи к двумерной с заданным лучевым полем источника эйконалов центральных лучей при условии равенства В каждом слое цилиндрической многослойной линзы.

В разделе 2.2 на основе многослойной градиентной цилиндрической линзы с однородной и неоднородной оболочкой разработаны и исследованы многолучевые антенны с полным азимутальным сектором обзора без затенения апертуры антенны облучающей системой. Использованы два типа облучателей: пирамидальный металлический рупор и металлодиэлектрическая антенна бегущей волны на основе прямоугольного металлического волновода с диэлектрической вставкой. Путем численного моделирования с использованием МКЭ проведено исследование характеристик излучения антенны. Несмотря на

неполное использование апертуры, антенна на основе многослойной градиентной цилиндрической линзы с однородной оболочкой обеспечивает уровень величины КИП более 0.5, а с неоднородной оболочкой – более 0.55 в полосе частот более 20%.

В третьей главе исследованы геодезические линзы с плавным переходом к планарному волноводу. В общей постановке в приближении геометрической оптики решена задача синтеза металлодиэлектрической геодезической линзы с центральной симметрией, плавным переходом и оболочкой. На основе полученного решения разработаны три варианта линзовой антенны и проведено исследование их характеристик излучения

В разделе 3.1 исследовано влияние формы плавного перехода на характеристики геодезической линзы. Рассмотрено пять вариантов плавного перехода и в результате численного моделирования с использованием МКЭ показано, что наилучшими характеристиками обладает геодезическая линзовая антенна с поликоническим плавным переходом.

В разделе 3.2 решена задача синтеза металлодиэлектрической геодезической линзы с центральной симметрией, плавным переходом и оболочкой, которая преобразует поле цилиндрической волны источника в заданное геометрооптическое поле. На основе полученного решения разработаны три варианта геодезических линзовых антенн: с синфазным выходным фронтом и однородным заполнением диэлектриком плавного перехода, с синфазным выходным фронтом и неоднородным заполнением диэлектриком плавного перехода, а также линзовая антенна с П-образной формой ДН луча.

В четвертой главе решена задача синтеза цилиндрической многослойной геодезической металлодиэлектрической линзы и на основе разработаны и исследованы многолучевые антенны с полным азимутальным сектором обзора без затенения апертуры антенны облучающей системой.

В разделе 4.1 разработана методика синтеза многослойной геодезической

цилиндрической линзы, состоящей из набора слоев, каждый из которых представляет собой металлодиэлектрическую геодезическую линзу с осевой симметрией. Линза преобразует сферическую волну облучателя с вертикальной поляризацией в плоскую волну. Методика синтеза основана на сведении трехмерной задачи к двумерной задаче с заданным лучевым полем источника при условии равенства эйконалов центральных лучей в каждом слое цилиндрической многослойной геодезической линзы.

В разделе 4.2 на основе многослойной геодезической цилиндрической линзы с однородным диэлектрическим заполнением плавного перехода и центральной части линзы разработаны и исследованы многолучевые антенны с полным азимутальным сектором обзора без затенения апертуры антенны облучающей системой. Исследованы варианты антенны с двумя типами облучателей: Н-секториальным рупором и металлодиэлектрической антенны бегущей волны на основе прямоугольного металлического волновода с диэлектрической вставкой. Путем численного моделирования с использованием МКЭ проведено исследование характеристик излучения антенны. Несмотря на неполное использование апертуры, антенна на основе многослойной градиентной цилиндрической линзы с поликоническим плавным переходом обеспечивает уровень величины КИП более 0.55 в полосе частот более 20%.

В Заключении перечислены основные результаты работы.

ГЛАВА 1. ГРАДИЕНТНЫЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЛИНЗЫ

Впервые задача синтеза градиентной линзы с центральной симметрией, фокусирующей поле точечного источника, расположенного в одном фокусе, в другой фокус, решена в работе [6], при этом каждый из фокусов находится вне или на поверхности линзы. Случай, когда один из фокусов расположен внутри линзы, рассмотрен в работе [7]. Линза с полным обратным отражением плоской волны синтезирована в работах Итона и Липмана [8]. В работе [9] решена задача синтеза линзы без оболочки с фокусом на поверхности и произвольным выходным фронтом. В работе [10] решения задач синтеза, полученные в работах [6, 7], обобщены на случай линзы с оболочкой, внутри которой задан закон изменения коэффициента преломления. Решения, полученные в работе [10], обобщены на случай анизотропной линзы в работе [11]. В работе [12] решена задача синтеза линзы с концентрическим зеркалом.

Целью данного раздела является решение задачи синтеза градиентной линзы с центральной симметрией в общей постанове (с оболочкой, произвольным выходным фронтом и положением фокуса вне линзы).

1.1. СИНТЕЗ ГРАДИЕНТНОЙ ЛИНЗЫ С ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИММЕТРИЕЙ

Рассмотрим задачу синтеза градиентной диэлектрической линзы с центральной симметрией, которая преобразует поле точечного источника, расположенного в фокусе *F* вне линзы (рис. 1) в заданное геометрооптическое поле. При этом заданы коэффициент преломления n(r) в оболочке линзы ($a \le r \le r_0$) и зависимость угла между лучом и нормалью в произвольной точке *B* на выходе линзы $\psi = \psi(\varphi)$, (в первом, рис. 1а), втором (рис. 1б) или третьем (рис. 1в) квадранте. Задача синтеза заключается в определении зависимости n(r) для 0 < r < a.

Далее полагаем, что все размеры задачи нормируются на r_0 , в связи с чем без ограничения общности будем полагать $r_0 = 1$.

В силу центральной симметрии траектория луча состоит из двух одинаковых кривых, симметричных относительно точки с минимальным расстоянием (r_{min}) до начала координат. При этом угол между лучевым вектором падающего фронта и нормалью на границе линзы в точке A (рис. 1) равен углу выхода луча ψ .

Угол ψ монотонно возрастает при увеличении угла α выхода луча из источника и при увеличении по абсолютной величине угла φ . Поэтому зависимость $\psi = \psi(\varphi)$ допускает однозначное обращение $\varphi = \varphi(\psi)$, $0 \le \psi \le \pi/2$.



a)



б)



B)

Рис. 1. Геометрия луча в линзе с центральной симметрией и фокусировкой в первом (а), втором (б) и третьем (в) квадрантах.

Из уравнения луча в центрально-симметричной среде [8] можно найти приращение угловой координаты точки на луче в оболочке:

$$\Delta \varphi = \int_{a}^{1} \frac{h dr}{r \sqrt{n^{2}(r)r^{2} - h^{2}}},$$
(1.1)

где $h = \sin \psi$ - лучевой параметр.

Половина приращения угловой координаты точки на луче внутри линзы определяется формулой:

$$\Delta \Phi = \int_{r_{\min}}^{a} \frac{h}{r} \frac{dr}{\sqrt{n^2(r)r^2 - h^2}} \,.$$

Из геометрии луча (рис. 1) следует:

$$\theta + 2\Delta\phi + 2\Delta\Phi + \phi(\psi) = \pi. \tag{1.2}$$

Из теоремы синусов для треугольника *FAO* (рис. 1) следует $f\sin\alpha = \sin\psi$. Учитывая, что $h = \sin\psi$, $\theta = \psi - \alpha$, уравнение (1.2) приводится к виду:

$$\int_{r_{\min}}^{a} \frac{h}{r} \frac{dr}{\sqrt{\rho^{2}(r) - h^{2}}} = F(h), \qquad (1.3)$$

где
$$F(h) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin h + \frac{1}{2} \arcsin \frac{h}{f} - \frac{\varphi(\arcsin h)}{2} - \Delta \varphi$$
.

Здесь $\rho(r) = n(r)r$ - новая неизвестная функция. Как показано в [10], решение $\rho(r)$ уравнения (1.4), если оно существует, монотонно возрастает от 0 до 1 при $0 < r \le a$.

Вводя новые переменные $\rho = n(r)r$ и $\Omega(\rho) = -\ln r(\rho)$ и учитывая, что

 $\rho(a) = n(a)a = 1$, $\rho(r_{\min}) = h$, последнее уравнение можно привести к виду:

$$-\int_{h}^{1} \frac{h\Omega'(\rho)d\rho}{\sqrt{h^{2}-\rho^{2}}} = F(h).$$
(1.4)

Полученное уравнение является интегральным уравнением типа Абеля [28] и допускает обращение:

$$\Omega(\rho) - \Omega(1) = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{F(h)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} .$$

Преобразовывая интеграл и используя соотношения

$$\frac{2}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{\arccos h dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} = -\ln \rho, \ \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{\arcsin h dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} = \ln(1 + \sqrt{1 - \rho^2}),$$

находим

$$\Omega(\rho) - \Omega(1) = -\ln\rho + \frac{1}{2}\ln(1 + \sqrt{1 - \rho^2}) + q(\rho, f) - \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{\Delta\varphi(h)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} - \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{\varphi(\arcsin h)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}},$$

где
$$q(\rho,t) = \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{\arcsin(h/t)}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} dh$$
.

Возвращаясь к переменным r, n и учитывая, что $\Omega(\rho) = -\ln r(\rho)$, $\Omega(1) = -\ln a$, получаем

$$n(\rho) = \frac{1}{a} \exp(T), \ r(\rho) = \frac{\rho}{n(\rho)}, \ 0 \le \rho \le 1,$$
(1.5)

где
$$T = \frac{1}{2} \ln(1 + \sqrt{1 - \rho^2}) + q(\rho, f) - Q(\rho) - \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{\varphi(\psi) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}},$$

$$Q(\rho) = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{\Delta \varphi(h) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} = \frac{2}{\pi} \int_{a}^{1} \arctan\left(\sqrt{\frac{1 - \rho^2}{P^2(r) - 1}}\right) \frac{dr}{r}, \quad P(r) = n(r)r.$$

Для частного случая оболочки с внутренним радиусом $r_1 = a$ и постоянным коэффициентом преломления n_1 приращение угла (1.1) находится в явном виде

$$\Delta \varphi = \int_{r_1}^{1} \frac{h}{r} \frac{dr}{\sqrt{n_1^2 r^2 - h^2}} = \arcsin \frac{h}{n_1 r_1} - \arcsin \frac{h}{n_1} \quad .$$

Для оболочки, состоящей из *N* слоев, где коэффициенты преломления в слоях и толщины слоев удовлетворяют условиям

$$1 > r_1 > \ldots > r_N = a, r_i n_i \ge 1, i=1, \ldots, N,$$

можно получить:

$$\Delta \varphi = \sum_{i=1}^{N} \left(\arcsin \frac{h}{n_i r_i} - \arcsin \frac{h}{n_i r_{i-1}} \right).$$

В этом случае

$$Q(\rho) = 2\sum_{i=1}^{N} [q(\rho, n_i r_i) - q(\rho, n_i r_{i-1})].$$

В работе [10] выведено условие *F*(1)≥0 на коэффициент преломления в оболочке, выполнение которого обеспечивает полное использование апертуры линзы. Это условие справедливо для произвольной линзы с центральной симметрией и оболочкой и имеет вид

$$\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{1}{f} - \frac{1}{2} \varphi(\frac{\pi}{2}) \ge \int_{a}^{1} \frac{dr}{r \sqrt{P^{2}(r) - 1}},$$

В частности, для оболочки из *N* однородных слоев это условие имеет вид:

$$\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{f} - \frac{1}{2}\varphi(\frac{\pi}{2}) \ge \sum_{i=1}^{N} \left(\arcsin\frac{1}{n_{i}r_{i}} - \arcsin\frac{1}{n_{i}r_{i-1}}\right).$$

Покажем, что из формулы (1.4) можно получить все известные решения.

1. Подставляя выражение $\varphi = \arcsin(h/f_2)$ в формулу (1.5), получаем

$$n(\rho) = \frac{1}{a} \exp(q(\rho, f) + q(\rho, f_2) - Q(\rho)), \ r(\rho) = \frac{\rho}{n(\rho)}, \quad 0 \le \rho \le 1,$$

Эта формула совпадает с решением Моргана [10] для линзы с двумя внешними фокусами и оболочкой.

2. Подставляя f = 1, a = 1 в формулу (1.5), получаем решение для линзы без оболочки с произвольным выходным фронтом и фокусом на поверхности

$$n(\rho) = (1 + \sqrt{1 - \rho^2}) \exp\left(-\frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{\varphi(\psi)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}}\right), \ \psi = \arcsin h, \ r(\rho) = \frac{\rho}{n(\rho)}, \ 0 \le \rho \le 1,$$

которое совпадает с известным решением Кэя [9].

Из этой формулы при $\varphi = -\psi$ нетрудно получить формулу

$$n(r) = \left(\frac{-1 + \sqrt{1 + 8r^2}}{2r^2}\right)^{3/2},$$

которая совпадает с полученной в работе [12] для линзы с зеркалом.

3. Подставляя $f = \infty$, $\varphi = \pi - \psi$ в формулу (1.5), получаем

$$n(\rho) = \frac{1}{\rho a} (1 + \sqrt{1 - \rho^2}) \exp(-Q(\rho)), \quad r(\rho) = a(1 - \sqrt{1 - \rho^2}) \exp(Q(\rho)).$$

Для линзы без оболочки (*a*=1, $Q(\rho)=0$) эта формула переходит в решение $n(r) = \sqrt{2/r-1}$, которое совпадает с решением Итона-Липмана [8] для отражающей линзы без оболочки.

Следует отметить, что изготовление линзы без оболочки приводит к технологическим трудностям при реализации $n(r) \rightarrow 1$ при $r \rightarrow 1$.

1.2. МНОГОЛУЧЕВАЯ АНТЕННА НА ОСНОВЕ ПЛАНАРНОЙ ГРАДИЕНТНОЙ МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ

Рассмотрим в качестве примера использования полученной формулы (1.5) задачу синтеза и анализа многолучевой линзовой антенны с оболочкой и заданной амплитудной ДН лучей.

Ограничимся задачей синтеза ДН в приближении геометрической оптики. Из закона сохранения энергии для лучевой трубки можно записать

$$P(\alpha)d\alpha = D(\beta)d\beta, \qquad (1.6)$$

где $\beta = \varphi - \psi$, $P(\alpha)$ - и $D(\beta)$ ДН (по мощности) облучателя и линзовой антенны, соответственно. Интегрируя обе части уравнения (1.6), можно выразить β через α , а из теоремы синусов для треугольника *FAO* (рис. 1a) находим sin $\dot{\alpha} = \sin(\psi)/f$. В результате находим $\beta(\psi)$ и $\varphi = \psi + \beta(\psi)$.

Рассмотрим важный частный случай, а именно синтез П-образной ДН:

$$D(eta) = egin{cases} D_0, |eta| < eta_0 \ 0, |eta| \ge eta_0 \end{cases}.$$

В этом случае правую часть уравнения (1.8) можно проинтегрировать явно и, в результате, получим

$$\beta = \frac{1}{D_0} \int_0^{\alpha} P(\alpha) d\alpha, \ \alpha = \arcsin\left(\frac{\sin\psi}{f}\right),$$

$$rge D_0 = \frac{1}{\beta_0} \int_0^{\alpha_0} P(\alpha) d\alpha, \ \alpha_0 = \arcsin\frac{1}{f}.$$
(1.7)

Подставляя в качестве $P(\alpha)$ в интеграл (1.7) известное [29] выражение для ДН по мощности моды H_{10} из открытого конца волновода

$$P(\alpha) = \frac{\exp(-\pi\gamma\cos\alpha)\cos(\pi\gamma\sin\alpha)}{1-4\gamma^2\sin^2\alpha}\sin^2\frac{\alpha}{2},$$

где $\gamma = h/\lambda$, h – размер широкой стенки волновода, λ – длина волны в свободном пространстве), находим $\varphi(\psi)$. Поставляя найденную функцию $\varphi(\psi)$ в формулу (1.5), находим n(r). Результаты расчета n(r) для линзы с оболочкой (a=0.84, n = 1.2) приведены на рис. 2, там же для сравнения приведена соответствующая зависимость для линзы без оболочки.



Рис. 2. Зависимость коэффициента преломления линзы с оболочкой (1) и без оболочки (2) от радиуса.

Рассмотрим планарную конструкцию линзовой антенны в виде набора концентрических диэлектрических колец, расположенных внутри планарного волновода, образованного двумя металлическими дисками (рис.3), предложенную в работе [30] и исследованную в [31]. Для уменьшения отражения от кромок металлических дисков и увеличения направленности антенны в Е-плоскости диски дополнены биконическим рупором. В качестве облучателя будем использовать открытый конец прямоугольного металлического волновода.

Для реализации найденного выше закона n(r) определим зависимость коэффициента заполнения c(r) = t(r)/d, где t(r) –толщина колец из полистирола (n = 1.6) в зависимости от их среднего радиуса, d–период расположения колец.



б)

Рис. 3. Многолучевая планарная антенна: а – продольное сечение, б – вид сверху со снятым диском.

Для определения функции *c*(*r*) воспользуемся формулами для компонентов тензора диэлектрической проницаемости слоистой среды [32]

$$\varepsilon_{\Box} = c_{\Box} + \frac{\left(k_{0}t(r)(d-t(r))\left(\varepsilon_{1}-\varepsilon_{2}\right)\right)^{2}}{12d^{2}};$$

$$\varepsilon_{\bot} = \left(\frac{\cos^{2}\varphi}{\varepsilon_{\bot0}} + \frac{\sin^{2}\varphi}{\varepsilon_{\Box}}\right)^{-1} \left[1 + \frac{\left(k_{0}t(r)(d-t(r))\left(\varepsilon_{1}-\varepsilon_{2}\right)\right)^{2}}{12d^{2}} \left(\frac{\varepsilon_{\Box}}{\varepsilon_{1}\varepsilon_{2}}\right)^{2} \left(\frac{\sin^{2}\varphi-\cos^{2}\varphi\left(\frac{\varepsilon_{\Box}}{\varepsilon_{1}\varepsilon_{2}}\right)^{2}}{\sin^{2}\varphi+\cos^{2}\varphi\left(\frac{\varepsilon_{\Box}}{\varepsilon_{\bot}}\right)^{2}}\right]$$
(1.8)

$$\mathcal{E}_{\Box} = \frac{t(r)\mathcal{E}_{1} + (d - t(r))\mathcal{E}_{2}}{d} ; \quad \mathcal{E}_{\bot 0} = \left(\frac{t(r)}{d\mathcal{E}_{1}} + \frac{(d - t(r))}{d\mathcal{E}_{2}}\right)^{-1}$$

где *а* и *b* – толщины слоев с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 , d = a + b – период, $k_0 = 2\pi/\lambda$.

Прямоугольный волновод возбуждает в планарном волноводе, образованном металлическими дисками, цилиндрическую волну со структурой ТЕМ-моды и вектором электрического поля, ортогональным дискам. Поэтому мы используем только одну компоненту тензора (ε_{11}) в формуле (1.9) для нахождения коэффициента преломления анизотропной среды. Луч в этом случае является "обыкновенным" и нет необходимости использовать теорию анизотропной линзы Люнебурга [11].

Полагая заполнение между кольцами воздушным ($\varepsilon_2 = 1$) и разрешая первое уравнение в (1.8) относительно коэффициента заполнения, находим

$$c(r) = c_0(r) + \frac{\left(k_0 d\right)^2 c_0^2 \left(1 - c_0\right)^2 \left(\varepsilon_0 - \varepsilon_0\right)}{12};$$
(1.9)

где $c_0(r) = \frac{n(r)^2 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0 - \varepsilon_0};$ ε_0 – диэлектрическая проницаемость материала колец.



Рис. 4. Зависимость коэффициента заполнения от радиуса: *1* – с оболочкой, *2* – без оболочки

Результаты расчета зависимости коэффициента заполнения от радиуса с использованием формул (1.9) для $\varepsilon_{\partial}=2.56$, $\varepsilon_{0}=1$, d = 2 мм и частоты 30 ГГц показаны на рис. 4, где для сравнения приведена соответствующая зависимость для линзы без оболочки.

Результаты моделирования ДН в Н-плоскости планарной линзовой антенны диаметром 100 мм, толщиной 3.4 мм с семью облучателями сечением 7.2х3.4 мм с использованием МКЭ на трех частотах показаны на рис. 5.

Как видно из рис. 5, ДН лучей имеет форму трапеции с относительным уровнем пересечения соседних лучей –0.4 дБ на частоте 27 ГГц, –1.3 дБ на частоте 30 ГГц и –2.4 дБ на частоте 33 ГГц. При этом абсолютный уровень пересечения лучей меняется в пределах 14.4...15.0 дБ. В результате сектор обзора антенны по уровню усиления 14.4 дБ превышает 100°.

Максимальное значение коэффициента усиления (КУ) лучей растет с частотой от 16 до 17 дБ. При этом абсолютный уровень пересечения лучей через один почти не зависит от частоты и примерно равен 7.5 дБ.







б)



Рис. 5. Диаграммы направленности лучей планарной антенны при θ = 90° и разных частотах: 27 (а), 30 (б) и 33 ГГц (в).

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Полученное в общем случае решение задачи синтеза градиентной линзы с центральной симметрией и внешним фокусом описывает и обобщает все известные решения.

2. Многолучевая антенна с семью облучателями на основе синтезированной планарной линзы в виде набора диэлектрических колец обеспечивает в 20% полосе частот сектор обзора более 100° по уровню КУ = 14.4 дБ.

3. Абсолютный уровень пересечения соседних лучей планарной антенны слабо зависит от частоты.

4. Абсолютный уровень пересечения лучей планарной антенны через один практически не зависит от частоты.

ГЛАВА 2. МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ ГРАДИЕНТНОЙ МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ

Как показано в предыдущей главе, многолучевая антенна на основе планарной градиентной металлодиэлектрической линзы с осевой симметрией (планарной линзы Люнебурга) обеспечивает относительно небольшую величину КУ. Кроме того, такая антенна не позволяет реализовать полный азимутальный угол обзора из-за затенения апертуры облучающей системой. Многолучевые антенны на основе сферических градиентных диэлектрических линз могут обеспечить высокие значения КУ и КИП [5], однако также не могут реализовать полный азимутальный угол обзора из-за затенения апертуры облучающей системой. Полный азимутальный угол обзора могут обеспечить многолучевые антенны на основе тороидальных линз, однако они не могут обеспечить высокие значения КУ и КИП [5].

Целью данной главы является решение задачи синтеза цилиндрической многослойной градиентной металлодиэлектрической линзы с осевой симметрией, позволяющей в приближении геометрической оптики исключить затенение ее апертуры облучателями, расположенными на фокальной окружности.

2.1. МНОГОСЛОЙНАЯ ГРАДИЕНТНАЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ЛИНЗА

Рассмотрим задачу синтеза цилиндрической линзы высотой H_{max} , состоящей из набора слоев толщиной d, каждый из которых представляет собой диск с градиентом коэффициента преломления вдоль радиуса (рис. 6). Диэлектрические диски расположены между металлическими дисками радиуса r_0 . Линза преобразует сферическую волну с вертикальной поляризацией, излучаемую металлическим рупором (рис. 6), в плоскую волну. Фазовый центр облучателя находится в плоскости Z = d/2 на фокусном расстоянии f от оси Z, толщина идеально проводящих металлических дисков принимается равной нулю. Задача состоит в том, чтобы найти радиальную зависимость коэффициента преломления

n(r) в каждом слое. Все размеры в задаче синтеза нормированы на радиус дисков r_0 , поэтому при ее решении будем считать $r_0=1$, не ограничивая общности задачи.



Рис. 6. Многослойная цилиндрическая линзовая антенна

Когда поле излучателя падает на поверхность линзы, сферическая волна преломляется и возбуждает моды радиальной линии внутри каждого слоя. При толщине слоев менее половины длины волны возбуждаются только моды TE_{m0} радиальной линии. Для анализа преломления и распространения внутри слоев используем приближение геометрической оптики. Рассмотрим луч, падающий из точки F в точку A на поверхности линзы (рис. 7).



a)

Рис. 7. Преломление луча на границе слоя: а) 3D модель; б) 2D модель

Поскольку ТЕ-моды распространяются в горизонтальной плоскости, все преломленные лучи ортогональны оси Z (рис. 7а). Как следует из граничных условий, касательные компоненты падающего волнового вектора k и преломленного волнового вектора k_1 совпадают в точке A на поверхности линзы. Отсюда для азимутальных составляющих волновых векторов получаем:

б)

$$k_{\varphi} = \frac{f \sin \varphi}{|FA|} = k_{1\varphi} = n \sin \psi_1, \qquad (2.1)$$

где
$$|FA|^2 = f^2 + 1 - 2f\cos\varphi + H^2$$
, $n = n(1)$.

Из уравнения (2.1) следует

$$\sin\psi_1 = \frac{f\sin\varphi}{n|FA|} = \frac{f\sin\varphi}{n\sqrt{f^2 + 1 - 2f\cos\varphi + H^2}}.$$
(2.2)

Найденным лучам преломленной волны в трехмерной задаче соответствует падающее поле в двумерной задаче с углами падения ψ в плоскости z=H (рис.7б). Из закона Снеллиуса в этом случае следует

$$\sin\psi = n\sin\psi_1 = \frac{f\sin\varphi}{|FA|} = \frac{f\sin\varphi}{\sqrt{f^2 + 1 - 2f\cos\varphi + H^2}}.$$

Можно выразить φ через ψ из уравнения

$$\cos\varphi = \frac{1}{f} \Big(h^2 + \sqrt{h^4 - h^2 - h^2 f^2 - h^2 H^2 + f^2} \Big),$$

где $h=\sin\psi$.

Если двухмерная задача синтеза линзы с центральной симметрией, формирующей плоский, ортогональный оси *X* фронт для каждого слоя решена, для синтеза трехмерной линзы, формирующей плоский фронт, достаточно приравнять эйконалы центральных лучей слоев.

Таким образом, задача синтеза трехмерной линзы сведена к решению набора задач синтеза двумерных линз с центральной симметрией, преобразующих заданный фронт в плоский при условии равенства эйконалов центральных лучей.

2.1.1. Синтез двумерной линзы с однородной оболочкой

Общее решение двумерной задачи синтеза градиентной линзы с центральной симметрией, преобразующей заданный волновой фронт в линейный, было получено выше (раздел 1.1). В силу принципа взаимности это решение остается справедливым и для задачи преобразования произвольного фронта в сферический или, в предельном случае, в плоский. Однако это решение получено при условии полного использования апертуры линзы. В данной задаче это условие нельзя обеспечить, в связи с чем необходимо обобщить полученное решение на случай неполного использования апертуры.

Нетрудно показать, что задача в этом случае также сводится к интегральному уранению

$$\int_{r_{\min}}^{d} \frac{h}{r} \frac{dr}{\sqrt{r^2 n^2(r) - h^2}} = F(h), \qquad (2.3)$$

где
$$0 \le h \le A$$
, $F(h) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin h + \frac{1}{2} \arcsin \frac{h}{f} - \frac{\varphi(h)}{2} - F_a(h)$,

$$F_a(h) = \int_a^1 \frac{hdr}{r\sqrt{n(r)^2 r^2 - h^2}} = \arcsin\left(\frac{h}{n_1 a}\right) - \arcsin\left(\frac{h}{n_1}\right),$$

$$A = \sin \psi_0 = \frac{f \sin \varphi_0}{\sqrt{f^2 + 1 - 2f \cos \varphi_0 + H^2}}, \ \varphi_0 = \frac{\pi}{3},$$

а – внутренний радиус оболочки, *n*₁- коэффициент преломления в оболочке.

Для всех слоев, кроме нижнего, *A*<1, что приводит к неполному использованию апертуры линзы, при этом уравнение (2.3) также сводится к уравнению Абеля

$$-\int_{h}^{A} \frac{h\Omega'(\rho)}{\sqrt{\rho^2 - h^2}} d\rho = F(h).$$
(2.4)

которое допускает обращение:

$$\Omega(\rho) - \Omega(A) = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^{A} \frac{F(h)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}}.$$
(2.5)

Принимая во внимание

$$\frac{2}{\pi} \int_{\rho}^{A} \frac{\pi}{2} \frac{dh}{\sqrt{h^{2} - \rho^{2}}} = \ln\left(h + \sqrt{h^{2} - \rho^{2}}\right) \Big|_{\rho}^{A} = \ln\left(A + \sqrt{A^{2} - \rho^{2}}\right) - \ln(\rho),$$

уравнение (2.5) можно представить в виде

$$\ln\frac{\rho}{r} + \ln a = T, \qquad (2.6)$$

где
$$T = \ln(A + \sqrt{A - \rho^2}) - q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{1}{A}\right) + 2q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_1}{A}\right) - 2q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{an_1}{A}\right) - \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\rho}{A}}^{1} \frac{\varphi(At)dt}{\sqrt{t^2 - (\rho/A)^2}},$$

$$q(x,f) = \frac{1}{\pi} \int_{x}^{1} \frac{\arcsin(h/f)}{\sqrt{h^2 - x^2}} dh$$

Решение (2.6) имеет параметрический вид:

$$n(\rho) = \frac{1}{a} \exp(T), \ r(\rho) = \frac{\rho}{n(\rho)}, \ 0 \le \rho \le A.$$

$$(2.7)$$

Для определения зависимости n(r) из (2.7) необходимо выполнение условия $r'(\rho) \ge 0$. Равенство нулю допустимо только при $\rho = A$. Запишем это условие в явном виде:

$$r'(\rho) = ae^{-T} + a\rho e^{-T}(-T') = ae^{-T}(1-\rho T')\Big|_{\rho=A} \ge 0.$$

Раскрывая последнее неравенство, находим

$$\pi - \arcsin(A) + 2 \arcsin\left(\frac{A}{n_1}\right) - 2 \arcsin\left(\frac{A}{an_1}\right) - \varphi(A) \ge 0,$$

$$a \ge \frac{A}{n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arcsin}(A) + \operatorname{arcsin}\left(\frac{A}{n_1}\right) - \frac{\varphi(A)}{2}\right)}.$$
(2.8)

2.1.2. Синтез трехмерной линзы с однородной оболочкой

Рассмотрим задачу синтеза трехмерной слоистой линзы, полагая что верхний слой линзы не заполнен диэлектриком. На произвольной высоте *H* эйконал центрального луча в слое

$$L = \sqrt{(f-1)^2 + H^2} + 2(1-a)n_1 + 2\int_0^a n(r)dr \dots (2.9)$$

Преобразуя интеграл в последнем выражении, интегрируя по частям и используя формулу (2.7), получаем

$$\int_{0}^{a} n(r)dr = \int_{0}^{A} n(\rho)r'(\rho)d\rho = A(1-\ln A) + \int_{0}^{A} T(\rho)d\rho.$$

Приравнивая выражение для эйконала центрального луча на любой высоте *H* к эйконалу в верхнем слое (3.9), получаем уравнение

$$\sqrt{(f-1)^2 + H^2} + 2(1-a)n_1 + 2A(1-\ln A) + 2\int_0^A T(\rho)d\rho = L_0.$$
(2.10)

Далее, начиная с нижнего слоя, выполняем следующую процедуру. Рассмотрим вариант равенства в условии (2.8), подставим *a* в уравнение (2.10) и решим его относительно n_1 . Для фокусного расстояния *f*=2 эйконал центрального луча в верхнем слое $L_0 = \sqrt{(f-1)^2 + H_{\text{max}}^2} + 2 = 4$. Максимальное значение

высоты $H_{\text{max}} = \sqrt{3}$ с учетом ширины элемента облучателя 60°, что соответствует *f*=2. Результаты расчета коэффициента преломления и радиуса оболочки в зависимости от высоты слоя показаны на рис.8.



Рис. 8. Зависимости коэффициента преломления (1) и радиуса оболочки (2) от высоты слоя

Подставляя найденные значения n_1 и *а* в формулу (2.7), находим зависимость коэффициента преломления от радиуса в каждом слое. Для трех слоев эти зависимости показаны на рис. 9.



Рис. 9. Зависимость коэффициена преломления от радиуса: H = 0.54 (1); H = 1 (2); H = 1.5 (3).

Для реализации планарной градиентной линзы с центральной симметрией, задаваемой формулами (2.7), используем конструкцию в виде набора диэлектрических колец, описанную в разделе 1.2 (рис.3). Рассмотрим конкретный пример линзы с параметрами: $r_0 = 50$ мм, толщина слоя d = 3 мм, фокусное расстояние f = 100 мм. Для нахождения соответствующего закона изменения коэффициента заполнения c(r), равного отношению толщины кольца t_0 к периоду T_0 , воспользуемся приближенным решением (1.9).

Рассчитанный по это формуле закон изменения коэффициента заполнения плоской линзы в виде набора диэлектрических колец ($\varepsilon_{д}$ =2.6) показан на рис. 10.



Рис. 10. Зависимость коэффициента заполнения от радиуса при H = 0.54 (1); H=1(2); H=1.5 (3).

Наличие двух границ раздела диэлектриков в рассмотренном случае может приводить к большим отражениям. Поэтому далее рассмотрим линзу с неоднородной оболочкой.

2.1.3. Синтез трехмерной линзы с неоднородной оболочкой

Рассмотрим линзу, диэлектрическая проницаемость оболочки в которой непрерывно меняется от $\varepsilon_1 = n^2(1) = 1$ на границе линзы (внешней границы оболочки) до $\varepsilon_a = n^2(a)$ на внутренней границе оболочки, ограничиваясь при этом законом изменения коэффициента преломления в виде

$$n^{2}(r) = b + \frac{c}{r} + \frac{d}{r^{2}} \quad .$$
(2.11)

Предположим далее, что диэлектрическая проницаемость внутри оболочки имеет максимальное значение $n^2(r_m) = \varepsilon_m$ ($a < r_m < 1$. При этом r_m находим из условия

$$\varepsilon(r_m)' = -\frac{1}{r_m^2} \left(c + \frac{2d}{r_m} \right) = 0.$$
 (2.12)

Величины параметров *b*, *c*, *d* найдем из условий равенства диэлектрической проницаемости трем указанным выше значениям. В результате получаем систему трех уравнений, из которой находим

$$d = \frac{1}{U} \left(-V - \sqrt{V^2 - UW} \right), \ c = \frac{a(\varepsilon_a - \varepsilon_1)}{1 - a} - \frac{1}{U} \left(-V - \sqrt{V^2 - UW} \right) \frac{(1 + a)}{a},$$

$$b = 1 - \frac{1}{U} \left(-V - \sqrt{V^2 - UW} \right) - \frac{a(\varepsilon_a - \varepsilon_1)}{1 - a} - \frac{1}{U} \left(-V - \sqrt{V^2 - UW} \right) \frac{(1 + a)}{a},$$

$$rge U = \frac{\left(1 - a\right)^2}{a^2}, \ V = 2(\varepsilon_m - 1) - \varepsilon_a + \varepsilon_1, \ W = \frac{a^2(\varepsilon_a - \varepsilon_1)^2}{(1 - a)^2}.$$

(2.13)

При этом интеграл $F_a(h)$ может быть вычислен аналитически

$$F_{a}(h) = \int_{a}^{1} \frac{hdr}{r\sqrt{n(r)^{2}r^{2} - h^{2}}} = \frac{h}{\sqrt{-d + h^{2}}} \arcsin\left(\frac{c + \frac{2(d - h^{2})}{r}}{\sqrt{c^{2} - 4b(d - h^{2})}}\right) \Big|_{a}^{1} = \frac{h}{\sqrt{-d + h^{2}}} \left[\arcsin\left(\frac{c + 2(d - h^{2})}{\sqrt{c^{2} - 4b(d - h^{2})}}\right) - \arcsin\left(\frac{c + \frac{2}{a}(d - h^{2})}{\sqrt{c^{2} - 4b(d - h^{2})}}\right) \right].$$
(2.14)

Подставляя полученное выражение в формулу (2.7), находим зависимость *n*(*r*) при *r*≤*a*. При этом условия существования полученного решения определяются формулой (2.8).

Нетрудно показать, что для обеспечения непрерывности n(r) на границе между внутренней частью линзы и оболочкой необходимо выполнение соотношения $\varepsilon_a = (A/a)^2$, где величина A определена в формуле (2.3). Для этого достаточно подставить в формулу (2.7) верхний предел значений параметра $\rho = A$. В результате для коэффициента преломления во внутренней части линзы на границе с оболочкой получим n(a) = A/a.

Эйконал центрального луча в произвольном слое трехмерной линзы, как и в

предыдущем случае, приравняем эйконалу центрального луча в верхнем слое. В результате получаем

$$\sqrt{(f-1)^2 + H^2} + 2\int_a^1 \sqrt{br^2 + cr} + d\frac{dr}{r} + 2A(1 - \ln A) + 2\int_0^A T(\rho)d\rho = L_0.$$
(2.15)

Чтобы параметрические соотношения (2.7) определяли однозначную зависимость n(r), должно выполняться условие (2.8), которое можно привести к виду

$$\pi - \arcsin(A) - 2F_a(A) - \varphi(A) \ge 0.$$
(2.16)

Для обеспечения непрерывности коэффициента преломления на границе внутренней части линзы с оболочкой выберем значения *a* и *A* в слоях равными полученным выше соответствующим значениям для линзы с однородными оболочками. Далее, начиная с первого слоя из трасцендентного уравнения (2.15), находим \mathcal{E}_m и проверяем выполнение неравенства (2.16). Если неравенство не выполняется, уменьшаем *A* и повторяем процедуру нахождения \mathcal{E}_m до тех пор, пока не будет выполняться (2.16). После полагаем $\mathcal{E}_a = (A/a)^2$ и таким образом обеспечиваем непрерывность коэффициента преломления.

Результаты расчета зависимости максимального значения коэффициента преломления в оболочке $n_{\max}(H) = \sqrt{\varepsilon_m}$ для всех слоев от H=0 до $H_{\max} = \sqrt{3}$ приведены на рис. 11.


Рис. 11. Зависимость максимальной величины коэффициента преломления в неоднородной оболочке от высоты слоя

Соответствующие зависимости коэффициента преломления от радиуса для четырех слоев, рассчитанные по формуле (2.4) в линзе с неоднородной оболочкой, приведены на рис. 12.



Рис. 12. Зависимость коэффициента преломления от радиуса в линзе с неоднородной оболочкой при H = 0 (1), 0.5 (2), 1 (3) и 1.5 (4)

2.2. МНОГОЛУЧЕВАЯ АНТЕННА С ПОЛНЫМ АЗИМУТАЛЬНЫМ УГЛОМ ОБЗОРА

Рассмотрим многолучевую антенну на основе цилиндрической линзы высотой *H*, состоящей из набора слоев толщиной *d*, каждый их которых представляет собой диск с градиентом диэлектрической проницаемости вдоль радиуса, расположенный между металлическими идеально проводящими дисками нулевой толщины (рис. 13).



Рис. 13. Многолучевая линзовая антенна

Проведем анализ характеристик многослойной цилиндрической линзовой антенны, каждый слой которой выполнен в виде набора диэлектрических колец переменной толщины (рис. 3). В качестве облучателей используем диэлектрическую антенну поверхностной волны (рис.13) и металлический пирамидальный рупор со следующими параметрами: входное сечение 7,2 x 3,4 мм, выходное - 20x15 мм, длина 27 мм. Ось облучателей направлены к центру линзы (под углом 30 градусов к горизонтальной плоскости).

На рис. 14 представлены диаграммы направленности пирамидального рупора на трех частотах в плоскостях Е и Н, рассчитанные с использованием МКЭ.



Рис. 14. Диаграммы направленности пирамидального рупора на частотах: 27 (1), 30 (2) и 33 (3) ГГц.

Коэффициент заполнения c(r) можно найти по формуле (1.9). Зависимости коэффициента заполнения от радиуса для трех слоев в виде набора колец из полистирола (ε_{n} = 2.6) показаны на рис. 15. В оболочке линз, где диэлектрическая проницаемость больше 2.6, вместо полистирола используется материал с ε_{n} = 3.35 (для однородной оболочки) и с ε_{n} = 4.65 (для неоднородной оболочки).



Рис. 15. Зависимости коэффициента заполнения от радиуса при H = 1 (1), 1.2 (2) и 1.5 (3) для линз с однородной (а) и неоднородной оболочкой (б).



Рис. 16. Зависимость KY(1) и КИП (2) от частоты.

На рис. 16 показаны результаты расчета с использованием МКЭ зависимости величин КУ и КИП многослойной линзовой антенны от частоты. Видно, что величина КУ изменяется в пределах от 26,1 до 27,85 дБ, а КИП - в пределах от 0,4 до 0,5 во всем диапазоне частот от 27 до 33 ГГц.

Облучатель в виде пирамидального рупора не является оптимальным из-за большого размера в Н-плоскости, что понижает уровень пересечения лучей многолучевой антенны. Исследуем линзу с диэлектрическими облучателями (рис.17), подобным предложенным и исследованным в работе [33]. Облучатель содержит возбуждающий пирамидальный металлический рупор с входным сечением 7.2 х 3.4 мм, выходным сечением 15х15 мм и расположенный частично внутри рупора выступающий ступенчатый диэлектрический стержень прямоугольного сечения. Далее выберем следующие параметры линзы: радиус $r_0 = 50$ мм, толщина слоев d=3мм, фокусное расстояние f=100 мм.



Рис. 17. Диэлектрический облучатель: *I* – пирамидальный рупор, *2* – ступенчатый диэлектрический стержень, *3* - согласующая часть стержня.

Диаграммы направленности диэлектрического облучателя в плоскостях *E* и *H* на трех частотах, рассчитанные с использованием МКЭ, представлены на рис. 18. Результаты расчета аналогичным методом диаграмм направленности в *H*- и *E*-плоскости, КУ и КИП линз с однородной и неоднородной оболочкой в диапазоне частот от 27-33 ГГц показаны на рис. 19-22.



Рис. 18. Диаграммы направленности диэлектрического облучателя на частотах 27 (1), 30 (2) и 33 ГГц (3) в *H*- (а) и *E*-плоскости (б).



Рис.19. Диаграммы направленности многолучевой линзовой антенны (однородные оболочки) на частотах 27 (1), 30 (2) и 33 ГГц (3) в *H*- (а) и *E*-

плоскости (б).



Рис. 20. Диаграммы направленности многолучевой линзовой антенны (неоднородные оболочки) на частотах 27 (1), 30 (2) и 33 ГГц (3) в *H*- (а) и *E*-плоскости (б).



Рис. 21. Зависимость коэффициента усиления от частоты: однородные (1) и неоднородные оболочки (2).



Рис. 22. Зависимость коэффициента использования поверхности от частоты: однородные (1) и неоднородные оболочки (2)

На основании результатов численного моделирования можно сделать следующие выводы:

- предложенная линзовая антенна позволяет реализовать многолучевую

диаграмму направленности в полном азимутальном угле без затенения апертуры облучающей системой,

- несмотря на неполное использованием апертуры, величина КИП линзовой антенны с неоднородной оболочкой достаточно высокая (около 0.6) в широкой полосе частот,

- падение величины КИП на низких частотах и высокий уровень первого бокового лепестка диаграммы направленности в *Е*-плоскости линзовой антенны с однородной оболочкой можно объяснить отражениями от границ оболочки

- двухполяризационный режим работы антенны может быть реализован с использованием слоев с большей электрической высотой. Однако, в отличие от [1], из-за наклонного падения волны источника на слой возможно возбуждение высших мод при вертикальной поляризации, которое необходимо учитывать.

ГЛАВА 3. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЛИНЗЫ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ

Задача о синтезе волноводной линзы В виде ДВУХ параллельных искривленных проводящих поверхностей впервые была поставлена в статье [13]. Задача синтеза такой линзы заключается в нахождении формы ее поверхности, обеспечивающего преобразование поля источника цилиндрической волны в основную моду планарного волновода с заданным двумерным фазовым фронтом. В работе [14] было найдено явное геометрооптическое решение задачи синтеза образующей поверхности линзы, являющейся телом вращения и преобразующей цилиндрический фронт источника на границе линзы в линейный фронт в планарном волноводе, ортогональном ее оси. Поскольку лучи в такой линзе совпадают с геодезическими линиями, такие линзы получили название геодезические. В работе [15] решение [14] было обобщено на случай источника, расположенного в планарном волноводе на расстоянии от границы линзы. Синтезированная поверхность линзы при этом ортогональна планарному волноводу в точках стыка, что приводит к большому отражению. В работе [16] предложена металло-воздушная геодезическая линза с плавным согласующим планарному волноводу. В работах [17-20] исследовались переходом к диэлектрические геодезические линзы с плавным переходом, в которых наличие ортогонального соединения с планарным волноводом приводит не только к появлению отраженной моды, как в металло-воздушных линзах, но и к существенным потерям на излучение. Однако наличие у линзы плавного перехода в этих работах приводит к фазовым аберрациям, т.е. искажению выходного фронта по сравнению с заданным. В работах [21, 22] описаны методики численного решения задачи синтеза геодезической линзы с плавным переходом, обеспечивающие точную фокусировку лучей основной частью линзы (за исключением плавного перехода). В работах [23-25] найдены аналитические решения задачи синтеза геодезической линзы с плавными переходами частного вида и получены формулы для образующей поверхности линзы в виде однократного интеграла.

3.1. МЕТАЛЛИЧЕСКАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЛИНЗА С ПЛАВНЫМ

ПЕРЕХОДОМ

3.1.1.Синтез металлической геодезической линзы

В приближении геометрической оптики задача синтеза геодезической линзы в общей постановке сводится к нахождению образующей поверхности, расположенной посередине между двумя поверхностями линзы, с целью преобразования цилиндрической волны источника, расположенного в планарном волноводе в заданное лучевое поле. Для луча, распространяющегося вдоль этой поверхности, справедлив принцип Ферма, т.е. оптический путь луча, соединяющего две точки поверхности минимален по сравнению со всеми другими кривыми, соединяющими эти точки, и лучи, таким образом, являются геодезическими линиями данной поверхности.

Используя принцип Ферма, нетрудно для получить геодезической кривой на поверхности тела вращения в цилиндрической системе координат (*ρ*, *φ*, *z*)

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varsigma}}\right) - \frac{\partial L}{\Delta t} = 0 (3.1)$$
(3.1)

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial L}{\partial \cdot} \right) - \frac{\partial L}{\partial \cdot} = 0 \tag{3.2}$$

дуги произвольной кривой на поверхности тела вращения в цилиндрической системе координат имеет вид

$$ds^{2} = \rho^{2} d\varphi^{2} + \left[1 + (\rho'(z))^{2}\right] dz^{2}$$
(3.3)

В силу осевой симметрии задачи $\partial L/\partial \varphi = 0$ и из уравнений (3.1, 3.2) с учетом

(3.3) следует

$$\rho^2 \frac{d\varphi}{ds} = \gamma \ (const) \tag{3.4}$$

С учетом (3.4) уравнение (3.1) можно свести к уравнению:

$$\left(\frac{dz}{ds}\right)^{2} = \frac{\rho^{2} - \gamma^{2}}{\rho^{2} [1 + (\rho'(z))^{2}]}$$
(3.5)

Дифференциальные уравнения первого порядка (3.4), (3.5) описывают геодезические кривые (семейство лучей), где *γ* - лучевой параметр.

Для определения константы γ найдем угол пересечения соответствующей кривой с линией меридиана в произвольной точке поверхности. Используя уравнения (3.4), (3.5), компоненты касательного вектора к траектории луча:

$$\vec{\tau} = \left(\frac{y}{ds}, \frac{y}{ds}, \frac{dz}{ds}\right)$$

можно привести к виду:

$$\frac{dx}{ds} = \rho'(z)Q\cos\varphi - \sin\varphi\frac{\gamma}{\rho}, \ \frac{dy}{ds} = \rho'(z)Q\sin\varphi + \cos\varphi\frac{\gamma}{\rho}, \ \frac{dz}{ds} = Q,$$
(3.6)
rge $Q = \frac{1}{\rho}\sqrt{\frac{\rho^2 - \gamma^2}{1 + [\rho'(z)]^2}}.$

Искомый угол пересечения β можно найти из соотношения

$$(\vec{\tau},\iota) = \cos\beta \tag{3.7}$$

где $\vec{l} = (\cos \mu \cos \phi, \cos \mu \sin \phi, \sin \mu)$ - единичный вектор, касательный к меридиану в точке пересечения с траекторией луча,

$$\cos \mu = \frac{\rho'(z)}{\sqrt{1 + {\rho'}^2}}, \ \sin \mu = \frac{1}{\sqrt{1 + {\rho'}^2}}$$

Из (3.7) следует соотношение

$$\gamma = \rho \sin \beta \,, \tag{3.8}$$

известное как теорема Клеро [34] для геодезических линий на поверхностях тел вращения. Из этого соотношения, в частности, следует, что в точке, где

геодезическая кривая ортогональна меридиану ($\beta = \pi/2$), значение ρ минимально и, следовательно, $\gamma = \rho_{\min}$.

Выведем уравнение, которому должна удовлетворять поверхность с коническим согласующим переходом (рис.23), чтобы лучи, выходящие из точки F_0 с декартовыми координатами $x = -F_0$, y = 0, z=0 после прохождения линзы были параллельны оси X (рис. 24).



Рис.23. Образующая линзы с коническим переходом



Рис. 24. Проекция луча в линзе на плоскость *z*=0

Рассмотрим луч, выходящий из источника в точке F_0 , который идет в плоскости *XOY* до точки *A*, преломляется, проходит по плавному переходу до

точки A_1 , преломляется, проходит вдоль поверхности линзы до точки B_1 , преломляется, проходит по плавному переходу до точки B, снова преломляется и идет в плоскости *XOY* параллельно оси x. При этом участок поверхности при $\rho_0 \le \rho$ $\le \rho_1$ является частью поверхности конуса, а участок поверхности при $0 \le \rho \le \rho_1$ подлежит определению.

Из теоремы Клеро (3.8) для угла входа и выхода φ луча следует

$$\sin\varphi = \gamma / \rho_0. \tag{3.9}$$

Из уравнений (3.4), (3.5) для функции $z=f(\rho)$ следует

$$\frac{d\varphi}{d\rho} = \frac{\gamma}{\rho} \frac{\sqrt{1 + f'^2(\rho)}}{\sqrt{\rho^2 - \gamma^2}}.$$

Интегрируя последнее уравнение и используя симметрию луча, можно найти приращение угла $\varphi=2\Delta\Phi$ для луча между точками A_1 и B_1 (рис.24)

$$2\Delta\Phi = 2\int_{\gamma}^{\rho_1} \frac{\gamma}{\rho} \frac{\sqrt{1+{z'}^2}}{\sqrt{\rho^2-\gamma^2}} d\rho.$$

Для каждого луча, исходящего из фокуса в точке F_0 и выходящего в точке параллельно оси X, можно записать:

$$\theta + 2\Delta \varphi + 2\Delta \Phi + \varphi = \pi \,. \tag{3.10}$$

Зададим образующую на отрезке $\rho_0 \leq \rho \leq \rho_1$ линейной функцией $z = A(\rho_0 - \rho)$ и тогда:

$$\Delta \varphi = \int_{\rho_1}^{\rho_0} \frac{\gamma}{\rho} \frac{\sqrt{1+{z'}^2}}{\sqrt{\rho^2 - \gamma^2}} d\rho = k \left(\arcsin \frac{\gamma}{\rho_1} - \arcsin \frac{\gamma}{\rho_0} \right), \text{гдe } k = \sqrt{1+A^2} \,. \tag{3.11}$$

Из теоремы синусов для треугольника F_0AO (рис.27) следует

$$\frac{\sin\alpha}{\rho_0} = \frac{\sin\varphi}{f_0}, \ f_0 = |OF_0|,$$

откуда с учетом (3.9) получаем $\alpha = \arcsin(\gamma / f_0)$.

Уравнение (3.10) может быть записано в виде:

$$\int_{\gamma}^{\rho_1} \frac{1}{\rho} \frac{\sqrt{1+f'^2(\rho)}}{\sqrt{\rho^2-\gamma^2}} d\rho = \frac{1}{2\gamma} \left(\pi - 2\arcsin\frac{\gamma}{\rho_0} + \arcsin\frac{\gamma}{f_0} - 2\Delta\varphi\right).$$

Заменой переменных $t=1/\rho$, $G=1/\gamma$, $a_1=1/\rho_1$, $a_0=1/\rho_0$, $u(t)=\sqrt{1+{f'}^2(\rho)}$

это уравнение приводится к виду

$$\int_{a_{1}}^{G} \frac{u(t)dt}{\sqrt{G^{2} - t^{2}}} = F(G), \qquad (3.12)$$

где $F(G) = \frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{a_0}{G} + \frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{f_0 G} - k(\arcsin\frac{a_1}{G} - \arcsin\frac{a_0}{G})$.

Уравнение (3.12) сводится к интегральному уравнению Абеля. Его решение имеет вид [29]:

$$u(x) = \frac{2}{\pi} \frac{d}{dx} \int_{a_1}^{x} \frac{sF(s)ds}{\sqrt{x^2 - s^2}}$$
 (3.13)

Интегрируя (3.13) по частям, дифференцируя по x и полагая $x=1/\rho$, $a_1=1/\rho_1$, $a_0=1/\rho_0$, получаем:

$$u(\rho) = \frac{\rho_1}{\sqrt{\rho_1^2 - \rho^2}} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin\frac{\rho_1}{\rho_0} + \frac{1}{\pi} \arcsin\frac{\rho_1}{f_0} \right) +$$
(3.14)

$$+\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi} \arcsin\frac{\rho^{2} + \rho_{0}^{2} - 2\rho_{1}^{2}}{\rho_{0}^{2} - \rho^{2}} + \frac{1}{2\pi} \arcsin\frac{\rho^{2} + f_{0}^{2} - 2\rho_{1}^{2}}{f_{0}^{2} - \rho^{2}} + k\left(\frac{2}{\pi}\frac{\rho_{1}}{\sqrt{\rho_{1}^{2} - \rho^{2}}} \arcsin\frac{\rho_{1}}{\rho_{0}} - \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\arcsin\frac{\rho^{2} + \rho_{0}^{2} - 2\rho_{1}^{2}}{\rho_{0}^{2} - \rho^{2}}\right) - k\left(\frac{\rho_{1}}{\sqrt{\rho_{1}^{2} - \rho^{2}}} - 1\right)$$

Полученное решение задачи синтеза нетрудно обобщить на случай кусочнолинейной образующей плавного перехода: $z = z_{i-1} + A_i(\rho - \rho_{i-1})$, где i=1,...,N, $\rho_N \leq \rho \leq \rho_0$.Тогда выражение для $\Delta \varphi$ в (3.12) принимает вид

$$\Delta \varphi = \sum_{i=1}^{N} k_i \left(\arcsin \frac{\gamma}{\rho_i} - \arcsin \frac{\gamma}{\rho_{i-1}} \right), \ k_i = \sqrt{1 + A_i^2}.$$

В этом случае вместо формулы (3.14) имеем

$$u(\rho) = \frac{\rho_N}{\sqrt{\rho_N^2 - \rho^2}} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin\frac{\rho_N}{\rho_0} + \frac{1}{\pi} \arcsin\frac{\rho_N}{f_0} \right) +$$

$$+ \frac{1}{4} - \frac{1}{\pi} \arcsin\frac{\rho^2 + \rho_0^2 - 2\rho_N^2}{\rho_0^2 - \rho^2} + \frac{1}{2\pi} \arcsin\frac{\rho^2 + f_0^2 - 2\rho_N^2}{f_0^2 - \rho^2} +$$

$$+ \sum_{i=0}^{N-1} b_i \left(\frac{2}{\pi} \frac{\rho_N}{\sqrt{\rho_N^2 - \rho^2}} \arcsin\frac{\rho_N}{\rho_i} - \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin\frac{\rho^2 + \rho_i^2 - 2\rho_N^2}{\rho_i^2 - \rho^2} \right) + b_N \left(\frac{\rho_N}{\sqrt{\rho_N^2 - \rho^2}} - 1 \right),$$
rge $b_i = k_{i+1} - k_i$ при $0 < i < N$, $b_0 = k_1$, $b_N = -k_N$.

Так как $u(\rho) = \sqrt{1 + f'^2(\rho)}$, то при выполнении условия $u(\rho) \ge 1$ в области $0 \le \rho < \rho_N$, образующая описывается формулой:

$$f(\rho) = -\int_{0}^{\rho} \sqrt{u^{2}(\rho) - 1} d\rho + C_{0} ,$$

а константа С₀ находится из уравнения:

$$-\int_{0}^{\rho_{N}}\sqrt{u^{2}(\rho)-1}d\rho+C_{0}=z_{N},$$

где z_N – значение координаты поверхности на границе линзы и плавного перехода.

Полагая $\rho_1 = \rho_0$ в формуле (3.14), получаем известное [15] уравнение образующей геодезической линзы без согласующего перехода

$$u(\rho) = \frac{1}{\pi} \frac{\rho_0}{\sqrt{\rho_0^2 - \rho^2}} \arcsin\left(\frac{\rho_0}{f_0}\right) + \frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(\frac{\rho^2 + f_0^2 - 2\rho_0^2}{f_0^2 - \rho^2}\right)$$
(3.16)
$$u(\rho) = \sqrt{1 + f'^2(\rho)}, \quad f(\rho) = -\int_0^\rho \sqrt{u^2(\rho) - 1} + C_0,$$

где константа С₀ находится из уравнения

$$\int_{0}^{\rho_{0}} \sqrt{u^{2}(\rho) - 1} d\rho = C_{0}.$$

Из формулы (3.16) следует, что $f'(\rho_0) = \infty$. Это означает, что поверхность линзы пересекает плоскость *XOY* под прямым углом. Для реализации плавного перехода от линзы к планарному волноводу можно использовать различные

варианты образующей: рассмотренную выше линейно-ломаную, в виде окружности, описываемую интегралом [22, 25].

3.1.2. Анализ металлических геодезических линз с плавным переходом

Проведем исследование аберраций эйконала для пяти вариантов геодезических линз с радиусом ρ_0 равным 1.05 и фокусным расстоянием $f_0 = 1.5$, содержащих плавный переход с внутренним радиусом a=1.

1. Линза с поликоническим переходом из трех конусов, синтезированная выше. Образующая представляет собой кусочно-ломаную непрерывную линию с тремя отрезками равной длины, аппроксимирующими четверть окружности.

2. Линза, синтезированная в [16], с образующей плавного перехода в виде дуги окружности

$$z(\rho) = -\sqrt{z_2^2 - (\rho - \rho_2)^2} + z_2,$$

где $z_2 = \frac{d\sqrt{d^2c^2 - b^2c^2 + c^2} - bc + c + cd^2}{b^2 - 2b + 1}, \rho_2 = \frac{bz_2 - z_2 + c}{d} + a$

- координаты центра окружности, найденные из условия совпадения образующих линзы и плавного перехода в точке *M* с координатами (ρ_2 , z_2), d=f'(a), c=f(a), $b=\sqrt{1+f'^2(a)}$.

3. Линза, синтезированная в [16], с образующей плавного перехода в виде четверти окружности.

4. Линза с плавным переходом, синтезированная в работе [25], образующая которой определяется формулами

$$z(\rho) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\rho} \sqrt{\left(\arccos\left(\sqrt{\frac{a^2 - \rho^2}{f_0^2 - \rho^2}}\right) + \frac{\pi}{2} + a \frac{\arcsin(a / f_0)}{\sqrt{a^2 - \rho^2}} + \Omega(\rho, a) \right)^2 - \pi^2 d\rho},$$

$$\Omega(\rho,a) = 2\rho \frac{d}{d\rho} \left[\int_{a}^{\rho_0} \frac{(\rho_0 - R)}{Rh^2} \operatorname{arcsin}\left(\sqrt{\frac{a^2 - \rho^2}{R^2 - \rho^2}}\right) dR \right], \ 0 \le \rho \le a \,,$$

где

$$z(\rho) = z(a) + \frac{1}{2} \left\{ h^2 \ln \left(\frac{\sqrt{(\rho_0 - \rho)^2 + 2h^2(\rho_0 - \rho)} + \rho_0 + h^2 - \rho}{\sqrt{(\rho_0 - a)^2 + 2h^2(\rho_0 - a)} + \rho_0 + h^2 - a} - \frac{\rho_0 + h^2 - \rho}{h^2} \sqrt{(\rho_0 - \rho)^2 + 2h^2(\rho_0 - \rho)} + \frac{\rho_0 + h^2 - a}{h^2} \sqrt{(\rho_0 - a)^2 + 2h^2(\rho_0 - a)} \right) \right\}$$
$$h^2 = \frac{2 \left[\arccos\left(\frac{a}{\rho_0}\right) - \frac{a}{\rho_0} \ln\left(\frac{\rho_0 + \sqrt{\rho_0^2 - a^2}}{a}\right) \right]}{\operatorname{arcsin}\left(\frac{a}{f_0}\right)}, \ a \le \rho \le \rho_0.$$

5. Линза с плавным переходом, синтезированная в работе [22], формула образующей которой имеет вид

$$z(\rho) = z(a) + \int_{a}^{\rho} \sqrt{\left(\frac{\rho_{0}^{2} - \rho^{2}}{h^{2}}\right)^{2} + 2\frac{\rho_{0}^{2} - \rho^{2}}{h^{2}}} d\rho, a \le \rho \le \rho_{0}.$$

$$z(\rho) = \int_{0}^{\rho} \left\{ \left[-\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\rho_{0}^{2} - \rho^{2}}{h^{2}} \right) + \frac{2}{\pi h^{2}} \sqrt{a^{2} - \rho^{2}} \sqrt{\rho_{0}^{2} - a^{2}} - \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(\frac{\rho^{2} + f_{0}^{2} - 2a^{2}}{f_{0}^{2} - \rho^{2}} \right) - \frac{1}{4} + \frac{(\rho^{2} - \rho_{0}^{2})}{h^{2}} \arcsin\left(\frac{\rho^{2} + \rho_{0}^{2} - 2a^{2}}{\rho_{0}^{2} - \rho^{2}} \right) \right]^{2} - 1 \right\}^{\frac{1}{2}} d\rho, \quad 0 \le \rho \le a,$$

$$\overline{\left[\left(\frac{\pi - \gamma_{12} - \sin 2\gamma_{12}}{h^{2}} \right) - \frac{a}{2} \right]^{2} - \frac{a}{2} - \frac{1}{2\pi} \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) + \frac{1}{2\pi n} \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) + \frac{1}{2\pi n} \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) + \frac{1}{2\pi n} \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) + \frac{1}{2\pi n} \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) + \frac{1}{2\pi n} \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) + \frac{1}{2\pi n} \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) + \frac{1}{2\pi n} \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) + \frac{1}{2\pi n} \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) + \frac{1}{2\pi n} \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) + \frac{1}{2\pi n} \exp\left(\frac{1}{2\pi n} \right) \exp\left(\frac$$

$$h = \sqrt{\rho_0 \left(\frac{\pi - \gamma_{12} - \sin 2\gamma_{12}}{\gamma_{13}}\right)}, \frac{a}{\rho_0} = \sin \gamma_{12}, \frac{a}{f_0} = \sin \gamma_{13}, f_0 = 1.5, \rho_0 = 1.05, a = 1.$$

Эйконал на выходе линзы определяются формулой

$$L = |FA| + 2\int_{\gamma}^{a} \rho \frac{\sqrt{1 + f'^{2}(\rho)}}{\sqrt{\rho^{2} - \gamma^{2}}} d\rho + 2\int_{a}^{\rho_{0}} \rho \frac{\sqrt{1 + z'^{2}(\rho)}}{\sqrt{\rho^{2} - \gamma^{2}}} d\rho + |BC|, \quad (3.17)$$

 $|FA| = \sqrt{\rho_0^2 + f_0^2 - 2\rho_0 f_0 \cos \theta}, |BC| = \rho_0 - \rho_0 \cos \phi,$ первый интеграл выражает

эйконал луча в линзе, а второй – в плавном переходе.



Рис.25. Аберрации эйконала в линзах с образующей плавного перехода: *1*-кусочно-линейной, *2* - в виде сопряженной части окружности [16], *3* - в виде четверти окружности [16], *4* – из работы [25], *5* – из работы [23].

На рис. 25 приведены рассчитанные по формуле (3.17) аберрации эйконала на выходе линзы (отличие эйконала произвольного луча от эйконала центрального луча) для описанных выше вариантов 1–5 геодезических линз с плавным переходом.Как видно на рисунке, величина аберрации существенна только в части выходной апертуры, соответствующей плавному переходу (1 < y < 1.05). При этом величина аберрации строго равна нулю при y < 1 только для вариантов 1 и 5.

Для анализа исследуемых геодезических линз было проведено электродинамическое моделирование характеристик излучения соответствующих линзовых антенн в приближении Кирхгофа и с использованием МКЭ.

На рис. 26 приведены сечение и вид сверху линзовой антенны радиусом ρ_0 =79.1 мм с возбуждающим *H*-секториальным рупором в горизонтальной плоскости и излучающим *E*-секториальным рупором в вертикальной плоскости.



Рис. 26. Геодезическая линза с плавным переходом: а) сечение, б) вид сверху

Высота вертикальных стенок *E*-секториального рупора h=3.5мм совпадает с расстоянием между проводящими поверхностями линзы. Внутренний радиус плавного перехода линзы равен 75 *мм*, фокусное расстояние $f_0 = 112.5$ мм. Длина рупора l=25 мм. Угол раствора *H*-секториального рупора равен 86⁰, *E*-секториального рупора - 26⁰, размер его апертуры в *E*-плоскости *H*=15 мм.

Диаграмма направленности плоской апертуры в приближении Кирхгофа имеет вид [35]:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left| \int_{A} E_z(y, z) \exp[(jk\sin\theta(y\cos\varphi + z\sin\varphi)]dydz]^2 \right|}{\int_{A} |E_z(y, z)|^2 dydz},$$
(3.18)

где $E_z(y,z)$ – распределение напряженности электрического поля в апертуре Есекториального рупора. Распределение амплитуды этого поля с точностью до константы имеет вид

$$|E_z(y,z)| = \cos(\pi\alpha(y)/(2\alpha_0))/\sqrt{\cos\alpha(y)}$$

(изменением амплитуды в Е-плоскости мы пренебрегаем), $\alpha(y) = \arcsin(y/f_0)$, а фазовое распределение $\Phi(y,z) = kL(y, z) = kL(y, z) \approx k(L(y) + L(z))$, где L(y) определяется формулой (3.17), а $L(z) = \sqrt{z^2 + H^2 l^2 / (H - h)^2}$.

На рис.27 приведены ДН, рассчитанные на частоте 30 ГГц по формуле (3.18) и с использованием МКЭ.





Рис. 27. Диаграммы направленности линзовой антенны в Н-плоскости а) Кирхгоф; б) МКЭ; номера кривых соответствуют номеру варианта перехода





Рис.28. Зависимости коэффициента усиления от частоты ($\varphi = 0, \theta = 0$): а) Кирхгоф; б) МКЭ; номера кривых соответствуют номеру варианта перехода

На рис.27 видно, что результаты расчета ДН вблизи главного лепестка в приближении Кирхгофа близки к результатам, полученным с использованием МКЭ.

На рис. 28 в тех же обозначениях, что и на рис. 27, приведены частотные зависимости коэффициента усиления, рассчитанные по формуле (3.18) и с использованием МКЭ. Видно, что при расчете обоими методами наибольшее усиление обеспечивает антенна на базе геодезической линзы с поликоническим плавным переходом (вариант 1), а наименьшая величина КУ у антенны на базе линзы с образующей плавного перехода в виде четверти окружности (вариант 3). При расчете разных вариантов линз в приближении Кирхгофа отличия КУ меньше, чем при моделировании с использованием МКЭ. При этом максимальные отличия величины КУ, рассчитанные двумя методами, наблюдаются у антенны с вариантом перехода 3 на высоких частотах (более 0.8 дБ).

На рис. 29 в тех же обозначениях приведены частотные зависимости величины КИП, рассчитанные с использованием результатов КУ, полученных с

использованием МКЭ (рис. 28б). Как видно из рисунка, величина КИП максимальная у варианта перехода 1, минимальная – у варианта 3. При этом все линзы обеспечивают уровень КИП выше 0.6.



Рис. 29. Зависимости КИП от частоты, номера кривых соответствуют номеру варианта 1–5

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Все металловоздушные линзы с различными вариантами плавного перехода к планарному волноводу в исследованном частотном диапазоне (28...36 ГГц) обеспечивают уровень КИП антенны более 0.6.

2. Максимальный КИП (более 0.8) обеспечивает синтезированная в работе линза с поликоническим плавным переходом, минимальный - линза с образующей плавного перехода в виде четверти окружности.

3. Приближение Кирхгофа дает завышенную (до 0.6 дБ) величину КУ, что можно объяснить отсутствием учета отражения.

3.2. МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЛИНЗА С ПЛАВНЫМ ПЕРЕХОДОМ

3.2.1. Синтез металлодиэлектрической геодезической линзы

Рассмотрим задачу синтеза металлодиэлектрической геодезической линзы с центральной симметрией, которая преобразует поле точечного источника, расположенного в фокусе F вне или на поверхности линзы в заданное геометрооптическое поле. При этом заданы коэффициент преломления n(r) и образующая плавного перехода к планарному волноводу в оболочке линзы ($a \le r \le r_0$), а также зависимость угла $\psi = \psi(\varphi)$ между лучом и нормалью в произвольной точке B на выходе линзы, при этом угол φ на выходе линзы удовлетворяет условиям $-\pi/2 \le \varphi \le \pi/2$ (рис.30). Задача синтеза заключается в определении формы образующей линзы (профиля) для $0 \le r \le a$. Далеев этом разделе полагаем, что все размеры задачи нормируются на r_0 , в связи с чем без ограничения общности будем полагать $r_0 = 1$.

В силу центральной симметрии траектория луча состоит из двух одинаковых кривых, симметричных относительно точки с минимальным расстоянием r_{min} до начала координат. Соответственно угол между лучевым вектором падающего фронта и нормалью на границе линзы в точке *A* равен углу выхода луча ψ . Угол ψ монотонно возрастает при увеличении угла α выхода луча из источника и при увеличении по абсолютной величине угла ϕ . Поэтому зависимость $\psi = \psi(\phi)$ допускает однозначное обращение $\phi = \phi(\psi)$, $0 \le \psi \le \pi/2$.

62



Рис. 30. Проекция луча на плоскость z=0

Уравнение луча в геодезической металло-диэлектрической линзе имеет вид [25]

$$d\varphi = \mp \frac{h}{r} \frac{l'(r)}{\sqrt{\rho(r)^2 - h^2}} dr, \qquad (3.19)$$

где $l'(r) = -\sqrt{1 + (dz/dr)^2}$, $h = \sin \psi$ - лучевой параметр, который является инвариантом луча $\rho(r) = n(r)r$.

Из условия центральной симметрии для каждого луча (рис. 32) справедливо $\theta + 2\Delta \phi + 2\Delta \Phi + \phi = \pi$. (3.20)

Из уравнения (3.19) с учетом симметрии луча для угла 2 $\Delta \Phi$ можно записать

$$2\Delta\Phi = -2\int_{r_{\min}}^{a} \frac{h}{r} \frac{l'(r)}{\sqrt{\rho^{2}(r) - h^{2}}} dr$$
(3.21)

где $\rho(r_{\min})=h$.

Выведем условие полного использовании апертуры для заданного плавного перехода. Из уравнения (3.21) можно найти приращение угловой координаты точки на луче в плавном переходе:

$$\Delta \varphi = \int_{a}^{1} \frac{h\sqrt{z'(r)^{2} + 1}dr}{r\sqrt{n^{2}(r)r^{2} - h^{2}}} = W(h), \qquad (3.22)$$

где z(r) и n(r) профиль перехода и коэффициент преломления в переходе, соответственно.

Для полного использования апертуры необходимо, чтобы луч, выходящий из источника F_0 и касательный к окружности в точке A, выходил из линзы под углом $\psi_0 = \pi/2$ к нормали в точке B. В этом случае $h=\sin(\pi/2)=1$ и можно записать условие для касательного луча

$$\frac{\pi}{2} - \alpha_0 + 2W(1) + \varphi(\frac{\pi}{2}) \le \pi, \, \text{где} \, \alpha_0 = \arcsin(\frac{1}{f_0}) \tag{3.23}$$

Последнее неравенство можно представить в виде

$$\int_{r_1}^{1} \frac{h\sqrt{z'(r)^2 + 1}dr}{r\sqrt{n^2(r)r^2 - h^2}} \le \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{f_0} - \frac{1}{2}\varphi(\frac{\pi}{2})$$

где предполагается, что n(r)r>1 при $a < r \le 1$.

Учитывая, что $h = \sin(\psi)$, $\theta = \psi - \alpha$, уравнение (3.20) приводится к виду:

$$-\int_{r_{\min}}^{a} \frac{h}{r} \frac{l'(r)dr}{\sqrt{\rho^{2}(r) - h^{2}}} = F(h), \qquad (3.24)$$

где $F(h) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin h + \frac{1}{2} \arcsin \frac{h}{f} - \frac{\varphi(\psi)}{2} - W(h)$.

Предполагая, что $\rho(r)=n(r)r$ монотонно возрастает при $0 \le r \le a$, заменим переменную интегрирования в (3.23) на ρ . В результате, получим

$$-\int_{h}^{A} \frac{h}{r(\rho)} \frac{l'(\rho)d\rho}{\sqrt{\rho^2 - h^2}} = F(h),$$

где A = an(a).

Разделив обе части последнего уравнения на $\sqrt{h^2 - \rho^2}$, интегрируя их по *h* от ρ до *A* и меняя порядок интегрирования в левой части, получаем

$$-\int_{\rho}^{A} \frac{l'(\rho)d\rho}{r(\rho)} = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^{A} \frac{F(h)dh}{\sqrt{h^{2} - \rho^{2}}}$$

Возвращаясь в левой части к переменной интегрирования *r*, и проводя интегрирование правой части, имеем:

$$-\int_{r}^{r} \frac{l'(r)dr}{r} = \ln\left[A + \sqrt{A^{2} - \rho^{2}}\right] - \ln(\rho) + q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{f}{A}\right) - q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{1}{A}\right) + Q(\rho) - \frac{1}{\pi}\int_{\rho}^{A} \frac{\phi(\psi)dh}{\sqrt{h^{2} - \rho^{2}}} \quad (3.25)$$

где
$$\psi$$
=arcsin(h), $q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{t}{A}\right) = \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{A} \frac{\arcsin(h/t)}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} dh$, $Q(\rho) = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^{A} \frac{W(h)}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} dh$.

Дифференцируя уравнение (3.25) по *r*, получаем:

$$l'(r) = r \frac{d\rho}{dr} \frac{d}{d\rho} \left[\ln \left[A + \sqrt{A^2 - \rho^2} \right] - \ln(\rho) + q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{f}{A} \right) - q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{1}{A} \right) + Q(\rho) - \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{A} \frac{\varphi(h)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} \right]$$
(3.26)

Уравнение профиля геодезической линзы имеет вид

$$z(r) = \int_{0}^{r} \sqrt{l'(r)^2 - 1} dr, \ 0 \le r \le a,$$
(3.27)

где производная *l'*(*r*) определяется формулой (3.26). Из формулы (3.27) следует условие существования решения

$$|l'(r)| \ge 1$$
, при $0 \le r \le a$.

Следует отметить, что в отличие от решения в [25], это условие не требует стремления коэффициента преломления на краю линзы к единице и дополнительных условий для закона изменения первой и второй производных коэффициента преломления в этой точке.

В случае, когда образующая перехода – кусочно-линейная функция: $z=z_{i-1}+C_i(r-r_{i-1})$, где $r_i \leq r \leq r_{i-1}$, i=1,...,N, $a=r_N$, n_i -коэффициенты преломления на каждом участке перехода, выражение для W(h) в (3.22) принимает вид

$$W(h) = \sum_{i=1}^{N} k_i \left(\arcsin \frac{h}{n_i r_i} - \arcsin \frac{h}{n_i r_{i-1}} \right), \ k_i = \sqrt{1 + C_i^2}.$$

В этом случае

$$Q(\rho) = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^{A} \frac{W(h)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} = 2 \sum_{i=1}^{N} k_i \left(q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_i r_{i-1}}{A}\right) - q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_i r_i}{A}\right) \right) \right|.$$

Из формулы (1.25) следует

$$l'(r) = r \frac{d\rho}{dr} \frac{d}{d\rho} \left[\ln \left[A + \sqrt{A^2 - \rho^2} \right] - \ln(\rho) + q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{f}{A} \right) - q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{1}{A} \right) + \frac{2\sum_{i=1}^{N} k_i \left(q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_i r_{i-1}}{A} \right) - q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_i r_i}{A} \right) \right) - \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{A} \frac{\phi(h) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} \right] = \frac{1}{\pi n(r)} \frac{d\rho}{dr} \left[-\frac{\pi n(r)^2 r^2}{2\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2} \left(A + \sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2} \right)} - \pi + \arcsin \left(\sqrt{\frac{A^2 - n(r)^2 r^2}{f_0^2 - n(r)^2 r^2}} \right) - \frac{\arcsin (A / f_0)}{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}} + \frac{2\sum_{i=1}^{N} k_i \left(\arcsin \left(\sqrt{\frac{A^2 - n(r)^2 r^2}{n_i^2 r_{i-1}^2 - n(r)^2 r^2}} \right) - \frac{\arcsin (A / n_i^2 r_{i-1}^2)}{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}} - \arcsin \left(\sqrt{\frac{A^2 - n(r)^2 r^2}{n_i^2 r_i^2 - n(r)^2 r^2}} \right) + \frac{\arcsin (A / n_i^2 r_i^2)}{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}} \right) \right] - \frac{-\frac{r\rho}{\pi} \frac{d\rho}{dr} \left[\frac{-\varphi(A)}{A\sqrt{A^2 - \rho^2}} + \int_{\rho}^{A} \frac{\varphi'(h) h - \varphi(h)}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} dh \right].$$
(3.28)

При выводе были использованы формулы

$$\frac{dq(\rho,f)}{d\rho} = \frac{1}{\pi\rho} \left[\arcsin\frac{\sqrt{1-\rho^2}}{\sqrt{f^2-\rho^2}} - \frac{\arcsin(1/f)}{\sqrt{1-\rho^2}} \right],$$

$$q(\rho,f) = \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{\arcsin(h/f)}{\sqrt{h^2-\rho^2}} dh \quad ,$$

$$\frac{d}{d\rho} \int_{\rho}^{A} \frac{\varphi(h)dh}{\sqrt{h^2-\rho^2}} = \rho \left[\frac{-\varphi(A)}{A\sqrt{A^2-\rho^2}} + \int_{\rho}^{A} \frac{\varphi'(h)h-\varphi(h)}{\sqrt{h^2-\rho^2}} dh \right].$$

Рассмотрим частные случаи.

1. На выходе линзы- плоский фронт.

В этом случае $\varphi = \psi = \arcsin(h)$ и формула (3.28) упрощается:

$$l'(r) = \frac{1}{\pi n(r)} \frac{d[n(r)r]}{dr} \left[-\pi + \arcsin\left(\sqrt{\frac{A^2 - n(r)^2 r^2}{f_0^2 - n(r)^2 r^2}}\right) - \frac{\arcsin(A/f_0)}{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}} + \frac{1}{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}} \right]$$

$$+2\sum_{i=1}^{N}k_{i}\left(\arcsin\left(\sqrt{\frac{A^{2}-n(r)^{2}r^{2}}{n_{i}^{2}r_{i-1}^{2}-n(r)^{2}r^{2}}}\right)-\frac{\arcsin(A/n_{i}^{2}r_{i-1}^{2})}{\sqrt{A^{2}-n(r)^{2}r^{2}}}-\frac{1}{\sqrt{A^{2}-n(r)^{2}r^{2}}}-1$$
$$-\arcsin\left(\sqrt{\frac{A^{2}-n(r)^{2}r^{2}}{n_{i}^{2}r_{i}^{2}-n(r)^{2}r^{2}}}\right)+\frac{\arcsin(A/n_{i}^{2}r_{i}^{2})}{\sqrt{A^{2}-n(r)^{2}r^{2}}}\right)\right].$$

2. П – образная форма диаграммы направленности.

Подставляя в формулу (1.7) выражение для ДН моды H_{10} из открытого конца волновода [29], находим угол $\varphi = \psi + \beta$,

$$\varphi(h) = \arcsin(h) + \frac{1}{D_0} \int_0^{\alpha} \frac{\exp(\pi\gamma \cos\alpha)\cos(\pi\gamma \sin\alpha)}{1 - 4\gamma^2 \sin^2\alpha} \cos^2\frac{\alpha}{2} d\alpha = = \arcsin h + \frac{1}{D_0} \int_0^{h} \frac{\exp(\pi\gamma \cos(\arcsin(h/f_0)))\cos(\pi\gamma h/f_0)}{(1 - 4\gamma^2 h^2/f_0^2)\sqrt{f_0^2 - h^2}} \cos^2\frac{\arcsin(h/f_0)}{2} dh.$$
(3.29)

Найденное выражение для $\varphi(h)$ подставляем в формулу (3.26) и находим профиль линзы по формуле (3.27).

В случае n(r)=1 найденное решение переходит в решение для металлической геодезической линзы (3.15), а в случае $n(\rho) = \exp(T)$, где $\rho = rn(\rho)$, $0 \le \rho \le a$,

$$T = \ln\left[1 + \sqrt{1 - \rho^2}\right] - \ln(\rho) + q(\rho, f) - q(\rho, 1) + Q(\rho) - \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{\varphi(h)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}}$$

из формулы (3.26) следует l'(r)=-1 и найденное решение переходит в общее решение для планарной диэлектрической линзы с центральной симметрией (1.4).

3.2.2. Анализ геодезической металлодиэлектрической линзовой антенны

Исследуем три варианта геодезической линзовой антенны диаметром 100 мм, толщиной 3.4 мм с кусочно-линейным профилем плавного перехода, заполненным кусочно-однородным диэлектриком.

Вариант 1. Линзовая антенна с однородным диэлектрическим заполнением и фокусным расстоянием *f*=110 мм, формирующая на выходе плоский фронт. Профиль геодезической линзы, найденный по формулам (3.27), (3.28) и заданная

зависимость коэффициента преломления диэлектрика в линзе и переходе от радиуса показаны на рис. 31а.

Вариант 2. Линзовая антенна с квадратичным законом изменения коэффициента преломления $n(r)=n_0-mr^2$ и фокусом на поверхности, формирующая на выходе плоский фронт. Коэффициент $m=(n_0-1/r_N)/r_N^2$ выбран из условия $n(r_N)=1/r_N$. Для реализации зависимости n(r) от радиуса используем диэлектрическое заполнение линзы в виде набора колец переменной толщины как и в случае градиентной диэлектрической линзы (раздел 1.1). Для нахождения соответствующего закона измения коэффициента заполнения c(r), равного отношению толщины кольца к периоду, используем приближенное выражение (1.9). Профиль геодезической линзы, найденный по формулам (3.27), (3.28) и заданная зависимость коэффициента преломления диэлектрика в линзе и переходе от радиуса показаны на рис. 316. Как видно на рисунке, высота линзы с градиентным диэлектриком существенно ниже, чем с однородным.

3. Линза с однородным диэлектрическим заполнением, фокусом на поверхности, формирующая П-образную ДН. Профиль геодезической линзы, найденный по формулам (3.27), (3.28) и заданная зависимость коэффициента преломления диэлектрика в линзе и переходе от радиуса показаны на рис. 31в.





Рис. 31. Профиль линзы (1) и зависимость коэффициента преломления от радиуса (2): а) линза с однородным диэлектриком и плоским выходным фронтом б) линза с градиентным диэлектриком и плоским выходным фронтом в) линза с однородным диэлектриком и П-образной диаграммой направленности.

Все варианты геодезической металло-диэлектрической линзы исследованы путем численного эксперимента с использованием МКЭ. Линзовая антенна с

однородным диэлектрическим заполнением и плоским выходным фронтом возбуждалась Н-секториальным рупором сечением 83.3х3.4 мм, а линзовые антенны с градиентным диэлектриком и П-образной формой ДН – открытым концом прямоугольного волновода сечением 7.2х3.4 мм. Выход линзы через плавный переход соединен с планарным волноводом, который заканчивается Е-секториальным рупором сечением 100х15 мм.

Результаты моделирования частотной зависимости коэффициента усиления линз с плоским выходным фронтом показаны на рис. 32 Соответствующие частотные зависимости величины КИП приведены на рис. 33. Высокие значения этой величины подтверждают полное использование апертуры металлодиэлектрической антенны, в том числе и в случае заполнения линзы однородным диэлектриком с относительно небольшим коэффициентом преломления.



Рис. 32. Зависимость коэффициента усиления от частоты геодезической линзовой антенны с однородным (1) и градиентным (2) диэлектриком.



Рис. 33. Зависимость величины КИП от частоты геодезической линзовой антенны с однородным (1) и градиентным (2) диэлектриком.



Рис. 34. Диаграммы направленности лучей геодезической линзовой антенны со столообразной формой диаграммой направленности.

На рис. 34 приведены ДН многолучевой линзовой антенны с однородным диэлектрическим заполнением и П-образной формой лучей, которая обеспечивает пересечение соседних лучей на уровне около -1 дБ относительно максимального, а лучей через один – на уровне – 12 дБ.

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- 1. Полученное общее решение задачи синтеза геодезической металлодиэлектрической линзы с центральной симметрией и плавным переходом к планарному волноводу обеспечивает полное использование апертуры.
- 2. Полученное общее решение позволяет синтезировать диаграммы направленности лучей специальной формы.
- 3. В частных случаях полученное общее решение переходит в известные.
ГЛАВА 4. МНОГОЛУЧЕВЫЕ АНТЕННЫ НА ОСНОВЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ

4.1. СИНТЕЗ ТРЕХМЕРНОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ

Рассмотрим многолучевую антенну на основе цилиндрической линзы высотой Н, состоящей из набора слоев, каждый их которых представляет собой осесимметричную геодезическую образованную линзу, металлическими поверхностями, расположенными на расстоянии *d*. Линзы частично заполнены слоем диэлектрика постоянной толщины, одна из поверхностей которого примыкает к металлической поверхности, причем каждая линза содержит оболочку в виде плавного перехода с толщиной диэлектрического заполнения a_1 и центральную часть - с толщиной диэлектрического заполнения *a*₀. В плоскости *Z*= d/2 на окружности радиуса f с центром на оси Z находятся фазовые центры облучателей двух типов (металлических рупоров рис.35а и диэлектрических антенн бегущей волны (рис. 35б), оси которых расположены под углом к этой плоскости. Многослойная геодезическая линза преобразует поля облучателей со сферическим фазовым фронтом в поля с плоским фронтом на выходе линзы.



a)

73



в)



Сечение линзы показано на рис. 35в. Для уменьшения затенения апертуры линзы облучающей системой три нижних слоя линзы далее будут удалены. Задача синтеза состоит в нахождении профилей образующих металлических поверхностей $z_i = f_i(r)$ и значений толщин диэлектрикав оболочках и центральных частях геодезических линз (соответственно, a_1 и a_0). Все размеры далее

нормируются на радиус r_0 цилиндрической линзы, в связи с чем при решении задачи синтеза без ограничения общности будем полагать $r_0=1$.

Для анализа преломления и распространения волны внутри слоев используем приближение геометрической оптики. При падении поля облучателя на поверхность линзы как и в случае многослойной градиентной цилиндрической (глава 2) сферическая волна преломляется гибридным образом ЛИНЗЫ (естественно и вынуждено). Используя для анализа преломления методику, описанную в главе 2, нетрудно свести трехмерную задачу к набору двумерных задач синтеза геодезических линз с центральной симметрией, преобразующих заданный волновой фронт в линейный при условии равенства эйконалов центральных лучей в каждом слое. В главе 3 получено решение задачи синтеза геодезической линзы с диэлектрическим заполнением с центральной симметрией, преобразующей сфрический волновой фронт – в произвольный. В силу принципа взаимности это решение остается справедливым и для задачи преобразования произвольного фронта в сферический или, в предельном случае, в плоский. Однако решение в главе 3 получено при условии полного использования апертуры линзы. В данной задаче это условие нельзя обеспечить, в связи с чем необходимо обобщить решение, полученное выше, на случай неполного использования апертуры.

Используя уравнение луча в геодезической металло-диэлектрической линзе (3.19) и условие центральной симметрии для каждого луча (3.20) можем аналогично тому, как это сделано выше, получить уравнение

$$-\int_{r_{\min}}^{a} \frac{h}{r} \frac{l'(r)dr}{\sqrt{\rho^{2}(r) - h^{2}}} = F(h), 0 \le h \le A, \rho(r) = n_{0}r,$$
(4.1)

где
$$F(h) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin h - \frac{\varphi(h)}{2} - F_a(h), F_a(h) = \Delta \varphi = \int_a^1 \frac{hdr}{r\sqrt{n_1^2 r_i^2 - h^2}},$$

$$A = \sin \psi_0 = \frac{f \sin \varphi_0}{\sqrt{f^2 + 1 - 2f \cos \varphi_0 + H^2}}, \ \varphi_0 = \frac{\pi}{3}.$$

Образующие оболочек геодезических линз, как и выше, зададим в виде линейно-ломаных линий, которые описываются формулами: $z = z_{i-1} + C_i(r - r_{i-1})$, $r_i = r_0 - i\Delta r$, $\Delta r = (r_0 - r_N) / N$, i=1,..., N, $r_N \leq r \leq r_0$, $r_N=a$. Ограничимся случаем N=3. Угол наклона *i*-го участка $\alpha_i = \operatorname{arctg}((z_i - z_{i-1}) / (r_i - r_{i-1}))$ выбираем следующим образом: $\alpha_1 = \alpha/2$, $\alpha_2 = \alpha_1 + 10^0$, $\alpha_3 = \alpha_2 + 20^0$, где $\alpha = \operatorname{arctg}(H / (f - r_0))$ - угол падающего луча на слой, расположенный на высоте H. В этом случае выражение для $\Delta \varphi$ в (4.4) принимает вид

$$\Delta \varphi = \sum_{i=1}^{N} k_i \left(\arcsin \frac{h}{n_i r_i} - \arcsin \frac{h}{n_i r_{i-1}} \right), \ k_i = \sqrt{1 + C_i^2}.$$

В силу того, что функция $\rho(r)=n_0r$ монотонная при $0 \le r \le a$, переменную интегрирования в (4.5) можно заменить на ρ . В результате, получим уравнение

$$-\int_{h}^{A} \frac{h}{r(\rho)} \frac{l'(\rho)d\rho}{\sqrt{\rho^2 - h^2}} = F(h)$$

Разделив обе части последнего уравненияна $\sqrt{h^2 - \rho^2}$, интегрируя их по *h* от ρ до *A* и меняя порядок интегрирования в левой части, получаем

$$-\int_{\rho}^{A} \frac{l'(\rho)d\rho}{r(\rho)} = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^{A} \frac{F(h)dh}{\sqrt{h^{2} - \rho^{2}}}$$

Возвращаясь в левой части к переменной интегрирования *г*и проводя интегрирование правой части, получаем

$$-\int_{r}^{a} \frac{l'(r)dr}{r} = \ln\left[A + \sqrt{A^{2} - \rho^{2}}\right] - \ln(\rho) + q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{f}{A}\right) - q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{1}{A}\right) + 2k_{i}\left(q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_{i}r_{i-1}}{A}\right) - q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_{i}r_{i}}{A}\right)\right) - \frac{1}{\pi}\int_{\rho}^{A} \frac{\phi(\psi)dh}{\sqrt{h^{2} - \rho^{2}}}$$

$$(4.2)$$

где
$$q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{t}{A}\right) = \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{A} \frac{\arcsin(h/t)}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} dh$$
.

Дифференцируя (4.2) по r, находим l'(r)

$$l'(r) = r \frac{d}{dr} \left[\ln \left[A + \sqrt{A^2 - \rho^2} \right] - \ln(\rho) - q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{1}{A} \right) + \sum_{i=1}^{N} 2k_i \left(q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_i r_{i-1}}{A} \right) - q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_i r_i}{A} \right) \right) - \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{A} \frac{\varphi(h)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} \right] = r \frac{d\rho}{dr} \frac{d}{d\rho} \left[\ln \left[A + \sqrt{A^2 - \rho^2} \right] - \ln\rho - q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{1}{A} \right) + \sum_{i=1}^{N} 2k_i \left(q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_i r_{i-1}}{A} \right) - q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_i r_i}{A} \right) \right) - \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{A} \frac{\varphi(h)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} \right] = \frac{1}{\pi} \left[\frac{-\pi n_0^2 r^2}{\sqrt{A^2 - n_0^2 r^2}} - \pi - \arcsin \sqrt{\frac{A^2 - \rho^2}{1 - \rho^2}} - \frac{\arcsin A}{\sqrt{A^2 - \rho^2}} + \sum_{i=1}^{N} 2k_i \left(\arcsin \sqrt{\frac{A^2 - \rho^2}{n_1^2 r_{i-1}^2 - \rho^2}} - \frac{-\frac{\arcsin(A/n_1^2 r_i^2)}{\sqrt{A^2 - \rho^2}} - \frac{\arcsin(A/n_1^2 r_i^2)}{\sqrt{A^2 - \rho^2}} \right) - r^2 n_0^2 \left[\frac{-\varphi(A)}{A\sqrt{A^2 - \rho^2}} + \int_{\rho}^{A} \frac{\varphi'(h)h - \varphi(h)}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} dh \right] \right].$$

$$(4.3)$$

где
$$\rho = n_0 r$$
, $\varphi(h) = \arccos\left(\frac{h^2 + \sqrt{h^4 - h^2 - f^2 h^2 - H^2 h^2 + f^2}}{f}\right)$.

При этом образующая центральной части геодезической линзы определяется уравнением (3.27), а привыборе параметров r_N , n_0 , n_1 необходимо выполнение условия

$$|l'(r)| \ge 1, \ 0 \le r \le a. \tag{4.4}$$

При синтезе линзы с неполным использованием апертуры необходимо, чтобы в каждом случае крайний луч с лучевым параметром h=A удовлетворял условию $\varphi(A) + 2\Delta \varphi + \arcsin A \le \pi$, из которого с учетом выражения

$$\Delta \varphi = \sum_{i=1}^{N} k_i \left(\arcsin\left(\frac{A}{n_1 r_{i-1}}\right) - \arcsin\left(\frac{A}{n_1 r_i}\right) \right),$$

следует

$$a \ge \frac{A}{n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2k_N} - \frac{1}{2k_N} \arcsin A + \frac{1}{k_N} \arcsin \frac{A}{n_1 r_{N-1}} + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{k_i}{k_N} \left(\arcsin \frac{A}{n_1 r_{i-1}} - \arcsin \frac{A}{n_1 r_i}\right) - \frac{\varphi(A)}{2k_N}\right)}.$$
 (4.5)

В качестве примера рассмотрим линзу с фокальнм расстоянием f=2, высотй $H_{\text{max}}=1$. Для величины замедления в центральной части верхней линзы выберем минимальное значение $(n_0=1)$.Тогда из условия касания крайнего луча границы центральной части линзы следует $r_N=a=A/n_0=A=\sin\psi_0$, а наименьшее значение коэффициента преломления в оболочке $n_1=1.2$. Проверка после нахождения l'(r) показывает, что условия (4.9),(4.8) при этом выполнены, а эйконал центрального луча верхнего слоя

$$L_0 = \sqrt{(f-1)^2 + H_{\max}^2} + 2n_0 \int_0^a |l'(r)| dr + \sum_{i=1}^N 2n_1 \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (z_i - z_{i-1})^2} = 3.767.$$

Для нахождения параметров слоев будем использовать следующий алгоритм. Обозначим правую часть неравенства (4.10) $R(n_1)$ и ограничимся случаем строгого равенства в (4.9), так как минимальное значение *a* соответствует наименьшему значению n_1 . С учетом соотношения $A=an_0$ получаем $n_0=A/R(n_1)$, после чего приравниваем эйконал центрального луча слоя эйконалу центрального луча верхнего слоя. В результате, получаем трансцендентное уравнение относительно n_1

$$L = \sqrt{(f-1)^2 + H^2} + 2n_0 \int_0^a |l'(r)| dr + \sum_{i=1}^N 2n_1 \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (z_i - z_{i-1})^2} = L_0, \qquad (4.6)$$

при решении которого проверяем выполнение условия (4.9). В результате получаем набор геодезических линз с различной величиной замедления n_1 , при этом $n_0=A/a$, а величина a - минимальная, удовлетворяющей условию (4.9). Результаты расчета зависимости коэффициента преломления в центральной части линзы и оболочки приведены на рис. 36.



Рис. 36. Зависимости коэффициента замедления в центральной части линзы (1) и в оболочке (2) от высоты слоя

Зная величину коэффициента замедления в оболочке (n_1) и центральной части (n_0) геодезических линз, соответствующие толщины диэлектрических слоев a_0 и a_1 можно найти из дисперсионного уравнения для основной моды плоского металло-диэлектрического волновода [36]

$$\cos(k_z nd) = \cos(\chi_1 a)\cos(\chi_2 b) - \frac{1+\zeta^2}{2\zeta}\sin(\chi_1 a)\sin(\chi_2 b)$$
(4.7)

где $k_z = k_0 \sin \gamma$, $\zeta = \chi_1 \varepsilon_2 / \chi_2 \varepsilon_1$, $\chi_i = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_i \eta_i - k_0^2 n^2 \cos^2 \gamma}$, $i = 1, 2, \gamma = 90^\circ$, *d*-расстояние между металлическими стенками волновода, b = d - a, ε_1 - диэлектрическая проницаемость заполнения, $\varepsilon_2 = 1$.

На рис. 37 показаны зависимости коэффициента заполнения c = a / d слоя частично заполненого полистиролом (ε_1 =2.6) от высоты *H* для центральной части и оболочки линзы.



Рис. 37. Зависимости коэффициента заполнения в центральной части линзы (1) и в оболочке (2) от высоты слоя

Таким образом, мы определили как форму геодезических линз, так и толщину диэлектрического заполнения.

4.2.МНОГОЛУЧЕВАЯ АНТЕННА С ПОЛНЫМ АЗИМУТАЛЬНЫМ УГЛОМ ОБЗОРА

Рассмотрим многолучевую антенну на основе многослойной цилиндрической линзы радиусом $r_0 = 50$ мм и фокальным расстоянием f = 100 мм, каждый слой которой выполнен в виде геодезической линзы толщиной d= 2мм, частично заполненной слоем полистирола.

Диэлектрические (рис.38а) с и металлические рупорные (рис.38б) облучатели с входным сечением 7,2 х 3,4 мм расположены вдоль радиальной координаты под углом 22.5 градусов к горизонтальной плоскости. Апертура металлических облучателей (рис.38б) равна 38.8х14 мм, возбуждающих рупоров диэлектрических облучателей – 15х7.2 мм (рис.38б) , длина выступающей части диэлектрических стержней – 24 мм.



Рис. 38. Металло-диэлектрические (а) и металлические (б) рупорные облучатели

На рис. 39 и рис.40 показаны результаты расчета с использованием МКЭ ДН в *E* и *H* плоскости однолучевой линзовой антенны из 20 слоев на трех частотах с одним диэлектрическим и металлическим облучателем, соответственно.

ДН трех соседних лучей в Н-плоскости многолучевой антенны с 43 диэлектрическими и 31 металлическими облучателем на частоте 30 ГГц показаны, соответственно, на рис. 41а и 41б.

Частотные зависимости коэффициента усиления и величины КИП однолучевой и многолучевой антенн показаны на рис.42,43, соответственно.



Рис. 39. Диаграммы направленности однолучевой линзовой антенны (с одним диэлектрическим облучателем) на частотах 27 (1), 30 (2), 33 (3) ГГц в виде металло- облучателя: а) *E* – плоскость б) *H* – плоскость





Рис. 40. Диаграммы направленности однолучевой линзовой антенны (с одним металлическим облучателем) на частотах 27 (1), 30 (2), 33 (3) ГГц в виде облучателя: а) *E* – плоскость б) *H* – плоскость



Рис.41. Диаграммы направленности трех лучей линзовой антенны с 43 диэлектрическими облучателями (а) и 31 металлическим облучателем (б)





Рис. 42. Зависимость коэффициента усиления от частоты с диэлектрическим (а) и металлическим облучателем: однолучевая антенна (1), многолучевая антенна (2)





Рис. 43. Зависимость коэффициентаиспользования поверхности от частотылинзовой антенны с диэлектрическим (а) и металическим (б) облучателем:однолучевая антенна (1), многолучевая антенна (2).

Как видно на рисунках, имеется небольшие отличия величин КУ и КИП однолучевых и многолучевых антенн, что говорит о слабом влиянии рассеяния на облучающей системе на характеристики излучения антенн, особенно в случае металлических облучателей. Однако уровень пересечения диаграмм направленности соседних лучей (рис. 43) в случае металлических облучателей (9дБ) существенно ниже, чем в случае металло-диэлектрических облучателей (6 дБ).

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- 1. Многослойная металло-диэлектрическая геодезическая линза может быть использована в качестве фокусирующего устройства широкополосных многолучевых антенн с полным азимутальным углом обзора.
- 2. Несмотря на неполное использование апретуры, КИП многолучевых антенн с двумя типами облучателей во всей исследованной полосе частот превышает величину 0.55.
- 3. Несмотря на отсутствие прямого затенения апертуры заполнение всей круговой фокальной линии облучателями незначительно ухудшает характеристики излучения многолучевой антенны,.
- Поскольку рассеяние на облучающей системой связано с дифракционными эффектами, следует ожидать его уменьшения при увеличения электрического размера линзы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие основные результаты:

- Получено решение задачи синтеза градиентной диэлектрической линзы с центральной симметрией оболочкой, произвольным выходным фронтом и положением фокуса.
- 2. Получено решение задачи синтеза цилиндрической многослойной градиентной металлодиэлектрической линзы с осевой симметрией.
- 3. Получено решение задачи синтеза металлических и металлодиэлектрических геодезических линз с осевой симметрией и плавным переходом, оболочкой, произвольным выходным фронтом и положением фокуса.
- 4. Получено решение задачи синтеза цилиндрической многослойной металлодиэлектрической геодезической линзы с осевой симметрией.
- Разработана и исследована многолучевая антенна на основе градиентной многослойной цилиндрической металлодиэлектрической линзы с полным азимутальным углом обзора.
- Разработана и исследована многолучевая антенна на основе геодезической многослойной цилиндрической металлодиэлектрической линзы с полным азимутальным углом обзора.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [37 - 42].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Bingyue Qu, Sen Yan, Anxue Zhang, Fu Wang, and Zhuo Xu. 3-D Printed Cylindrical Luneburg Lens for Dual Polarization // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2021, vol. 20, no. 6, pp.878-882.
- Voigtlaender K., Wagner K. Multi-Beam Automobile Radar System // US Pat. № 6 043 772. Publ. Mar. 28, 2000.
- Jay Guo Y., Ansari M., Ziolkowski R.W., Fonseca N.J.G. Quasi-Optical Multi-Beam Antenna Technologies for 5G and 6G mm Wave and THz Networks: A Review // IEEE Open J. Antennas and Propagation. 2021. V.2. P.807.
- Denisov D.V., Shabunin S.N., Kusaykin D.V., Klevakin M.A. Base Station Multibeam Antennafor 5G Network Based on the Lunenburg Lens Structure // IEEE 15th Int. Conf. Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE). Novosibirsk, Russia, 2021. P.260.
- 5. Захаров Е.В., Ильинский А.С., Медведев Ю.В. и др. Гибридные диэлектрические линзовые антенны средств связи сантиметрового и миллиметрового диапазонов. Обзор // Журнал радиоэлектроники [электрон. журн.]. 2020. №2. http://jre.cplire.ru/jre/feb20/3/text.pdf.
- 6. Luneburg R.K. Mathematical Theory of Optics. Providence: Brown Univ. 1944.
- Gutman A.S. Modified Luneberg Lens // J. Appl. Phys. 1954. № 7. V. 25. P. 855.
- 8. Зелкин Е.Г., Петрова Р.А.Линзовые антенны. М.: Сов. радио, 1974.
- Kay A.F. Spherically Symmetric Lenses // Trans. IRE. 1959. V. AP-7. № 1. P.
 32.
- 10.Morgan S.P. General Solution of the Luneberg Lens Problem // J. Appl. Phys.1958. V. 19. № 9. P. 1358.
- 11.Калошин В.А., Щербенков В.Я. Обобщение задачи Люнеберга для анизотропной среды // РЭ. 1973. Т. 18.№ 1. С. 26.

89

- Ruiz-Garcia J., Martini E., Giovampaola C.D. et al. Reflecting Luneburg Lens: Analytical Solution and Applications // IEEE Trans. 2021. V. AP-69. № 7. P. 3924.
- 13. Myers S.B. // J. Appl. Phys. 1947. V. 18. № 2. P. 221.
- 14. Rinehart R.F. A solution of the problem of rapid scanning for radar antennas // J. Appl. Phys. 1948. V. 19. № 9. P. 860.
- Rinehart R.F. A family of designs for rapid scanning radar antennas. Proc. IRE.
 1952.V. 40. № 6. P. 686.
- 16. Kunz K.S. Propagation of microwaves between a parallel pair of doubly curved conducting surfaces // J. Appl. Phys. 1954. V. 25. № 5. P. 642.
- 17. Toraldo di Francia G. A family of perfect configuration lenses of resolution // Optica Acta. 1955. V. 1. № 4. P.157.
- Spiller E., Harper J.S. High Resolution Lenses for Optical Waveguides // Appl. Opt. 1974. V. 13. № 9.P. 2105.
- 19. Wood V. E. Effects of Edge-Rounding on Geodesic Lenses // Appl. Opt. 1976.
 V. 15. № 11. P. 2817.
- 20. Southwell W.H. Index profiles for generalized Luneburg lenses and their use in planar optical waveguides // J. Opt. Soc. Amer. 1977. V. 67. № 10. P. 1293.
- 21. Kassai D., Marom E. Aberration-corrected rounded-edge geodesic lenses // J. Opt. Soc. Amer. 1979.V. 69.№ 9. P. 1242.
- 22. Jiang W.Y., Dubois G.R., Ristic V.M. Geodesic lenses for integrated optics. Can. Elec. Eng. // J. 1984. V. 9. P. 160.
- 23. Sottini S., Russo V., Righini G.C. General solution of the problem of perfect geodesic lenses for integrated optics // J. Opt. Soc. Amer.1979. V. 69. № 9. P.1248.
- 24. Sottini S., Giorgetti E. Theoretical analysis of a new family of geodesic lenses //J. Opt. Soc. Amer. A. 1987.V. 4. № 2. P. 346.
- 25. Sochacki J. Perfect geodesic lens designing // Appl. Optics. 1986. V. 25. № 2.
 P. 235.

- 26. Huang M. A Compact Broadband Switched Beam Antenna with 360⁰ Multibeam Scanning/Omnidirectional Coverage // IEEE Intern. Symp. on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Sci. Meeting. San Diego (USA), 2017. P.779.
- 27. www.matsing.com
- 28. Забрейко П.П., Кошелев А.И., Красносельский М.А. и др. Интегральные уравнения. М.: Наука, 1968.
- 29. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. М.: Сов. радио, 1966.
- 30. Калошин В.А. Метод ключевых задач в асимптотической теории волноведущих и излучающих систем с кромками. Дисс.соиск. док.физ.мат. наук. М. ИРЭ АН СССР. 1989.
- 31. Ахияров B.B., Калошин B.A., Никитин E.A. Исследование широкополосных планарных ЛИНЗ Люнебурга // Журнал 2014. электрон. журн.] №1. радиоэлектроники. http://jre.cplire.ru/jre/jan14/18/text.pdf.
- 32. Калошин В.А., Стоянов С.В. Замедляющие свойства слоистых диэлектрических структур // РЭ. 1989. Т. 35. № 12. С. 2640.
- 33. Калошин В.А., Ви Ут Нам. Синтез бифокальных зеркально-линзовых цилиндрических систем с минимальными аберрациями // РЭ. 2022. Т. 67. № 3. С. 249.
- 34. Мохов О.И. Классическая дифференциальная геометрия, Курс лекций, МГУ им. М.В.Ломоносова. https://teach_in.ru>differential-geometry-M.pdf.
- 35. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. М.: Высш. школа, 1988.
- 36. Мальцев В. П., Нефедов Е.И., Шевченко В.В. // Изв.вузов. Радиофизика 1969. Т.12. №12. С.1855.
- 37. Венецкий А.С., Калошин В.А., Чан Тиен Тханг. Исследование геодезических линз с плавным переходом. РЭ. 2022. Т. Т.67. №5. С. 447-453.

- З8. Венецкий А.С., Калошин В.А., Чан Тиен Тханг. Общее решение задачи синтеза градиентной линзы с центральной симметрией. РЭ. 2022. Т. Т.67. №8. С. 754-760.
- 39.Venetskiy A. S, Kaloshin V.A, Tran T. T., Layered Gradient Cylindrical Lens with Axial Symmetry. 2022 IEEE 8th All-Russian Microwave Conference (RMC). Moscow. Nov. 2022. DOI: 10.1109/RMC55984.2022.10079354.
- 40. Венецкий А.С., Калошин В.А., Чан Тиен Тханг. Общее решение задачи синтеза геодезической линзы с центральной симметрией и диэлектрическим заполнением. РЭ. 2023. Т.68. №5. С. 417-423.
- 41. Венецкий А.С., Калошин В.А., Чан Тиен Тханг. Многолучевая антенна с полным азимутальным углом обзора на основе слоистой металлодиэлектрической цилиндрической линзы. РЭ. 2023. Т.68. №6. С.579-586.
- 42. Венецкий А.С., Калошин В.А., Чан Тиен Тханг. Многолучевая антенна с полным азимутальным углом обзора на основе многослойной геодезической линзы с осевой симметрией. Журнал радиоэлектроники. [электрон. журн.] 2023. №7. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.7.2