

На правах рукописи



Сысоев Илья Вячеславович

**Специализированные подходы к реконструкции
ансамблей сложных колебательных систем по
временным рядам**

01.04.03 – Радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Саратов – 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского» и Саратовском филиале Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова Российской академии наук.

Научный консультант: **Пономаренко** Владимир Иванович,
доктор физико-математических наук,
профессор

Официальные оппоненты: **Глызин** Сергей Дмитриевич,
доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой компьютерных сетей
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный университет имени П.Г. Демидова»

Иванченко Михаил Васильевич,
доктор физико-математических наук, и.о. зав. кафедрой прикладной математики ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Полежаев Андрей Александрович
доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Лаборатории нелинейной динамики и теоретической биофизики ФГБУН Физического института им. П. Н. Лебедева Российской академии наук

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук»

Защита состоится 24 мая 2019 г. в 10 часов на заседании диссертационного совета Д 002.231.02 на базе ФГБУН Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова Российской академии наук (ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН) по адресу: 125009, Москва, ул. Моховая 11, корп. 7.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН и на сайте: <http://cplire.ru/rus/dissertations/Sysoev/index.html>.

Автореферат разослан «_____» _____ 2019 г.

Учёный секретарь диссертационного совета,
кандидат физ.-мат. наук



Копылов
Юрий Леонидович

Общая характеристика работы

Актуальность темы работы. Многие эффекты в реальных системах различной природы: радиофизических, климатических, нейрофизиологических обусловлены наличием и изменением во времени сложных связей между элементами этих систем. Информация о связях отражена в поведении этих систем во времени. Как правило, при исследовании сложных объектов доступны именно временные ряды в виде дискретных последовательностей одной или нескольких физических величин, а структура взаимодействия не может быть детектирована непосредственно. Поэтому важно и актуально развивать подходы к реконструкции связей между элементами сложных систем по временным рядам. Эти подходы могут быть полезны в задачах управления, прогнозирования поведения, диагностики и контроля, а также синтеза систем с заранее заданными свойствами. Существуют несколько областей науки, где методы радиофизики и нелинейной динамики широко используются для анализа сложных систем в настоящее время. В частности, в климатологии стоит задача выявления силы и характера взаимодействий между колебательными процессами в атмосфере и океане в разных областях земного шара и их влияния на погоду, в нейрофизиологии — задача выявления взаимодействий между областями мозга, генерирующими колебательные электрические сигналы. Одним из самых распространённых заболеваний, к которому ведёт нарушение структуры связей, является эпилепсия. В этих и ряде других случаев общим является подход, основанный на фундаментальных достижениях радиофизики и нелинейной динамики, состоящий в том, что элементы изучаемой сложной системы представляются в виде связанных осцилляторов, а взаимодействие отдельных узлов сети оценивается по временным рядам наблюдаемых.

Разработка научных основ и принципов активной и пассивной дистанционной диагностики окружающей среды, основанных на современных методах решения обратных задач — одна из фундаментальных задач радиофизики. В общем случае обратные задачи некорректны и не имеют решения. Но если ограничиться определённым, довольно узким классом систем и дополнительно привлечь априорную информацию, полученные частные решения могут иметь большое практическое значение. Например, реконструкция связей может быть полезна для выявления очага или источника аномальной активности в сети, например, деформации строительных конструкций в сети датчиков напряжения, зародыша урагана или эпилептического фокуса, а также для диагностики изменений в распределении источников, их перемещения и группировки. При достаточной дополнительной информации об объекте помимо выводов о силе и направлениях связей в системе можно также получить информацию о свойствах индивидуальных элементов: их нелинейности, инерционности, временах запаздывания и иных свойствах. Таким образом, методы реконструкции сложных сетей колебательных элементов могут быть использованы не только для оценки связей между элементами, но и для косвенной оценки параметров от-

дельных подсистем, что в свою очередь может использоваться для кодирования информации, детектирования вышедших из строя и подлежащих замене узлов и элементов, перестройки сети в случае её расширения.

В настоящее время существует значительное число подходов к оценке связанности, которые условно можно разделить на два класса. К первому относят методы, ставящие себе целью только детектирование наличия связей между элементами и, возможно, характеристику силы взаимодействия, но не претендующие на сколько-нибудь точное воспроизведение индивидуальных свойств подсистем. При этом используются только самые общие представления о природе узлов. К ним относятся: метод причинности по Грейнджеру [1], его нелинейные обобщения с использованием различных базисных функций [2, 3], с разрешением по времени [4] и по частоте [5]; энтропия переноса [6], которая может быть сведена к методу причинности по Грейнджеру для очень простых шумовых процессов [7], но в общем случае даёт отличные от него оценки; частная направленная когерентность [8]; ряд более простых мер, указывающих на ненаправленную связанность, похожесть или синхронность систем, например, функция взаимной информации [9] или разные нелинейные коэффициенты корреляции [10]. Все эти подходы получили большое распространение в прикладных областях, в том числе в климатологии [11], экономике [12], нейрофизиологии [13]. Поскольку элементы сложных систем в этих предметных областях сами по себе очень сложны или плохо формализованы, поэтому записать для них уравнения из общих принципов, пусть даже с неизвестными нелинейными функциями и параметрами, не представляется возможным. Минус такого подхода в том, что малый учёт априорной и дополнительной информации об объекте может часто приводить к ложно положительным (плохая специфичность, см., например, [14]) или ложно отрицательным (плохая чувствительность, см., например, [7]) выводам о связанности. Поэтому в реальности он требует существенного доопределения, основанного на учёте специфики наблюдаемых сигналов и априорных свойств изучаемых систем.

В случае рассмотрения задач радиотехники записать уравнения для элементов связанных систем, как правило, хотя бы приблизительно возможно на основе законов Кирхгофа; в том числе для ряда известных систем таких, как кольцевые генераторы с запаздывающей обратной связью [15] (ГЗОС), генератор на туннельном диоде [16], генератор с инерционной нелинейностью [17], генератор с инерционным запаздыванием первого порядка [18], системы фазовой автоподстройки [19], система Чуа [20], периодически возбуждаемая LR-диод цепь [21]. В таком случае может быть использован альтернативный подход, основанный на том, что фактически восстанавливаются уравнения каждого отдельного элемента как неавтономной системы под воздействием других. Такой подход был предложен впервые для реконструкции отдельных неавтономных осцилляторов в [22] и для реконструкции двух связанных систем с запаздыванием в [23], а в последнее время получил распространение и на ансамбли осцилляторов без запаздывания [24]. Однако он требует значительных априорных знаний

об элементах и специфике связей и часто также прибегает к параметризации. Это не всегда оправдано и ведёт к потере грубости и устойчивости результатов при малых вариациях параметров исходных систем и при наличии различных помех, в том числе высокочастотных шумов, низкочастотных помех и общего внешнего воздействия.

Объекты исследования. Объекты исследования в данной работе — сети сложно организованных систем различной природы, в том числе сети радиотехнических генераторов периодических и хаотических колебаний с запаздыванием и без запаздывания и их математические модели, а также сети нейронов в ряде структур мозга, в том числе ответственные за генерацию эпилептиформной активности, и их математические модели — ансамбли нейроосцилляторов различного порядка.

Объекты исследования объединены в работе главным образом общностью радиофизических методов, которые к ним применяются, и общностью их математических моделей, а не принадлежностью к конкретной предметной области, что в принципе свойственно теории колебаний [25]. В то же время большинство рассматриваемых объектов непосредственно относятся к задачам радиотехники или представляют собою математические модели классических систем радиофизики или их обобщения, в частности это ГЗОС, осцилляторы ван дер Поля и Рэлея, генераторы Кияшко–Пиковского–Рабиновича, [16], Анищенко–Астахова [17] и Дмитриева–Кислова [18].

Таким образом, тематика работы полностью соответствует паспорту специальности 01.04.03 «радиофизика», согласно которому радиофизика занимается изучением общих закономерностей генерации, передачи, приёма, регистрации и анализа колебаний и волн различной физической природы, их применением в фундаментальных и прикладных исследованиях. Также в паспорте специальности указано, что общность изучаемых радиофизических закономерностей излучения, распространения, взаимодействия и трансформации колебаний и волн позволяет включить радиофизические методы как универсальное средство исследования окружающей среды на самых различных уровнях.

Цель и задачи исследования. Целью данной работы является разработка и адаптация к специфике экспериментальных данных набора методов реконструкции связей в сложных сетях взаимодействующих колебательных элементов по временным рядам их колебаний. Рассматриваются данные прежде всего радиотехнической и нейрофизиологической природы от систем, могущих описываться дифференциальными уравнениями различного типа и порядка, а также не имеющие построенных из первых принципов хорошо зарекомендовавших себя моделей. В рамках поставленной цели проводится проверка и оптимизация чувствительности и специфичности этих методов и их адаптация на случай существенных искажений экспериментальных сигналов шумами измерения, внешними низкочастотными помехами и воздействием общих источников.

Для достижения цели были решены следующие задачи:

1. Разработка двух методов реконструкции ансамблей осцилляторов с запаздыванием первого порядка по векторным временным рядам колебаний всех элементов ансамбля, позволяющих определить все реально существующие связи, времена запаздывания и параметры инерционности всех элементов ансамбля и таблично восстановить их нелинейные функции.
2. Апробация этих методов в радиофизическом эксперименте при различном числе связей и элементов ансамбля.
3. Разработка методов реконструкции неавтономных систем с запаздыванием при периодическом воздействии и в случае, если известны уравнения воздействующей системы.
4. Разработка подхода к реконструкции ансамблей нейроосцилляторов, описываемых уравнениями первого порядка и связанных сигмоидными функциями связи, позволяющего восстановить систему связей, а также нелинейные функции отдельных элементов, в том числе при наличии шума наблюдений.
5. Разработка подхода к реконструкции ансамблей обобщённых осцилляторов ван дер Поля, включая случай осцилляторов Рэля и Бонхёффера–ван дер Поля по временным рядам первой координаты всех элементов ансамбля, в том числе при нелинейной функции связей и нелинейной функции диссипации.
6. Разработка критериев и анализ чувствительности и специфичности метода нелинейной причинности по Грейнджеру для детектирования связанности по сигналам с явно выраженным временным масштабом.
7. Сопоставление различных функций при построении эмпирических прогнозных моделей для реализации метода причинности по Грейнджеру, включая линейные, кусочно-линейные и полиномиальные.
8. Сопоставление различных подходов к генерации суррогатных временных рядов для тестирования значимости результатов при оценке связанности методом нелинейной причинности по Грейнджеру.
9. Исследование влияния шумов измерений, общей низкочастотной помехи и опосредованных связей на результаты оценки связанности методом причинности по Грейнджеру и выработка рекомендаций по снижению влияния этих негативных факторов на чувствительность и специфичность метода.
10. Исследование возможности детектирования временных изменений в структуре связей методом нелинейной причинности по Грейнджеру в скользящем временном окне.

11. Разработка специализированной структуры эмпирических моделей для анализа связей методом причинности по Грейнджеру по экспериментальным сигналам локальных потенциалов мозга при абсансной эпилепсии.
12. Выявление изменений в структуре связей в мозге крыс–моделей абсансной эпилепсии методом нелинейной причинности по Грейнджеру с использованием построенной ранее специализированной модели и сопоставление с результатами анализа с помощью линейного метода причинности по Грейнджеру и других подходов к анализу связанности.

Использованные методы, подходы, модели. В работе использованы следующие основные идеи, методики и подходы, известные в литературе.

1. При разработке методов реконструкции ансамблей систем с запаздыванием, нейроосцилляторов и обобщённых осцилляторов ван дер Поля для уменьшения числа параметров модели при аппроксимации нелинейной функции была использована ранее высказанная идея [26] о построении целевой функции на основе длины аппроксимированной нелинейной функции отдельного элемента ансамбля на интервале значений аргумента, доступном в эксперименте.
2. Линейный метод наименьших квадратов был использован для реконструкции параметров связей и инерционности в ансамблях осцилляторов с запаздыванием, для оценки коэффициентов связей в сетях нейроосцилляторов, для оценки коэффициентов эмпирических моделей при использовании метода причинности по Грейнджеру.
3. Метод Левенберга–Марквардта (нелинейный метод наименьших квадратов) был использован для реконструкции неавтономных систем с запаздыванием и при реконструкции ансамблей нейроосцилляторов, для которых сигмоидальная функция связи считалась неизвестной.
4. Модифицированная для дискретного шага версия метода градиентного спуска использовалась для поиска времён запаздывания для реконструкции времён запаздывания в ансамблях нейроосцилляторов с задержанными связями.
5. Для реконструкции вектора состояния при построении моделей использовались метод задержек [27] с неравномерным вложением [28] и метод последовательного дифференцирования [29].
6. Метод причинности по Грейнджеру в виде, предложенном в [7], анализировался на чувствительность и специфичность и был взят за основу для разработки адаптированного к нейрофизиологическим данным метода переменной во времени нелинейной причинности по Грейнджеру.

7. Был использован и проанализирован ряд методов генерации суррогатных временных рядов, изложенных в [30].
8. Статистические критерии Шварца [31] и Фишера для оптимизации структуры моделей.
9. Статистический тест Стьюдента для среднего применялся к показателю улучшения прогноза (основная метрика метода причинности по Грейнджеру) для оценки изменений в связанности во времени.
10. Широко был использован спектральный анализ, в ряде случаев была использована фильтрация диапазона (режектор) для уменьшения последствий искажений от узкополосных помех, а также фильтр Савицки-Голэя для численной оценки производных и борьбы с шумами измерений.

Кроме того, для тестирования методов было использовано большое число классических моделей радиофизики и нелинейной динамики, в частности:

- генератор с запаздывающей обратной связью, его радиотехническая реализация и математическая модель;
- модели генераторов Кислова–Дмитриева с 1,5 степенями свободы, Кияшко–Пиковского–Рабиновича, Анищенко–Астахова;
- осцилляторы ван дер Поля, Рэля, Бонхёффера–ван дер Поля (модель нейрона ФитцХью–Нагумо);
- системы Рёсслера и Лоренца.

Научная новизна. Научная новизна работы заключается в следующем.

1. Предложенные подходы к реконструкции ансамблей осцилляторов с запаздыванием являются новыми и не имеют прямых аналогов в литературе, хотя и опираются на ряд ранее известных подходов, в том числе на идею табличного восстановления нелинейной функции и построения на основе длины её описания целевой функции.
2. Впервые продемонстрирована возможность реконструкции уравнений неавтономного осциллятора с запаздывающей обратной связью по его скалярному временному ряду при отсутствии сигнала внешнего воздействия, но при наличии априорной информации об этом сигнале.
3. Предложенные подходы к реконструкции нейроосцилляторов и обобщённых осцилляторов ван дер Поля опираются главным образом на предложенные в работе методы реконструкции ансамблей осцилляторов с запаздыванием, но вносят значительную новизну, включая аппроксимацию

нелинейной функции связи сигмоидою и реконструкцию всех времён запаздывания в связях, а также реконструкцию функции диссипации. Они имеют ряд аналогичных методов в литературе [24], но превосходят их тем, что требуют меньших априорных знаний как о структуре связей, так и об уравнениях для описания отдельных элементов.

4. Предложенный метод нелинейной переменной во времени причинности по Грейнджеру является оригинальным сочетанием ряда известных подходов: метода нелинейной причинности по Грейнджеру с полиномиальными моделями общего вида [7], метода линейной переменной во времени причинности по Грейнджеру [4] и модели специальной формы, разработанной в рамках данного исследования и использующей идею неравномерного вложения [28]. Его высокие чувствительность и специфичность не могут быть достигнуты без использования любого из этих подходов.
5. Предложена методика тестирования метода причинности по Грейнджеру для широкого диапазона связей.
6. Впервые обнаружено специфическое влияние шума наблюдений на результаты расчёта улучшения прогноза, приводящие к его росту с ростом уровня шума в некотором диапазоне.
7. Впервые проведено систематическое сопоставление результатов тестирования на значимость выводов о связанности линейным и нелинейным методом причинности по Грейнджеру при использовании различных подходов к генерации суррогатных данных, в том числе в режимах, характеризующихся очень высоким (до 0,95) коэффициентом фазовой когерентности.
8. Впервые сформулированы рекомендации к практическому применению и определены ограничения для метода причинности по Грейнджеру, применяемого в коротком (4–16 характерных периодов колебаний) временном окне для определения эволюции структуры связей.
9. Предложен алгоритм различения прямых и опосредованных связей в сетях из трёх связанных систем, основанный на идее условной причинности по Грейнджеру, но состоящий из трёх отдельных тестов.
10. Впервые показано на большой выборке данных, что использование нелинейной причинности по Грейнджеру может дать существенно большую информацию об изменениях связанности в нейрофизиологической системе при различных патологиях: абсансной и лимбической формах эпилепсии и детском церебральном параличе, чем это позволяет линейная причинность или иные существующие методы.

Достоверность полученных результатов. Основной способ проверки научных результатов — их воспроизводимость. Работы, опубликованные по материалам диссертации, содержат все необходимые сведения для повторения их другими исследователями, а ряд измерений и расчётов были повторены несколькими авторами публикаций по теме диссертации независимо друг от друга для проверки достоверности. Все расчёты, проведённые в рамках работы, согласуются с известными в литературе результатами, в том числе и количественно, когда такое сравнение возможно. Выводы работы подкрепляются тем, что они сделаны на общетеоретическом базисе радиофизики и нелинейной динамики и сопровождаются оценкой значимости с использованием хорошо зарекомендовавших себя статистических критериев.

Научно-практическая значимость работы. Результаты работы имеют практическую направленность. В частности, они могут быть непосредственно использованы в радиотехнике и электронике для динамического определения взаимодействий в сетях маломощных передатчиков–генераторов, а также в нейрофизиологии для анализа экспериментальных сигналов локальных потенциалов мозга и сигналов поверхностных электроэнцефалограмм при изучении различных патологий: эпилепсий, детского церебрального паралича, болезни Паркинсона, а также при изучении процессов нормального функционирования мозга во сне и во время бодрствования. Ценность разработанных подходов состоит в том, что они имеют существенно лучшие чувствительность (дают меньше ложно отрицательных результатов) и специфичность (дают меньше ложно положительных результатов), чем большинство известных методов и при этом более низкие требования к объёму экспериментальной выборки.

Вместе с тем, результаты имеют также общетеоретическое значение (как и многие результаты теории колебаний и волн), поскольку ряд разработанных методов реконструкции ансамблей, а также модификации метода причинности по Грейнджеру, предложенные в работе, и сформулированные в ней рекомендации по его применению могут быть использованы при анализе сигналов любой природы: радиофизических, климатических, нейрофизиологических и других.

Апробация результатов исследования. Результаты работы были доложены на следующих всероссийских и международных конференциях диссертантом лично:

- International Conference “Nonlinear Dynamics of Deterministic and Stochastic Systems: Unraveling Complexity”, Saratov, 2014;
- 7th Crimean School and Workshop “Emergent Dynamics of Oscillatory Networks”, Crimea, 2012;
- “Nonlinear Dynamics on Networks”, Kiev, 2010;
- 6th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, 2013, Istanbul, Turkey;

- “Saratov Fall Meeting”, Saratov, 2014, 2015, 2016;
- 5th annual International Conference–School “Dynamics, Bifurcations, and Chaos”, Nizhny Novgorod, 2018;
- IX, X и XI международные школы–конференции «Хаотически автоколебания и образование структур», Саратов, 2010, 2013, 2016;
- 15, 16 и 17 Всероссийские научные школы «Нелинейные волны — 2010, 2012, 2016», Нижний Новгород;
- Всероссийская научная школа-конференция «Нелинейные колебания механических систем», Нижний Новгород, 2008;
- Научные школы «Нанофотоника, наноэлектроника, нелинейная физика — 2007–2018», Саратов;
- Второй всероссийский семинар памяти профессора Ю.П. Волкова «Современные проблемы биофизики, генетики, электроники и приборостроения», Саратов, 2015.
- 55-ая ежегодная конференция МФТИ, Долгопрудный, 2012.

Также диссертант выступал с результатами работы на научных семинарах в Институте физики и астрономии Потсдамского университета в январе и октябре 2017 года по приглашению проф. А.С. Пиковского (всего дважды), научных семинарах Дондерс Института Радбоуд университета Неймегена (Нидерланды) по приглашению проф. Жилия ван Луйтелаара в 2013, 2014, 2015 и 2017 годах (четырежды), на научных семинарах Института физиологии I Вестфальского университета имени Кайзера Вильгельма в Мюнстере в сентябре–ноябре 2017 (трижды), на научных семинарах СФ ИРЭ имени В.А. Котельникова РАН (более 20 раз).

Гранты научных фондов. Исследования, вошедшие в данную диссертационную работу, были поддержаны следующими научными фондами:

- Российский научный фонд, проект «Идентификация структуры взаимодействий и собственных параметров элементов в сетях со сложной динамикой по временным рядам» 14-12-00291 на 2014–2016 гг. и его продление на 2017–2018 гг. (основной исполнитель).
- Российский фонд фундаментальных исследований, проект № 16-34-00203 «Диагностика изменений в структуре связей между отделами головного мозга при абсансной эпилепсии по сигналам электроэнцефалограмм», 2016 г. (руководитель).

- Стипендия президента РФ, проект СП-1510.2015.4 «Оценка эффективности лечебных воздействий на основе анализа связей между областями головного мозга человека и животных», 2015–2017 гг., руководитель.
- Российский фонд фундаментальных исследований, гранты №10-02-00980, №11-02-00377, №12-02-00377, №13-02-00227, №14-02-00492, №15-02-03061, №16-02-00091, №17-02-00307 — исполнитель.
- Целевая программа «Развитие научного потенциала высшей школы», 2009–2011 годы, проект № 2.1.1/1738, исполнитель.

Личный вклад автора. Все основные результаты работы получены непосредственно автором либо под его руководством. Автор принимал участие в написании всех статей по теме диссертации и постановке задачи всех исследований. Значительное число результатов было получено совместно с учениками диссертанта: М.В. Корниловым и М.В. Сысоевой, защитившими кандидатские диссертации под руководством автора данной работы, Т.М. Медведевой, Ф.Б. Парамоновым, С.А. Старцевою, П.И. Наконечным — дипломниками автора диссертации. Кроме них значительный вклад в работу на разных стадиях и в разном качестве внесли профессор В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров, Б.П. Безручко, Ж. ван Луйтелаар, др. Е.Ю. Ситникова, др. К.М. ван Рейн, доценты Т.В. Диканев и Д.Д. Кульминский.

Публикации по теме работы. Результаты диссертации опубликованы в 24 статьях в рецензируемых журналах из списка ВАК, 13 из которых индексируются в базе данных Web of Science и 16 — в базе данных SCOPUS, а также в двух трудах конференций, индексируемых Web of Science и SCOPUS. Общий объём опубликованных по теме диссертации работ составил 267 мп. стр., в том числе в журналах из перечня ВАК — 253 мп. стр.

Положения, выносимые на защиту.

1. Для ансамблей осцилляторов, описываемых дифференциальными уравнениями первого порядка с запаздыванием, по зашумлённым векторным временным рядам колебаний всех элементов возможно восстановить систему связей, используя для выявления лишних связей статистический критерий Фишера или кластеризацию модулей коэффициентов связи методом K -средних, все параметры инерционности и времена запаздывания, а также таблично оценить собственные нелинейные функции, для чего были разработаны два новых метода, апробированных в численном и радиофизическом эксперименте.
2. При реконструкции обыкновенных дифференциальных уравнений связанных осцилляторов первого или второго порядка по векторному временному ряду, содержащему только одну компоненту для каждого осциллятора, использование целевой функции, основанной на длине аппроксимации

одной из нелинейных функций отдельного элемента на отрезке, соответствующем диапазону наблюдения, значительно повышает сходимость и устойчивость к шумам и снижает требования к объёму априорной информации об объекте.

3. При оценке связанности методом причинности по Грейнджеру использование моделей с полиномиальными и кусочно линейными базисными функциями, структура которых не учитывает основной временной масштаб колебаний, ведёт к появлению большого числа ложно положительных выводов о связанности: выводов о наличии двунаправленной связанности там, где в действительности имеется только однонаправленная, и о наличии связанности в случае, когда несвязанные системы демонстрируют колебания с близкими (относительная разница в 3%–10%) собственными частотами; в то же время, при учёте основного временного масштаба для выбора дальности прогноза и лага вложения при реконструкции вектора состояния оказывается возможно различить направление связи даже для связанных систем с большим (до 0.95) коэффициентом фазовой когерентности.
4. С помощью выбора структуры эмпирических прогностических моделей, включая выбор размерности, лага вложения для реконструкции вектора состояния по скалярным временным рядам, вида нелинейных функций, используя условную причинность по Грейнджеру, а также суррогатные временные ряды для тестирования значимости выводов о связанности, можно значительно минимизировать отрицательные последствия для чувствительности и специфичности, вызванные наличием высокочастотных шумов наблюдений, общих низкочастотных помех и опосредованных взаимодействий, увеличив число верных выводов о наличии связанности в 1,2–1,5 раза и уменьшив число ложно положительных выводов о наличии связанности в 1,5–5 раз.
5. Методом нелинейной причинности по Грейнджеру, применённым в скользящем временном окне, с использованием адаптированной модели можно детектировать факт и момент времени изменения силы и направления связанности между взаимодействующими объектами по их зашумлённым временным рядам; при этом временное разрешение метода составляет порядка 4–16 характерных периодов колебаний, а для проверки значимости обнаруженных изменений следует использовать суррогатные временные ряды, построенные путём перестановки реализаций.
6. Использование специализированных нелинейных эмпирических моделей для оценки связанности по экспериментальным временным рядам локальных потенциалов мозга и электроэнцефалограмм при различных патологиях, подкреплённое статистическим анализом значимости, позволяет

оценить эволюцию связей между различными функциональными структурами мозга, предшествующую возникновению эпилептиформной активности, и показать, что для перехода к ней изменения в связанности являются одним из основных механизмов.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе рассматривается задача реконструкции ансамбля, состоящего из разностно связанных систем с запаздыванием, каждая из которых описывается уравнением следующего вида:

$$\varepsilon_i \dot{x}_i = -x_i(t) + f_i(x_i(t - \tau_i)) + \sum_{j=1, j \neq i}^D k_{i,j}(x_j(t) - x_i(t)), \quad (1)$$

где D — число элементов в ансамбле, ε_i — параметр инерционности, τ_i — время запаздывания, f_i — нелинейная функция, $k_{i,j}$ — коэффициенты связи.

Ключевым этапом при реконструкции осцилляторов с запаздыванием является реконструкция самого времени запаздывания, поскольку даже небольшая ошибка в его определении [26] может привести к существенным ошибкам в определении параметров ε_i , $k_{i,j}$ и функции f_i . Для реконструкции τ_i был использован известный подход, основанный на том, что во временных реализациях изолированных ($k_{i,j} = 0$) систем с задержкой вида (1) практически отсутствуют экстремумы, удаленные друг от друга на время запаздывания [26], т.е. статистика $N_1(\tau)$ (см. рис. 1(с)) имеет глобальный минимум.

Во всех рассмотренных случаях при использовании дискретных временных рядов $\{x_i(n)\}_{n=1}^N$, полученных с шагом выборки Δt , система (1) может быть переписана как

$$f_i(x_i(n - \theta_i)) = \varepsilon_i \dot{x}_i(n) + x_i(n) - \sum_{j=1, j \neq i}^D k_{i,j}(x_j(n) - x_i(n)), \quad (2)$$

где для простоты зависимость $x_i(t_n)$ записана как $x_i(n)$, значения производной $\dot{x}_i(n)$ оцениваются численно, $\theta_i = \tau_i/\Delta t$ — это дискретное время запаздывания.

Первый предложенный нами подход заключается в минимизации для каждого осциллятора отдельно длины L_i описания функции f_i , выражаемой из уравнения (2). Для этого введём отображение Q_i , ставящее в соответствие номеру значению в исходном ряде n его номер $Q_i(n)$ в отсортированном по воз-

растанию ряде, и обратное ему отображение Q_i^{-1} .

$$L_i(\varepsilon_i, k_{i,j}) = \sum_{n=1}^{N-\theta_i} \left((x_i(Q_i^{-1}(Q_i(n) + 1)) - x_i(n))^2 + (f_i(x_i(Q_i^{-1}(Q_i(n) + 1))) - f_i(x_i(n)))^2 \right) \quad (3)$$

Идея подхода заключается в том, что при ошибочном выборе значений ε_i и $k_{i,j}$ точки на плоскости $(f_i(x_i(n)), x_i(n))$ не ложатся на одномерную кривую, а формируют двумерное облако. Таким образом, величина L_i будет больше, чем при истинных ε_i и $k_{i,j}$. Далее для ε_i и $k_{i,j}$ задавались стартовые догадки и функция (3) минимизировалась симплекс-методом [32].

В общем случае далеко не все связи в системе (1) реально существуют. Чтобы определить, какие из восстановленных коэффициентов $k_{i,j}$ соответствуют реально существующим связям, а какие — лишние, можно воспользоваться тем, что величина L_i имеет распределение, близкое к χ^2 . Следовательно, отношение величины L_i , полученной при до удалении связи, к величине L_i , полученной после, распределено по закону Фишера–Снедекора $F_{v,w}$ с параметрами $v = N/2 - D + 1$, $w = N/2 - D$. Воспользовавшись этим законом, можно рассчитать предельное значение для отношения L_i на заданном уровне значимости, и если реальная величина меньше него, то соответствующую связь следует удалить из модели. Аналогично был разработан альтернативный подход, позволяющий добавлять коэффициенты, начиная с модели в виде автономной системы.

Методика была протестирована в численном эксперименте на модельных системах с нелинейностями типа Икеды и Макея–Гласса, состоящих из 10–16 осцилляторов с разным числом связей, а также на экспериментальных радиотехнических системах из трёх генераторов с запаздыванием, схема которых показана на рис. 1(а). На рис. 1(е) показан результат реконструкции системы связей, где чёрным отмечены реально существующие связи, выявленные предложенным методом, а белым — отсутствующие связи, которые метод верно идентифицировал, как таковые.

Далее был предложен модифицированный алгоритм, в который был внесён ряд оптимизаций: модифицирована целевая функция так, чтобы не учитывать приращение аргумента, а только приращение функций f_i , симплекс-метод заменён на линейный метод наименьших квадратов, избавившись от необходимости задания стартовых догадок, на два порядка (для ансамблей порядка 10–20 элементов) снижено время расчётов. Это позволило перейти к оценке времени запаздывания путём сканирования в выбранном диапазоне стартовых догадок с шагом, равным интервалу дискретизации, вместо использования статистики $N_1(\tau)$, которая была не совсем надёжна при сильных связях. Выбиралось значение времени запаздывания, соответствующее глобальному минимуму целевой функции. Дополнительно был предложен подход к удалению лишних связей в

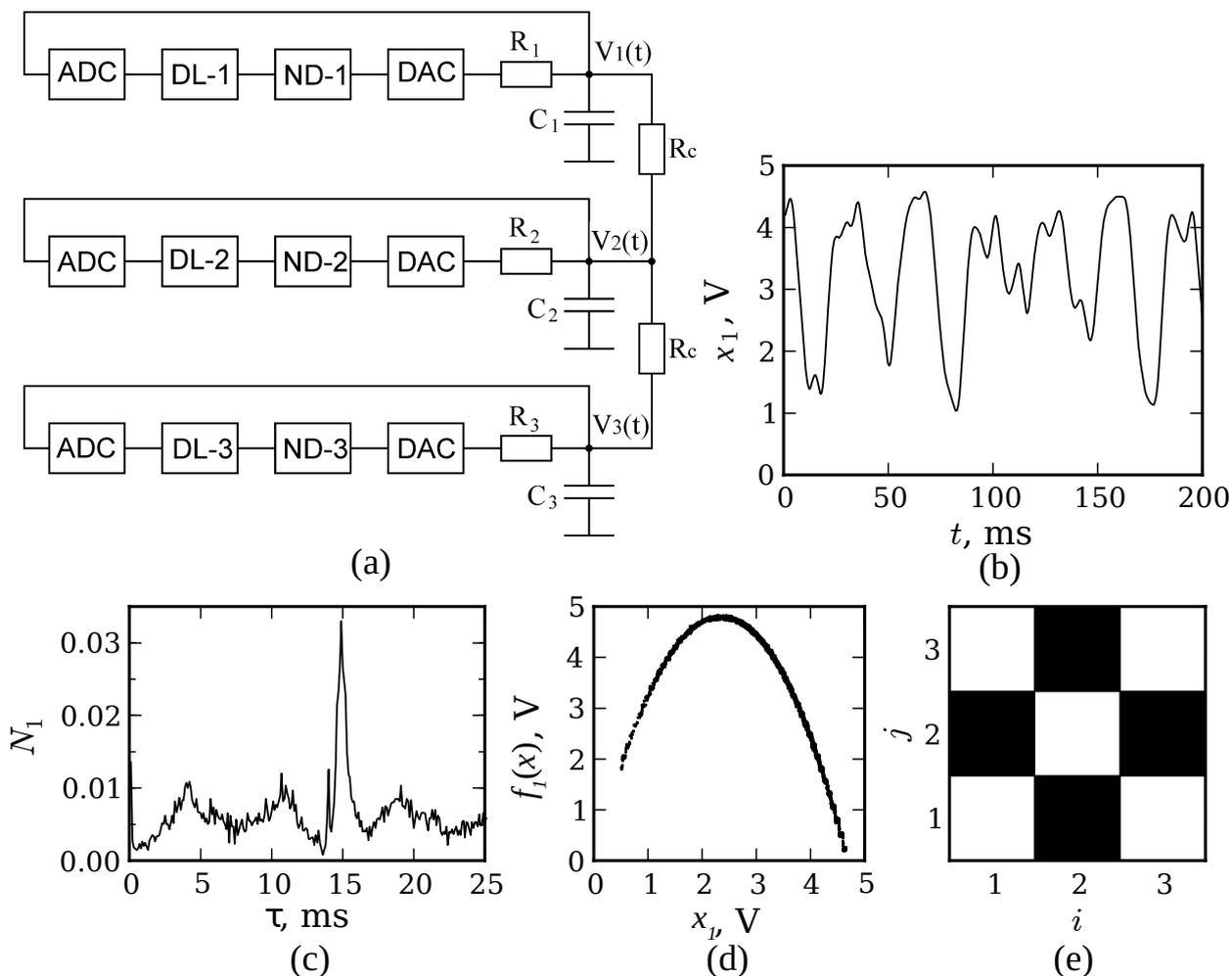


Рис. 1. Результаты реконструкции экспериментальной системы из 3 связанных генераторов с запаздыванием: (a) — схема установки, (b) — наблюдаемый временной ряд, (c) — зависимость числа экстремумов от пробного времени запаздывания, (d) — результат реконструкции нелинейной функции, (e) — результат реконструкции архитектуры связей.

ансамбле, основанный на кластеризации полученных коэффициентов в логарифмическом пространстве методом K -средних, позволяющий отказаться от процедуры поэлементного исключения или включения связей в модель в большинстве типичных случаев.

Модифицированный подход также был апробирован в численном (см. рис. 2) и натурном эксперименте (см. рис. 3). Во всех рассмотренных выше случаях временные ряды всех осцилляторов с запаздыванием были известны. Если для части осцилляторов это не так, то отсутствующие переменные называют скрытыми. Такой случай был исследован на примере 2 связанных ГЗОС с квадратичной нелинейностью. Было показано, что можно реконструировать параметры нелинейности и коэффициент связи, а также реализацию ведущей системы по сигналу ведомой.

В случае, если временные ряды скрытых переменных периодические,

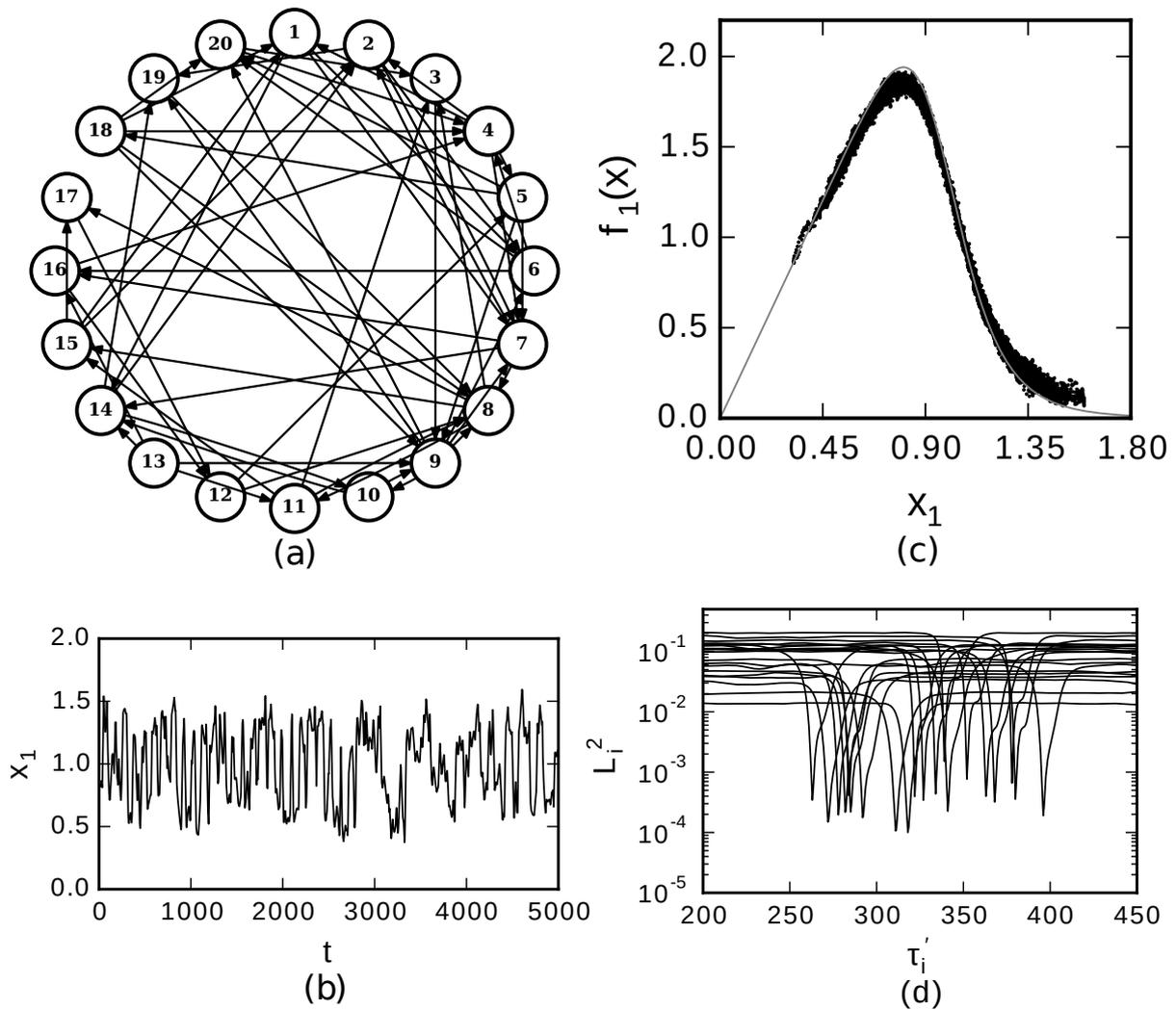


Рис. 2. Система связей в ансамбле 20 осцилляторов с запаздыванием и нелинейностью типа Икеды (a) и временной ряд первого осциллятора (b). Панель (c) — результаты реконструкции нелинейной функции первого элемента: оригинальная функция отложена серую сплошной функцией, реконструированная — чёрными точками. Панель (d) — зависимость целевой функции от пробного времени запаздывания $L_i(\tau)$ для случая отсутствия шума и при наличии 1%-ного динамического шума. Результаты для рис. (c,d) получены при наличии измерительного шума.

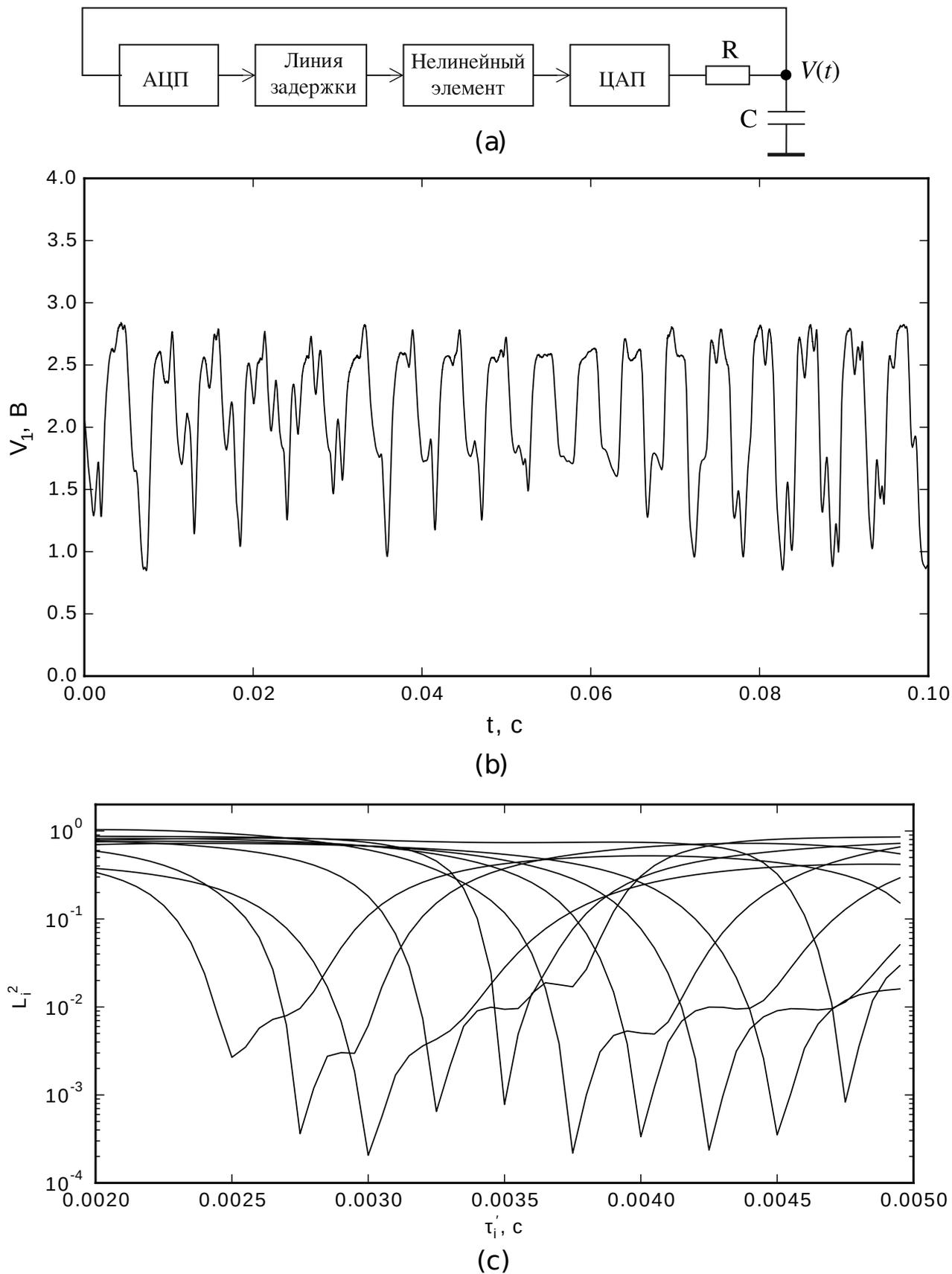


Рис. 3. Схема одного генератора в цепочке (а), временной ряд его колебаний и результаты реконструкции времён запаздывания (с).

возможна реконструкция уравнений одного осциллятора даже если сигналы остальных недоступны, исходя из предположения о периодическом внешнем воздействии. Данный подход является развитием работы [22] на случай систем с запаздыванием и его эффективность была успешно продемонстрирована в численном эксперименте.

Результаты первой главы опубликованы в работах [36–42].

Во второй главе предлагается алгоритм реконструкции ансамбля связанных нейроподобных элементов типа (4), предложенного в [33] в упрощённой форме — при $\tau_{i,j} = 0$.

$$\begin{aligned}\dot{x}_i(t) &= -x_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^D k_{i,j} h(x_j(t - \tau_{i,j})), \\ h(x) &= \text{th}(gx),\end{aligned}\tag{4}$$

где $\tau_{i,j}$ суть времена запаздывания в связях. Далее также будем использовать обозначения, введённые выше при описании результатов первой главы. Уравнения (4) приближённо описывают колебания основной частоты генерации отдельных нейронов в популяции.

Можно для каждого момента времени n выписать, опираясь на (4), следующее соотношение:

$$x_i(n) = \sum_{j=1, j \neq i}^D k_{i,j} h(x_j(n - \theta_{i,j})) - \dot{x}_i(n)\tag{5}$$

Отсортируем все значения $x_i(n)$ по возрастанию, сопоставив исходному номеру n значения $x_i(n)$ во временном ряде $\{x_i(n)\}_{n=1}^N$ номер $Q_i(n)$ в отсортированном ряде, где $Q_i(n)$ — отображение, преобразующее исходный ряд в отсортированный. Далее для краткости зависимость Q от i писать не будем. Обратное отображение, сопоставляющее номеру точки $Q_i(n)$ в отсортированном ряде её номер n в исходном, обозначим как Q^{-1} .

Рассмотрим два соседних значения в отсортированном ряде: текущее с номером n и предыдущее с номером $p_n = Q^{-1}(Q(n) - 1)$. Обозначим разность значений измеряемой величины x в этих точках как $\delta_i(n)$:

$$\delta_i(n) = x_i(n) - x_i(p_n)\tag{6}$$

Рассмотрим также значения $x_j(n - \theta_{i,j})$, входящие в уравнении (4) в сумму для внешнего воздействия в n -ый момент времени, и $x_j(r_{j,n})$, где $r_{j,n} = Q^{-1}(Q(n - \theta_{i,j}) - 1)$, входящие в то же уравнение (4) в сумму для внешнего воздействия в p_n -ый момент времени. Используя (5) и эти новые обозначения, уравнение (6) может быть переписано к виду:

$$\delta_i(n) = \sum_{j=1, j \neq i}^D k_{i,j} \Delta h_{i,j}(n) - \Delta \dot{x}_i(n),\tag{7}$$

$$\Delta \dot{x}_i(n) = \dot{x}_i(n) - \dot{x}_i(p_n),\tag{8}$$

$$\Delta h_{i,j}(n) = h(x_i(n - \theta_{i,j})) - h(x_i(r_{i,n})).\tag{9}$$

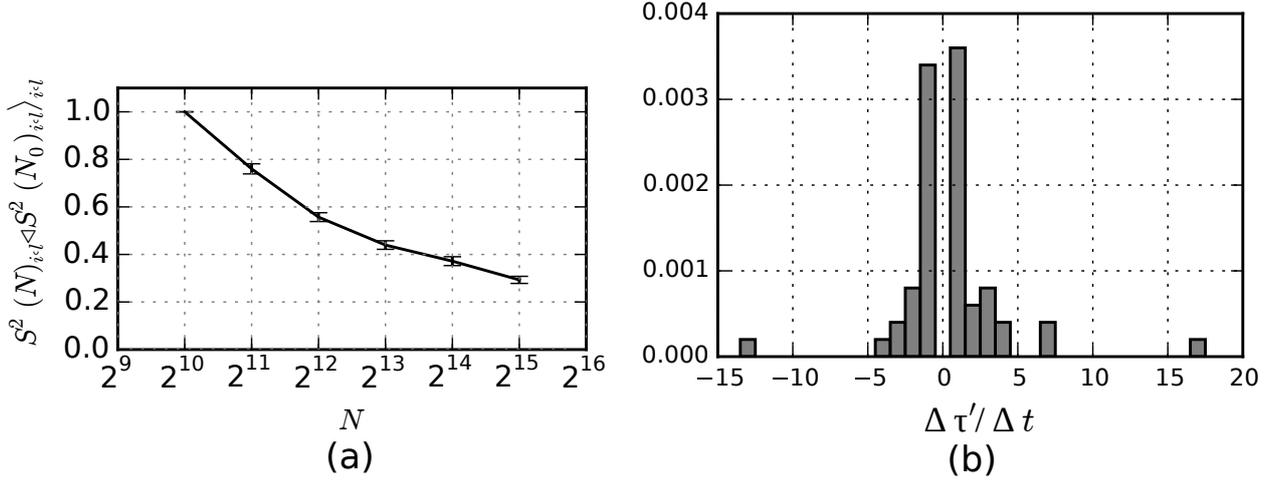


Рис. 4. (a) — зависимость средней по ансамблю целевой функции, нормированной на значение при минимальной длине ряда, при которой возможна реконструкция от длины ряда; планками погрешностей показан среднеквадратичный разброс; (b) — распределение ошибок в распределении времени запаздывания, значение 0 вырезано для наглядности, иначе остальные значения были бы не видны.

Сумму квадратов $\delta_i(n)$ можно использовать как целевую функцию, а задача таким образом сводится к линейному методу наименьших квадратов.

$$S_i^2(\mathbf{k}_i) = \sum_{n=\theta_i+1}^N \delta_i^2(n) = \sum_{n=\theta_i+1}^N \left(\sum_{j=1, j \neq i}^D k_{i,j} \Delta h_{i,j}(n) - \Delta \dot{x}_i(n) \right)^2, \quad (10)$$

где $\mathbf{k}_i = (k_{i,0}, \dots, k_{i,D})$.

Предложенный метод является асимптотически точным: при $N \rightarrow \infty$ оценки коэффициентов стремятся к истинным, что можно видеть по графику усреднённой по всем связям в ансамбле ошибки реконструкции коэффициентов на рис. 4(a).

Для реконструкции времён запаздывания был использован метод градиентного спуска в пространстве всех $\theta_{i,j}$ для заданного i , адаптированный для дискретного случая, поскольку $\theta_{i,j}$ по определению суть целые числа. Распределение ошибок в определении времени запаздывания показано на рис. 4(b), где нулевой столбик, соответствующий отсутствию ошибки, вырезан.

Далее этот подход был развит на случай нелинейных связей и более общего вида уравнений вида (11):

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_i(t)) + \sum_{j=1, j \neq i}^D k_{i,j} \text{th}(g_{i,j}(x_j(t - \tau_{i,j}) - \zeta_{i,j})), \quad (11)$$

где $f_i(x)$ есть произвольная монотонная нелинейная функция, $\zeta_{i,j}$ — параметр сдвига и $g_{i,j}$ — коэффициент масштабирования, $\tau_{i,j}$ — время запаздывания в связи.

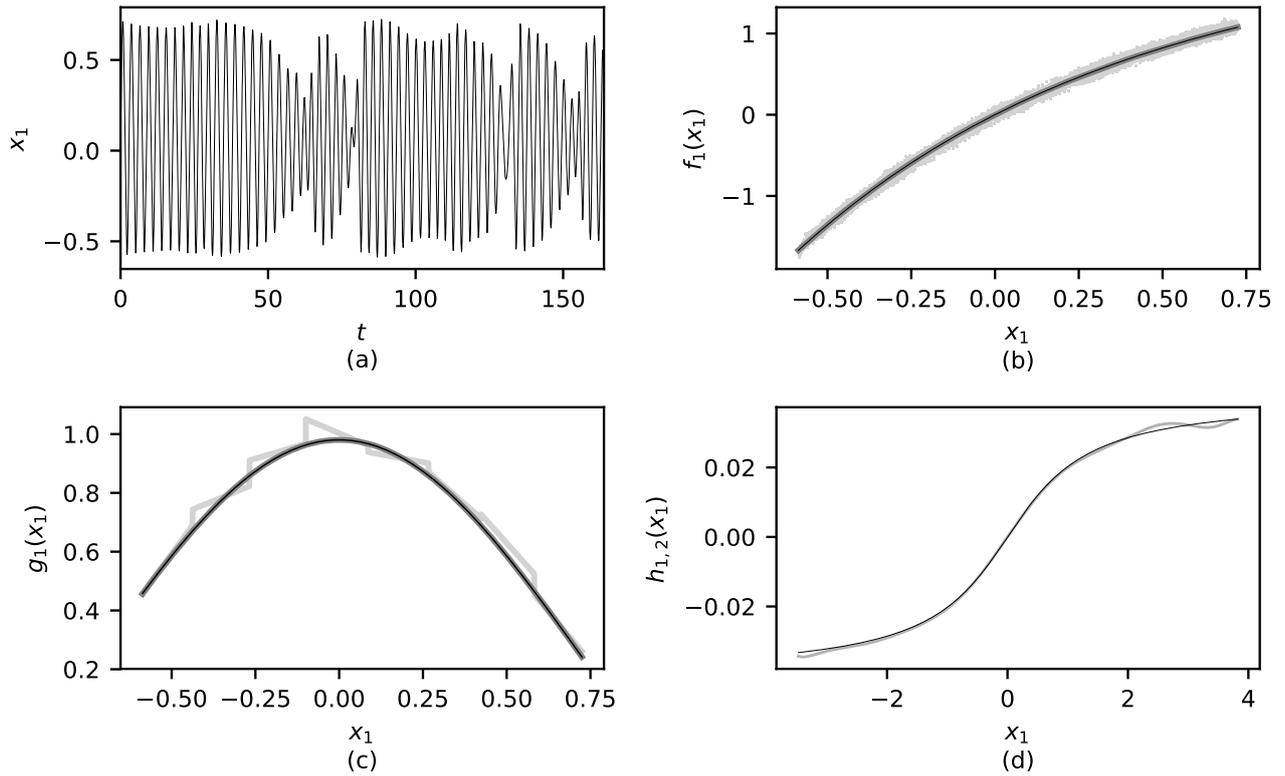


Рис. 5. Временной ряд (а) обобщённого осциллятора ван дер Поля (14), элемент №1 из ансамбля из 16 таких осцилляторов с функцией диссипации в виде функции Гаусса и нелинейными связями, задаваемыми арктангенсом; его потенциальная функция (b), функция диссипации (c) и функция связи между первым и вторым осцилляторами (d). На фрагментах (b–d) чёрным показана оригинальная функция, тёмно-серым — восстановленная в отсутствии измерительного шума, светло-серым — в присутствии шума.

Так как функции связи в уравнении (11) зависят от параметров $x_{j,0}$ и $\zeta_{i,j}$ нелинейным образом, для реконструкции необходимо было использовать нелинейный метод наименьших квадратов — в нашем случае применялся метод Левенберга–Марквардта [34].

Кроме систем вида (4,11) была также решена задача реконструкции обобщённых уравнений ван дер Поля вида (12) и более сложных осцилляторов вида (13) с неизвестной функцией диссипации, включая диссипацию высоких порядков, и связями через координату и скорость (этот случай включает связанные осцилляторы Рэля и Бонхёффера–ван дер Поля). Если функция связи нелинейная, она может быть аппроксимирована степенным полиномом, такой вариант

описывается уравнением (14).

$$\ddot{x}_i - (r_i - x_i^2) \dot{x}_i + f_i(x_i) = \sum_{j=1, j \neq i}^D k_{i,j} (x_j - x_i), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i + g_i(x_i) \dot{x}_i + g'_i(x_i) \dot{x}_i^3 + g''_i(x_i) \dot{x}_i^5 + f_i(x_i) \\ = \sum_{j=1, j \neq i}^D k_{i,j} (x_j - x_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^D k'_{i,j} (\dot{x}_j - \dot{x}_i). \end{aligned} \quad (13)$$

$$\ddot{x}_i + g_i(x) \dot{x}_i + f_i(x_i) = \sum_{j=1, j \neq i}^D h_{i,j} (x_j - x_i). \quad (14)$$

Было показано, что при параметризации функций диссипации степенным полиномом или в виде кусочно-линейной функции, реконструкция параметров связей, функций нелинейности отдельных осцилляторов f_i (таблично) и всех функций диссипации возможна с точностью около 10% даже при наличии измерительного шума уровня $\sim 0.2\%$ от среднеквадратичного разброса сигнала по скалярным реализациям координаты всех осцилляторов ансамбля — см рис. 5.

Результаты второй главы опубликованы в работах [43–46].

В третьей главе исследовалась чувствительность и специфичность метода причинности по Грейнджеру — наиболее популярного в настоящее время подхода к оценке связанности — для случая двух взаимодействующих систем X и Y по их временным рядам $\{x_n\}_{n=1}^N$ и $\{y_n\}_{n=1}^N$ соответственно. Метод заключается в построении двух эмпирических моделей: индивидуальной (15) и совместной (16) и расчёте коэффициента улучшения прогноза (19), характеризующего, насколько учёт информации о второй системе для моделирования первой помогает увеличить точность прогноза.

$$x'_{n+\tau} = f(x_n, x_{n-l}, \dots, x_{n-(D_s-1)l}), \quad (15)$$

$$x''_{n+\tau} = g(x_n, x_{n-l}, \dots, x_{n-(D_s-1)l}, y_n, \dots, y_{n-(D_a-1)l}), \quad (16)$$

$$\varepsilon_s^2 = \frac{1}{(N - \tau - (D_s - 1)l) \sigma_x^2} \sum_{n=(D_s-1)l+1}^{N-\tau} (x'_n - x_n)^2, \quad (17)$$

$$\varepsilon_j^2 = \frac{1}{(N - \tau - (D_s - 1)l) \sigma_x^2} \sum_{n=(D_s-1)l+1}^{N-\tau} (x''_n - x_n)^2, \quad (18)$$

$$PI = 1 - \frac{\varepsilon_j^2}{\varepsilon_s^2}, \quad (19)$$

где x_n суть измеренные значения, а x'_n и x''_n — предсказанные, f и g суть нелинейные функции, τ — дальность прогноза, l — лаг (расстояние между значениями, используемое для реконструкции вектора состояний методом временных задержек [27]), σ_x^2 — дисперсия временного ряда системы X , ε_s^2 и ε_j^2 — собственная и

совместная нормированные среднеквадратичные ошибки прогноза, PI — относительное улучшение прогноза. Отметим, что $0 \leq PI \leq 1$. Если $PI = 0$, воздействие Y на X точно отсутствует, если $PI = 1$, модель (16) полностью описывает динамику системы X . В общем случае из-за недостаточной эффективности моделей (15,16), шумов измерений и наводок, конечной длины временных рядов $\{x_n\}_{n=1}^N$ и $\{y_n\}_{n=1}^N$ и частоты выборки даже при наличии сильной связи PI никогда не будет достигать 1 и не будет строго равен 0 при для несвязанных систем. Поэтому для практического применения о наличии связанности судят по тому, превосходят ли полученные значения PI некоторый уровень значимости PI_{signif} , рассчитываемый, например, по суррогатным данным, изготовленным из экспериментальных временных рядов путём перестановки реализаций, случайного задания фаз гармоник Фурье образа или иными средствами [30].

В классической работе [1] были использованы только модели с линейными функциями f и g , хотя идея была сформулирована в более общем виде. Однако линейные модели неоднократно показывали свою неэффективность [7]. В данной работе был исследован случай взаимодействия линейных и нелинейных систем с нелинейной функцией связи как на симулированных модельных, так и на экспериментальных данных ЭЭГ и было показано, что учёт нелинейности существенен как для аппроксимации собственного поведения, так и для аппроксимации связей — см. рис. 6, где видно, что нелинейная модель способна выявить связанность в верном направлении даже при довольно малых значениях коэффициента связи (светло-серая кривая на рис. 6(a)), в то время как линейная неспособна выявить связь и при больших коэффициентах связи: почти все значения в верную сторону лежат ниже уровня значимости (светло-серая кривая ниже пунктирной на рис. 6(b)). При этом полиномиальная аппроксимация функций f и g предпочтительна кусочно-линейной (см. рис. 7(d–g)).

Для того, чтобы исследовать эффективность метода в большом диапазоне параметров связи (от очень малой до сильной, приводящей к фазовой синхронизации), в случае однонаправленно связанных систем были введены интегральные критерии (20,21), характеризующие одновременно чувствительность и специфичность. Рассматривались системы с хорошо выраженным основным масштабом колебаний в хаотическом режиме.

$$S_1 = \langle PI_{true}(k) - PI_{false}(k) \rangle_k, \quad (20)$$

$$S_2 = \frac{1}{Z_k} \sum \delta(k), \quad (21)$$

$$\delta(k) = \begin{cases} 1, & PI_{true} > PI_{sign} \wedge PI_{false} < PI_{sign}, \\ 0, & PI_{true} \leq PI_{sign} \vee PI_{false} \geq PI_{sign}, \end{cases}$$

где PI_{true} — улучшение прогноза в верном направлении, а PI_{false} — в ложном, Z_k — общее число различных значений коэффициента связи, при которых оценивалась связанность. Значения критериев изменяются в пределах: $S_1 \in [-1; 1]$, $S_2 \in [0; 1]$. При этом значение 1 соответствует идеальной эффективности, а 0

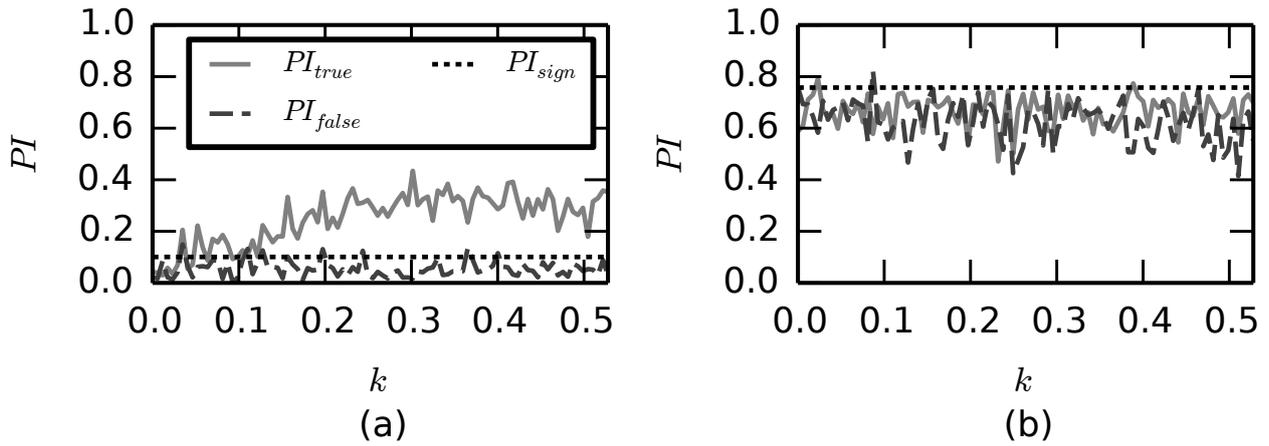


Рис. 6. Зависимость улучшения прогноза от коэффициента связи для двух однонаправленно связанных осцилляторов Рёсслера: (а) — при использовании нелинейной модели с полиномом третьей степени, (б) — при использовании линейной модели.

— ситуации, когда методы не различают направление связи, то есть ошибочно считается, что связь симметричная по силе и двунаправленная, в то время как она однонаправленная; $S_1 < 0$, если связь в неверную сторону определяется как значимая чаще, чем в верную.

С помощью предложенных критериев были проанализированы чувствительность и специфичность метода для однонаправленно связанных систем Лоренца, Рёсслера, моделей радиотехнических генераторов [16–18], моделях ФитцХью–Нагумо. На основе этого рассмотрения были сформулированы рекомендации для выбора дальности прогноза и лага модели для случая, когда имеется хорошо выраженный временной масштаб.

Результаты третьей главы опубликованы в работах [47–51].

В четвёртой главе рассматривалось влияние шумов, помех и опосредованного воздействия на результаты оценки связанности.

При рассмотрении ряда однонаправленно связанных нелинейных отображений последования (каскадов) и осцилляторов Рёсслера было показано, что увеличение дисперсии измерительного шума может приводить к росту улучшения прогноза PI в некотором диапазоне величин дисперсии шума при использовании нелинейного метода причинности по Грейнджеру для диагностики связанности между подсистемами — см. локальный максимум на рис. 8(а). Это — эффект возникает только в некоторых областях пространства параметров, когда исходные системы находятся в сложном периодическом или слабохаотическом режиме колебаний (недалеко от бифуркации перехода к хаосу через каскад удвоений периода) с многоленточным аттрактором и может быть объяснён переключениями между лентами аттрактора. Эффект более выражен при

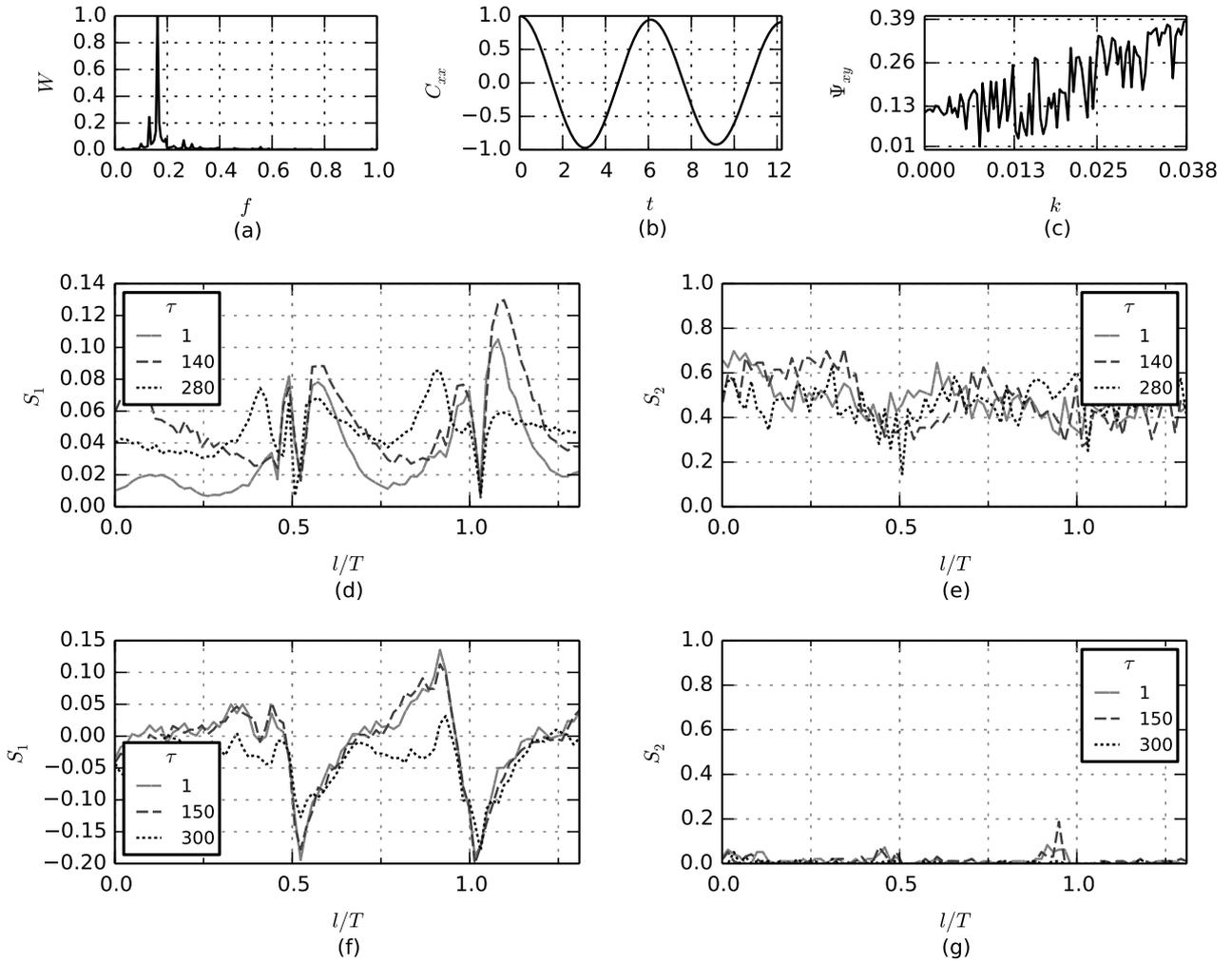


Рис. 7. Характеристики введой подсистемы из однонаправленно связанных моделей генераторов Кияшко–Пиковского–Рабиновича: (a) — спектр, (b) — автокорреляционная функция. Характеристики связанности двух подсистем: (c) — коэффициент фазовой когерентности, (d,e) — зависимость критериев S_1 и S_2 от лага при разных дальностях прогноза для полиномиальных аппроксимирующих функций, (f,g) — для кусочно-линейных.

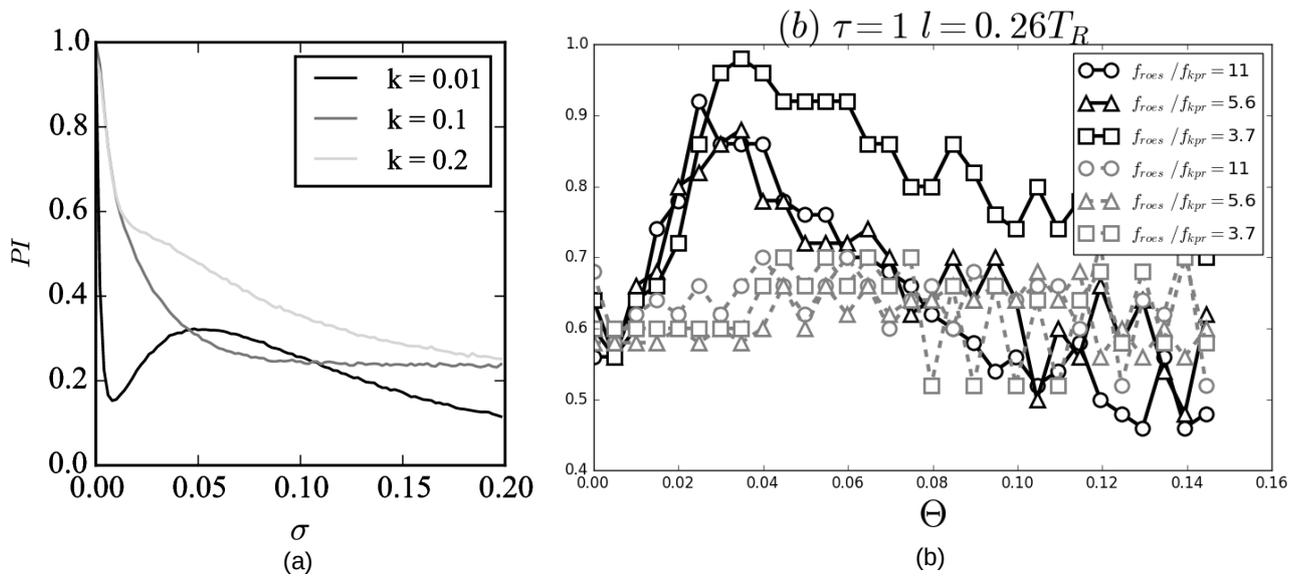


Рис. 8. Часть (а) — типичные зависимости улучшения прогноза от среднеквадратичного отклонения измерительного шума при различных коэффициентах связи k между хаотическими отображениями, имеющими при $k = 0$ многоленточный аттрактор. Часть (б) — зависимость критерия (21) от отношения мощности низкочастотной помехи к мощности сигнала Θ для различного соотношения между собственными частотами помехи и сигнала: чёрным — без фильтрации, серым — с использованием полосового подавления помехи.

относительно слабых связях, когда ведущая система не способна существенно исказить геометрию аттрактора ведомой.

Кроме влияния измерительного шума на результаты оценки связанности методом причинности по Грейнджеру также было рассмотрено влияние общей низкочастотной помехи в канале измерения. Такая помеха часто возникает как в задачах радиотехники и телекоммуникаций, так и в нейрофизиологии, где под нею как правило понимают сигналы дыхания или основной сердечный ритм (основные ритмы нормальной и патологической активности имеют частоты в несколько раз выше этих). Исследование проводилось на связанных моделях радиотехнических генераторов [18], а в качестве помехи использовался сигнал генератора [16], имеющий узкий спектр. Было показано, что при малом отношении мощности помехи к мощности информационного сигнала фильтрация помехи вносит больше искажений, чем приносит пользы, поскольку вносимые ею элементы сходства малы и легко отсекаются тестированием на значимость с помощью суррогатных данных — см. рис. 8(b), где чёрные кривые, соответствующие оценке связанности по нефитрованным данным, лежат выше серых, соответствующих оценке по фильтрованным. При большом уровне помехи её фильтрация даёт определённый положительный эффект. При этом чувствительность и специфичность метода мало зависят от основной частоты помехи, которая в численном эксперименте менялась в пределах от $1/11.3$ до $1/3.7$ от основной собственной частоты генерации.

Помимо высокочастотных шумов и общей низкочастотной помехи к ошибкам в определении системы связей при использовании метода причинности по Грейнджеру может также приводить наличие опосредованной связи через промежуточную систему или общей воздействующей системы. Например, при определении связей между системами X и Y по их временным рядам важно учесть возможное воздействие третьей системы Z на одну или обе из них. Были рассмотрены 8 типичных случаев возможной архитектуры связей и предложен подход, состоящий в применении 3 тестов на причинность к контролем значимости по суррогатным данным: одного обычного и двух условных, для чего строились модели (22) и рассчитывалось улучшение прогноза по формулам (23).

$$\begin{aligned}
x'_{n+\tau|Y} &= f_{xy}(\vec{x}_n, \vec{y}_n), \\
x'_{n+\tau|Z} &= f_{xz}(\vec{x}_n, \vec{z}_n), \\
x'_{n+\tau|Y,Z} &= f_{xyz}(\vec{x}_n, \vec{y}_n, \vec{z}_n), \\
y'_{n+\tau} &= f_y(\vec{y}_n), \\
y'_{n+\tau|Z} &= f_{yz}(\vec{y}_n, \vec{z}_n),
\end{aligned} \tag{22}$$

где f_{xy} , f_{xz} , f_{xyz} , f_{yz} и f_y суть нелинейные полиномы одного и того же порядка.

$$PI_{y \rightarrow x|z} = 1 - \frac{\varepsilon_{xz}^2}{\varepsilon_{xyz}^2}, \quad PI_{z \rightarrow x|y} = 1 - \frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{xyz}^2}, \quad PI_{z \rightarrow y} = 1 - \frac{\varepsilon_y^2}{\varepsilon_{yz}^2}, \tag{23}$$

где ε_{xy} и прочие суть среднеквадратичные ошибки аппроксимации моделей (22) с тем же индексом.

Методика тестировалась на скалярных временных рядах радиотехнических генераторов [18] и генераторов с запаздыванием и нелинейностью типа Икеды. В каждом рассмотренном случае генерировались 100 разных реализаций взаимодействующих систем. Подход показал высокую чувствительность и специфичность во всех рассмотренных примерах за исключением некоторых ситуаций, когда две системы были связаны как напрямую, так и опосредованно.

Результаты четвёртой главы опубликованы в работах [52–54].

В пятой главе рассматривается эффективность метода причинности по Грейнджеру для определения эволюции структуры связей во времени при наличии быстрых переходных процессов.

Для определения чувствительности и специфичности метода были использованы системы двух типов, связанные специальным образом: уравнения параметрически связанных генераторов с жёстким возбуждением и потенциалом Тоды (24) и параметрически связанных систем Рёсслера (25):

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} - (r_i - x_i^4 + k_i(t)x_j^2) \frac{dx_i}{dt} + 1 - e^{-x_i} = \xi_i(t), \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_i &= -y_i - z_i, \\
\dot{y}_i &= x_i + a_i y_i, \\
\dot{z}_i &= b_i - z_i (c_i - x_i - 2.5k_i z_j) + \xi_i(t),
\end{aligned} \tag{25}$$

где i есть номер ведомой подсистемы, j — номер ведущей, $k_i(t)$ — коэффициент связи переменный во времени, r_i — коэффициент нелинейности, a b и c суть параметры системы Рёсслера и $\xi_i(t)$ — нормальный белый шум. Во всех численных экспериментах временной ряд состоял из 3 эпох двух типов активности: низкоамплитудной шумоподобной, высокоамплитудной регулярной (переход к ней достигался либо усилением связей, либо за счёт изменения собственных параметров осцилляторов r и c в уравнениях (24) и (25) соответственно) и снова низкоамплитудной шумоподобной.

В ряде случаев модельные системы оказывались в состоянии, близком к фазовой синхронизации. Поэтому было проведено отдельное исследование того, при каком значении коэффициента фазовой синхронизации Phi метод теряет чувствительность и специфичность. Было показано, что при достаточно внимательном выборе параметров модели метод нелинейной причинности по Грейнджеру даёт возможность различить однонаправленную и двунаправленную связь даже при $Phi \approx 0.95$, а преимущественное направление связи определяет и при больших значениях.

Рассматривались цепочки из 2–4 систем вида (24,25), связанные однонаправленными и двунаправленными связями, приводящими при изменении коэффициента связи к качественному изменению режима поведения, а также несвязанные системы, для которых изменение режима поведения достигалось изменением собственных параметров осцилляторов. Исследовались как цепочки из элементов одного вида (24) или (25), так и цепочки, состоящие из осцилляторов обоих видов. Рассматривались три различные длины окна: 4, 8 и 16 колебаний (зависимости $PI(t)$ для них приведены на рис. 9). В каждом случае генерировались 100 реализаций при разных начальных условиях и реализациях шумов.

В результате было показано, что метод способен в 50%–80% случаев определить наличие и усиление связей и допускает в среднем от 5% до 20% ложно положительных результатов, если настроить его параметры в соответствие с ранее сформулированными рекомендациями. При этом наблюдается артефакт — резкое усиление связанности в пределах скользящего окна при перекрытии им переходного процесса. Интересно, что метод верно выявляет момент изменения оператора эволюции даже в ситуации, когда амплитуда и форма колебаний меняются далеко не сразу, что соответствует бифуркации рождения цикла из сгущения фазовых траекторий и обратной бифуркации потери циклом устойчивости.

Сопоставление двух наиболее популярных способов генерации суррогатных временных рядов: одного, основанного на перестановке реализаций [30] и второго, основанного на случайном задании или перемешивании фаз гармоник Фурье образа оригинального сигнала показало, что при исследовании в коротком скользящем временном окне (4–8 колебаний) первый подход, основанный на перемешивании реализаций, остаётся работоспособен, а второй — даёт произвольные, часто заниженные оценки суррогатного уровня PI и не позволяет различить случаи двунаправленного, однонаправленного взаимодействия и

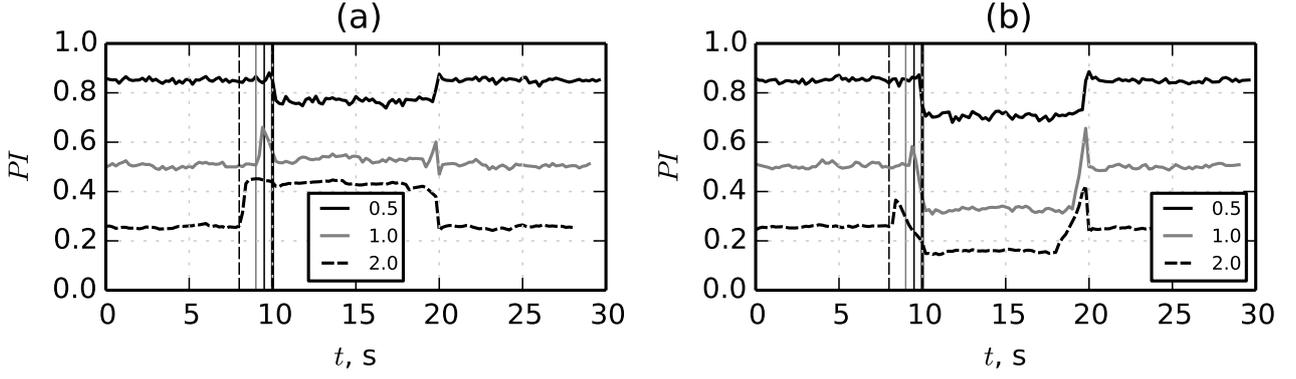


Рис. 9. $PI(t)$ для различных длин скользящего временного окна: сплошная чёрная линия соответствует окну длиной 0.5 с (4 колебания), сплошная серая — окну длиной 1 с (8 колебаний) и прерывистая чёрная — 2 с (16 колебаний). Вертикальные линии показывают момент изменения оператора эволюции из-за усиления связи и длины скользящего окна. Результаты получены для однонаправленно связанных генераторов с жёстким возбуждением и потенциалом Тоды (а) при определении связи в верную сторону, (б) — в ложную.

несвязанных систем с близкими параметрами.

Результаты пятой главы были опубликованы в работах [55, 56]

В шестой главе приведено приложение предложенных методик к нейрофизиологическим данным для анализа изменений в связанности, сопутствующих абсансной эпилепсии и детскому церебральному параличу (ДЦП).

Поскольку в основной части работы было показано, что для успешного детектирования связанности по экспериментальным данным важно иметь адаптированную к ним структуру эмпирической модели, такая структура (27) была специально разработана для временных рядов с выраженным основным масштабом колебаний T , в том числе содержащих несколько высших гармоник. Было показано, что использование неравномерного вложения [28] позволяет существенно уменьшить число коэффициентов нелинейной модели и таким образом увеличить статистическую достоверность их оценок по коротким временным рядам и во временном окне.

$$\begin{aligned}
 x'_{n+\tau} &= f(x_n, x_{n-l}, \dots, x_{n-(D_s-1)l}) + \alpha_{Z_s+1} x_{n-l\tau}, \\
 f &= \sum_{k=0}^P \sum_{q=1}^{C_{D_s+k}^k} \alpha_i^s \prod_{m=1}^{D_s} x_{n-(m-1)l}^{w_{k,m}^s}, \quad Z_s = C_{D_s+P}^P, \\
 \forall k &= 0, \dots, P \sum_{m=1}^{D_s} w_{k,m}^s = k.
 \end{aligned} \tag{26}$$

Эта модель была использована для определения процессов в связанности между отведениями внутричерепных ЭЭГ крыс WAG/Rij — моделей абсансной

эпилепсии — из четырёх областей мозга: лобной коры (FC), затылочной коры (OC), вентропостериального медиального (VPM) и ретикулярного (RTN) ядер таламуса. Всего в скользящем окне длиной в $1/2$ с были проанализированы 218 эпилептических разрядов от 5 животных. Начала всех разрядов совмещались и анализировались 5 с до и 3 с после начала. Первые 2 с анализируемого интервала рассматривались в качестве фона, среднее значение PI_{bg} по всем моментам времени и по всем разрядам для данного животного по этому интервалу использовалось для нормировки. Зависимости $PI(t)$ первоначально усреднялись по всем разрядам для каждого животного, потом нормировались: $PI_0 = PI - PI_{bg}$, затем значения PI_0 усреднялись по животным. Было обна-

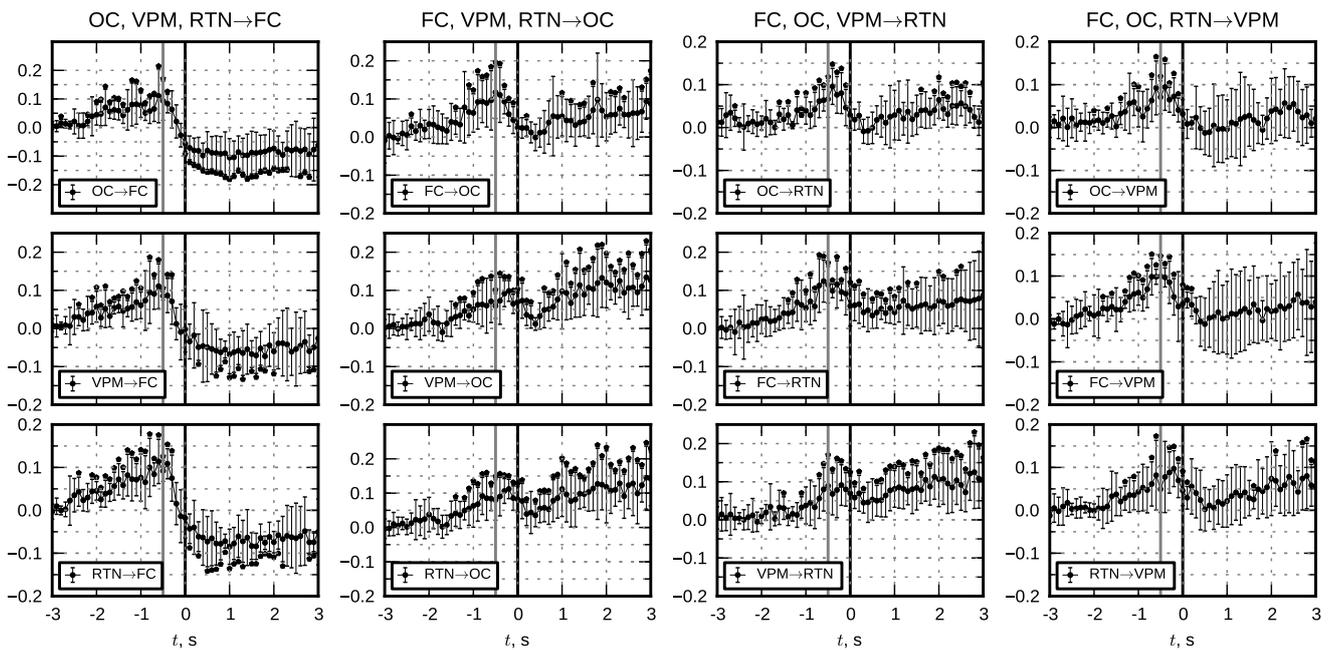


Рис. 10. Зависимость от времени величины $PI_0(t)$, усреднённой по всем пяти животным по всем разрядам, для всех возможных пар отведений, планками погрешностей обозначен 95% доверительный интервал. Чёрная вертикальная линия обозначает начало разряда, серая — длину скользящего временного окна. Чёрные точки над планками погрешностей означают значимое отличие от 0 вверх, а под — вниз.

ружено значимое увеличение связанности в большинстве пар каналов, предшествующее эпилептическому приступу, которое невозможно было обнаружить линейным неадаптированным методом в работе [35].

Определение начала и окончания эпилептического разряда — сложная задача, которая часто решается вручную высококвалифицированными энцефалографистами. Чтобы ускорить этот процесс нами была предложена методика, основанная на построении предсказательных моделей с радиальными базисными функциями по двум каналам: из лобной или теменной коры и из вентропостериального медиального ядра таламуса. Строятся две модели: для абсансного разряда и нормальной ЭЭГ. Переход к эпилептиформной активности фиксиру-

ется при одновременном достижении порога ошибки прогноза двумя моделями, обратный переход — аналогично, но в обратную сторону. Использование двух моделей и двух отведений позволяет существенно повысить специфичность метода, исключая ложные срабатывания на артефактах, и увеличивая точность локализации начала абсансов.

Кроме абсансной эпилепсии предложенный подход также применялся к сигналам поверхностной ЭЭГ у детей с односторонним ДЦП для исследования связанности между различными областями мозга в том числе межполушарных связей и оценки диагностического эффекта. Анализировались два набора данных: до и после лечения, каждый состоял из 14 каналов, 3 участков по 15 с. Были обнаружены значимые изменения в связанности после лечения, а также значимые различия в двух полушариях при взаимодействии различных областей и соматосенсорной и моторной коры, что может быть обусловлено различиями между нейронами, связанными с движением поражённой и здоровой конечностей.

Результаты шестой главы опубликованы в работах [57—61].

В Заключение сформулированы основные результаты работы, охарактеризован её вклад в развитие нелинейной динамики, представлены направления дальнейших исследований и приложений.

1. Разработано и апробировано в численном и радиофизическом эксперименте семейство алгоритмов для реконструкции ансамблей осцилляторов с запаздыванием первого порядка по векторным временным рядам. Алгоритмы позволяют восстановить систему и коэффициенты связей, собственные параметры, включая времена запаздывания, и нелинейные функции элементов.
2. Разработан подход к реконструкции ансамблей нейроосцилляторов, моделирующих изменение частоты генерации элементов нейронной популяции, по их векторным временным рядам, в том числе для неизвестных функций связи и при наличии запаздывания в связях.
3. Разработан подход к реконструкции связанных обобщённых осцилляторов ван дер Поля по скалярным временным рядам всех элементов ансамбля. Подход использует специальную целевую функцию, уменьшая параметризацию и повышая таким образом общность решаемой задачи.
4. Исследованы чувствительность и специфичность метода нелинейной причинности по Грейнджеру при оценке связанности между системами с выраженным временным масштабом и сформулированы критерии и рекомендации по выбору параметров метода. Показано, что модели с полиномиальными аппроксимирующими функциями дают существенно лучшие чувствительность и специфичность по сравнению с линейными и кусочно-линейными.

5. Исследована эффективность различных подходов к генерации суррогатных временных рядов для диагностики связанности методом нелинейной причинности по Грейнджеру. Показано, что все известные методики занижают уровень значимости при слабом взаимодействии, а для коротких временных рядов и в скользящем временном окне удовлетворительно работает только подход, основанный на перестановке реализаций.
6. Исследован вопрос о пределах применимости метода нелинейной причинности по Грейнджеру при наличии шумов измерения, общих низкочастотных помех и при непрямом взаимодействии.
7. Показано, что метод причинности по Грейнджеру эффективно определяет изменение силы взаимодействия при его использовании в скользящем временном окне, если параметры метода настроены с учётом временных масштабов исследуемых сигналов, а для тестирования значимости используются суррогатные временные ряды, полученные путём перестановки реализаций в исходных данных.
8. Разработаны специализированные модели для оценки связанности и автоматической разметки при абсансной эпилепсии по сигналам внутричерепных ЭЭГ. Показано, что с использованием такой модели можно получить существенно больше информации о динамике связанности, сопутствующей инициации и поддержанию пик-волновых разрядов, чем с использованием стандартных линейных моделей или иных подходов.

Цитированная литература

1. *Granger C.* Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods // *Econometrica*. — 1969. — Vol. 37, no. 3. — Pp. 424–438.
2. *Marinazzo D., Pellicoro M., Stramaglia S.* Nonlinear parametric model for Granger causality of time series // *Phys. Rev. E*. — 2006. — Vol. 73. — P. 066216.
3. *Marinazzo D., Pellicoro M., Stramaglia S.* Kernel-Granger causality and the analysis of dynamical networks // *Phys. Rev. E*. — 2008. — Vol. 77. — P. 056215.
4. The use of time-variant EEG Granger causality for inspecting directed interdependencies of neural assemblies / R. Hesse [et al.] // *J. Neurosci. Methods*. — 2003. — Vol. 124. — Pp. 27–44. — DOI: [10.1016/S0165-0270\(02\)00366-7](https://doi.org/10.1016/S0165-0270(02)00366-7).

5. *Chen Y., Bressler S. L., Ding M.* Frequency decomposition of conditional Granger causality and application to multivariate neural field potential data // *J. Neuroscience Methods*. — 2006. — Vol. 150, no. 2. — Pp. 228–237. — DOI: [10.1016/j.jneumeth.2005.06.011](https://doi.org/10.1016/j.jneumeth.2005.06.011).
6. *Schreiber T.* Measuring Information Transfer // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 85. — P. 461.
7. Analyzing Multiple Nonlinear Time Series with Extended Granger Causality / *Y. Chen [et al.]* // *Phys. Lett. A*. — 2004. — Vol. 324, no. 1. — Pp. 26–35.
8. *Baccala L., Sameshima K.* Partial directed coherence: a new concept in neural structure determination // *Biol. Cybern.* — 2001. — Vol. 84. — Pp. 463–474.
9. *Kraskov A., Stögbauer H., Grassberger P.* Estimating mutual information // *Phys. Rev. E*. — 2004. — Vol. 69. — P. 066138.
10. The use of signal-analysis for the location of an epileptogenic focus: a new approach. *Advances in Epileptology* / *J. Pijn [et al.]* // *Advances in Epileptology*. — 1989. — Vol. 17. — Pp. 272–276.
11. *Smirnov D. A., Mokhov I. I.* From Granger causality to long-term causality: Application to climatic data // *Phys. Rev. E*. — 2009. — Vol. 80. — P. 016208.
12. *Hiemstra C., Jones J. D.* Testing for Linear and Nonlinear Granger Causality in the Stock Price-Volume Relation // *The Journal of Finance*. — 1994. — Vol. 49, no. 5. — Pp. 1639–1664. — DOI: [10.1111/j.1540-6261.1994.tb04776.x](https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1994.tb04776.x).
13. *Gourévitch B., Le Bouquin-Jeannès R., Faucon G.* Linear and nonlinear causality between signals: Methods, examples and neurophysiological applications // *Biological Cybernetics*. — 2006. — Vol. 95, no. 4. — Pp. 349–369. — DOI: [10.1007/s00422-006-0098-0](https://doi.org/10.1007/s00422-006-0098-0).
14. *Smirnov D. A., Bezruchko B. P.* Spurious causalities due to low temporal resolution: Towards detection of bidirectional coupling from time series // *Europhys. Lett.* — 2012. — Vol. 100. — P. 10005.
15. *Кислов В. Я., Залогин Н. Н., Мясин Е. А.* Исследование стохастических автоколебательных процессов в автогенераторах с запаздыванием // *Радиотехника и электроника*. — 1979. — Т. 24, № 6. — С. 1118–1130.
16. *Кляшко С. В., Пиковский А. С., Рабинович М. И.* Автогенератор радиодиапазона со стохастическим поведением // *Радиотехника и электроника*. — 1980. — Т. 25, № 2. — С. 336–343.

17. *Анищенко В. С., Астахов В. В., Летчфорд Т. Е.* Многочастотные и стохастические автоколебания в генераторе с инерционной нелинейностью // Радиотехника и электроника. — 1982. — Т. 27, № 10. — С. 1972—1978.
18. *Дмитриев А. С., Кислов В. Я.* Стохастические колебания в автогенераторе с инерционным запаздыванием первого порядка // Радиотехника и электроника. — 1984. — Т. 29, № 12. — С. 2389—2398.
19. Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации / В. С. Афраймович [и др.] // / под ред. Р. М. Гапонова-Грехова А.В. — Горький : ИПФ АН СССР, 1989.
20. *Чуа Л. О.* Генезис схемы Чуа // Изв. вузов. ПНД. — 1993. — Т. 1, № 3—4. — С. 5—16.
21. *Linsay P.* Period doubling and chaotic behaviour in a driven anharmonic oscillator // Phys. Rev. Lett. — 1981. — Vol. 47, no. 19. — Pp. 1349—1352.
22. *Besruchko B. P., Smirnov D. A.* Constructing nonautonomous differential equations from experimental time series // Phys. Rev. E. — 2000. — Vol. 63. — P. 016207.
23. *Prokhorov M., Ponomarenko V.* Estimation of coupling between time-delay systems from time series // Phys. Rev. E. — 2005. — Vol. 72. — P. 016210. — DOI: [10.1103/PhysRevE.72.016210](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.72.016210).
24. *Shandilya S. G., Timme M.* Inferring network topology from complex dynamics // New Journal of Physics. — 2011. — Vol. 13, no. 1. — P. 013004. — URL: <http://stacks.iop.org/1367-2630/13/i=1/a=013004>.
25. *Рабинович М. И., Трубецков Д. И.* Введение в теорию колебаний и волн. — НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. — С. 560.
26. *Пономаренко В. И., Прохоров М. Д.* Восстановление уравнений системы с задержкой по экспериментальному временному ряду // Известия вузов. ПНД. — 2002. — Т. 10, № 1—2. — С. 52—64.
27. Geometry from a Time Series / N. Packard [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1980. — Vol. 45. — Pp. 712—716. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.45.712](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.45.712).
28. *Kougioumtzis D.* State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series—the role of the time window length // Physica D. — 1996. — Vol. 91, no. 1. — Pp. 13—28.
29. *Gouesbet G., Letellier C.* Global vector-field reconstruction by using a multivariate polynomial L2 approximation on nets // Phys. Rev. E. — 1994. — Vol. 49. — P. 4955.

30. Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data / J. Theiler [et al.] // *Physica D*. — 1992. — Vol. 58. — Pp. 77–94.
31. *Schwarz G.* Estimating the Dimension of a Model // *The Annals of Statistics*. — 1978. — Vol. 6, no. 2. — Pp. 461–464. — DOI: [10.1214/aos/1176344136](https://doi.org/10.1214/aos/1176344136).
32. *Nelder J. A., Mead R.* A simplex for function minimization // *Computer Journal*. — 1965. — Vol. 7. — Pp. 308–313.
33. *Sompolinsky H., Crisanti A., Sommers H. E.* Chaos in random neural networks // *Phys. Rev. Lett.* — 1988. — Vol. 61, no. 3. — Pp. 259–262. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.61.259](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.61.259).
34. *Levenberg K.* A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares // *Quarterly of Applied Mathematics*. — 1944. — Vol. 2. — Pp. 164–168.
35. Granger causality: cortico-thalamic interdependencies during absence seizures in WAG/Rij rats / E. Sitnikova [et al.] // *J Neurosci Methods*. — 2008. — Vol. 170, no. 2. — Pp. 245–254. — DOI: [10.1016/j.jneumeth.2008.01.017](https://doi.org/10.1016/j.jneumeth.2008.01.017).

Основные публикации по теме диссертации

36. *Сысоев И. В., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д.* Восстановление архитектуры связей в ансамбле связанных систем с запаздыванием // *Письма в ЖТФ*. — 2012. — Т. 38, № 15. — С. 1–9.
37. Определение параметров элементов и архитектуры связей в ансамблях связанных систем с запаздыванием по временным рядам / И. Сысоев [и др.] // *Журнал технической физики*. — 2014. — Т. 84, № 10. — С. 16–26.
38. *Сысоев И. В., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д.* Восстановление архитектуры связей в ансамбле связанных систем с запаздыванием // *Письма в ЖТФ*. — 2016. — Т. 42, № 1. — С. 95–102.
39. Reconstruction of ensembles of coupled time-delay system from time series / I. V. Sysoev [et al.] // *Phys. Rev. E*. — 2014. — Vol. 89. — P. 062911. — DOI: [10.1103/PhysRevE.89.062911](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.89.062911).
40. Recovery of couplings and parameters of elements in networks of time-delay systems from time series / I. V. Sysoev [et al.] // *Phys. Rev. E*. — 2016. — Vol. 94. — P. 052207. — DOI: [10.1103/PhysRevE.94.052207](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.94.052207).
41. *Сысоев И. В., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д.* Реконструкция однонаправленно связанных систем с запаздыванием первого порядка по временной реализации ведомой системы // *Известия вузов. ПНД*. — 2017. — Т. 25, № 1. — С. 84–93. — DOI: [10.18500/0869-6632-2017-25-1-84-93](https://doi.org/10.18500/0869-6632-2017-25-1-84-93).

42. Реконструкция систем с запаздыванием под внешним периодическим воздействием / М. В. Сысоева [и др.] // Нелинейная динамика. — 2013. — Т. 9, № 4. — С. 613–625. — DOI: [10.20537/nd1304001](https://doi.org/10.20537/nd1304001).
43. *Сысоев И. В., Пономаренко В. И.* Реконструкция матрицы связей ансамбля идентичных нейроподобных осцилляторов с запаздыванием в связи // Нелинейная динамика. — 2016. — Т. 12, № 4. — С. 567–576. — DOI: [10.20537/nd1604002](https://doi.org/10.20537/nd1604002).
44. *Sysoev I. V., Ponomarenko V. I., Pikovsky A.* Reconstruction of coupling architecture of neural field networks from vector time series // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat. — 2018. — Vol. 57. — Pp. 342–351. — DOI: [10.1016/j.cnsns.2017.10.006](https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2017.10.006).
45. *Sysoev I. V.* Reconstruction of ensembles of generalized Van der Pol oscillators from vector time series // Physica D. — 2018. — DOI: [10.1016/j.physd.2018.07.004](https://doi.org/10.1016/j.physd.2018.07.004).
46. *Сысоев И. В., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д.* Реконструкция ансамблей осцилляторов с нелинейными запаздывающими связями // Письма в ЖТФ. — 2018. — Т. 44, № 22. — С. 57–64. — DOI: [10.21883/PJTF.2018.22.46922.17479](https://doi.org/10.21883/PJTF.2018.22.46922.17479).
47. *Сысоев И. В., Караваев А. С., Наконечный П. И.* Роль нелинейности модели в диагностике связей при патологическом треморе методом грейнджеровской причинности // Известия вузов. ПНД. — 2010. — Т. 18, № 4. — С. 81–87. — DOI: [10.18500/0869-6632-2010-18-4-81-90](https://doi.org/10.18500/0869-6632-2010-18-4-81-90).
48. *Сысоева М. В., Диканев Т. В., Сысоев И. В.* Выбор временных масштабов при построении эмпирической модели // Известия вузов. ПНД. — 2012. — Т. 20, № 2. — С. 54–62. — DOI: [10.18500/0869-6632-2012-20-2-54-62](https://doi.org/10.18500/0869-6632-2012-20-2-54-62).
49. *Корнилов М. В., Безручко Б. П., Сысоев И. В.* Оптимальный подбор параметров прогностических моделей в методе нелинейной причинности по Грейнджеру в приложении к сигналам, характеризуемым хорошо выраженными временными масштабами // Нелинейная динамика. — 2014. — Т. 10, № 3. — С. 279–295. — DOI: [10.20537/nd1403003](https://doi.org/10.20537/nd1403003).
50. *Корнилов М. В., Сысоев И. В.* Влияние выбора структуры модели на работоспособность метода нелинейной причинности по Грейнджеру // Известия вузов. ПНД. — 2013. — Т. 21, № 2. — С. 74–88. — DOI: [10.18500/0869-6632-2013-21-2-74-87](https://doi.org/10.18500/0869-6632-2013-21-2-74-87).
51. Choosing the optimal model parameters for Granger causality in application to time series with main timescale / M. V. Kornilov [et al.] // Chaos, Solitons & Fractals. — 2016. — Vol. 82. — Pp. 11–21. — DOI: [10.1016/j.chaos.2015.10.027](https://doi.org/10.1016/j.chaos.2015.10.027).

52. *Медведева Т. М., Парамонов Ф. Б., Сысоев И. В.* Эффект увеличения чувствительности метода причинности по Грейнджеру с ростом измерительного шума // *Нелинейная динамика*. — 2015. — Т. 11, № 4. — С. 657—670. — DOI: [10.20537/nd1604002](https://doi.org/10.20537/nd1604002).
53. *Корнилов М. В., Сысоев И. В.* Оценка работоспособности метода причинности по Грейнджеру для выявления однонаправленной связи при наличии общей внешней низкочастотной помехи // *Нелинейная динамика*. — 2017. — Т. 13, № 3. — С. 329—362. — DOI: [10.20537/nd1703004](https://doi.org/10.20537/nd1703004).
54. *Корнилов М. В., Сысоев И. В.* Реконструкция архитектуры связей в цепочке из трёх однонаправленно связанных систем методом причинности по Грейнджеру // *Письма в ЖТФ*. — 2018. — Т. 44, № 10. — С. 86—95.
55. *Корнилов М. В., Сысоев И. В.* Исследование эффективности метода нелинейной причинности по Грейнджеру в случае сильной синхронизации систем // *Известия вузов. ПНД*. — 2014. — Т. 22, № 4. — С. 66—75. — DOI: [10.18500/0869-6632-2014-22-4-66-76](https://doi.org/10.18500/0869-6632-2014-22-4-66-76).
56. *Sysoev I. V., Sysoeva M. V.* Detecting changes in coupling with Granger causality method from time series with fast transient processes // *Physica D*. — 2015. — Vol. 309. — Pp. 9–19. — DOI: [10.1016/j.physd.2015.07.005](https://doi.org/10.1016/j.physd.2015.07.005).
57. *Сысоева М. В., Сысоев И. В.* Математическое моделирование динамики энцефалограммы во время эпилептического припадка // *Письма в ЖТФ*. — 2012. — Т. 38, № 3. — С. 103—110.
58. Application of adaptive nonlinear Granger causality: Disclosing network changes before and after absence seizure onset in a genetic rat model / *M. Sysoeva [et al.]* // *J Neurosci Methods*. — 2014. — Vol. 226. — Pp. 33–41. — DOI: [10.1016/j.jneumeth.2014.01.028](https://doi.org/10.1016/j.jneumeth.2014.01.028).
59. Анализ связей между отведениями электроэнцефалограмм крыс до и во время эпилептического припадка с помощью предсказательных моделей / *М. В. Сысоева [и др.]* // *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. — 2013. — 1(1). — С. 73—78.
60. A new method for automatic marking epileptic spike-wave discharges in local field potential signals / *S. A. Startceva [et al.]* // *Proceedings of SPIE*. — 2015. — Vol. 9448. — 1R. — DOI: [10.1117/12.2179017](https://doi.org/10.1117/12.2179017).
61. Analysing coupling architecture in the cortical EEG of a patient with unilateral cerebral palsy / *M. V. Kornilov [et al.]* // *Proceedings of SPIE*. — 2016. — Vol. 9917. — P. 991729. — DOI: [10.1117/12.2229781](https://doi.org/10.1117/12.2229781).