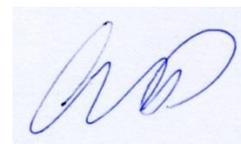


Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Балтийский Федеральный университет имени Иммануила Канта»
ОНК Институт высоких технологий.

На правах рукописи



СИМОНОВ РОМАН ВАЛЕРЬЕВИЧ

РАЗВИТИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ
СИГНАЛОВ

1.3.4 – Радиофизика.

ДИССЕРТАЦИЯ

На соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Калининград – 2025

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1. Теоретические основы оптимальной обработки ультразвуковых сигналов.....	16
§1.1. Аналитический обзор литературы.....	16
§ 1.2 Математические модели ультразвукового сигнала.....	23
§ 1.3. Основные положения теории оптимального приёма	35
Глава 2. Потенциальные возможности обработки ультразвуковых сигналов.....	48
§ 2.1. Неоднозначность решения статистических задач методом максимального правдоподобия.....	48
§ 2.2. Оптимальность спектрального, корреляционного и углового спектрального анализа.....	62
§ 2.3. Спектральный и корреляционный анализ, согласованный с сигналом.....	69
§ 2.4. Спектрально-корреляционный анализ ЛЧМ-сигналов	83
§ 2.5. Спектрально-корреляционный анализ синфазной импульсной последовательности	91
Глава 3. Развитие технологии обработки ультразвуковых сигналов	101
§ 3.1. Обработка ультразвуковых сигналов с учетом сингулярности корреляционной матрицы.....	101
§ 3.2. Решение задачи раздельного обнаружения двух ультразвуковых сигналов.....	113
§ 3.3. Метод обнаружения сигналов на основе статистики значений функционала отношения правдоподобия.....	124
§ 3.4. Потенциальные возможности оценки параметров ультразвуковых сигналов.....	132
§ 3.5. Максимизация функции правдоподобия эволюционными алгоритмами .	144
§ 3.6. Метод обработки кодовых последовательностей в области ультраакустики.....	159

§ 3.7. Помехоустойчивость при обработке ультразвуковых сигналов.....	177
§ 3.8. Результаты эксперимента по разрешению ультразвуковых сигналов.....	185
Глава 4. Пространственно-временная обработка ультразвуковых сигналов.....	189
§ 4.1. Основы пространственно-временной обработки ультразвукового сигнала	189
§4.2. Пространственно-временное разрешение ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия.....	199
§ 4.3.Оптимальная обработка ультразвуковых сигналов при синтезировании апертуры.....	205
Заключение	214
Литература	217

Введение

Актуальность темы исследования

В отличие от радиоволн, ультразвуковые и звуковые волны способны распространяться в проводящих упругих средах, таких как вода (море) и металлы. Это уникальное свойство определяет их широкое применение в гидроакустике, локации и создает основу для подводных систем связи. Благодаря малой длине волны, ультразвуковые волны нашли применение для решения разнообразных задач в области диагностики, дефектоскопии, акустической микроскопии, томографии и измерения расстояний. В частности, использование ультразвука в медицине позволяет осуществлять диагностику различных заболеваний и получать акустические изображения внутренних органов.

Эффективность широкого использования ультразвуковых и звуковых волн в различных отраслях обусловлена физикой их излучения и распространения. Малая длина волны позволяет приближенно описывать процесс их распространения и приёма в рамках геометрической оптики. При этом современные системы обеспечивают высокое разрешение: по времени – на уровне микросекунд, по пространству – до миллиметров и долей миллиметров. Такие характеристики достигаются за счет использования широкополосных сигналов и ультразвуковых фазированных решеток с большим количеством элементарных излучателей, способных формировать диаграммы направленности шириной в доли градуса. Например, в ультразвуковой медицинской диагностике применяются фазированные антенные системы, состоящие из сотен и даже тысяч пьезокристаллических преобразователей. В современных ультразвуковых и звуковых системах активно используется электронное сканирование диаграммой направленности, фокусирование энергии ультразвуковой волны и методы синтезированной апертуры. Для обнаружения подвижных объектов средствами ультразвуковой акустики широко используется эффект Доплера.

Таким образом, современные ультразвуковые и звуковые технические системы характеризуются высокой эффективностью, сопоставимой с эффективностью радиотехнических систем, благодаря использованию

фазированных решеток, сложных широкополосных сигналов и доплеровской фильтрации.

Теоретической основой высокой эффективности обработки сигналов, как в радиотехнических, так и в ультразвуковых системах, являются положения теории оптимального приёма, разработанные В.А. Котельниковым, А.Н. Колмогоровым, Р.Л. Стратоновичем, Н. Винером, А. Вальдом, Я.Д. Ширманом. Наиболее доступное изложение ее основ представлено в работах В.И. Тихонова, А.И. Перова, А.П. Трифонова [1,2,3]. В рамках этой теории решаются ключевые статистические задачи: обнаружение сигналов, различение сигналов, оценка параметров сигналов, разрешение сигналов и их фильтрация на фоне помех [3]. В работах БФУ им. И. Канта к настоящему времени были уточнены положения теории оптимального приёма, и разработан новый метод решения этих задач, в основе которого лежит метод максимального правдоподобия с высоким разрешением [4,5]. Были созданы фильтры максимального правдоподобия, способные разделять сигналы, неортогональные по частоте, времени приёма и угловым параметрам. Однако, применительно к ультразвуковой акустике, положения теории оптимального приёма остаются недостаточно разработанными и используются на прежнем уровне. При обработке ультразвуковых сигналов преимущественно применяются спектральный анализ, угловой спектральный анализ и корреляционный анализ. Разрешающая способность этих методов ограничена рэлеевским пределом и зависит от базы сигнала. Тем не менее, проблема повышения разрешающей способности остается одной из ключевых в медицине, дефектоскопии и гидроакустических системах. Эффективное развитие методов обработки ультразвуковых сигналов сдерживается следующими специфическими факторами:

- Особенности излучения/приема: Излучение и прием ультразвуковых сигналов осуществляется пьезокристаллическими преобразователями, нагруженными на среду распространения. Их возбуждение производится «ударным» методом (видеоимпульс), резонансным методом с помощью радиоимпульса или с помощью последовательности фазированных

радиоимпульсов (коды Баркера, М-последовательности). Высокая добротность преобразователей приводит к существенному искажению сигналов на выходе из-за переходных процессов значительной длительности, что вызывает межимпульсную интерференцию.

- Частотная зависимость затухания: Затухание ультразвуковых волн при распространении в среде зависит от частоты, что приводит к значительному искажению формы сигнала в точке приёма (высокочастотные компоненты затухают сильнее низкочастотных).
- Структурный шум: Помимо теплового шума, при распространении ультразвуковых волн наблюдается структурный шум, обусловленный рассеянием на мелкой неоднородной структуре вещества. Следовательно, решение статистических задач должно учитывать наличие структурного шума.
- Многолучевость: Ограниченность размеров области распространения часто приводит к проблеме многолучевости.

Таким образом, специфические особенности излучения, распространения и приёма ультразвуковых и звуковых сигналов диктуют необходимость развития положений теории оптимального приёма применительно к ультразвуковой акустике. Именно это развитие составляет основное содержание настоящей работы.

Цели и задачи диссертационной работы

Дальнейшее развитие возможностей ультраакустических систем может быть достигнуто путем развития методов обработки сигналов на базе теории оптимального приёма. Эта теория охватывает основные статистические задачи радиотехники, в той или иной мере актуальные для ультразвуковых комплексов аппаратуры: обнаружение сигналов, оценку их параметров, разрешение сигналов и их фильтрацию на фоне помех.

Основной целью настоящей работы является развитие методов обработки сигналов в ультразвуковых комплексах аппаратуры на базе положений теории

оптимального приёма. Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

1. Проведение сравнительного анализа операторных методов обработки сигналов и метода максимального правдоподобия на основе критерия оптимальности (минимум функционала правдоподобия).
2. Разработка алгоритмов обработки ультразвуковых сигналов с высоким разрешением на базе метода максимального правдоподобия.
3. Решение задачи раздельного обнаружения совокупности ультразвуковых сигналов с неизвестными параметрами.
4. Исследование предельных возможностей разрешения ультразвуковых сигналов.
5. Разработка методики оптимальной обработки сложных ультразвуковых сигналов.
6. Разработка метода фильтрации простых и сложных ультразвуковых сигналов на фоне помех.
7. Развитие оптимальных методов обработки пространственно-временных ультразвуковых сигналов.
8. Разработка алгоритмов и программ для модельных исследований потенциальных возможностей обработки временных и пространственно-временных ультразвуковых сигналов.
9. Разработка макетов и исследования, достижимых на практике возможностей обработки ультразвуковых сигналов.

Научная новизна

Научная новизна работы заключается в развитии теории и практики оптимальной обработки сигналов в ультразвуковых комплексах аппаратуры и определяется следующими положениями:

1. Предложен новый метод оптимальной обработки ультразвуковых сигналов, обеспечивающий сверхрэлеевское разрешение и основанный на преобразованном функционале отношения правдоподобия.

2. Впервые теоретически обоснована и доказана ограниченность широко используемых методов обработки (спектрального, корреляционного, углового спектрального анализа). Установлено, что их оптимальность достигается только в случае присутствия в реализации единственного сигнала и при условии его согласования с принимаемым сигналом.
3. Выявлен ранее неучтенный фактор неоднозначности решений в методе максимального правдоподобия на итоговую эффективность обработки. Исследовано его влияние на решение. Для устранения этой неоднозначности предложена подстановка Хелстрема.
4. Впервые обнаружено и исследовано явление сингулярных шумовых максимумов на поверхностях функционалов правдоподобия, возникающее при решении уравнений правдоподобия для совокупности сигналов. Эти максимумы препятствуют корректной оценке параметров множества сигналов. Предложен эффективный метод их подавления.
5. Разработано новое решение задачи обнаружения сигналов, основанное на статистике значений преобразованного функционала отношения правдоподобия.
6. Решена задача отдельного обнаружения ультразвуковых сигналов в условиях их высокой корреляции (неортогональности).
7. Предложен оригинальный метод оценки количества сигналов, содержащихся в принятой реализации.
8. Разработан новый метод возбуждения кодовых последовательностей (Баркера, М-последовательностей) пьезокерамическими преобразователями, позволяющий эффективно применять их в ультразвуковых комплексах и преодолеть ограничения, связанные с высокой добротностью.
9. Создана новая методика фильтрации ультразвуковых сигналов на фоне как ортогональных, так и неортогональных помех.
10. Заложены теоретические основы оптимальной обработки пространственно-временных ультразвуковых сигналов.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость диссертационной работы заключается в следующем:

- Развита ключевая теория оптимального приёма применительно к решению основных статистических задач радиотехники в области неортогональности ультразвуковых сигналов.
- Усовершенствованы принципы оптимальной обработки простых и сложных ультразвуковых сигналов операторными методами.
- Выявлены и исследованы новые факторы (неоднозначность, сингулярные шумовые максимумы), существенно влияющие на применимость метода максимального правдоподобия для обработки ультразвуковых сигналов в реальных условиях.
- Разработана принципиально новая методика фильтрации ультразвуковых сигналов на фоне помех произвольного типа (ортогональных и неортогональных сигналов).
- Создан новый метод решения задачи обнаружения, основанный на статистике значений преобразованного функционала отношения правдоподобия.
- Разработаны фундаментальные основы пространственно-временной обработки ультразвуковых сигналов.

Практическая значимость диссертационной работы состоит в следующем:

- Обоснована возможность решения статистических задач в новой области - в области неортогональности ультразвуковых сигналов, что ранее считалось затруднительным.
- Доказана и реализована возможность существенного ускорения процесса обработки сигналов за счет применения эволюционных алгоритмов поиска экстремума.

- Разработаны, реализованы и апробированы алгоритмы и программы для оптимальной обработки ультразвуковых сигналов в условиях неортогональности.
- Созданы и исследованы функциональные макеты, демонстрирующие достижимые на практике возможности предложенных методов.

Методология и методы исследования

Методологической основой диссертационной работы выступают положения теории оптимального приёма, специально развитые и адаптированные для оптимальной обработки ультразвуковых сигналов.

Для решения поставленных задач использовался комплекс методов:

- Теоретический анализ: Углубленное изучение и развитие положений теории оптимального приёма применительно к особенностям излучения, распространения и приёма ультразвуковых сигналов.
- Математическое моделирование: Детальное моделирование процессов излучения, распространения, приёма и обработки ультразвуковых сигналов в различных сценариях (один сигнал, несколько сигналов, наличие помех, пространственно-временная обработка) для верификации теоретических выводов и оценки потенциальных возможностей.
- Экспериментальные исследования: Проведение натурных экспериментов на специально разработанных макетах для проверки работоспособности алгоритмов, оценки достижимых характеристик и подтверждения результатов моделирования.
- Сравнительный анализ: Систематическое сопоставление эффективности разработанных методов с традиционными операторными методами обработки сигналов и с известными теоретическими пределами (Рэлея, Крамера-Рао).

Основные положения, выносимые на защиту

1. Структура и принципы оптимальной обработки ультразвуковых сигналов в области их неортогональности, включая выявленные новые факторы (неоднозначность, сингулярные шумовые максимумы) и методы их компенсации (подстановка Хелстрема, метод подавления шумовых максимумов).
2. Результаты сравнительного анализа операторных методов обработки сигналов и метода максимального правдоподобия, подтверждающие их ограниченность (оптимальны только для одного согласованного сигнала) и обосновывающие необходимость использования, разработанных методов спектрального и корреляционного анализа, согласованных с сигналами при наличии амплитудно-фазовой модуляции.
3. Результаты теоретических исследований оптимальной обработки ультразвуковых сигналов, определяющие рабочие диапазоны по разрешающей способности и требуемому отношению сигнал/шум в критической области неортогональности сигналов.
4. Разработанные и экспериментально проверенные методы решения задачи отдельного обнаружения совокупности ультразвуковых сигналов:
 - На основе статистики оценок амплитуд сигналов.
 - На основе статистики значений преобразованного функционала отношений правдоподобия.
5. Результаты экспериментальных (макетных) исследований, подтверждающих возможности практической реализации разработанных методов обработки ультразвуковых сигналов в области их неортогональности и их соответствие теоретическим прогнозам и результатам моделирования.

Степень достоверности и апробация работы

- Достоверность полученных результатов и выводов обеспечивается:

- Последовательным применением фундаментальных положений теории оптимального приёма и статистической теории оценок.
- Всесторонним математическим моделированием процессов обработки в широком диапазоне условий (число сигналов, уровни шумов и помех, степень неортогональности). Полученные результаты моделирования внутренне непротиворечивы и в частных предельных случаях согласуются с известными классическими результатами.
- Экспериментальной проверкой ключевых положений теории и эффективности разработанных алгоритмов на специально созданных макетах. Результаты макетных исследований хорошо согласуются с теоретическими предсказаниями и данными моделирования.

Апробация работы:

Основные результаты диссертационной работы докладывались и получили положительную оценку на следующих научных форумах:

1. Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение» (г. Москва), ежегодно в период с 2015 по 2023 год.
2. Международный Балтийский морской форум (г. Калининград), ежегодно в период с 2017 по 2023 год.
3. Международная научно-техническая конференция «Радиолокация, навигация, связь» (г. Воронеж), 2015 год.

Публикации:

Материалы диссертации опубликованы в 30 научных работах. Из них:

- 3 статьи – в рецензируемых научных журналах, входящих в Перечень ВАК РФ.
- 28 работ – в трудах международных и всероссийских конференций.

Личный вклад автора

Автор лично выполнил следующие ключевые этапы исследования:

1. Разработка основных теоретических положений: Постановка основных задач работы и обсуждение получаемых результатов (теоретических,

модельных, экспериментальных) осуществлялись совместно с научным руководителем.

2. Разработка и проведение экспериментов:

- Разработано специализированное экспериментальное устройство для регистрации ультразвуковых сигналов.
- Проведены эксперименты по приёму множественных ультразвуковых сигналов в условиях многолучевого распространения и по приёму пространственно-временных сигналов.

3. Разработка алгоритмов и теоретический анализ:

- Созданы алгоритмы обработки сигналов на основе метода максимального правдоподобия.
- Проведены масштабные модельные исследования с использованием этих алгоритмов.
- Получены основные аналитические выражения и соотношения для разработанных методов.

4. Реализация и оптимизация:

- Реализованы алгоритмы поиска экстремума функционала правдоподобия (включая эволюционные методы).
- Проведено сравнительное исследование эффективности различных алгоритмов оптимизации.

5. Научные публикации: Подготовка и публикация научных работ осуществлялась совместно с научным руководителем.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа содержит введение, четыре главы и заключение.

Объем работы: 229 страниц основного текста, содержит 148 рисунков.

Список литературы содержит 90 наименований.

Содержание работы

- Введение: Содержит обоснование актуальности темы, анализ степени разработанности проблемы, формулировку цели и конкретных задач

исследования, краткое описание научной новизны, теоретической и практической значимости, а также основных положений, выносимых на защиту.

- Глава 1: "Теоретические основы оптимальной обработки ультразвуковых сигналов". Выделены ключевые проблемы в области обработки ультразвуковых сигналов, сформулированы цель и задачи диссертации. Изложены фундаментальные положения теории оптимального приема и метода максимального правдоподобия, составляющие теоретическую базу работы.
- Глава 2: "Потенциальные возможности обработки ультразвуковых сигналов": Описано выявление и исследование ранее неизвестного фактора неоднозначности решений в методе максимального правдоподобия. Предложена и обоснована подстановка Хелстрема как метод устранения этой неоднозначности. Подстановка напрямую связана с оценкой амплитуд сигналов из уравнений правдоподобия и функционалом правдоподобия. Материалы, составляющие основу главы, изложены в работах [6-9]
- Глава 3: "Развитие технологии обработки ультразвуковых сигналов": Рассмотрены вопросы, аналогичные Главе 2, но для случая наличия в принятой реализации двух или более сигналов. Показано, что решение существенно усложняется в области неортогональности сигналов. В этой области существенны следующие факторы:
 - Критерий Рэлея не выполняется.
 - Корреляционная матрица уравнений правдоподобия становится сингулярной, что критически затрудняет решение статистических задач.
 - Проявляется эффект сингулярных шумовых максимумов.Представлены разработанные методы преодоления этих трудностей. Приведены результаты эксперимента, показывающего возможность разрешения двух ультразвуковых сигналов. Основы теории представлены в работах [9-34]. Рассмотрена задача поиска экстремума функции

правдоподобия. Результаты приведены в работах [35, 36]. Проведён эксперимент по разрешению двух сигналов при многолучевом распространении ультразвука. Результаты представлены в работе [18].

- Глава 4: "Пространственно-временная обработка ультразвуковых сигналов": Рассмотрено применение разработанных теоретических положений к обработке пространственно-временных сигналов, получаемых с использованием решетки пьезоэлектрических преобразователей или метода бокового обзора. Подробно изложены методика и результаты эксперимента, подтверждающие теоретические положения. Проведён эксперимент по пространственно-временному разрешению двух сигналов при использовании метода бокового обзора. Основные положения теории и результаты исследований приведены в работах [30, 31].
- Заключение: Содержит краткое изложение основных результатов диссертационной работы и наиболее важных выводов.

Глава 1. Теоретические основы оптимальной обработки ультразвуковых сигналов

§1.1. Аналитический обзор литературы

Рассмотрим существующие методы обработки сигналов в трех областях ультразвуковой акустики: в гидроакустике, дефектоскопии и медицине. Гидроакустические комплексы аппаратуры предназначены для получения информации об объектах, находящихся в водной среде, и для передачи информации в ней. Проблемы обработки информации в гидроакустике хорошо известны [37-48]. Они связаны с условиями распространения сигналов, с формированием помех, отражением ультразвука от поверхности и дна моря, с частотным диапазоном гидроакустических сигналов. Особенностью гидроакустического канала распространения сигнала и помех является высокая степень рефракционных явлений и отражений от поверхности моря и его дна. Это приводит к интерференционным явлениям в морском волноводе и требует учета при обработке принимаемых гидроакустических сигналов и помех. В принципе, это проблема многолучевости, которая в радиотехнике частично решается с помощью фазированных решеток с большой апертурой и широкополосных сигналов. Однако размеры антенных систем в гидроакустических комплексах аппаратуры, а также полоса частот ограничены. В связи с этим разрешение сигналов, как по угловым параметрам, так и по времени приёма также ограничено. Для увеличения разрешения по угловым координатам в гидроакустических комплексах аппаратуры часто используются гидролокаторы бокового обзора, существенно уменьшающие ширину синтезированной диаграммы направленности [48]. Одной из особенностей обработки сигналов в гидроакустических комплексах аппаратуры является реверберация: отражение акустических волн от мелких образований. Это, по существу, структурный шум, уровень которого ограничивает возможности обнаружения сигнала. Для его подавления необходимо использование современных методов пространственно-временной обработки акустических сигналов [43]. В качестве элементарных

излучателей и приемников в гидроакустических комплексах аппаратуры используются гидрофоны: резонансные пьезокристаллические структуры с добротностью ≈ 10 , которые существенно меняют вид возбуждающего сигнала за счет переходных процессов. Это препятствует широкому использованию сложных широкополосных сигналов (сигналов на основе кодов Баркера, М-последовательностей, ЛЧМ-сигналов). [49-52]

Таким образом, в области обработки сигналов в гидроакустических комплексах аппаратуры используются, в основном, известные методы обработки: спектральный анализ, корреляционный анализ, угловой спектральный анализ. С их помощью обрабатываются простые, сложные и пространственно-временные сигналы. Современные возможности теории оптимального приёма в области обработки сигналов в гидроакустических комплексах аппаратуры представлены достаточно слабо. Основным направлением исследований является адаптация алгоритмов обработки не только к условиям приёма ультразвуковых сигналов, но и к условиям распространения акустических волн в среде.

Рассмотрим методы обработки сигналов в ультразвуковой дефектоскопии [53-65]. Для ультразвуковой дефектоскопии изделий из металлов используется диапазон частот 5-10 МГц. Это миллиметровые длины волн, а, следовательно, высокое разрешение. При ударном возбуждении пьезокристаллического элемента на интервалах 1-2 периода, обеспечивается временное разрешение порядка долей микросекунды. Проблемой в этом случае является многолучевость, возникающая в конструкциях сложной формы. Для дефектоскопии сложноструктурных изделий характерным является частотно-зависимое затухание, существенно искажающее принимаемый сигнал. С целью уменьшения затухания в этих случаях используются низкочастотные ультразвуковые сигналы (≈ 100 кГц). Длина волны увеличивается при этом до сантиметрового диапазона, соизмеримого с размерами изделий. Это приводит к проблеме низкого разрешения сложности использования широкополосных сигналов. Наличие структурного шума в сложноструктурных изделиях приводит к сложности решения задачи обнаружения дефектов. Наибольшее развитие дефектоскопия сложноструктурных изделий получила в

МЭИ, где разрабатывается научное направление – ультразвуковая помехоустойчивая дефектоскопия крупногабаритных изделий из сложноструктурных материалов [54]. Результатом их исследований является ряд технических решений для дефектоскопии: ультразвуковые фазированные решетки, использование ультразвуковых сложно модулированных сигналов. Для неискажающего преобразования широкополосных сигналов в 1970 были разработаны широкополосные мозаичные пьезопреобразователи, состоящие из набора (мозаики) отдельных пьезоэлементов одной высоты. Несколько позже были созданы ультразвуковые мозаичные сверхширокополосные пьезопреобразователи на основе разновысоких пьезоэлементов, что позволило существенно расширить полосу пропускания и формировать АЧХ датчика с заданными параметрами для уменьшения искажения ультразвукового сигнала при электроакустическом преобразовании сигналов. В МЭИ были разработаны новые сигналы - сплит сигналы [54]. Они представляют собой последовательность радиоимпульсов с меняющейся по определенному закону несущей частотой. В определенной степени они были предназначены для замены ультразвуковых сложно модулированных сигналов. Для выделения «полезного» информационного эхосигнала из структурного шума в МЭИ разработана теория и методы пространственно-временной обработки сигналов, в основе которых лежит принцип многоканального контроля сложно структурных изделий. Этот принцип базируется на пространственном отделении (декорреляции) эхосигналов от дефектов и от структурного шума. Пространственно-временная обработка сигналов в ультразвуковой дефектоскопии означает или сканирование датчика по поверхности изделия в области дефекта с последующим накоплением суммарного сигнала, или создание многоканального преобразователя с определенной топологией, с помощью которого можно повысить помехоустойчивость при обработке сложноструктурных изделий [54, 55]. Следует отметить, что в радиотехнике, наряду с фазированными антенными системами, используются и многоканальные антенные системы, реализующие пространственно-временную обработку сигналов в более привычном виде: в форме диаграмм направленности

[66]. Второй важной особенностью является то, что в дефектоскопии существенное развитие получили изделия микроэлектроники: мозаичные структуры пьезоэлементов, ультразвуковые фазированные решётки, сплит-сигналы. Теория и практика обработки сигналов в области ультразвуковой дефектоскопии отстают от современных возможностей микроэлектроники. Положения теории оптимального приёма в приложении к дефектоскопии используются сравнительно редко.

Рассмотрим методы обработки информации в медицинской ультразвуковой диагностике [67-88]. Для излучения и приёма информации в ультразвуковой диагностике используются частотный диапазон $2 \div 29$ МГц. Так же, как и в дефектоскопии, используют последние достижения микроэлектроники: возможность формировать в области ультразвука широкополосные сигналы и возможность реализации цифровых ультразвуковых фазированных решеток. Широкополосность ультразвуковых сигналов обеспечивает высокое разрешение по времени приёма (по дальности, мозаичные структуры). Цифровые ультразвуковые фазированные решетки обеспечивают высокое разрешение по координатам. Так, например, современные детекторы ультразвука в медицине могут содержать несколько сотен мелких пьезокристаллических преобразователей, обеспечивая узкую управляемую диаграмму направленности. Совокупность определенного количества узкополосных пьезокристаллических преобразователей с разными резонансными частотами обеспечивает общую широкополосность излучателя или приемника.

В медицинской ультразвуковой диагностике широко используется метод доплеровской оценки скорости объекта исследования. Обычно таким методом оценивается скорость движения крови в сосудах, или движение отдельных частей сердца [72,75,80]. Однако, для оценки малых скоростей движения, требуются большие временные базы сигнала.

Изложенные материалы обзора литературы по вопросам обработки сигналов в области ультразвука позволяют сделать следующий вывод.

К настоящему времени успехи в области гидроакустических систем, в области ультразвуковой дефектоскопии, в области ультразвуковой диагностики в медицине, а также ультразвуковой микроскопии, связаны в первую очередь с развитием микроэлектроники. Создание небольших управляемых пьезокристаллических структур привело к разработке разного вида ультразвуковых фазированных решеток [89], обеспечивающих узкие диаграммы направленности, высокое разрешение по координатам, значительное ослабление теплового и структурного шума. Развитие микроэлектроники привело также к созданию источников широкополосных сигналов на основе пьезокристаллических структур со смещенными резонансными частотами. Это позволило в области гидроакустических систем, в области ультразвуковой дефектоскопии, в области ультразвуковой диагностики в медицине получить высокое разрешение по дальности (времени приёма) и снизить уровень теплового шума. Другими словами, успехи микроэлектроники позволили создать излучающие и приемные системы в области ультразвука, обладающие большой пространственной, частотной и временной базами. Однако методы обработки сигналов в области ультразвуковой акустики остаются прежними: спектральный анализ, угловой спектральный анализ, корреляционный анализ. Разрешающая способность, реализуемая в этих методах, ограничена рэлеевским пределом и зависит от базы сигнала. Это сдерживает дальнейшее развитие ультразвуковой техники. Дальнейшее увеличение пространственной, частотной, и временной баз ультразвукового сигнала проблематично в связи с существующими техническими и физическими ограничениями [90-92]. Технические ограничения связаны с размерами и конфигурацией изделий при ультразвуковой дефектоскопии и с размерами биологических объектов в ультразвуковой диагностике. Физические ограничения связаны с явлениями дифракции. В широком смысле, это дифракционные максимумы в оптике, это диаграммы направленности антенных систем, это спектральные линии радиоимпульсов. Все они связаны с соответствующими базами сигнала, ограничивающими энергию сигнала.

Дальнейшее развитие возможностей ультразвуковых систем, может быть связано с развитием методов обработки сигналов на основе положений теории оптимального приёма [93-106, 2, 3]. Основой этой теории являются работы Котельникова В.А., Вальда А, Стратоновича Р.Л., Сосулина Ю.Г., Хелстрема К., Шеннона К.Э., Левина Б.Р., Тихонова В.И., Перова А.И., Ширмана Я.Д. Положения этой теории хорошо изложены в [3]. Эта теория решает ряд основных статистических задач радиотехники, в большей или меньшей степени представленных в ультразвуковых комплексах аппаратуры. К ним относятся следующие задачи: задача обнаружения сигналов, задача различения сигналов, задача оценки параметров сигналов, задача разрешения сигналов, задача фильтрации сигналов на фоне помех. В БФУ им. И. Канта на протяжении более чем 20 лет проводятся работы по развитию положений теории оптимального приёма [4, 5, 107-115, 62]. В работах [6-36] автором работы, совместно с соавторами, изложены основы обработки сигналов в области ультразвука, а также в области радиотехники, на основе теории оптимального приёма, проведены модельные исследования. Основным результатом этих работ является создание технологии обработки сигналов методом максимального правдоподобия с высоким разрешением [4]. Предлагаемая технология позволяет увеличить разрешающую способность в частотной спектроскопии, в угловой спектроскопии, а так же временное разрешение в ≈ 10 раз при отношении сигнал/шум $\approx 15\div 20$ дБ на выходе блока обработки. Это позволяет предположить возможность увеличения разрешения в ультразвуковых комплексах аппаратуры до ≈ 10 раз без изменения пространственной, частотной или временной баз сигнала, что приведёт к увеличению точности и достоверности информации, получаемой в ультразвуковых комплексах аппаратуры.

В работе также затронут ряд вопросов, связанных с возможностью быстрой максимизации функции правдоподобия цифровыми методами. Рассматривается применение метода дифференциальной эволюции, обладающего высокой эффективностью [116-118], а также генетического алгоритма [119-121].

Таким образом, основной целью настоящей работы является развитие методов обработки сигналов в ультразвуковых комплексах аппаратуры на основе положений теории оптимального приёма. Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

1. Проведение сопоставительного анализа операторных методов обработки сигналов с методом максимального правдоподобия на основе критерия оптимальности (минимум функционала правдоподобия).
2. Разработка технологии обработки ультразвуковых сигналов с высоким разрешением на основе метода максимального правдоподобия.
3. Решение задачи отдельного обнаружения совокупности ультразвуковых сигналов с неизвестными параметрами.
4. Исследование предельных возможностей разрешения ультразвуковых сигналов.
5. Разработка технологии оптимальной обработки сложных ультразвуковых сигналов.
6. Разработка технологии фильтрации простых и сложных ультразвуковых сигналов на фоне помех.
7. Развитие оптимальных методов обработки пространственно-временных ультразвуковых сигналов.
8. Разработка алгоритмов программ и проведение модельных исследований потенциальных возможностей обработки временных и пространственно-временных ультразвуковых сигналов.
9. Разработка макетов и исследования достижимых возможностей обработки ультразвуковых сигналов.

§ 1.2 Математические модели ультразвукового сигнала

Рассмотрим аналитическую структуру при модельном представлении ультразвуковых сигналов. Структура должна учитывать особенности излучения, приёма и распространения ультразвуковых волн и является достаточно сложной. Для создания ультразвука в среде используются пьезокерамические преобразователи [54], которые можно рассматривать, как резонаторы с частотной характеристикой вида

$$\widehat{K}(\omega) = \frac{K_0}{1 + i \frac{2Q(\omega - \omega_0)}{\omega_0}}, \quad (1.2.1)$$

где Q – добротность резонатора. Обычно добротность не превышает значения 10.

ω_0 – круговая резонансная частота резонатора.

Такая модель резонатора лишь качественно описывает частотный характер излучения в связи с труднопредсказуемыми побочными резонансами.

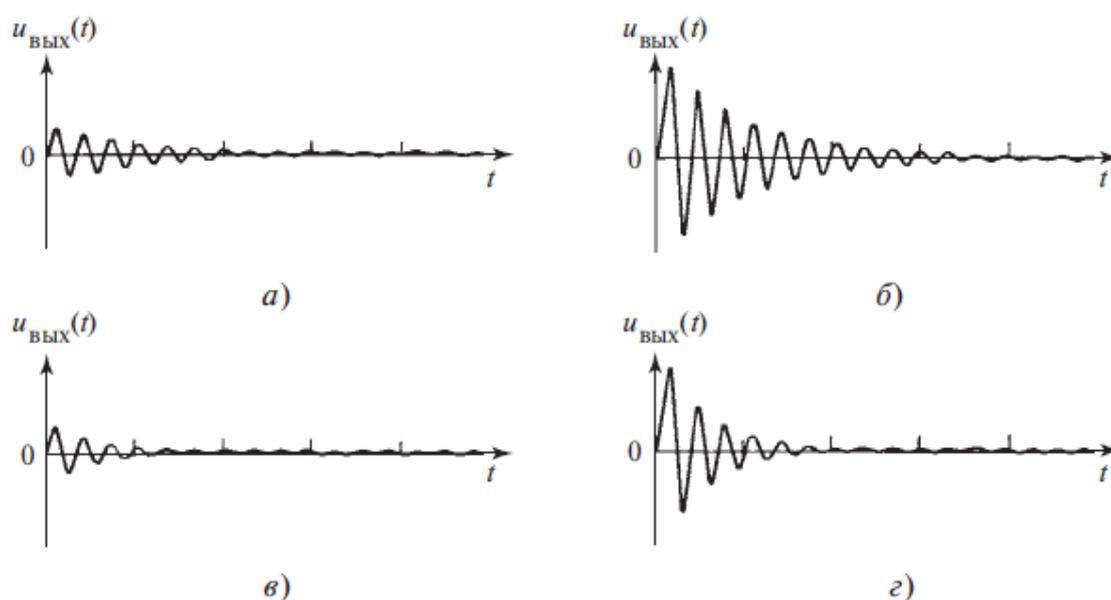


Рисунок 1.2.1 – Экспоненциально затухающий ультразвуковой сигнал при ударном возбуждении преобразователя, длительностью $0.1 T_0$, (а, в) и $0.5 T_0$, (б, г) периода. Добротность, соответственно, равна 10 (а, б) и 5 (в, г)

Для возбуждения колебаний в преобразователе часто используется ударное возбуждение коротким видеоимпульсом. Длительность такого импульса составляет не более половины периода колебаний преобразователя. При

длительности, равной $0.5T_0$, наблюдается наибольшая амплитуда сигнала. В этом случае, максимальная энергия ультразвукового сигнала ограничена амплитудой возбуждающего импульса, зависящей от электрической прочности пьезокерамики. Более высокая энергия импульса достигается, если использовать резонансное возбуждение коротким радиоимпульсом (простые сигналы), возбуждение последовательностью радиоимпульсов в виде кодов Баркера или М-последовательности (сложные сигналы). При ударном возбуждении коротким видеоимпульсом ультразвукового датчика, в среду распространения излучается экспоненциально затухающий сигнал (рисунок 1.2.1) [54]. При малых длительностях возбуждающего видеоимпульса, меньших $0.5T_0$, форму затухающего сигнала можно описать выражением

$$\hat{S}(t) = U_0(1 - e^{-\alpha t})e^{i\omega_0 t}, \quad (1.2.2)$$

где U_0 – амплитуда сигнала, α – коэффициент затухания, ω_0 – круговая резонансная частота.

Время затухания по уровню 0.1 от максимума амплитуды сигнала определяется выражением $t_0 = \frac{4.6Q}{\omega_0}$. При резонансном возбуждении преобразователя радиоимпульсом длительности $T_{\text{и}}$ форма излученного сигнала определяется выражением (рисунок 1.2.2) [54].

$$\begin{aligned} \hat{S}(t) &= \hat{U}_0(1 - e^{-\alpha t})e^{i\omega_0 t} \text{ при } t = 0 \div T \\ \hat{S}(t) &= \hat{U}_0((1 - e^{-\alpha T_{\text{и}}})e^{-\alpha(t-T_{\text{и}})})e^{i\omega_0 t} \text{ при } t > T. \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

На рисунке отмечается передний и задний фронт сигнала. Протяженность заднего фронта сигнала по уровню 0.1 от максимума при резонансных частотах 100 кГц равна $\tau \approx 40$ мкс (период $T_0 = 10$ мкс).

На практике часто возникает ситуация, когда длительность заднего фронта принятого ультразвукового сигнала значительно превышает длительность переднего фронта. Это наблюдается при ударном возбуждении ультразвукового преобразователя, когда форма излученного сигнала представляет собой затухающие колебания, описываемые выражением (1.2.2). Ультразвуковой преобразователь обычно представляет собой колебательную систему с достаточно

высокой добротностью. При приёме сигнала, амплитуда колебаний преобразователя достигает максимума с задержкой. Колебания пьезокерамической пластинки преобразователя, принимающего ультразвуковой сигнал, имеют сложный характер, однако приближённо они могут быть описаны уравнением вынужденных колебаний.

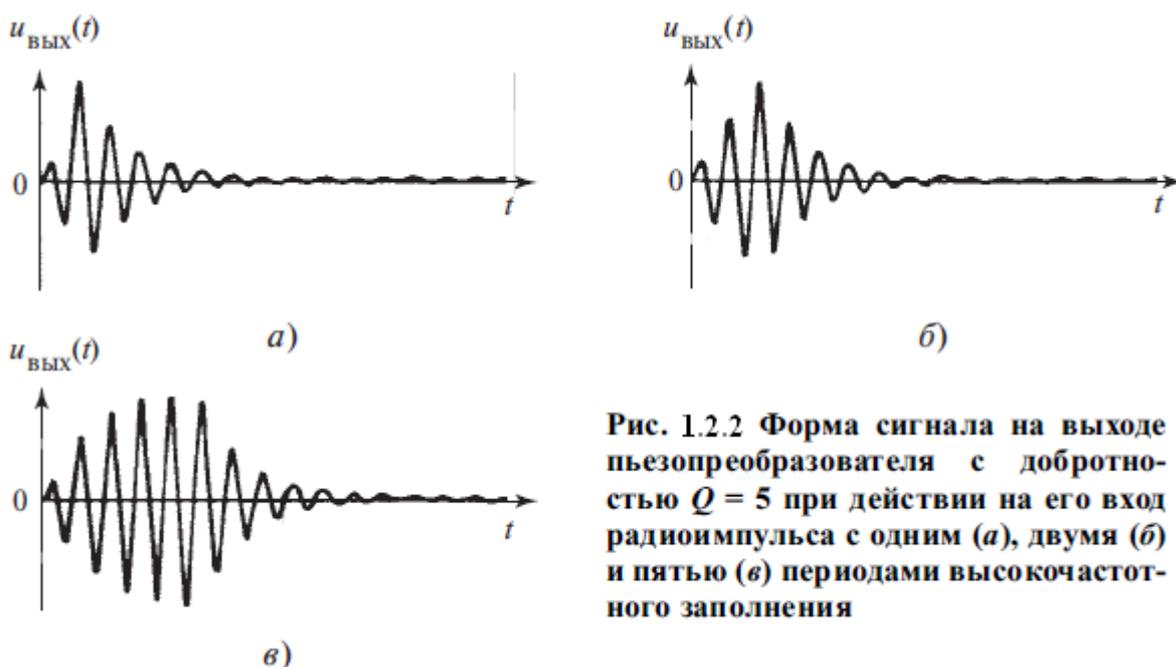


Рис. 1.2.2 Форма сигнала на выходе пьезопреобразователя с добротностью $Q = 5$ при действии на его вход радиоимпульса с одним (а), двумя (б) и пятью (в) периодами высокочастотного заполнения

Рисунок 1.2.2 – Форма сигнала на выходе пьезопреобразователя при подаче на вход радиоимпульса

При этом вынуждающая сила, вызванная воздействием принимаемого ультразвукового сигнала, изменяется согласно выражению (1.2.2). С учётом этого, уравнение запишется в следующем виде:

$$\ddot{S}(t) + 2a\dot{S}(t) + \omega^2 S(t) = \cos(\omega t) \exp(-at),$$

где a – коэффициент затухания колебаний.

Решение данного уравнения может быть получено приближенно.

Предположим, что в начальный момент времени, соответствующий приходу сигнала, колебания преобразователя отсутствуют. Тогда $\dot{S}(0) = 0, S(0) = 0$.

Решая уравнение при этих начальных условиях, получим следующее выражение:

$$S(t) = \frac{2 \sin(\omega t) - \frac{\omega \left(e^{2t\sqrt{b^2 - \omega^2}} - 1 \right)}{\sqrt{b^2 - \omega^2}}}{4b\omega e^{bt}}. \quad (1.2.4)$$

Результат моделирования ультразвукового сигнала показан на рисунке 1.2.3. На рисунке «а» показан ультразвуковой сигнал, полученный посредством ударного возбуждения преобразователя с резонансной частотой 40 кГц и коэффициентом затухания $b = 5000$. На рисунке «б» показан принятый ультразвуковой сигнал, полученный на основе выражения (1.2.4).

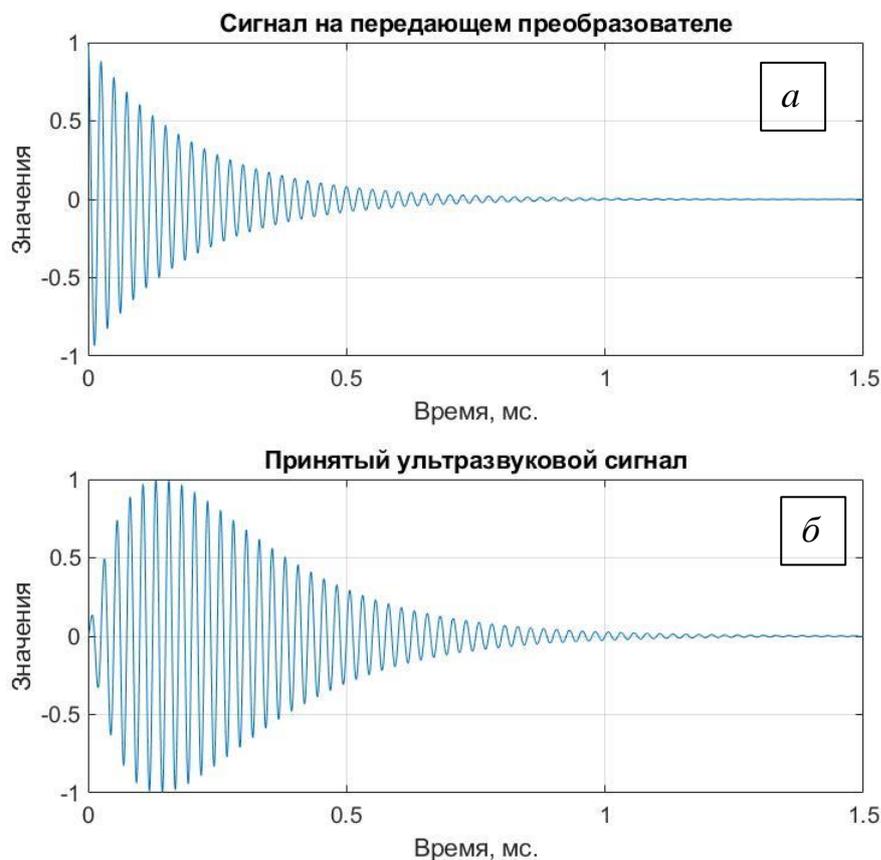
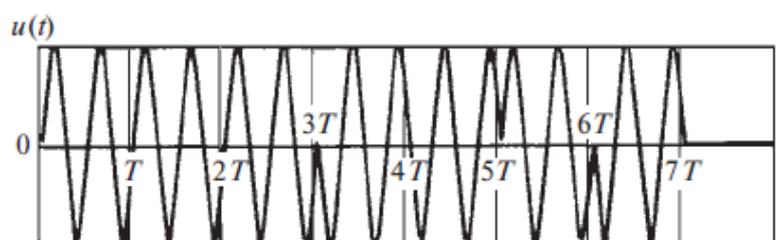


Рисунок 1.2.3 – ультразвуковой сигнал, полученный посредством ударного возбуждения преобразователя с резонансной частотой 40 кГц и коэффициентом затухания $b = 5000$

Наличие протяженного заднего фронта сигнала, соизмеримого с длительностью импульса ($T_{\text{и}} \approx \tau$), существенно затрудняет использование в ультразвуковой

акустике сложных сигналов: сигналов на основе кодов Баркера, M-последовательностей. Между импульсами возникает интерференция с соответствующим искажением последовательности импульсов. На рисунке 1.2.4 показан сигнал на основе 7-ми позиционного кода Баркера на входе и выходе преобразователя. Как видно из рисунка, сигнал на выходе преобразователя существенно искажен. Преобразователь не успевает отреагировать на скачок фазы.



Сигнал на основе 7-ми позиционного кода баркера

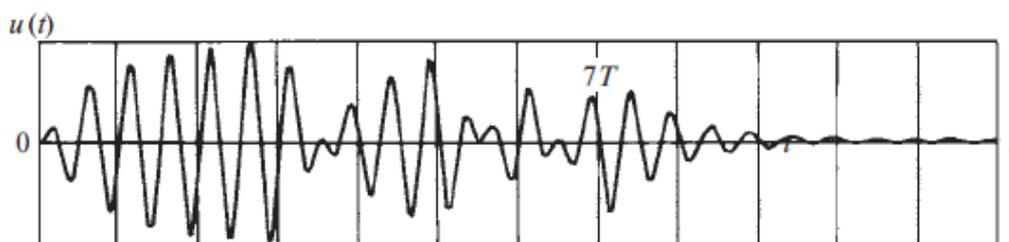


Рисунок 1.2.4 – Фазоманипулированный сигнал на выходе преобразователя.

В связи с этим, аналитическое представление сигналов на основе кодов Баркера затруднено. Аналогичный эффект отмечается при прохождении ЛЧМ-сигналов через преобразователь (рисунок 1.2.5). Форма сигнала, как во времени, так и по частоте, существенно меняется. Это осложняет применение метода максимального правдоподобия, так как для этого необходимо формирование копии сигнала. Использование копии сигнала, представленной в цифровом виде, возможно, но не всегда эффективно.

С целью расширения полосы пропускания преобразователя к настоящему времени разработана мозаичная структура [54-56]. Мозаичный преобразователь представляет собой совокупность нескольких преобразователей с близкими, но

различными резонансными частотами. По существу, используется принцип логопериодической антенны.

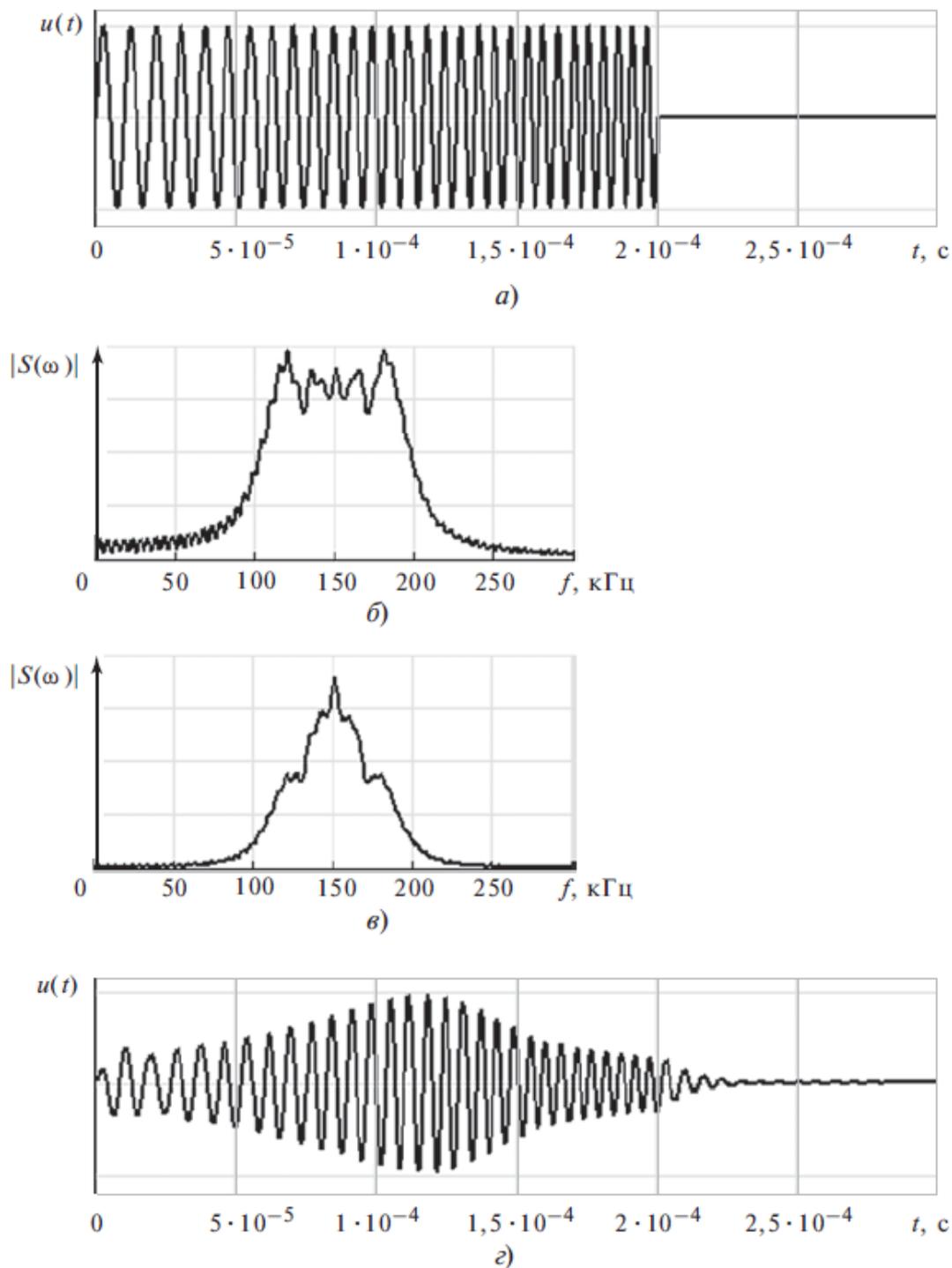


Рисунок 1.2.5 – Прохождение ЛЧМ-сигнала с базой $T_{и} \Delta f \approx 20$ через преобразователь. а-ЛЧМ-сигнал на входе, б-модуль его спектральной плотности, в - модуль спектральной плотности на выходе преобразователя, г - сигнал на выходе преобразователя

На рисунке 1.2.6. показана структура мозаичного преобразователя.

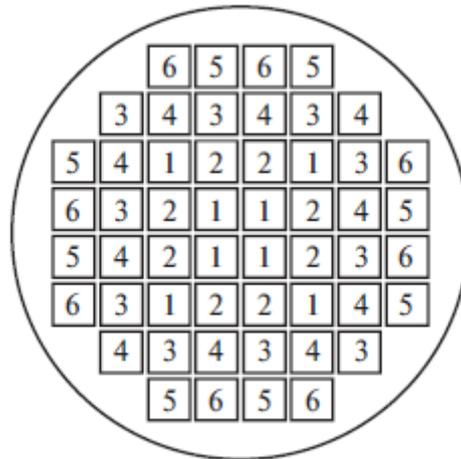


Рисунок 1.2.6 – Топология мозаичного преобразователя.

Резонансные частоты элементов, кГц: 1 – 175, 2 – 156,
3 – 140, 4 – 120, 5 – 100, 6 - 90

На рисунке 1.2.7 показана импульсная и частотная характеристики этого мозаичного преобразователя.

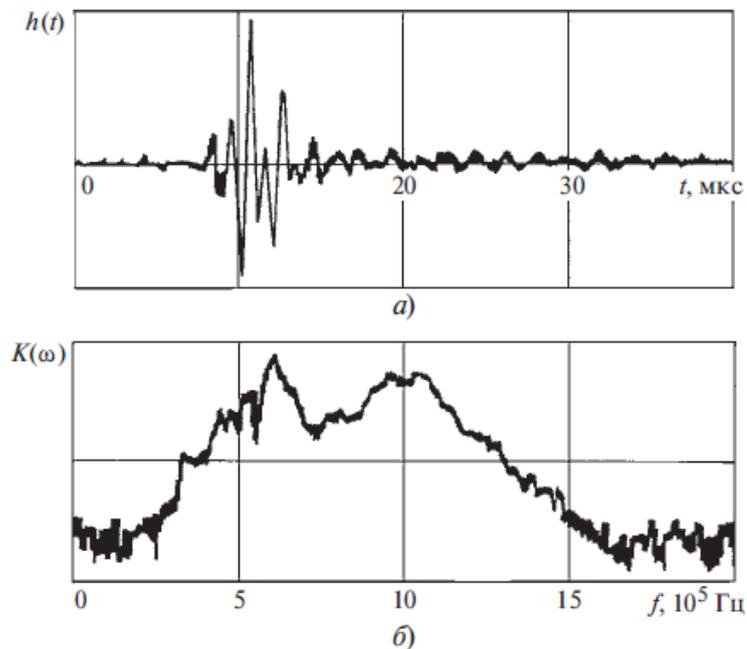


Рисунок 1.2.7 – Импульсная (а) и частотная (б) характеристики мозаичного преобразователя

Широкополосность мозаичного преобразователя позволяет улучшить временной вид сложного сигнала (рисунок 1.2.8). Этим объясняется широкое использование мозаичных преобразователей.

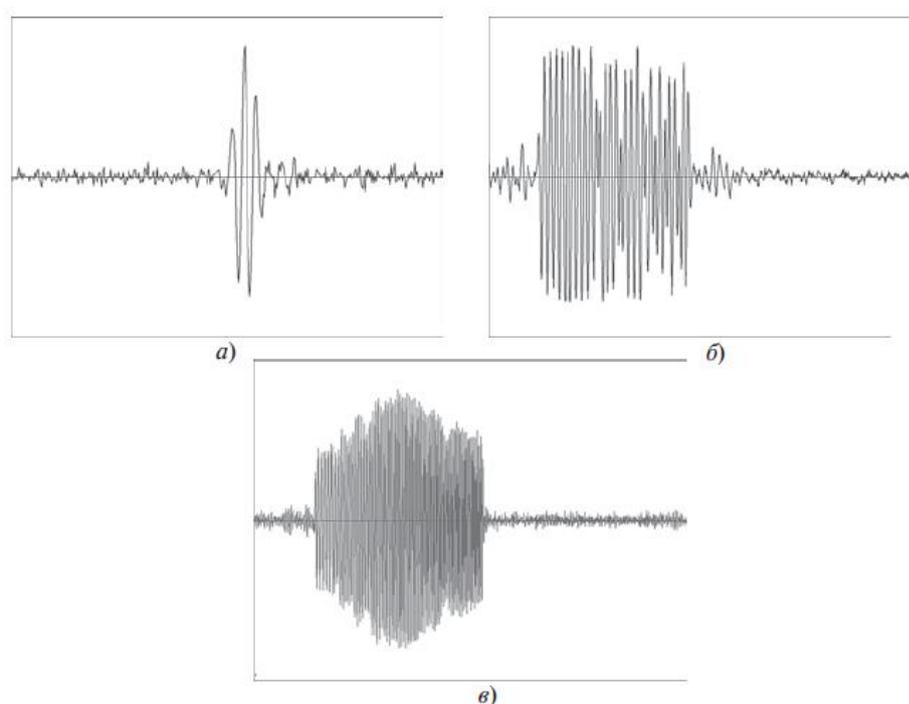


Рисунок 1.2.8 – Форма сигнала на выходе преобразователя: зондирующий сигнал в виде радиоимпульса с двумя периодами заполнения (а), сигнал на выходе преобразователя на основе 13-позиционного кода Баркера (б), ЛЧМ-сигнал с базой 50 (в)

Применение мозаичных преобразователей позволило за счёт развития микроэлектроники улучшить параметры акустических сигналов. Однако зависимость коэффициента затухания от частоты приводит к ослаблению с расстоянием высокочастотных составляющих спектра сигнала по отношению к низкочастотным составляющим (рисунок 1.2.9, 1.2.10). В результате возникают новые изменения формы сигнала, как в частотной, так и во временной области [54]. На рисунке 1.2.8 показаны изменения коэффициента затухания ультразвука

от частоты при его распространении в бетоне, а на рисунке 1.2.11 показан спектр ЛЧМ-сигнала и его вид в зависимости от времени.

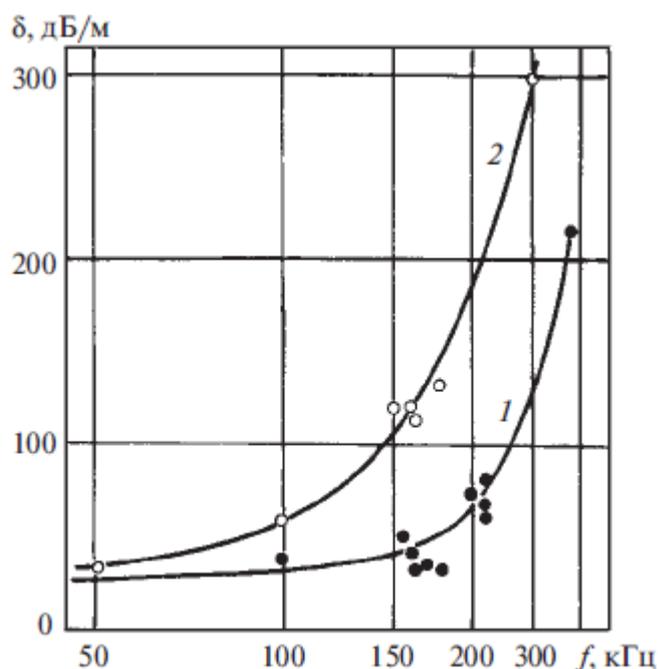


Рисунок 1.2.9 – Зависимость коэффициента затухания продольных волн от частоты для бетонов с разными заполнителями: 1 – с гранитным заполнением, крупность 20 мм, 2 – с известняковым заполнителем, крупность 20 мм

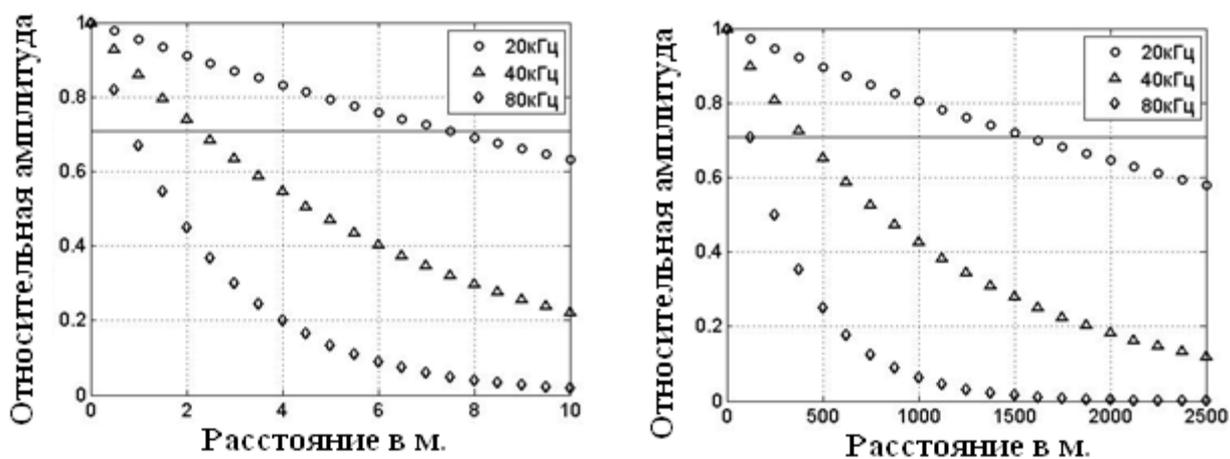


Рисунок 1.2.10 – Затухание ультразвука в воздухе (а) и в морской воде (б)

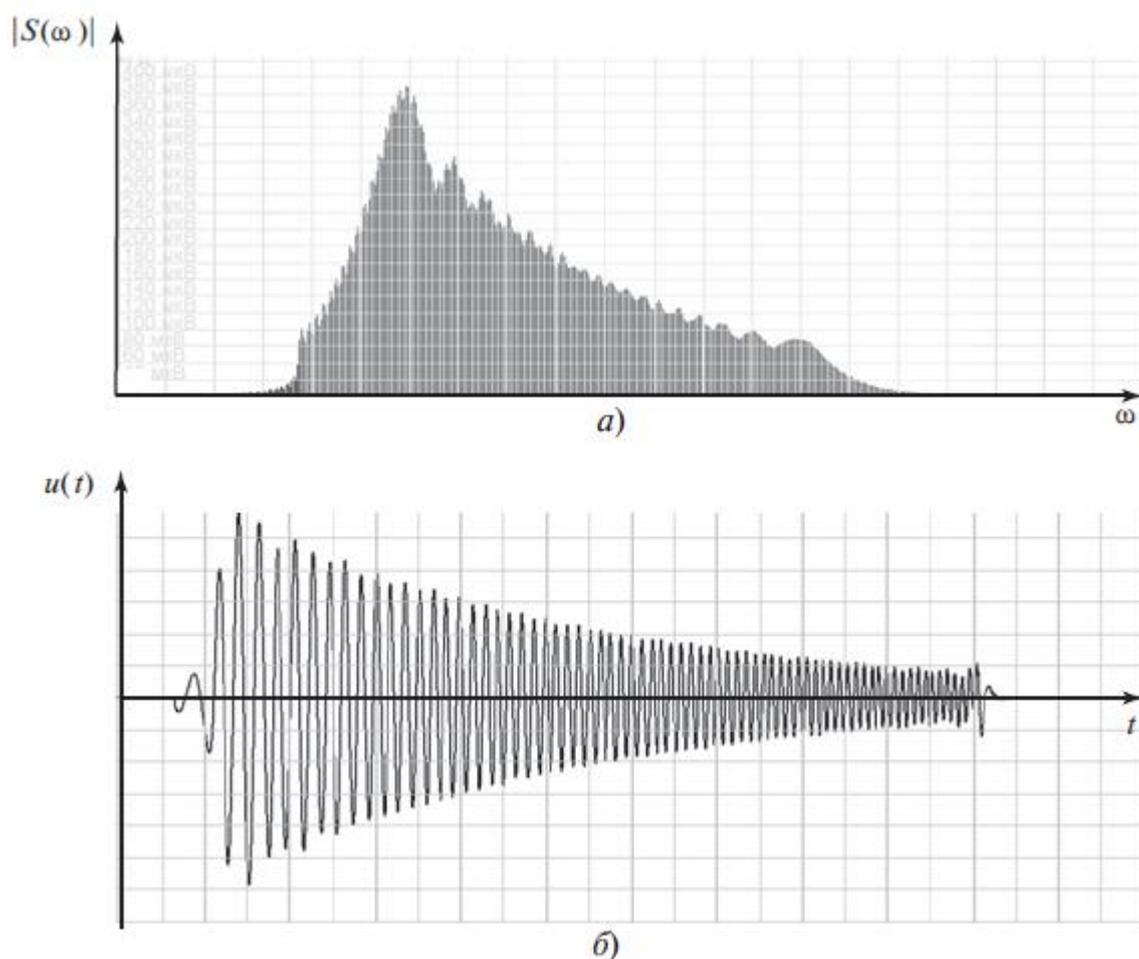


Рисунок 1.2.11 – Спектр (а) и временная диаграмма (б) ЛЧМ-сигнала при прохождении через среду с линейной частотной зависимостью коэффициента затухания

Таким образом, существует ряд факторов, делающих аналитическое описание ультразвукового сигнала сложным. Это является одной из причин слабого развития положений теории оптимального приёма в области ультразвука. В методе максимального правдоподобия, принятая реализация (левая часть функционала правдоподобия), должна соответствовать по параметрам копии сигнала (правая часть функционала правдоподобия). Лишь в этом случае поверхность функционала характеризуется глубоким минимумом, значение которого соответствует дисперсии шума. Если правая и левая части функционала правдоподобия не соответствуют друг другу, их различия увеличивают минимум

функционала правдоподобия. При больших несоответствиях правой и левой частей функционала правдоподобия метод максимального правдоподобия перестает работать.

Принятое сообщение, наряду с сигналом, содержит шумовую составляющую. В ультразвуковой акустике различают несколько различных аддитивных шумовых составляющих, связанных как с акустическими, так и с электрическими явлениями. Собственный шум (тепловой шум) возникает в усилительном тракте ультразвукового приёмника, и характеризуется широкополосностью. Обычно он не является существенным в связи с тем, что его энергия в полосе частот сигнала мала. Шумы, связанные с излученным сигналом, представляют собой электрические и акустические наводки от подаваемого к преобразователю сигнала. Они проявляют себя в начальный момент времени при излучении сигнала. Их форма во временном и частотном пространстве близка форме излученного сигнала, а амплитуда существенно превышает амплитуду принимаемого сигнала. Таким образом, они ограничивают минимальное расстояние, на котором возможно получение информации об окружающих объектах посредством ультразвука. Это расстояние возрастает с увеличением длительности сигнала. «Шум формы» обусловлен суперпозицией сигналов пришедших в точку приёма разными путями. Это, по существу, многолучевость, возникающая за счет многократного отражения от границ сложного по форме изделия. Структурный шум возникает в результате отражений от многочисленных неоднородностей, располагающихся в среде распространения (бетон, полимерные композиции, чугун, биологические объекты). Структурный шум и шум формы являются наиболее существенными в ультразвуковой акустике. Временная форма и спектр отдельных отражений практически повторяют временную форму и спектр сигнала от объекта наблюдения. В связи с этим спектральная обработка принятой реализации или корреляционная обработка практически неэффективны для повышения сигнал/шум. Сигнал от объекта наблюдения и сигналы от неоднородной структуры материала отличаются своей энергией (амплитудой). Они, как правило, являются точечными объектами, размеры которых не

превышают размера первой зоны Френеля. В связи с этим, энергия сигнала зависит почти линейно от эффективной площади отражения. Для повышения отношения сигнал/шум в этих случаях используют пространственную обработку сигналов, создаваемых в фазированных антенных решетках. В этом случае формируется узкая диаграмма направленности, существенно снижающая как структурный шум, так и шум формы в области ультразвуковой акустики.

Таким образом, в области ультразвуковой акустики решение основных статистических задач радиотехники отличается рядом особенностей. Они связаны со сложностью аналитического описания зондирующего сигнала, с искажениями сигнала в преобразователях, с искажениями сигнала, обусловленными частотной зависимостью коэффициента затухания, наличием структурного шума и шума формы. Это требует развития положений теории оптимального приёма в приложении к ультразвуковой акустике.

§ 1.3. Основные положения теории оптимального приёма

Аналитический обзор методов обработки сигналов в области ультразвуковой акустики (§ 1.2) показал, что одной из основных проблем является проблема, связанная с резонансными свойствами излучателей и приемников ультразвука, и связанные с ней трудности, возникающие при использовании сложных сигналов: сигналов на основе кодов Баркера, М-последовательностей, ЛЧМ-сигналов. Область ультразвука характеризуется существенной межсимвольной интерференцией и искажением формы сигнала, сложностью формирования коротких импульсов. Задачи обработки ультразвуковых сигналов приходится решать в условиях ярко выраженной многолучевости и структурного шума. Возникает необходимость рассмотрения вопроса о развитии методов обработки сигналов, особенно в области их неортогональности, когда параметры ультразвуковых сигналов частично совпадают.

В настоящее время в области ультразвуковой акустики широко используются методы спектрального анализа, корреляционного анализа, углового спектрального анализа, и сравнительно редко обработка ультразвуковых сигналов связана с теорией оптимального приёма. Это объясняется особенностями излучения, приёма и распространения ультразвука. Эти особенности привели к тому, что основное внимание исследователей было обращено на разработку широкополосных излучателей и приемников ультразвука (например, излучатели мозаичного типа), на разработку новых сигналов (сплит-сигналов) [54]. Однако настоящая работа обращает внимание на необходимость развития положений теории оптимального приёма в приложении к ультразвуковой акустике. В данном параграфе представлена технология решения статистических задач методом максимального правдоподобия со сверхрэлеевским разрешением, и кратко изложены основы теории.

В радиотехнике теория оптимального приёма широко известна [1-3, 93-106]. Она используется при решении основных статистических задач в сложных радиотехнических комплексах аппаратуры. Ее математические основы хорошо

изложены в [52]. На основании положений теории оптимального приёма создаются эффективные алгоритмы обработки информации, характеризующиеся минимальной дисперсией Рао-Крамера. В работах БФУ им. И. Канта [4, 5, 66, 107-115], с участием автора настоящей работы, положения теории оптимального приёма получили дальнейшее развитие. В них разработана технология, позволяющая в рамках метода максимального правдоподобия получать сверхрэлеевское разрешение в области ультразвука.

Теория оптимального приёма включает три последовательных этапа: определение функция потерь, расчёт функции риска, минимизация функции риска. Рассмотрим более подробно эти этапы, придерживаясь терминологии и обозначений, принятых в [3, 4]. Квадратичная функция потерь определяется выражением

$$C = |\bar{\lambda} - \hat{\lambda}|^2, \quad (1.3.1)$$

где $\bar{\lambda}$ – вектор параметров сигналов, содержащихся в принятом сообщении, $\hat{\lambda}$ – неизвестный вектор оцениваемых параметров сигналов. Вектор является случайным вследствие наличия шума.

Математическое ожидание от функции потерь $M(C)$ определяет риск. Для байесовского решения это средний риск, или апостериорный риск. Средний риск $r(\bar{U})$ определяется усреднением функции потерь с помощью двумерной плотности распределения $P(\bar{\lambda}, Y_0^t)$:

$$r(\bar{U}) = \iint C(\bar{\lambda}, \bar{U}(Y_0^t)) P(\bar{\lambda}, Y_0^t) d\bar{\lambda} dY_0^t, \quad (1.3.2)$$

где \bar{U} – множество решений, $\bar{U}(Y_0^t)$ – множество решений, зависящих от множества реализаций Y_0^t .

Для определения среднего риска требуется знание двумерной плотности распределения. Если использовать формулу Байеса, тогда средний риск можно записать в виде

$$r(\bar{U}) = \iint C(\bar{\lambda}, \bar{U}(Y_0^t)) P\left(\frac{\bar{\lambda}}{Y_0^t}\right) P(Y_0^t) d\bar{\lambda} dY_0^t. \quad (1.3.3)$$

Средний риск зависит от множества решений. Критерием отбора оптимального решения \bar{U}_0 является минимум среднего риска $r(\bar{U}_0)$. Средний риск представляет собой поверхность в пространстве решений. Выделим внутренний интеграл, который называется апостериорным риском

$$r_{ps}(Y_0^t, \bar{U}) = \int C(\bar{\lambda}, \bar{U}(Y_0^t)) P\left(\frac{\bar{\lambda}}{Y_0^t}\right) d\bar{\lambda}. \quad (1.3.4)$$

Апостериорный риск зависит от принятой реализации Y_0^t и множества решений \bar{U} . Минимум апостериорного риска является критерием отбора оптимального решения $r_{ps}(Y_0^t, \bar{U})$. При этом требуется знание условной (апостериорной) плотности распределения $P(\bar{\lambda}/Y_0^t)$. Используя второй вариант формулы Байеса, можно записать средний риск в виде

$$r(\bar{U}) = \iint C(\bar{\lambda}, \bar{U}(Y_0^t)) P\left(\frac{Y_0^t}{\bar{\lambda}}\right) P(\bar{\lambda}) d\bar{\lambda} dY_0^t. \quad (1.3.5)$$

Выделим внутренний интеграл

$$\tilde{r}(\bar{\lambda}, \bar{U}) = \int C(\bar{\lambda}, \bar{U}(Y_0^t)) P\left(\frac{Y_0^t}{\bar{\lambda}}\right) dY_0^t. \quad (1.3.6)$$

В этом случае $\tilde{r}(\bar{\lambda}, \bar{U})$ определяется при фиксированном значении вектора параметров $\bar{\lambda}$. Следовательно, внутренний интеграл $\tilde{r}(\bar{\lambda}, \bar{U})$ является функцией от $\bar{\lambda}$, и она называется **функцией риска**. Оптимальное решение определяется по минимуму функции риска $\tilde{r}(\bar{\lambda}, \bar{U}_0)$. При этом вектор параметров $\bar{\lambda}$ должен быть постоянным на интервале обработки. Уточним область решений, относящуюся к Байесовскому методу решения по сравнению с методом максимального правдоподобия. Будем считать вектор параметров $\bar{\lambda}$ случайным вектором. Однако, если интервал корреляции r_k составляющих этого вектора много больше интервала обработки T

$$r_k \gg T, \quad (1.3.7)$$

тогда плотность распределения будет соответствовать дельта-функции $P(\bar{\lambda}) = \delta(\bar{\lambda})$, и средний риск (1.3.5) будет являться функцией риска (1.3.6). Это уточнение является важным в связи с тем, что условие 1.3.7 выполняется во многих практических случаях обработки сигналов, в частности, в области ультразвука.

Интервалы обработки оказываются малыми, и на таких интервалах параметры случайного сигнала практически не меняются. Следовательно, в большом количестве разработок можно использовать метод максимального правдоподобия. Байесовский метод можно будет использовать лишь в частных случаях, когда введенное условие не выполняется.

Условная плотность распределения $P\left(\frac{Y_0^t}{\lambda}\right)$ является функцией правдоподобия. При нормальном распределении квадратурных компонент шума ее аналитическое выражение хорошо известно [1, 3, 101].

$$L(\bar{\lambda}) = Const \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt\right) \quad (1.3.8)$$

Здесь $Const$ – постоянная нормировки, которая не участвует в процедуре минимизации функции риска, и может в дальнейшем не учитываться,

$\hat{y}(t)$ – принятая реализация в комплексном виде, содержащая совокупность сигналов и аддитивный нормальный шум со средним значением, равным нулю, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции τ_k ,

$\hat{S}(\bar{\lambda}, t)$ – копия совокупности сигналов в комплексном виде, зависящая от времени t и вектора оцениваемых (неизвестных) параметров $\bar{\lambda}$,

σ^2 – дисперсия шума в принятом сообщении,

τ_k – интервал корреляции шума,

T – интервал обработки (длительность сигнала).

Эквивалентными выражениями являются логарифм функции правдоподобия $\ln(L(\bar{\lambda}))$, функционал правдоподобия $\Delta(\bar{\lambda})$ и функционал отношения правдоподобия $\Delta_1(\bar{\lambda})$.

$$\Delta(\bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt \quad (1.3.9)$$

$$\Delta_1(\bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt \quad (1.3.10)$$

Процедура минимизации функции риска в методе максимального правдоподобия связана с максимизацией функции правдоподобия (минимизацией функционала

правдоподобия (1.3.9)), максимизацией функционала отношений правдоподобия (1.3.10). Функция правдоподобия (1.3.8), функционал правдоподобия (1.3.9), функционал отношений правдоподобия (1.3.10), по своей структуре являются поверхностями в многомерном пространстве параметров сигналов $\bar{\lambda}$. Максимум поверхности функции правдоподобия (минимум функционала правдоподобия) определяет оценки параметров сигналов $\bar{\lambda}$, и соответствует минимуму функции риска. В методе максимального правдоподобия функцию риска (1.3.6) в минимуме можно записать в виде математического ожидания от функции потерь, которое по определению равно дисперсии элементов вектора параметров $\bar{\lambda}$.

$$\tilde{r}(\bar{\lambda}_{max}) = M |\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_{max}|^2 = D_{\bar{\lambda}} \quad (1.3.11)$$

Дифференцируя по $\bar{\lambda}$ и приравнявая дифференциалы нулю, можно получить $\bar{\lambda} = M(\bar{\lambda}_{max}) = \bar{\lambda}$. Следовательно, в максимуме поверхности функции правдоподобия математическое ожидание от вектора оценки параметров $\bar{\lambda}_{max}$ равно истинному вектору параметров сигналов, содержащихся в принятом сообщении. При этом вектор оценок параметров сигналов является несмещенным. В максимуме функции правдоподобия дисперсия вектора параметров сигналов $D_{\bar{\lambda}}$ минимальна. Дисперсия $D_{\bar{\lambda}}$ является дисперсией Рао-Крамера.

$$\tilde{r}(\bar{\lambda})_{min} = D_{\bar{\lambda} min} \quad (1.3.12)$$

Таким образом, максимум поверхности функции правдоподобия (минимум функционала правдоподобия) является критерием отбора возможных решений вне зависимости от количества сигналов, содержащихся в принятом сообщении. Рисунок 1.3.1 иллюстрирует вышеприведенные утверждения. Каждая точка поверхности логарифма функции правдоподобия определяет решение задачи оценки параметра с функцией потерь C и соответствующей функцией риска. В точке максимума поверхности функция потерь C_{min} минимальна. Математическое ожидание от $\hat{\lambda}_{imax}$ равно истинному значению параметра

$M(\hat{\lambda}_{imax}) = \lambda_i$. Математическое ожидание от функции потерь в максимуме определяет дисперсию Рао-Крамера.

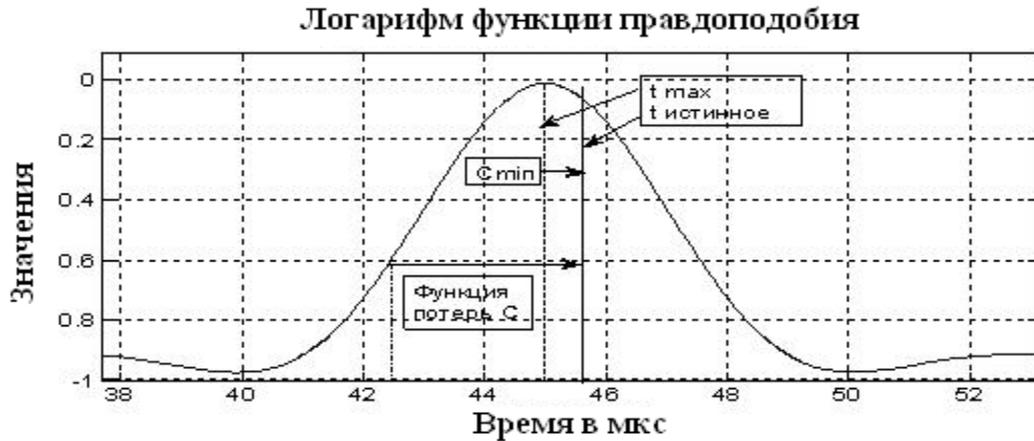


Рисунок 1.3.1 – Разрез поверхности логарифма функции правдоподобия вдоль одного из оцениваемых параметров (времени приёма) $\hat{\lambda}_i = t_1$ при приеме одной реализации с истинным значением времени приёма $t_{\text{истинное}}$

При дальнейшем изложении, для определенности, запишем принятую реализацию в виде совокупности N сигналов произвольной формы $\hat{f}_n(\bar{\lambda}, t)$ с амплитудой \hat{U}_n и аддитивного шума.

$$\hat{y}(t) = \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \hat{S}_n(\bar{\lambda}, t) + \hat{U}_{\text{ш}}(t), \quad (1.3.13)$$

где \hat{U}_n – комплексная амплитуда для n – сигнала, $\bar{\lambda}$ – вектор параметров совокупности сигналов, за исключением комплексных амплитуд.

В этом случае функционал правдоподобия будет записан в виде

$$\Delta(\hat{\lambda}, \hat{U}_1 \div \hat{U}_N) = \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \hat{S}_n(\hat{\lambda}) \right|^2 dt \quad (1.3.14)$$

Штрихами обозначены оцениваемые параметры сигналов.

Данное выражение является основой для решения задачи оценки параметров совокупности сигналов. Оно определяет поверхность в пространстве параметров $\bar{\lambda}$ с глобальным минимумом, определяющим, как критерий отбора, решение задачи оценки параметров сигналов $\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N, \hat{U}_1 \div \hat{U}_N$. Математическое ожидание

от функционала правдоподобия в глобальном минимуме определяет дисперсию шума σ^2 в принятой реализации:

$$M \left(\Delta \left(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N, \hat{U}_1 \div \hat{U}_N \right) \right)_{min} = \sigma^2 T, \quad (1.3.13)$$

где T – длительность сигнала.

Оценка дисперсии - дополнительный, важный параметр, который находится на основе принятой реализации, и может быть использован при решении задачи обнаружения сигналов. В литературе данная возможность практически не отмечается.

Наряду с функционалом правдоподобия для решения задач статистической радиотехники часто используется функционал отношения правдоподобия [3, 4].

$$\Delta_1 \left(\bar{\lambda} \right) = \int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \hat{S} \left(\bar{\lambda}, t \right) \right|^2 dt \quad (1.3.14)$$

Первое слагаемое в максимуме определяет энергию сигнала и шума в принятой реализации, второе слагаемое в минимуме определяет дисперсию шума в принятой реализации. Разность первого и второго слагаемых определяет оценку энергии сигнала.

$$\begin{aligned} M \left(\Delta_1 \left(\bar{\lambda} \right) \right) &= M \left(\int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \hat{S} \left(\bar{\lambda}, t \right) \right|^2 dt \right) = \\ &= \int_0^T \left| \hat{S} \left(\bar{\lambda}, t \right) \right|^2 dt = E_c \end{aligned} \quad (1.3.15)$$

На рисунке 1.3.2 показана структура функционала отношения правдоподобия в зависимости от времени приёма сигнала, как оцениваемого параметра. Слагаемые в (1.3.14) обозначены как F_1 и F_2 . Особенностью является то, что в области, где нет сигнала, шумовые составляющие для функций F_1 и F_2 практически одинаковые. Они вычитаются в (1.3.14).

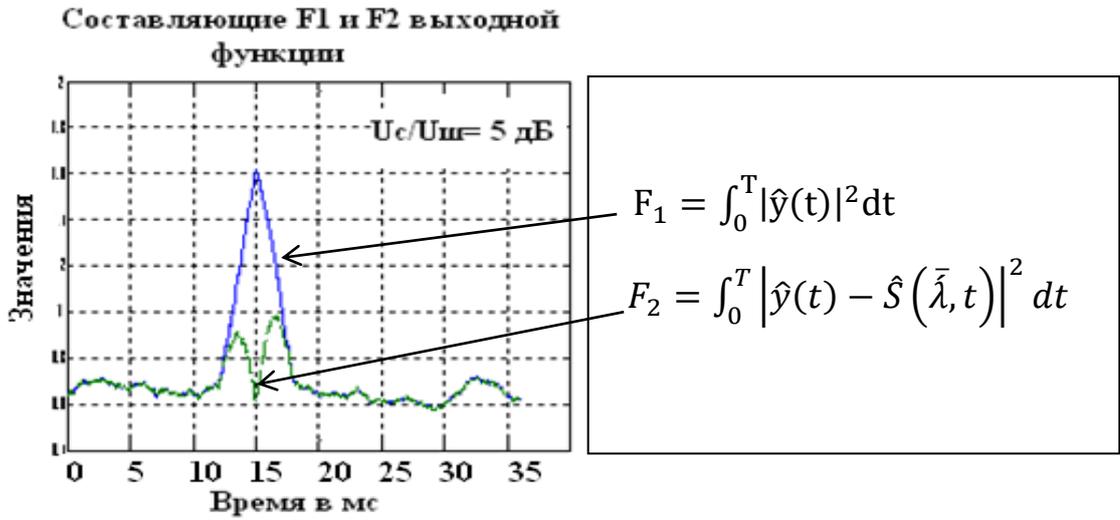


Рисунок 1.3.2 – функционал правдоподобия и функционал отношения правдоподобия

Рассмотрим различные возможности минимизации функционала правдоподобия (1.3.8) или максимизации функционала отношения правдоподобий. Общей рекомендацией при решении задачи оценки параметров сигналов является переход к уравнениям правдоподобия [1, 3, 98, 100, 102, 104, 105, 49-52]. Однако, как установлено в ходе работы, уравнения правдоподобия решают задачу оценки параметров сигналов лишь в области их ортогональности, когда выполняется критерий Рэлея и когда в принятой реализации находится один сигнал. В области неортогональности сигналов уравнения правдоподобия решают задачу оценки параметров неудовлетворительно. Приведем доказательство этого утверждения. Дифференцируя (1.3.12) по комплексным амплитудам $\hat{U}_1 \div \hat{U}_N$ и по неэнергетическим параметрам $\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N$, и приравнивая дифференциалы нулю, можно получить две системы уравнений правдоподобия. Запишем их в векторном виде:

$$\bar{b} = \hat{R} \bar{U}(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N), \quad \bar{b}_1 = \hat{R}_1 \bar{U}_1(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N), \quad (1.3.16)$$

где \bar{b} , \bar{b}_1 – вектор-столбцы

$$b_n = \int_0^T \hat{y}(t) \hat{S}^*(\hat{\lambda}) dt, \quad b_{1n} = \int_0^T \hat{y}(t) \hat{S}(\hat{\lambda}) \frac{d\hat{S}^*(\hat{\lambda})}{d\hat{\lambda}_n} dt,$$

$\bar{U}(\lambda_1 \div \lambda_N), \bar{U}_1(\lambda_1 \div \lambda_N)$ - вектора оцениваемых амплитуд сигналов, зависящие от неэнергетических параметров.

$$\hat{R}_{n,m} = \int_0^T \hat{S}(\hat{\lambda}_n) \hat{S}^*(\hat{\lambda}_m) dt, \quad \widehat{R}_{1n,m} = \int_0^T \hat{S}(\hat{\lambda}_n) \frac{d\hat{S}^*(\hat{\lambda})}{d\hat{\lambda}_m} dt \quad - \quad \text{элементы}$$

корреляционных матриц, содержащих коэффициенты взаимной корреляции сигналов.

Решая векторные уравнения (1.3.16), можно получить следующие функциональные зависимости от $\bar{\lambda}$:

$$\bar{U}(\lambda_1 \div \lambda_N) = \hat{R}^{-1} \bar{b}, \quad \bar{U}_1(\lambda_1 \div \lambda_N) = \widehat{R}_1^{-1} \bar{b}_1, \quad (1.3.17)$$

где $\hat{R}^{-1}, \widehat{R}_1^{-1}$ - матрицы, обратные к корреляционным матрицам с элементами $\hat{R}_{n,m}, \widehat{R}_{1n,m}$. Как первое решение $\bar{U}(\lambda_1 \div \lambda_N)$, так и второе решение

$\bar{U}_1(\lambda_1 \div \lambda_N)$ в (1.3.17), являются поверхностями в пространстве неэнергетических оцениваемых параметров сигналов $\lambda_1 \div \lambda_N$. Точки этих поверхностей, определяемые условием $\hat{\lambda}_n = \hat{\lambda}_m$, являются сингулярными точками (n - определяет параметры первого сигнала, m - определяет параметры второго сигнала). В этих точках детерминанты соответствующих корреляционных матриц обращаются в ноль, а решения $|\bar{U}(\lambda_1 \div \lambda_N)|, |\bar{U}_1(\lambda_1 \div \lambda_N)|$ стремятся в бесконечность. В качестве примера, покажем вид двумерной поверхности функциональной зависимости $\bar{U}(\lambda_1 = f_1, \lambda_2 = f_2)$, в случае, когда сигналами являются два радиоимпульса с близкими частотами $f_1 = 2$ кГц и $f_2 = 2.032$ кГц при длительности радиоимпульса 25 мс (рисунок 1.3.3).

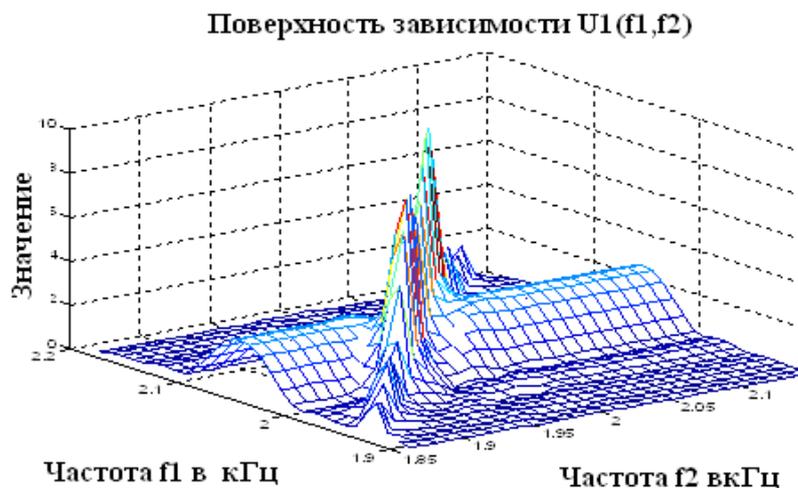


Рисунок 1.3.3 – Поверхность функциональной зависимости $\hat{U}(\hat{f}_1, \hat{f}_2)$ при малом различии частот (неортогональные сигналы)

Диагональные максимумы поверхности $\hat{U}(f_1, f_2)$ определяются близостью оцениваемых частот $\hat{f}_1 \sim \hat{f}_2$. Таким образом, наличие сингулярных точек в зависимостях (1.3.17) не позволяет использовать уравнения правдоподобия для решения задачи оценки параметров совокупности сигналов в области их неортогональности. Это новый фактор, ограничивающий возможности решения задач в области неортогональности сигналов. Необходимость его учета раскрывается в следующих параграфах.

В настоящей работе выявлен второй важный фактор, который необходимо учитывать при решении статистических задач. Это фактор неоднозначности решения. При разрезе функции правдоподобия по координате времени приёма отмечается наличие большого количества локальных максимумов. В связи с этим, получить решения статистических задач на основе глобального максимума функции правдоподобия оказывается проблематично. В настоящей работе предлагается для исключения локальных максимумов использовать подстановку, предложенную Хелстромом [98]. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Для этого в выражение (1.3.12) подставляются функциональные зависимости (1.3.17).

В результате функционал правдоподобия после возведения в квадрат и преобразования принимает следующий вид:

$$\Delta_2(\bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_0^T \hat{y}^*(t) \sum_n^N \hat{U}_n(\bar{\lambda}) \hat{S}_n(\bar{\lambda}, t) dt. \quad (1.3.18)$$

Он может быть также представлен в виде

$$\Delta_2(\bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_0^T \left| \sum_n^N \hat{U}_n(\bar{\lambda}) \hat{S}_n(\bar{\lambda}, t) \right|^2 dt.$$

Будем называть в дальнейшем $\Delta_2(\bar{\lambda})$ преобразованным функционалом правдоподобия. Первое слагаемое в (1.3.18), в соответствии с представлениями линейного пространства сигналов, представляет собой энергию принятой реализации, включающую энергию сигнала и шума. Второе слагаемое в (1.3.18) равно энергии копии совокупности сигналов. Таким образом, функционал правдоподобия представляет собой квадрат модуля вектора разности между вектором принятой реализации и вектором копии сигналов. Это эквивалентно разности энергии принятой реализации и энергии копии сигналов. Минимум достигается лишь в том случае, если параметры сигналов в принятой реализации равны параметрам в копии сигнала. В качестве примера представим вид преобразованного функционала правдоподобия для случая двух сигналов, содержащихся в принятой реализации. На рисунке 1.3.4 показана поверхность обратного преобразованного функционала правдоподобия при наличии в принятой реализации двух сигналов с разными частотами (максимум на рисунке отображается лучше, чем минимум).

$$\Delta_3(\hat{f}_1, \hat{f}_2) = \frac{1}{\Delta_2(\hat{f}_1, \hat{f}_2)} \quad (1.3.19)$$

Отмечается наличие двух максимумов: основного и зеркального, получаемого за счет перестановки оцениваемых частот. Разность частот радиоимпульсов равна 100 Гц (область низкой корреляции). Зеркальный максимум легко устраняется алгоритмически. При увеличении отношения сигнал/шум максимумы стремятся к дельта-функциям.

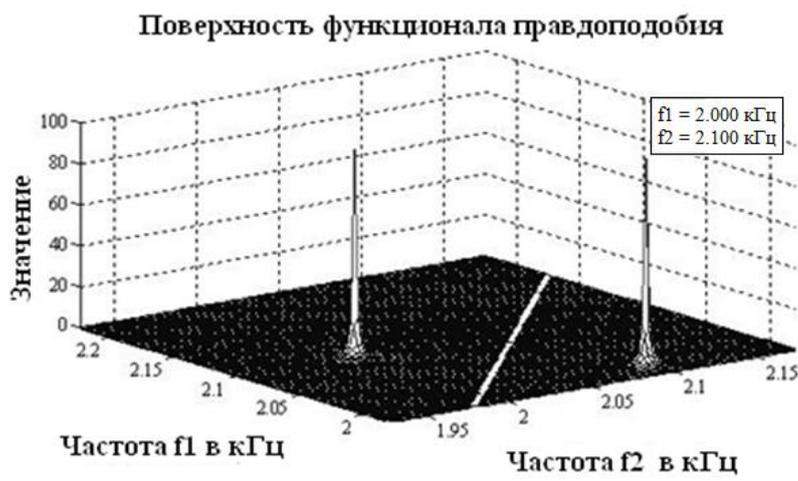


Рисунок 1.3.4 – Поверхность преобразованного обратного функционала правдоподобия. Область низкой корреляции. Разность частот сигналов 100 Гц

Область поверхности, связанная с равенством частот радиоимпульсов (белая диагональная линия), не мешает оценке параметров совокупности двух сигналов. При сближении частот сигналов (рисунок 1.3.5), основной и зеркальный максимумы приближаются к сингулярной области. Однако даже различие частот в 5 Гц позволяет уверенно оценивать параметры сигналов.

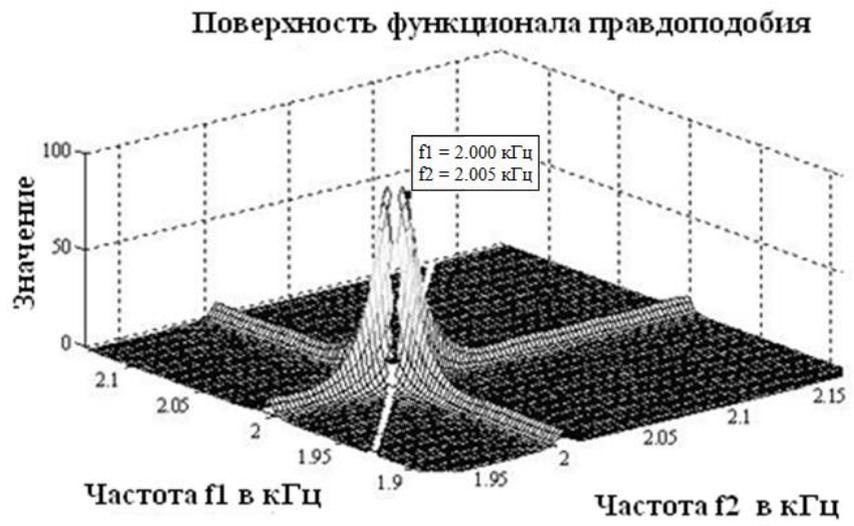


Рисунок 1.3.5 – Поверхность преобразованного обратного функционала правдоподобия. Разность частот радиоимпульсов 5 Гц, область высокой корреляции

Сравнивая разность частот при выполнении критерия Рэля (40 Гц) с разностью 5 Гц можно утверждать об увеличении разрешения в 8 раз. На рисунке 1.3.5, кроме максимумов, отмечается совместная структура двух функциональных зависимостей $\hat{U}_1(\hat{f}_1, \hat{f}_2)$ и $\hat{U}_2(\hat{f}_1, \hat{f}_2)$, следующих из выражений (1.3.17).

Таким образом, обратный преобразованный функционал правдоподобия (1.3.18) является поверхностью в пространстве неэнергетических параметров $\bar{\lambda}$ совокупности сигналов. Положение максимума этой поверхности определяет оценки вектора неэнергетических параметров $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{max}$ всей совокупности сигналов, содержащихся в принятом сообщении. Функциональные зависимости в точке максимума $\hat{U}_n(\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{max})$ определяют оценки комплексных амплитуд всей совокупности сигналов. Значение максимума обратного преобразованного функционала правдоподобия (1.3.18) определяет оценку дисперсии шума в принятом сообщении σ^2 . Следовательно, технология обработки сигналов, основанная на преобразованном функционале правдоподобия, позволяет решать задачу оценки параметров совокупности сигналов, как в области ортогональности, так и в области их неортогональности. Корреляционные, спектральные или угловые функции двух или более сигналов при этом могут частично перекрываться. Эквивалентное разрешение по параметрам сигналов оказывается большим, чем рэлеевское разрешение. Данная технология может быть использована при решении статистических задач в области ультразвуковой акустики.

Глава 2. Потенциальные возможности обработки ультразвуковых сигналов

§ 2.1. Неоднозначность решения статистических задач методом максимального правдоподобия

Исследования, проводимые в рамках настоящей работы, показали, что существует важная особенность при применении теории оптимального приёма: в разрезе функции правдоподобия по времени приёма отмечается наличие большого количества локальных максимумов. В связи с этим решение, основой которого является глобальный максимум функции правдоподобия, характеризуется неоднозначностью. Оно вполне может быть связано с одним из локальных максимумов. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Будем рассматривать функцию правдоподобия, как поверхность в пространстве оцениваемых параметров сигналов. Пусть вначале принятая реализация $\hat{y}(t)$ содержит один сигнал и аддитивный шум, и задана выражением

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_1 S(\bar{\lambda}, t) + \hat{U}_{\text{ш}}(t), \quad (2.1.1)$$

где \hat{U}_1 – комплексная амплитуда сигнала.

$S(\bar{\lambda}, t)$ – аналитическое выражение для сигнала.

$\hat{U}_{\text{ш}}(t)$ – аддитивный нормальный шум с дисперсией σ^2 , нулевым средним значением квадратурных компонент и интервалом корреляции τ_k .

$\bar{\lambda}$ – вектор параметров сигнала, компонентами которого являются частота, начальная фаза, время приёма.

В этом случае функцию правдоподобия можно записать в виде

$$L(\hat{\lambda}, \hat{U}_1) = \text{const} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_{\tau}^{\tau+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1 S(\hat{\lambda}, t)|^2 dt\right) \quad (2.1.2)$$

Штрихами отмечены неизвестные, оцениваемые параметры сигнала. Представим с помощью модельных расчетов разрезы поверхности функции правдоподобия по отдельным выделенным параметрам. Модельные значения этих параметров равны: амплитуда 1, начальная фаза 60 градусов, частота 3 кГц, время приёма 3 мс. Остальные параметры будем считать известными. Их модельные значения подставляются в выражение для функции правдоподобия. На рисунке 2.1.1

представлены разрезы функции правдоподобия по параметрам сигнала: амплитуда, начальная фаза, частота сигнала. Из рисунка следует, что амплитуда, начальная фаза, частота имеют функциональную зависимость с максимумом, который определяет оценки выделенных параметров сигнала.

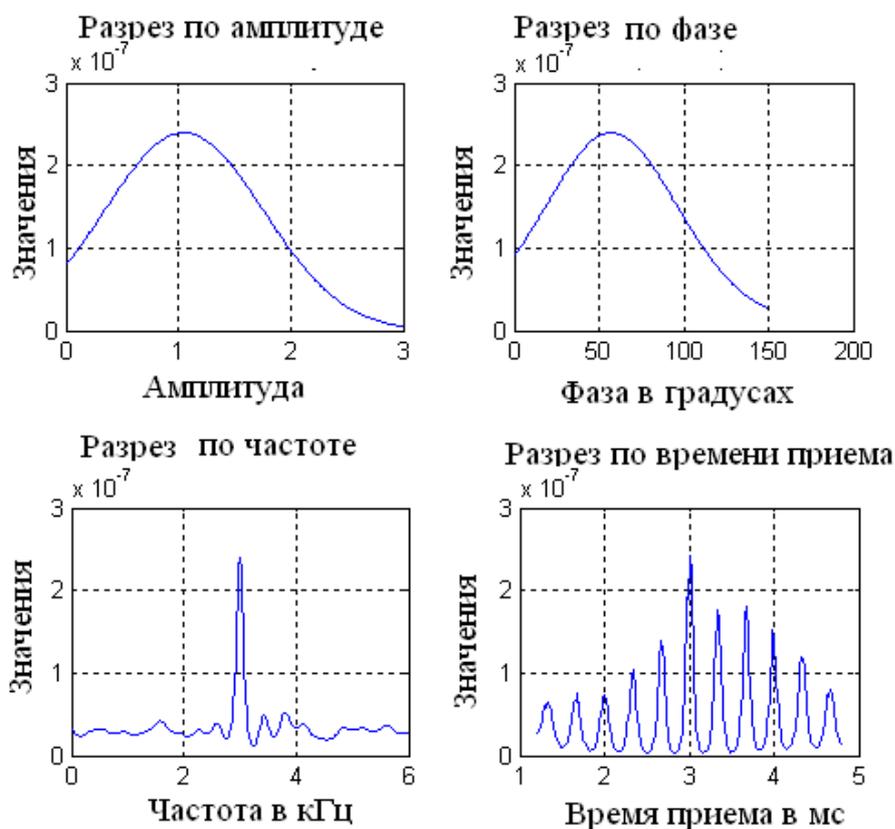


Рисунок 2.1.1 – Разрез функции правдоподобия по выделенным оцениваемым параметрам сигнала

Однако, для параметра – времени приёма сигнала, отмечается периодичность с периодом $\omega\Delta t_1 = 2\pi$. Главный максимум определяет оценку времени приёма, а дополнительные максимумы определяют ложные решения. Эта особенность существенно затрудняет решение статистических задач радиотехники на основе максимума функции правдоподобия. Ложная оценка времени приёма приводит к ложным значениям оценок остальных параметров сигнала. При снижении отношения сигнал/шум вполне возможно, что локальный максимум функции правдоподобия будет превышать глобальный максимум. Так на рисунке 2.1.2 разрез функции правдоподобия по времени приёма показан при пониженном

отношении сигнал/шум. В результате глобальный максимум сместился относительно модельного значения времени приёма, которое составляет 3 мс. Погрешность оценки времени приёма оказывается существенной, и равна 0.324 мс.

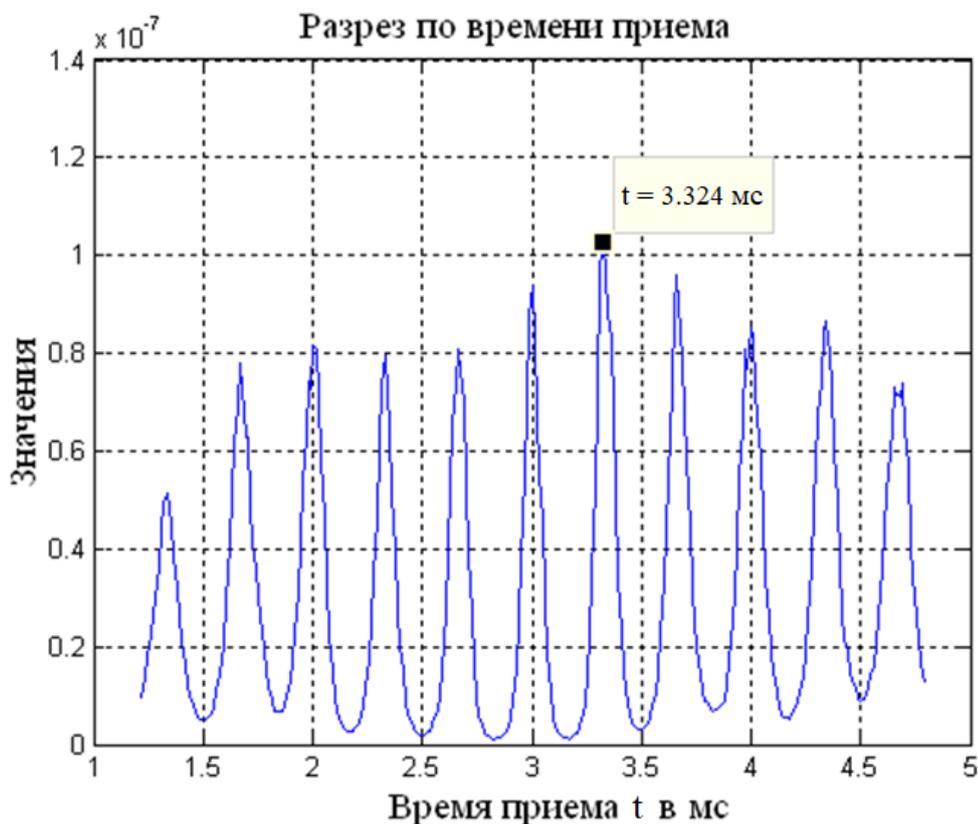


Рисунок 2.1.2 – Разрез функции правдоподобия по времени приёма при увеличенном отношении сигнал/шум

При решении статистических задач радиотехники вместо функции правдоподобия могут быть использованы функционал правдоподобия и функционал отношений правдоподобия. Функционалы взаимосвязаны и взаимно дополняют друг друга.

$$\Delta(\hat{U}_1, \hat{\lambda}) = \int_{\tau}^{\tau+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1 S(\hat{\lambda}, t)|^2 dt \quad (2.1.2)$$

$$\Delta_1(\hat{U}_1, \hat{\lambda}) = \int_{\tau}^{\tau+T} |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_{\tau}^{\tau+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1 S(\hat{\lambda}, t)|^2 dt \quad (2.1.3)$$

Отмеченная особенность полностью проявляет себя при анализе функционала правдоподобия и функционала отношений правдоподобия. Представленные на рисунке 2.1.3 разрезы функционала по всем параметрам, проходят через точку его

минимума. На рисунке 2.1.4 показаны разрезы функционала отношений правдоподобия, проходящие через точку его максимума.

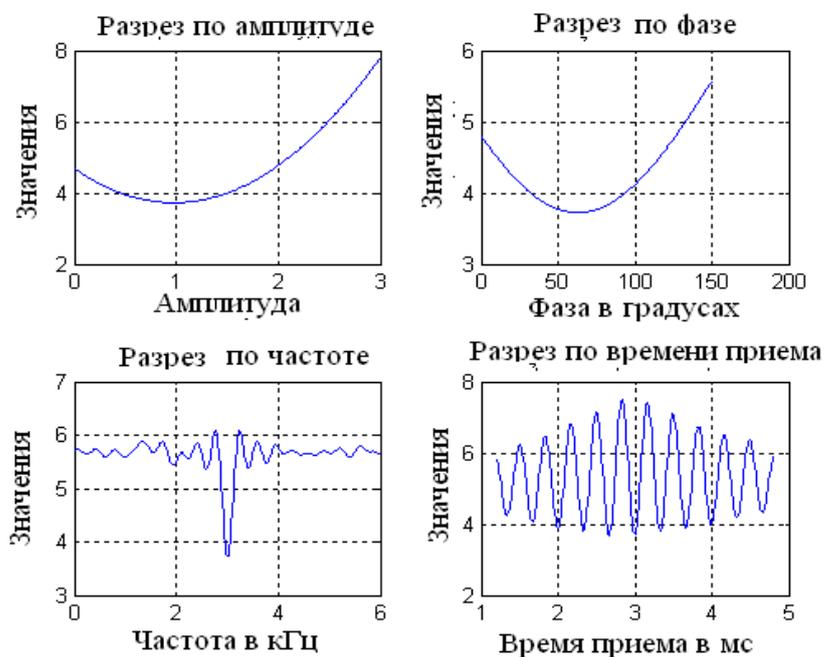


Рисунок 2.1.3 – Разрезы функционала правдоподобия по оцениваемым параметрам сигнала

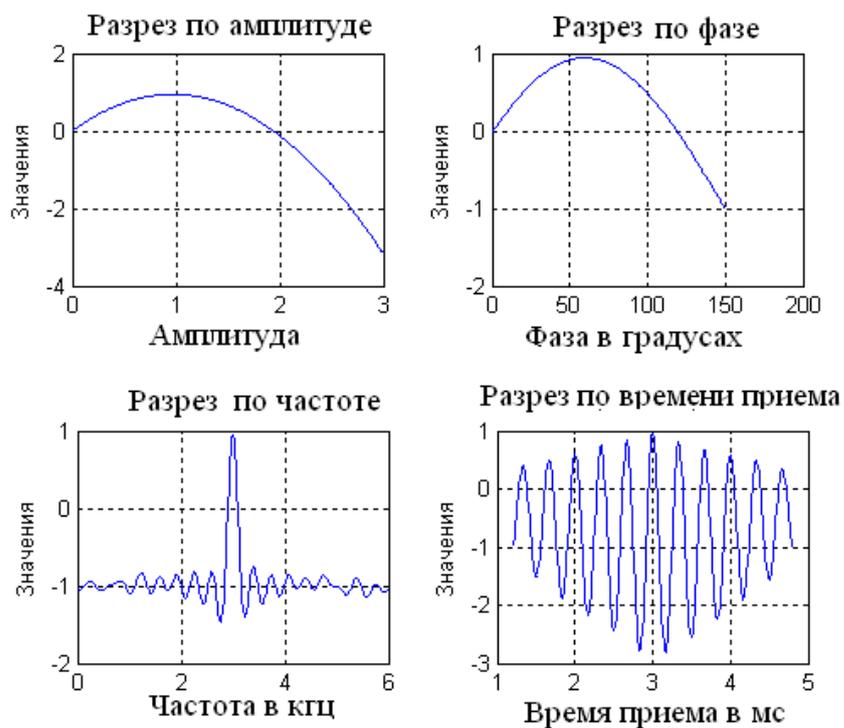


Рисунок 2.1.4 – Разрезы функционала отношений правдоподобия по оцениваемым параметрам сигнала

Математическое ожидание от функционала правдоподобия (2.1.2) в минимуме определяет дисперсию шума в принятой реализации. В точке $\hat{\lambda} = \bar{\lambda}$ оно равно

$$M\left(\Delta\left(\hat{U}_1, \bar{\lambda}\right)\right) = \int_{\tau}^{\tau+T} M\left|\hat{y}(t) - \hat{U}_1 S(\bar{\lambda}, t)\right|^2 dt = \sigma^2 T. \quad (2.1.4)$$

Математическое ожидание от функционала отношений правдоподобия (2.1.3) в максимуме, в точке $\hat{\lambda} = \bar{\lambda}$, определяет совокупную энергию сигналов, содержащихся в принятой реализации:

$$M\left(\Delta_1\left(\hat{U}_1, \bar{\lambda}\right)\right) = \int_{\tau}^{\tau+T} M|\hat{y}(t)|^2 dt - \int_{\tau}^{\tau+T} M\left|\hat{y}(t) - \hat{U}_1 S(\bar{\lambda}, t)\right|^2 dt = E_c \quad (2.1.5)$$

На рисунке 2.1.5 представлен разрез функционала отношений правдоподобия по времени приёма и частоте.

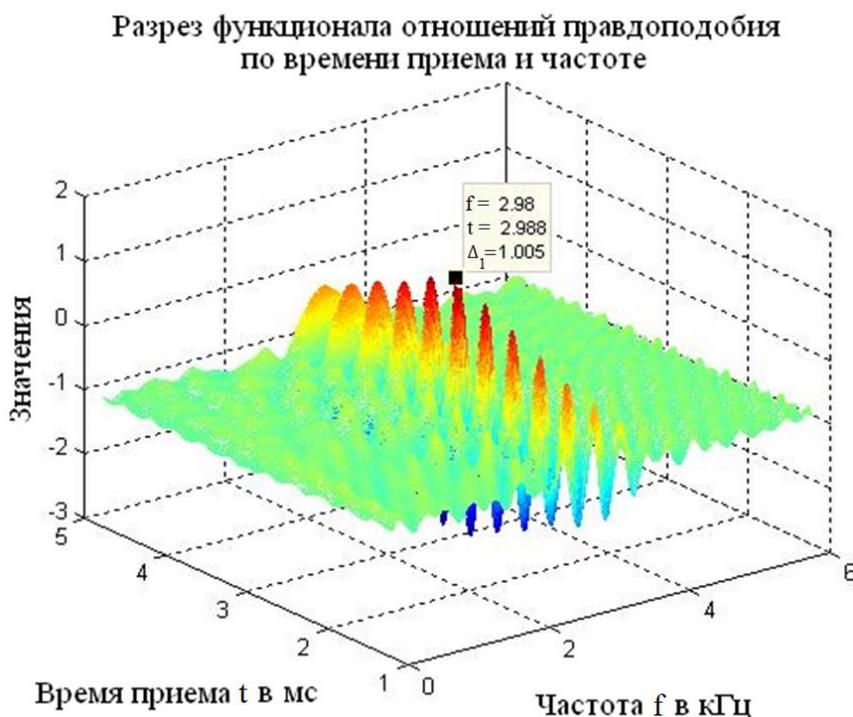


Рисунок 2.1.5 – Разрез функционала отношений правдоподобия по времени приёма и по частоте при отношении сигнал/шум 0 дБ

Наличие локальных максимумов по времени приёма приводит к неоднозначности, как оценок времени приёма, так и оценок частоты. Это

иллюстрируется рисунком 2.1.6, на котором показан вид сверху двумерной зависимости. Эллиптические образования, иллюстрирующие максимумы функционала отношений правдоподобия, указывают на линейную взаимосвязь оценок времён приёма и оценок частот сигнала.

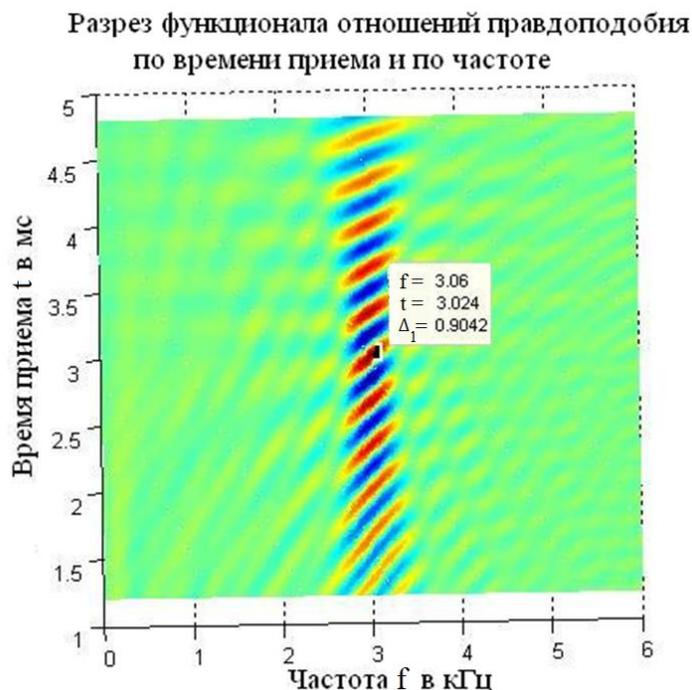


Рисунок 2.1.6 – Вид сверху двумерной зависимости функционала отношений правдоподобия

При уменьшении отношения сигнал/шум до -14 дБ существенно возрастает вероятность того, что локальный максимум оказывается больше, чем основной. Такой случай показан на рисунке 2.1.7. Это приводит к большим погрешностям в оценках времени приёма (4.8 мс вместо 3 мс) и в оценках частоты (5.14 кГц вместо 3 кГц).

Таким образом, вышеприведенные результаты расчетов позволяют сделать вывод: функция правдоподобия, функционал правдоподобия и функционал отношений правдоподобия, в связи с наличием большого количества локальных экстремумов, не могут быть основой для решения статистических задач радиотехники.

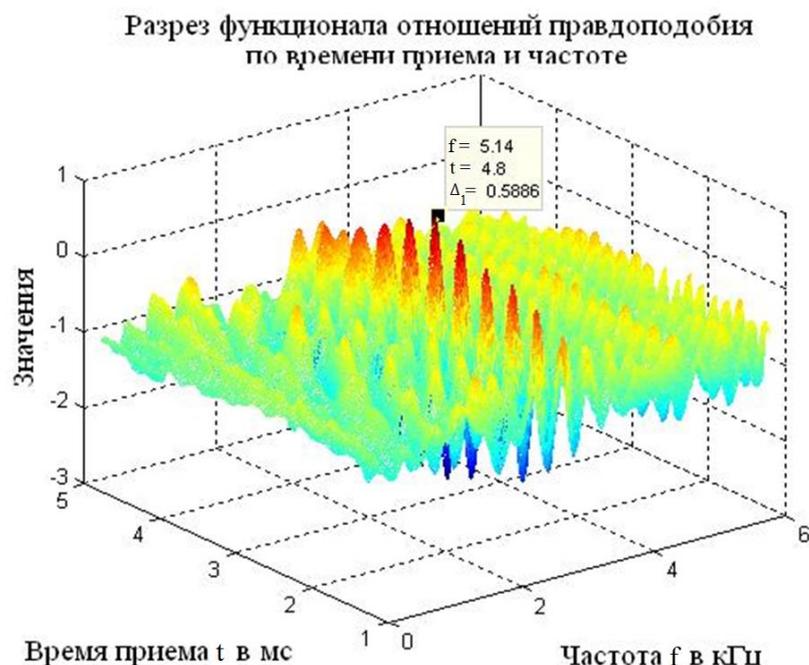


Рисунок 2.1.7 – Разрез функционала отношений правдоподобия по времени приёма и по частоте при отношении сигнал/шум -14 дБ

В настоящей работе предлагается переход к преобразованному функционалу правдоподобия (преобразованному функционалу отношений правдоподобия) для исключения неоднозначности решений, локальных экстремумов. Этот переход может быть реализован с помощью подстановки Хелстрема [98]. В этом случае для оценки неизвестных амплитуд используются уравнения правдоподобия. Их решения определяют функциональные зависимости от неэнергетических параметров сигнала. Они подставляются в функционал правдоподобия (функционал отношений правдоподобия) для исключения локальных экстремумов. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Дифференцируя функционал правдоподобия (2.1.2) по амплитуде и приравнявая дифференциал нулю, можно получить решение для амплитуды в виде функциональной зависимости.

$$\hat{U}_1(\hat{\lambda}) = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} \hat{y}(t) \hat{S}^*(\hat{\lambda}, t) dt \quad (2.1.4)$$

Эта функциональная зависимость учитывает изменения комплексной амплитуды сигнала, содержащейся в принятой реализации $\hat{y}(t)$. Действительно,

математическое ожидание от $\hat{U}_1(\hat{\lambda})$ в точке $\hat{\lambda} = \bar{\lambda}$ определяет истинное значение \hat{U}_1 .

$$M\left(\hat{U}_1(\hat{\lambda} = \bar{\lambda})\right) = \hat{U}_1 \quad (2.1.5)$$

Подставляя полученную зависимость в функционал правдоподобия, получим преобразованный функционал правдоподобия.

$$\Delta(\hat{\lambda}) = \int_{\tau}^{\tau+T} \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_1(\hat{\lambda})S(\hat{\lambda}, t) \right|^2 dt \quad (2.1.6)$$

Аналогичным образом можно получить преобразованный функционал отношений правдоподобия.

$$\Delta_1(\hat{U}_1, \hat{\lambda}) = \int_{\tau}^{\tau+T} |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_{\tau}^{\tau+T} \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_1(\hat{\lambda})S(\hat{\lambda}, t) \right|^2 dt \quad (2.1.7)$$

Покажем с помощью модельных расчетов «гладкость» поверхности преобразованного функционала правдоподобия и преобразованного функционала отношений правдоподобия. На рисунке 2.1.8 показан результат подстановки Хелстрема в функционал правдоподобия и функционал отношений правдоподобия. Как видно из рисунка, локальные экстремумы полностью исключены. Минимум функционала правдоподобия определяет дисперсию шума в реализации, а максимум функционала отношений правдоподобия определяет энергию сигнала. На рисунке 2.1.8 «в» дополнительно показаны две составляющие функционала отношения правдоподобия. Первая зависимость - $\int_{\tau}^{\tau+T} |\hat{y}(t)|^2 dt$ (цифра 1) определяет в максимуме энергию сигнала и шума. Вторая зависимость (цифра 2) определяет в минимуме энергию шума. Разность этих зависимостей определяет энергию сигнала (рисунок 2.1.8 «г»). При уменьшении отношения сигнал/шум наиболее устойчивым является максимум преобразованного функционала отношений правдоподобия.

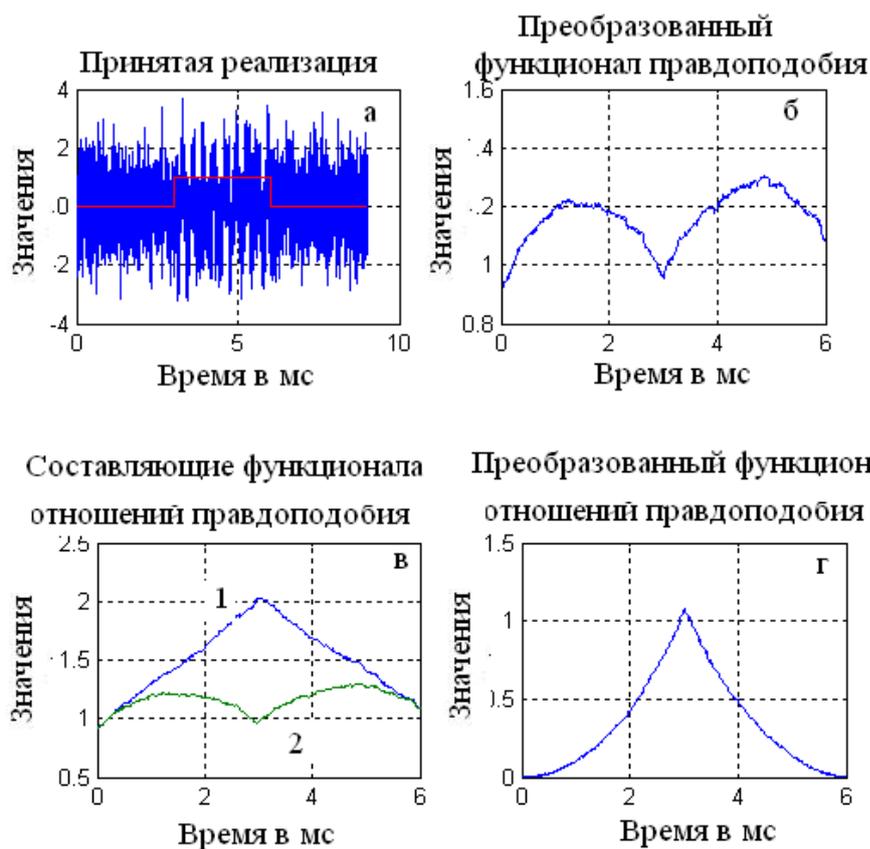


Рисунок 2.1.8 – Зависимость от времени преобразованного функционала правдоподобия и преобразованного функционала отношений правдоподобия, составляющие преобразованного функционала правдоподобия. Отношение сигнал/шум равно 0 дБ

На рисунке 2.1.9 показаны зависимости от времени преобразованного функционала правдоподобия (рисунок 2.1.9 «б»), преобразованного функционала отношения правдоподобия (рисунок 2.1.9 «г») и составляющие функционала отношений правдоподобия (рисунок 2.1.9 «в») при отношении сигнал/шум -12 дБ. Из рисунка ясно, что преобразованный функционал правдоподобия не может быть основой при решении задачи обнаружения сигнала. На временной оси могут быть более глубокие минимумы. Рисунок 2.1.9 «в» иллюстрирует, что шумовые зависимости в первой и второй составляющих преобразованного функционала отношений правдоподобия практически подобны. Они частично исключаются при их вычитании.

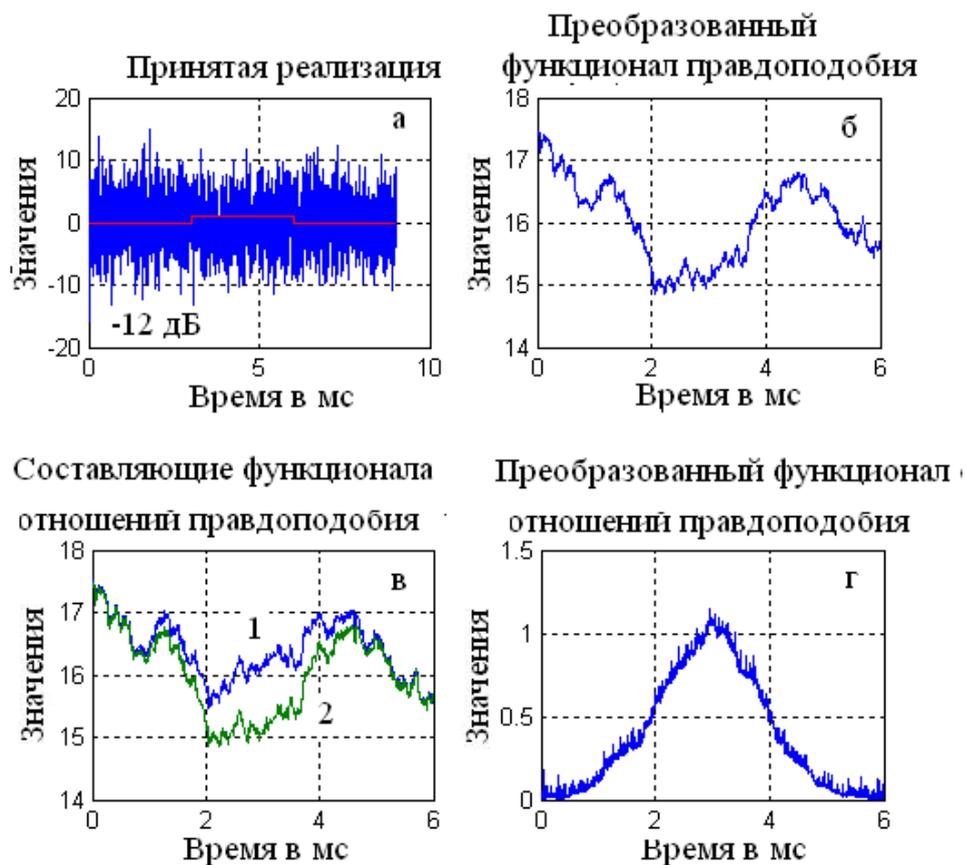


Рисунок 2.1.9 – Зависимость от времени преобразованного функционала правдоподобия и преобразованного функционала отношений правдоподобия. Составляющие преобразованного функционала правдоподобия. Отношение сигнал/шум равно -12 дБ

В результате преобразованный функционал отношений правдоподобия оказывается наиболее устойчивой структурой для оценки времени приёма сигнала и энергии сигнала. Однако оценка дисперсии шума в реализации необходима для решения задачи обнаружения сигнала. В связи с этим, вначале по максимуму преобразованного функционала отношений правдоподобия предлагается оценивать время приёма и энергию сигнала, а затем в точке, определяющей время приёма, оценивать значение дисперсии шума на основе функционала 2.1.6.

Таким образом, преобразованные функционал правдоподобия и функционал отношений правдоподобия совместно позволяют решить задачу обнаружения сигнала в принятой реализации, в том числе и для ультразвукового сигнала.

Рассмотрим случай, когда в принятой реализации содержится два или более сигналов. Хелстром в своей работе [98] лишь высказал предположение о возможности подстановки амплитуд, определенных из уравнений правдоподобия, в функцию правдоподобия. Проведенный анализ показал, что подстановка Хелстрома существенно меняет возможность решения статистических задач на основе функции правдоподобия для случая одного сигнала в реализации. Без этой подстановки практически невозможно решать задачи при неизвестных временах приёма (аналогично при неизвестных азимутах или углах места) методом максимального правдоподобия. Чтобы показать важность данного утверждения, представим функцию правдоподобия для двух сигналов с неизвестными временами правдоподобия с подстановкой Хелстрома, и без подстановки. Функция правдоподобия в этом случае зависит от двух времён приёма t'_1 и t'_2 . Остальные параметры, в том числе и амплитуды, известны.

$$L(t'_1, t'_2) = \exp\left(-\left(\int_t^{t+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1 \exp(i\omega(t - t'_1)) - \hat{U}_2 \exp(i\omega(t - t'_2))|^2 dt\right)\right) \quad (2.1.8)$$

Для получения подстановки Хелстрома продифференцируем (2.1.8) по амплитудам \hat{U}_1 и \hat{U}_2 и приравняем дифференциалы нулю. Получим систему уравнений правдоподобия, решая которую можно получить решения.

$$\begin{aligned} \hat{U}_1(t'_1, t'_2) &= \frac{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t-t'_1)) dt - \frac{\hat{R}(t'_1, t'_2)}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t-t'_2)) dt}{1 - |\hat{R}(t'_1, t'_2)|^2} \\ \hat{U}_2(t'_1, t'_2) &= \frac{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t-t'_2)) dt - \frac{\hat{R}^*(t'_1, t'_2)}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t-t'_1)) dt}{1 - |\hat{R}(t'_1, t'_2)|^2} \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

Решения представляют собой функциональные зависимости и являются поверхностями в пространстве переменных t'_1, t'_2 . Подставляя эти выражения в (2.1.8) получим функцию правдоподобия с подстановкой Хелстрома.

$$L_1(t'_1, t'_2) = \exp\left(-\left(\int_t^{t+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1(t'_1, t'_2) \exp(i\omega(t - t'_1)) - \hat{U}_2(t'_1, t'_2) \exp(i\omega(t - t'_2))|^2 dt\right)\right) \quad (2.1.10)$$

Масштабирующий множитель исключен. Он не влияет на результат анализа.

В дальнейшем выражение (2.1.10) будем называть преобразованной функцией правдоподобия, а соответствующий ей функционал – преобразованным функционалом правдоподобия.

На рисунке 2.1.10 показан разрез функции правдоподобия (2.1.8) по координатам: оценки времени приёма t'_1 и t'_2 . Остальные параметры известны. В результате создается двумерная поверхность, глобальный максимум которой определяет оценки времени приёма.

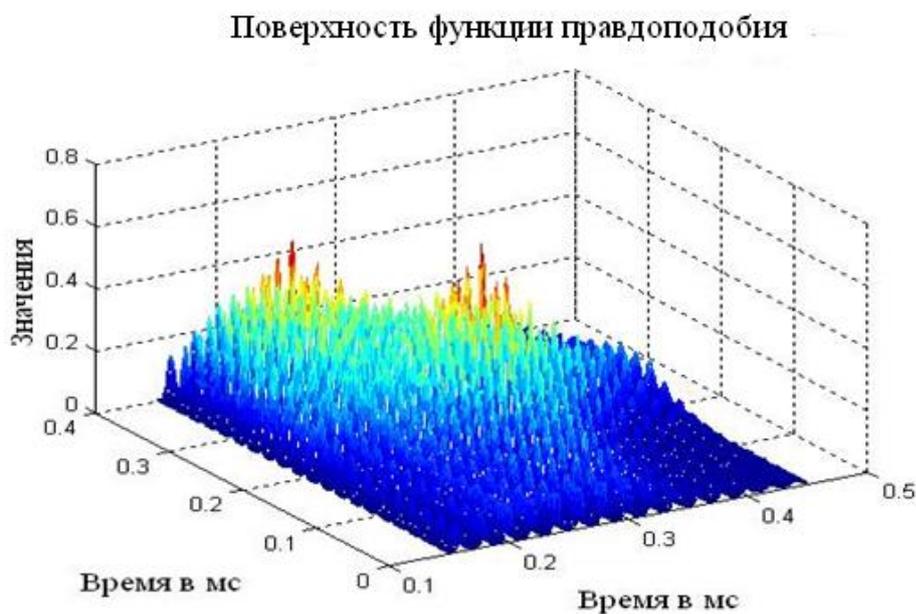


Рисунок 2.1.10 – Поверхность функции правдоподобия. Разрез по координатам t'_1 и t'_2 . Глобальный максимум основной и зеркальный определяют оценки времени приёма $t'_1 = 0.2$ мс и $t'_2 = 0.3$ мс

Рисунок иллюстрирует большое количество локальных максимумов на поверхности функции правдоподобия. Найти глобальный максимум среди локальных максимумов представляет собой сложную алгоритмическую задачу. На рисунке 2.1.11. показана поверхность функции правдоподобия, полученная с подстановкой Хелстрёма (2.1.10). Периодичность структуры поверхности исчезла полностью.

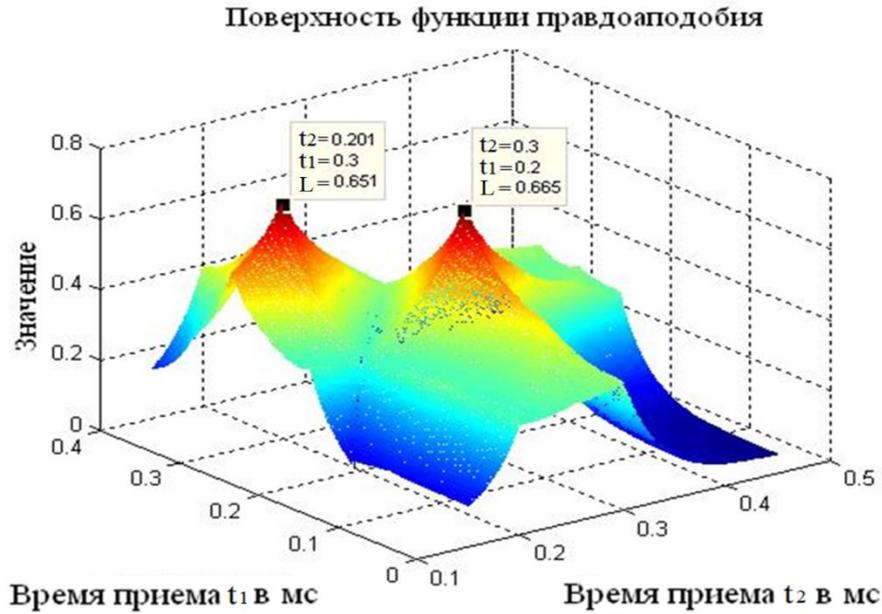


Рисунок 2.1.11 – Поверхность функции правдоподобия с подстановкой Хелстрема

Отмечаются два максимума: основной и зеркальный. Они такие же, как на рисунках предыдущего параграфа. Основной максимум определяет оценки времени приёма сигналов t'_1 и t'_2 . Если эти оценки подставить в выражения (2.1.9), то можно получить оценки комплексных амплитуд сигналов. Задача оценки параметров двух сигналов оказывается полностью решенной. Рисунок 2.1.11 получен при разности времён приёма 0.1 мс. Это соответствует увеличению разрешения по сравнению с критерием Рэля в два раза. Структура поверхности функции правдоподобия эквивалентна структуре функционала отношений правдоподобия $\Delta_1(t'_1, t'_2)$.

$$\Delta_1(t'_1, t'_2) = \int_t^{t+T} |\hat{y}(t)|^2 dt - \left(\int_t^{t+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1(t'_1, t'_2) \exp(i\omega(t - t'_1)) - \hat{U}_2(t'_1, t'_2) \exp(i\omega(t - t'_2))|^2 dt \right) \quad (2.1.11)$$

Она подобна структуре функционала правдоподобия $\Delta(t'_1, t'_2)$.

$$\Delta(t'_1, t'_2) = \int_t^{t+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1(t'_1, t'_2) \exp(i\omega(t - t'_1)) - \hat{U}_2(t'_1, t'_2) \exp(i\omega(t - t'_2))|^2 dt \quad (2.1.12)$$

Функционал правдоподобия в минимуме определяет оценку дисперсии шума в реализации σ^2 . Функционал отношений правдоподобия определяет в максимуме

оценку совокупной энергии двух сигналов $E_{\text{сов}}$. При расчетах они дополняют друг друга. На рисунке 2.1.12 показана поверхность обратного функционала правдоподобия $\Delta_2(t'_1, t'_2) = 1/\Delta(t'_1, t'_2)$. Максимумы на рисунках отображаются лучше, чем минимумы.

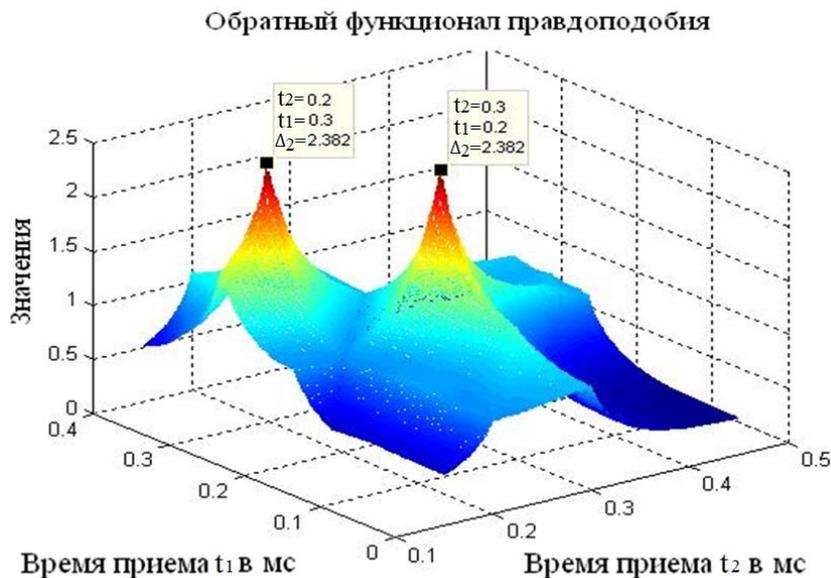


Рисунок 2.1.12 – Поверхность обратного преобразованного функционала правдоподобия с подстановкой Хелстрема

Рисунок 2.1.12 получен при среднеквадратичном отклонении (СКО) шума, равном 0.5. Значение максимума функционала правдоподобия определяет оценку дисперсии шума. Решения на основе функционала правдоподобия (функции правдоподобия, функционала отношений правдоподобия) с подстановкой Хелстрема являются эффективными и несмещенными. Они обеспечивают решение задачи разрешения сигналов и задачи оценки параметров. При найденных оценках амплитуд двух сигналов и оценивании дисперсии шума в реализации по значению минимума функционала правдоподобия вполне возможно решение задачи отдельного обнаружения сигналов. Задача фильтрации сигнала на фоне неортогональной помехи также может быть разрешена. Полученные результаты будут в дальнейшем использованы для обработки ультразвуковых сигналов.

§ 2.2. Оптимальность спектрального, корреляционного и углового спектрального анализа

Метод максимального правдоподобия является более общим методом решения статистических задач в сравнении со спектральным, корреляционным и угловым спектральным анализом. Будем в дальнейшем эти методы обработки сигналов называть операторными методами. Как будет показано далее, операторные методы являются частным случаем метода максимального правдоподобия. В связи с этим, на основе метода максимального правдоподобия можно рассмотреть вопрос об ограниченности операторных методов обработки сигналов, как в радиотехнике, так и в области ультразвуки. Операторные методы в настоящее время широко используются для обработки сигналов в промышленности. Однако область решений этими методами ограничена критерием разрешения Рэля. В практике работы отмечается наличие систематических погрешностей, связанных с интерференцией спектральных, корреляционных функций и диаграмм направленности сигналов на уровне боковых лепестков. Метод максимального правдоподобия позволяет получать решения статистических задач в более широкой области, включающей как область разрешенную критерием Рэля, так и область неортогональности. Этот вывод создает противоречие с известным фундаментальным соотношением – функцией неопределенности (критерием Рэля). Она, по существу, запрещает получение решений статистических задач в области неортогональности сигналов. В связи с этим рассмотрим оптимальность известных методов обработки сигналов, таких как спектральный метод, корреляционный метод, угловой спектральный метод с целью снятия указанного противоречия. Вначале покажем, что эти методы обработки являются частными случаями метода максимального правдоподобия. Выражения, определяющие эти методы, могут быть выведены из функционала правдоподобия. Запишем принятую реализацию, выделяя комплексную амплитуду \hat{U} .

$$\hat{y}(t) = \hat{U}\hat{S}(\bar{\lambda}, t) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (2.2.1)$$

Запишем на основании (2.2.1) функционал правдоподобия

$$\Delta(\hat{U}, \bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U} \hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt \quad (2.2.2)$$

Минимизацию функционала (2.2.2) проведем с помощью дифференцирования. Продифференцируем (2.2.2) по амплитуде \hat{U} и приравняем дифференциал нулю, получим амплитуду, зависящую от вектора параметров $\bar{\lambda}$.

$$\hat{U}(\bar{\lambda}) = \frac{\int_0^T \hat{y}(t) \hat{S}^*(\bar{\lambda}, t) dt}{\int_0^T |\hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt} \quad (2.2.3)$$

Если принять, что $\hat{S}(\bar{\lambda}, t) = e^{i\omega t}$, и вектор параметров характеризуется лишь частотой $\bar{\lambda} = \omega$, тогда выражение (2.2.3) будет эквивалентно выражению для спектрального анализа. Знаменатель равен в этом случае длительности сигнала T .

$$\hat{U}(\bar{\lambda}) = \frac{\int_0^T \hat{y}(t) e^{-i\omega t} dt}{T} \quad (2.2.4)$$

Если $\hat{S}(\bar{\lambda}, t) = e^{i\omega(t-t_0)}$, тогда можно получить выражение для корреляционной функции $\hat{U}(t_0)$. t_0 - оценка времени приёма сигнала.

$$\hat{U}(t_0) = \frac{\int_0^T \hat{y}(t) e^{-i\omega(t-t_0)} dt}{T} \quad (2.2.5)$$

Если $\hat{S}(\bar{k}, \bar{R}) = e^{i(\bar{k}, \bar{R})}$, тогда можно получить выражение для углового спектрального анализа.

$$\hat{U}(\bar{k}) = \frac{\int_0^T \hat{y}(t) e^{i(\bar{k}, \bar{R})} d\bar{R}}{\Delta \bar{R}}, \quad (2.2.6)$$

где \bar{k} - волновой вектор пространственного сигнала, \bar{R} - радиус-вектор.

Таким образом, выражение для спектрального анализа (2.2.4), выражение для корреляционного анализа (2.2.5) и выражение для углового спектрального анализа (2.2.6) можно получить на основании функционала правдоподобия. Соответственно, можно сделать вывод, что они являются частными случаями метода максимального правдоподобия. Оптимальность решения определяется минимумом функционала правдоподобия. При оптимальности решения математическое ожидание от минимума функционала правдоподобия определяет

дисперсию шума. Оценим дисперсию шума при обработке принятой реализации методом спектрального анализа (2.2.4). Для этого, подставляя в (2.2.4) выражение для $\hat{y}(t)$, получим:

$$\begin{aligned}\hat{U}(\omega) &= \frac{1}{T} \int_0^T (\hat{U}e^{i\omega t} + \hat{U}_{\text{ш}}(t))e^{-i\omega t} dt = \\ &= \frac{\hat{U}}{T} \int_0^T e^{i(\omega - \omega)t} dt + \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_{\text{ш}}(t)e^{-i\omega t} dt\end{aligned}\quad (2.2.7)$$

Первый интеграл в (2.2.7) определяет спектральную линию сигнала, а второй определяет согласованный фильтр. Математическое ожидание от второго интеграла равно нулю. Однако дисперсия шума на выходе согласованного фильтра отлична от нуля.

$$\begin{aligned}D_{\text{ш}} &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \hat{U}_{\text{ш}}(t)e^{-i\omega t} dt \hat{U}_{\text{ш}}(\dot{t})e^{-i\omega \dot{t}} d\dot{t} = \\ &= \frac{\sigma^2 \tau_k}{T^2} \int_0^T \int_0^T \delta(t - \dot{t})e^{-i\omega t} dt e^{-i\omega \dot{t}} d\dot{t} = \frac{\sigma^2}{N},\end{aligned}\quad (2.2.8)$$

где N - количество некоррелированных отсчетов на интервале обработки сигнала, на длительности T . Отношение сигнал/шум на выходе согласованного фильтра будет в \sqrt{N} раз больше отношения сигнал/шум на входе фильтра.

$$Q = \frac{|\hat{U}|\sqrt{N}}{\sigma}\quad (2.2.9)$$

Аналогичное отношение сигнал/шум будет на выходе соответствующих согласованных фильтров при корреляционном анализе и угловом спектральном анализе.

При использовании в комплексах аппаратуры сложных сигналов, их корреляционные функции могут быть получены на основе метода максимального правдоподобия. Пусть, например, принятая реализация содержит ЛЧМ-сигнал.

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_0 \exp\left(i(\omega_0 + A(t - t_0))(t - t_0)\right) + \hat{U}_{\text{ш}},\quad (2.2.10)$$

где $A = \frac{\omega_k - \omega_0}{T}$ - относительная девиация частоты.

ω_k - конечная частота ЛЧМ-сигнала

Функционал правдоподобия для этого случая можно представить выражением

$$\Delta(t'_0) = \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_0 \exp\left(i(\omega_0 + A(t - t'_0))(t - t'_0)\right) \right|^2 dt.\quad (2.2.11)$$

Дифференцируя по \hat{U}_0 , и приравнявая дифференциал нулю, можно получить выражение для корреляционной функции ЛЧМ-сигнала

$$\hat{U}_0(t_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}(t) \exp(-i(\omega_0 + A(t - t_0))(t - t_0)) dt \quad (2.2.12)$$

Подставляя в (2.2.12) выражение для принятой реализации $\hat{y}(t)$, можно получить выражение для корреляционной функции ЛЧМ-сигнала и выражение для согласованного с ЛЧМ-сигналом фильтра.

$$\hat{U}_0(t_0) = \frac{\hat{U}_0 \exp(i(\omega_0(t_0 - t_0) + A(t_0^2 - t_0^2)))}{T} \int_0^T \exp(i2A(t_0 - t)) dt + \quad (2.2.13)$$

$$+ \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_{ш} \exp(-i(\omega_0 + A(t - t_0))(t - t_0)) dt$$

Дисперсия шума на выходе согласованного с ЛЧМ сигналом фильтра равна

$$D_{ш} = \frac{\sigma^2}{N}, \text{ а отношение сигнал/шум } Q = \frac{|\hat{U}| \sqrt{N}}{\sigma}.$$

Таким образом, спектральный анализ, корреляционный анализ, угловой спектральный анализ, как простых, так и сложных сигналов, является частным случаем метода максимального правдоподобия. В связи с этим, указанные методы оптимальны. Они обеспечивают на выходах соответствующих оптимальных фильтров максимальное отношение сигнал/шум.

Рассмотрим оптимальность вышеприведенных методов обработки в более общем случае, когда в принятой реализации содержится два или более сигнала. Запишем принятую реализацию в следующем виде.

$$\hat{y}(t) = \sum_1^{N_1} \hat{U}_n \hat{S}(\bar{\lambda}_n, t) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (2.2.14)$$

N_1 - количество сигналов в реализации.

$\bar{\lambda}_n$ - вектор параметров для n-го сигнала.

Запишем функционал правдоподобия для этого случая.

$$\Delta(\hat{U}_0, \bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U}_0 \hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt \quad (2.2.15)$$

Особенностью этого выражения для функционала правдоподобия является следующее. Принятая реализация $\hat{y}(t)$ содержит N_1 сигналов, а правая часть подынтегрального выражения функционала правдоподобия содержит один сигнал. Следовательно, правая и левая части подынтегрального выражения

функционала не соответствуют друг другу, и значение функционала не может достигнуть минимума. Минимальное значение функционала правдоподобия достигается лишь при полном соответствии правой и левой частей подынтегрального выражения функционала. Таким образом, функционал правдоподобия в виде (2.2.15) не дает оптимального решения. Тем не менее, дифференцируя (2.2.15) по амплитуде и приравнивая дифференциал нулю, можно перейти к выражениям для спектрального, корреляционного или углового спектрального анализа. Общее выражение аналогично выражению (2.2.3). Однако принятая реализация в данном случае содержит N_1 сигналов.

$$\hat{U}_0(\bar{\lambda}) = \frac{\int_0^T |\hat{y}(t)\hat{s}^*(\bar{\lambda}, t)|^2 dt}{\int_0^T |\hat{s}^*(\bar{\lambda}, t)|^2 dt} \quad (2.2.16)$$

Подставим принятую реализацию (2.2.14) в это выражение. Получим выражение (2.2.17), знаменатель которого равен длительности сигнала T .

$$\hat{U}_0(\bar{\lambda}) = \frac{\int_0^T |\sum_1^{N_1} \hat{U}_n \hat{s}(\bar{\lambda}_n, t) \hat{s}^*(\bar{\lambda}, t)|^2 dt}{\int_0^T |\hat{s}^*(\bar{\lambda}, t)|^2 dt} + \frac{\int_0^T |\hat{U}_{ш}(t) \hat{s}^*(\bar{\lambda}, t)|^2 dt}{\int_0^T |\hat{s}^*(\bar{\lambda}, t)|^2 dt} \quad (2.2.17)$$

Первое слагаемое равно сумме спектральных, корреляционных или угловых спектральных функций в зависимости от формы сигнала $\hat{S}(\bar{\lambda}'_n, t)$. Второе слагаемое определяет согласованный фильтр при спектральной, корреляционной или угловой спектральной обработке сигналов. Из выражения (2.2.17) следует, что шумовая составляющая обрабатывается в данном случае оптимально. Отношение сигнал/шум будет максимально. Однако возникает явление интерференции при сложении функций $\hat{U}_n \hat{S}(\bar{\lambda}_n, t)$ за счет взаимодействия на уровне боковых лепестков, или на уровне основных лепестков. Если взаимодействие реализуется на уровне основных лепестков, тогда спектральные максимумы сливаются в один спектральный максимум (аналогично для корреляционных максимумов и для диаграмм направленности антенных систем). Возникает необходимость в определении критерия, подобного критерию Рэля, для их разрешения.

Таким образом, установлено, что спектральный метод, корреляционный метод или угловой спектральный метод имеют ограничение. Они оптимальны лишь при условии, что в принятой реализации содержится один сигнал (простой или сложный). При наличии в принятой реализации совокупности сигналов, их обработка указанными методами не оптимальна. Появляется дополнительная систематическая погрешность, связанная с интерференцией сигналов на уровне боковых или основных лепестков. Появляется необходимость введения критерия разрешения. Следует отметить, что если функционал правдоподобия записан в виде

$$\Delta(\bar{U}_1 \dots \bar{U}_N, \hat{\lambda}_1 \dots \hat{\lambda}_N) = \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \sum_{n=1}^{N_1} \hat{U}_n \hat{S}(\hat{\lambda}_n, t) \right|^2 dt \quad (2.2.18),$$

тогда правые и левые части подынтегрального выражения функционала правдоподобия соответствуют друг другу. Значение функционала правдоподобия достигает своего минимального значения, равного $\sigma^2 T$, при использовании операции минимизации функции потерь методом перебора параметров совокупности сигналов. Положение минимума функции правдоподобия позволяет получать оптимальные оценки параметров всех сигналов. Явления интерференции за счет боковых лепестков здесь не отмечается. Вводить критерий разрешения сигналов не требуется.

Таким образом, в настоящем параграфе представлен фундаментальный результат. Показано, что широко используемые на практике методы спектрального, корреляционного, углового спектрального анализа являются ограниченными. Они оптимальны, если в принятой реализации содержится один сигнал. Однако они не оптимальны при наличии в принятой реализации двух или более сигналов. Это приводит к тому, что такое фундаментальное положение, как соотношение неопределенности (функция неопределенности) не может быть основой теории разрешения сигналов. Оно справедливо лишь при использовании спектрального, корреляционного, углового спектрального анализа, когда предполагается, что в принятой реализации содержится лишь один сигнал. В рамках минимизации функционала правдоподобия можно получить лучшее

разрешение, по сравнению с рэлеевским. Полученные новые представления о возможностях обработки сигналов позволяют с новых позиций проводить обработку ультразвуковых сигналов. Соотношение неопределенности справедливо лишь в рамках операторных методов. В рамках минимизации функционала правдоподобия можно получить лучшее разрешение, чем рэлеевское. Теорема Шеннона не может о скорость передачи информации в системах связи в случае использования неортогональных сигналов. При ее выводе используется соотношение неопределенности. Она справедлива лишь в рамках операторных методов. Полученные новые представления о возможностях обработки сигналов методом максимального правдоподобия позволяют с новых позиций проводить обработку ультразвуковых сигналов.

§ 2.3. Спектральный и корреляционный анализ, согласованный с сигналом

В предыдущем параграфе показано, что операторные методы являются частным случаем метода максимального правдоподобия. В случае одного сигнала в реализации они оптимальны. Следовательно, решения статистических задач операторными методами и методом максимального правдоподобия, при наличии одного сигнала в реализации, эквивалентны. Более того они несмещенные, эффективные и достаточные. Однако при наличии в принятой реализации двух или более сигналов минимум функционала правдоподобия увеличивается, что свидетельствует о не оптимальности операторных методов обработки сигналов.

Неоптимальность операторных методов связана с различием правой и левой частей подынтегрального выражения в функционале правдоподобия. В настоящем параграфе будет рассмотрена неоптимальность спектрального анализа, связанная с функциональной зависимостью амплитуды сигнала. Амплитудная зависимость характерна для ультразвуковых сигналов, для сложных сигналов, для сигналов, умноженных на оконные функции с целью уменьшения боковых лепестков. Запишем принятую реализацию в виде

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_0 \mu(t) \exp(i\omega_0 t) + \hat{U}_{ш}(t), \quad (2.3.1)$$

где \hat{U}_0 – комплексная амплитуда сигнала.

$\mu(t)$ – функция, модулирующая амплитуду сигнала.

ω_0 – круговая частота.

$\hat{U}_{ш}(t)$ – шумовая составляющая в комплексном виде.

На основании (1.6.1) запишем функционал правдоподобия в виде, из которого следует выражение для спектрального анализа.

$$\Delta(\omega_0) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U}_0 \exp(i\omega_0 t)|^2 dt \quad (2.3.2)$$

Модулирующая функция $\mu(t)$ искажает огибающую сигнала по сравнению с радиоимпульсом, для которого амплитуда на интервале импульса постоянна. В результате, правая и левая части подынтегрального выражения не соответствуют друг другу. Математическое ожидание от функционала в точке минимума $\omega'_0 = \omega_0$ будет равно

$$M(\Delta(\omega_0)) = \sigma^2 T + \int_0^T |\hat{U}_0 \exp(i\omega_0 t)(1 - \mu(t))|^2 dt. \quad (2.3.3)$$

Дифференцируя (2.3.2) по амплитуде получим выражение для спектрального анализа.

$$\hat{U}_0(\omega_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}(t) \exp(-i\omega_0 t) dt \quad (2.3.4)$$

Подставляя $\hat{y}(t)$, получим

$$\hat{U}_0(\omega_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_0 \mu(t) \exp(i\omega_0 t) \exp(-i\omega_0 t) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_{ш}(t) \exp(-i\omega_0 t) dt. \quad (2.3.5)$$

Первое слагаемое определяет спектр сигнала. В точке максимума при $\omega_0 = \omega_0$ получим оценку комплексной амплитуды.

$$\hat{U}_0(\omega_0' = \omega_0) = \frac{\hat{U}_0}{T} \int_0^T \mu(t) dt \quad (2.3.6)$$

Оценка средняя с учетом модулирующей функции. Следовательно, оценка амплитуды смещенная. Она не соответствует истинному значению амплитуды сигнала. Второе слагаемое позволяет определить дисперсию шума.

$$D_{ш} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_{ш}(t) \exp(-i\omega_0 t) dt \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_{ш}(t) \exp(i\omega_0 t) dt = \frac{\sigma^2 \tau_k}{T} = \frac{\sigma^2}{N} \quad (2.3.7)$$

Дисперсия шума не связана с модулирующей функцией. Однако отношение сигнал/шум при спектральном анализе зависит от модулирующей функции $\mu(t)$.

$$Q = \frac{\hat{U}_0 \sqrt{N}}{\sigma T} \int_0^T \mu(t) dt \quad (2.3.8)$$

Если в принятой реализации содержится радиоимпульс $\mu(t) = 1$, тогда отношение сигнал/шум равно $Q_r = \frac{\hat{U}_0 \sqrt{N}}{\sigma}$. Учитывая, что $\frac{1}{T} \int_0^T \mu(t) dt < 1$, можно сделать вывод: при спектральном анализе сигнала с амплитудной модуляцией отношение сигнал/шум уменьшается. Рассмотрим второй случай. Пусть функционал правдоподобия имеет вид

$$\Delta(\omega_0) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U}_0 \mu(t) \exp(i\omega_0 t)|^2 dt \quad (2.3.9)$$

Правая и левая части под интегрального выражения, в этом случае, соответствуют друг другу. В результате математическое ожидание от функционала в точке минимума $\omega_0' = \omega_0$ будет иметь минимальное значение

$$M(\Delta(\omega_0)) = \sigma^2 T \quad (2.3.10)$$

Оно меньше, чем значение, получаемое согласно (2.3.3). Получим для рассматриваемого случая выражение для отношения сигнал/шум. Дифференцируя (2.3.9) по комплексной амплитуде и приравнявая дифференциал нулю, получим

$$\hat{U}_0(\omega_0) = \frac{\int_0^T \hat{y}(t)\mu(t) \exp(-i\omega_0 t) dt}{\int_0^T \mu(t)^2 dt}. \quad (2.3.11)$$

Будем называть это выражение спектральным анализом, согласованным с сигналом. В нем порождающей функцией является $\mu(t) \exp(-i\omega_0 t)$.

Раскрывая $\hat{y}(t)$ в (2.3.11), получим

$$\hat{U}_0(\omega_0) = \frac{\bar{U}_0 \int_0^T \mu(t) \exp(i\omega_0 t) \mu(t) \exp(-i\omega_0 t) dt}{\int_0^T \mu(t)^2 dt} + \frac{\int_0^T \bar{U}_{ш}(t) \mu(t) \exp(-i\omega_0 t) dt}{\int_0^T \mu(t)^2 dt} \quad (2.3.12)$$

Математическое ожидание от первого слагаемого в точке максимума $\omega_0' = \omega_0$ определяет несмещенное решение.

$$\hat{U}_0(\omega_0 = \omega_0) = \bar{U}_0 \quad (2.3.13)$$

Второе слагаемое определяет шумовую составляющую. Математическое ожидание от второго слагаемого равно нулю. Дисперсия шума равна

$$D_{ш} = M \left(\frac{\int_0^T \bar{U}_{ш}(t) \mu(t) \exp(-i\omega_0 t) dt}{\int_0^T \mu(t)^2 dt} \frac{\int_0^T \bar{U}_{ш}(t) \mu(t) \exp(i\omega_0 t) dt}{\int_0^T \mu(t)^2 dt} \right) = \frac{\sigma^2 \tau_k}{\int_0^T \mu(t)^2 dt} \quad (2.3.14)$$

Определим отношение сигнал/шум.

$$Q_1 = \frac{\bar{U}_0 \sqrt{N}}{\sigma} \sqrt{\frac{\int_0^T \mu(t)^2 dt}{T}} \quad (2.3.15)$$

Отношение $\frac{Q_1}{Q} = \sqrt{\frac{\int_0^T \mu(t)^2 dt}{T}} \frac{T}{\int_0^T \mu(t) dt} > 1$, следовательно, спектральный анализ, согласованный с сигналом, более эффективен, чем классический спектральный анализ. Например, для треугольной зависимости $\mu(t) = t/T$ можно получить $\frac{Q_1}{Q} = 2/\sqrt{3} \approx 1.15$.

Подтвердим вышеприведенные результаты модельными расчетами. Сравним эффективность обработки классическим спектральным анализом прямоугольного радиоимпульса и радиоимпульса треугольной формы. Для случая прямоугольного радиоимпульса спектральный анализ является оптимальным

методом обработки. Для радиоимпульса треугольной формы спектральный анализ не является оптимальным. Амплитуды прямоугольного и треугольного радиоимпульсов равны 2 В., частоты 50 Гц. Порождающая функция равна $x = \exp(i\omega_0 t)$. Сравнительные результаты обработки показаны на рисунке 2.3.1

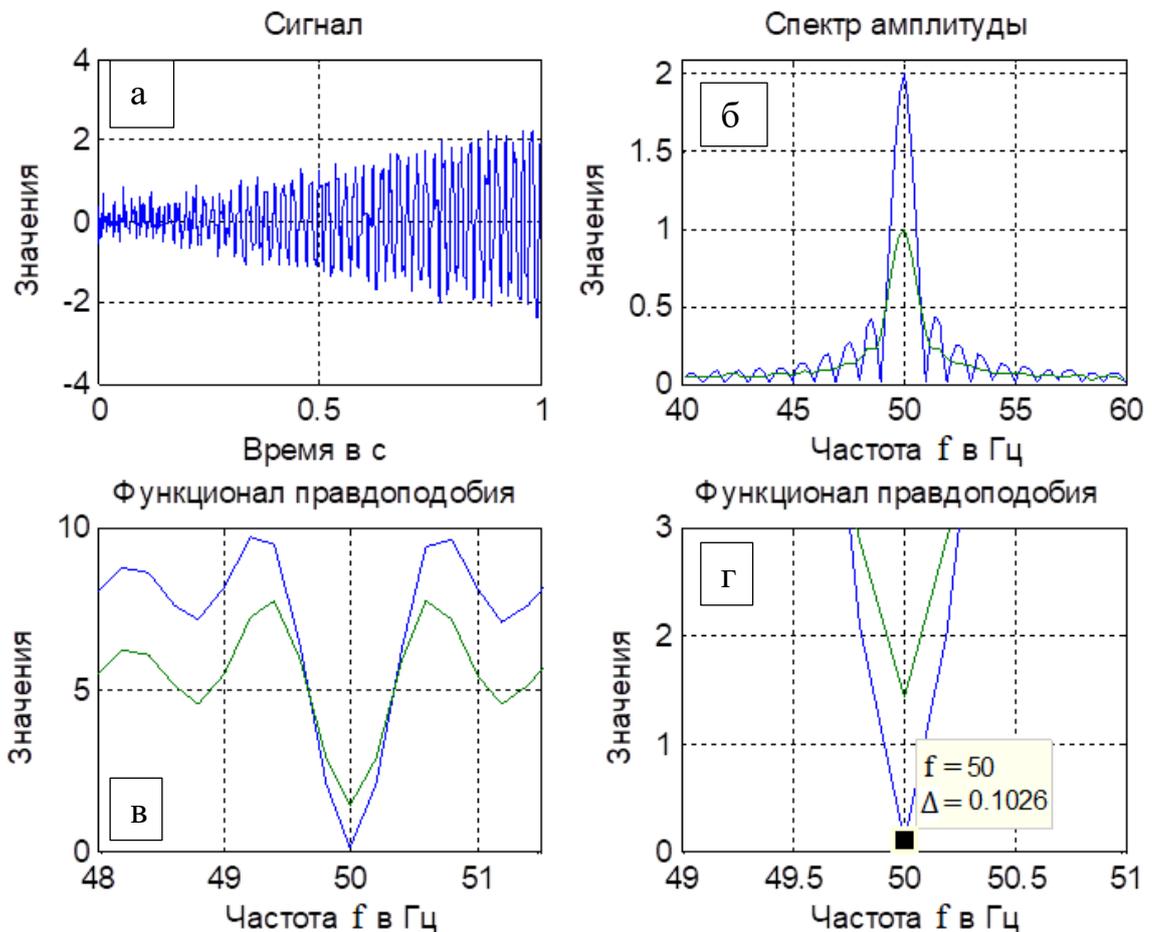


Рисунок 2.3.1 – Спектральная обработка радиоимпульса прямоугольной и экспоненциальной формы: (а) - вид треугольного радиоимпульса, (б) - спектры прямоугольного и треугольного радиоимпульсов, (в) - функционалы правдоподобия прямоугольного и треугольного радиоимпульсов, (г) - увеличенный масштаб функционалов правдоподобия

Рисунок (б) иллюстрирует согласованность спектрального анализа с радиоимпульсом. Амплитуда радиоимпульса определена вполне удовлетворительно. Она равна модельному значению 2. В то же время, спектральный анализ не согласован с треугольным радиоимпульсом. В

результате его амплитуда оценивается средним значением 1. На рисунке (в) показаны функции правдоподобия для прямоугольного и треугольного радиоимпульса. В связи с неоптимальностью обработки треугольного радиоимпульса, минимум функционала правдоподобия в этом случае существенно превышает минимум функционала правдоподобия, получаемый для прямоугольного радиоимпульса. Более отчетливо это показано на рисунке (г) в увеличенном масштабе. Минимум функционала правдоподобия для прямоугольного радиоимпульса равен 0.1, что соответствует модельному значению дисперсии шума. Минимум функционала правдоподобия для треугольного радиоимпульса равен 1.4, что иллюстрирует неоптимальность метода обработки. Нет согласованности спектрального анализа с сигналом - треугольным радиоимпульсом.

Рассмотрим вопрос эффективности спектрального анализа, согласованного с сигналом максимальной амплитудой 2 В. и частотой 50 Гц, который содержится в принятой реализации (рисунок 2.3.2 (а)).

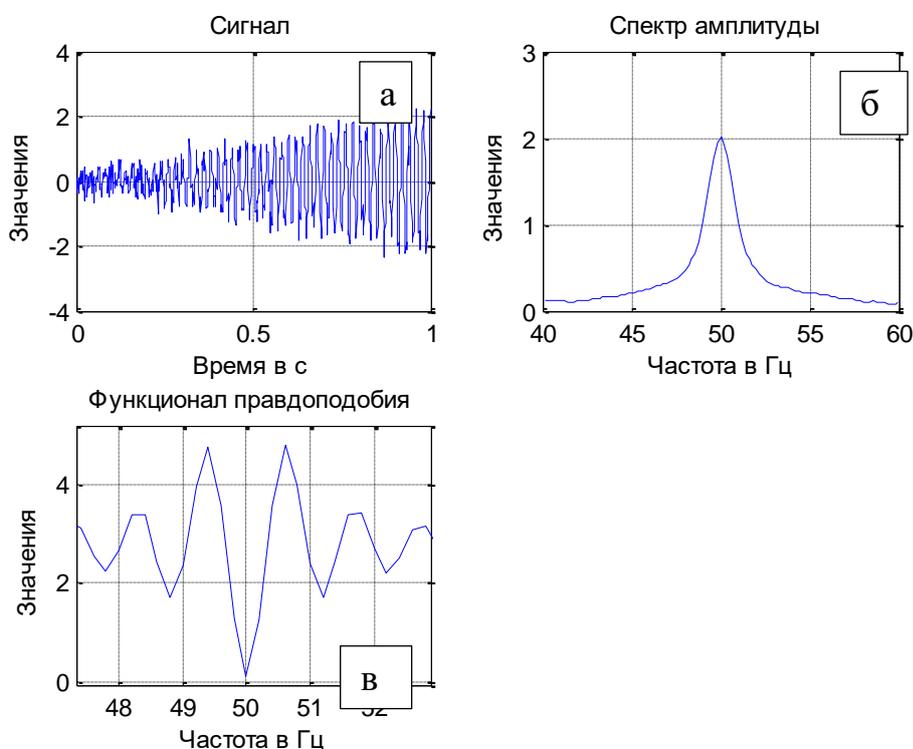


Рисунок 2.3.2 – Оптимальность обработки треугольного радиоимпульса спектральным анализом, согласованным с сигналом

Порождающая функция равна $x = \frac{t}{T} \exp(i\omega_0 t)$. На рисунке (б) показан спектр сигнала. Максимум спектра определяет оценку амплитуды. Она соответствует модельному значению 2. На рисунке (в) показан минимум функционала правдоподобия. Его значение равно 0.1, что соответствует модельному значению шума. Следовательно, обработка треугольного радиоимпульса спектральным анализом, согласованным с сигналом, является оптимальной. Решение оказывается несмещенным, эффективным и достаточным.

Рассмотрим результаты модельных расчетов для экспоненциальных сигналов. На рисунке 2.3.3 показан вид экспоненциального сигнала (а), спектры экспоненциального сигнала и прямоугольного радиоимпульса (б), функционалы правдоподобия для радиоимпульса и экспоненциального сигнала (в), увеличенная копия функционалов правдоподобия (г). Рисунок аналогичен рисунку 2.3.1. Отмечается неоптимальность обработки экспоненциального сигнала классическим спектральным анализом с порождающей функцией $\hat{x}(\omega_0) = \exp(i\omega_0 t)$. Неоптимальность решения связана со средним значением амплитуды экспоненциального сигнала, оцениваемой по максимуму спектральной линии (рисунок (б)) и увеличением минимального значения функционала правдоподобия (рисунок (в), рисунок (г)). На рисунке 2.3.4 показан результат обработки экспоненциального сигнала спектральным анализом, согласованным с сигналом. В этом случае порождающая функция равна $\hat{x}(\omega_0) = \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \exp(i\omega_0 t)$. Анализ рисунка показывает оптимальность обработки. Это следует из того, что амплитуда спектральной линии (б) соответствует модельному значению амплитуды сигнала 2. Это следует, также, из минимума функционала правдоподобия (в). Его значение в минимуме соответствует модельному значению дисперсии шума.

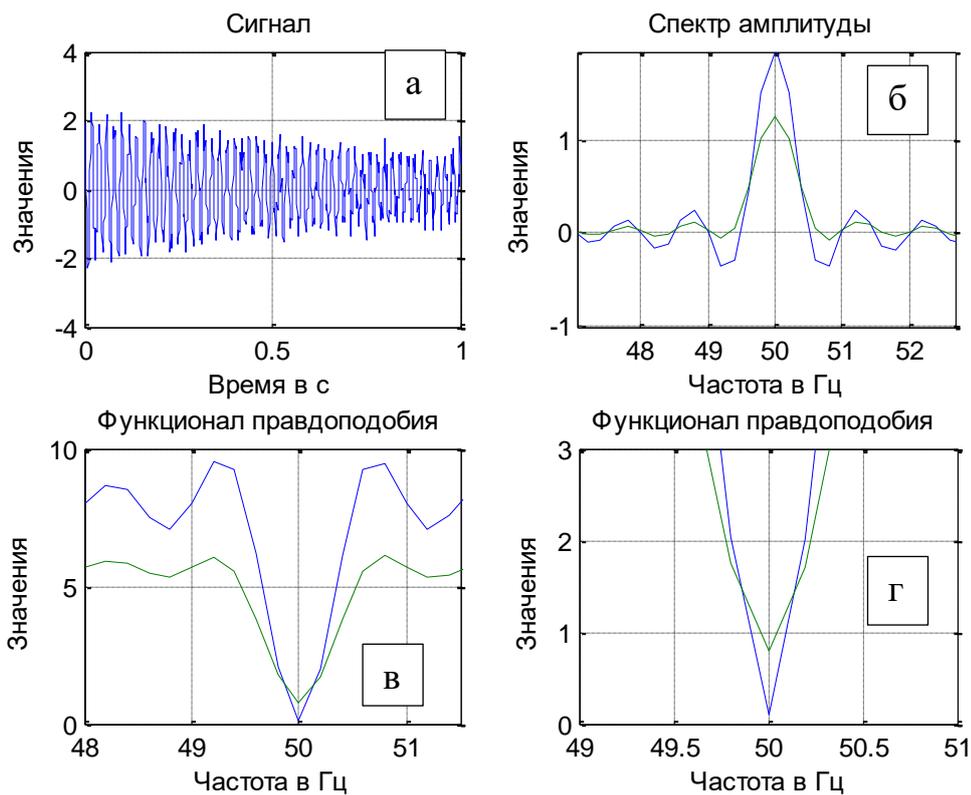


Рисунок 2.3.3 – Спектральная обработка радиоимпульса прямоугольной и экспоненциальной формы: (а) - вид экспоненциального сигнала, (б) - спектры прямоугольного и экспоненциального радиоимпульсов, (в) - функционалы правдоподобия прямоугольного и экспоненциального радиоимпульсов, (г) - увеличенный масштаб функционалов правдоподобия

Таким образом, модельные расчеты показали, что спектральный анализ, согласованный с сигналом, является оптимальным методом обработки сигналов с амплитудной модуляцией. Решение, получаемое спектральным анализом, согласованным с сигналом, является несмещенным, эффективным и достаточным. При известной дисперсии шума по минимуму функционала правдоподобия можно оценить степень соответствия формы принятого сигнала, и его аналитической модели.

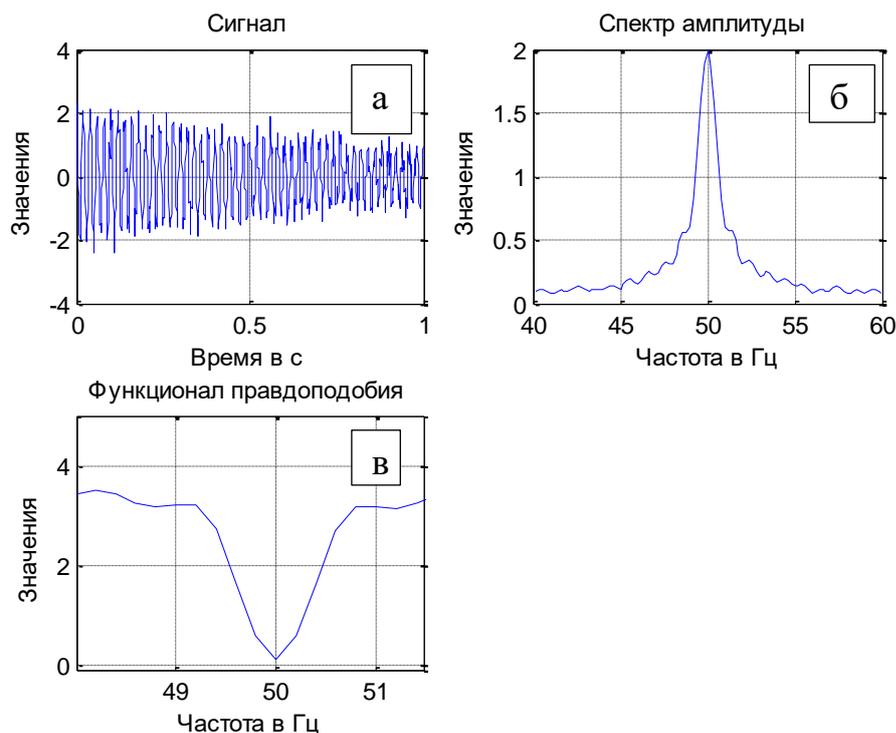


Рисунок 2.3.4 – Обработка радиоимпульса экспоненциальной формы спектральным анализом, согласованным с сигналом: (а) - вид экспоненциального сигнала, (б) - спектр экспоненциального радиоимпульса, (в) - функционал правдоподобия экспоненциальных радиоимпульсов

Рассмотрим вопрос об оптимальности корреляционного анализа при обработке сигналов с амплитудной модуляцией. Оптимальность обработки сигналов связана с процедурой минимизации функции риска. В методе максимального правдоподобия минимизация реализуется методом перебора параметров сигнала. В результате функционал правдоподобия достигает своего минимального значения. Если этот минимум равен дисперсии шума в реализации, тогда вся информация о сигнале, содержащаяся в реализации, получена, и правая и левая части подынтегрального выражения функционала правдоподобия одинаковы. Однако, как следует из параграфа 2.2, оптимальность спектрального анализа достигается лишь в случае одного сигнала в реализации и при порождающей функции, согласованной с сигналом. Для корреляционного анализа следует ожидать такого же результата. Изложим теорию этого вопроса.

Запишем принятую реализацию в виде суммы радиоимпульсов, модулированных по амплитуде, и аддитивного шума

$$\hat{y}(t) = \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \mu(t - t_n) \exp(i\omega_0(t - t_n)) + \hat{U}_{\text{ш}}(t), \quad (2.3.15)$$

где \hat{U}_n – комплексная амплитуда n - сигнала.

$\mu(t)$ – функция, модулирующая амплитуду сигнала.

ω_0 – круговая частота.

$\hat{U}_{\text{ш}}(t)$ – шумовая составляющая в комплексном виде со средним нулевым значением квадратурных компонент, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции τ_k .

Запишем функционал правдоподобия в виде

$$\Delta(t'_0) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U}_0 \exp(i\omega_0(t - t'_0))|^2 dt \quad (2.3.16)$$

Правая часть подынтегрального выражения определяет порождающую функцию для корреляционного анализа. Действительно, дифференцируя (2.3.16) по комплексной амплитуде и приравнивая дифференциал нулю, получим выражение для корреляционного анализа.

$$\hat{U}_0(t'_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}(t) \exp(-i\omega_0(t - t'_0)) dt \quad (2.3.17)$$

Раскроем $\hat{y}(t)$ в выражении (2.3.17).

$$\begin{aligned} \hat{U}_0(t'_0) = & \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \mu(t - t_n) \exp(i\omega_0(t - t_n)) \exp(-i\omega_0(t - t'_0)) dt + \\ & + \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(-i\omega_0(t - t'_0)) dt \end{aligned} \quad (2.3.18)$$

Шумовая составляющая в (2.3.18) обрабатывается оптимально. Дисперсия шума на выходе блока обработки равна $D_{\text{ш}} = \frac{\sigma^2 \tau_k}{T} = \frac{\sigma^2}{N}$.

Первое слагаемое в (2.3.18) равно сумме корреляционных функций, искаженных модулирующей функцией. Эта обработка не является оптимальной. Функционал правдоподобия (2.3.16) не характеризуется минимумом, соответствующим дисперсии шума. Действительно, при $t'_0 = t_1$, $\hat{U}_0 = \hat{U}_1$ и $\mu(t - t_n) = 1$ получим

$$\begin{aligned} \Delta(t'_0 = t_1) = & \int_0^T \left| \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \mu(t - t_n) \exp(i\omega_0(t - t_n)) + \hat{U}_{\text{ш}}(t) - \hat{U}_0 \exp(i\omega_0(t - \right. \\ & \left. - t'_0)) \right|^2 dt = \int_0^T \left| \sum_{n=2}^N \hat{U}_n \mu(t - t_n) \exp(i\omega_0(t - t_n)) \right|^2 + \sigma^2 T = \sigma^2 T + E_{\text{сов}} \end{aligned} \quad (2.3.19)$$

Минимум для первого сигнала равен сумме дисперсии шума и совокупной энергии сигналов за исключением первого. Таким образом, корреляционный анализ при наличии в реализации совокупности сигналов не является оптимальным. При наличии в принятой реализации одного сигнала, выражение (2.3.19) при $N = 1, \hat{t}_0 = t_1, \hat{U}_0 = \hat{U}_1$ и $\mu(t - t_n) \neq 1$, можно записать в виде

$$\Delta(\hat{t}'_0 = t_1) = \int_0^T |\hat{U}_1(\mu(t - t_1) - 1)|^2 dt + \sigma^2 T. \quad (2.3.20)$$

Следовательно, даже при одном сигнале в реализации, при наличии модуляции амплитуды, оптимальности обработки нет. Оптимальность корреляционной обработки будет при наличии в принятой реализации одного сигнала и отсутствии модуляции амплитуды.

Подтвердим вышеприведенные утверждения модельными расчетами. На рисунке 2.3.6 (а) показана принятая реализация, содержащая два радиоимпульса. Времена приёма равны 100 мкс и 400 мкс, амплитуды 1.5 и 2, длительность 200 мкс, дисперсия шума 0.1. На рисунке 2.3.6 (б) показана корреляционная обработка принятой реализации. Отмечается наличие двух максимумов, по которым оцениваются времена приёма и амплитуды сигналов. Рассматривается область рэлеевского разрешения. На рисунке 2.3.5 (в) показаны функционалы правдоподобия для случая, когда в реализации содержится один сигнал, и для случая, когда в реализации содержится два сигнала. В первом случае минимум функционала правдоподобия по значению равен дисперсии шума (0.1). Обработка корреляционным анализом оптимальна. Во втором случае минимум функционала правдоподобия равен для второго сигнала 3. Следовательно, обработка корреляционным анализом принятой реализации не оптимальна. Это подтверждает теоретические положения. На рисунке 2.3.6 показан аналогичный рисунок, иллюстрирующий неоптимальность обработки корреляционным анализом принятой реализации, содержащей два сигнала. Рассмотрен случай неортогональности сигналов. Времена приёма 100 мкс и 200 мкс. Минимум функционала (рисунок 2.3.6(в), верхняя линия) существенно превышает

дисперсию шума (0.1), однако для одного сигнала в реализации минимум функционала равен дисперсии шума (0.1).

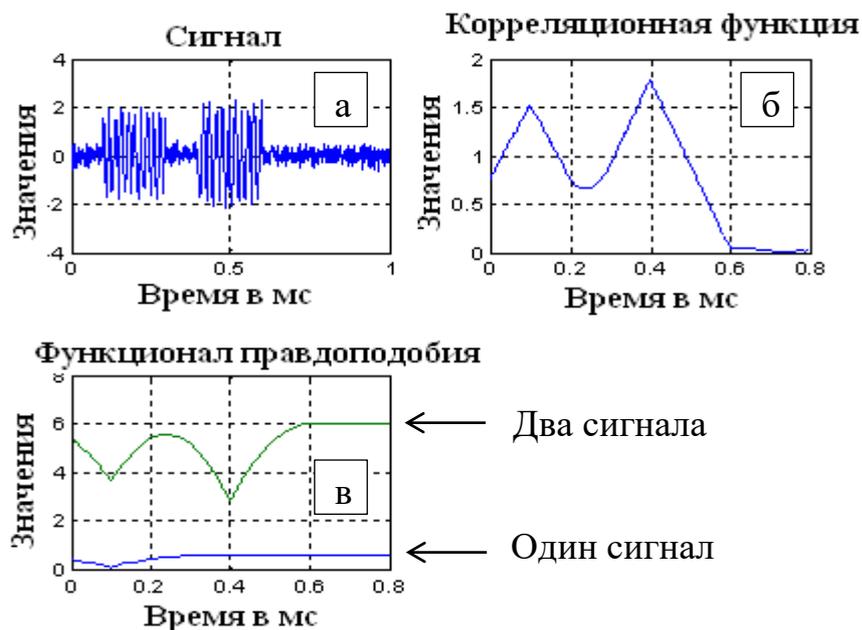


Рисунок 2.3.5 – Иллюстрация неоптимальности корреляционного анализа при наличии в принятой реализации двух сигналов. Область, разрешенная критерием

Рэлея

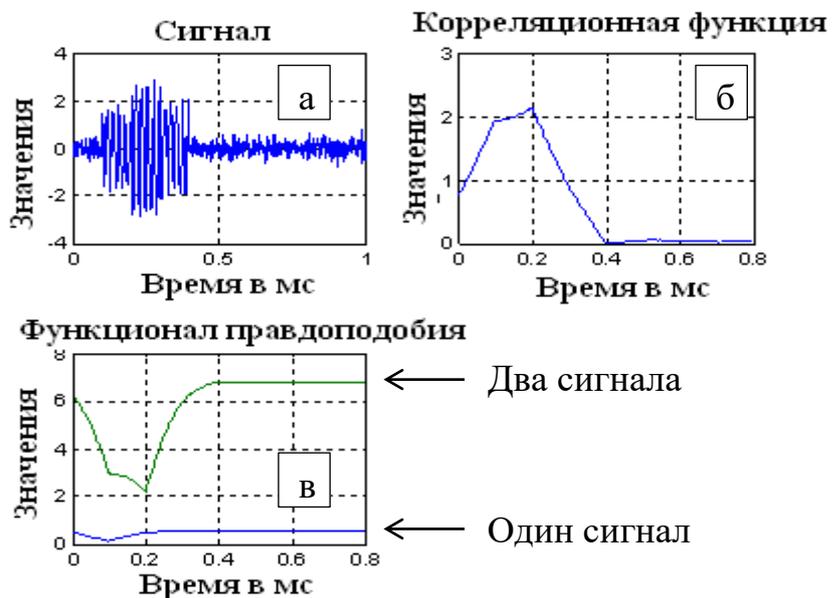


Рисунок 2.3.6 – Иллюстрация не оптимальности корреляционной обработки принятой реализации, содержащей два сигнала. Область неортогональности

сигналов

Покажем с помощью модельных расчетов неоптимальность корреляционной обработки сигналов с амплитудной модуляцией. Сигналом является экспоненциальный радиоимпульс. Время приёма 300 мкс, амплитуда равна 2, дисперсия шума равна 0.1. На рисунке 2.3.7 (а) показана принятая реализация с экспоненциальным радиоимпульсом. На рисунке 2.3.7(б) показана корреляционная функция экспоненциального радиоимпульса. Максимум корреляционной функции определяет среднее значение амплитуды экспоненциального радиоимпульса. На рисунке 2.3.7 (в) показан функционал правдоподобия для радиоимпульса (нижняя линия). Минимум функционала равен дисперсии шума 0.1. Это свидетельствует об оптимальности обработки прямоугольного радиоимпульса. Для сравнения на этом же рисунке показан функционал правдоподобия для экспоненциального радиоимпульса (верхняя линия). Минимум этого функционала существенно превышает дисперсию шума 0.1. Это указывает на неоптимальность классического корреляционного метода при обработке экспоненциального сигнала.

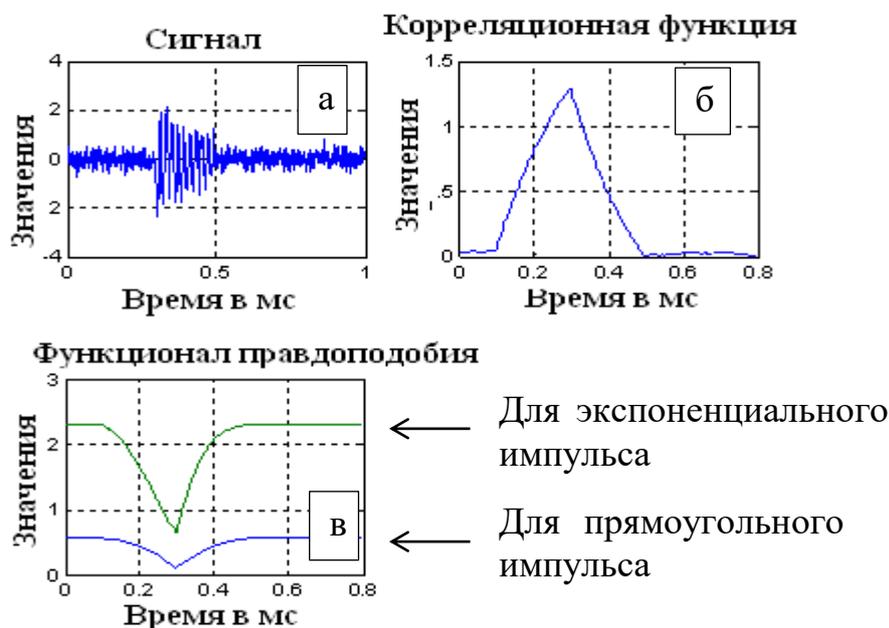


Рисунок 2.3.7 – Иллюстрация неоптимальности обработки корреляционным анализом экспоненциального сигнала

При порождающей функции корреляционного анализа, согласованной с сигналом (рисунок 2.3.8) $\hat{x}(t_0) = \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \exp(i\omega_0(t - t_0))$, максимум корреляционной функции равен амплитуде сигнала (б) и минимум функционала правдоподобия достигает своего минимального значения – дисперсии шума (в).

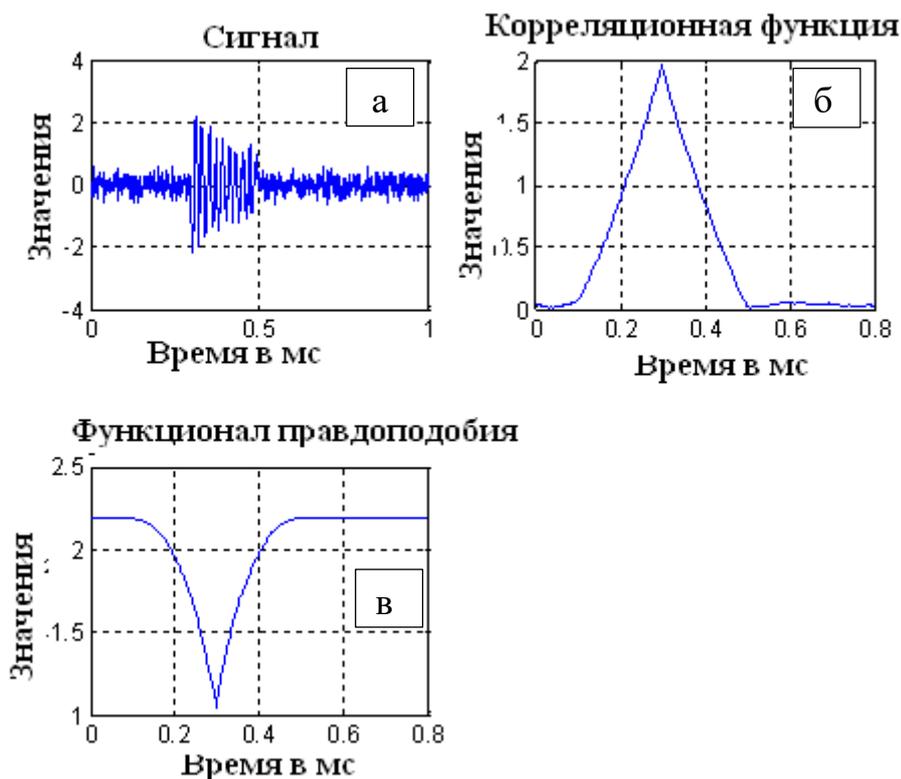


Рисунок 2.3.8 – Корреляционный анализ, согласованный с сигналом. (а) – принятая реализация, (б) – корреляционная функция, (в) – функционал правдоподобия

Следовательно, корреляционная обработка, согласованная с сигналом, является оптимальной. На рисунке 2.3.9 показан случай, когда сигналом является треугольный радиоимпульс. Используя для обработки порождающую функцию, согласованную с сигналом $\hat{x}(t_0) = \left(\frac{t}{T}\right) \exp(i\omega_0(t - t_0))$, получим оптимальную обработку.

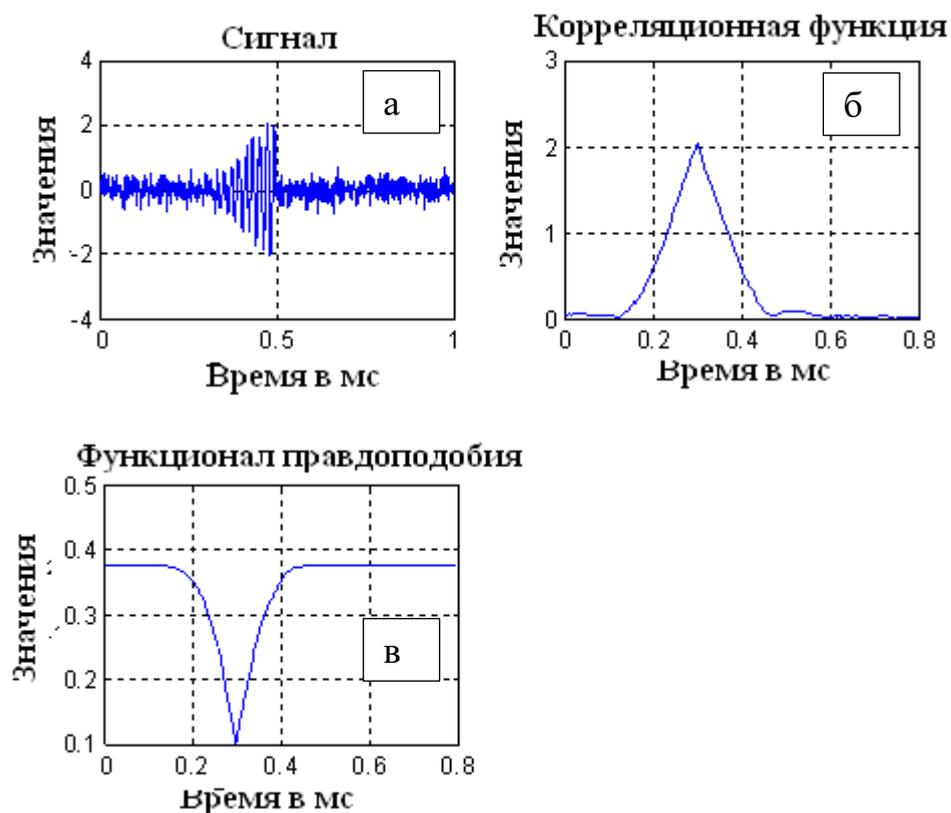


Рисунок 2.3.9 – Обработка треугольного радиоимпульса корреляционным анализом, согласованным с сигналом: (а) – принятая реализация, (б) – корреляционная функция, (в) – функционал правдоподобия

Максимум корреляционной функции дает оценку амплитуды сигнала (модельное значение 2), минимум функционала правдоподобия определяет оценку дисперсии шума (модельное значение 0.1). Таким образом, обработка треугольного радиоимпульса корреляционным анализом, согласованным с сигналом, оптимальна. Она характеризуется несмещенностью, эффективностью, достаточностью.

§ 2.4. Спектрально-корреляционный анализ ЛЧМ-сигналов

В предыдущем параграфе рассматривался вопрос об оптимальной обработке простых сигналов с амплитудной модуляцией. Было установлено, что такого рода сигналы следует обрабатывать спектральным (или корреляционным) анализом, согласованным с сигналом. В этом случае порождающая функция содержит функцию модуляции. Для корреляционного анализа порождающая функция может быть записана в виде $\hat{x}(t_0) = \mu(t) \exp(i\omega_0(t - t_0))$. Для спектрального анализа порождающая функция может быть записана в виде $\hat{x}(\omega_0) = \mu(t) \exp(i\omega_0 t)$. Здесь $\mu(t)$ – функция, модулирующая амплитуду сигнала. Рассмотрим спектр ЛЧМ-сигнала на основе спектрального анализа, согласованного с сигналом (ЛЧМ-сигналом). Запишем принятую реализацию для ЛЧМ-сигнала.

$$\hat{y}(t) = \hat{U} \exp(i(\omega_0 + At)t) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (2.4.1)$$

$A = \frac{\omega_k - \omega_0}{T}$ – относительная девиация частоты, ω_k – конечная круговая частота, ω_0 – начальная круговая частота, T – длительность сигнала.

В этом выражении $\mu(t) = \exp(iAt^2)$ является модулирующим множителем.

Следовательно, порождающей функцией для спектрального анализа, согласованного с сигналом, будет выражение

$$\hat{x}(\omega_0) = \exp(iAt^2) \exp(i\omega_0 t) \quad (2.4.2)$$

Это выражение может быть выведено из функционала правдоподобия.

$$\Delta(\omega_0) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U} \exp(i(\omega_0 + At)t)|^2 dt \quad (2.4.3)$$

Дифференцируя по амплитуде (2.4.3) и приравнявая дифференциал нулю, получим выражение для спектрального анализа, согласованное с сигналом.

$$\hat{U}(\omega_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}(t) \exp(-i(\omega_0 + At)t) dt \quad (2.4.4)$$

Классическое выражение для спектрального анализа записывается в виде

$$\widehat{U}_1(\omega_0) = \int_0^T \hat{y}(t) \exp(-i\omega_0 t) dt \quad (2.4.5)$$

Подставим $\hat{y}(t)$ в выражение (2.4.4).

$$\begin{aligned}\widehat{U}(\dot{\omega}_0) = & \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U} \exp(i(\omega_0 + At))t \exp(-i(\dot{\omega}_0 + At))t dt + \\ & + \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(-i(\dot{\omega}_0 + At))t dt\end{aligned}\quad (2.4.6)$$

Первое слагаемое в (2.4.6) в точке $\dot{\omega}_0 = \omega_0$ определяет несмещенное решение.

$$\widehat{U}(\dot{\omega}_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U} \exp(i(\omega_0 + At))t \exp(-i(\dot{\omega}_0 + At))t dt = \widehat{U} \quad (2.4.7)$$

Математическое ожидание от второго слагаемого равно нулю. Дисперсия шума равна

$$D_{\text{ш}} = \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(i(\dot{\omega}_0 + At))t dt \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(-i(\dot{\omega}_0 + At))t dt = \frac{\sigma^2 \tau_k}{T} = \frac{\sigma^2}{N} \quad (2.4.8)$$

Математическое ожидание от функционала правдоподобия (2.4.3) в точке $\dot{\omega}_0 = \omega_0$ будет равно

$$M(\Delta(\dot{\omega}_0)) = M\left(\int_0^T |\hat{y}(t) - \widehat{U} \exp(i(\dot{\omega}_0 + At))t|^2 dt\right) = \sigma^2 T \quad (2.4.9)$$

Следовательно, решение оптимально, достигается минимум дисперсии шума и амплитуда сигнала несмещенная. Подставим $\hat{y}(t)$ в выражение для классического спектрального анализа (2.4.5).

$$\widehat{U}(\dot{\omega}_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U} \exp(i(\omega_0 + At))t \exp(-i\dot{\omega}_0 t) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(-i\dot{\omega}_0 t) dt \quad (2.4.10)$$

Первое слагаемое в (2.4.10) в точке $\dot{\omega}_0 = \omega_0$ определяет решение для амплитуды.

$$\widehat{U}(\dot{\omega}_0) = \int_0^T \widehat{U} \exp(i(\omega_0 + At))t \exp(-i\dot{\omega}_0 t) dt = \widehat{U} \int_0^T \exp(iAt^2) dt \quad (2.4.11)$$

Получили среднее значение амплитуды сигнала. Математическое ожидание от второго слагаемого в (2.4.10) равно нулю. Дисперсия шума равна

$$D_{\text{ш}} = \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(i\dot{\omega}_0 t) dt \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(-i\dot{\omega}_0 t) dt = \frac{\sigma^2 \tau_k}{T} = \frac{\sigma^2}{N} \quad (2.4.12)$$

Дисперсия шума достигает минимально возможного значения. Однако оценка амплитуды не соответствует своему значению, и является смещённой. Математическое ожидание от функционала правдоподобия в точке $\dot{\omega}_0 = \omega_0$ будет равно

$$M(\Delta(\omega_0)) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U} \exp(i\omega_0 t)|^2 dt = \int_0^T |\hat{U} \exp(iAt)t + \hat{U}_{\text{ш}}(t)|^2 dt = \sigma^2 T + \int_0^T |\hat{U} \exp(iAt)t|^2 dt \quad (2.4.13)$$

Оно не соответствует дисперсии шума. Следовательно, классический спектральный анализ не является оптимальным методом обработки для ЛЧМ-сигнала.

Приведем в качестве подтверждения выводов результаты модельных расчетов. На рисунке 2.4.1 показано сопоставление обработки ЛЧМ-сигнала на основе спектрального анализа с порождающей функцией $\hat{x}(\omega_0) = \exp(i\omega_0 t)$, и на основе спектрального анализа, согласованного с сигналом, с порождающей функцией $\hat{x}(\omega_0, t'_0) = \exp(i(\omega_0 + A(t - t'_0))(t - t'_0))$. На рисунке 2.4.1 (а) показан вид реализации, содержащей ЛЧМ-сигнал. Начальная частота равна 50 кГц, конечная частота 200 кГц, амплитуда равна 2, длительность ЛЧМ-сигнала равна 200 мкс. СКО шума равно 0.5. На рисунке 2.4.1 (б) показаны спектры ЛЧМ-сигнала. Кривая с маркером определяет спектр ЛЧМ-сигнала, полученный классическим спектральным анализом. Его ширина определяется девиацией частот. Амплитуда представляет собой усредненное значение. Спектральный анализ, согласованный с сигналом (линия без маркера) определяет фактически спектр радиоимпульса с амплитудой 2 и частотой 50 кГц. На рисунке 2.4.1 (в) показана оптимальность спектрального анализа, согласованного с сигналом. Минимум функционала правдоподобия (линия без маркера) соответствует дисперсии шума в реализации. Минимум функционала правдоподобия при классическом спектральном анализе (кривая с маркером) существенно превышает дисперсию шума в реализации и указывает на неоптимальность обработки. Графики на рисунках (б, в) построены в зависимости от частоты $f = \frac{\omega_0}{2\pi}$.

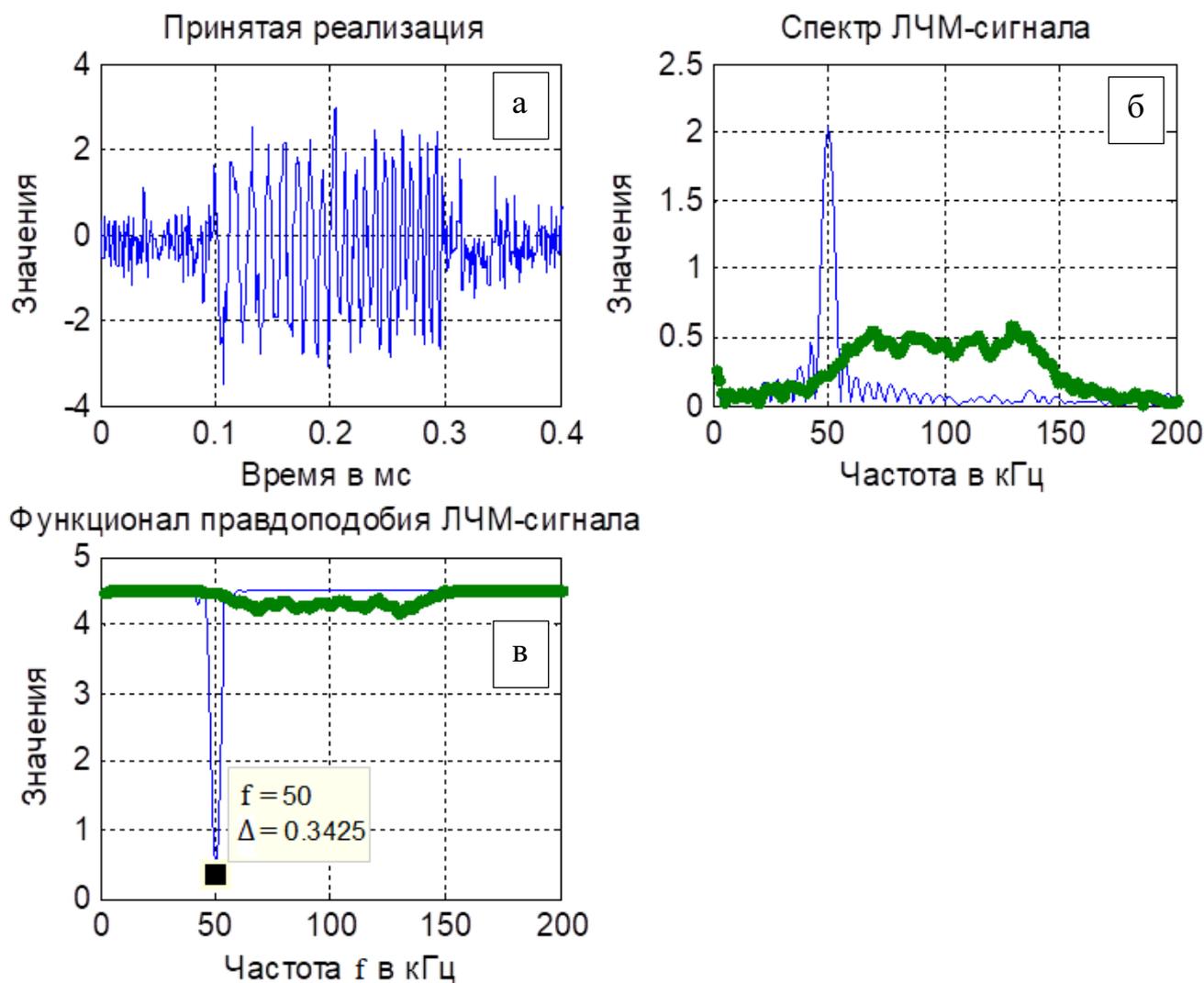


Рисунок 2.4.1 – Оптимальность обработки ЛЧМ-сигнала спектральным анализом, согласованным с сигналом: (а) - принятая реализация с ЛЧМ-сигналом, (б) - спектры ЛЧМ-сигнала, (в) - функционалы правдоподобия

Следует отметить, что при спектральном анализе, согласованном с сигналом, содержащиеся в реализации радиоимпульсы становятся широкополосными. Они преобразуются в ЛЧМ-сигналы. Покажем это с помощью модельных расчетов. Добавим в принятую реализацию (2.4.1) радиоимпульс с амплитудой 1.5 и частотой 100 кГц.

$$\hat{y}(t) = \hat{U} \exp(i(\omega_0 + At)t) + \hat{U}_1 \exp(i\omega_1 t) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (2.4.14)$$

Проведем обработку ЛЧМ-сигнала и радиоимпульса спектральным анализом, и спектральным анализом, согласованным с сигналом. Результат

обработки показан на рисунке 2.4.2. На рисунке 2.4.2 (б) показаны спектры: кривая с маркером определяет совместный спектр ЛЧМ-сигнала и узкополосную спектральную линию радиоимпульса. При обработке методом спектрального анализа, согласованным с ЛЧМ-сигналом (кривая без маркера), спектр ЛЧМ-сигнала узкий, а спектр радиоимпульса – широкий. Функция (2.4.2) приводит к тому, что при обработке методом спектрального анализа, согласованным с сигналом, радиоимпульс преобразуется в ЛЧМ-сигнал, а ЛЧМ-сигнал – в радиоимпульс. На рисунке 2.4.2(в) показаны функционалы правдоподобия. Кривая с маркером определяет функционал при классическом спектральном анализе. Обработка не оптимальна. Минимум функционала не достигает уровня шума. Минимум функционала при спектральном анализе, согласованном с ЛЧМ-сигналом (кривая без маркера), достигает уровня шума.

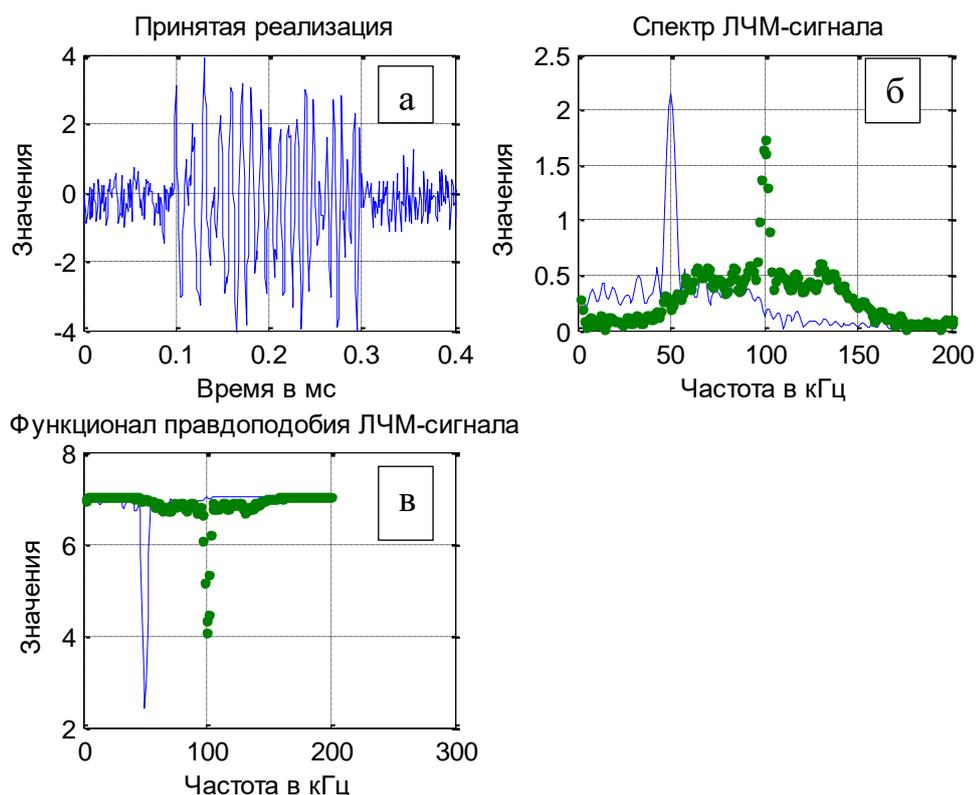


Рисунок 2.4.2 – Оптимальность обработки ЛЧМ-сигнала методом спектрального анализа, согласованного с сигналом (ЛЧМ-сигналом)

Рассмотрим двумерную спектрально-корреляционную обработку ЛЧМ-сигнала. Она определяет известную функцию неопределенности для ЛЧМ-сигнала, которая определяет разрешение по времени приёма и по частоте при классическом спектрально-корреляционном анализе. Будем рассматривать два случая.

В первом, в качестве порождающей функции будем использовать функцию

$$\hat{x}(\omega_0, t_0) = \exp(i\omega_0(t - t_0)) \quad (2.4.15)$$

В этом случае обработка проводится классическим спектрально-корреляционным анализом без учета модулирующей функции амплитуды ЛЧМ-сигнала. Во втором случае в качестве порождающей функции будем использовать функцию

$$\hat{x}_1(\omega_0, t_0) = \mu(t) \exp(i\omega_0(t - t_0)) = \exp(iAt^2) \exp(i\omega_0(t - t_0)) \quad (2.4.16)$$

В этом случае, в порождающую функцию включается функция, модулирующая амплитуду, и обработка проводится спектрально-корреляционным методом, согласованным с сигналом. Запишем принятую реализацию, содержащую ЛЧМ-сигнал, в виде

$$\hat{y}(t) = \hat{U} \exp(i(\omega_0 + A(t - t_0))(t - t_0)) + \hat{U}_ш(t) \quad (2.4.17)$$

Запишем на основании (2.4.17) функционал правдоподобия.

$$\Delta(\omega_0, t_0) = \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \hat{U} \exp(i(\omega_0 + A(t - t_0))(t - t_0)) \right|^2 dt \quad (2.4.18)$$

Дифференцируя по амплитуде (2.4.18), и приравнявая дифференциал нулю, получим выражение для спектрального анализа, согласованное с сигналом.

$$\hat{U}(\omega_0, t_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}(t) \exp(-i(\omega_0 + A(t - t_0))(t - t_0)) dt \quad (2.4.19)$$

Подставим в (2.4.19) выражение для $\hat{y}(t)$.

$$\begin{aligned} \hat{U}(\omega_0, t_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}(\exp(i(\omega_0 + A(t - t_0))(t - t_0))) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_ш(t) (\exp(-i(\omega_0 + \\ + A(t - t_0))(t - t_0))) dt \end{aligned} \quad (2.4.20)$$

В точке $\omega_0 = \omega_0, t_0' = t_0$ получим

$$\hat{U}(\omega_0, t_0) = \hat{U} + \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_ш(t) (\exp(-i(\omega_0 + A(t - t_0))(t - t_0))) dt \quad (2.4.21)$$

Первое слагаемое определяет решение. Второе слагаемое определяет согласованную с сигналом фильтрацию, в результате которой дисперсия шума будет равна $D_{ш} = \frac{\sigma^2}{N}$. Следовательно, решение эффективное. Математическое ожидание от него равно нулю, следовательно, решение несмещённое.

Подтвердим вышеприведенный результат модельными расчетами. На рисунке 2.4.3. показан результат оптимальной обработки ЛЧМ-сигнала спектрально-корреляционным методом, согласованным с сигналом. Полученная поверхность $\hat{U}(\omega_0, t_0)$ (функция неопределенности) характеризуется одним узким максимумом. Следовательно, разрешение спектрально - корреляционного метода, согласованного с сигналом, как по времени приёма, так и по частоте, высокое.

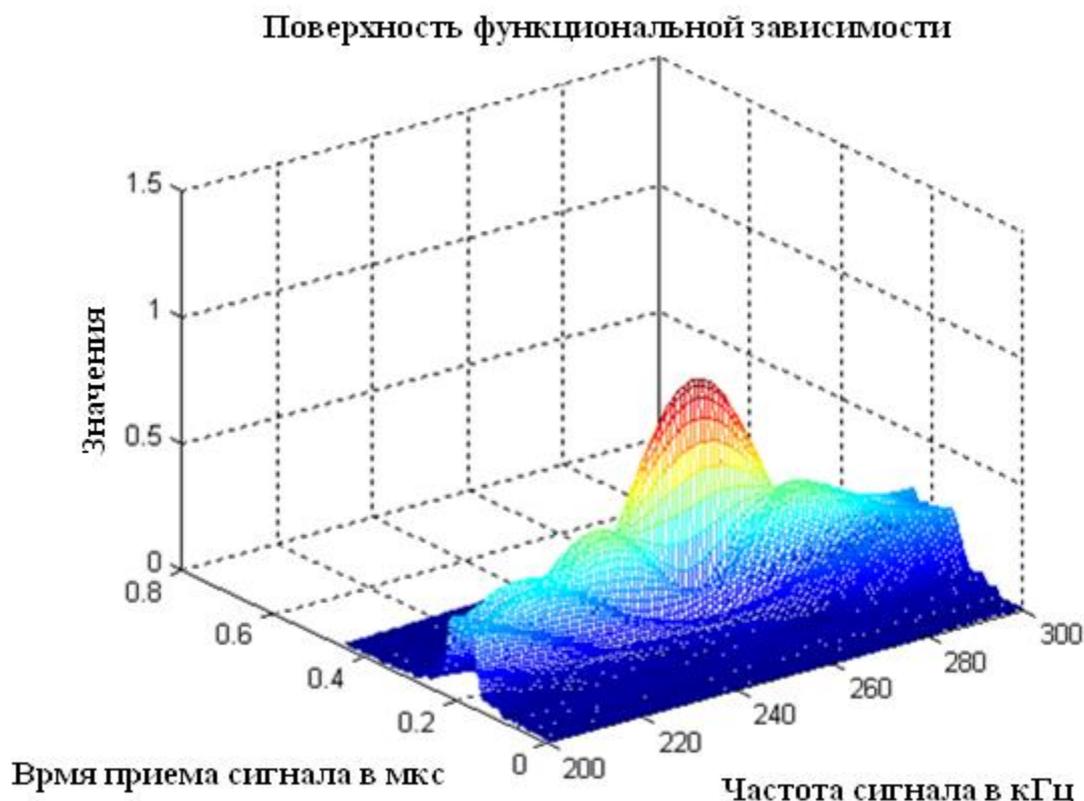


Рисунок 2.4.3 – Поверхность функциональной зависимости $\hat{U}(\omega_0, t_0)$ (функция неопределенности) при обработке ЛЧМ-сигнала спектрально-корреляционным методом, согласованным с сигналом

При обработке ЛЧМ-сигнала классическим спектрально-корреляционным методом, без учета модулирующей амплитуду функции (рисунок 2.4.4), ширина частотного спектра оказывается значительной. Она определяется девиацией частоты ЛЧМ-сигнала. В результате, разрешение классического спектрально-корреляционного метода по времени приёма высокое. Однако разрешение по частоте неудовлетворительное.

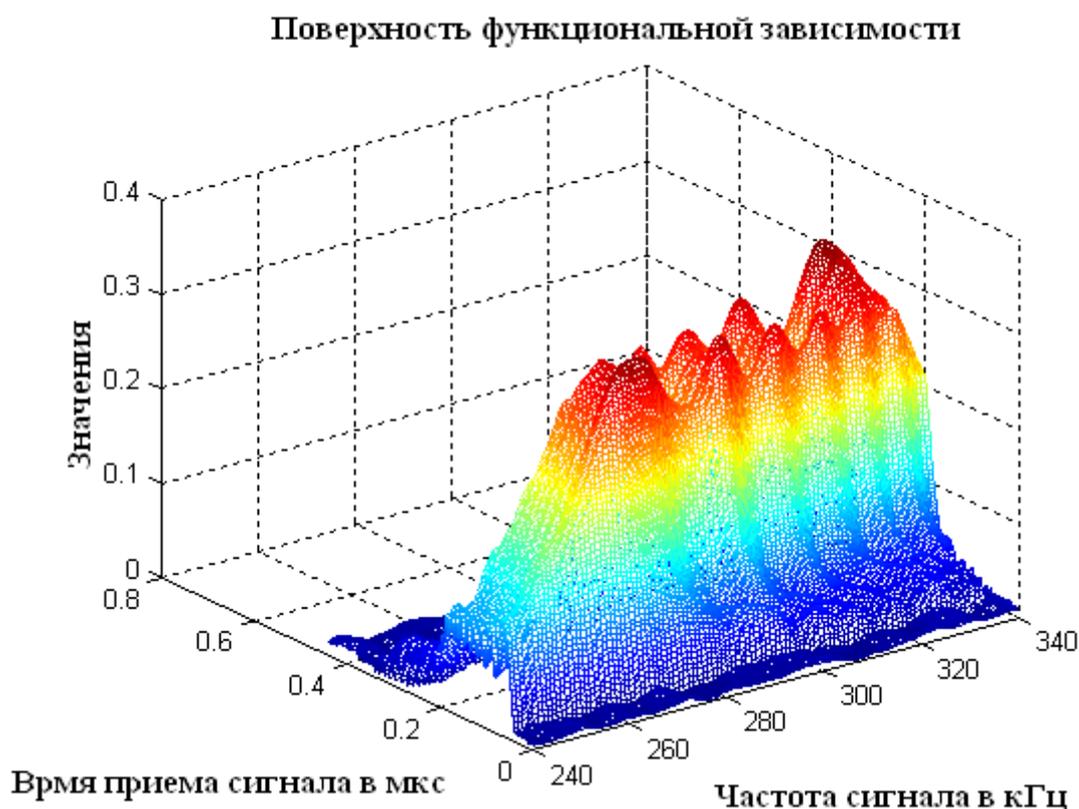


Рисунок 2.4.4 – Поверхность функциональной зависимости $\hat{U}(\omega_0, t_0)$ (функция неопределенности) при обработке ЛЧМ-сигнала классическим спектрально-корреляционным методом

Аналогичные результаты можно получить и при обработке сложных сигналов на основе M-последовательностей или на основе кодов Баркера.

§ 2.5. Спектрально-корреляционный анализ синфазной импульсной последовательности

Рассмотрим на основании метода максимального правдоподобия спектральную обработку синфазной последовательности импульсов. Запишем синфазную импульсную последовательность в виде

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_0 \exp(i\omega_0 t) + \hat{U}_0 \exp(i\omega_0(t + \tau)) + \dots + \hat{U}_0 \exp(i\omega_0(t + (N_1 - 1)\tau)) + \hat{U}_{ш}(t), \quad (2.5.1)$$

где \hat{U}_0 – комплексная амплитуда последовательности.

ω_0 – круговая частота последовательности.

τ – период следования импульсов в последовательности.

T – длительность импульса в последовательности.

N_1 – количество импульсов в последовательности.

$\hat{U}_{ш}(t)$ - аддитивный гауссовский шум с дисперсией квадратурных компонент σ^2 , средним значением, равным нулю, и интервалом корреляции τ_k . На рисунке 2.5.1 показана синфазная последовательность из 6 импульсов. Отношение сигнал/шум 10 дБ.

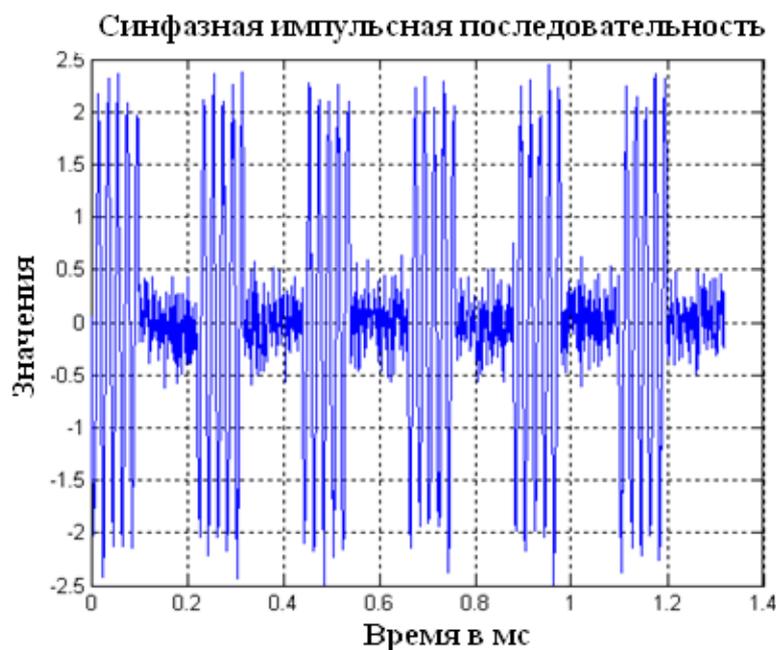


Рисунок 2.5.1 – Последовательность импульсов с параметрами: амплитуда 2, фаза

$\frac{4}{9}\pi$, длительность 100 мкс, период 220 мкс, количество импульсов - 6

Классический спектральный анализ импульсной последовательности связан с порождающей функцией

$$\hat{x}(\omega_0) = \frac{1}{T} \exp(i\omega_0 t) \quad (2.5.2)$$

$$\begin{aligned} \hat{U}_0(\omega) &= \frac{\hat{U}_0}{N_1\tau} \int_0^T \exp(i(\omega_0 - \omega)t) dt + \frac{\hat{U}_0}{N_1\tau} \int_\tau^{\tau+T} \exp(i(\omega_0 - \omega)t) dt + \\ &+ \frac{\hat{U}_0}{N_1\tau} \int_{(N_1-1)\tau}^{(N_1-1)\tau+T} \exp(i(\omega_0 - \omega)t) dt + \frac{1}{N_1\tau} \int_0^{N_1\tau} \hat{U}_\text{ш}(t) \exp(-i\omega t) dt \end{aligned} \quad (2.5.3)$$

Данное выражение может быть приведено к виду

$$\begin{aligned} \hat{U}_0(\omega) &= \frac{\hat{U}_0}{N_1\tau} \int_0^T \exp(i(\omega_0 - \omega)t) dt \sum_{n=1}^{N_1} \exp(i(\omega_0 - \omega)(n-1)\tau) + \\ &+ \frac{1}{N_1\tau} \int_0^{N_1\tau} \hat{U}_\text{ш}(t) \exp(-i\omega t) dt \end{aligned}$$

В первом слагаемом сумма не зависит от времени t , и является суммой геометрической прогрессии, которую можно вычислить. Подынтегральное выражение определяет спектр одного импульса. Следовательно, можно записать:

$$\begin{aligned} \hat{U}(\omega) &= \frac{\hat{U}_0}{N_1\tau} \exp\left(i \frac{(\omega_0 - \omega)}{2} (T + (N_1 - 1)\tau)\right) \frac{\sin\left(\frac{(\omega_0 - \omega)T}{2}\right)}{\frac{(\omega_0 - \omega)T}{2}} \frac{\sin\left(N_1 \frac{(\omega_0 - \omega)\tau}{2}\right)}{\sin\left(\frac{(\omega_0 - \omega)\tau}{2}\right)} + \\ &+ \frac{1}{N_1\tau} \int_0^{N_1\tau} \hat{U}_\text{ш}(t) \exp(-i\omega t) dt \end{aligned} \quad (2.5.4)$$

На рисунке 2.5.2 показан спектр синфазной последовательности (нижняя линия, зеленый цвет). Спектр аналогичен спектру, получаемому с помощью дифракционной решетки. Есть главные минимумы, положение которых определяется условием $(\omega_0 - \omega_n) = \frac{2\pi n}{T}$. Положения главных максимумов определяются условием $(\omega_0 - \omega_m) = \frac{2\pi m}{\tau}$. Полуширина спектральной линии определена условием $(\omega_0 - \omega_q) = \frac{2\pi q}{N_1\tau}$. Она определяет разрешение спектральных линий по Рэлею.

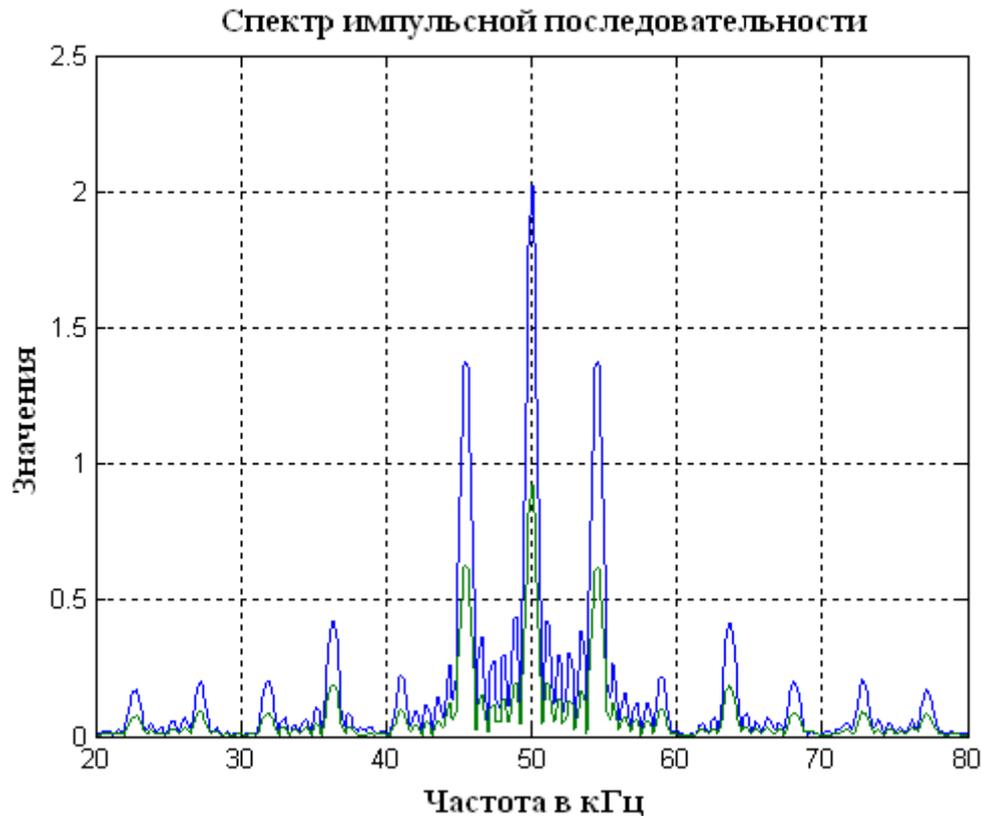


Рисунок 2.5.2 – Спектр импульсной синфазной последовательности

В максимуме спектральной линии (первое слагаемое) при $\hat{\omega} = \omega_0$ получим смещенное решение $\hat{U}(\hat{\omega} = \omega_0) = \hat{U}_0 \frac{T}{\tau}$. Амплитуда в $\frac{T}{\tau} = 0.45$ раз меньше модельного значения. Первое слагаемое определяет спектр последовательности, а второе слагаемое определяет оптимальную фильтрацию шумовой составляющей. На выходе фильтра дисперсия шума равна $\hat{D}_{ш} = \frac{\sigma^2}{N_1 N_\tau}$, где N_τ – количество некоррелированных отсчётов на интервале времени, равном периоду следования импульсов. Шумовая составляющая обрабатывается оптимально.

Рассмотрим спектральный анализ, согласованный с синфазной последовательностью. Для этого на основании принятой реализации (2.5.1) запишем функционал правдоподобия в следующем виде.

$$\Delta(\hat{\omega}_0) = \int_0^{N_1 \tau} \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_0 \exp(i\hat{\omega}_0 t) (1 + \exp(i\hat{\omega}_0 \tau) + \dots + \exp(i\hat{\omega}_0 (N_1 - 1)\tau)) \right|^2 dt = \int_0^{N_1 \tau} \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_0 \exp(i\hat{\omega}_0 t) \hat{\mu}(\hat{\omega}_0) \right|^2 dt, \quad (2.5.5)$$

где $\hat{\mu}(t) = 1 + \exp(i\omega_0\tau) + \dots + \exp(i\omega_0(N_1 - 1)\tau)$ –модулирующая функция. Дифференцируя функционал правдоподобия по амплитуде, и приравнявая дифференциал нулю, получим выражение для спектра последовательности с шумом.

$$\begin{aligned} \widehat{U}_0(\omega_0) = \frac{\int_0^{N_1\tau} \hat{y}(t) \exp(-i\omega_0 t) \hat{\mu}(t) dt}{\int_0^{N_1\tau} \hat{\mu}(t)^2 dt} = \frac{\bar{U}_0 \int_0^{N_1\tau} \exp(i(\omega_0 - \omega_0)t) \hat{\mu}(t)^2 dt}{N_1 T} + \\ + \frac{\int_0^{N_1\tau} \hat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(-i\omega_0 t) \hat{\mu}(t) dt}{N_1 T} \end{aligned} \quad (2.5.6)$$

Интегрируя, получим

$$\begin{aligned} \widehat{U}(\omega) = \frac{\bar{U}_0}{N_1} \exp\left(i \frac{(\omega_0 - \omega)}{2} (T + (N_1 - 1)\tau)\right) \frac{\sin\left(\frac{(\omega_0 - \omega)T}{2}\right) \sin\left(N_1 \frac{(\omega_0 - \omega)\tau}{2}\right)}{\frac{(\omega_0 - \omega)T}{2} \sin\left(\frac{(\omega_0 - \omega)\tau}{2}\right)} + \\ + \frac{1}{N_1 T} \int_0^{N_1\tau} \hat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(-i\omega t) \hat{\mu}(t) dt, \end{aligned} \quad (2.5.7)$$

где первое слагаемое определяет спектр последовательности в точке максимума, в которой, при $\omega_0 = \omega$, амплитуда соответствует модельному значению $\widehat{U}(\omega_0 = \omega) = \bar{U}_0$. Решение несмещенное. Этот спектр представлен на рисунке 2.5.2 (верхняя линия).

Шумовая составляющая (второе слагаемое) имеет математическое ожидание, равное нулю, и дисперсию $\widehat{D}_{\text{ш}} = \frac{\sigma^2}{N_1 N_T}$, где N_T – число некоррелированных отсчетов на длительности импульса. Дисперсия шума после спектральной обработки $\widehat{D}_{\text{ш}} = \frac{\sigma^2}{N_1 N_T}$ меньше дисперсии шума после спектральной обработки, согласованной с сигналом $\widehat{D}_{\text{ш}} = \frac{\sigma^2}{N_1 N_T}$. Это подтверждается рисунком 2.5.3, на котором представлены шумовые составляющие после спектральной обработки (сплошная линия) и после спектральной обработки, согласованной с сигналом (точки).

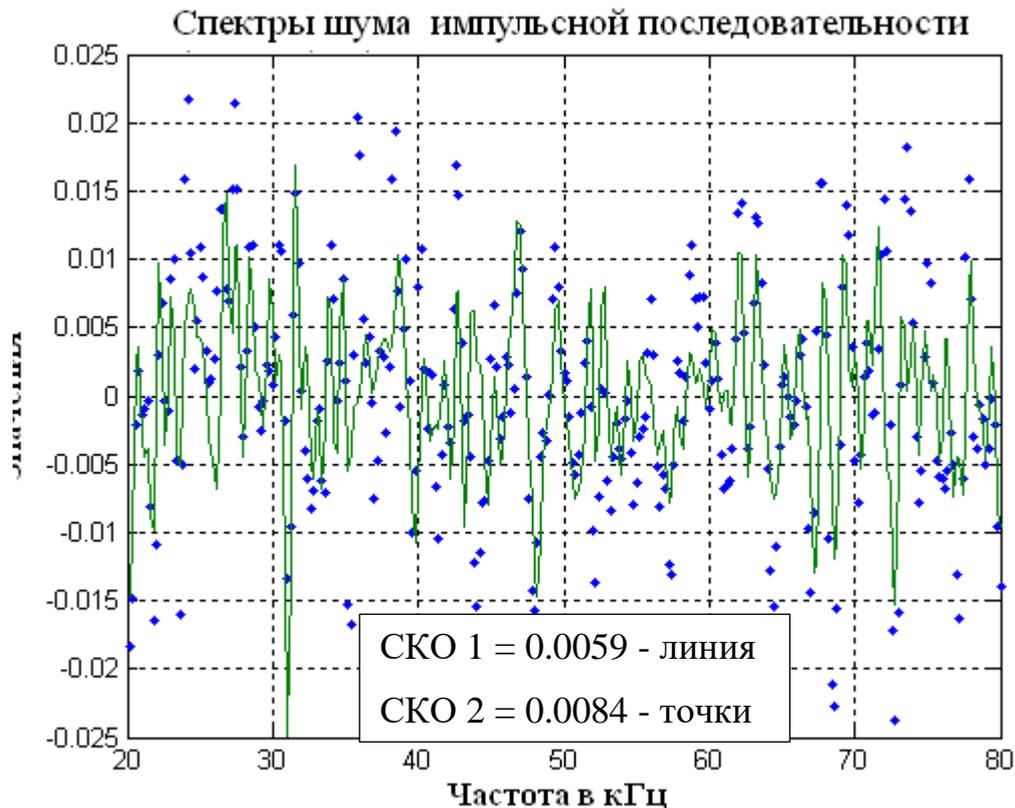


Рисунок 2.5.3 – Шумовые составляющие после спектральной обработки (линия) и после спектральной обработки, согласованной с сигналом (точки)

Следует отметить одну важную особенность, характерную как для спектрального анализа, так и для спектрального анализа, согласованного с сигналом. В выражениях (2.5.4) и (2.5.7) содержится множитель, определяющий структуру спектральных линий.

$$m = \frac{\sin\left(\frac{(\omega_0 - \omega)T}{2}\right)}{\frac{(\omega_0 - \omega)T}{2}} \frac{\sin\left(N_1 \frac{(\omega_0 - \omega)\tau}{2}\right)}{\sin\left(\frac{(\omega_0 - \omega)\tau}{2}\right)} \quad (2.5.9)$$

В этом выражении числитель первого сомножителя отличается от знаменателя второго сомножителя интервалами T и τ . Если $T > 0.9\tau$, степень заполнения импульсами интервала последовательности больше 90%, отношение оказывается близко к единице. Тогда вместо спектра с главными максимумами будет спектр, содержащий одну линию, с полушириной $\Delta\omega = N_1\tau$. Этот спектр показан на рисунке 2.5.4. Длительность импульса равна 200 мкс, длительность периода

повторения – 220 мкс. Данная особенность оказывается важной при локации движущихся целей.

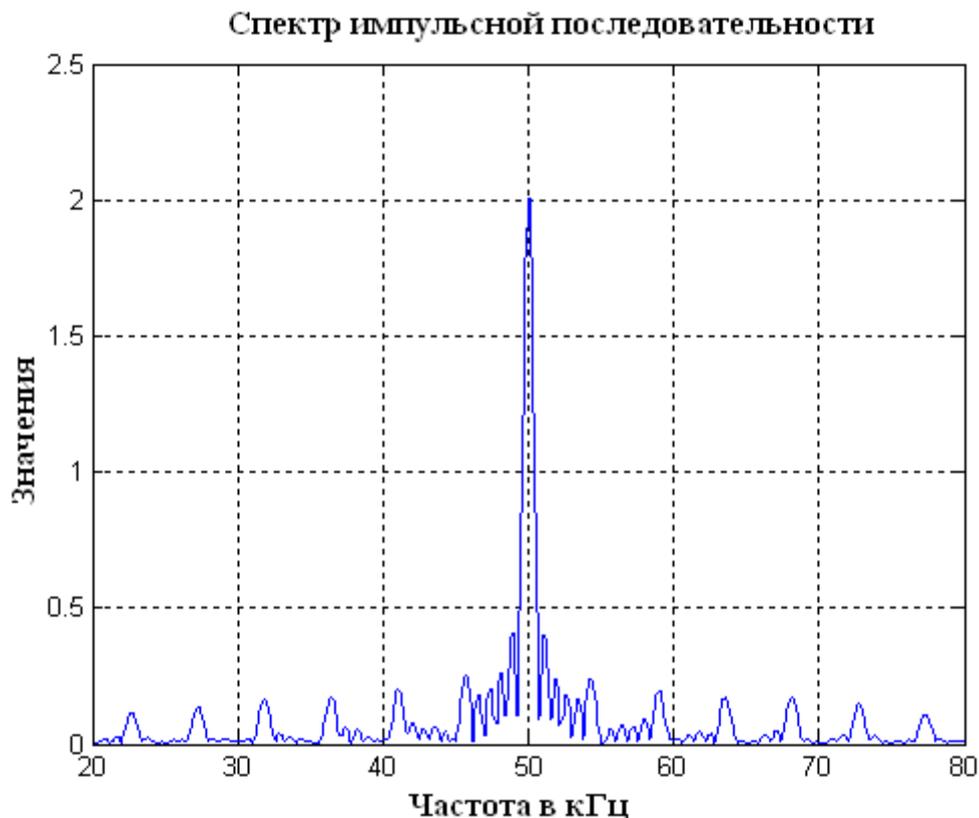


Рисунок 2.5.4 – Спектр импульсной последовательности при $T = 200$ мкс и $\tau = 220$ мкс

Рассмотрим обработку синфазной последовательности на основе кодов Баркера, или на основе М-последовательности. Они отличаются от рассмотренной импульсной последовательности тем, что модулирующая функция состоит из чередующихся положительных и отрицательных значений. В результате, коэффициент заполнения интервала последовательности равен 100%, и не может быть получена геометрическая прогрессия, аналогичная выражению (2.5.3). Запишем принятую реализацию в виде

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_0 \exp(i\omega_0 t)\mu(t) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (2.5.10)$$

$\mu(t)$ – модулирующая последовательность. Для 13-ти позиционного кода Баркера она состоит из последовательности положительных и отрицательных импульсов $\{1,1,1,1,1,-1,-1,1,1,-1,1,-1,1\}$. Ее вид представлен на рисунке 2.5.5.

Порождающая функция определяется выражением $\hat{x}(\omega_0) = \exp(i\omega_0 t) T_s$ – длительность последовательности. Спектр сигнала (2.5.10) определяется следующим выражением

$$\begin{aligned} \hat{U}_0(\omega) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \hat{y}(t) \exp(i\omega t) dt = \frac{\hat{U}_0}{T_1} \int_0^{T_s} \exp(i(\omega_0 - \omega)t) \mu(t) dt + \\ + \frac{1}{T_1} \int_0^{T_s} \hat{U}_{ш}(t) \exp(-i\omega)t dt, \end{aligned} \quad (2.5.11)$$

где первое слагаемое определяет спектр последовательности. Второе слагаемое определяет шумовую составляющую. Дисперсия шумовой составляющей равна $\hat{D}_{ш} = \frac{\sigma^2}{N}$, где N_s – количество некоррелированных отсчетов шума на длительности последовательности. Шум обрабатывается оптимальным образом. Спектр представлен на рисунке 2.5.6 (точками). Он является широкополосным. Полуширина спектра определяется длительностью одной позиции последовательности. Рассмотрим спектральный анализ, согласованный с сигналом. Запишем функционал правдоподобия на основании принятой реализации (2.5.10).

$$\Delta(\omega_0) = \int_0^{T_s} |\hat{y}(t) - \hat{U}_0 \exp(i\omega_0 t) \mu(t)|^2 dt \quad (2.5.12)$$

Дифференцируя по комплексной амплитуде, и приравнивая выражение к нулю, получим выражение для спектра.

$$\begin{aligned} \hat{U}(\omega_0) = \frac{\int_0^{T_s} \hat{y}(t) \exp(-i\omega_0 t) \mu(t) dt}{\int_0^{T_s} \mu(t)^2 dt} = \frac{\hat{U}_0}{T_1} \int_0^{T_s} \exp(i(\omega_0 - \omega)t) \mu(t)^2 dt + \\ + \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \hat{U}_{ш}(t) \exp(-i\omega)t \mu(t) dt \end{aligned} \quad (2.5.13)$$

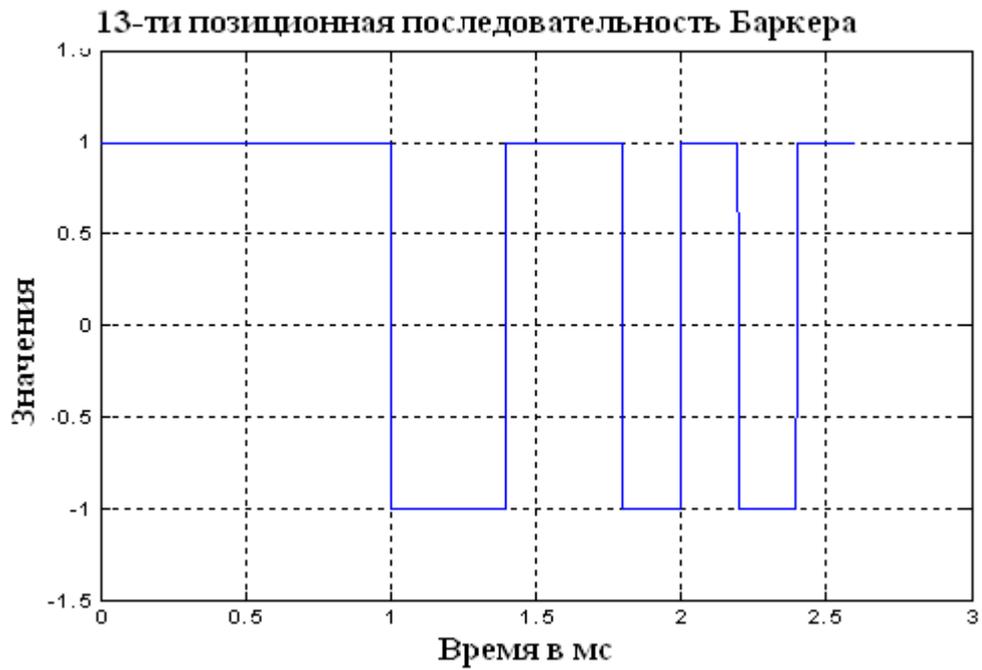


Рисунок 2.5.5 – Модулирующая функция на основе 13-ти позиционного кода Баркера

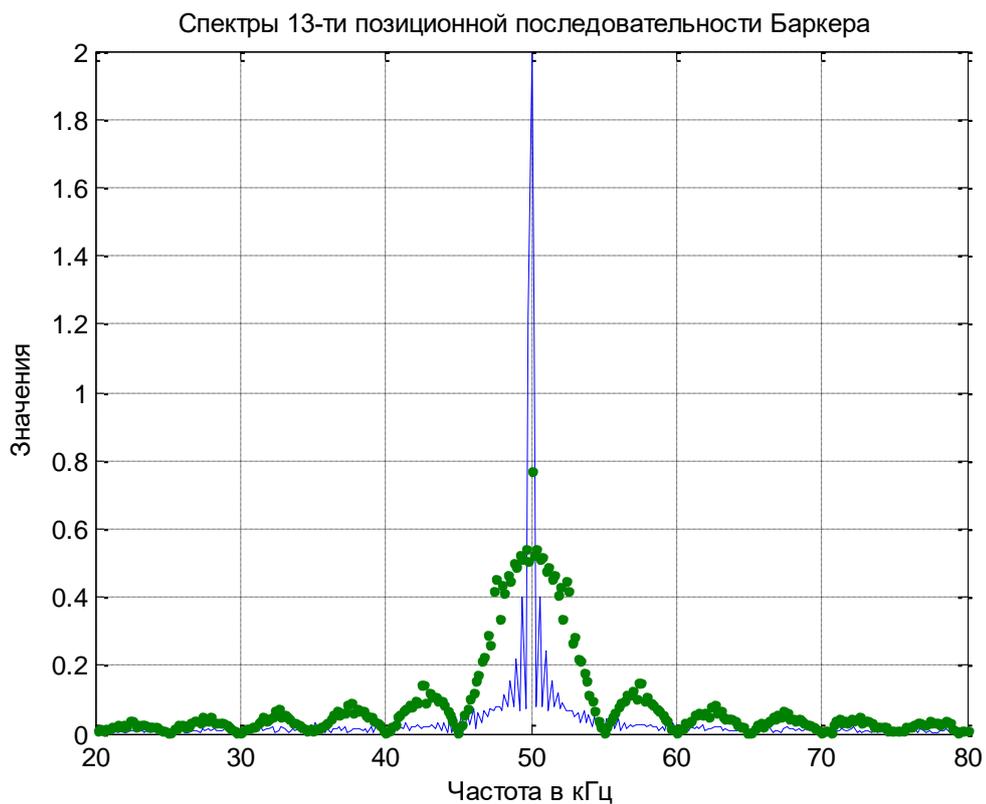


Рисунок 2.5.6 – Спектр сигнала на основе 13-ти позиционной последовательности кода Баркера (точки), спектр, согласованный с сигналом (сплошная линия)

Порождающей функцией при этом является выражение $\hat{x}_1(\omega_0) = \exp(-i\omega_0 t)\mu(t)$. На рисунке 2.5.6 сплошной линией показан этот спектр. Как видно из рисунка, ширина спектральной линии определяется длительностью последовательности, а не длительностью позиции, как в классическом спектральном анализе. Амплитуда спектральной линии равна модельному значению 2. Следовательно, оценка амплитуды несмещенная. Дисперсия шума после обработки равна $\hat{D}_{\text{ш}} = \frac{\sigma^2}{N_s}$. Она в N_s раз меньше дисперсии в принятой реализации σ^2 . Это указывает на эффективность и достаточность при обработке методом спектрального анализа, согласованного с сигналом.

При спектрально-корреляционной обработке, согласованной с сигналом, принятая реализация имеет вид

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_0 \exp(i\omega_0(t - t_0))\mu(t - t_0) + \hat{U}_{\text{ш}}(t), \quad (2.5.14)$$

где t – время приёма последовательности.

Запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta(\omega_0, t_0) = \int_0^{T_s} |\hat{y}(t) - \hat{U}_0 \exp(i\omega_0(t - t_0))\mu(t - t_0)|^2 dt. \quad (2.5.15)$$

Дифференцируя по комплексной амплитуде, и приравнивая выражение к нулю, получим выражение для спектра.

$$\begin{aligned} \hat{U}(\omega_0, t_0) = \frac{\int_0^{T_s} \hat{y}(t) \exp(-i\omega_0(t - t_0))\mu(t - t_0) dt}{\int_0^{T_1} \mu(t)^2 dt} = \frac{\hat{U}_0}{T_1} \int_0^{T_s} \exp(i(\omega_0 - \omega_0)(t - t_0))\mu(t - \\ - t_0)^2 dt + \frac{1}{T_s} \int_0^{T_1} \hat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(-i\omega(t - t_0))\mu(t - t_0) dt. \end{aligned} \quad (2.5.16)$$

Порождающей функцией при этом является выражение

$\hat{x}_2(\omega_0, t_0) = \exp(-i\omega_0(t - t_0))\mu(t - t_0)$. Учитывая, что $\mu(t - t_0)^2$ содержит 13 единичных импульсов на интервале последовательности, получим для спектральной линии следующее выражение:

$$\hat{U}(\omega_0, t_0) = \frac{\hat{U}_0}{T} \int_0^T \exp(i(\omega_0 - \omega_0)(t - t_0))\mu(t - t_0)^2 dt, \quad (2.5.17)$$

где $T = \frac{T_1}{13}$.

На рисунке 2.5.7 показан результат обработки сигнала на основе 13-ти позиционного кода Баркера. Обработка проведена спектрально-корреляционным анализом, согласованным с сигналом.

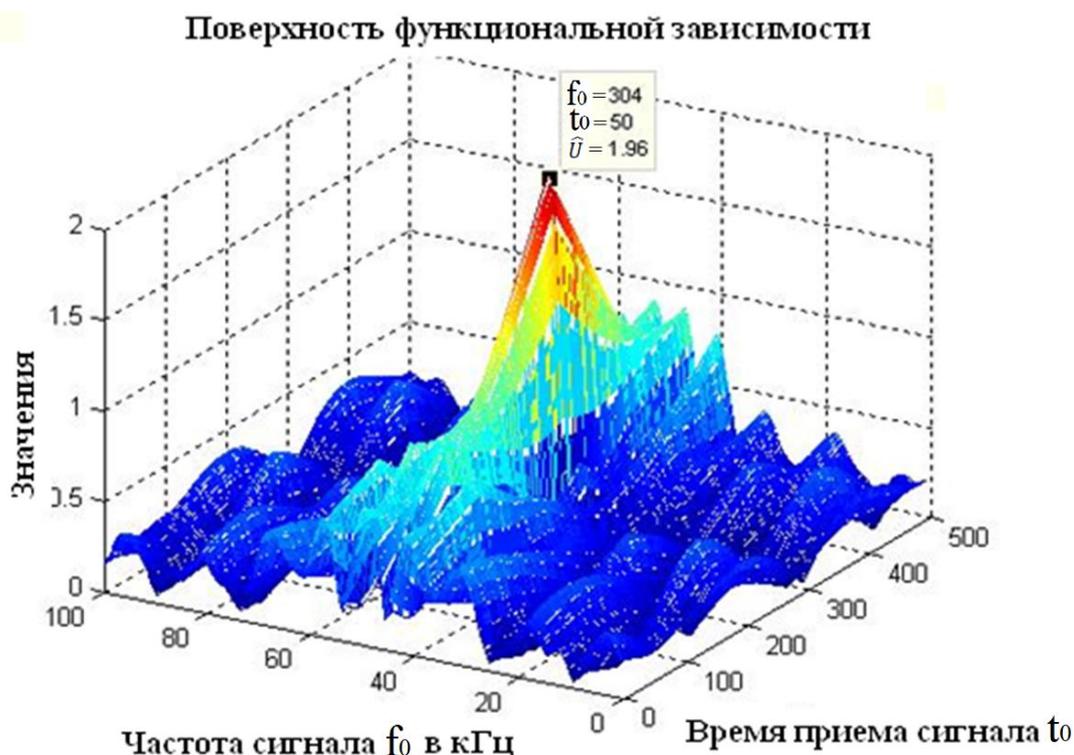


Рисунок 2.5.7 – Поверхность функциональной зависимости, определяющая результат спектрально-корреляционной, согласованной с сигналом, обработки

Максимум поверхности определяет время приёма последовательности и частоту. Модельные значения этих параметров 300 мкс и 50 кГц. Значение максимума соответствует модельному значению амплитуды 2. Особенностью является то, что полуширина частотного спектра достаточно мала. Она определяется длительностью последовательности (при длительности $1/13 \cdot 200$ мкс равна 0.38 кГц). Полуширина корреляционной функции определяется длительностью одной позиции (200 мкс). Представленная на рисунке 2.5.7 поверхность является, по существу, функцией неопределенности. Ее ширина определяет частотное и временное разрешение в области операторного спектрально-корреляционного анализа.

Глава 3. Развитие технологии обработки ультразвуковых сигналов

§ 3.1. Обработка ультразвуковых сигналов с учетом сингулярности корреляционной матрицы

Метод максимального правдоподобия позволяет решать статистические задачи, возникающие в комплексах аппаратуры различного назначения. В главе 2 рассмотрен ряд вопросов, касающихся обработки информации для случая, когда в принятой реализации содержится один сигнал. Если в принятой реализации содержится два или более сигналов, то решение усложняется. Появляется дополнительная область - область неортогональности сигналов. В этой области критерий Рэлея не выполняется. Более того, в этой области корреляционная функция имеет сингулярность, существенно затрудняющая решение статистических задач. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Запишем принятую реализацию в виде совокупности N ультразвуковых сигналов и нормального аддитивного шума $\hat{U}_{ш}(t)$ с нулевым средним значением квадратурных компонент, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции τ_k .

$$\hat{y}(t) = \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \hat{f}_n(\bar{\lambda}, t) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (3.1.1)$$

где \hat{U}_n – комплексная амплитуда n – сигнала.

$\hat{f}_n(\bar{\lambda}, t)$ – аналитическая форма n – ультразвукового сигнала.

$\bar{\lambda}$ – вектор неэнергетических параметров совокупности сигналов.

$$\hat{f}_n(\bar{\lambda}, t) = \hat{U}_n (1 - e^{-\alpha t}) e^{i\omega_0 t} \text{ при } t = 0 \div T$$

$$\hat{f}_n(\bar{\lambda}, t) = \hat{U}_n ((1 - e^{-\alpha T_n}) e^{-\alpha(t-T_n)}) e^{i\omega_0 t} \text{ при } t > T \quad (3.1.2)$$

\hat{U}_n – комплексная амплитуда n - сигнала.

α – коэффициент затухания.

ω_0 – круговая резонансная частота.

T_n – длительность радиоимпульса, возбуждающего пьезокерамическую пластину.

На основании (3.1) запишем функцию правдоподобия.

$$L(\bar{\lambda}, \hat{U}_1 \div \hat{U}_N) = \text{const} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_0^T |\hat{y}(t) - \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \hat{f}_n(\bar{\lambda}, t)|^2 dt\right) \quad (3.1.3)$$

const – постоянная, связанная с нормировкой функции правдоподобия.

Штрихами обозначены оцениваемые параметры сигналов.

Функция правдоподобия имеет вид поверхности в пространстве оценочных параметров сигналов $\bar{\lambda}, \hat{U}_1 \div \hat{U}_N$. Ее непосредственная максимизация оказывается сложной в связи с большим количеством локальных максимумов, которые создаются в разрезах функции правдоподобия по координатам, соответствующим временам приёма. В связи с этим, предлагается перейти к преобразованной функции правдоподобия, используя подстановку Хелстрема (параграф 2.1). Для этого, дифференцируя функцию правдоподобия (3.1.3) по комплексным амплитудам и приравнявая дифференциалы нулю, получим уравнения правдоподобия. Запишем их в векторном виде.

$$\bar{b}(\hat{\lambda}) = \hat{R}(\hat{\lambda}) \bar{U}(\hat{\lambda}), \quad (3.1.4)$$

где $b_n(\hat{\lambda}) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}(t) \hat{f}_n(\hat{\lambda}, t) dt$ – составляющие вектора \bar{b} .

$\hat{R}_{n,m}(\hat{\lambda}) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{f}_n(\hat{\lambda}, t) \hat{f}_m^*(\hat{\lambda}, t) dt$ – элементы корреляционной матрицы ($n, m = 1 \div N$).

$\bar{U}(\hat{\lambda})$ – вектор комплексных оцениваемых амплитуд ультразвука сигналов.

Решая уравнения правдоподобия (3.1.4), получим функциональные соотношения, определяющие комплексные амплитуды сигналов.

$$\bar{U}(\hat{\lambda}) = \hat{R}(\hat{\lambda})^{-1} \bar{b}(\hat{\lambda}) \quad (3.1.5)$$

Каждая из функциональных зависимостей имеет вид поверхности в пространстве оцениваемых параметров $\hat{\lambda}$. Подставляя эти зависимости в (3.1.3), получим преобразованную функцию правдоподобия $L_1(\hat{\lambda})$, поверхность которого не содержит локальных максимумов.

$$L_1(\hat{\lambda}) = \text{const} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_0^T \left|\hat{y}(t) - \sum_{n=1}^N \hat{U}_n(\hat{\lambda}) \hat{f}_n(\hat{\lambda}, t)\right|^2 dt\right) \quad (3.1.6)$$

Корреляционная матрица $\hat{R}(\hat{\lambda})$ при наличии в принятой реализации двух и более сигналов является сингулярной. При равенстве отдельных параметров двух сигналов ее детерминант обращается в ноль. На рисунке 3.1.1 показана

поверхность преобразованной функции правдоподобия с подстановкой Хелстрема для случая, когда в принятой реализации содержится два сигнала. Отмечается наличие двух максимумов: основного и зеркального.

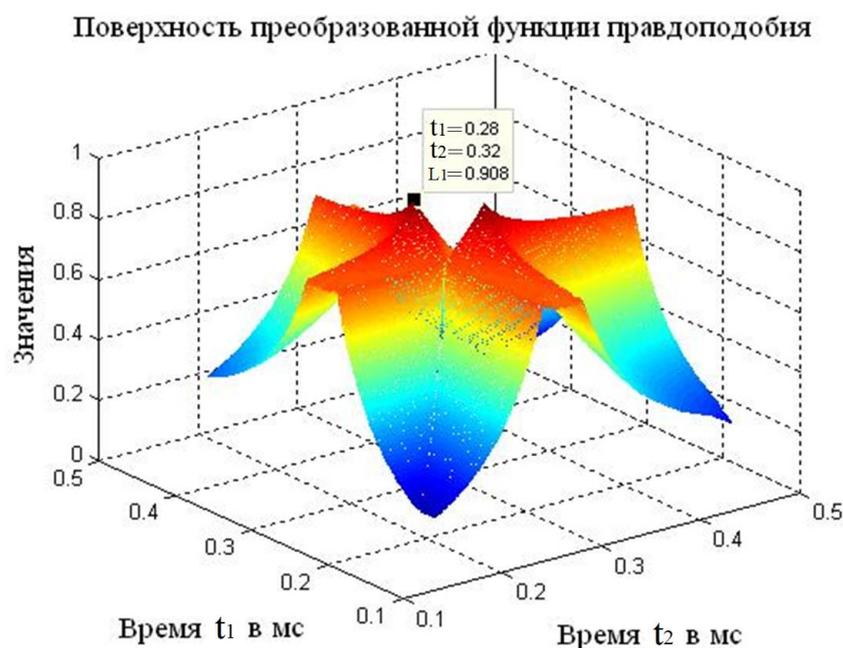


Рисунок 3.1.1 – Поверхность, преобразованной функции правдоподобия, с подстановкой Хелстрема для случая, когда в принятой реализации содержится два сигнала. Отношение сигнал/шум 15 дБ. Время приёма первого сигнала 0.28 мс, время приёма второго сигнала 0.32 мс

Положение каждого из них определяет оценки времён приёма двух сигналов. При подстановке этих оценок в выражение (3.1.5) можно получить оценки комплексных амплитуд сигналов. Следовательно, при известном количестве сигналов в реализации, задача отдельной оценки параметров двух и более сигналов оказывается решенной. Решение оказывается более общим по сравнению с, корреляционным или спектральным анализом. Оно зависит от отношения сигнал/шум и может быть получено, как в области, разрешенной критерием Рэлея, так и в области неортогональности сигналов. На основании преобразованной функции правдоподобия (3.1.6) и решений (3.1.5) можно получить статистики оценок амплитуд и времён приёма сигналов (рисунок 3.1.2).

Статистики раздельные: оценки параметров первого сигнала и второго сигнала не перемешаны. Модельные значения амплитуд и времён приёма двух сигналов отмечены звездочкой. Следовательно, задача разрешения сигналов и задача оценки параметров сигналов оказываются решенными. В случае отсутствия сигналов в реализации, на основе данного алгоритма можно получить статистику шума. В случае, когда в реализации содержится один сигнал, то алгоритм обработки определяет статистику параметров этого сигнала и статистику шума. Вместо статистики параметров второго сигнала будет соответствующая статистика шума.

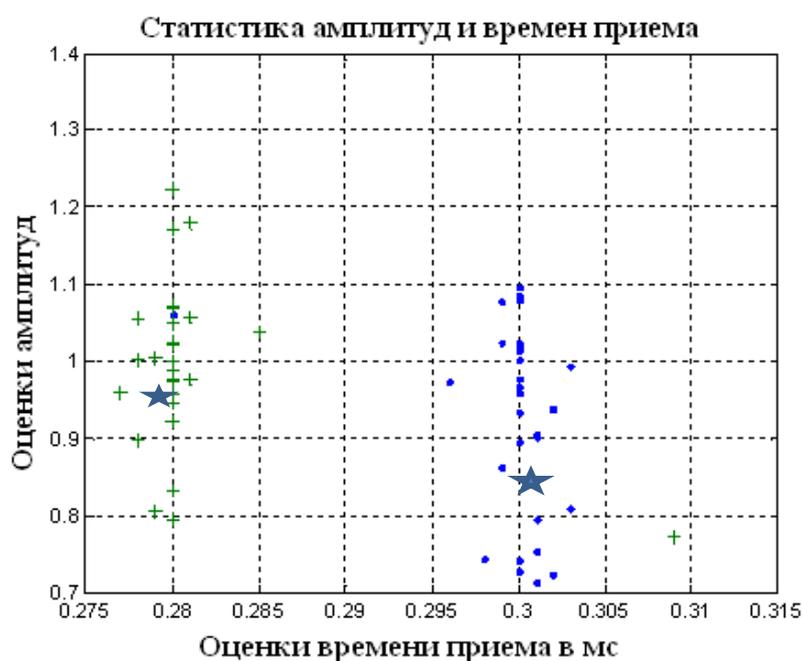


Рисунок 3.1.2 – Раздельная статистика амплитуд и времён приёма двух сигналов, содержащихся в реализации. Отношение сигнал/шум 0 дБ

Таким образом, выражения (3.1.5) и (3.1.6) являются основой решения статистических задач, возникающих в комплексах аппаратуры. Однако необходим дальнейший анализ возможных ограничений при решении статистических задач. Рассмотрим эти вопросы более подробно. В литературе практически отсутствует анализ влияния сингулярности корреляционной матрицы $\hat{R}(\hat{\lambda})$ на получаемые решения. Следует обратить внимание на то, что каждое из решений (3.1.5)

является поверхностью в многомерном пространстве оценочных неэнергетических параметров сигналов. Условием сингулярности корреляционной матрицы является равенство отдельных оценок параметров двух или более сигналов. При выполнении этого условия, на поверхности решений (3.6) создаются шумовые максимумы, которые в дальнейшем будем называть шумовыми сингулярными максимумами. Их уровень может существенно превышать уровень амплитуд сигналов. Следовательно, задача оценок амплитуд сигналов в области их неортогональности решается на фоне сингулярных максимумов. Она может быть решена лишь на основе совместного использования преобразованной функции правдоподобия (3.1.6) и решений уравнений правдоподобия (3.1.5). Наличие сингулярных максимумов изменяет выражения для дисперсии параметров Рао-Крамера и определяет ограничения на решения статистических задач. Рассмотрим эти вопросы для случая двух сигналов, содержащихся в реализации и отличающихся временами приёма. В этом случае N в выражении (3.1.6) равно 2, а решения уравнений правдоподобия имеют следующий вид.

$$\begin{aligned}\widehat{U}_1(\hat{t}_1, \hat{t}_2) &= \frac{\frac{1}{T_{\text{ЭКВ}}} \int_t^{2T+t} \hat{y}(t) \hat{f}_1^*(\hat{t}_1, t) dt - \widehat{R}(\hat{t}_1, \hat{t}_2) \frac{1}{T_{\text{ЭКВ}}} \int_t^{2T+t} \hat{y}(t) \hat{f}_2^*(\hat{t}_2, t) dt}{1 - |\widehat{R}(\hat{t}_1, \hat{t}_2)|^2}, \\ \widehat{U}_2(\hat{t}_1, \hat{t}_2) &= \frac{\frac{1}{T_{\text{ЭКВ}}} \int_t^{2T+t} \hat{y}(t) \hat{f}_2^*(\hat{t}_1, t) dt - \widehat{R}^*(\hat{t}_1, \hat{t}_2) \frac{1}{T_{\text{ЭКВ}}} \int_t^{2T+t} \hat{y}(t) \hat{f}_1^*(\hat{t}_2, t) dt}{1 - |\widehat{R}(\hat{t}_1, \hat{t}_2)|^2}.\end{aligned}\quad (3.1.7)$$

где $\widehat{R}(\hat{t}_1, \hat{t}_2) = \frac{1}{T_{\text{ЭКВ}}} \int_{\hat{t}_1}^{\hat{t}_2+2T} f_2(\hat{t}_2, t) \hat{f}_1^*(\hat{t}_1, t) dt$ – коэффициент корреляции по времени приёма двух ультразвуковых сигналов.

$T_{\text{ЭКВ}} = \int_0^{2T} |\widehat{f}_1(\hat{t}_1, t)|^2 dt$ – эквивалентная длительность сигнала.

На рисунке 3.1.3 показана поверхность функциональной зависимости (3.1.7), иллюстрирующая наличие шумовых сингулярных максимумов. Они располагаются вдоль диагональной линии, на которой $\hat{t}_1 = \hat{t}_2$ и модуль коэффициента корреляции равен единице. Выведем выражения для дисперсии амплитуды в области неортогональности сигналов. Для этого определим

диагональные элементы информационной матрицы Фишера для амплитуд сигналов.

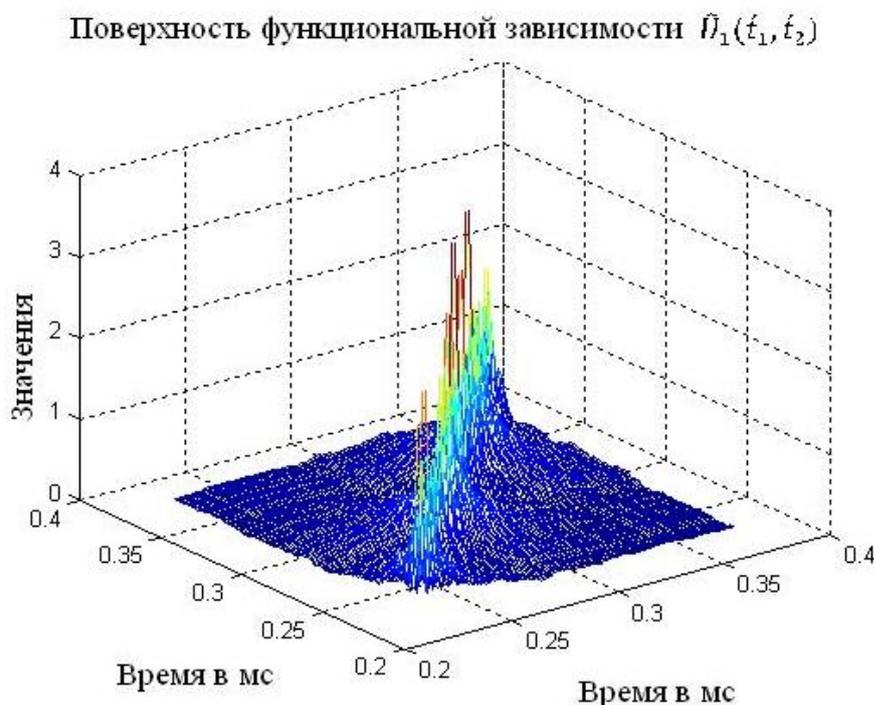


Рисунок 3.1.3 – Поверхность функциональной зависимости $\hat{U}_1(t_1, t_2)$ в пространстве оценок времён приёма при отсутствии сигналов в принятой реализации

Согласно [3], они находятся с помощью двойного дифференцирования логарифма функции правдоподобия по неизвестным параметрам сигнала.

$$D_U = \frac{\sigma^2 \tau_k}{T_{\text{ЭКВ}}(1-|\hat{R}(\tau)|^2)} = \frac{\sigma^2}{N_{\text{ЭКВ}}(1-|\hat{R}(\tau)|^2)} \quad (3.1.8)$$

$N_{\text{ЭКВ}}$ – количество некоррелированных отсчетов шума на интервале $T_{\text{ЭКВ}}$.

Выражение для дисперсии Рао-Крамера определяет ее зависимость от модуля коэффициента корреляции (от разности времён приёма сигналов $\tau = t_2 - t_1$).

Таким образом, для области неортогональности сигналов характерным является увеличение дисперсии амплитуд сигналов в зависимости от степени близости времён приёма к области сингулярности корреляционной матрицы. Определим дисперсию амплитуд при ортогональности сигналов выражением

$$D_{U0} = \frac{\sigma^2}{N_{\text{ЭКВ}}} \text{ и введем относительную дисперсию}$$

$$\frac{D_U}{D_{U0}} = \frac{1}{1-|\hat{R}(\tau)|^2} \quad (3.1.9)$$

Это выражение показывает, что при приближении к сингулярному максимуму дисперсии амплитуд и шума дополнительно увеличиваются согласно (3.1.9). Оно может быть положено в основу рабочей области разрешения сигналов. На рисунке 3.1.4 показан вид зависимости относительной дисперсии (3.1.9).

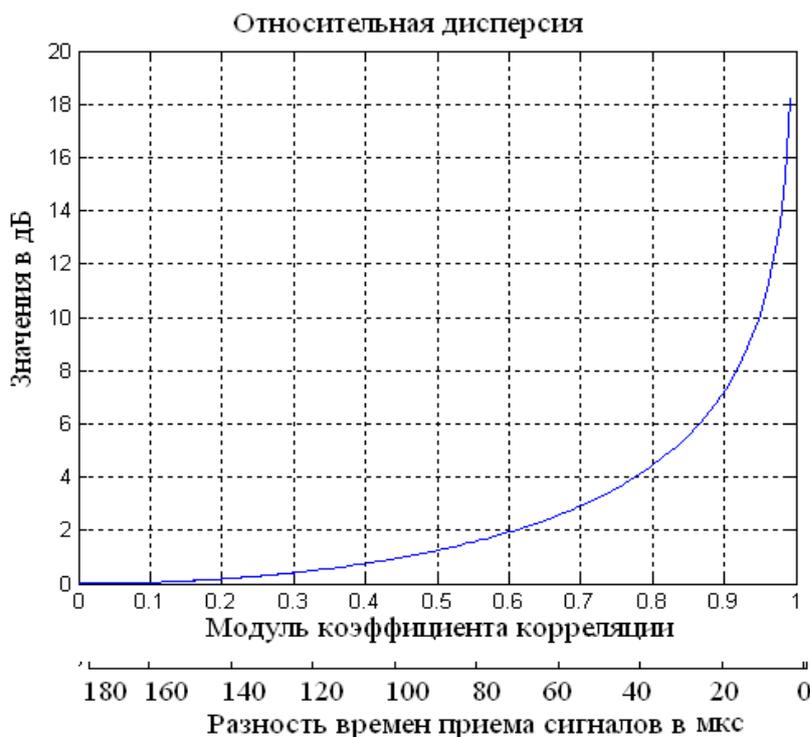


Рисунок 3.1.4 – Зависимость относительной дисперсии от модуля коэффициента корреляции

Рисунок иллюстрирует дополнительное увеличение дисперсии шума при приближении оценок времён приёма к области сингулярности. Платой за высокое разрешение является необходимость увеличения отношения сигнал/шум согласно зависимости. Изменения коэффициента корреляции от нуля до значения 0.9 можно принять за рабочий диапазон, в котором возможно разрешение двух ультразвуковых сигналов. В конце рабочего диапазона, при значении коэффициента корреляции 0.9, различие времён приёма сигналов равно 20 мкс, что соответствует увеличению разрешения по сравнению с рэлеевским в более чем 10 раз. Дополнительное увеличение отношения сигнал/шум в данной точке

рабочего диапазона равно 7 дБ. Вне рабочего диапазона разрешение возможно, но требует более высокого отношения сигнал/шум.

Рассмотрим влияние шумовой составляющей на возможность разрешения сигналов, используя модельные расчёты. При отсутствии сигналов в реализации алгоритм программы создает структуру поверхности функциональных зависимостей (3.1.7), показанную на рисунке 3.1.3. Сингулярные максимумы шума увеличиваются по мере приближения к диагональной линии, на которой $t_1 = t_2$. В результате шумовая составляющая существенно возрастает по отношению к амплитудам сигналов в зависимости от дисперсии шума на выходе блока обработки. Это препятствует возможности решения задачи обнаружения сигналов. При этом дисперсия шума определяется зависимостью (3.1.8) при своих значениях модуля коэффициента корреляции.

$$D_{\text{ш}} = \frac{\sigma^2}{N_{\text{экв}}(1 - |\hat{R}_{\text{ш}}(\tau)|^2)} \quad (3.1.10)$$

В связи тем, что алгоритм программы выделяет максимумы преобразованной функции правдоподобия, за счёт больших значений шумовых максимумов амплитуды, модули коэффициента корреляции $|\hat{R}_{\text{ш}}(\tau)|$ имеют близкие к единице значения, а разность времён приёма τ , соответственно, мала. Для устранения влияния шумовых сингулярных максимумов, предлагается ввести переменный пороговый уровень, зависящий от коэффициента корреляции.

Он определяется следующим выражением:

$$h = \sqrt{-D_u / (1 - |\hat{R}|^2 \log(P_f))} , \quad (3.1.11)$$

где P_f – вероятность ложной тревоги.

Рассмотрим результаты модельных исследований оптимального приёма двух сигналов вблизи сингулярного максимума. Для расчётов принято следующее. Вероятность ложной тревоги $P_f = 0.001$, время приёма первого сигнала равно 2 мс, время приёма второго сигнала линейно меняется в пределах от 1.7 до 2.3 мс. Длительность сигнала составляет 0.688 мс. На рисунке 3.1.5 показаны оценки амплитуд второго сигнала (точки), изменение порогового

уровня согласно (3.1.11) (линия), значения шумовых решений при отсутствии сигналов в реализации (крестики). По горизонтали отложены значения разности времён приёма двух сигналов. Значение $t_1 = 2$ мс соответствует нулю на оси абсцисс.

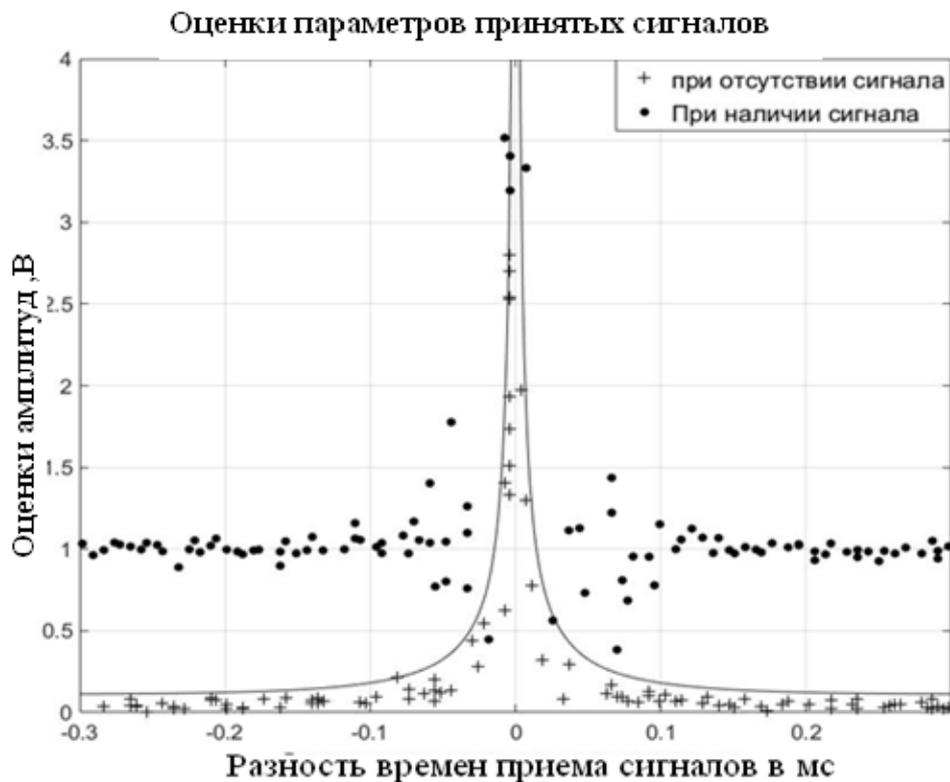


Рисунок 3.1.5 – Оценки параметров второго ультразвукового сигнала и шума вблизи от сингулярного максимума. Отношение сигнал/шум 20 дБ. Линией показано изменение порогового уровня

Как видно из рисунка, СКО амплитуд сигналов существенно увеличиваются при сближении времён приёма согласно выражению (3.1.8). СКО шума также увеличивается и может превышать амплитуды сигналов. Пороговый уровень разделяет оценки амплитуд сигналов и оценки шумовых значений с заданной вероятностью ложной тревоги P_f . Практически, рабочей областью при отношении сигнал/шум, равном 20 дБ является область изменения модуля разности времён приёма, ограниченная значением, при котором смыкаются статистика амплитуд сигнала и статистика шума (0.08 мс и более). При дальнейшем сближении сигналов, вероятность «пропуска цели» оказывается большой. Рисунок 3.1.5

иллюстрирует важное практическое ограничение при оценке разрешающей способности в области неортогональности сигналов. Оно связано с тем, что необходимо рассматривать одновременно три статистики. Две статистики связаны с оценками времён приёма двух сигналов. Третья статистика связана с шумом, с сингулярными шумовыми максимумами. Без учета третьей статистики, оценка разрешения сигналов теряет практический смысл. Особенностью третьей статистики является то, что дисперсия амплитуд шума определяется областью сингулярных максимумов шума. Ее значения, в свою очередь, определяются дисперсией (3.1.8), Коэффициент корреляции также важен. Наибольшее допустимое значение коэффициента корреляции определяется шириной сингулярной области, которая должна быть меньше, чем различие времён приёма сигналов. На рисунке 3.1.6 показана зависимость значений шумовых сингулярных максимумов для двух сигналов от разности времён приёма. Данная зависимость фактически иллюстрирует конфигурацию сингулярной области.

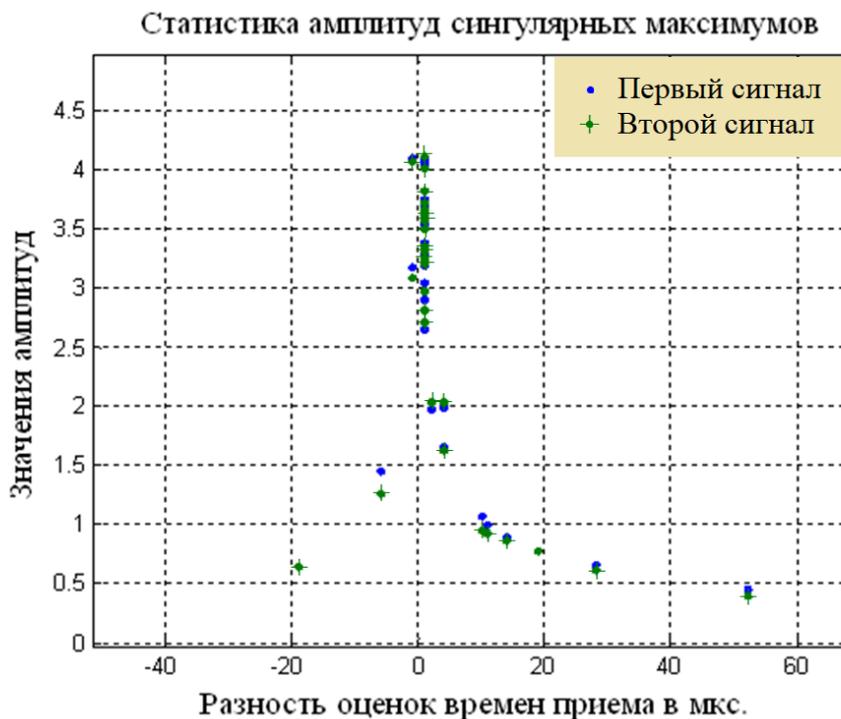


Рисунок 3.1.6 – Зависимость амплитуд шумовых сингулярных максимумов от разности времён приёма

На рисунке 3.1.7 показаны совместные статистики оценок амплитуд и времён приёма двух сигналов (отмечены прямоугольником, а и б), а также совместная статистика шумовых сингулярных максимумов и соответствующих им времён приёма при отсутствии сигналов в реализации.

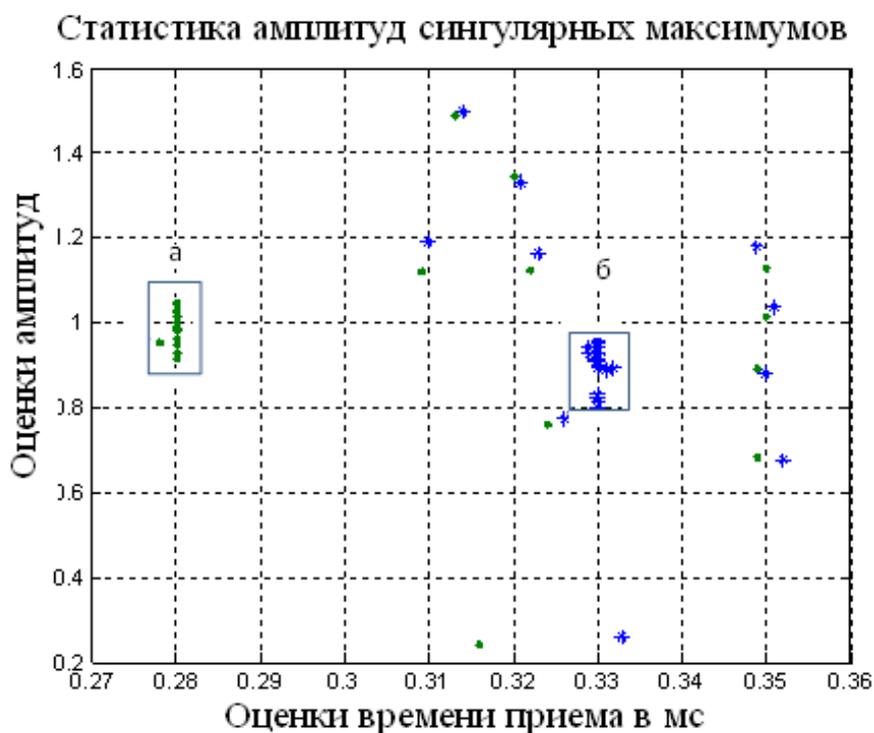


Рисунок 3.1.7 – Статистика оценок амплитуд сигналов, амплитуд шумовых сингулярных максимумов и статистика времён приёма. Модельные значения времён приёма сигналов равны 0.28 мс и 0.33 мс.

Согласно рисунку, значения амплитуд шумовых сингулярных максимумов превышают амплитуды сигналов, решение в этих условиях задачи обнаружения сигналов оказывается невозможным. Анализируя рисунки 1.3.6 и 1.3.7, можно сделать вывод, что шумовые сингулярные максимумы обладают характерной особенностью - малыми попарными значениями разности времён приёма τ , при которых модуль коэффициента корреляции $|\hat{R}_{ш}(\tau)|$ близок к единице. Эту особенность можно использовать для исключения шумовых сингулярных максимумов из рассмотрения. Для этого предлагается ограничить разрешение алгоритма программы сверху, ввести условие, согласно которому, если разность

времен приёмов τ меньше, например, 5 мкс, то это решение относится к шумовому сингулярному максимуму и может быть исключено из рассмотрения. На рисунке 3.1.8. показана совместная статистика оценок амплитуд и времен приёмов двух сигналов (а, б) и совместная статистика шумовых сингулярных максимумов после операции ограничения разрешения сверху интервалом 5 мкс. Амплитуда шумовых сингулярных максимумов, не удовлетворяющих введённому условию, приравнена значению 0.2.

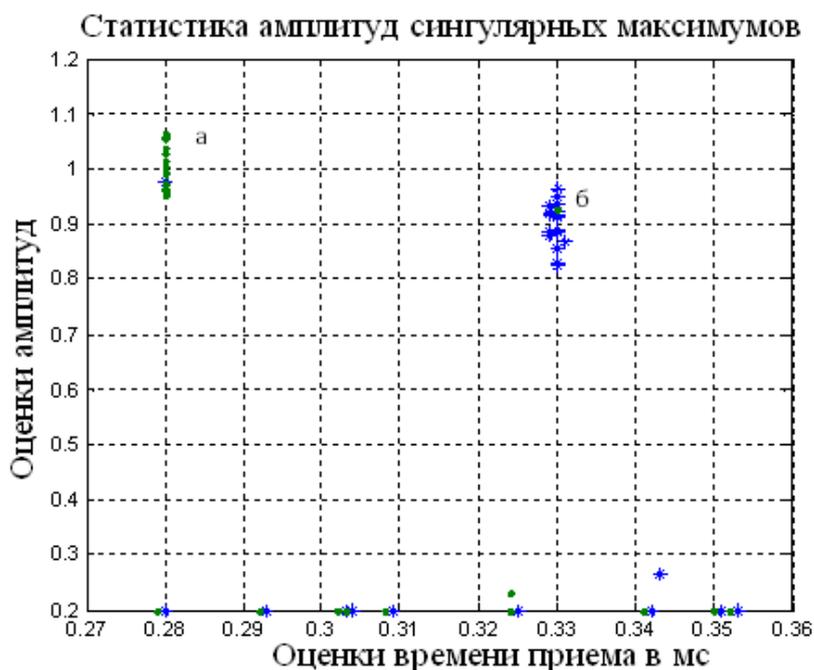


Рисунок 3.1.8 – Статистика амплитуд и времен приёмов двух сигналов и шума при введении в алгоритм программы ограничения на разрешение.

Как видно из рисунка, задача обнаружения двух сигналов с введённым ограничением вполне решается при различии времен приёмов сигналов на 40 мкс, что превышает рэлеевское разрешение в 10 раз. Таким образом, предложенное ограничение на минимальную разность параметров сигналов, позволяет эффективно устранять негативное влияние сингулярных максимумов.

§ 3.2. Решение задачи раздельного обнаружения двух ультразвуковых сигналов

Задача обнаружения сигнала с неизвестными параметрами существенно отличается от подобной задачи при известных параметрах. Если неизвестны параметры сигнала, его энергия и энергия шума, тогда требуется проведение процедуры оптимизации для достижения минимума функции потерь. Процедура минимизации проводится методом перебора оцениваемых параметров сигнала, и нахождения максимума функции правдоподобия (максимума функционала отношения правдоподобия, минимума функционала правдоподобия), положение которого в пространстве параметров определяет оптимальные их оценки. Энергия сигнала может быть оценена по максимуму функционала отношения правдоподобия, а энергия шума по минимуму функционала правдоподобия. Оценка амплитуд сигналов производится на основе решения уравнений правдоподобия. Эти оценки имеют соответствующую статистику, следовательно, и вероятность приёма сигнала будет иметь определенную статистику. Если время приёма сигнала неизвестно, тогда необходима скользящая обработка принятой реализации для оценки времени приёма.

Рассмотрим возможность решения задачи раздельного обнаружения сигналов в области их неортогональности. В этом случае основным ограничением является наличие шумовых сингулярных максимумов, которые концентрируются вблизи диагональной линии, при равенстве оценок времён приёма двух сигналов $t_1 = t_2$. Чем ближе оценки времён приёма к диагональной линии, тем больше значение шумовых сингулярных максимумов. Запишем принятую реализацию в виде

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_1 \hat{f}_1(t_1, t) + \hat{U}_2 \hat{f}_2(t_2, t) + \hat{U}_{\text{ш}}(t), \quad (3.2.1)$$

где $\hat{U}_{\text{ш}}(t)$ - аддитивный шум со средним значением квадратурных компонент, равным нулю, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции шума τ_k ,

\hat{U}_1, \hat{U}_2 – комплексная амплитуда ультразвукового сигнала,

$\hat{f}_1(t_1, t), \hat{f}_2(t_1, t)$ – аналитические формы ультразвуковых сигналов.

В качестве функций $\hat{f}_1(t_1, t)$, $\hat{f}_2(t_1, t)$ в данном параграфе используются цифровые сигналы, форма которых показана на рисунке 3.2.1.

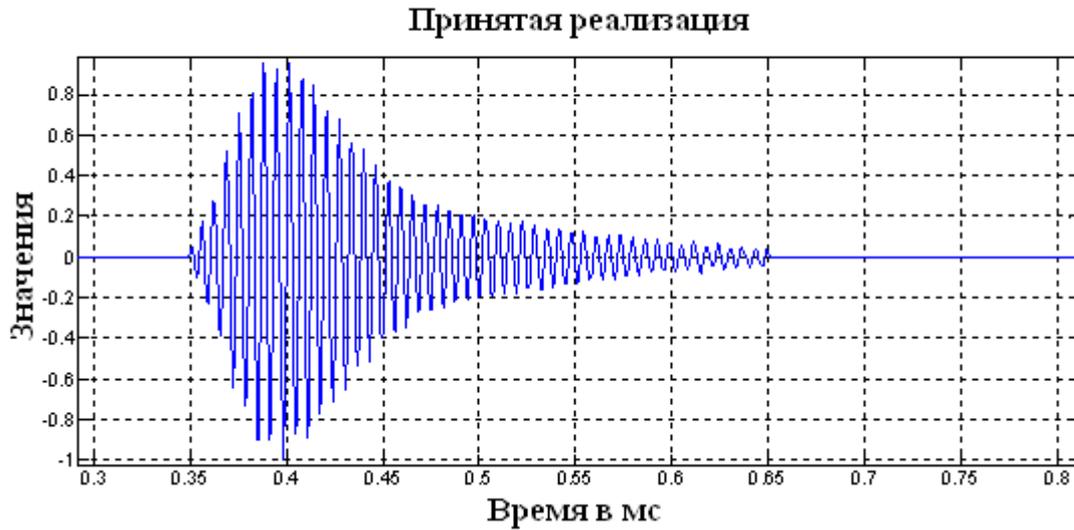


Рисунок 3.2.1 – Вид цифрового (эталонного) сигнала для метода максимального правдоподобия

На основании (3.2.1) запишем преобразованную функцию правдоподобия в виде (параграф 2.1)

$$\Delta_1(t_1, t_2) = \exp\left(-\left(\int_t^{t+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1(t_1, t_2)\exp(i\omega(t - t_1)) - \hat{U}_2(t_1, t_2)\exp(i\omega(t - t_2))|^2 dt\right)\right) \quad (2.1.10)$$

Её максимизация дает возможность оценить комплексные амплитуды сигналов.

$$\begin{aligned} \hat{U}_1(t_1, t_2) &= \frac{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t - t_1)) dt - \frac{\hat{R}(t_1, t_2)}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t - t_2)) dt}{1 - |\hat{R}(t_1, t_2)|^2} \\ \hat{U}_2(t_1, t_2) &= \frac{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t - t_2)) dt - \frac{\hat{R}^*(t_1, t_2)}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t - t_1)) dt}{1 - |\hat{R}(t_1, t_2)|^2} \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

Решения представляют собой функциональные зависимости и являются поверхностями в пространстве переменных t_1, t_2 . Статистика оценок амплитуд сигналов при наличии сигналов в реализации и при их отсутствии в реализации является основой для решения задачи обнаружения совокупности сигналов. В области неортогональности сигналов сингулярные максимумы шума существенно

затрудняют решение задачи обнаружения и задачи оценки амплитуд сигналов. Проведем анализ возможности решения задачи обнаружения двух сигналов, содержащихся в реализации, на основе статистик. На рисунке 3.2.2 показаны статистики трех объектов на плоскости амплитуда - время приёма. Эллипсами отмечены статистики амплитуд и времён приёма двух сигналов. Остальные точки представляют собой значения шумовых сингулярных максимумов, полученных при условии отсутствия сигналов в реализациях.

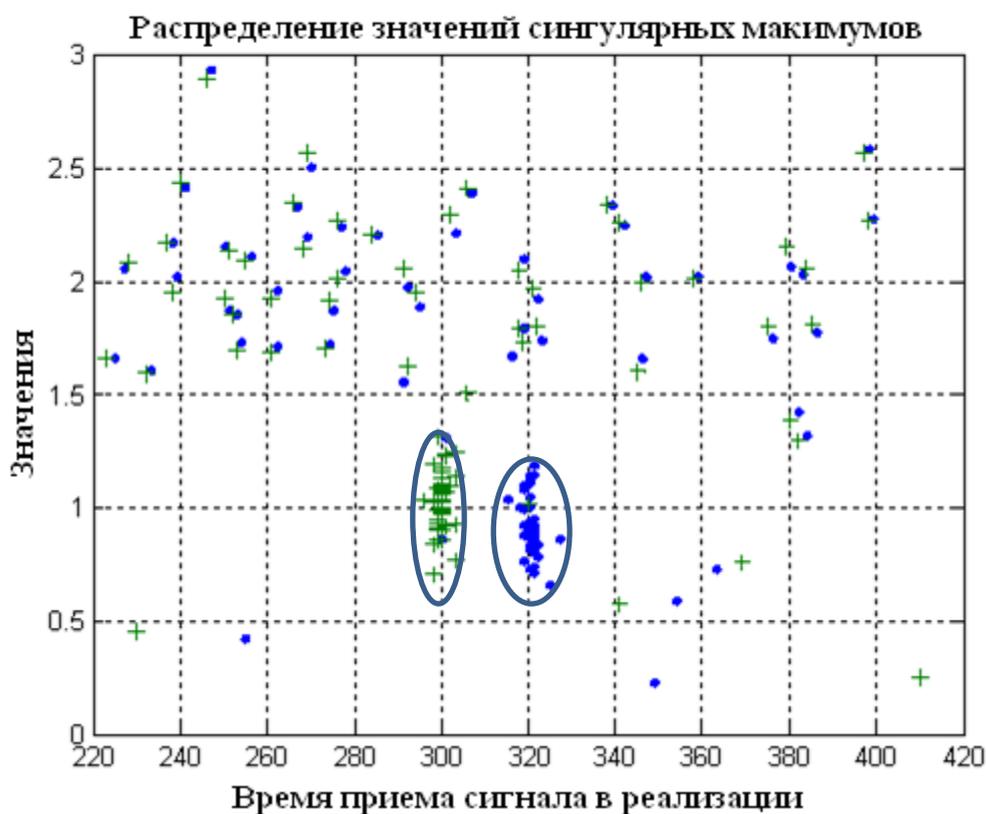


Рисунок 3.2.2 – Статистика оценок амплитуд и времён приёма двух сигналов статистика шума при отсутствии сигналов в реализации. Отношение сигнал/шум равно 0 дБ, разность времён приёма 20 мкс

Как видно из рисунка, значения шумовых сингулярных максимумов в среднем превышают амплитуды сигналов. Следовательно, вероятность ложной тревоги оказывается высокой. Распределение значений шумовых максимумов по времени приёма близко к равномерному распределению. Значения шумовых максимумов распределены по закону, близкому нормальному распределению. Оно не

соответствует закону Рэлея-Райса, который традиционно используется для описания статистики амплитуды. Характерной особенностью шумовых сингулярных максимумов является малое различие времён приёма между парой значений (точка и крестик) в реализации. Это означает, что соответствующий максимум располагается вблизи от диагональной линии. На рисунке 3.2.3 показано распределение шумовых сингулярных максимумов в зависимости от разности времён приёма для двух ультразвуковых сигналов.

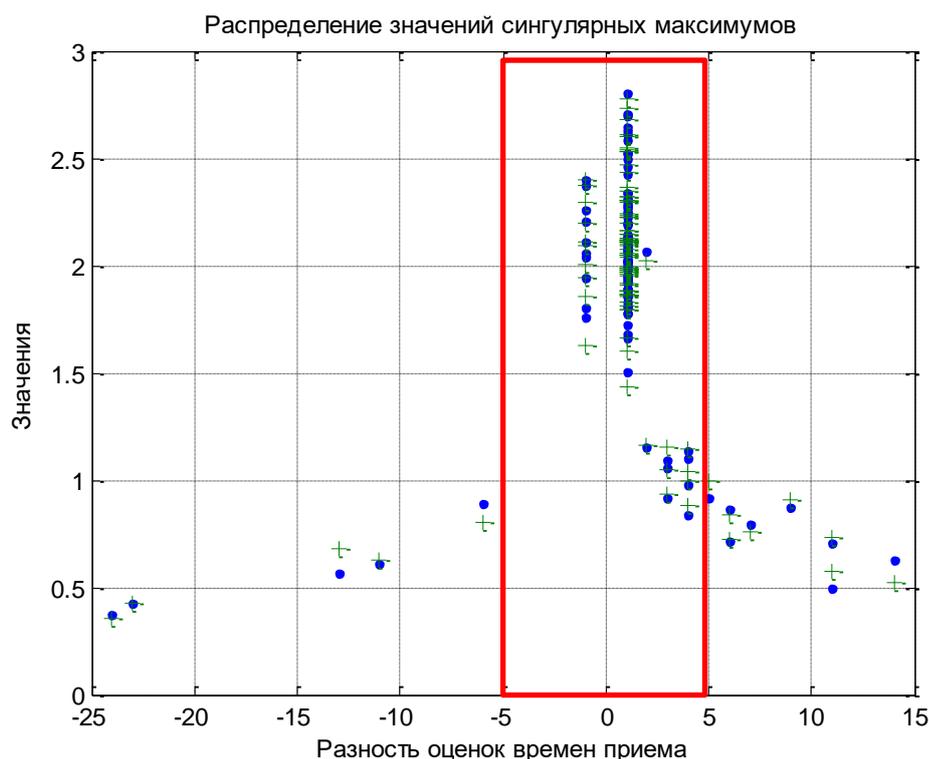


Рисунок 3.2.3 – Распределение значений шумовых сингулярных максимумов в зависимости от разности оценок времён приёма сигналов.

Отношение сигнал/шум равно 0 дБ. Разность времён приёма в модели равна 20 мкс

Из рисунка 3.2.3 ясно, что максимальные значения шума концентрируются вблизи нуля, когда разность оценок времён приёма, обусловленных шумом, незначительная. Если ограничить область оценок разностью времён приёма ± 5 мкс, тогда основная часть оценок, обусловленных шумом, будет находиться в этом интервале (отмечено прямоугольником). Алгоритмически, эти оценки шума

можно приравнять нулю и исключить из рассмотрения. Это эквивалентно ограничению разрешения сигналов значением ± 5 мкс. В результате, шумовые максимумы при отсутствии сигналов в реализации, будут существенно подавлены. На рисунке 3.2.4 показана статистика амплитуд и времён приёма при реализации указанного ограничения. Как видно из рисунка, основное количество шумовых сингулярных максимумов оказывается расположенными в пределах разности времён приёма ± 5 мкс. Они исключаются алгоритмически из рассмотрения.

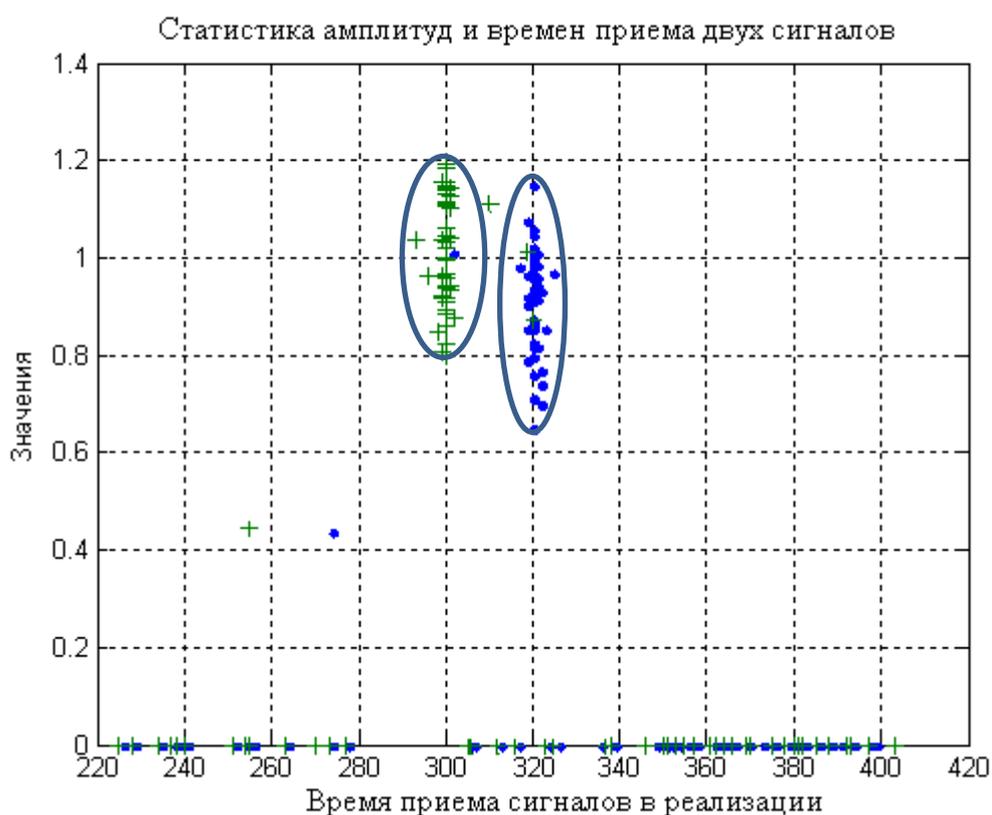


Рисунок 3.2.4 – Статистика оценок амплитуд и времён приёма двух сигналов при ограниченной значениями ± 5 мкс разности времён приёма.

Отношение сигнал/шум равно 0 дБ. Разность времён приёма сигналов в модели равна 20 мкс

Область, в которой возможно получение оценок времени приёма неортогональных сигналов, является ограниченной уровнем шумовых сингулярных максимумов. При отношении сигнал/шум 0 дБ на входе блока

обработки сигналов из области решений вырезается полоска разности времён приёма, равная ± 5 мкс. Из рисунка 3.2.4 следует, что задача разрешения сигналов в области неортогональности может быть решена статистически в разрезе функционала отношений правдоподобия по временам приёма с учетом вышеприведенного ограничения по разности времён приёма. Установим интервал ограничения разности времён приёма ± 10 мкс и отношение сигнал/шум -5 дБ. Принятая реализация содержит два сигнала с амплитудами 1 и 0.9 и временами приёма 300 мкс и 320 мкс. Результат оценивания параметров представлен на рисунке 3.2.5. При таком низком отношении сигнал/шум, эллипсы на рисунке, определяющие СКО оценок, перекрываются.

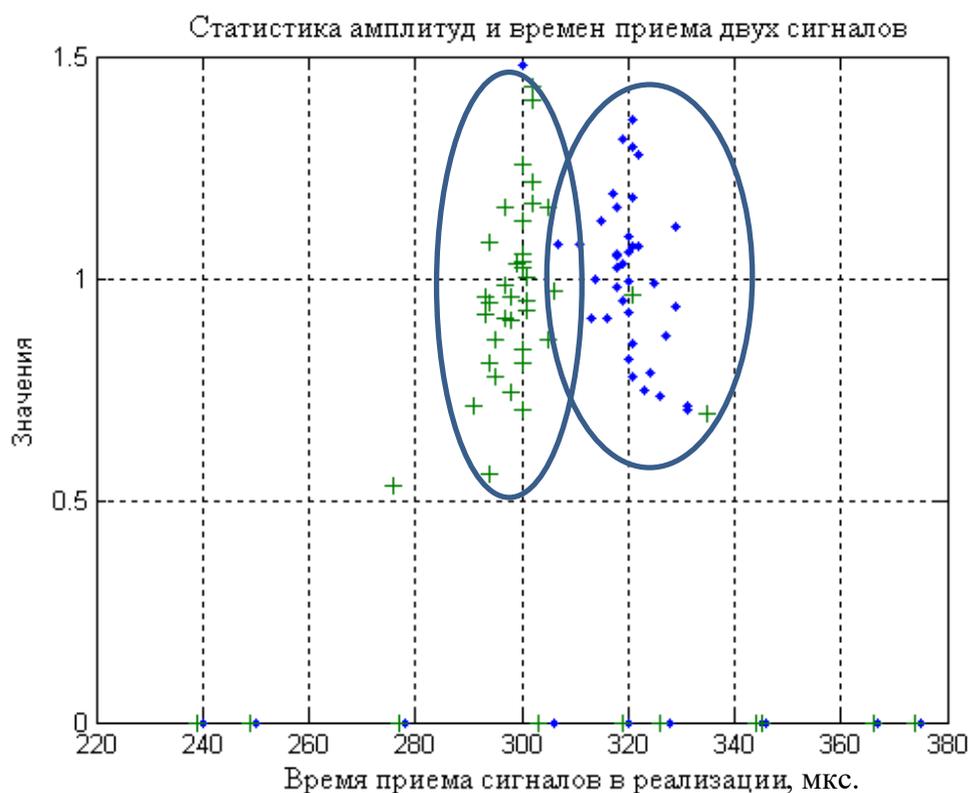


Рисунок 3.2.5 – Статистика оценок амплитуд и времён приёма двух сигналов при ограничении разности времён приёма ± 10 мкс Отношение сигнал/шум -5 дБ

На рисунке 3.2.6 представлены четыре возможности при решении задачи раздельного обнаружения двух сигналов. Первые 20 реализации содержат два

сигнала. В этом случае алгоритм определяет два решения для амплитуд сигналов. Реализации от 20 до 40 не содержат сигналов. Алгоритм в этом случае не дает решения. Значения амплитуд сигналов оказываются близки к нулю. Реализации от 40 до 60 содержат второй сигнал с амплитудой 0.9. Алгоритм определяет одно решение со средним значением амплитуды 0.9. В качестве второго решения алгоритм определяет шумовой максимум на уровне 0.2. Реализации от 60 до 80 содержат первый сигнал с амплитудой 1. Алгоритм определяет одно решение со средним значением амплитуды 1.

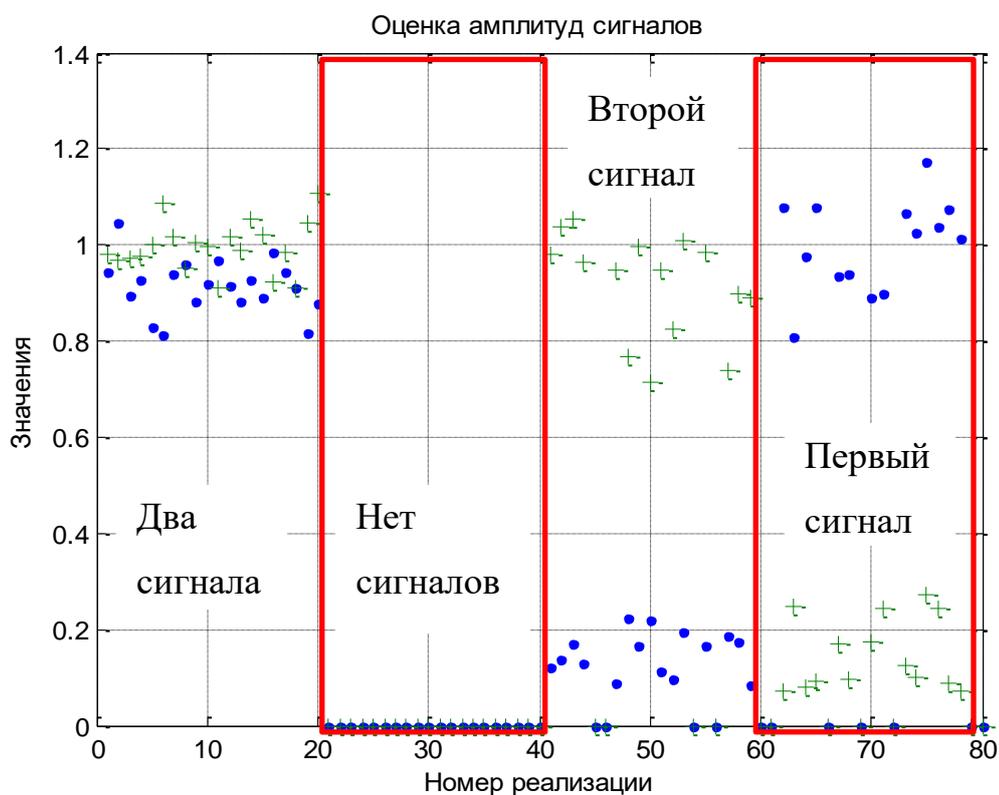


Рисунок 3.2.6 – Статистика оценок амплитуд двух сигналов при ограничении разности времён приёма ± 5 мкс Отношение сигнал/шум 5 дБ

В качестве второго решения алгоритм определяет шумовой максимум на уровне 0.2. Таким образом, задача Я.Д. Ширмана о полном решении задачи обнаружения-разрешения оказывается решенной [49]. На рисунке 3.2.7 представлены аналогичные четыре возможности при решении задачи отдельного обнаружения двух сигналов при отношении сигнал/шум 0 дБ. При наличии пороговых уровней

и принятой реализации вполне возможно перевести шкалу амплитуд в шкалу вероятностей обнаружения. Вероятность обнаружения одиночного сигнала в реализации определяется функцией ошибок, аргумент которой содержит амплитуду сигнала [3].

$$P_{\text{обн}} = \Phi\left(\frac{U}{2\sigma}\sqrt{N/2}\right) \quad (3.2.2)$$

Следовательно, вертикальную шкалу амплитуд можно пересчитать по приведенному выражению в шкалу вероятностей обнаружения.

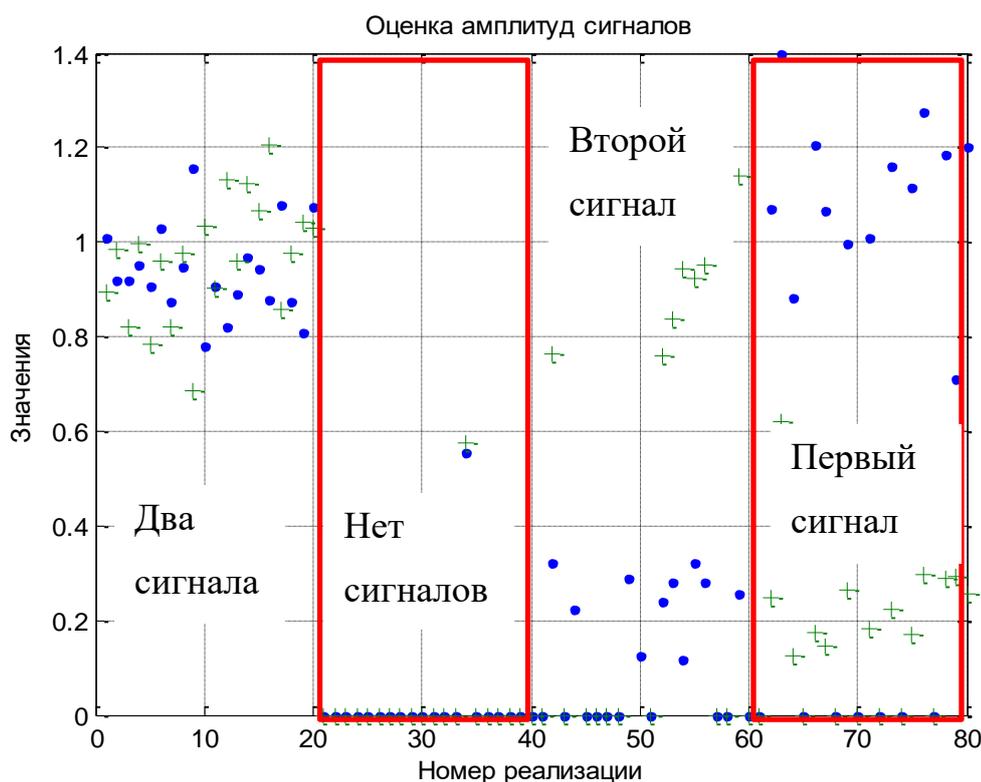


Рисунок 3.2.7 – Статистика оценок амплитуд двух сигналов при ограничении разности времён приёма ± 5 мкс. Отношение сигнал/шум 0 дБ. Времена приёма сигналов: 300 мкс и 320 мкс

Такой пересчет при заданном значении порога h , можно реализовать и на основании выражения

$$P_{\text{обн}}(U) = \int_h^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_q} \exp\left(-\frac{(q-U)^2}{2\sigma_q^2}\right) dq, \quad (3.2.3)$$

где $q = \frac{1}{T} \int_0^T (\hat{y}(t) f^*(\bar{\lambda}, t) dt$ – выходная функция оптимального приемника,
 $\sigma_q = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$.

На рисунке 3.2.8 показана статистика времён приёма при различных условиях. В реализациях 1-20 содержатся два сигнала с временами приёма 300 мкс и 320 мкс. В реализациях 21-40 сигналов нет. Однако алгоритм программы оценивает времена приёма шумовых сингулярных максимумов. В реализациях 41-60 содержится второй сигнал с модельным значением времени приёма 320 мкс. Алгоритм программы определяет оценку времени приёма этого сигнала, а в качестве второго решения определяет время приёма шумового сингулярного максимума. В реализациях 61-80 присутствует первый сигнал с временем приёма 300 мкс. Алгоритм программы определяет оценку времени приёма этого сигнала, а в качестве второго решения определяет время приёма шумового сингулярного максимума.

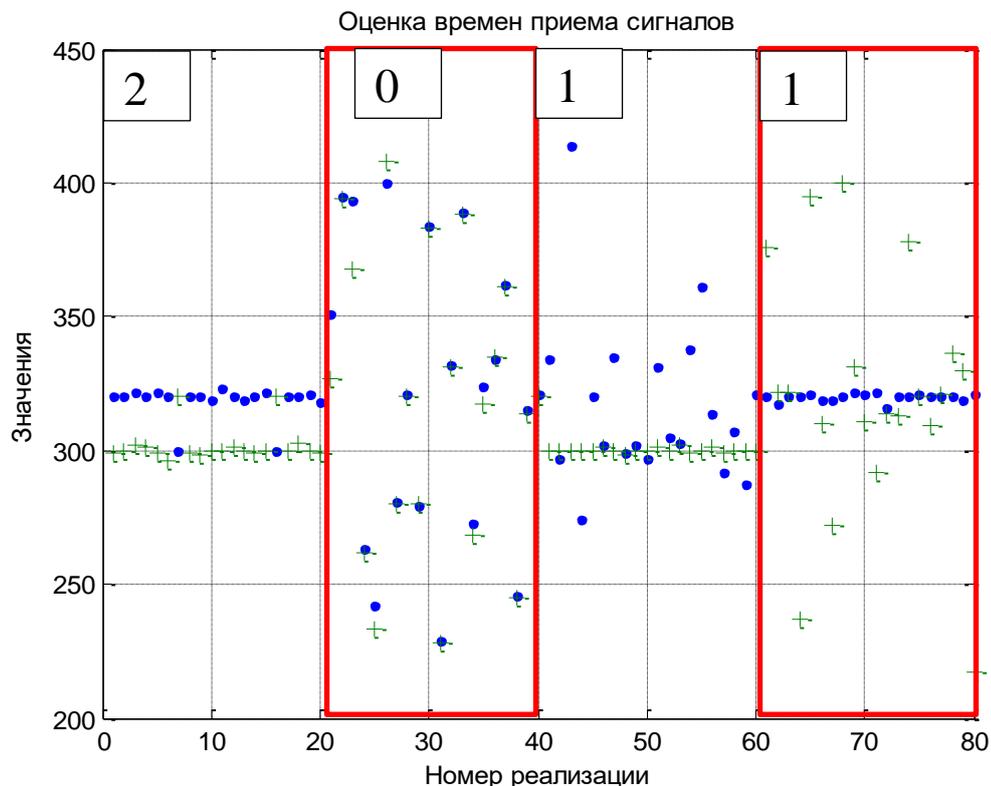


Рисунок 3.2.8 – Статистика времён приёма без учета порогового уровня в зависимости от номера реализации. Отношение сигнал/шум 0 дБ, времена приёма 300 мкс и 320 мкс, ограничение на разрешение ± 5 мкс

Наличие шумовых максимумов не позволяет решить задачу оценки времени приёма двух сигналов. На основании рисунка 3.2.7 установим пороговый уровень, равный 0.5. Учтем этот пороговый уровень при решении задачи оценки времён приёма. Результат учета порогового уровня показан на рисунке 3.2.9. Как следует из рисунка, учет порогового уровня позволяет исключить шумовые сингулярные максимумы и оценить вероятности обнаружения сигналов при оценке времён приёма.

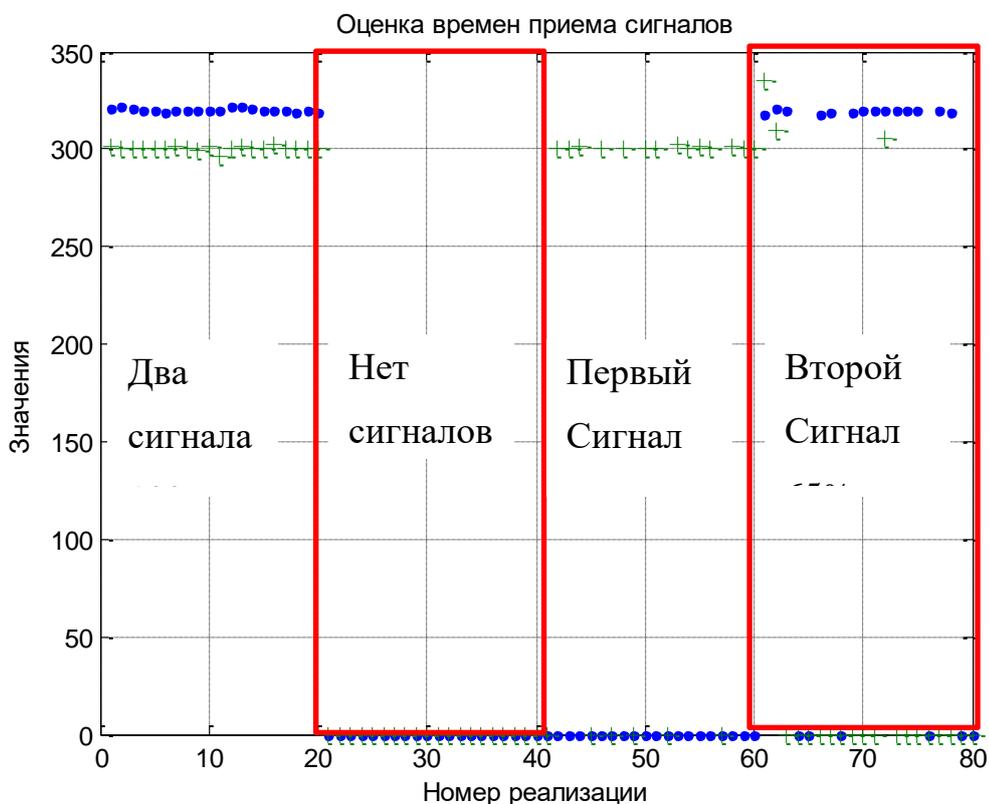


Рисунок 3.2.9 – Оценка времён приёма сигналов в области неортогональности с учетом порогового уровня. Отношение сигнал/шум 0 дБ, времена приёма 300 мкс и 320 мкс, ограничение на разрешение 10 мкс

На рисунке 3.2.10 показаны оценки амплитуд сигналов для четырех случаев с учетом порогового уровня. Пороговый уровень позволяет исключить шумовые сингулярные максимумы и оценить по количеству точек вероятность обнаружения сигналов.

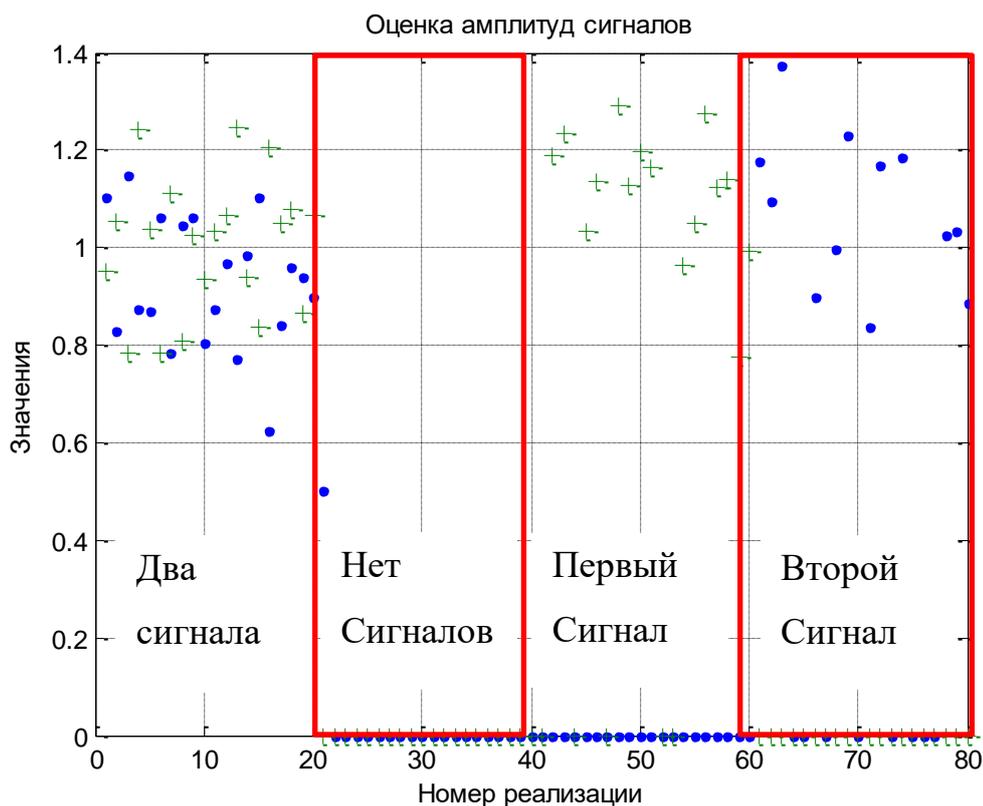


Рисунок 3.2.10 – Оценка амплитуд сигналов в области неортогональности с учетом порогового уровня. Отношение сигнал/шум 0 дБ, времена приёма 300 мкс и 320 мкс, ограничение на разрешение 10 мкс

Таким образом, алгоритм программы позволяет полностью решить задачу Я. Д. Ширмана [49]. Алгоритм различает четыре альтернативных возможности: два сигнала содержатся в реализации, нет сигналов в реализации, первый сигнал содержится в реализации, второй сигнал содержится в реализации. Алгоритм при ограничении разности времён приёма ± 5 мкс позволяет практически полностью исключить шумовые сингулярные максимумы. Алгоритм программы при учете порогового уровня снижает ошибки типа «ложной тревоги».

§ 3.3. Метод обнаружения сигналов на основе статистики значений функционала отношения правдоподобия

В предыдущем параграфе представлены результаты модельных исследований, связанных с решением задачи раздельного обнаружения двух сигналов. Основой решения являются раздельные статистики оценок амплитуд сигналов и статистика шума. Статистика шума содержит шумовые сингулярные максимумы. Это требует ограничения предела разрешения для их подавления. В настоящем параграфе рассмотрена возможность решения задачи обнаружения на основе статистики функционала отношений правдоподобия и статистики шума, получаемого при равенстве амплитуд сигналов нулю. Статистика функционала правдоподобия не содержит шумовых сингулярных максимумов. В связи с этим, решение задачи оказывается более эффективным. Математическое ожидание от функционала отношений правдоподобия определяет совокупную энергию сигналов, содержащихся в принятой реализации. При отсутствии сигналов в реализации, математическое ожидание от функционала отношений правдоподобия определяет совокупную энергию двух шумовых максимумов. При наличии в реализации одного сигнала, математическое ожидание от функционала отношений правдоподобия определяет оценку энергии одного сигнала и, в качестве второго решения, энергию шумового максимума. Рассмотрим случай, когда в принятой реализации содержится два сигнала (3.2.1). Форма каждого сигнала представлена на рисунке 3.2.1 предыдущего параграфа. Преобразованный (подстановка Хелстрема) функционал отношений правдоподобия имеет вид

$$\Delta_1(t'_1, t'_2) = \int_t^{t+T} |\hat{y}(t)|^2 dt - \left(\int_t^{t+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1(t'_1, t'_2) \exp(i\omega(t - t'_1)) - \hat{U}_2(t'_1, t'_2) \exp(i\omega(t - t'_2))|^2 dt \right) \quad (2.1.11)$$

Максимизация преобразованного функционала отношений правдоподобия $\Delta_1(\bar{\lambda})$, введенного в 2.1, позволяет оценить времена приёма сигналов.

Поверхность преобразованного функционала отношений правдоподобия показана на рисунке 3.3.1.

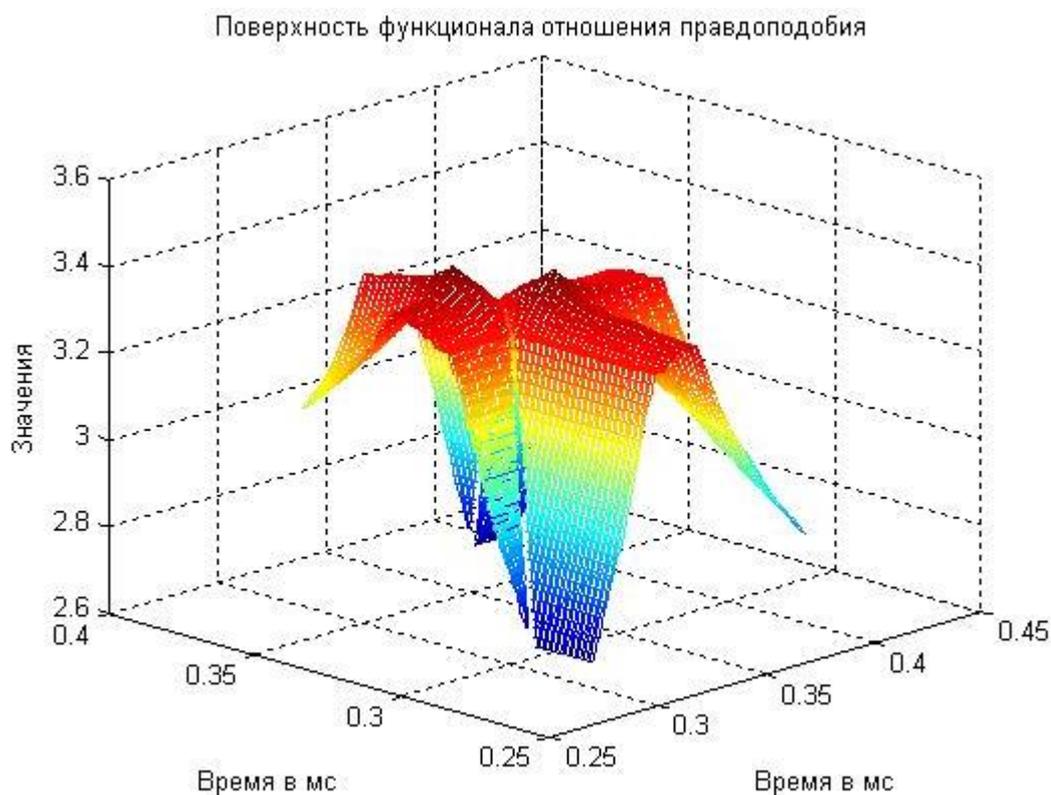


Рисунок 3.3.1 – Поверхность функционала отношений правдоподобия в пространстве времён приёма сигналов

Отмечается наличие двух максимумов, основного и зеркального. Времена приёма равны 300 мкс и 310 мкс, при длительности сигнала 300 мкс. Отношение сигнал/шум равно 10 дБ. Амплитуды сигналов равны 1 и 0.9. За счет разности фаз совместная энергия сигналов, определяющая максимум функционала, может меняться. При этих условиях максимумы шумовой поверхности функционала при отсутствии сигналов имеют значения ≈ 0.0037 (рисунок 3.2.2). Они существенно меньше значения основного максимума, и определяют шум на выходе блока обработки. Следовательно, задача обнаружения сигналов может быть решена.

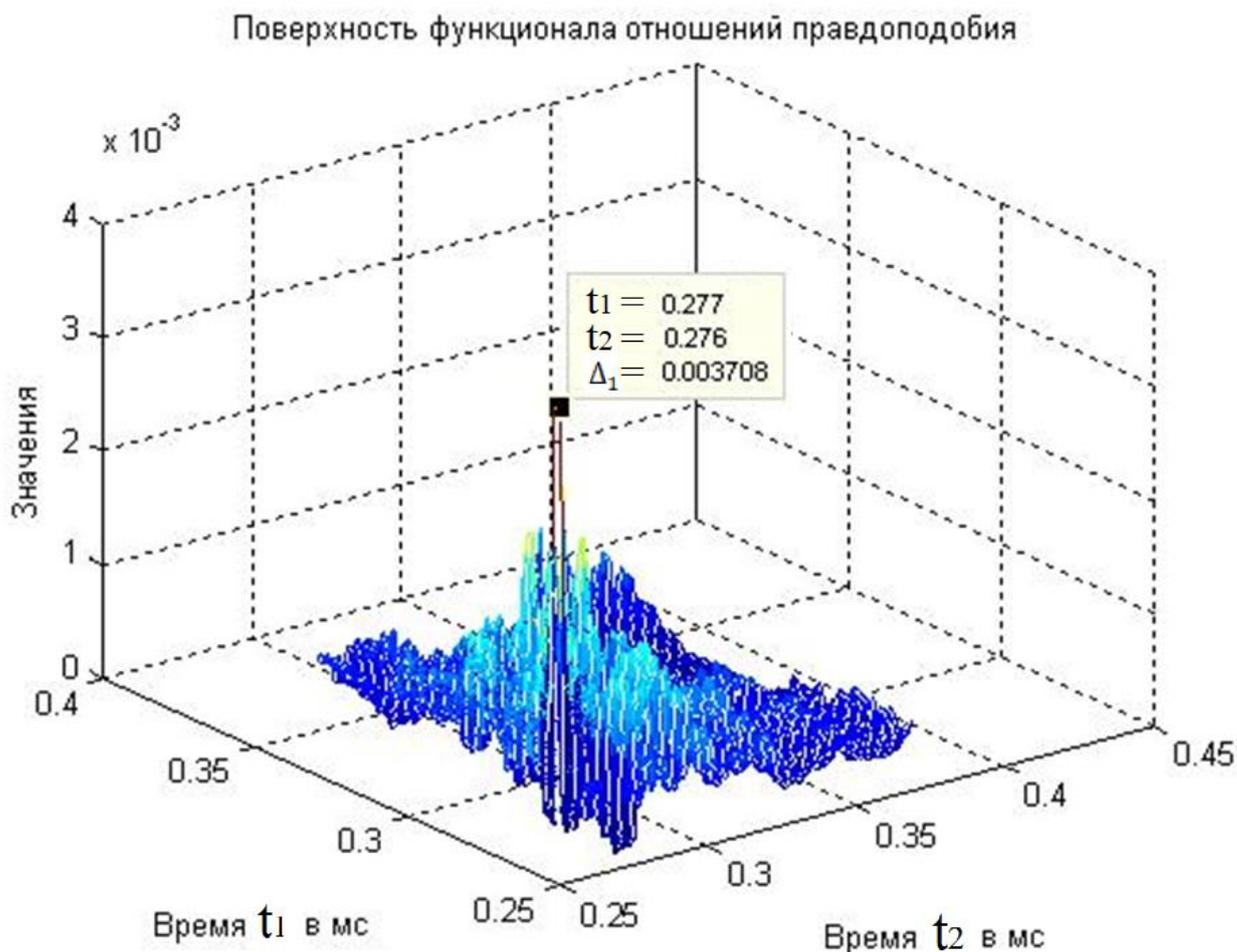


Рисунок 3.3.2 – Поверхность шумовых максимумов функционала отношений правдоподобия при отношении сигнал/шум 10 дБ

На рисунке 3.3.3 представлена статистика значений функционала отношений правдоподобия (точки), статистика максимумов обратных функционалов правдоподобия (крестики) и статистика шума при отсутствии сигналов в реализации (точки внизу, начиная с 21 –го номера реализации). Как видно из рисунка, максимум обратного функционала правдоподобия не может быть основой решения задачи обнаружения сигналов. При наличии сигналов в реализации (крестики, номера реализаций с 1-го до 20) и при отсутствии сигналов в реализации (номера реализаций с 21 –го по 30) в среднем одинаковы. Каких-либо различий нет. Однако для значений максимумов функционалов отношений правдоподобия (точки) различия существенные. При отсутствии сигналов в реализациях (номера реализаций с 21-го до 30) значения шума близки к нулю.

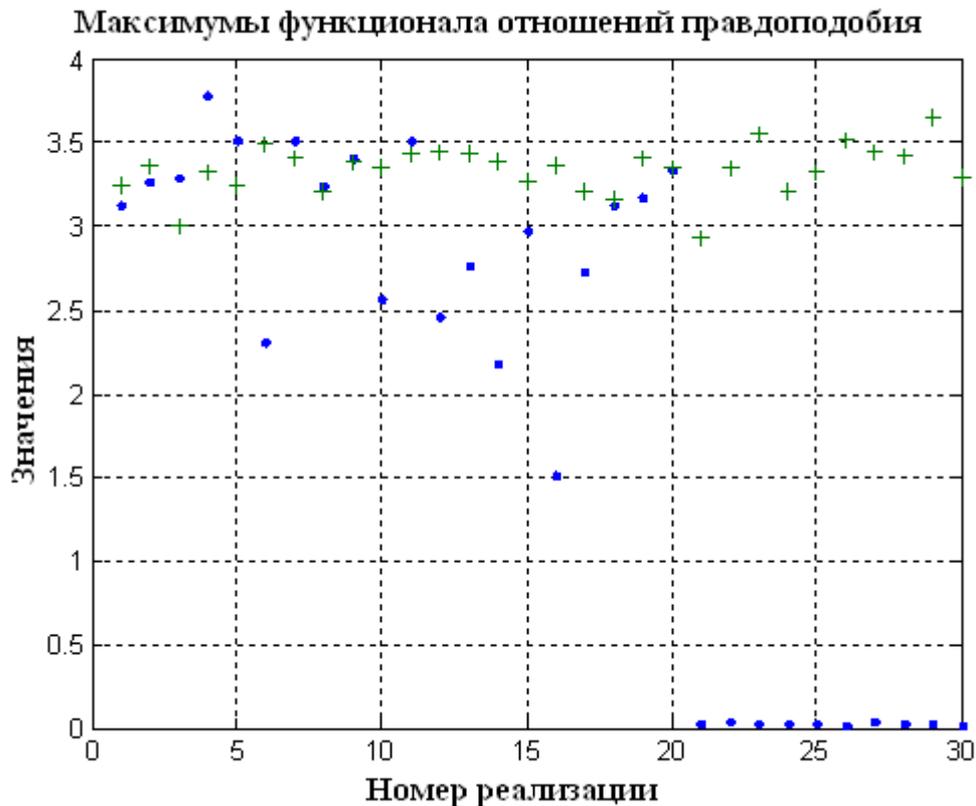


Рисунок 3.3.3 – Статистика максимумов функционала отношений правдоподобия (точки, номера 1÷20), максимумов обратного функционала правдоподобия (крестики) и статистика шума в отсутствии сигналов в реализации (точки, номера 21÷30). Отношение сигнал/шум 0 дБ

Приведем результаты модельных расчетов для отношения сигнал/шум -10 дБ и -15 дБ (рисунок 3.3.4). Из рисунка следует, что даже при отношении сигнал/шум -15 дБ можно установить пороговое значение $h = 2$ (пунктирная линия). Вероятность ложной тревоги близка к нулю, а вероятность обнаружения близка 100%. Отношение сигнал/шум -15 дБ находится за гранью рабочей области по параметру отношение сигнал/шум, однако обнаружить два сигнала в области их неортогональности вполне возможно. На рисунке 3.3.5 представлены гистограммы значений функционалов отношений правдоподобия при наличии сигналов в реализации и при их отсутствии. Если сигналы присутствуют в реализации, тогда плотность распределения для них близка к райсовскому

распределению. Если сигналов нет в реализации, присутствует только шум, тогда распределение близко рэлеевскому распределению.

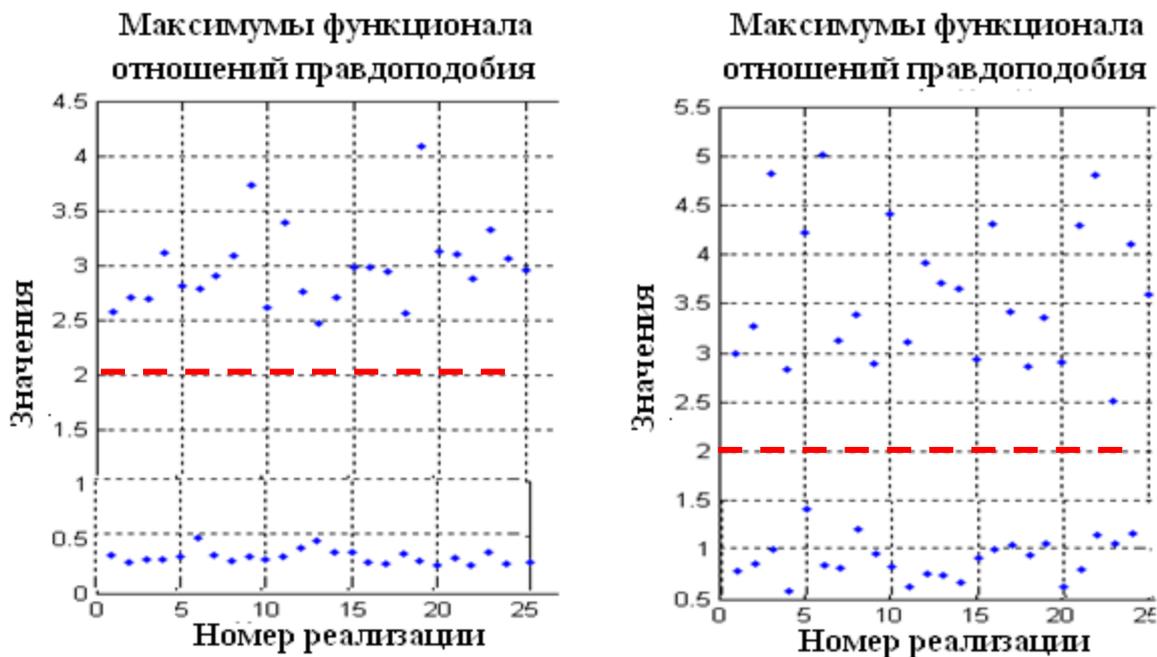


Рисунок 3.3.4 – Статистика максимумов функции отношения правдоподобия при наличии сигналов в реализации и при их отсутствии (шумовые максимумы).

Отношение сигнал/шум слева -10 дБ, справа -15 дБ



Рисунок 3.3.5 – Гистограммы максимумов функционалов отношений правдоподобия при наличии сигналов в реализации и при их отсутствии

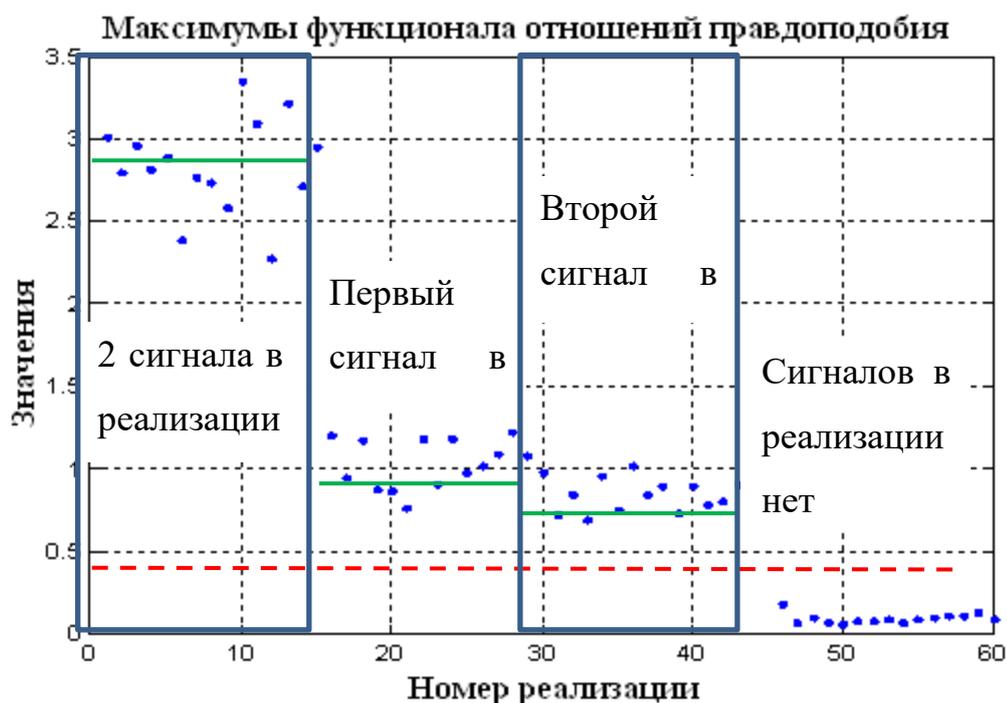


Рисунок 3.3.6 – Статистика максимумов функционала отношений правдоподобия в 4-х случаях: 2 сигнала в реализации (1-15-я реализации), 1-й сигнал в реализации (16-30-я реализации), 2-й сигнал в реализации (31-45-я реализации), сигналов в реализации нет (46-60-я реализации). Отношение сигнал/шум -5 дБ, различия времён приёма 20 мкс

Рисунок 3.3.6 иллюстрирует полное решение задачи обнаружения сигналов по Ширману Я.Д. Алгоритм программы различает четыре возможных случая: наличие двух сигналов в реализации, наличие первого сигнала в реализации, наличие второго сигнала в реализации, отсутствие сигналов в реализации. Вероятность обнаружения двух сигналов (при их наличии в реализации) выше, чем при обнаружении сигналов по отдельности. Это связано с тем, что энергия совокупности сигналов выше энергии составляющих сигналов.

На рисунке 3.3.7 представлена зависимость максимумов функционала отношений правдоподобия в зависимости от разности фаз в градусах. При изменении разности фаз между сигналами в реализации, меняется совокупная энергия сигналов от своего максимального значения до минимального значения. В

результате, в минимуме могут возникать ошибки типа «пропуск цели». Пунктирной линией на рисунке отмечен пороговый уровень.

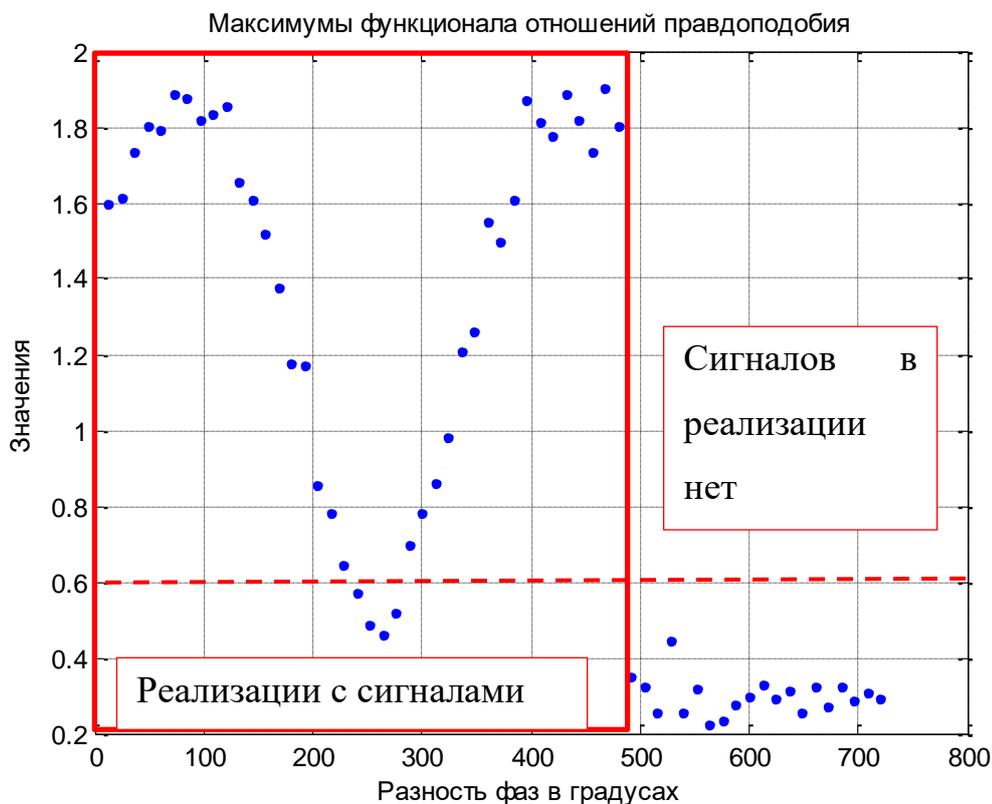


Рисунок 3.3.7 – Зависимость максимумов функционалов отношений правдоподобия от разности фаз. Отношение сигнал/шум -5 дБ, разность времён приёма 20 мкс

В интервале от 500 до 720 по оси абсцисс, сигналы в реализациях отсутствуют. В этом интервале реализуются лишь шумовые максимумы.

На рисунке 3.3.8 представлены данные расчетов, иллюстрирующие различие при обнаружении сигналов с постоянными параметрами и со случайной разностью фаз между сигналами. При случайных разностях фаз дисперсия максимумов функционалов отношений правдоподобия увеличивается, что уменьшает эффективность решения задачи обнаружения сигналов в реализации.

Таким образом, в настоящем параграфе предложен новый метод решения задачи обнаружения двух сигналов, содержащихся в реализации. Он основан на анализе значений максимума функции отношений правдоподобия.

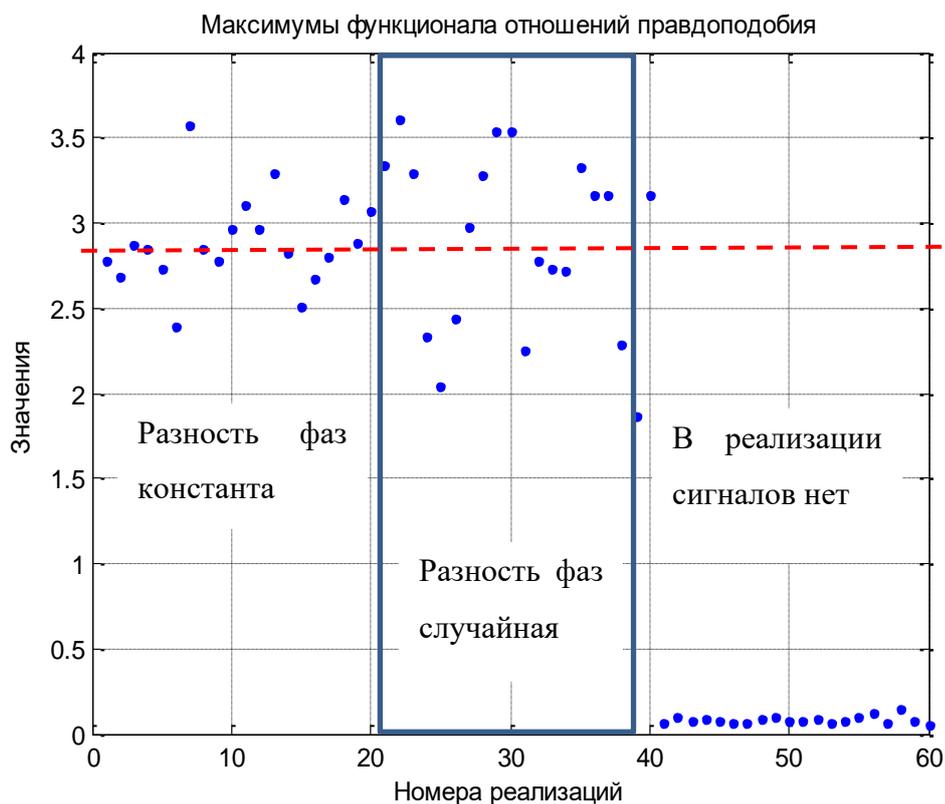


Рисунок 3.3.8 – Сопоставление статистик при постоянных параметрах сигналов и при случайных разностях фаз между сигналами. Отношение сигнал/шум -5 дБ, разность времён приёма 20 мкс

Модельные исследования показали, что эффективность обнаружения совокупности сигналов высокая, однако при разности фаз сигналов, близких 180 градусов, совокупная энергия сигналов существенно уменьшается. Это приводит к увеличению ошибок типа «пропуска цели».

§ 3.4. Потенциальные возможности оценки параметров ультразвуковых сигналов

Рассмотрим результаты модельных исследований по определению потенциальных возможностей оценки параметров ультразвуковых сигналов на примере, когда в принятой реализации содержится два сигнала. Для получения оценок используется метод максимального правдоподобия с подстановкой Хелстрема. В результате создается поверхность функции правдоподобия, функционала правдоподобия, функционала отношений правдоподобия. Основной максимум поверхности оценивает неэнергетические параметры совокупности сигналов, такие как времена приёма, частоты сигналов, как в области разрешенной критерием Рэлея, так и в области неортогональности сигналов. Полученные оценки неэнергетических параметров подставляются в уравнения правдоподобия. В результате можно получить оценки комплексных амплитуд сигналов. При установленной точности, статистики параметров сигналов позволяют оценивать рабочие области работоспособности алгоритмов программ в зависимости от отношения сигнал/шум или в зависимости от разности времён приёма. Статистика параметров позволяет также получить оценки дисперсии параметров сигналов, сравнить их с дисперсиями Рао-Крамера. При этом может быть установлена несмещённость, эффективность и достаточность оценок.

При наличии в принятой реализации двух и более сигналов, важной задачей является задача оценки их количества. Она должна быть решена перед задачей оценки параметров сигналов. Лишь при известном количестве сигналов в реализации можно ставить и решать задачу оценки параметров сигналов. Установленное количество сигналов определяет размерность пространства, в котором представляется функция правдоподобия (функционал отношений правдоподобия). В результате алгоритм программы определяет количество решений, равное количеству сигналов. Например, в принятой реализации содержится два сигнала с неизвестными временами приёма. В этом случае, алгоритм программы определяет два решения: две оценки времён приёма, две независимые статистики, которые могут частично перекрываться по параметрам.

В литературе данная задача практически не исследуется. В настоящей работе предлагается следующая методика оценки количества сигналов в реализации. Она основана на зависимости минимума преобразованного функционала правдоподобия от соответствия правой и левой частей подынтегрального выражения

$$\Delta(\hat{\lambda}) = \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \sum_{n=1}^N \hat{U}_n(\hat{\lambda}) f_n(\hat{\lambda}) \right|^2 dt \quad (1.3.12).$$

Математическое ожидание от функционала правдоподобия определяет дисперсию шума σ^2 .

$$M \left(\int_0^T \left| \hat{y}(t) - \sum_{n=1}^N \hat{U}_n(\hat{\lambda}) \hat{f}_n(\hat{\lambda}, t) \right|^2 dt \right) = \sigma^2 T. \quad (3.4.1)$$

Эта оценка является случайной. Она меняется от реализации к реализации и имеет определенную плотность распределения. Если правая и левая части подынтегрального выражения функционала правдоподобия тождественны по своим параметрам, то распределение σ имеет минимальное среднее значение. Определим его как Δ_{min} . Если количество сигналов в принятом сообщении не соответствует количеству сигналов в копии, то Δ_{min} смещается в сторону увеличения. Следовательно, имеется две гипотезы. Первая определяет событие, когда количество сигналов в принятой реализации N_c меньше или равно количеству сигналов в копии N_k ($N_c \leq N_k$). Вторая гипотеза определяет событие, когда в принятой реализации содержится большее количество сигналов, чем в копии ($N_c > N_k$). Математическое ожидание функционала правдоподобия для первой гипотезы ($N_c \leq N_k$) можно записать в виде

$$M(\Delta(\omega_1 = \omega_1, \omega_2 = \omega_2)) = \int_0^T M \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_1 e^{i\omega_1 t} - \hat{U}_2 e^{i\omega_2 t} \right|^2 dt = \int_0^T M \left| \hat{U}_ш(t) - \hat{U}_2 e^{i\omega_2 t} \right|^2 dt = \sigma^2 T + \hat{U}_2 \int_0^T dt = \sigma^2 T + \dot{E}_2, \quad (3.4.2)$$

где \dot{E}_2 – энергия второго сигнала. Согласно (3.4.2), к значению минимума функционала правдоподобия добавляется энергия копии сигнала с амплитудой на уровне шумового максимума. Это приводит к небольшому увеличению СКО минимума функционала правдоподобия Δ_{min} (СКО $\Delta_{min} = \sqrt{\sigma^2 T + \dot{E}_2}$). На

рисунке 3.4.1 показана гистограмма среднеквадратичного отклонения Δ_{min} . В модели установлено СКО шума $\sigma = 0,556$.



Рисунок 3.4.1 – гистограмма СКО шума (σ) для случая: в принятой реализации содержится один сигнал, в копии содержится два сигнала. Среднее СКО шума 0,556

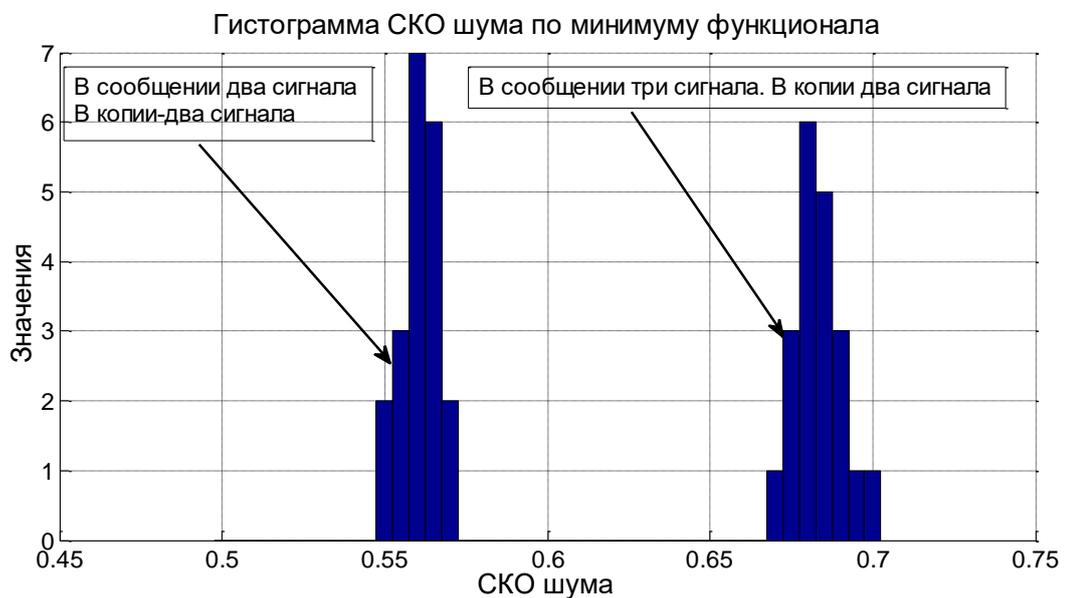


Рисунок 3.4.2 – две гистограммы СКО шума (σ). Первая гистограмма построена для случая: в принятой реализации два сигнала, в копии два сигнала. Вторая гистограмма построена для случая: в принятой реализации, три сигнала, в копии – два сигнала. Амплитуды сигналов: 2, 1,9, 2,1. Отношение сигнал/шум равно 5 дБ.

Частоты сигналов: 450, 452, 454 кГц

Для сравнения, на рисунке 3.4.2 (слева), показана гистограмма для случая, когда принятая реализация содержит два сигнала, и копия также содержит два сигнала. Средняя оценка СКО шума по модели равна 0,56. Рассмотрим вторую гипотезу ($N_c > N_k$): в принятом сообщении содержится большее количество сигналов, чем в копии. В данном случае в принятой реализации содержится три сигнала, а в копии – два сигнала. Математическое ожидание от функционала правдоподобия равно

$$M(\Delta(\hat{\omega}_1, \hat{\omega}_2)) = \int_0^T M \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_1 e^{i\hat{\omega}_1 t} - \hat{U}_2 e^{i\hat{\omega}_2 t} \right|^2 dt = \int_0^T M \left| \hat{U}_1 e^{-i\hat{\omega}_1 t} + \hat{U}_2 e^{-i\hat{\omega}_2 t} + \hat{U}_3 e^{-i\hat{\omega}_3 t} - \hat{U}_1 e^{i\hat{\omega}_1 t} - \hat{U}_2 e^{i\hat{\omega}_2 t} \right|^2 dt + \sigma^2 T. \quad (3.4.3)$$

Следовательно, к значению $\sigma^2 T$ добавляется энергия разности сигналов в принятой реализации и в копии сигналов. Она может быть различной в зависимости от амплитуд сигналов, частот и разности фаз. Например, в точке $\hat{\omega}_1 = \omega_1, \hat{\omega}_2 = \omega_2$ выражение (2.3.2) будет иметь вид

$$M(\Delta(\hat{\omega}_1 = \omega_1, \hat{\omega}_2 = \omega_2)) = \int_0^T M \left| \hat{U}_3 e^{-i\omega_3 t} \right|^2 dt = \sigma^2 T + E_3. \quad (3.4.4)$$

На рисунке 3.4.2 показана правая гистограмма для случая: три сигнала в принятой реализации, два сигнала в копии. Из рисунка следует значительное смещение гистограммы по отношению к гистограмме слева за счет энергии третьего сигнала, содержащегося в принятом сообщении. Смещение второй гистограммы (справа) относительно первой гистограммы (слева) обусловлено различием количества сигналов в принятой реализации и в копии. В принятой реализации сигналов больше, чем в копии. Величина смещения зависит от амплитуды дополнительного третьего сигнала в принятой реализации, и от его частоты. Так, на рисунке 3.4.3 показаны аналогичные гистограммы, но амплитуда третьего сигнала в принятой реализации уменьшилась от значения $U_3 = 2.1$ до $U_3 = 1.2$. Вторая гистограмма значительно приблизилась к первой гистограмме. Учитывая эту закономерность, можно сказать, что при малых значениях амплитуды третьего сигнала, следует оценивать количество сигналов в принятой реализации статистически.

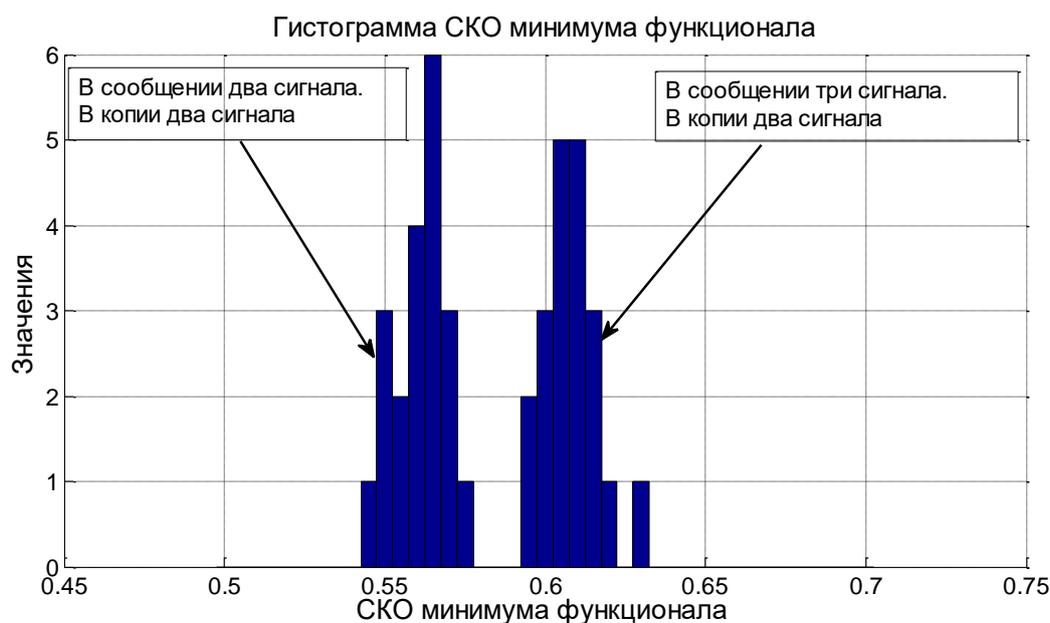


Рисунок 3.4.3 – две гистограммы СКО шума (σ). Первая гистограмма построена для случая: в принятой реализации два сигнала, в копии два сигнала. Вторая гистограмма построена для случая: в принятой реализации три сигнала, в копии - два сигнала. Амплитуды сигналов: 2, 1,9, 1,2 В. Частоты сигналов: 450, 452, 454 кГц. Значение СКО шума равно 0.56

Вероятности превышения количества сигналов, содержащихся в принятой реализации, по отношению к количеству сигналов в копии, определяются по установленному пороговому уровню (критерий идеального наблюдателя). На практике, устанавливая пороговое значение, например, $h = 0,58$, можно при обработке принятой реализации принять решение о несоответствии количества сигналов в принятой реализации количеству сигналов в копии, если $\Delta_{min} > h$. Обработка этого же сообщения с увеличенным количеством сигналов в копии, в конечном счете, приведет к неравенству $\Delta_{min} \leq h$. Следовательно, оцененное количество сигналов в принятой реализации, будет таким же, как в копии сигнала.

Таким образом, задача обнаружения сигналов, и задача разрешения сигналов с неизвестными параметрами и неизвестным количеством сигналов, содержащихся в принятой реализации, могут быть успешно решены.

Проведем сопоставительный анализ двух статистик. Первая получена при обработке принятой реализации корреляционным методом. Вторая статистика получена методом максимального правдоподобия на основе преобразованного функционала правдоподобия. Принятая реализация содержит два сигнала с различными временами приёма. Время приёма первого сигнала $t_1 = 1.291$ мс, время приёма второго сигнала последовательно менялось в широких пределах, захватывая как область ортогональности сигналов, так и область их неортогональности. Оценки амплитуд и времён приёма проводились на основе корреляционного анализа, и на основе преобразованного функционала правдоподобия. Результаты модельных расчетов показаны на следующих рисунках. На рисунке 3.4.4 показаны оценки амплитуд (сверху), и оценки времени приёма (внизу) двух ультразвуковых сигналов, полученные методом корреляционного анализа. Модельные значения амплитуд 1 и 0.9, значение времени приёма первого сигнала 1.291 мс.

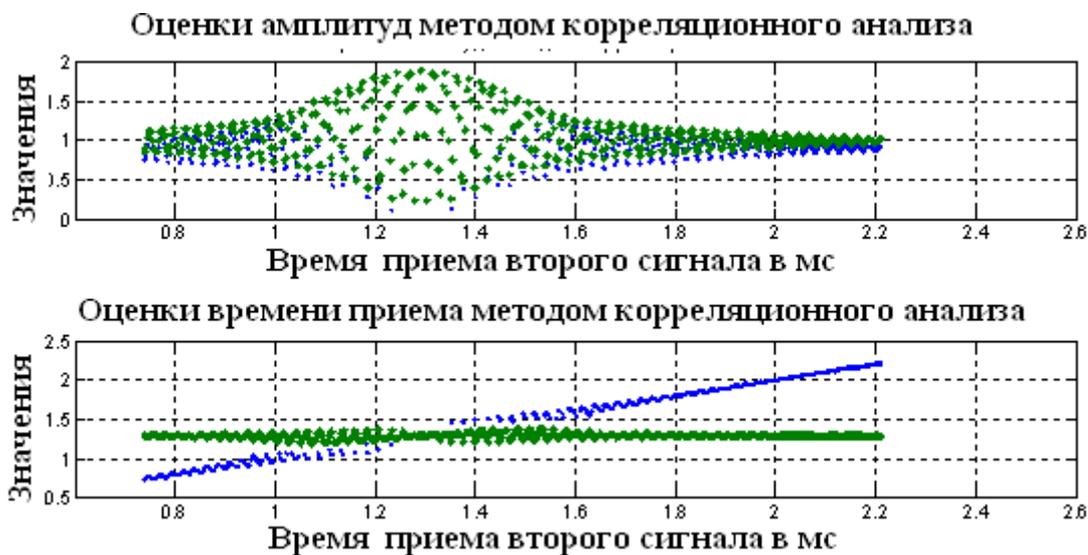


Рисунок 3.4.4 – Оценки амплитуд и времени приёма двух ультразвуковых сигналов, полученные корреляционным методом. Отношение сигнал/шум 15 дБ

Из рисунка следует, что в диапазоне времени приёма второго сигнала от 0.85 мс до 1.6 мс (ширина диапазона 0.75 мс), оценки искажены интерференционными явлениями. Они имеют существенные погрешности. На рисунке 3.4.5 показаны

оценки амплитуд и времени приёма двух ультразвуковых сигнала методом максимального правдоподобия на основе преобразованного функционала правдоподобия.

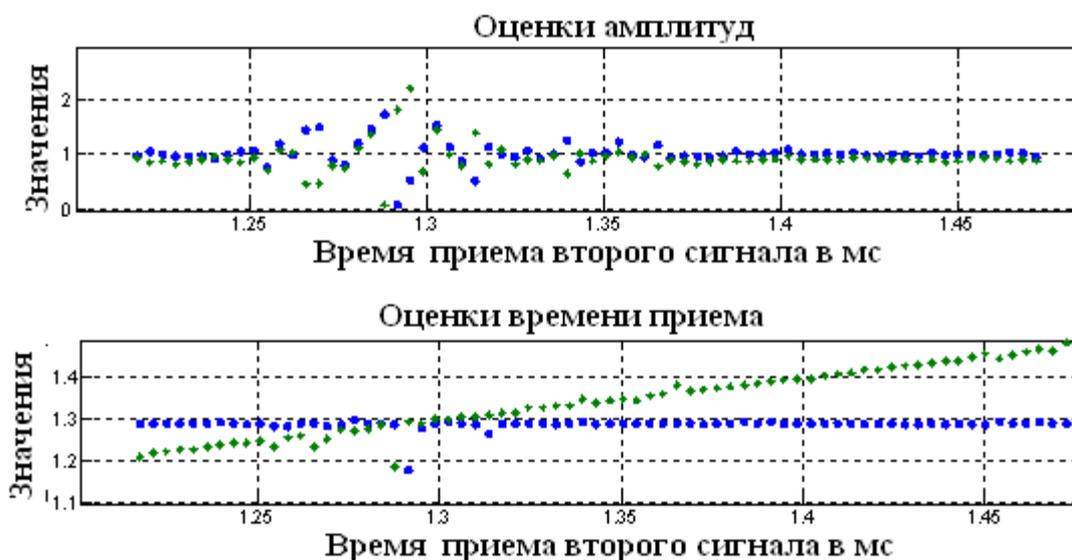


Рисунок 3.4.5 – Оценки амплитуд и времени приёма, полученные методом максимального правдоподобия с высоким разрешением. Интервал дискретизации 3.69 мкс

Из рисунка следует, что лишь в диапазоне времени приёма второго сигнала от 1.280 мс до 1.290 мс (ширина диапазона 0.01 мс) погрешности становятся существенными. Сравнивая ширину диапазонов на рисунке 3.4.4 и на рисунке 3.4.5, можно сделать заключение об увеличении разрешения в методе максимального правдоподобия в 75 раз по сравнению с корреляционным методом обработки при заданных значениях параметров сигналов.

Таким образом, модельный эксперимент подтверждает существенное увеличение разрешения по времени приёма двух ультразвуковых сигналов, полученных методом максимального правдоподобия, по сравнению с методом корреляционного анализа. Это позволяет с новых позиций решать задачу многолучевости при дефектоскопии. Такое решение позволит, например, значительно увеличить скорость передачи данных в системах подводной связи.

Представим рабочие диапазоны параметров двух ультразвуковых сигналов в зависимости от отношения сигнал/шум и в зависимости от разности времён приёма сигналов. В модельных расчетах времена приёма сигналов 300 мкс и 310 мкс. Амплитуды сигналов равны 1 и 0.9. Согласно критерию Рэлея, разрешение сигналов возможно при разности времён приёма, равной длительности радиоимпульса, которая составляет 300 мкс. Задачей является отдельная оценка параметров сигнала: амплитуд и времён приёма. Рассмотрим вначале рабочий диапазон оценок амплитуд и времён приёма. Для этого представим оценки амплитуд и времён приёма в зависимости от отношения сигнал/шум.

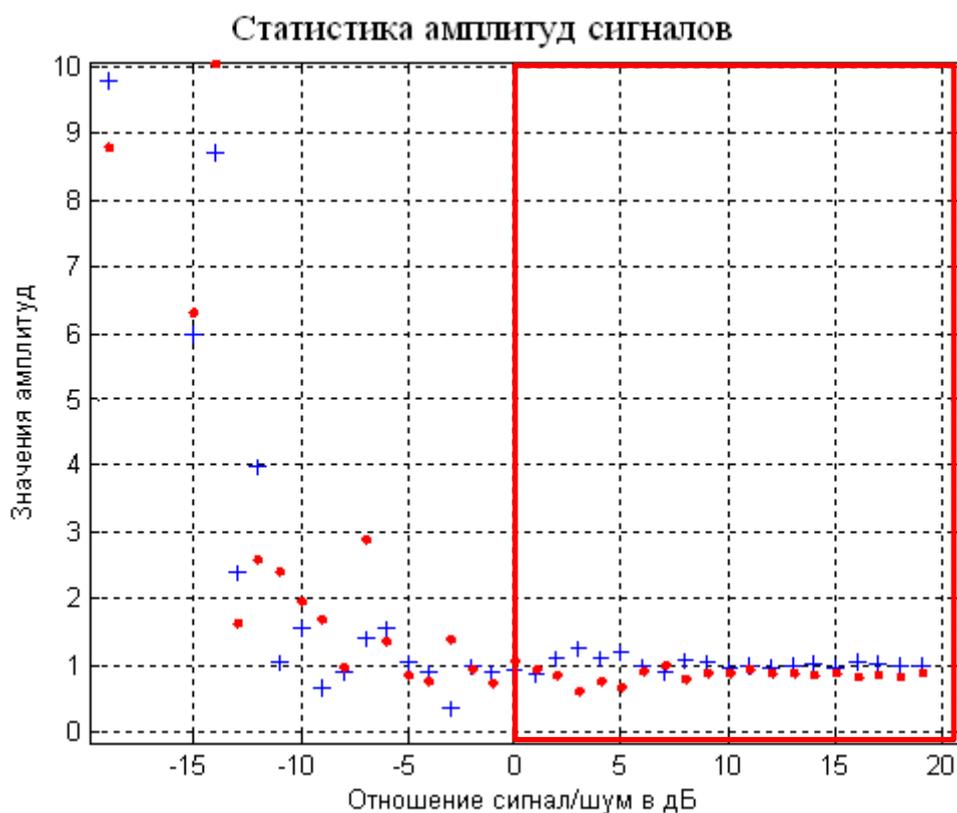


Рисунок 3.4.6 – Раздельная статистика оценок амплитуд двух сигналов

На рисунке 3.4.6. представлена раздельная статистика амплитуд двух радиоимпульсов в зависимости от отношения сигнал/шум. Из рисунка ясно, что при больших значениях отношения сигнал/шум можно получить несмещенные оценки амплитуд, практически совпадающие с модельными значениями. Если ограничить точность оценок, например, 20%, тогда рабочим диапазоном оценок

амплитуд будут значения отношения сигнал/шум от 0 дБ и выше (выделено прямоугольником). Этот рабочий диапазон установлен относительно уровня шума на входе блока обработки. На выходе блока обработки отношение сигнал шум увеличится в корень из некоррелированных отсчетов шума \sqrt{N} раз. Это составит 25 дБ. Следовательно, на выходе блока обработки отношение сигнал/шум будет от 25 дБ и выше. Оно обеспечивает 20% точность оценок амплитуд. На рисунке 3.4.7 представлены отдельные статистики оценок времён приёма двух сигналов. При больших временах приёма они практически совпадают с модельными значениями. Это указывает на несмещенность решения.

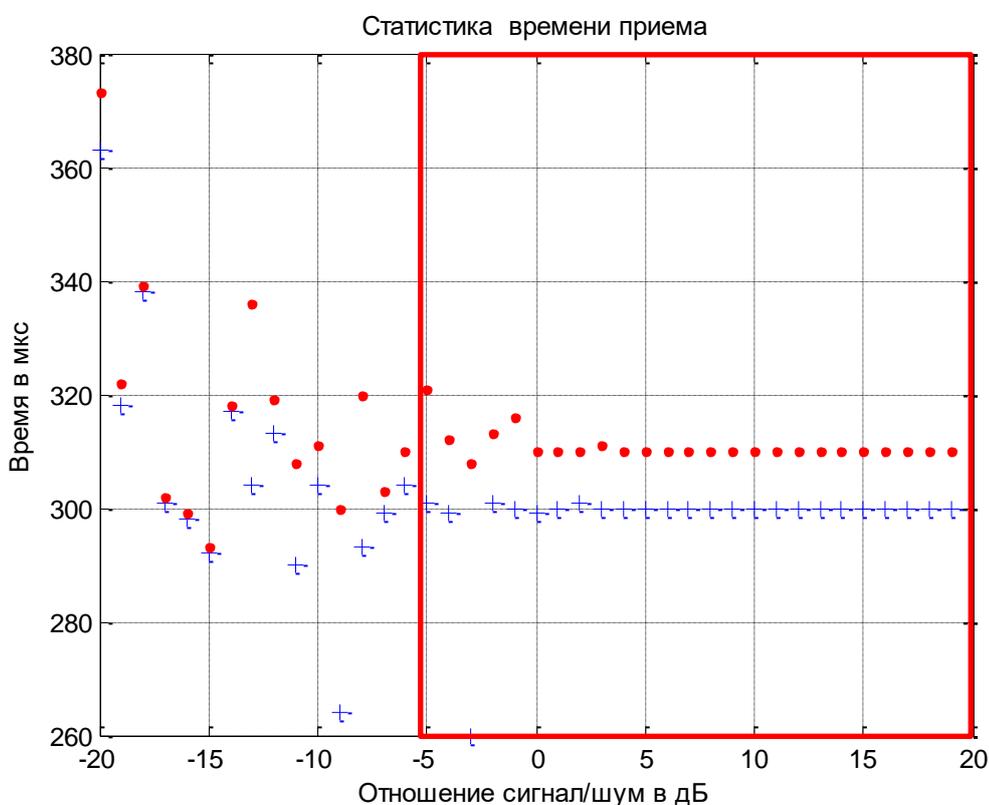


Рисунок 3.4.7 – Раздельная статистика оценок времён приёма двух сигналов

Ограничивая точность оценок времён приёма значением 10%, можно установить рабочий диапазон измерений времён приёма от -5 дБ и выше. Рэлеевское разрешение в данном случае определяется длительностью радиоимпульса 300 мкс. Модельное разрешение определяется разностью оценок времён приёма 10 мкс. Следовательно, метод максимального правдоподобия на основе

преобразованного функционала правдоподобия позволяет увеличить разрешение ультразвуковых сигналов по времени приёма в 30 раз в диапазоне изменений отношений сигнал/шум от -5 дБ и выше при заданных параметрах сигнала. Точность оценок времён приёма при этом не ниже 10%.

На следующих рисунках представлены оценки амплитуд, и оценки времён приёма двух сигналов в зависимости от разности времён приёма. В этом модельном эксперименте время приёма второго радиоимпульса изменялось линейно от 250 мкс до 450 мкс. Было проведено несколько модельных расчётов с различным отношением сигнал/шум. Это позволяет оценить влияние отношения сигнал/шум на точность оценивания параметров. На рисунке 3.4.8 представлены оценки параметров двух сигналов при отношении сигнал/шум 5 дБ.

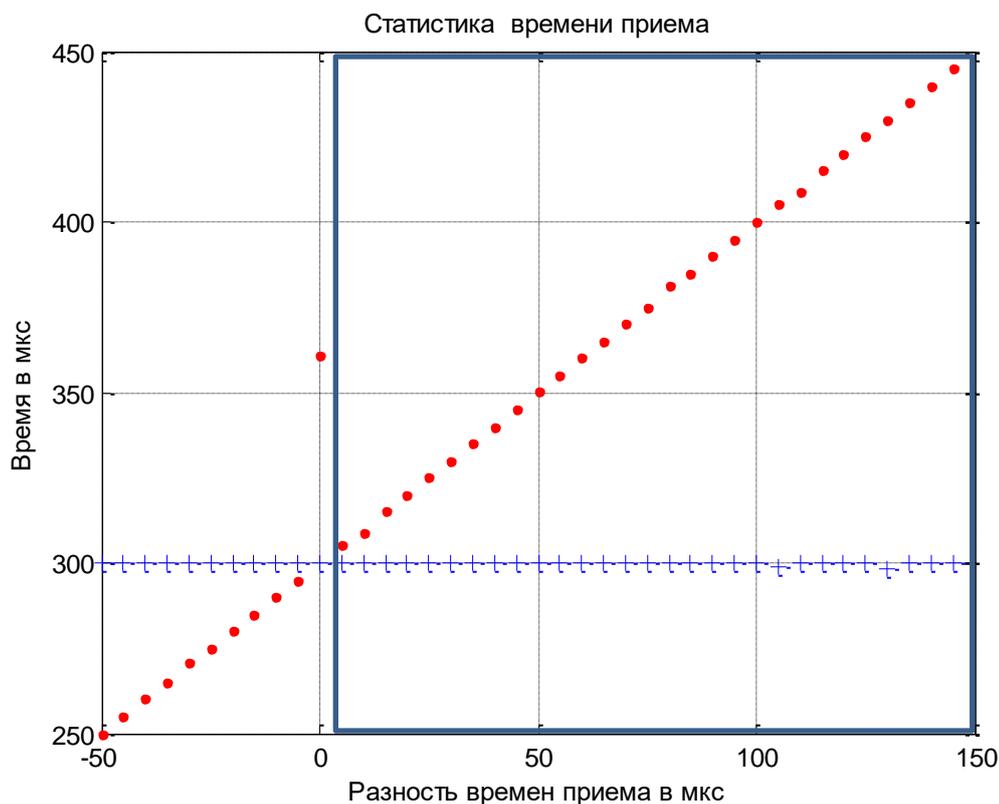


Рисунок 3.4.8 – Статистика оценок времён приёма в зависимости от разности времён приёма сигналов. Отношение сигнал/шум 5 дБ

Из рисунка 3.4.8 ясно, что лишь в одной точке оценки времён приёма сигналов сильно отличаются от модельно заданных значений. Интервал между точками

составляет 5 мкс. Следовательно, рабочей областью разрешения сигналов является область разности времён приёма от значения 5 мкс и выше. На следующих рисунках 3.4.9 и 3.4.10 представлены статистики амплитуд и времён приёма двух сигналов в зависимости от разности времён приёма при отношении сигнал/шум -10 дБ.

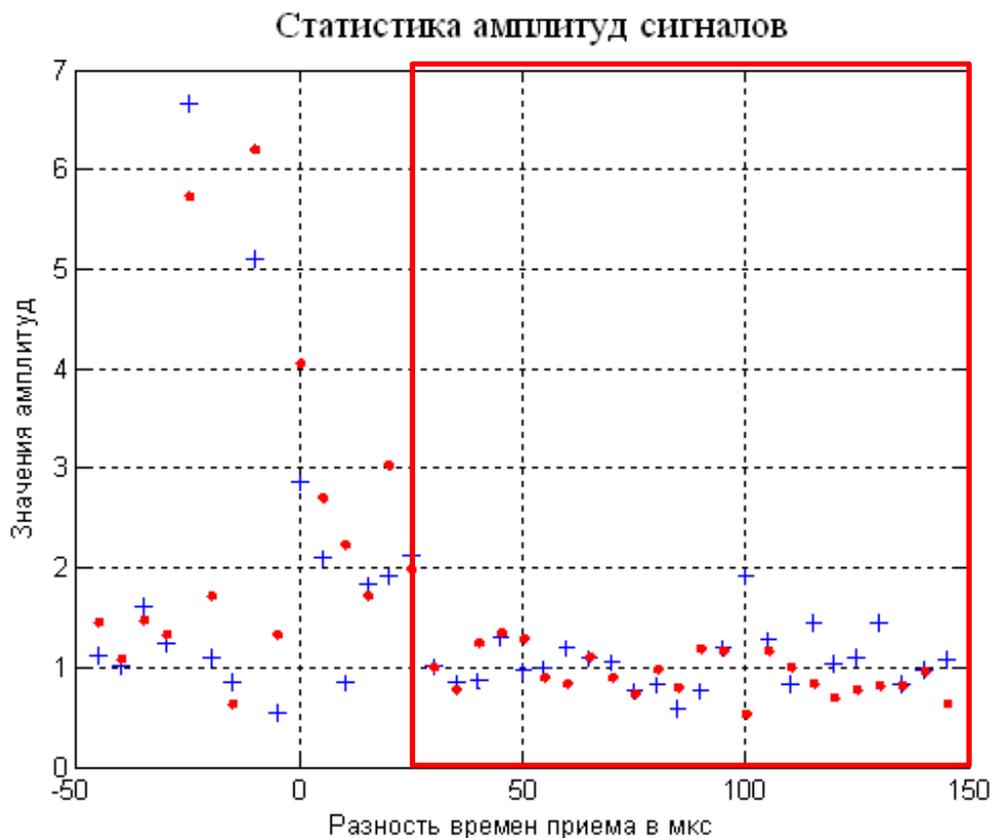


Рисунок 3.4.9 – Раздельная статистика амплитуд двух сигналов при отношении сигнал/шум -10 дБ. Рамкой показана рабочая область оценок, в которой погрешность амплитуд не превышает 20%

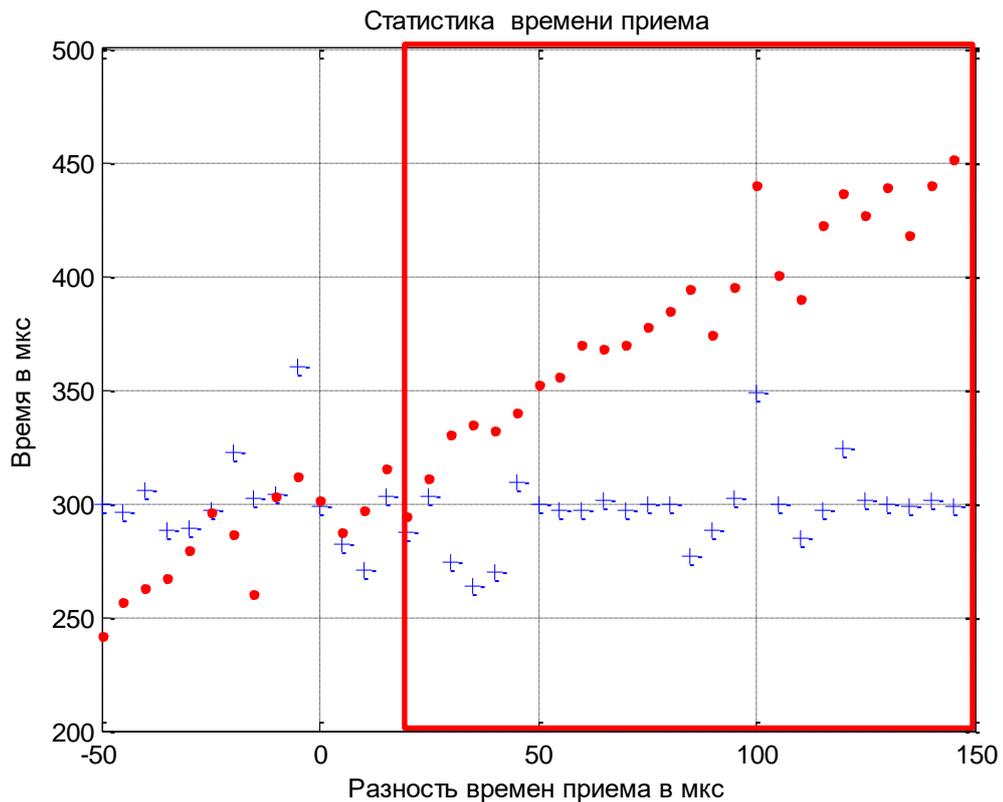


Рисунок 3.4.10 – Раздельная статистика времён приёма двух сигналов при отношении сигнал/шум -10 дБ. Рабочая область, отмечена рамкой. В ней погрешность оценок времён приёма сигналов не превышает 10%

Модельные расчеты показали следующее. Метод максимального правдоподобия, на основе преобразованного функционала правдоподобия (с подстановкой К. Хелстрема), обеспечивает возможность раздельной оценки параметров двух сигналов. Рабочая область оценок амплитуд определена отношением сигнал/шум, изменяющимся от 0 дБ и выше. В рабочей области отклонение оценок амплитуд от истинных значений не превышает 20%. Рабочая область оценок амплитуд сигналов определена изменением разности времён приёма от 20 мкс и выше. Рабочая область оценок времён приёма определена отношением сигнал/шум, изменяющимся от -5 дБ и выше. В рабочей области точность оценок времён приёма не превышает 10%. Рабочая область оценок времён приёма сигналов определена изменением разности времён приёма от 5 мкс и выше.

§ 3.5. Максимизация функции правдоподобия эволюционными алгоритмами

Функция правдоподобия, функционал правдоподобия, и функционал отношения правдоподобия являются основой обработки в области неортогональности сигналов. Все они имеют вид поверхности в многомерном пространстве оценочных параметров сигналов. Минимизация функции риска в методе максимального правдоподобия реализуется за счет нахождения экстремума указанных функций. Экстремумы функций определяют оценки неэнергетических параметров сигналов. В настоящей работе для иллюстрации этапов технологии обработки используется метод перебора оцениваемых параметров сигналов с определенным шагом. Это достаточно трудоемкий метод. Он требует большого количества машинного времени. Приведем качественную оценку алгоритмической эффективности обработки. Задача максимизации функции правдоподобия в двумерном пространстве при работе средней по вычислительной мощности ЭВМ требует доли секунд машинного времени. Максимизация функции правдоподобия в трехмерном пространстве требует единицы минут машинного времени. Если пространство параметров четырехмерное, то для решения задачи максимизации функции правдоподобия требуется более часа машинного времени. Практическая обработка более трех сигналов, содержащихся в реализации, оказывается затруднительной. Применение различных методов типа градиентного спуска, позволяющих уменьшить требуемое машинное время, не может быть реализовано в задаче максимизации функции правдоподобия. Причиной является большое количество локальных максимумов, которые создаются при переборе оцениваемых амплитуд и фаз сигналов. В настоящей работе реализуется переход от функции правдоподобия (функционала правдоподобия) к преобразованному выражению (1.3.11) с исключенными комплексными амплитудами. Преобразованный функционал правдоподобия является поверхностью, зависящей лишь от неэнергетических параметров сигналов. Однако и в этом случае градиентные методы дают неустойчивое решение. Для существенного сокращения машинного времени, требуемого для расчетов, в настоящей работе предлагается

использование генетического алгоритма или более современных эволюционных алгоритмов. В настоящем параграфе рассматривается эффективность применения эволюционных методов для решения задачи максимизации функции правдоподобия (функционала правдоподобия, функционала отношений правдоподобия).

Пусть в принятой реализации содержится N -сигналов. Решается задача оценки частот и комплексных амплитуд этих сигналов. В этом случае функционал правдоподобия можно записать в следующем виде:

$$\Delta(\omega'_1 \dots \omega'_n, \hat{U}'_1 \dots \hat{U}'_n) = \int_T \left| \hat{y}(t) - \sum_{n=1}^N \hat{U}'_n e^{i\omega'_n t} \right|^2 dt, \quad (3.5.1)$$

где $\omega'_1 \dots \omega'_n$ - оцениваемые круговые частоты.

$\hat{U}'_1 \dots \hat{U}'_n$ - оцениваемые комплексные амплитуды.

$\hat{y}(t)$ - принятая реализация.

Максимум функции правдоподобия соответствует минимуму функционала правдоподобия (3.5.1). Дифференцируя функционал правдоподобия по амплитудам, и приравнявая дифференциалы нулю, можно получить уравнения правдоподобия и, как это показано в предыдущих параграфах, решить их относительно амплитуд. Подставляя эти амплитуды в функционал правдоподобия, и преобразуя его, получим

$$\Delta(\omega'_1, \omega'_2 \dots \omega'_n) = \int_T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_T \hat{y}^*(t) \sum_{n=1}^N \hat{U}'_n e^{i\omega'_n t} dt \quad (3.5.2)$$

Такое преобразование снижает размерность пространства, на котором определён функционал, уменьшая количество переменных. Преобразованный функционал правдоподобия является поверхностью в пространстве неэнергетических параметров сигналов. Минимум его поверхности является критерием отбора решений, и определяет параметры всей совокупности сигналов одновременно. Карта значений преобразованного функционала правдоподобия для случая двух сигналов в реализации, представлена на рисунке 3.5.1 справа. Поверхность

гладкая, и содержит два максимума: основной и зеркальный. Каждый из них определяет оценку частот, а решения уравнений правдоподобия в этой точке определяют комплексные амплитуды сигналов. Для сравнения, на рисунке 3.5.1 слева показана карта значений функционала правдоподобия для двух сигналов при фиксированных значениях оценочных амплитуд, соответствующих амплитудам принятых сигналов. Поверхность такого функционала имеет множество минимумов и максимумов, обусловленных интерференцией слагаемых, что сильно осложняет задачу его минимизации.

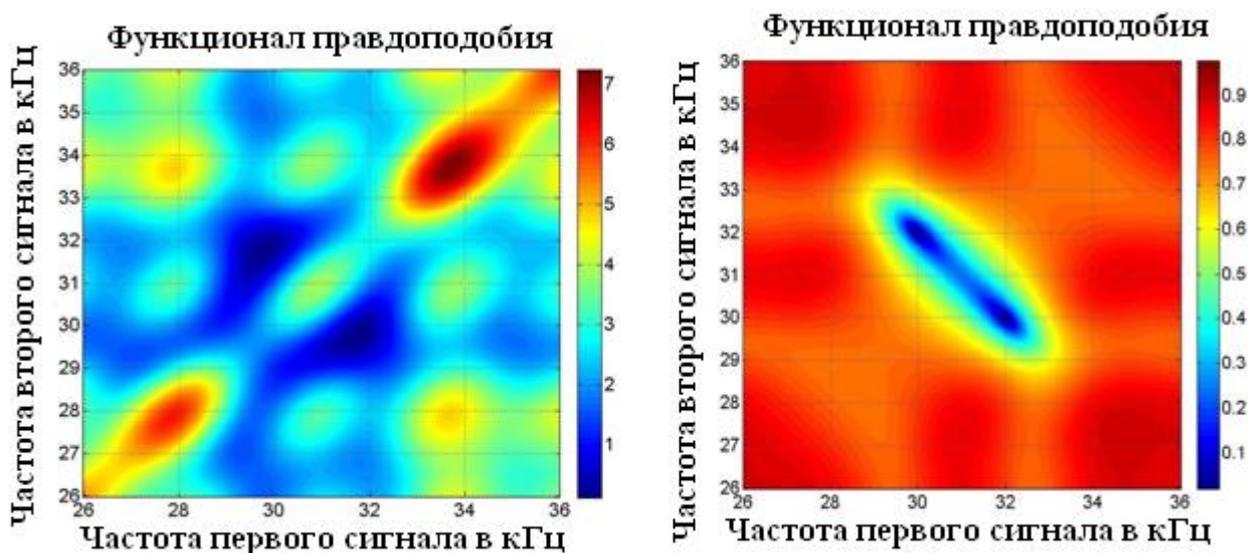


Рисунок 3.5.1 – Карты значений функционала правдоподобия при фиксированных амплитудах (слева) и преобразованного функционала правдоподобия (справа)

Несмотря на упрощение задачи, достигнутое путём преобразования функционала правдоподобия, нахождение минимума функционала правдоподобия продолжает оставаться сложной оптимизационной задачей. Если решать эту задачу методом полного перебора, то с ростом размерности пространства параметров вычислительная сложность возрастает в степенной зависимости. В практически значимых случаях требуется вычислить значение функционала около $4n^2 \cdot 10^3$ раз, где n – число оцениваемых параметров, что эквивалентно $4n^2 \cdot 10^6$ операций

умножения с накоплением. Выполнение этих расчётов за приемлемое время на современном компьютере (производительность процессора 300 GFlops) возможно только при $n < 4$. В настоящее время для решения задач оптимизации в пространствах большой размерности широко применяются эволюционные алгоритмы. Развитие этих алгоритмов в последние годы связано с широким распространением нейронных сетей и машинного обучения. Одним из распространённых эволюционных алгоритмов оптимизации является метод дифференциальной эволюции, разработанный Р. Сторном и К. Прайсом [116]. Применение алгоритма рассмотрено в публикациях [117, 118]. Особенностью данного алгоритма является малое количество настраиваемых параметров и возможность эффективного параллельного выполнения. Важным преимуществом алгоритма является возможность его параллельного выполнения на многопроцессорных системах. Блок-схема алгоритма показана на рисунке 3.5.2. Выполнение алгоритма дифференциальной эволюции можно разделить на следующие этапы:

1. **Инициализация параметров:** весового коэффициента F , параметра вероятности скрещивания CR , максимального числа популяций M .

Генерация начальной популяции: на этом этапе создаётся популяция, представляющая собой совокупность P векторов размерности N . Каждый элемент вектора является параметром минимизации. Начальные значения векторов задаются равномерно распределёнными случайными числами, принадлежащими пространству параметров сигнала, на котором будет осуществляться поиск.

2. **Мутация.**

Отличительной особенностью метода дифференциальной эволюции является особая схема генерации пробных векторов V' . Она заключается в добавлении взвешенной разности двух векторов, взятых из исходной популяции, к третьему вектору. Это позволяет неявно использовать градиент целевой функции. Векторы $\bar{V}_{r_1}, \bar{V}_{r_2}, \bar{V}_{r_3}$ выбираются для каждого исходного V_i случайным образом, и не должны совпадать с ним. Также недопустим выбор одинаковых векторов.

На основе этих векторов рассчитывается пробный вектор $\bar{V}' = \bar{V}_1 + F(\bar{V}_2 - \bar{V}_3)$. Векторы показаны на поясняющем рисунке 3.5.3.

3. **Кроссовер:** заключается в замене элементов вектора \bar{V}' элементами исходного вектора \bar{V}_i . Для каждого элемента вероятность замены определяется параметром CR .

4. **Вычисление значения целевой функции,** соответствующее полученному вектору.

5. **Сравнение полученного значения** со значением, соответствующим исходному вектору. Если вектор \bar{V}' приводит к уменьшению значения целевой функции, то он заменяет собой исходный: $\bar{V}_i = \bar{V}'$.

6. **Сортировка популяции по значению целевой функции.** Позволяет выбрать наиболее пригодных индивидов.

7. **Проверка условия останова.** На практике, помимо ограничения числа итерации, могут быть заданы различные условия, например, максимальная разность значений целевой функции, соответствующих элементам популяции, или максимальное число итераций, не приведшее к уменьшению целевой функции.

8. **Миграция.** Для повышения быстродействия при параллельном выполнении алгоритма может быть применена островная схема. Согласно этой схеме популяция делится на несколько массивов («островов»), каждый из которых соответствует потоку. Для каждого потока алгоритм выполняется независимо. Периодически (на каждой итерации, или с определённым шагом) производится миграция - замена наименее пригодных индивидов, содержащихся в одном массиве, заданным числом наиболее пригодных индивидов из другого массива согласно схеме, показанной на слайде. При этом происходит передача лишь небольшого количества векторов между потоками. Схема миграции показана на рисунке 3.5.4.

9. **Проверка условия останова.** Если условие останова не выполняется, происходит возвращение к этапу 3, и процесс повторяется циклически.

В качестве критерия останова может быть использовано сравнение значение среднего квадрата разности векторов, входящих в популяцию, с некоторым порогом, значение которого определяет точность полученного решения.

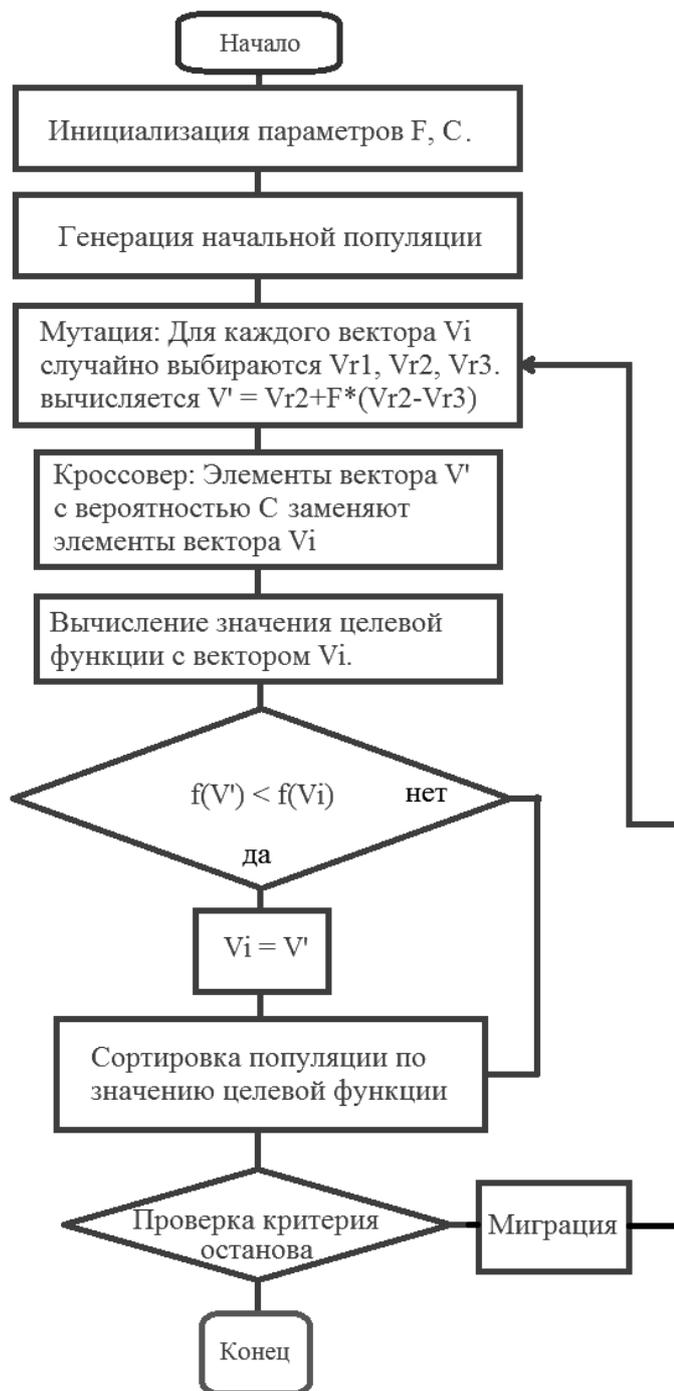


Рисунок 3.5.2 – метод дифференциальной эволюции

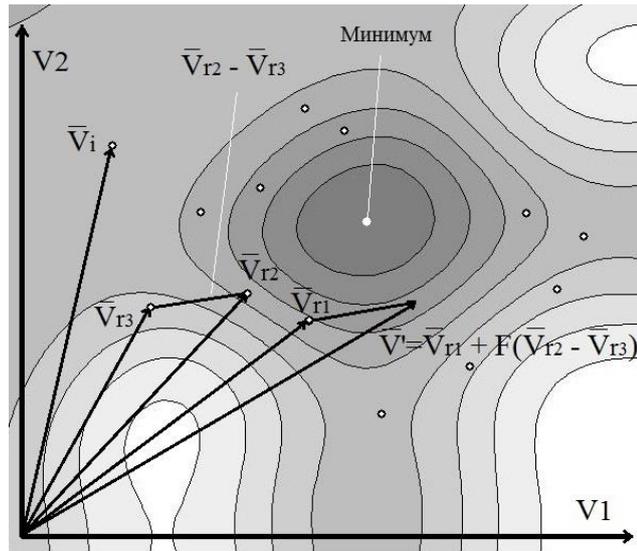


Рисунок 3.5.3 – схема генерации пробного вектора

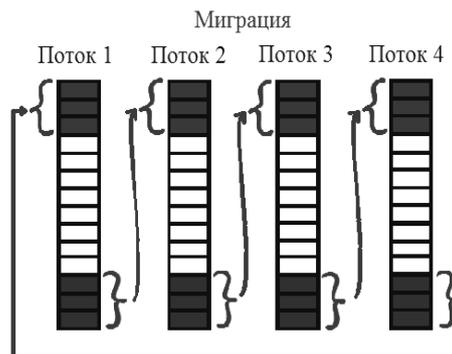


Рисунок 3.5.4 – схема миграции при параллельном выполнении алгоритма

Алгоритм обладает рядом достоинств. В частности, можно отметить быструю сходимость, возможность выхода из локальных экстремумов, малое количество настраиваемых параметров, отсутствие необходимости вычисления производных целевой функции. Метод дифференциальной эволюции был реализован на языке C++. Для параллельного выполнения алгоритма использовалась библиотека Open MP. В ходе модельных исследований проведена минимизация функционала правдоподобия, зависящего от оценочных значений частот сигналов, содержащихся в принятом сообщении. Длительность сигнала составляет 400 мкс,

интервал дискретизации сигнала – 2 мкс, отношение сигнал/шум 20 дБ, границы интервала оптимизации - 20 кГц, 50 кГц, размер популяции - $N*10$, где N – число оценочных значений частоты в функционале правдоподобия. Рисунок 3.5.5 показывает значения наилучших оценок, полученных на основе генетического алгоритма и метода дифференциальной эволюции в зависимости от количества расчётных точек функционала правдоподобия. Эксперимент проведен для двух сигналов с соответствующими частотными составляющими - $f_1 = 30$ кГц, $f_2 = 32$ кГц.

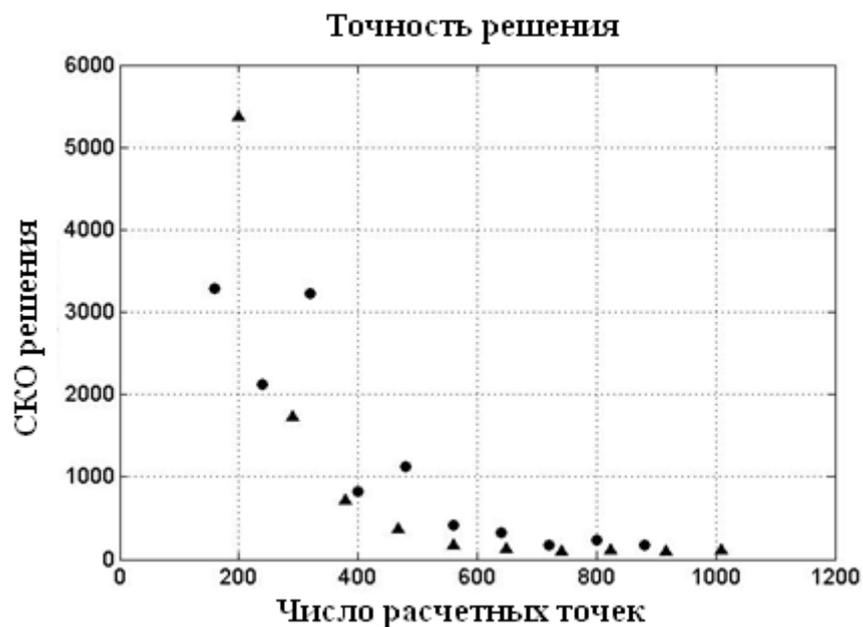


Рисунок 3.5. 5 – сопоставление наилучших оценок генетического алгоритма (Matlab GA) (кружки) и метода дифференциальной эволюции (DE) (треугольники)

Из рисунка следует, что для решения задачи оценки частот двух составляющих с удовлетворительной точностью достаточно 1000 точек расчета. Основным является вопрос о быстродействии алгоритма поиска экстремума поверхности функционала правдоподобия при достаточном количестве сигналов в реализации. Результаты модельного исследования возможностей алгоритма оптимизации следующие. В ходе работы алгоритм дифференциальной эволюции был реализован на языке с++, и в пакете «Matlab». Проведено сопоставление

быстродействия предлагаемого алгоритма дифференциальной эволюции, и генетического алгоритма GN ISRES, реализованного в библиотеке NLOPT, а также алгоритма GA, входящего в состав пакета «Matlab». Принятая реализация содержит сумму сигналов с различными частотами. Число отсчётов в принятом сообщении – 200. Отношение сигнал/шум составляет 20 дБ. На рисунке 3.5.6 показаны сравнительные оценки времени выполнения алгоритма дифференциальной эволюции, и эволюционного алгоритма ISRES, реализованного в библиотеке NLOpt от количества сигналов в реализации. Отмечается, что преимущество во времени выполнения составляет около 20% при использовании версии алгоритма, созданной с применением C++. Согласно данному рисунку при количестве сигналов в реализации, равном 7, время нахождения экстремума функционала правдоподобия составляет ≈ 14 секунд. Это вполне удовлетворительное время для практического использования разрабатываемой технологии.

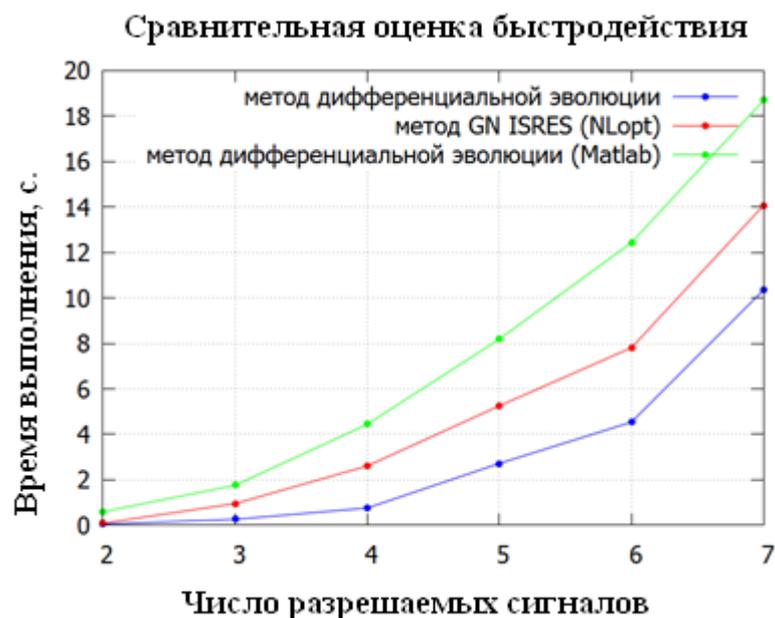


Рисунок 3.5.6 – Сравнительная оценка быстродействия алгоритмов

На рисунке 3.5.6 показаны сравнительные оценки эффективности алгоритма дифференциальной эволюции и генетического алгоритма, входящего в состав

среды Matlab (Matlab GA). Отмечается, что алгоритм дифференциальной эволюции обеспечивает лучшую сходимость.

Сравним результат оценок частот сигналов методом дифференциальной эволюции и методом спектрального анализа. Пусть принятая реализация содержит 5 сигналов с частотами: $f_1 = 30$ кГц, $f_2 = 32$ кГц, $f_3 = 34$ кГц, $f_4 = 36$ кГц, и $f_5 = 38$ кГц. На рисунке 3.5.7 показан совместный спектр пяти сигналов и, для сравнения, плотности распределения оценочных значений частот, полученных в модельном исследовании. Как видно из рисунка, метод дифференциальной эволюции существенно эффективней решает задачу разрешения и оценок частот сигналов.

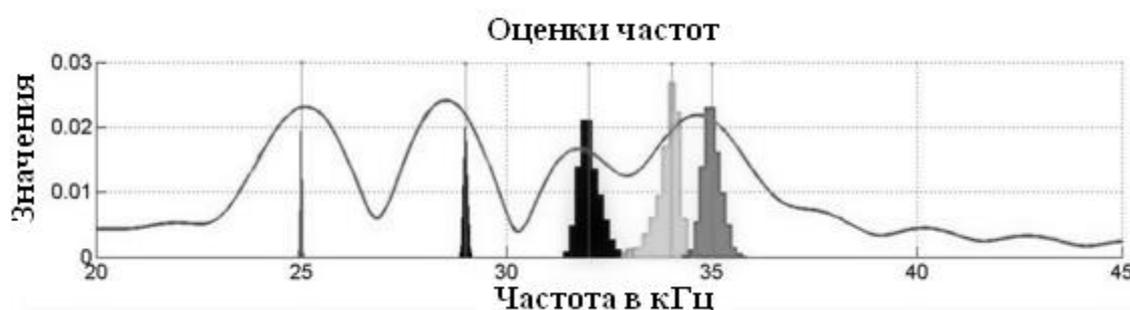


Рисунок 3.5.7 – Оценочные значения частот.

Процедура распараллеливания, которую можно использовать в разрабатываемой технологии, позволяет дополнительно увеличить быстродействие алгоритма. Зависимость времени выполнения алгоритма от числа потоков показана на рисунке 3.5. 8. В модельном исследовании использовалась принятая реализация, содержащая 5 сигналов с различными частотами. При использовании 5 потоков, быстродействие алгоритма дополнительно увеличивается в 5 раз. Общее время оценки частот по экстремуму функционала правдоподобия не превышает значения 2 с. Это вполне удовлетворительный результат.

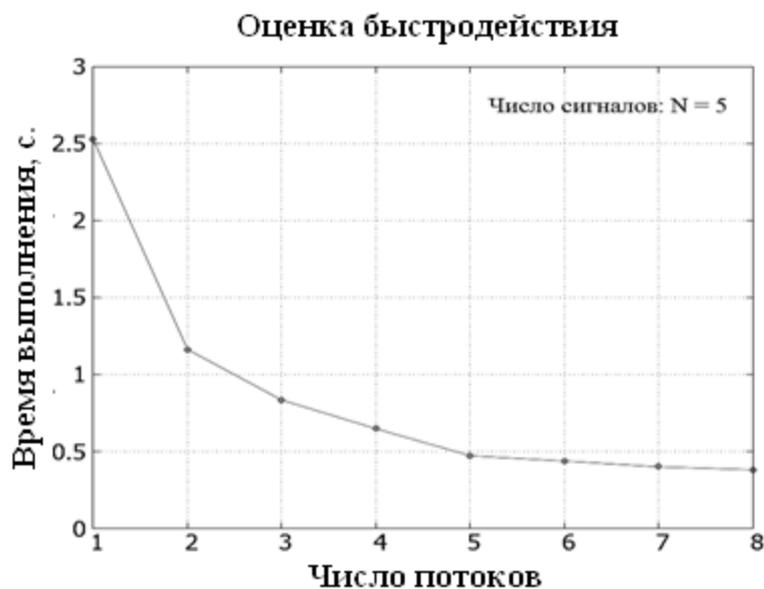


Рисунок 3.5.8 – Оценка быстродействия параллельного алгоритма дифференциальной эволюции.

Дальнейшее повышение быстродействия возможно путём реализации алгоритма на многопроцессорных архитектурах с применением MPI, графических и сигнальных процессорах.

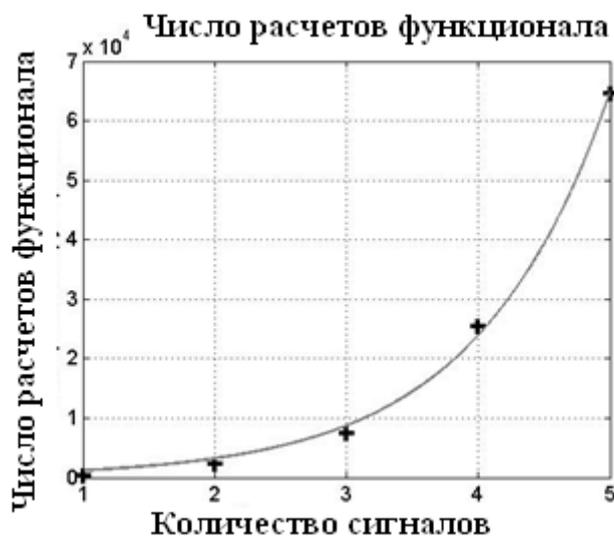


Рисунок 3.5.9 – зависимость числа расчётных точек функционала от количества разрешаемых сигналов.

Рисунок показывает, что число расчётов функционала экспоненциально растёт с увеличением числа сигналов. Зависимость, представленная на рисунке, аппроксимирована функцией $y = 437.5 * \exp(x)$. Этот результат подтверждается рисунком 3.5.10, на котором приведены оценки времени работы алгоритма при решении задачи минимизации функционала правдоподобия в модельных исследованиях для различного числа потоков.

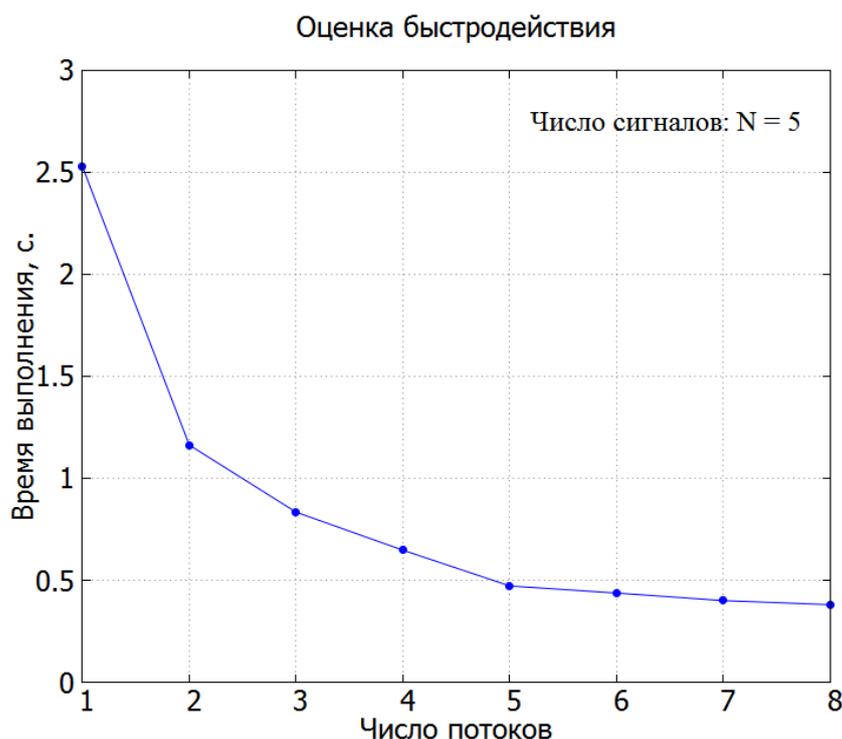


Рисунок 3.5. 10 – Оценка времени работы алгоритма в зависимости от числа потоков

Одним из важных вопросов является сопоставление точности оценок частот, получаемых методом дифференциальной эволюции и методом перебора. При равенстве сеток частот для первого и второго алгоритмов (шаг перебора 100 Гц) сравним статистики оценок частот. Результат сравнения показан на следующих рисунках.

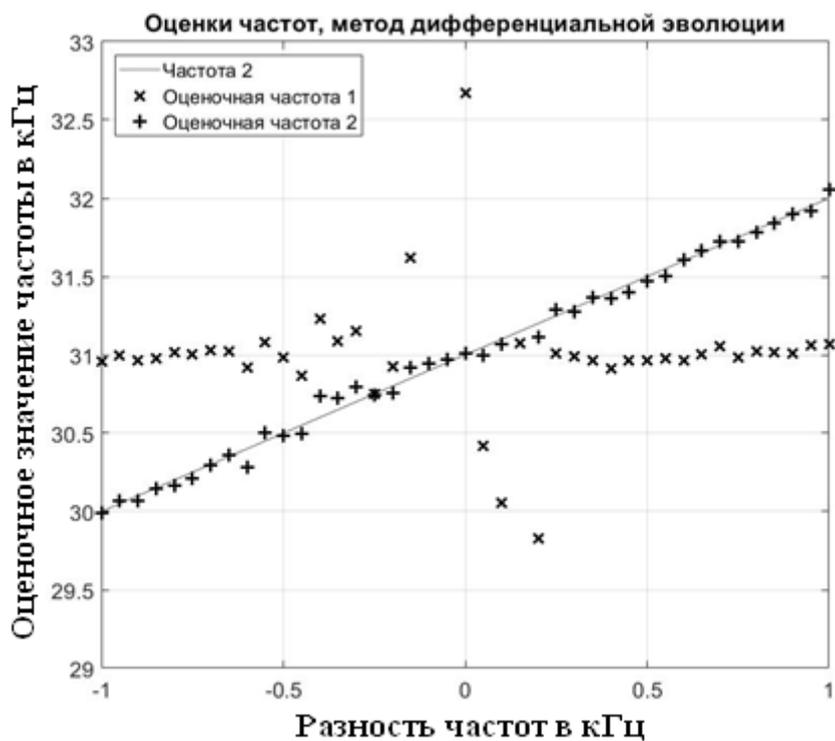


Рисунок 3.5.11(а) – Сопоставление оценочных значений частот, полученных методом дифференциальной эволюции

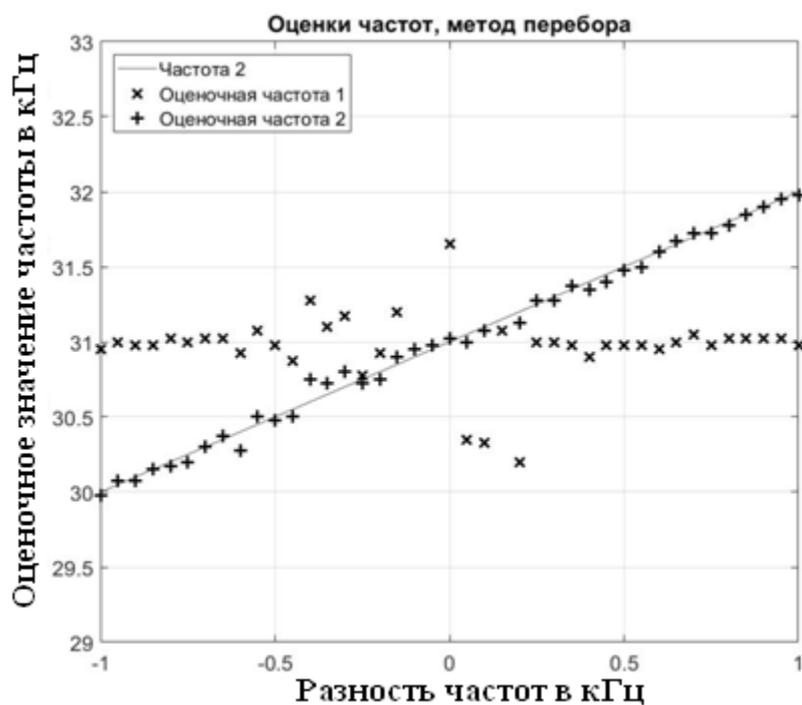


Рисунок 3.5.11(б) – Сопоставление оценочных значений частот, полученных методом перебора

Сравнение рисунков 3.5.11(а) и 3.5.11(б) показывает их полную идентичность. Аналогичные зависимости статистик от отношения сигнал/шум показаны на рисунках 3.5.12(а) и 3.5.12(б).

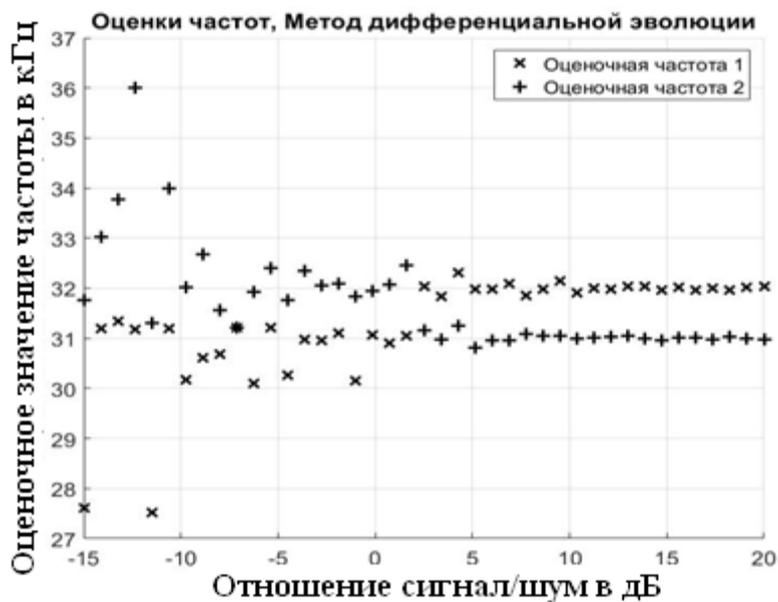


Рисунок 3.5.12(а) – Зависимость оценочных значений частот от отношения сигнал/шум, полученная методом дифференциальной эволюции

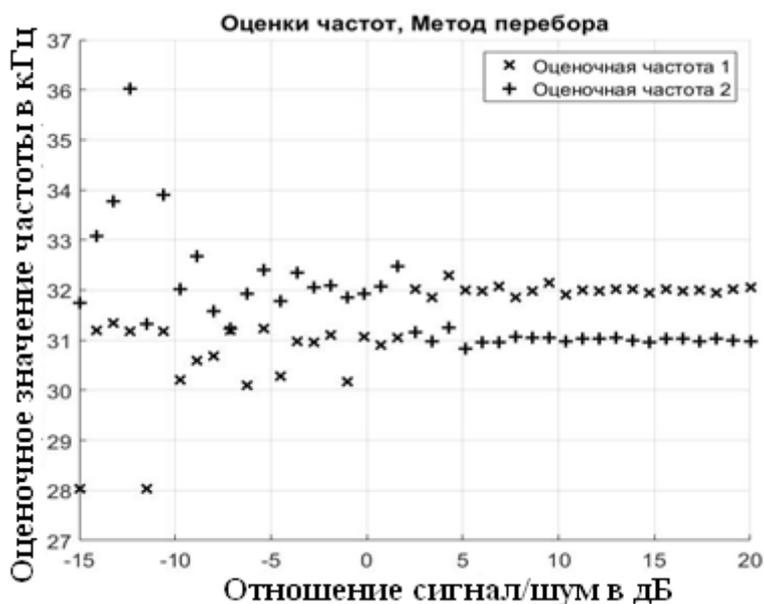


Рисунок 3.5.12(б) – Зависимость оценочных значений частот от отношения сигнал/шум, полученная методом перебора

Таким образом, метод дифференциальной эволюции и метод перебора параметров по точности практически одинаковы. Метод дифференциальной эволюции позволяет существенно сократить время работы алгоритма и довести его быстродействие до требований практического использования.

Низкие требования к скорости передачи данных между потоками позволяет эффективно выполнять данный алгоритм на кластерах и других системах с распределённой памятью, а также на GPU. Алгоритм позволяет существенно сократить время, затрачиваемое на решение задачи минимизации функционала правдоподобия по сравнению с методом полного перебора, а также даёт существенное улучшение сходимости по сравнению с генетическими алгоритмами.

§ 3.6. Метод обработки кодовых последовательностей в области ультраакустики

В ультразвуковой акустике кодовые последовательности в виде сигналов на основе кодов Баркера или на основе М-последовательностей практически не используются. Причиной являются существенные искажения такого рода сигналов при прохождении через узкополосную пьезокерамическую пластинку. На рисунке 3.6.1 показан сигнал на основе 7-ми позиционного кода Баркера на входе и выходе преобразователя [54].

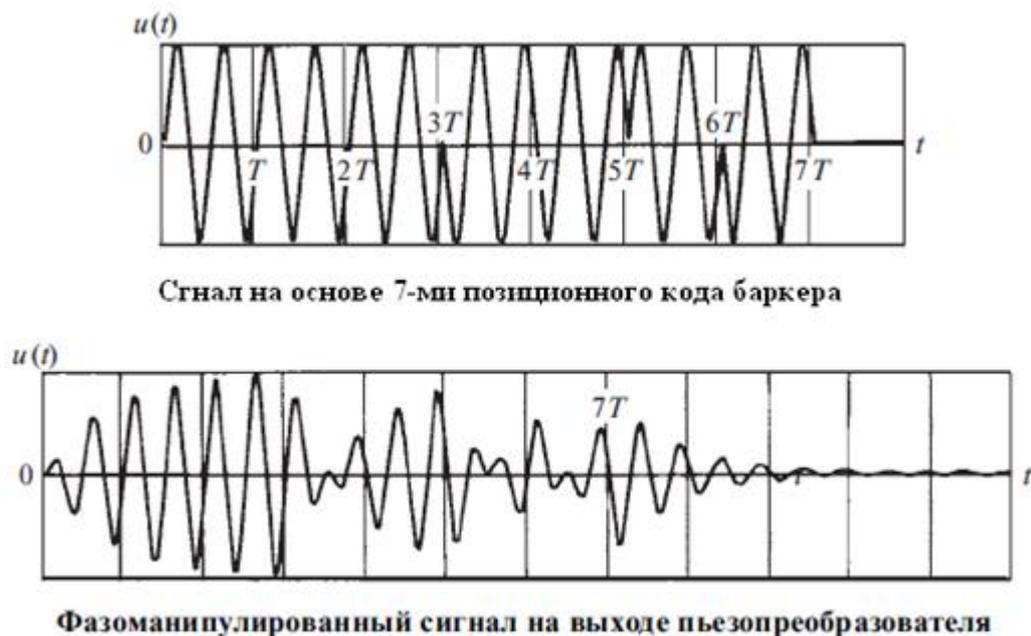


Рисунок 3.6.1 – Сигнал на основе кода Баркера, и соответствующий ему ультразвуковой сигнал, получаемый на выходе преобразователя

Как видно из рисунка, сигнал на выходе преобразователя существенно искажен. Преобразователь не успевает отреагировать на скачок фазы. В связи с этим аналитическое представление сигналов на основе кодов Баркера затруднено. С целью расширить полосу пропускания преобразователя, к настоящему времени разработана мозаичная структура [54]. Мозаичный преобразователь представляет собой совокупность N преобразователей с близкими, но различными

резонансными частотами. По существу используется принцип логопериодической антенны. На рисунке 3.6.2 показана структура мозаичного преобразователя.

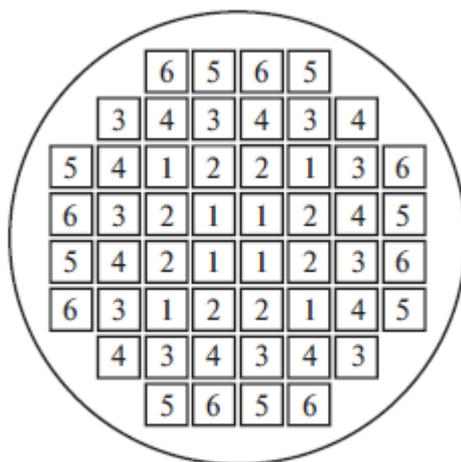


Рисунок 3.6.2 – Топология мозаичного преобразователя.

Резонансные частоты элементов, кГц: 1 – 175, 2 – 156,
3 – 140, 4 – 120, 5 – 100, 6 – 90

Отметим одну из важных особенностей, связанную с обработкой последовательностей ультразвуковых сигналов. Она касается процесса возбуждения резонансного излучателя. Как правило, входная возбуждающая последовательность представлена различными по длительностям радиоимпульсами. Для 5-ти позиционного кода Баркера структура последовательности показана на рисунке 3.6.3. Первые три позиции представлены радиоимпульсом длительностью $3T$ (T - длительность одной позиции). Четвертая и пятая позиции представлены радиоимпульсом, длительностью T . Это приводит к тому, что на выходе излучателя (пьезокерамическая пластинка) отклики будут иметь различную энергию в связи с различной шириной спектра. В результате нормальная обработка сигналов на основе кодов Баркера или на основе M-последовательностей будет нарушена. Предлагается использовать в ультразвукике возбуждающую последовательность с разрывами в каждой позиции длительностью в один отсчет (рисунок 3.6.4).

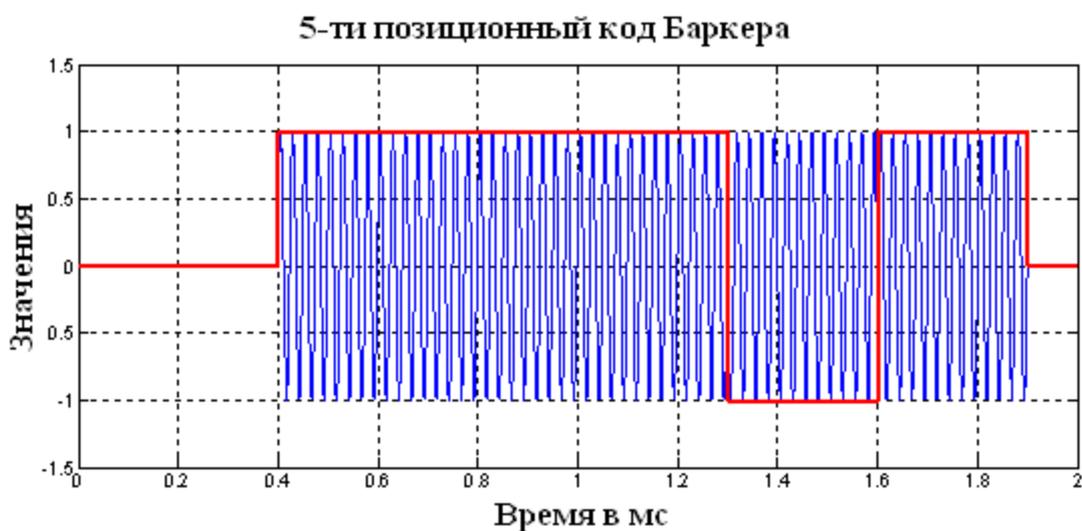


Рисунок 3.6.3 – Последовательность на основе 5-ти позиционного кода Баркера

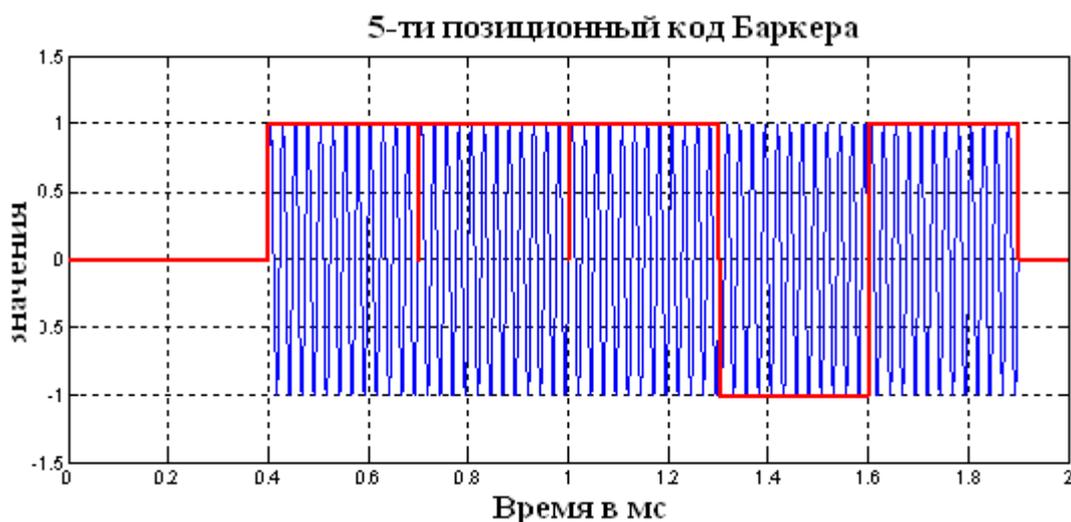


Рисунок 3.6.4 – Последовательность на основе 5-ти позиционного кода Баркера с разрывами в каждой позиции

В этом случае структура кодовой комбинации не меняется, а на выходе преобразователя будут формироваться отклики одинаковой формы и длительности (рисунок 3.6.5). Корреляционная обработка таких сигналов вполне возможна. Однако более эффективной является обработка методом максимального правдоподобия, развитым в настоящей работе. Она позволяет существенно увеличить разрешение кодовых последовательностей.

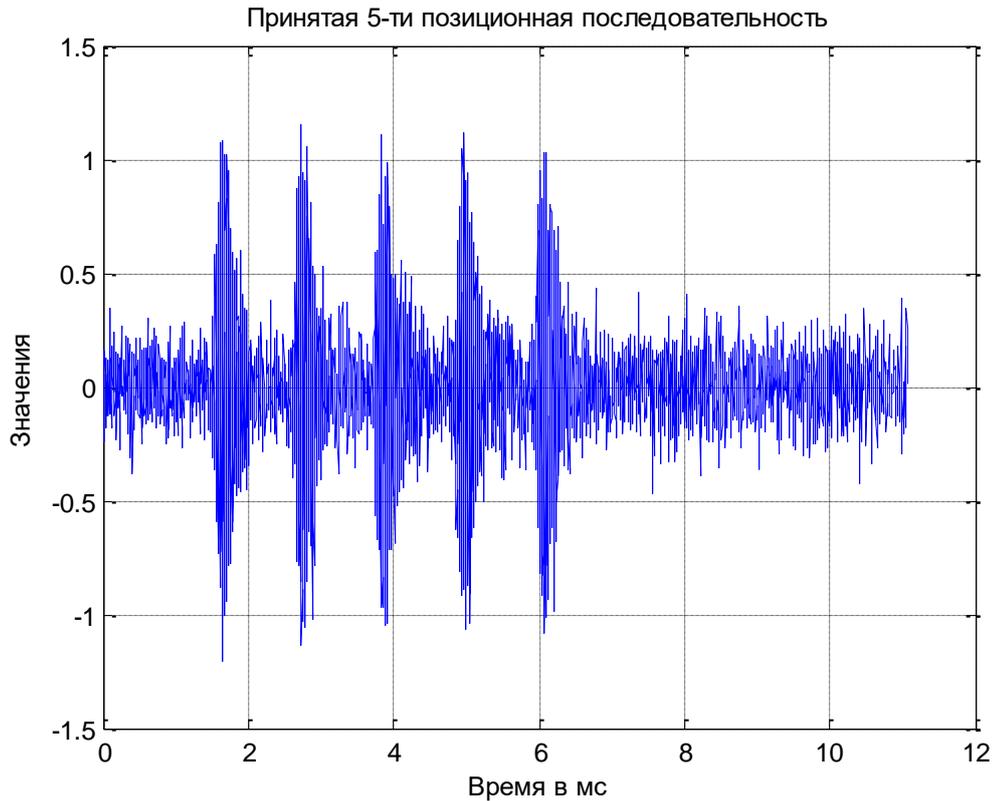


Рисунок 3.6.5 – 5-ти позиционная последовательность кодов Баркера. Отношение сигнал/шум 15 дБ. Интервал между сигналами равен 1.107 мс, частота 41.8 кГц

Рассмотрим кратко вопросы теории. Определим принятую реализацию в виде совокупности последовательностей

$$\hat{y}(t) = \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \hat{S}(t, t_n) + \hat{U}_{\text{ш}}(t) \quad (3.6.1)$$

\hat{U}_n – комплексные амплитуды кодовых последовательностей.

$\hat{S}(t, t_n)$ – сигнал на основе кодовой последовательности. Форма одной позиции сигнала определена выражением 3.2.1.

$\hat{U}_{\text{ш}}(t)$ – аддитивная шумовая составляющая с дисперсией σ^2 , нулевым средним значением и интервалом корреляции τ_k .

Запишем на основании (3.6.1) преобразованный (подстановка Хелстрема) функционал правдоподобия,

$$\Delta(\hat{t}_1 \div \hat{t}_N) = \int_{\tau}^T \left| \hat{y}(t) - \sum_1^N \hat{U}_n(\hat{t}_1 \div \hat{t}_N) \hat{S}_n(\hat{t}_n, t) \right|^2 dt \quad (3.6.2)$$

и преобразованный (подстановка Хелстрема) функционал отношений правдоподобия.

$$\Delta_1(\dot{t}_1 \div \dot{t}_N) = \int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \sum_1^N \hat{U}_n(\dot{t}_1 \div \dot{t}_N) \hat{S}_n(\dot{t}_n, t) \right|^2 dt \quad (3.6.3)$$

Штрихами отмечены оцениваемые параметры, T – общая длительность последовательности. Дифференцируя по комплексным амплитудам, и приравнявая дифференциалы нулю, получим уравнения правдоподобия.

Дополнительно запишем решения уравнений правдоподобия в виде функциональных зависимостей, учитывающих наличие сингулярности корреляционной матрицы.

$$\hat{U}(\dot{t}_1 \div \dot{t}_N) = \hat{R}^{-1} \bar{\beta} \quad (3.6.4)$$

Решения следуют из уравнений правдоподобия, представленных в комплексном виде,

$$\bar{\beta} = \hat{R} \hat{U}, \quad (3.6.5)$$

где $\beta_n(\hat{U}_n, \dot{t}_n) = \int_{\tau}^T \hat{y}(t) \hat{S}_n^*(\hat{U}_n, \dot{t}_n, t) dt$ – элементы вектора столбца $\bar{\beta}$,

$\hat{R}_{n,m}(\dot{t}_n, \dot{t}_m) = \int_0^T \hat{S}_n(\dot{t}_n, t) \hat{S}_m^*(\dot{t}_m, t) dt$ – элементы корреляционной матрицы.

Представленные выражения являются основой для решения статистических задач при использовании кодовых последовательностей в области ультразвуки.

Рассмотрим возможности обработки кодовой последовательности методом корреляционного анализа. Модельные значения следующие: отношение сигнал/шум равно 15 дБ, интервал между сигналами равен 1.107 мс, длительность сигнала 1.107 мс, частота 41.8 кГц, длина волны 7.89 мм. В результате корреляционной обработки можно получить корреляционную функцию, которая имеет традиционный вид (рисунок 2.5.2). Она определяет потенциальные возможности разрешения и оценки параметров ультразвуковой последовательности. Разрешение Рэля, определяемое по уровню корреляционной функции 0.5 от максимума, составляет 184 мкс. В пересчете на расстояние оно равно 60.72 мм. Точность оценки амплитуды определяется дисперсией Рао-Крамера

$$D_u = \frac{\sigma^2 \tau_k}{\int_{t_1}^{\infty} \hat{s}(t_0, t) \hat{s}^*(t_0, t) dt} = \frac{\sigma^2 \tau_k}{T_{\text{ЭКВ}}} = \frac{\sigma^2}{N_{\text{ЭКВ}}} \quad (3.6.6)$$

Она зависит от эквивалентной длительности последовательности $T_{\text{ЭКВ}}$, точнее от количества некоррелированных отсчетов шума $N_{\text{ЭКВ}}$, укладываемых на эквивалентной длительности последовательности $T_{\text{ЭКВ}}$. Точность оценки времени приёма определяется по формуле Вудворда. Она оценивает дисперсию времени приёма по огибающей сигнала.

$$D_{1t_0} = \frac{\sigma^2 (T_{\text{ЭКВ}})^2}{|\hat{U}_0|^2 N_{\text{ЭКВ}} (2\pi)^2} \quad (3.6.7)$$

Согласно этому выражению дисперсия времени приёма пропорциональна квадрату эквивалентной длительности отдельной позиции последовательности.

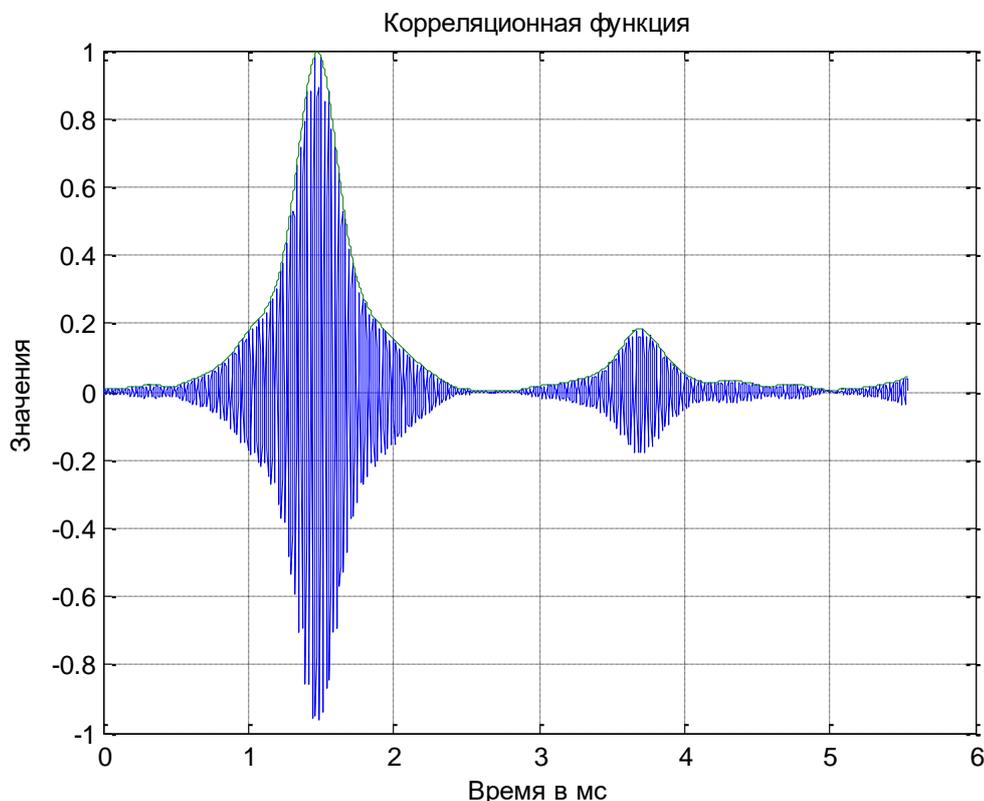


Рисунок 3.6.6 – Корреляционная функция последовательности ультразвуковых сигналов на основе 5-ти позиционного кода Баркера

Таким образом, кодовая последовательность с разрывами в каждой позиции позволяет получить вполне удовлетворительный результат корреляционной

обработки этой последовательности. Разрешающая способность определяется эффективной длительностью одной позиции в последовательности.

Представим статистику получаемых оценок. На рисунке 3.6.7 показана статистика амплитуд ультразвуковой последовательности в зависимости от отношения сигнал/шум в дБ. Сплошной линией представлено СКО, полученное по выражению Рао-Крамера.

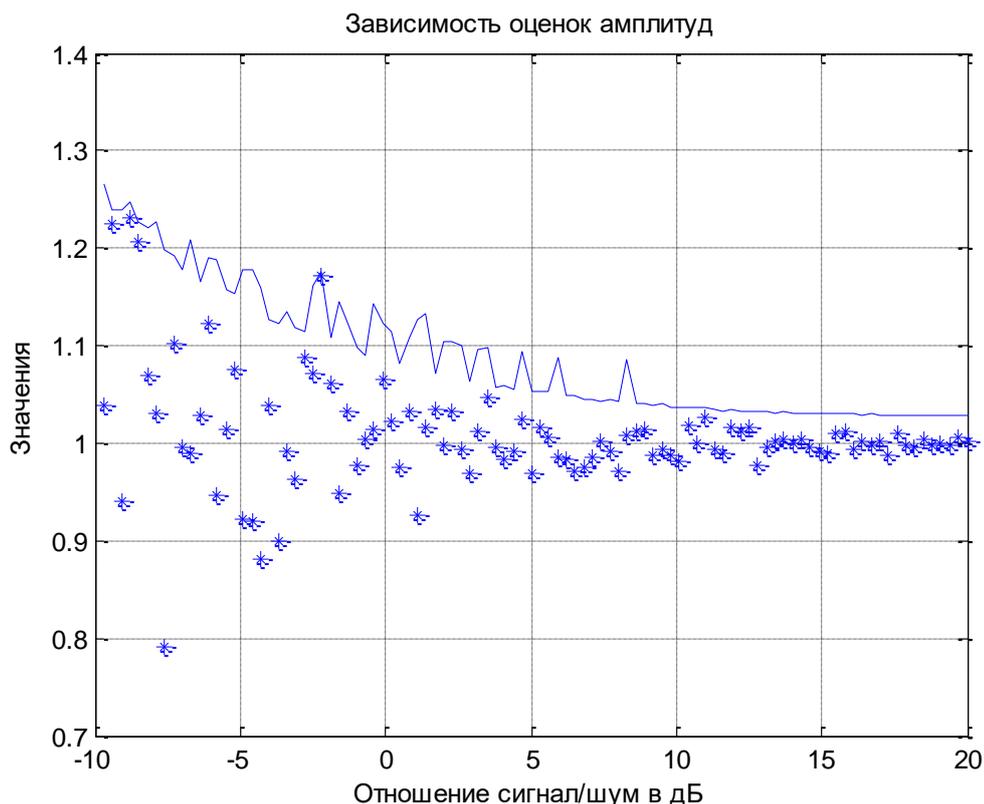


Рисунок 3.6.7 – Зависимость среднеквадратичного отклонения амплитуд (СКО) от отношения сигнал/шум в дБ

Дисперсия шума оценивалась по минимуму функционала правдоподобия. Соответствие вполне удовлетворительное. При увеличении отношения сигнал/шум оценки амплитуд стремятся к модельному значению амплитуды ($U = 1$). Следовательно, решение эффективное и несмещенное. Аналогичная зависимость статистики времени приёма от отношения сигнал/шум показана на рисунке 3.6.8. Если ввести ограничение на точность оценок амплитуд и времени приёма, тогда определяется рабочая область получения решений по параметру

отношение сигнал/шум. Так при 20-ти процентной точности по амплитуде и погрешности по времени приёма 15 мкс, рабочая область будет определена при отношении сигнал/шум выше -5 дБ.

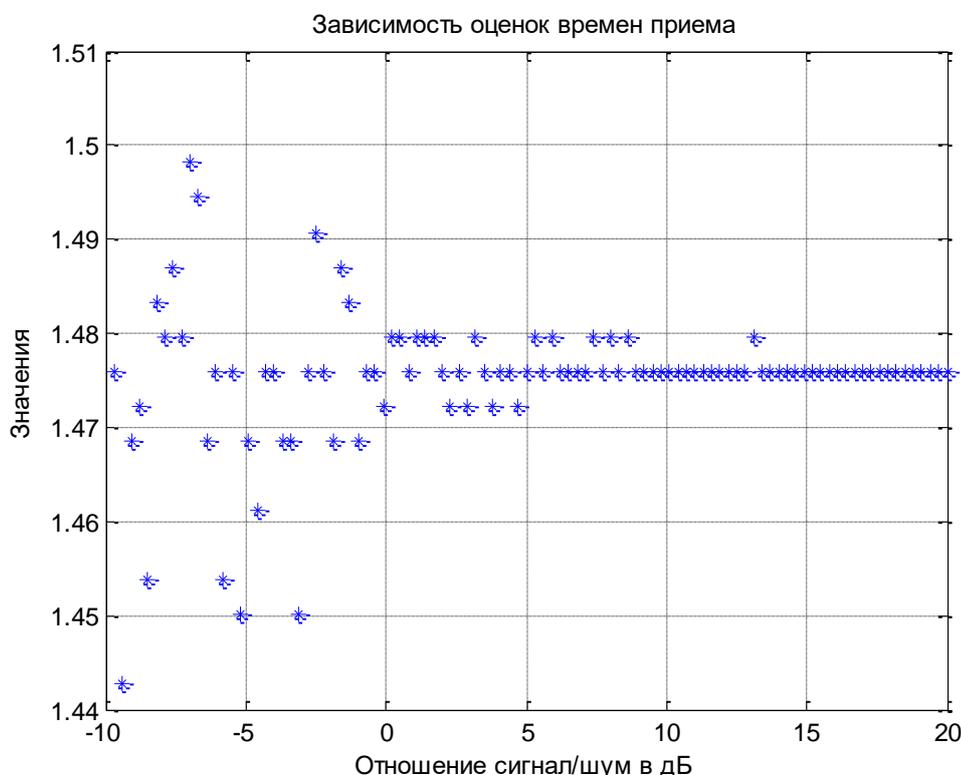


Рисунок 3.6.8 – Статистика времени приёма последовательности от отношения сигнал/шум. Модельное время приёма равно 1.476 мс

Дополнительно представим результат обработки сигнала на основе 13-ти позиционной последовательности с интервалом между отдельными позициями 184.5 мкс. На рисунке 3.6.9 показана принятая реализация, содержащая сигнал на основе 13-позиционной последовательности. На рисунке 3.6.10 показана корреляционная функция этого сигнала. Разрешающая способность остается на прежнем уровне. Амплитуда и время приёма соответствуют модельным значениям. Однако, в связи с общим увеличением эквивалентной энергии 13-ти позиционной последовательности по сравнению с 5-ти позиционной последовательностью, отношение сигнал/шум увеличивается. Это иллюстрируется рисунком 3.6.11 при сравнении с подобным рисунком 3.6.7. При 10% точности оценок рабочая область обработки начинается с -10 дБ.

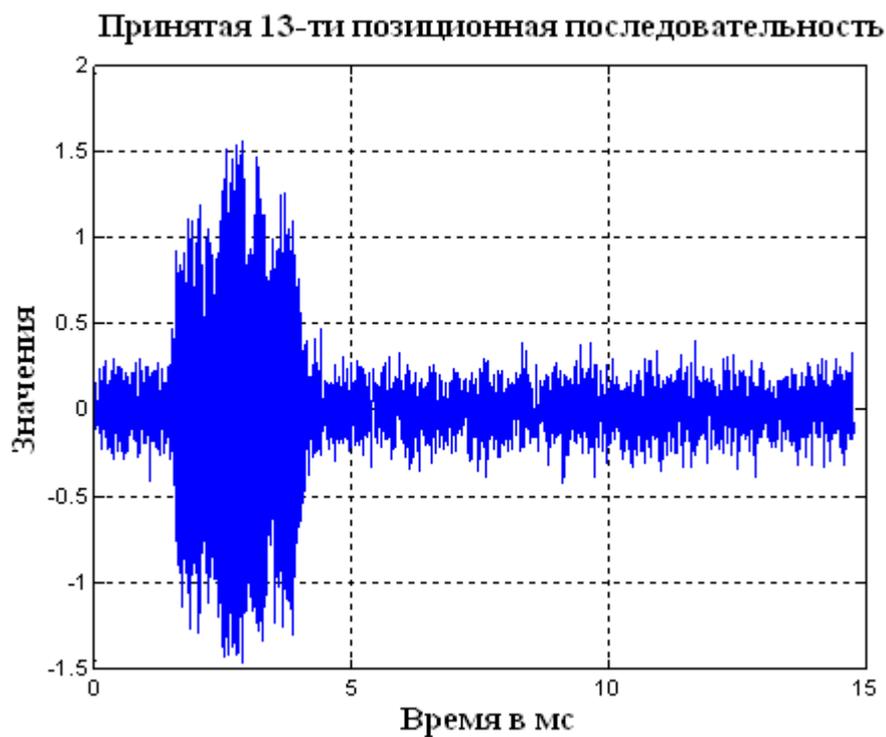


Рисунок 3.6.9 – 13-ти позиционная последовательность ультразвуковых сигналов на основе кодов Баркера с интервалом между сигналами 184.5 мкс

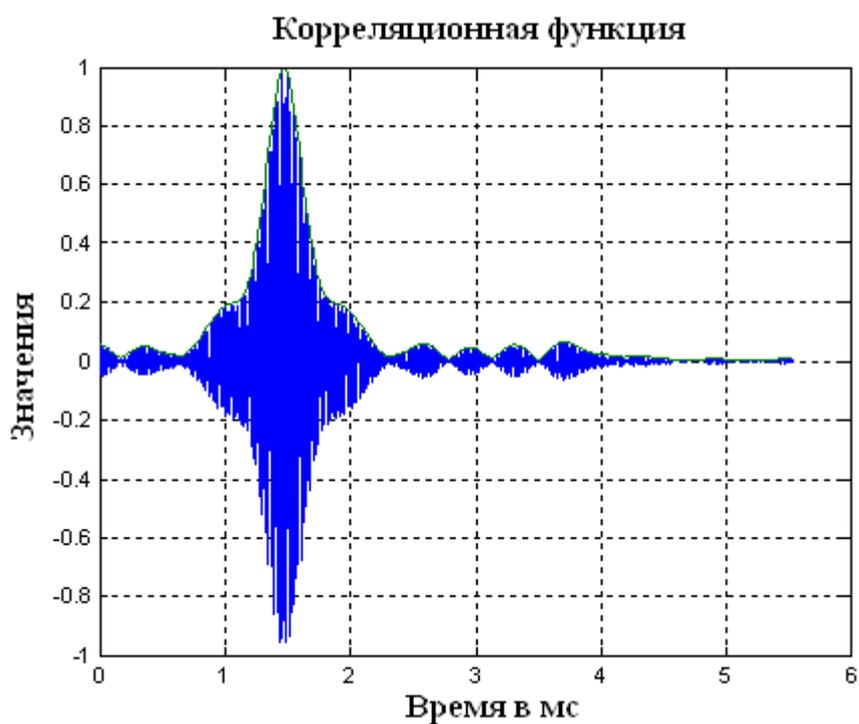


Рисунок 3.6.10 – Корреляционная функция 13-ти позиционной последовательности с интервалом между сигналами 184.5 мкс

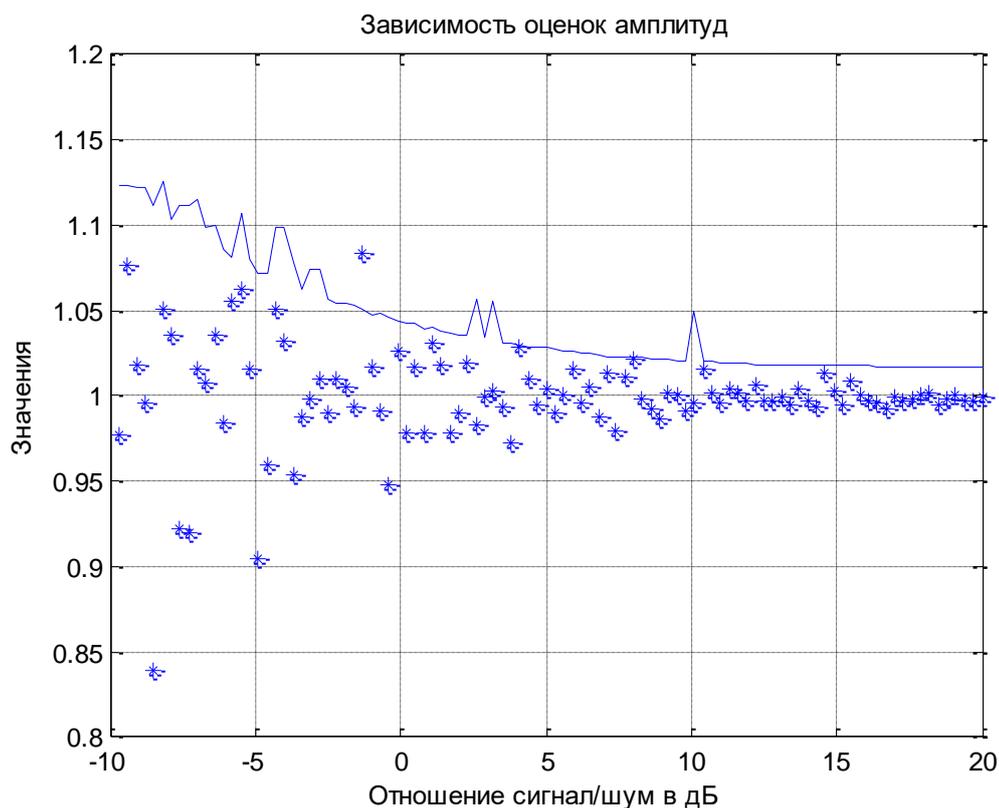


Рисунок 3.6.11 – Статистика оценок амплитуд 13-ти позиционной последовательности с интервалом между сигналами 184.5 мкс

Продолжим представление результатов модельных исследований, позволяющих оценить возможности разрешения последовательностей ультразвуковых сигналов на основе кодов Баркера. Для обеспечения прохождения через излучатель (пьезокерамическую пластину) будем использовать возбуждающую последовательность с разрывами в каждой позиции длительностью в один отсчет. В этом случае структура кодовой комбинации не меняется, и на выходе излучателя будут отклики одинаковой формы и длительности. На рисунке 3.6.12 показан результат корреляционной обработки принятой реализации, содержащей две 13-ти позиционные последовательности. Интервал в 295.2 мкс оказывается достаточным, чтобы корреляционные функции каждой последовательности были отдельными. Однако точности оценок амплитуд и времён приёма оказываются неудовлетворительными.

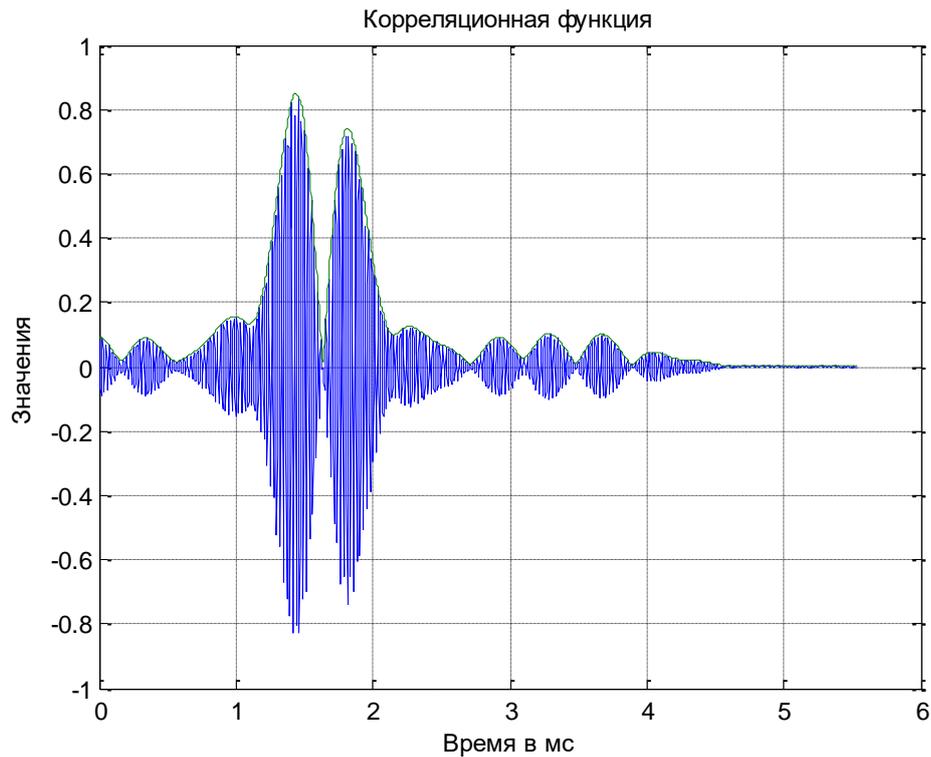


Рисунок 3.6.12 – Корреляционные функции двух 13-ти позиционных последовательностей с интервалом между ними 295.2 мкс

На рисунке 3.6.13 интервал между последовательностями уменьшен до 184.5 мкс. В этом случае корреляционные функции сливаются в единую корреляционную функцию с одним максимумом. Разрешающая способность корреляционного метода оказывается недостаточной. Для общего представления о возможности корреляционного анализа при обработке двух последовательностей, на рисунке 3.6.14 показаны зависимости оценок амплитуд от разности времён приёма. Время приёма первой последовательности постоянно, и равно 1.47 мс. Время приёма второй последовательности линейно меняется от 0.05 мс до 0.75 мс. Амплитуды последовательностей равны $U_1 = 1$ и $U_2 = 0.9$.

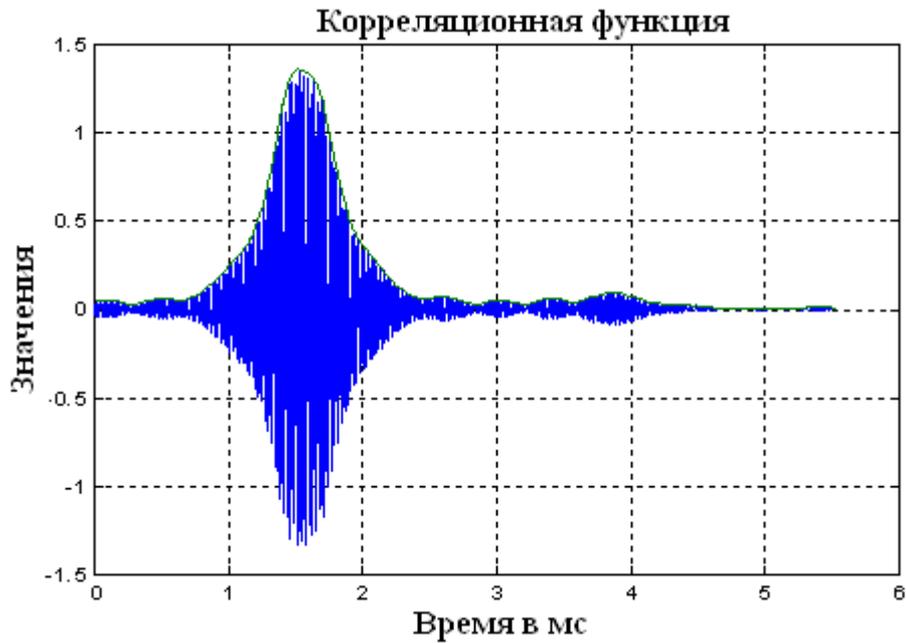


Рисунок 3.6.13 – Корреляционные функции двух 13-ти позиционных последовательностей с интервалом между ними 184.5 мкс

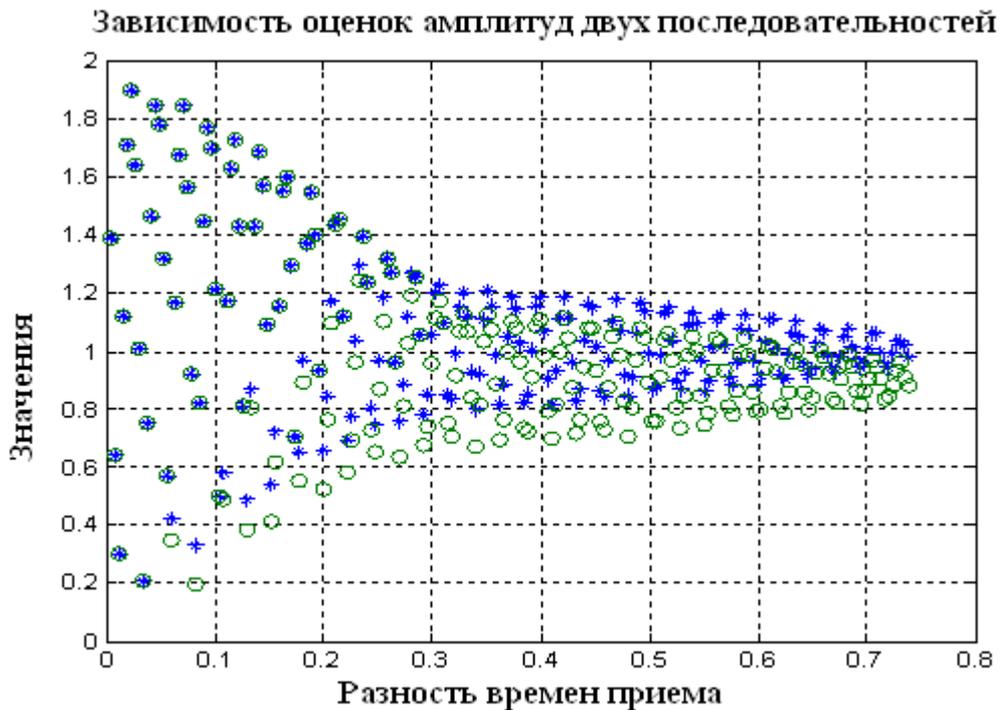


Рисунок 3.6.14 – Статистика оценок амплитуд двух 13-ти позиционных ультразвуковых последовательностей в зависимости от разности времён приёма последовательностей в мс. Интервал между сигналами в каждой позиции равен 184.5 мкс

Как видно из рисунка, 20% точность обеспечивается лишь при разности времён приёма 0.5 мс и более. Этого явно недостаточно для ультразвуковой диагностики. Отмечается наличие систематических интерференционных погрешностей оценки амплитуд. Статистика оценок времён приёма двух последовательностей для этого случая показана на рисунке 3.6.15. Отмечается наличие систематических интерференционных погрешностей оценки времён приёма. Если принять предельное значение среднеквадратического отклонения оценки в 100 мкс, то тогда рабочей областью корреляционного анализа будет область изменения разности времён приёма более 300 мкс.

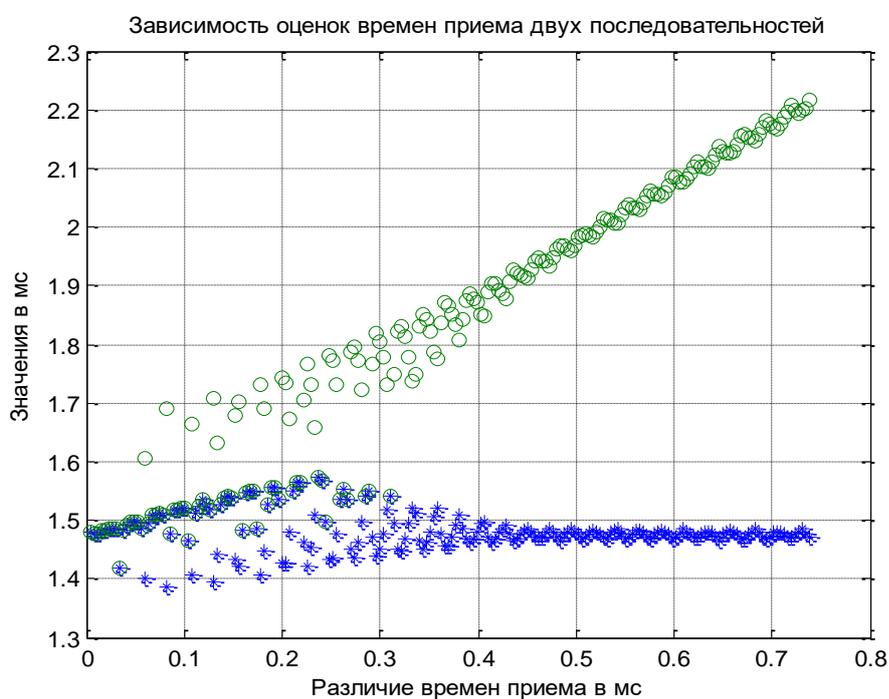


Рисунок 3.6.15 – Статистика времён приёма двух 13-ти позиционных последовательностей ультразвуковых сигналов в зависимости от разности времён приёма

Таким образом, корреляционный анализ не позволяет получить удовлетворительное решение задачи оценки параметров при наличии двух последовательностей в реализации, при ультразвуковой диагностике. Корреляционный анализ характеризуется рэлеевским ограничением на разрешение двух последовательностей.

Рассмотрим возможности оценки времён приёма двух ультразвуковых последовательностей методом максимального правдоподобия на основании функционала правдоподобия.

$$\Delta(t_1 \div t_N) = \int_{\tau}^T |\hat{y}(t) - \sum_1^N \widehat{U}'_n(t_1 \div t_N) \hat{S}_n(t_n, t)|^2 dt \quad (3.6.8)$$

$$N = 1, 2.$$

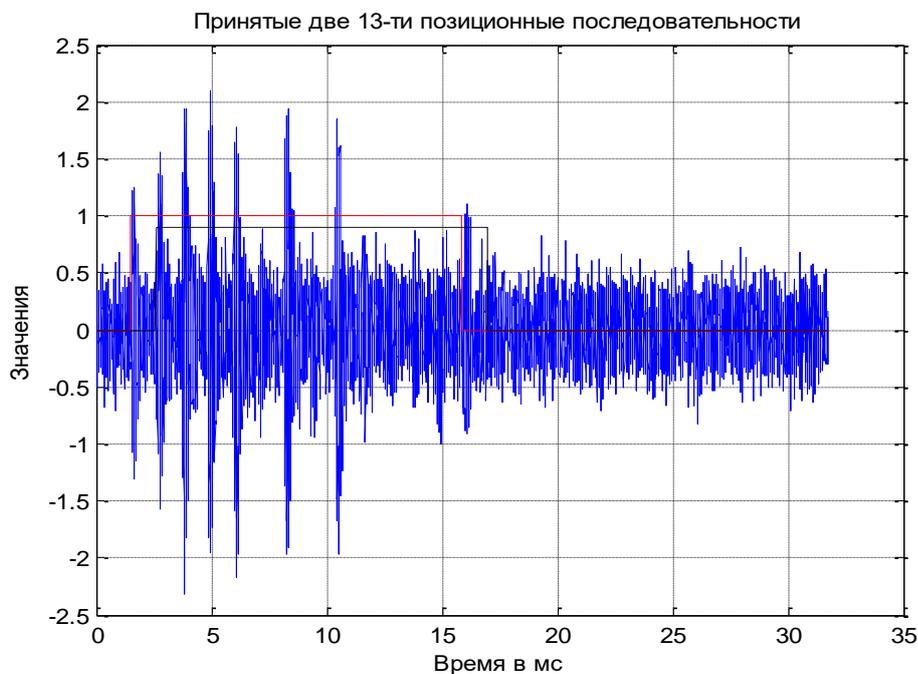


Рисунок 3.6.16 – Реализация, содержащая две ультразвуковые последовательности и аддитивный шум. Разность времён приёма между последовательностями равна 1.107 мс. Отдельные позиции последовательностей исчезают из-за интерференции

На рисунке 3.6.16 показана принятая реализация, содержащая две 13-позиционные последовательности и аддитивный шум. Отношение сигнал/шум равно 15 дБ. Длительность последовательностей 14.184 мс. Время приёма первой последовательности равно 1.616 мс. Время приёма второй последовательности равно 2.723 мс. Эквивалентная длительность последовательностей 2.82 мс. Эквивалентная длительность 1-й позиции 0.21 мс. Различие последовательностей по времени приёма отмечено прямоугольниками. На рисунке 3.6.17 показана статистика амплитуд двух 13-ти позиционных ультразвуковых

последовательностей в зависимости от разности времён приёма. Отношение сигнал/шум равно 10 дБ. Это позволяет оценить возможности разрешения этих последовательностей. Согласно данному рисунку, решения удовлетворительные за исключением интервала значений вблизи 0 ± 6 мкс, которая и определяет возможности разрешения.

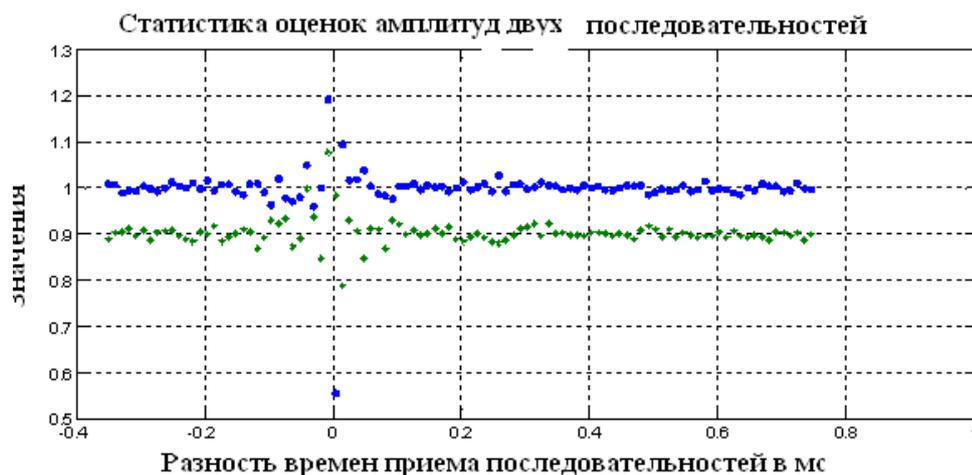


Рисунок 3.6.17 – Статистика оценок амплитуд двух 13-ти позиционных последовательностей в зависимости от разности времени приёма

На рисунке 3.6.18 показана подобная статистика оценок времён приёма двух 13-ти позиционных последовательностей в зависимости от разности времени приёма. Аналогичный интервал значений не превышает 0 ± 3.69 мкс.

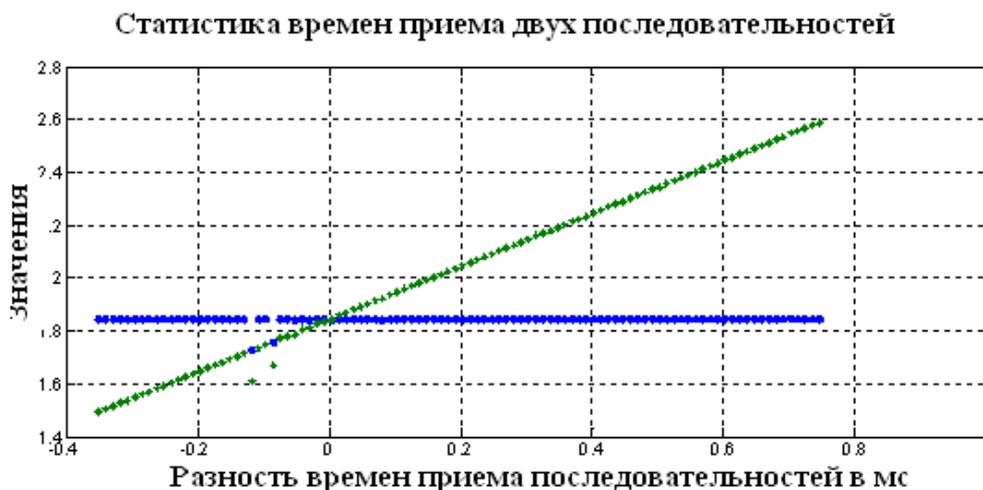


Рисунок 3.6.18 – Статистика оценок времён приёма двух 13-ти позиционных ультразвуковых последовательностей

На следующих двух рисунках представлена статистика оценок амплитуд двух последовательностей (рисунок 3.6.19), и статистика оценок времён приёма двух последовательностей (рисунок 3.6.20). При 20% точности оценок амплитуд, рабочая область определяется отношением сигнал/шум от -10 дБ и выше. В пределах этой рабочей области погрешность оценок времён приёма не хуже ± 25 мкс

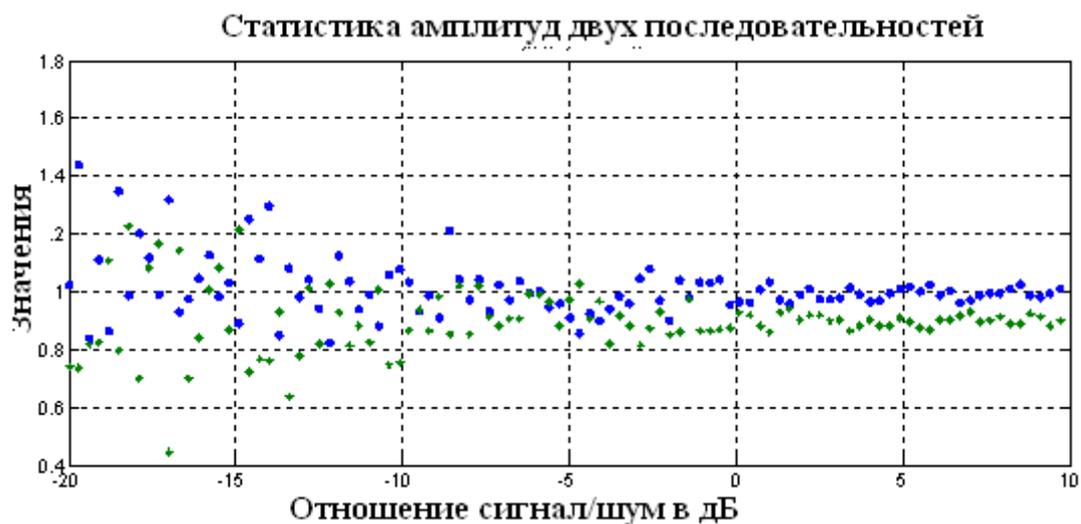


Рисунок 3.6.19 – Статистика оценок амплитуд двух последовательностей в зависимости от отношения сигнал/шум. Разность времён приёма 184.5 мкс

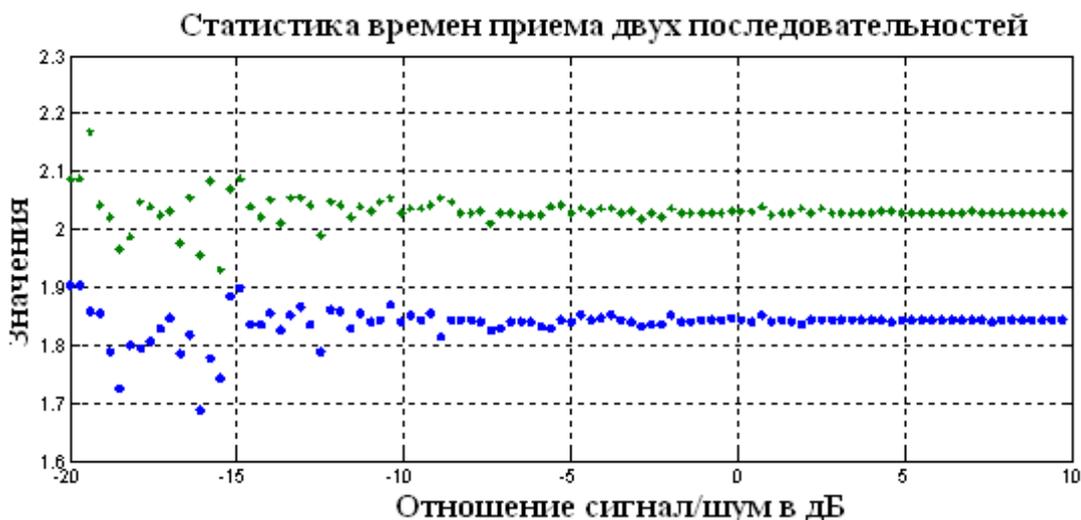


Рисунок 3.6.20 – Статистика времён приёма двух последовательностей в зависимости от отношения сигнал/шум. Разность времён приёма равна 184.5 мкс

Рассмотрение совместной статистики амплитуд и времён приёма двух последовательностей на плоскости время приёма - амплитуда позволяет оценить возможности решения задачи обнаружения последовательностей и решения задачи разрешения этих последовательностей. На рисунке 3.6.21 показана совместная статистика амплитуд при отношении сигнал/шум 10 дБ и разности времён приёма 36.9 мкс. Модельные значения времён приёма $t_1 = 1.845$ мс и $t_2 = 1.882$ мс. На рисунке показана статистика параметров двух последовательностей, и оценки, связанные с шумом, при ограничении области решений разностью времён приёма полосой $\Delta t < 10$ мкс. Как видно из рисунка, при рассмотренных условиях, задача обнаружения решается вполне удовлетворительно. Задача разрешения также решается удовлетворительно. На рисунке 3.6.22 показана совместная статистика оценок амплитуд и времени приёма при условии, что времена приёма различаются на 18.4 мкс. Ограничение разрешения по времени приёма составляет 10 мкс. При отношении сигнал/шум 10 дБ, это предельное разрешение двух последовательностей. Шумовые сингулярные максимумы при этом существенно подавляются

Статистика амплитуд и времён приема двух последовательностей

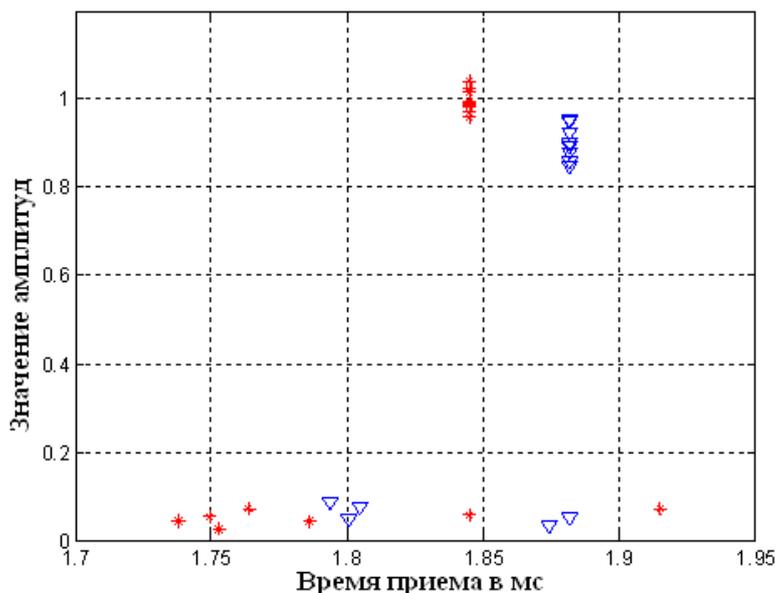


Рисунок 3.6.21 – Совместная статистика амплитуд и времён приёма двух 13-ти позиционных последовательностей при разности времён приёма 36.9 мкс

Статистика амплитуд и времен приёма двух последовательностей

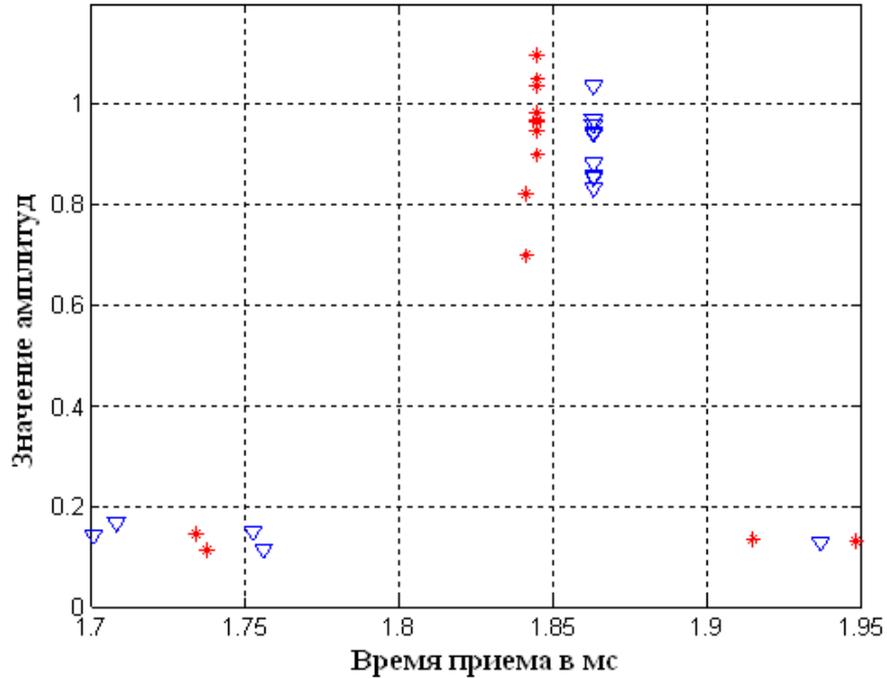


Рисунок 3.6.22 – Совместная статистика амплитуд и времён приёма двух 13-ти позиционных последовательностей при различии времени приёма 18.4 мкс

Таким образом, при ультразвуковой диагностике вполне можно использовать последовательности сигналов, основанных на кодах Баркера или М-последовательностях. Они обеспечивают достаточно высокое разрешение и точность оценок параметров. Следует отметить, что разрешающая способность алгоритма при использовании последовательностей ультразвуковых сигналов в сравнении с алгоритмом, использующим два ультразвуковых импульса, практически одинакова при равных энергиях. Применение последовательностей оправдано при недостаточной энергии ультразвуковых сигналов.

§ 3.7. Помехоустойчивость при обработке ультразвуковых сигналов

Технология обработки ультразвуковых сигналов, изложенная в первой главе настоящей работы, может быть использована для практического применения. Одной из таких практических задач является подавление помех, которые могут быть приняты вместе с полезным ультразвуковым сигналом. В литературе [54, 106] вопросы фильтрации сигнала на фоне помех решаются на основе метода Байеса. Однако идеология, заложенная в решении, связана или с режекторной фильтрацией, или с формированием нуля диаграммы направленности в направлении на источник помех. Байесовский метод приводит к разработке компенсаторов помех со статистическим нулём на источник помех, или со статистическими параметрами режекторного фильтра. В них учитывается как статистика параметров сигнала, так и статистика параметров помехи [106]. В настоящей работе предлагается подход: исключение помехи из принятой реализации на основе оценки её параметров. Следует отметить, что помехи и ультразвуковой сигнал характеризуются коэффициентом взаимной корреляции, который, как правило, находится в области значений $0 \div 0.8$. Задача фильтрации сигнала на фоне помех с использованием метода максимального правдоподобия может быть решена как в области ортогональности, так и в области неортогональности сигнала и помехи. Уточним постановку задачи фильтрации. Пусть помеха является случайной при условии, что интервал корреляции ее случайных параметров много больше, чем интервал обработки, равный длительности сигнала. При таком условии параметры помехи постоянны на интервалах обработки, и можно использовать для решения статистических задач радиотехники метод максимального правдоподобия с высоким разрешением. Рассмотрим вначале сосредоточенную по частоте помеху. Пусть в принятой реализации содержится аддитивная смесь сигнала, помехи и шума.

$$\hat{Y}(t) = \hat{U}_0 f(t, t_0) + \hat{U}_n S(t) + \hat{U}_ш(t), \quad (3.7.1)$$

где $f(t, t_0)$ – форма ультразвукового сигнала, зависящая от времени приёма. Она представлена в виде цифрового сигнала (рисунок 3.2.1).

$S(t) = \exp(i\omega_{\text{п}}t)$ – аналитическая форма сосредоточенной по частоте помехи.

$\hat{U}_{\text{ш}}(t)$ – аддитивный нормальный шум со средним значением, равным нулю, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции τ_k .

На основании (3.7.1) запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta(\hat{U}_0, \hat{U}_{\text{п}}, t_0) = \int_0^T \left| (\hat{Y}(t) - \hat{U}_0 f(t, t_0) - \hat{U}_{\text{п}} S(t)) \right|^2 dt \quad (3.7.2)$$

Штрихами обозначены оцениваемые параметры сигнала и помехи.

Дифференцируя по комплексным амплитудам и приравнявая дифференциалы нулю, получим систему уравнений правдоподобия. Их решения относительно амплитуд будут следующими.

$$\hat{U}_0(t_0) = \frac{\int_0^T (\hat{Y}(t) f^*(t, t_0) dt \int_0^T |S(t)|^2 dt - \hat{R}(t_0) \int_0^T (\hat{Y}(t) S^*(t) dt)}{\int_0^T |S(t)|^2 dt \int_0^T |f(t)|^2 dt - |\hat{R}(t_0)|^2} \quad (3.7.3)$$

$$\hat{U}_{\text{п}}(t_0) = \frac{\int_0^T (\hat{Y}(t) S^*(t, t_0) dt \int_0^T |f(t)|^2 dt - \hat{R}^*(t_0) \int_0^T (\hat{Y}(t) f^*(t) dt)}{\int_0^T |S(t)|^2 dt \int_0^T |f(t)|^2 dt - |\hat{R}(t_0)|^2},$$

где $\hat{R}(t_0) = \int_0^T (\hat{S}(t) f^*(t) dt)$ – ненормированный коэффициент корреляции сигнала и помехи.

Подставляя эти выражения в (3.7.2), получим выражение для функционала правдоподобия, зависящего лишь от времени приёма t_0 (подстановка Хелстрема).

$$\Delta(t_0) = \int_0^T \left| (\hat{Y}(t) - \hat{U}_0(t_0) f(t, t_0) - \hat{U}_{\text{п}}(t_0) S(t)) \right|^2 dt \quad (3.7.4)$$

Выражения (3.7.4) и (3.7.3) решают задачу оценки параметров сигнала и помехи.

Анализ процесса фильтрации можно провести на основе новой реализации.

$$\hat{Y}1(t) = \hat{Y}(t) - \hat{U}_{\text{п}}(t_0) S(t) \quad (3.7.5)$$

В выражении (3.7.5) помеха полностью исключается из принятой реализации.

Данная технология исключения помехи из принятой реализации существенно отличается от технологии режекторного фильтра, при котором происходит искажение оцениваемых параметров сигнала.

Представим результаты модельных расчетов. На рисунке 3.7.1 показана форма цифрового ультразвукового сигнала, взятого из эксперимента, и

сосредоточенная по частоте помеха. На нижней части рисунка показаны отдельно спектр сигнала (пунктир) и спектр помехи (сплошная линия).

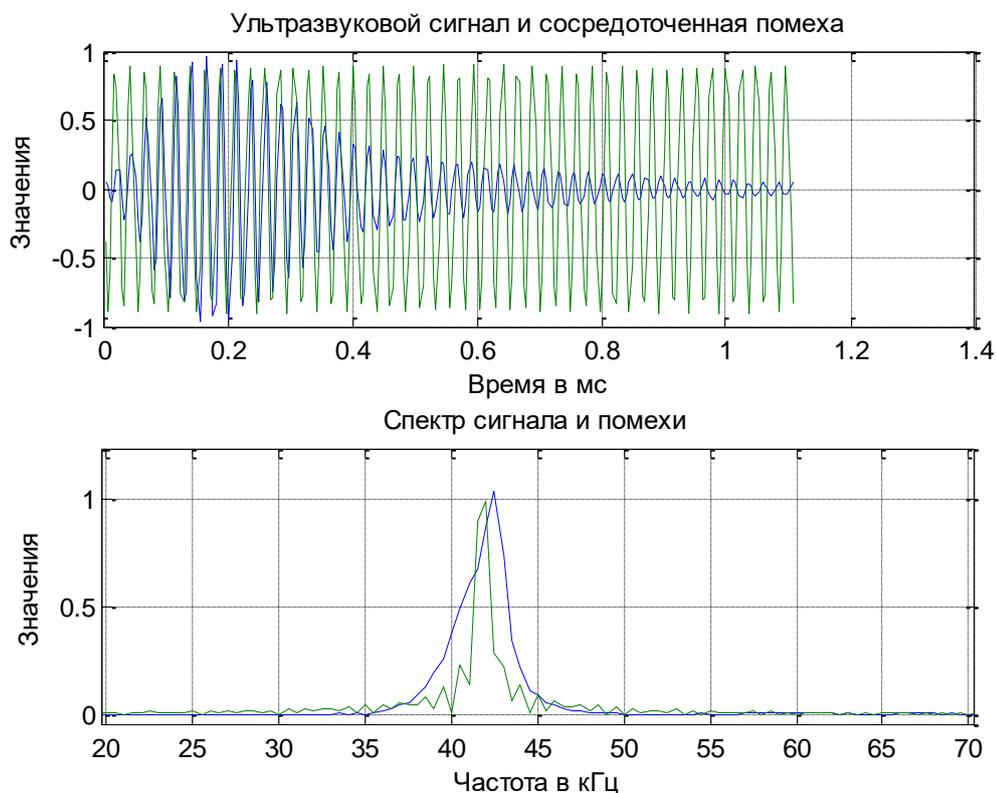


Рисунок 3.7.1 – Форма ультразвукового сигнала и форма помехи (верхний рисунок). Спектры сигнала и помехи (нижний рисунок)

Параметры сигнала: амплитуда равна 1, длительность ограничена 1.1 мс, частота 42.4 кГц. Параметры помехи: амплитуда 0.9, частота 41.8 кГц. Помеха представляет собой синусоидальный сигнал. Спектры сигнала и помехи значительно перекрываются. Следовательно, спектральный анализ не позволяет их разделить. На рисунке 3.7.2 показана принятая реализация, содержащая сигнал, помеху и аддитивный шум. Помеха соизмерима с сигналом по амплитуде и имеет отличный от нуля коэффициент взаимной корреляции с сигналом. На рисунке 3.7.3 показана зависимость функционала правдоподобия (3.7.4) от времени приёма. Положение минимума функционала определяет оценку времени приёма сигнала. Значение минимума функционала определяет дисперсию шума по отношению к амплитуде сигнала (-20 дБ).

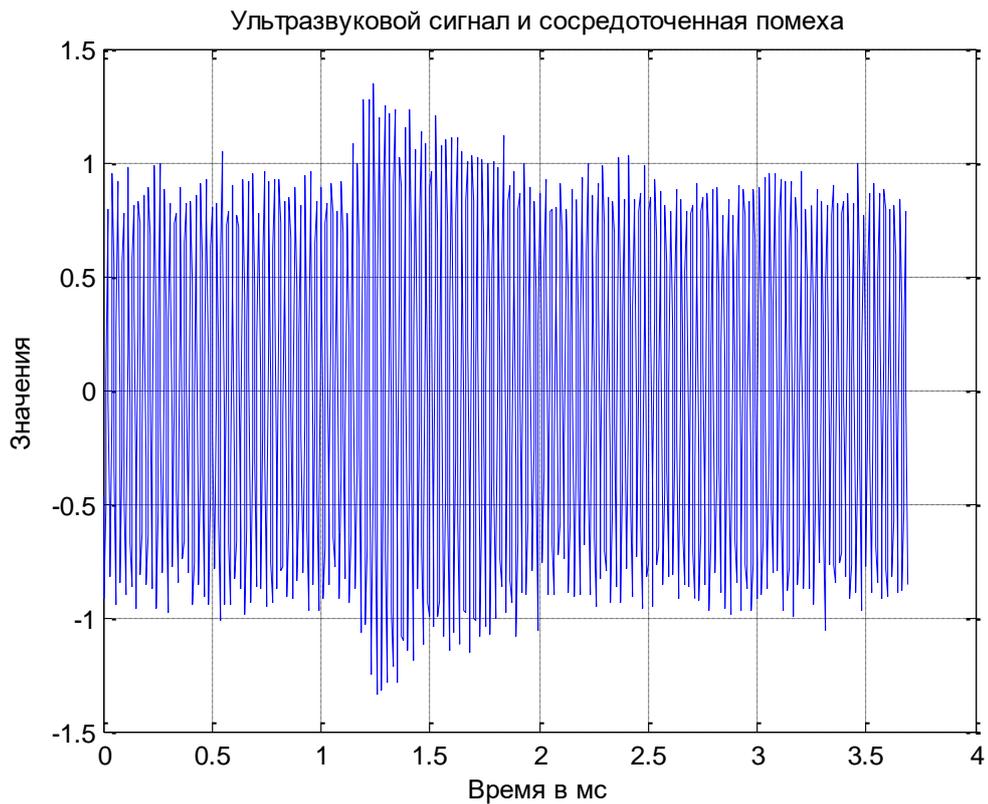


Рисунок 3.7.2 – Принятая реализация, содержащая ультразвуковой сигнал, помеху и аддитивный шум. Отношение сигнал/шум 20 дБ

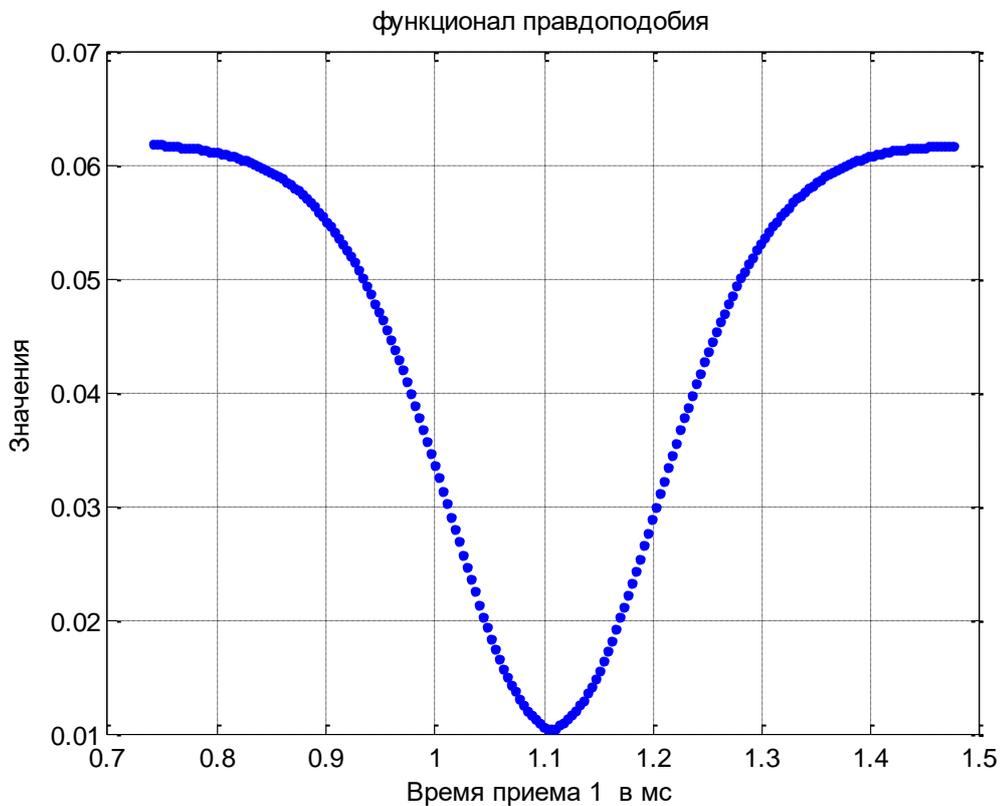


Рисунок 3.7.3 – Функционал правдоподобия в зависимости от времени приёма

Выражения (3.7.3) в точке минимума функционала правдоподобия дают оценку комплексных амплитуд сигнала и помехи. На рисунке 3.7.4 показан результат исключения помехи из принятой реализации. Помеха полностью исключена из реализации.

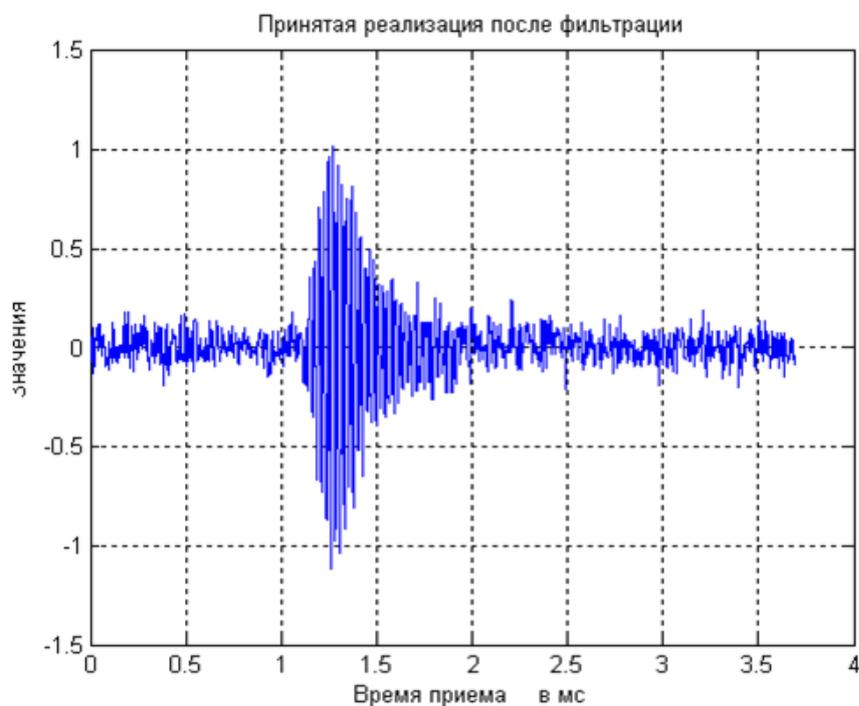


Рисунок 3.7.4 – Принятая реализация после исключения помехи (2.7.5)

На рисунке 3.7.5 показаны зависимости амплитуд сигнала и помехи от оцениваемого времени приёма сигнала t'_0 (выражения 3.7.3). В точке $t'_0 = 1.1$ мс, амплитуда сигнала имеет модельное значение, равное единице, а амплитуда помехи имеет модельное значение 0.9. Следовательно, для исключения сосредоточенной помехи из принятой реализации вполне возможно использовать решения уравнения правдоподобия (3.7.3). Точность оценки амплитуды помехи для ее исключения вполне достаточна при отношении сигнал/шум 20 дБ. Точность оценки амплитуды помехи увеличивается с увеличением отношения помеха/шум. В связи с этим можно утверждать, что чем больше амплитуда помехи, тем она лучше исключается из реализации.

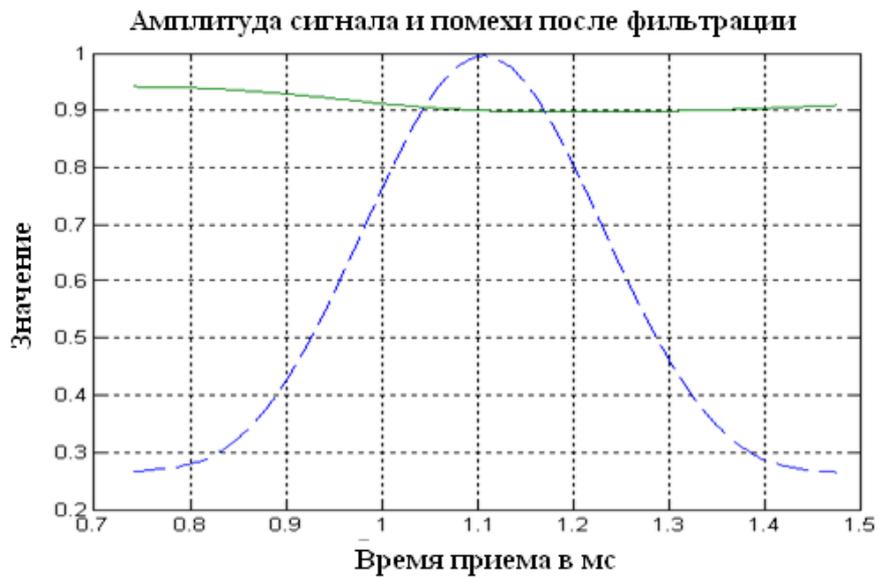


Рисунок 3.7.5 – Зависимость амплитуд сигнала (пунктир) и помехи (сплошная линия) от времени приёма сигнала

На рисунке 3.7.6 показана реализация, в которой амплитуда помехи увеличена в 10 раз. Тем не менее, процедура исключения помехи осуществляется вполне успешно. Это иллюстрируется рисунком 3.7.7. Частоты сигнала и помехи одинаковы, и равны 42.4 кГц.

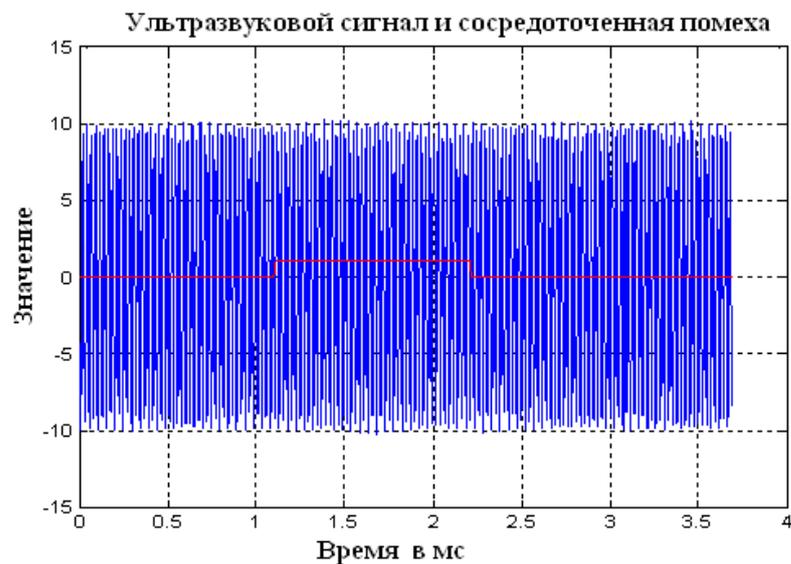


Рисунок 3.7.6 – Реализация, содержащая сигнал, помеху и аддитивный шум. Амплитуда помехи увеличена в 10 раз. Линией показано расположение сигнала в реализации

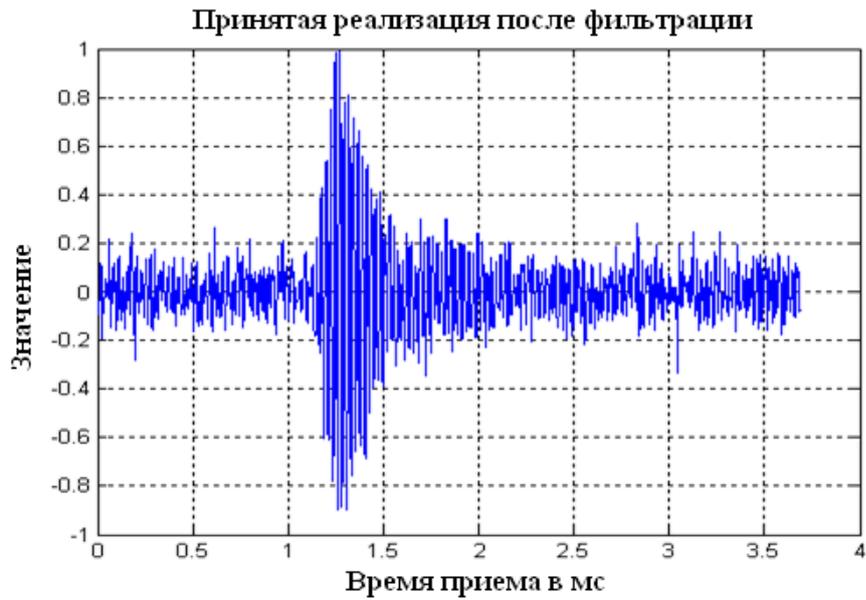


Рисунок 3.7.7 – Принятая реализация после процедуры исключения из нее помехи

На рисунке 3.7.8 показаны зависимости оценки амплитуды сигнала и оценки амплитуды помехи в зависимости от времени приёма. Отклонения оценок амплитуды помехи незначительные. Оценка амплитуды сигнала в максимуме кривой (пунктир) соответствует модельному значению 1.

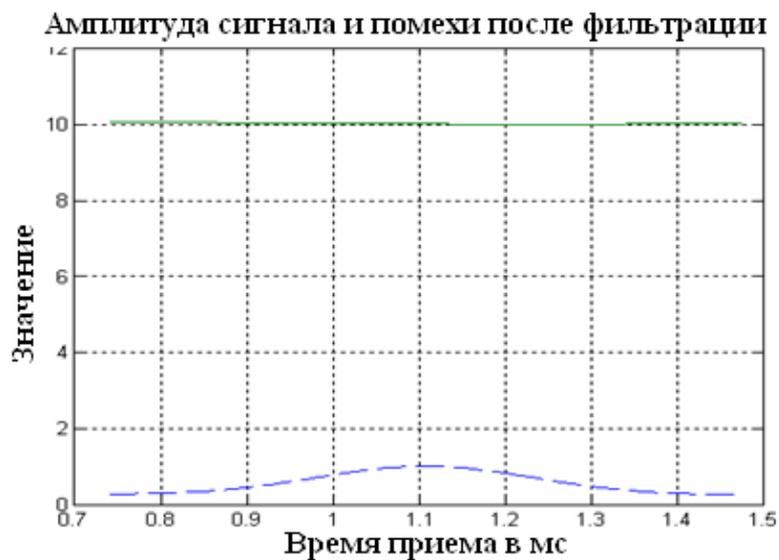


Рисунок 3.7.8 – Зависимость амплитуды сигнала (пунктир) и помехи (сплошная линия) от времени приёма сигнала при увеличенной амплитуде помехи

На рисунке 3.7.9 показаны отдельно спектры сигнала и помехи. Их резонансные частоты одинаковы. Тем не менее, исключение помехи из реализации вполне возможно.

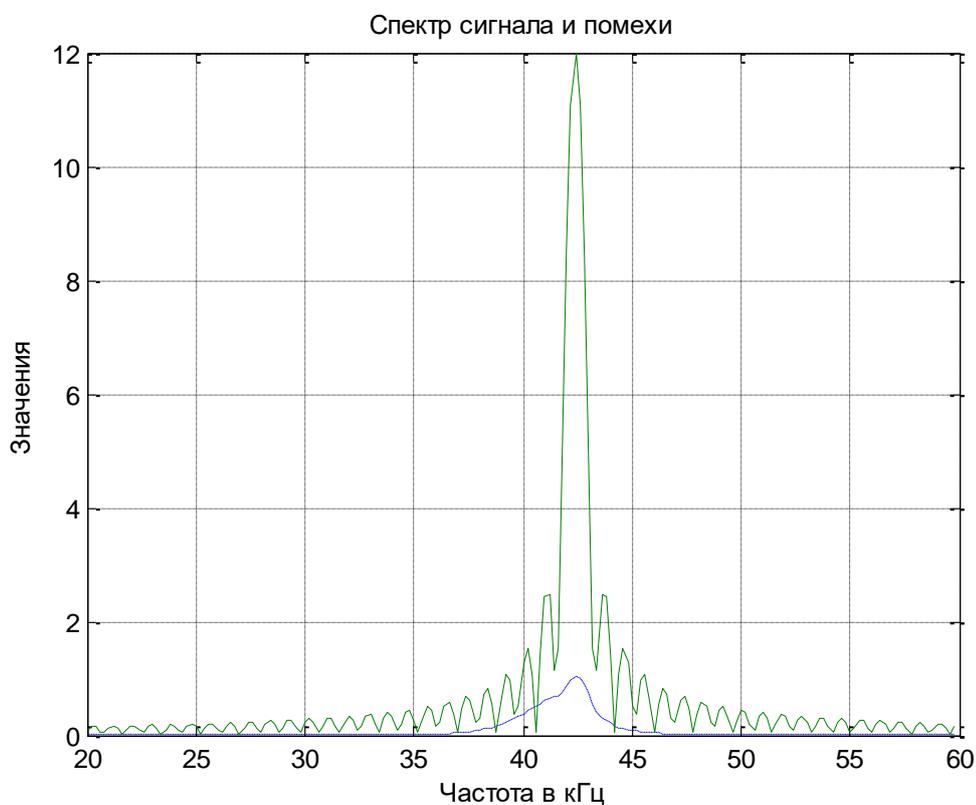


Рисунок 3.7.9 – Раздельные спектры сигнала (пунктир) и помехи (сплошная линия). Резонансные частоты сигнала и помехи одинаковы 42.4 кГц

Таким образом, в настоящем параграфе предложена технология исключения сосредоточенной по частоте помехи из принятой реализации. Она позволяет полностью исключить помеху из реализации без существенных искажений ультразвукового сигнала.

§ 3.8. Результаты эксперимента по разрешению ультразвуковых сигналов

В первой главе настоящей работы представлена новая технология обработки сигналов, основанная на методе максимального правдоподобия. Основное ее отличие заключается в том, что решение статистических задач радиотехники можно получить как в области ортогональности сигналов, так и в области их неортогональности. Разрешающая способность при этом существенно увеличивается. Теория данного вопроса и результаты модельных расчетов по вопросам разрешения изложены в главе 3. В настоящем параграфе продолжено исследование вопросов разрешения на достаточно простом макете с целью экспериментального подтверждения результатов теории и модельных исследований. На рисунке 4.4.1 показана схема экспериментальной установки для исследования вопросов разрешения ультразвуковых сигналов.



Рисунок 3.8.1 – Схема экспериментальной установки

Передатчик ультразвуковых волн расположен вблизи горизонтальной отражающей поверхности на высоте D . На такой же высоте располагается приемник ультразвука. Расстояние от передатчика до приемника равно $L1$. В результате, в точку приёма приходят две ультразвуковые волны: прямая и отраженная от поверхности. Разность времён приёма меняется в зависимости от высоты D , и определяется выражением

$$\Delta t(D) = \frac{1}{\vartheta} \left(\sqrt{D^2 + \left(\frac{L1}{2}\right)^2} - L1 \right), \quad (3.8.1)$$

где ϑ – скорость звука.

Расстояние $L_1=79$ см, частота ультразвука - 40 кГц.

На рисунке 4.4.2 показан вид ультразвукового сигнала (верхний рисунок) и его корреляционная функция (нижний рисунок).

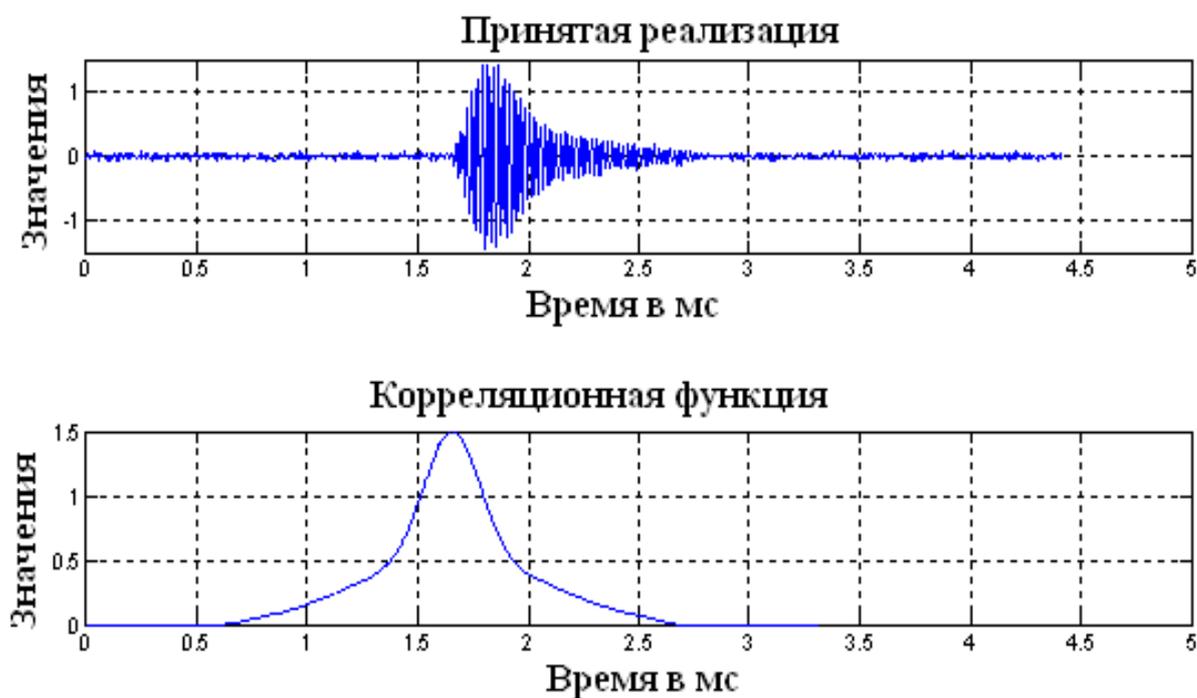


Рисунок 3.8.2 – Вид ультразвукового сигнала в зависимости от времени приёма и его корреляционная функция

рэлеевское разрешение двух сигналов, согласно рисунку, от 0.5 мс и более. Целью является разрешить ультразвуковые сигналы в области менее 0.5 мс. Предварительные модельные расчеты показали следующее.

На рисунке 4.4.3 представлены оценки амплитуд прямого и отраженного ультразвукового сигнала (верхний рисунок) и оценки времени приёма (нижний рисунок). Их амплитуды равны 1 и 0.9. Время приёма прямого сигнала постоянно и равно 1.28 мс. Время приёма отраженного сигнала меняется линейно. Из рисунка ясно, что оценки параметров прямого и отраженного сигналов вполне удовлетворительные за исключением интервала $1.26 \div 1.3$ мс. По сравнению с рэлеевским, разрешение прямого и отраженного сигналов увеличилось в ≈ 30 раз.

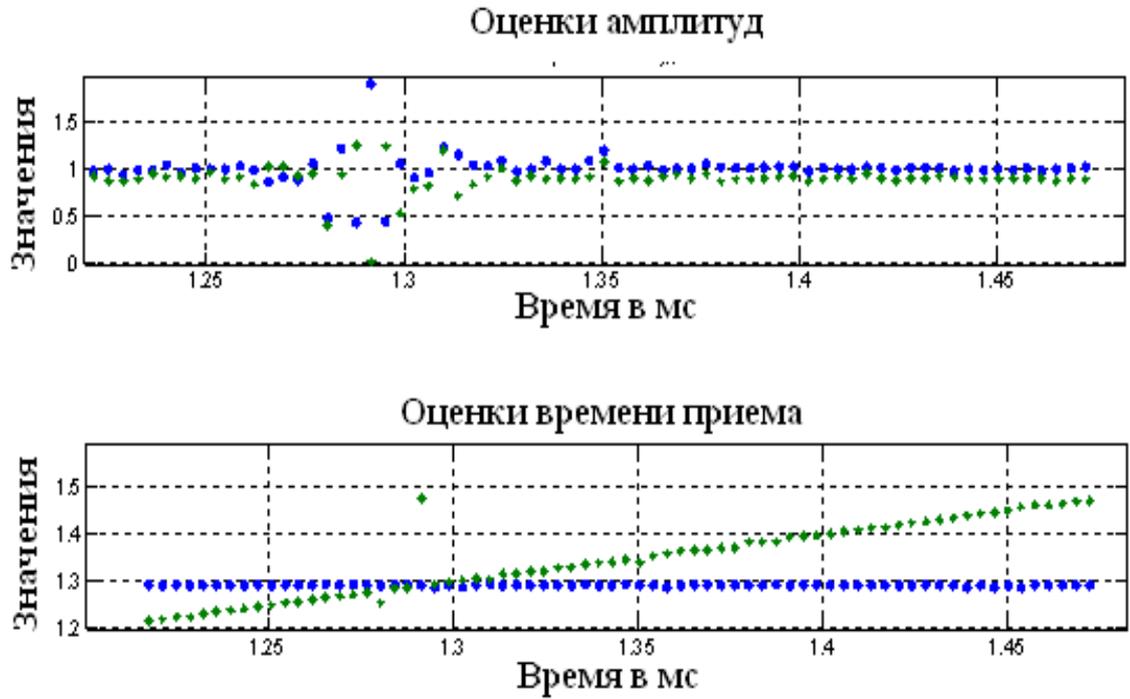


Рисунок 3.8.3 – Оценки амплитуд (верхний рисунок) и времён приёма (нижний рисунок) в зависимости от времени приёма второго ультразвукового сигнала

Результат, полученный на экспериментальной установке, представлен на рисунке 4.4.4, на котором показаны оценки прямого и отраженного от поверхности сигналов в зависимости от высоты расположения передатчика и приёмника D.

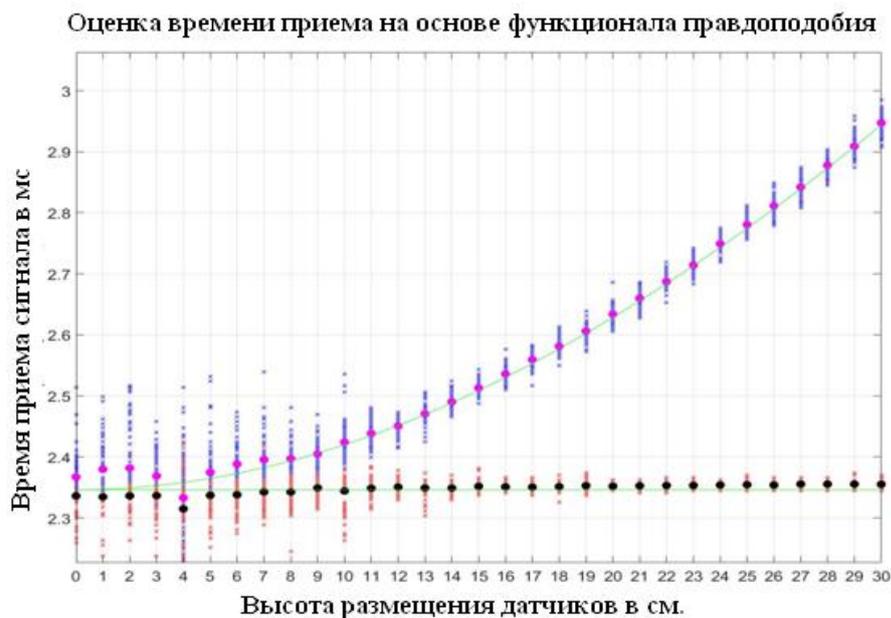


Рисунок 3.8.4 – Оценки времени приёма прямого и отраженного ультразвукового сигнала, полученные с помощью экспериментальной установки

Согласно рисунку, в диапазоне высот 0÷10см статистики оценок времени приёма прямого и отраженного луча перекрываются. Если ограничить возможность разрешения этим условием, то по сравнению с рэлеевским, достижимое разрешение увеличено в 7 раз (оценка разности времён приёма, при которой возможно разрешение, равна 0.08 мс в сравнении с рэлеевским пределом разрешения 0.5 мс). Однако, например, в области диагностики, можно проводить статистическое усреднение получаемых оценок времени приёма. В этом случае усредненная оценка разности времени приёма будет равна 0.01 мс (при высоте $D=3$ см). Достижимое разрешение будет увеличено по сравнению с рэлеевским в 50 раз. Таким образом, приведенная в работе технология обработки ультразвуковых сигналов позволяет увеличить разрешение в ≈ 7 раз, а при усреднении оценок по ряду реализаций до ≈ 50 раз.

Глава 4. Пространственно-временная обработка ультразвуковых сигналов

§ 4.1. Основы пространственно-временной обработки ультразвукового сигнала

Рассмотрим основы пространственно-временной обработки ультразвуковых сигналов [43, 56, 67-79]. Для излучения и приёма информации в ультразвуковой диагностике используются частотный диапазон $2 \div 29$ МГц. Последние достижения микроэлектроники позволяют формировать в области ультразвука широкополосные сигналы и дают возможность реализации цифровых ультразвуковых фазированных решеток. Широкополосность ультразвуковых сигналов обеспечивает высокое разрешение по дальности, в особенности, с применением мозаичных структур. Цифровые ультразвуковые фазированные решетки обеспечивают высокое разрешение по координатам. Так, например, современные детекторы ультразвука в медицине могут содержать несколько сотен пьезокристаллических преобразователей малых размеров, сравнимых с длинами волн, обеспечивая узкую управляемую диаграмму направленности. Совокупность определенного количества узкополосных пьезокристаллических преобразователей с разными резонансными частотами обеспечивает общую широкополосность излучателя или приемника. В настоящей работе основное внимание обращено на новые возможности обработки пространственно-временных ультразвуковых сигналов, связанные с результатами исследований во второй и третьей главе, и методом максимального правдоподобия. В настоящем параграфе рассмотрены основы пространственно-временной обработки одного ультразвукового сигнала.

Пусть решетка из NM одинаковых пьезокерамических преобразователей расположена вдоль координат Y, Z с интервалами между ними меньшими, чем половина длины волны $\Delta y = \Delta z < \lambda/2$. Расположение преобразователей определяется значениями y_n, z_m (рисунок 4.1.1). Положение волнового вектора указано стрелкой. Вертикальный угол определен как угол места β , горизонтальный угол - как азимут α .

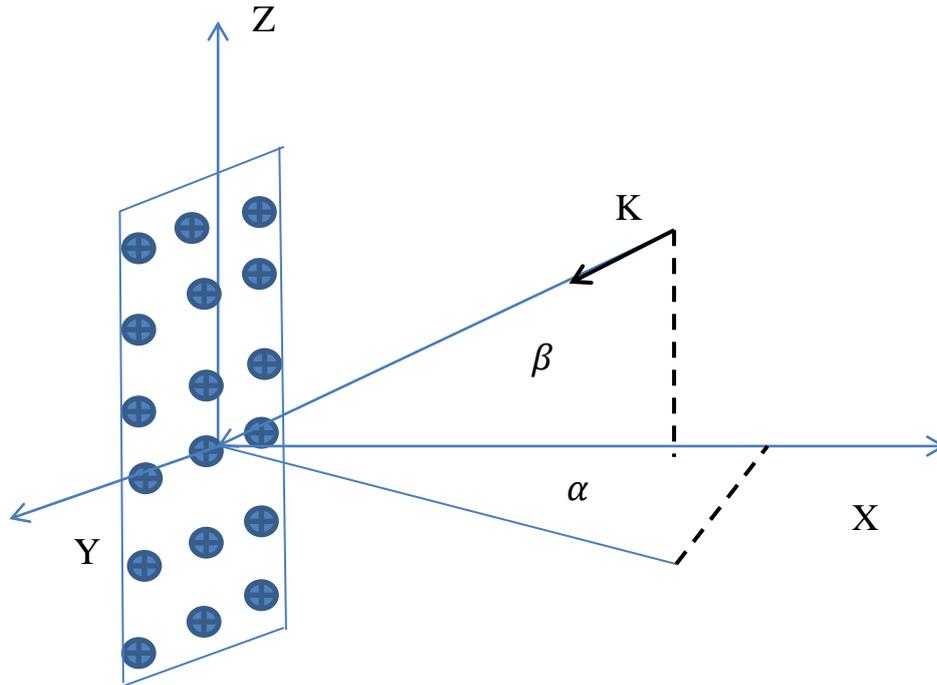


Рисунок 4.1.1 – Расположение решетки пьезокерамических пластин относительно координатной системы

Запишем напряжение ультразвукового сигнала на n, m –преобразователе в виде

$$\hat{U}_{n,m} = \hat{U}_0 \hat{S}(t - t_0, y_n, z_m) \exp(i(\omega_0(t - t_0) - k_y y_n - k_z z_m)), \quad (4.1.1)$$

где t_0 – время приёма сигнала.

$k_y = k_0 \cos(\beta) \sin(\alpha) = \frac{2\pi}{\lambda} \cos(\beta) \sin(\alpha)$ – составляющая волнового вектора вдоль координаты y , зависящая от длины волны λ , азимутального угла α и угла места β .

$k_z = k_0 \sin(\beta) = \frac{2\pi}{\lambda} \sin(\beta)$ – составляющая волнового вектора вдоль координаты z

\hat{U}_0 – комплексная амплитуда сигнала.

$\hat{S}(t - t_0, y_n, z_m) = 1 - \exp\left(-\gamma\left(t - t_0 - \frac{k_y y_n}{\omega_0} - \frac{k_z z_m}{\omega_0}\right)\right)$ – форма переднего фронта

ультразвукового сигнала при $t_0 + \frac{k_y y_n}{\omega_0} + \frac{k_z z_m}{\omega_0} < t < t_0 + \frac{k_y y_n}{\omega_0} + \frac{k_z z_m}{\omega_0} + T$,

T – длительность сигнала, γ – коэффициент затухания.

$$\hat{S}(t - t_0, y_n, z_m) = \left(1 - \exp\left(-\gamma \left(T + \frac{k_y y_n}{\omega_0} + \frac{k_z z_m}{\omega_0}\right)\right) \right) \exp\left(-\gamma \left(t - t_0 - \frac{k_y y_n}{\omega_0} - \frac{k_z z_m}{\omega_0}\right)\right) - \text{форма заднего фронта ультразвукового сигнала при } t > T + \frac{k_y y_n}{\omega_0} + \frac{k_z z_m}{\omega_0}.$$

Сложная структура ультразвуковых сигналов (4.1.1) является их характерной особенностью в отличие от радиосигналов. Она обусловлена значительной протяженностью переднего и заднего фронта ультразвукового импульса соизмеримой с длительностью сигнала. Для радиоволн это реализуется лишь при сверхширокополосных сигналах. Отмеченная сложность пространственно-временных сигналов существенно затрудняет их обработку.

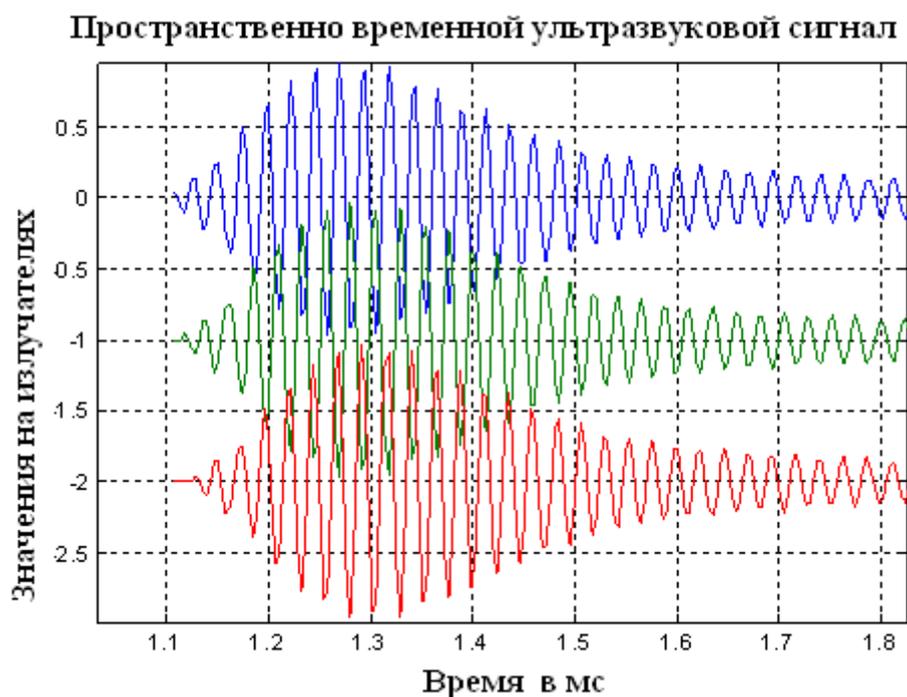


Рисунок 4.1.2 – Структура пространственно-временного сигнала при $n = 1, 3, 5$ и $m = 1$ при азимуте 10 градусов

На рисунке 4.1.2 показан пространственно-временной сигнал при $n = 1, 3, 5$ и $m = 1$ при азимуте, равном 10 градусам. Отмечается зависимость времени приёма на отдельных элементах решетки как от дальности до отражателя, так и от азимута и угла места, определяемая выражением $\frac{k_y y_n}{\omega_0} + \frac{k_z z_m}{\omega_0}$. Общее количество данных для обработки при приеме одного ультразвукового сигнала с помощью

решетки пьезокерамических преобразователей представлено на рисунке 4.1.3. Оно зависит от количества элементов решётки и временного интервала приёма сигнала.

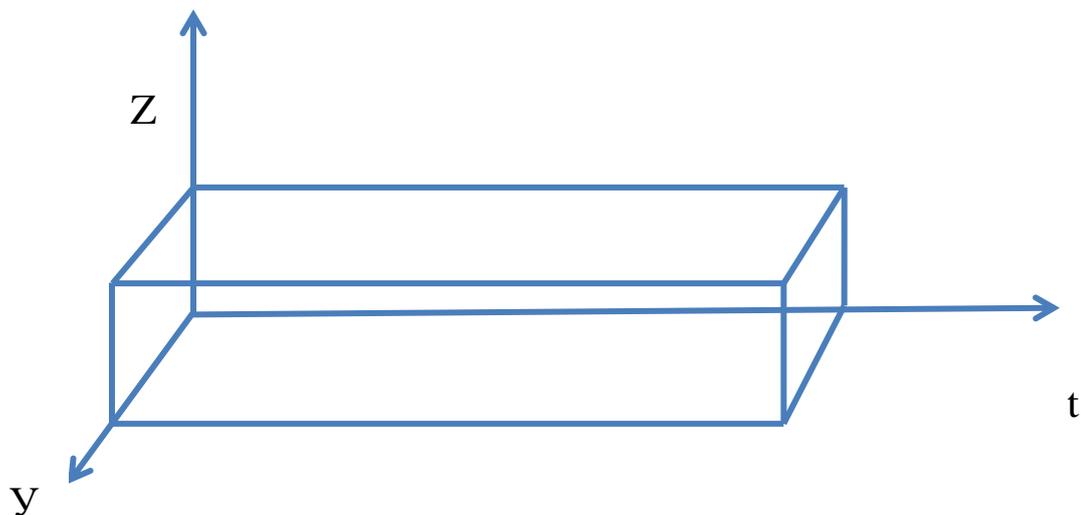


Рисунок 4.1.3 – Количество данных для обработки одного ультразвукового сигнала с помощью решетки преобразователей

В плоскости, определяемой координатами Y и Z , создаются временные срезы данных с $N \times M$ равномерно распределенными преобразователями. Эти срезы данных повторяются через интервал дискретизации Δt . В целом создается трехмерный массив данных размером $N \times M \times L$. С помощью совместной корреляционно-угловой обработки осуществляется переход к координатам α, β, t . Полученный массив данных представляет собой трехмерную поверхность с максимумом в точке α_0, β_0, t_0 , которая и определяет оценки азимута, угла места и времени приёма ультразвукового сигнала. Данная обработка является оптимальной. Однако ее можно проводить последовательно. Вначале, проводится корреляционная обработка для каждого преобразователя из состава решетки (принятый сигнал показан на рисунке 4.1.2). Далее реализуется угловая обработка, компенсирующая временные задержки на преобразователях, связанные с азимутом и углом места. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Запишем принятую реализацию на каждом преобразователе в виде

$$\hat{Y}_{n,m}(t) = \widehat{U}_0 \hat{S}(t - t_0, y_n, z_m) \exp\left(i(\omega_0(t - t_0) - k_y y_n - k_z z_m)\right) + \widehat{U}_{ш}(t, y_n, z_m) \quad (4.1.2)$$

$\widehat{U}_{ш}(t, y_n, z_m)$ - шумовая составляющая в точке трехмерного пространства.

На основании (4.1.2) запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta\left(\widehat{U}_0, \acute{t}_0, \acute{\alpha}, \acute{\beta}\right) = \sum_{n,m}^{N,M} \int_0^T \left| \hat{Y}_{n,m}(t) - \widehat{U}_0 \hat{S}(t - \acute{t}_0, y_n, z_m) \exp\left(i(\omega_0(t - \acute{t}_0) - \acute{k}_y y_n - \acute{k}_z z_m)\right) \right|^2 dt \quad (4.1.3)$$

Дифференцируя по амплитуде и приравнивая дифференциал нулю, получим

$$\widehat{U}_0(\acute{t}_0, \acute{\alpha}, \acute{\beta}) = \frac{1}{NMT_{\text{ЭКВ}}} \sum_{n,m}^{N,M} \int_0^T \hat{Y}_{n,m}(t) \hat{S}^*(t - \acute{t}_0, y_n, z_m) \exp\left(-i(\omega_0(t - \acute{t}_0) - \acute{k}_y y_n - \acute{k}_z z_m)\right) dt, \quad (4.1.4)$$

где $T_{\text{ЭКВ}} = \int_0^T \hat{S}(t - \acute{t}_0, y_n, z_m) \hat{S}^*(t - \acute{t}_0, y_n, z_m) dt$

Это, по существу, трехмерное преобразование Фурье, переводящее массив данных (рисунок 4.13) в трехмерный массив параметров $\acute{t}_0, \acute{\alpha}, \acute{\beta}$. Этот трехмерный массив данных представляет собой поверхность в трехмерном пространстве параметров $\acute{t}_0, \acute{\alpha}, \acute{\beta}$. Максимум этой поверхности реализуется в точке $\acute{t}_0 = t_0, \acute{\alpha} = \alpha, \acute{\beta} = \beta$, определяющей оценки параметров: время приёма, азимут, угол места. Полученное выражение (4.1.4) определяет оптимальную обработку пространственно-временного ультразвукового сигнала. Подставляя $\hat{Y}_{n,m}(t)$ в выражение (4.1.4) можно получить в точке $\acute{t}_0 = t_0, \acute{\alpha} = \alpha, \acute{\beta} = \beta$ несмещенную оценку амплитуды \widehat{U}_0 .

$$\widehat{U}_0(\acute{t}_0, \acute{\alpha}, \acute{\beta}) = \widehat{U}_0 + \frac{1}{NMT_{\text{ЭКВ}}} \sum_{n,m}^{N,M} \int_0^T \widehat{U}_{ш,n,m}(t) \hat{S}^*(t - \acute{t}_0, y_n, z_m) \exp\left(-i(\omega_0(t - \acute{t}_0) - \acute{k}_y y_n - \acute{k}_z z_m)\right) dt \quad (4.1.5)$$

Второе слагаемое в (4.1.5) определяет трехмерный оптимальный согласованный фильтр для фильтрации шумовой составляющей. Математическое ожидание шума равно нулю. Дисперсия шума после фильтрации определяется выражением

$$D_u = \frac{\sigma^2}{NMN_1} \quad (4.1.6)$$

$N_1 = \frac{T_{\text{ЭКВ}}}{\tau_k}$. Дисперсия шума зависит от количества элементов решетки и от количества некоррелированных отсчетов шума.

Используя общее выражение для дисперсии Рао-Крамера [52]

$$D = - \left(M \left(\frac{d^2 \ln(L(\bar{\lambda}))}{d\lambda_i d\lambda_j} \right) \right)^{-1},$$

двойным дифференцированием логарифма функции правдоподобия по параметрам, можно получить выражения для дисперсии азимута D_α и дисперсии угла места D_β .

$$D_\alpha = \frac{3\sigma^2}{|\hat{U}|^2 NMN_1 L_y^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cos(\beta) \right)^2}, \quad D_\beta = \frac{3\sigma^2}{|\hat{U}|^2 NMN_1 L_z^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cos(\beta) \right)^2}, \quad (4.1.7)$$

где L_y, L_z – размеры решетки вдоль оси y и вдоль оси z .

Дифференцируя логарифм функции правдоподобия два раза по времени приёма t_0 , с учетом того, что от времени приёма зависит лишь огибающая сигнала, можно получить выражение для дисперсии времени приёма, аналогичной дисперсии Вудворда [52].

$$D_{t_0} = \frac{3\sigma^2}{|\hat{U}|^2 NMN_1 K^2}, \quad (4.1.8)$$

где $K^2 = \frac{\int_0^T \left(\frac{d(\hat{S}(t-t_0))}{dt} \right)^2 dt}{\int_0^T |\hat{S}(t-t_0)|^2 dt}$ – параметр, определяющий ширину частотного спектра

сигнала. Он, согласно соотношению неопределенности, определяет эквивалентную длительность сигнала.

Выражения для дисперсии параметров Рао-Крамера (4.1.7) и (4.1.8) определяют сложные зависимости от количества элементов решетки, от количества некоррелированных, по шуму, отсчетов по времени, от отношений размеров решетки к длине волны, от угла места. Пользуясь этими выражениями можно оптимизировать структуру решетки. Например, при одинаковом количестве элементов решетки их расположение по периметру квадрата или по окружности уменьшит дисперсию угловых параметров сигналов в связи с увеличением

размера решетки. С уменьшением длины волны дисперсии уменьшаются. Следовательно, существует соответствующая обратная частотная зависимость дисперсии азимута и угла места сигнала для решетки. Нижняя частота решетки определяется допустимой дисперсией параметров сигнала. Верхняя частота решетки определяется равенством $f_B = \frac{2C}{\Delta}$, C - скорость распространения ультразвука, Δ - интервал между элементами решетки.

Представим результаты модельных расчетов, иллюстрирующих обработку пространственно-временных ультразвуковых сигналов. На рисунке 4.1.4 показан вид ультразвуковых сигналов, принятых на трех элементах решетки.

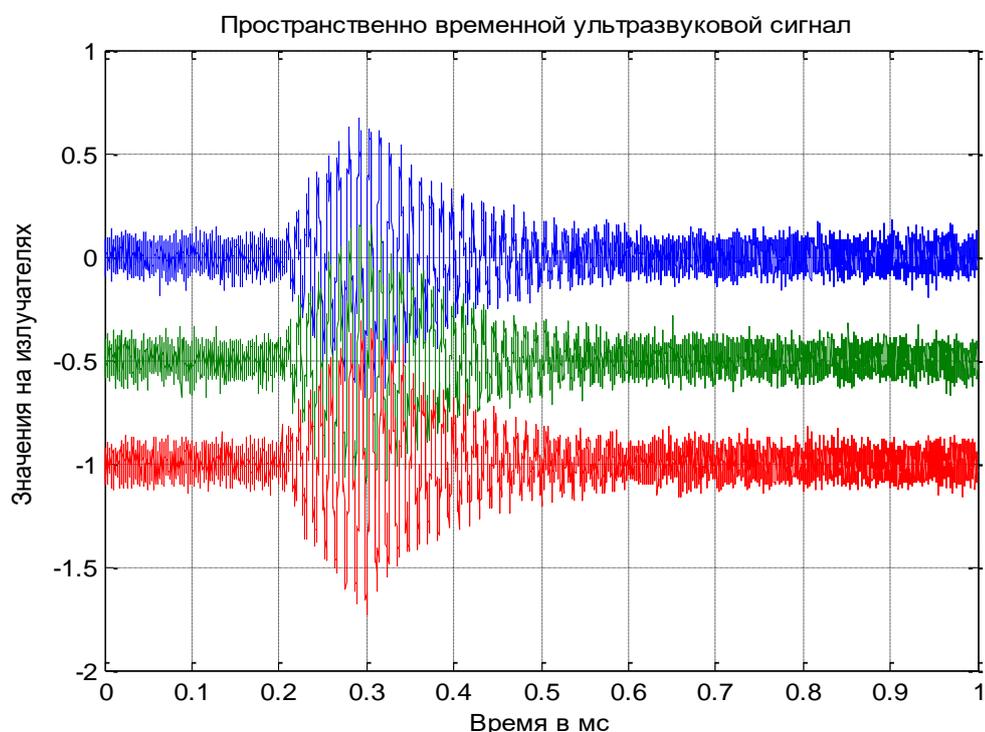


Рисунок 4.1.4 – Вид пространственно-временного ультразвукового сигнала, принятого на трех последовательных элементах с координатами y_1, y_2, y_3 . Отношение сигнал/шум равно 25 дБ, азимут равен 20 градусам, угол места равен 0 градусам

Основной особенностью является временной сдвиг огибающей в зависимости от расположения элемента решетки. Однако в этом сигнале существует и фазовые различия между элементами решетки. Они представлены на рисунке 4.1.5. Такая

особенность приводит к необходимости совместной пространственно-временной обработки (корреляционно-угловой спектральный анализ). Однако перестановочность операторов суммирования и интегрирования в (4.1.5) позволяет проводить вначале корреляционную обработку на каждом элементе решетки. В этом случае можно будет получить совокупность корреляционных функций с определенным распределением максимумов на элементах решетки. На втором этапе проводится угловой спектральный анализ с учетом распределения корреляционных максимумов.

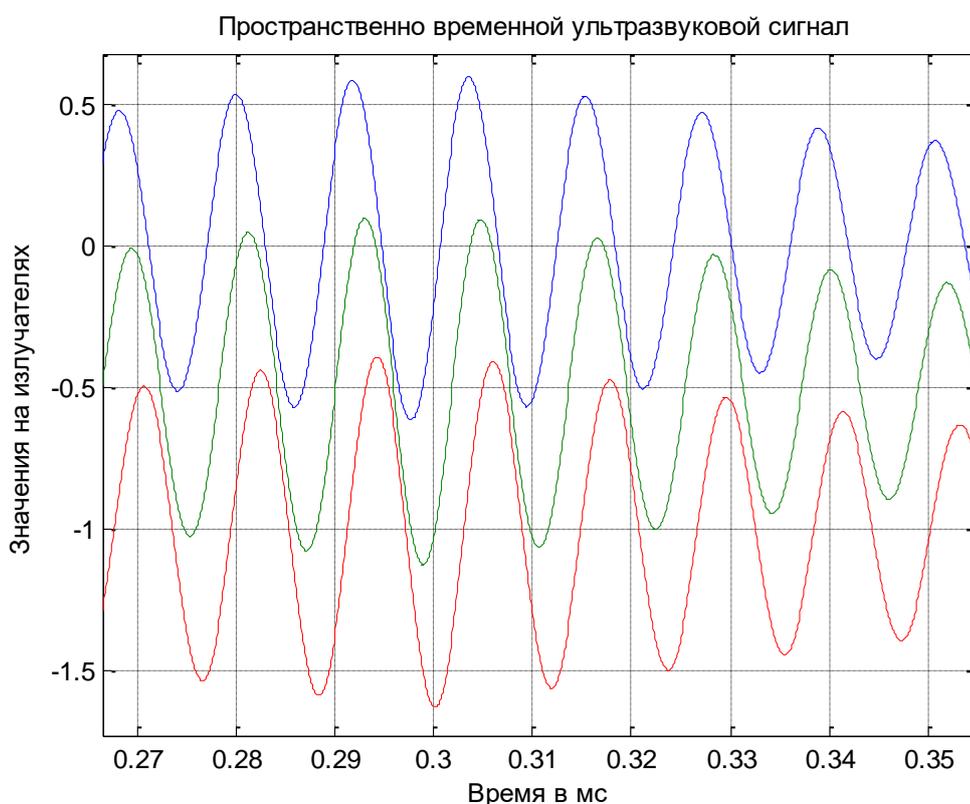


Рисунок 4.1.5 – Различие фаз на трех последовательных элементах решетки с координатами y_1, y_2, y_3 . Частота равна 84.8 кГц, азимут равен 20 градусам

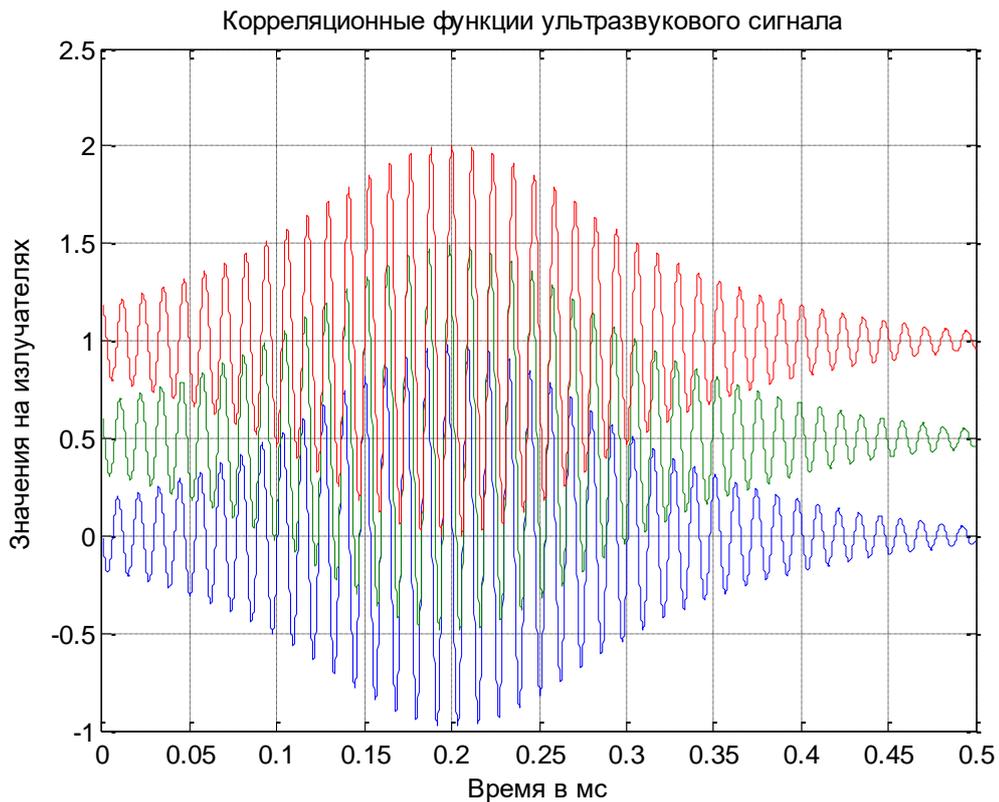


Рисунок 4.1.6 – Корреляционные функции ультразвукового сигнала полученные на последовательных элементах решетки с координатами U_1, U_2, U_3

На рисунке 4.1.7 в качестве примера показана азимутальная диаграмма направленности. При временном сдвиге корреляционных максимумов, фазовое распределение на элементах решетки позволяет получить угловые зависимости в виде азимутальной и угломестной диаграмм направленности. Полуширина диаграммы направленности соответствует расчетному значению 57 градусов. Следует отметить, что последовательный корреляционный, а затем угловой спектральный анализ, приводит к необходимости использовать значения корреляционных максимумов на элементах решетки. Это возможно при достаточно высоком отношении сигнал/шум. Совместная пространственно-временная обработка улучшает помехоустойчивость обработки.

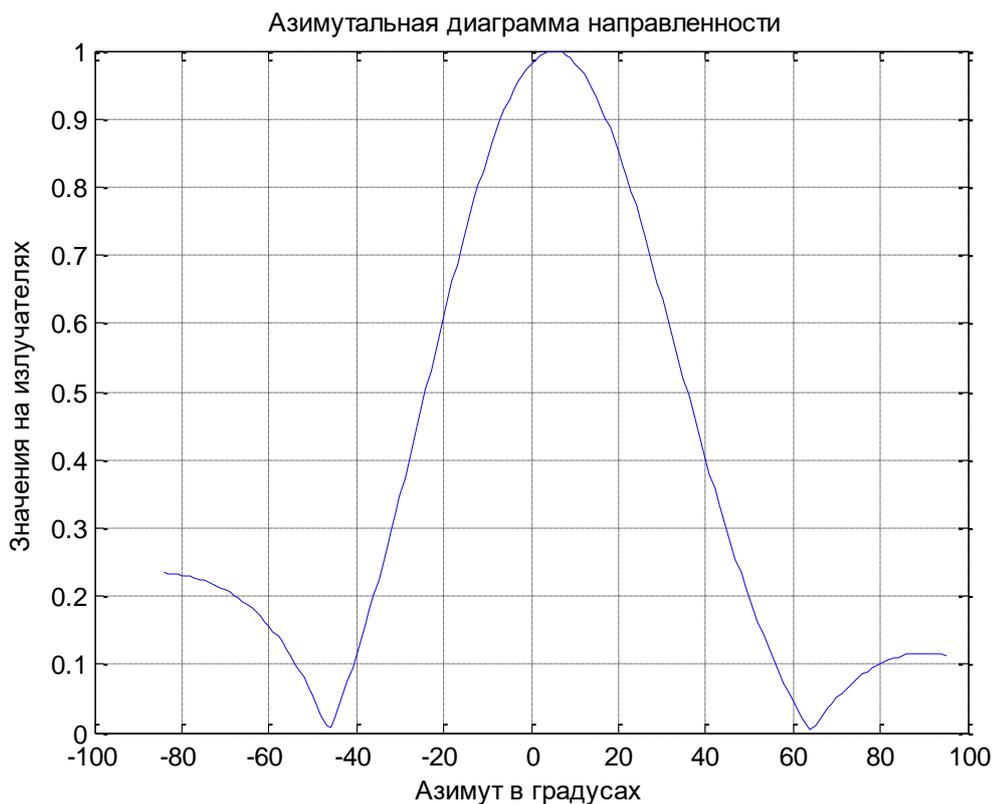


Рисунок 4.1.7 – Азимутальная диаграмма направленности решетки ультразвуковых преобразователей с апертурой $L = 0.5 \lambda$. Азимут равен 5 градусам

Таким образом, в настоящем параграфе представлены основы обработки одного пространственно-временного ультразвукового сигнала. Она проводится совместным пространственно-временным корреляционным анализом, который вытекает из метода максимального правдоподобия.

§4.2. Пространственно-временное разрешение ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия

Рассмотрим возможность увеличения разрешения при обработке ультразвуковых пространственно-временных сигналов. Разрешение, как по угловым параметрам, так и по времени приёма, является важным фактором. Он определяет возможности раздельного обнаружения, раздельной оценки параметров двух или более сигналов при коэффициенте корреляции отличном от нуля. Он определяет возможности фильтрации пространственно-временных сигналов на фоне коррелированной с сигналом помехи. Он определяет новые возможности обработки при наличии структурного шума. В настоящее время на практике используется теория разрешения, основанная на функции неопределенности. Она имеет ограничения типа критерия Рэля и справедлива лишь в рамках спектрального, корреляционного, углового спектрального анализа. Это показано в главе 2 настоящей работы, а в последующих параграфах представлены возможности разрешения временных ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия. Развивая эту тему, в настоящем параграфе рассматривается возможность разрешения двух пространственно-временных сигналов. Для простоты изложения данного вопроса будем рассматривать линейку N преобразователей, равномерно распределенных вдоль оси Y и принятую реализацию, содержащую лишь два сигнала. Запишем реализацию, принятую на n - преобразователь с координатой y_n , в следующем виде.

$$\hat{Y}_n(t) = \widehat{U}_1 \hat{S}(t - t_1, y_n) \exp\left(i(\omega_0(t - t_1) - k_{1,y} y_n)\right) + \\ + \widehat{U}_2 \hat{S}(t - t_2, y_n) \exp\left(i(\omega_0(t - t_2) - k_{2,y} y_n)\right) + \widehat{U}(t, y_n), \quad (4.2.1)$$

где $k_{1,y} = k_0 \cos(\beta_1) \sin(\alpha_1)$ – составляющая волнового вектора первого сигнала
 $k_{2,y} = k_0 \cos(\beta_2) \sin(\alpha_2)$ – составляющая волнового вектора второго сигнала.

$\hat{S}(t - t_i, y_{i,n}) = 1 - \exp\left(-\gamma\left(t - t_i - \frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0}\right)\right)$ – форма переднего фронта ультразвукового сигнала при $t_i + \frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0} < t < t_i + \frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0} + T$, T - длительность сигнала, γ - коэффициент затухания, $i = 1, 2$.

$\hat{S}(t - t_i, y_{i,n}) = \left(1 - \exp\left(-\gamma\left(T + \frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0}\right)\right)\right) \exp\left(-\gamma\left(t - t_i - \frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0}\right)\right)$ – форма заднего фронта ультразвукового сигнала при $t > T + \frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0}$.

$\frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0}$ - временная задержка на n - преобразователе.

$\hat{U}(t, y_n)$ - шумовая составляющая в точке двумерного пространства.

На основании (4.2.1) запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta(\hat{U}_1, \hat{U}_2, \hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) = \sum_n^N \int_0^T \left| \hat{Y}_n(t) - \hat{U}_1 \hat{S}(t - \hat{t}_1, y_n) \exp\left(i(\omega_0(t - \hat{t}_1) - \hat{k}_{1,y}y_n)\right) - \hat{U}_2 \hat{S}(t - \hat{t}_2, y_n) \exp\left(i(\omega_0(t - \hat{t}_2) - \hat{k}_{2,y}y_n)\right) \right|^2 dt \quad (4.2.2)$$

Функционал правдоподобия представляет собой поверхность в пространстве оцениваемых (штрихованных) параметров. Исключим комплексные амплитуды. Проведем подстановку Хелстрема. Для этого, дифференцируя (4.2.2) по амплитудам и приравнявая дифференциалы нулю, получим уравнения правдоподобия. Решая их относительно амплитуд, получим функциональные зависимости от параметров $\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$.

$$\begin{aligned} \hat{U}_1(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) &= \frac{X1 * T2 - \hat{R} * X2}{T1T2 - |\hat{R}|^2} \\ \hat{U}_2(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) &= \frac{X2 * T1 - \hat{R}^* * X1}{T1T2 - |\hat{R}|^2} \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

В этих выражениях принято следующее:

$T1 = \int_0^T |\hat{S}(t - \hat{t}_1, y_n)|^2 dt$ -Эквивалентная длительность первого сигнала

$T2 = \int_0^T |\hat{S}(t - \hat{t}_2, y_n)|^2 dt$ -эквивалентная длительность второго сигнала

$X1 = \frac{1}{N} \sum_n^N \int_0^T \hat{Y}_n(t) \hat{S}^*(t - \hat{t}_1, y_n) \exp\left(-i(\omega_0(t - \hat{t}_1) - \hat{k}_{1,y}y_n)\right) dt$

$X2 = \frac{1}{N} \sum_n^N \int_0^T \hat{Y}_n(t) \hat{S}^*(t - \hat{t}_2, y_n) \exp\left(-i(\omega_0(t - \hat{t}_2) - \hat{k}_{2,y}y_n)\right) dt$

$\hat{R} = \frac{1}{N} \int_0^T \hat{S}(t - \hat{t}_1, y_n) \hat{S}(t - \hat{t}_2, y_n) \exp(-i(\omega_0(t - \hat{t}_1) - \hat{k}_{1,y} y_n)) \exp(i(\omega_0(t - \hat{t}_2) - \hat{k}_{2,y} y_n)) dt$ - ненормированный коэффициент корреляции.

Функциональные зависимости имеют вид поверхностей в четырехмерном пространстве оценок времён приёма и азимутов. В точке $\hat{t}_1 = \hat{t}_2$ и $\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2$ знаменатель коэффициента корреляции обращается в ноль и функциональные поверхности (4.2.3) характеризуются сингулярным максимумом. Наличие сингулярных максимумов на функциональных поверхностях не позволяет использовать (4.2.3) для оценки параметров сигналов. Однако если подставить (4.2.3) в функционал правдоподобия (4.2.2), тогда можно по минимуму нового преобразованного функционала правдоподобия (4.2.4) оценить времена приёма и азимуты сигналов в непосредственной близости от сингулярных максимумов. Подставляя полученные оценки в (4.2.3) можно оценить комплексные амплитуды сигналов.

$$\Delta(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) = \sum_n^N \int_0^T \left| \hat{Y}_n(t) - \hat{U}_1(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) \hat{S}(t - \hat{t}_1, y_n) \exp(i(\omega_0(t - \hat{t}_1) - \hat{k}_{1,y} y_n)) - \hat{U}_2(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) \hat{S}(t - \hat{t}_2, y_n) \exp(i(\omega_0(t - \hat{t}_2) - \hat{k}_{2,y} y_n)) \right|^2 dt \quad (4.2.4)$$

Приведем результаты модельных расчетов, иллюстрирующие представленную технологию. При проведении модельных расчетов использовались функциональные зависимости (4.2.3) в виде

$$\begin{aligned} \hat{U}_1(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) &= \frac{\frac{X_1}{T_1} - \hat{r} \frac{X_2}{T_2}}{1 - |\hat{r}|^2}, \\ \hat{U}_2(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) &= \frac{\frac{X_2}{T_2} - \hat{r}^* \frac{X_1}{T_1}}{1 - |\hat{r}|^2}, \end{aligned} \quad (4.2.5)$$

где $\hat{r} = \frac{\hat{R}}{T_1 T_2}$ - нормированный коэффициент корреляции, изменяющийся в пределах $0 \div 1$.

На рисунке 4.2.1 показана карта значений пространственно-временной корреляционной функции. Построены эллипсы неопределённости, соответствующие принятым сигналам. Точки соответствуют оценкам,

полученным согласно минимуму преобразованного функционала правдоподобия. Азимуты источников сигнала: 83° , 88° ; времена приёма: 1 мс, 1.05 мс, отношения сигнал/шум: -10 дБ, -6.5 дБ, коэффициент корреляции $|\hat{R}|=0,67$.

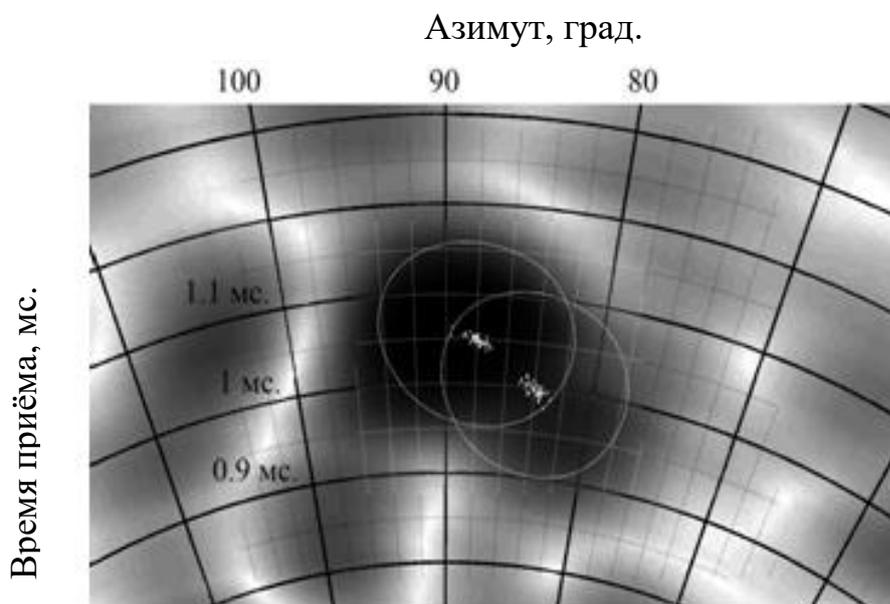


Рисунок 4.2.1 – сопоставление азимутов и времён приёма двух ультразвуковых сигналов в области высокой корреляции

Как видно из рисунка, разрешение пространственно-временных сигналов существенно улучшилось по сравнению с разрешением, получаемым согласно функции неопределенности.

В ходе модельного эксперимента получены статистики оценок параметров пространственно-временных сигналов. Для первого сигнала минимальное отношение сигнал/шум составляет -14 дБ, азимут 84° , время приёма 1 мс (оценки показаны крестиками). Для второго сигнала минимальное отношение сигнал/шум составляет -10.5 дБ, азимут 88° , время приёма 1.05 мс (оценки показаны точками). Частота сигнала – 30 кГц, интервал дискретизации – 1 мкс. Линии соответствуют минимальным среднеквадратичным отклонениям.

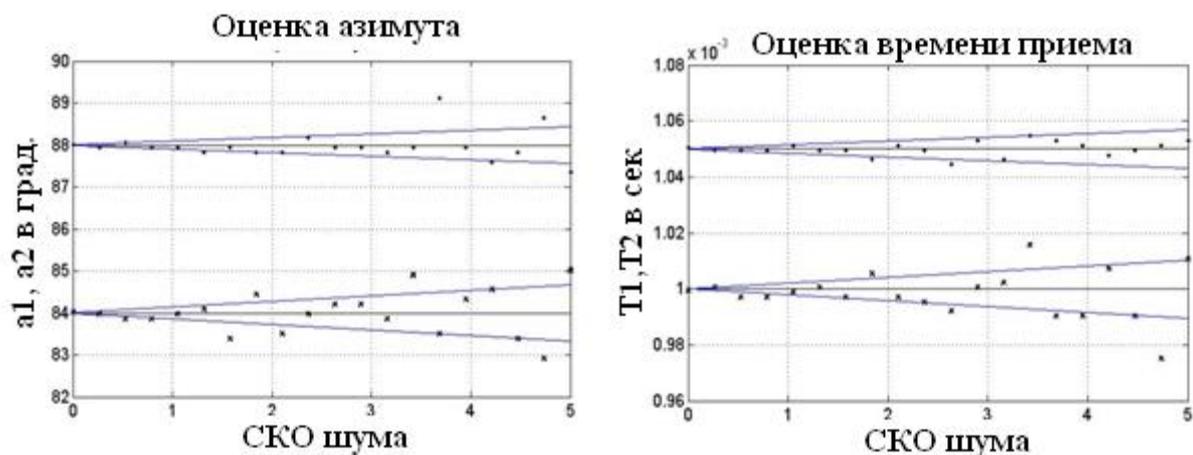


Рисунок 4.2.2 – статистики параметров сигнала при различных отношениях сигнал/шум

Модельные исследования показывают, что статистики оценок параметров пространственно-временного сигнала, полученные на основе преобразованного функционала правдоподобия, согласуются со среднеквадратичными отклонениями, соответствующими дисперсиям Рао-Крамера. Полученные оценки являются несмещёнными и эффективными.

На следующих рисунках показаны оценки параметров сигнала, полученные при различных коэффициентах корреляции принятых сигналов. Для оценок параметров каждого сигнала построены два эллипса: внешний определяется сечением функции неопределённости, и соответствует критерию Рэля, внутренний определяется дисперсией Рао-Крамера, согласно правилу « 3σ ». Отношения сигнал/шум: -10 дБ, -6.5 дБ. Согласно модельному эксперименту, при заданном отношении сигнал/шум, разрешающая способность повышена более чем в три раза по сравнению с возможностями разрешения сигналов на основе функции неопределённости. Область разрешения соответствует коэффициентам корреляции от 0 до 0.8. Оценки параметров сигналов с заданной вероятностью попадают в область, определяемую дисперсией Рао-Крамера.

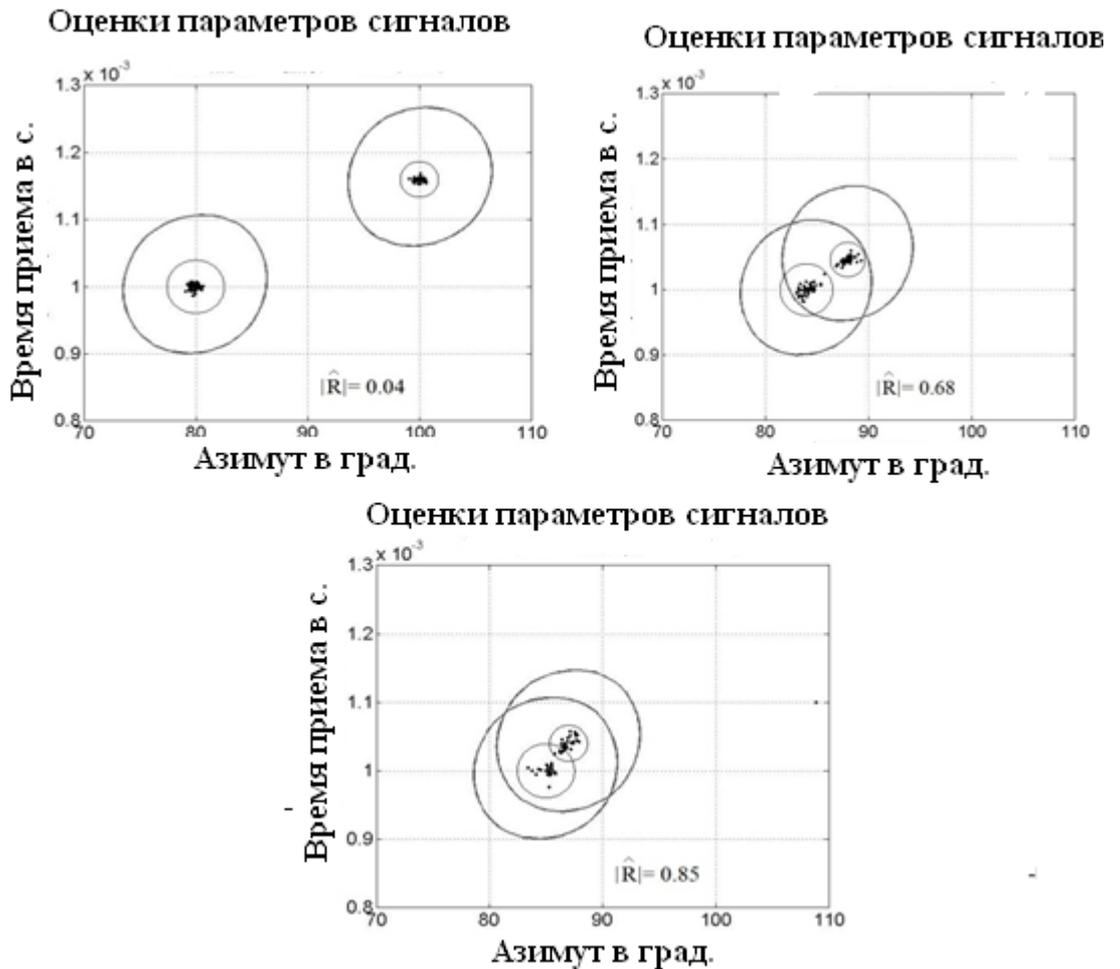


Рисунок 4.2.3 – оценки параметров сигнала при различных значениях коэффициента корреляции

Таким образом, методика разрешения сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия позволяет улучшить разрешающую способность при обработке пространственно-временных ультразвуковых сигналов.

§ 4.3. Оптимальная обработка ультразвуковых сигналов при синтезировании апертуры

При пространственно-временной обработке часто используется относительное перемещение источника и приемника излучения. Если это перемещение радиальное, тогда угловые параметры не меняются. Изменяется принимаемая частота за счет эффекта Доплера. Такая обработка сигнала носит название доплеровская фильтрация. Если перемещение источника и приемника излучения отлично от радиального, то за счет перемещения меняется фаза принимаемого излучения. Фаза становится функцией от перемещения $\varphi(x)$. Если геометрия перемещения известна, тогда функциональная зависимость от координат может быть определена и учтена при обработке сигнала. В результате реализуется синфазное сложение сигналов, излученных через интервалы Δt при движении приемника вдоль направления x со скоростью v (рисунок 4.3.1). Амплитуда при синфазном сложении будет максимальной, если угол α совпадает с углом на излучатель α_0 . Если угол α не совпадает с углом на излучатель α_0 , тогда амплитуда при синфазном сложении уменьшается. Таким образом, создается диаграмма направленности, позволяющая по максимуму определять угловое положение излучателя. Такая диаграмма направленности определяется, как диаграмма направленности с синтезированной апертурой. Она используется в локаторах бокового обзора. Фактически при относительном движении излучателя и приемника сигнал модулируется по фазе согласно закону, определяемому геометрией движения. Если этот закон модуляции сигнала по фазе известен, тогда он учитывается при обработке пространственно-временного сигнала. При учете диаграмм направленности излучателя и приемника излучения дополнительно возникает и амплитудная модуляция. Однако она имеет вторичное значение, и учитывается лишь при излучателе и приемнике с узкими диаграммами направленности. Для локаторов бокового обзора, как правило, используются излучатели и приемники с широкой диаграммой направленности. Особенностью ультразвуковых сигналов является наличие переходных процессов,

превышающих длительность сигналов. Это приводит к необходимости учёта времени приёма ультразвуковой волны. Время приёма будет иметь соответствующий закон модуляции при относительном перемещении излучателя и приемника. Он должен быть учтен при пространственно-временной обработке.

Рассмотрим более подробно основы пространственно – временной обработки ультразвукового сигнала на основе относительного движения излучателя и приемника (методика бокового обзора). На рисунке 4.3.1 показана схема расположения излучателя и приемника ультразвуковых сигналов. Приемник перемещается со скоростью v вдоль координаты x . Излучатель расположен в нуле системы координат. Отраженные ультразвуковые волны принимаются движущимся приемником. Координаты отражателя x_0, z_0 , в принципе, неизвестны. Их требуется определить на основе получаемых данных. Диаграммы направленности излучателя и приемника будем считать достаточно широкими.

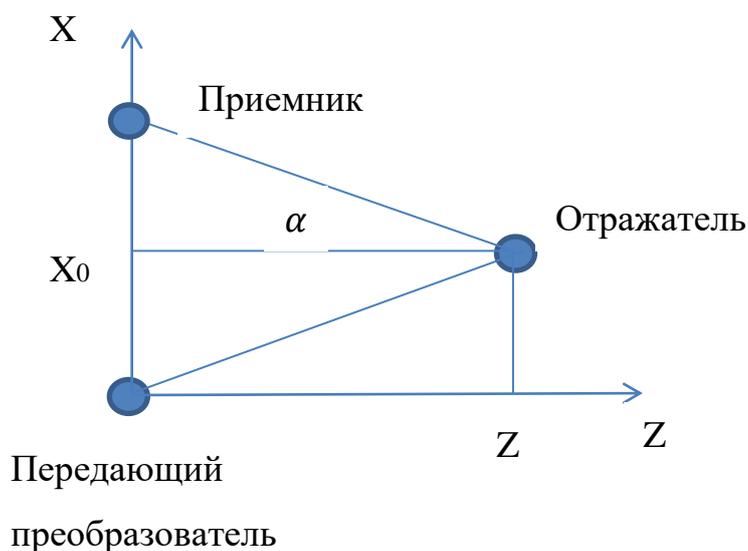


Рисунок 4.3.1 – Схема устройства бокового обзора.

Излучатель создаёт сферическую ультразвуковую волну, часть энергии которой отражается и фиксируется приёмником. В качестве отражателя используется тонкий цилиндр с радиусом много меньше рассматриваемых геометрических расстояний. В связи с этим, от отражателя распространяются цилиндрические

волны, фазовый центр которых находится в области отражателя. Исходя из этого, можно определить зависимость фазы принимаемой ультразвуковой волны.

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} (\sqrt{(x-x_0)^2 + z_0^2} - z_0) \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x-x_0)^2}{2z_0} = \frac{2\pi(x-x_0)}{\lambda 2tg(\alpha)} \quad (4.3.1)$$

Это, по существу, закон модуляции по фазе, зависящий от двух параметров: x_0 и z_0 . В точке x_0 фаза минимальна и равна нулю. Огибающая ультразвукового сигнала смещается во времени по закону

$$\Delta t(x) = \varphi(x)/\omega \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x-x_0)^2}{2z_0\omega} = \frac{2\pi(x-x_0)}{\lambda 2tg(\alpha)\omega} \quad (4.3.2)$$

Учтём эти поправки в принятой реализации.

$$\hat{y}(t, x) = \hat{U}_0 S(t, \Delta t(x)) \exp(i(\omega(t-t_0) - \varphi(x))) + \hat{U}_{ш}(t, x) \quad (4.3.3)$$

Принятая реализация зависит от времени t и от пространственной координаты x . Вдоль координаты t происходит процесс распространения ультразвуковой волны. Вдоль координаты x происходит смещение по фазе и по времени приёма. Второй процесс является медленным процессом. Эффект Доплера в рамках эксперимента не рассматривается. В связи с этим, вместо непрерывного изменения по координате x можно взять дискретные значения через интервалы между последовательными излучениями ультразвукового сигнала $\Delta t = \vartheta \Delta x$. На основании принятой двумерной реализации (4.3.3) запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta(\hat{U}_0, t_0, x_0) = \iint \left| \hat{y}(t, x) - \hat{U}_0 S(t, \Delta t(x)) \exp(i(\omega(t-t_0) - \varphi(x-x_0))) \right|^2 dx dt \quad (4.3.4)$$

Дифференцируя (4.3.4) по амплитуде и приравнивая дифференциал нулю, можно получить выражение для оценки амплитуды.

$$\hat{U}_0(t_0, x_0) = \frac{\iint \hat{y}(t, x) S(t, \Delta t(x)) \exp(-i(\omega(t-t_0) - \varphi(x-x_0))) dx dt}{\iint S(t, \Delta t(x))^2 dx dt}, \quad (4.3.5)$$

где $\iint S(t, \Delta t(x))^2 dx dt = T_{\text{экв}} L_{\text{экв}}$ - определяет произведение эквивалентной длительности сигнала и эквивалентного пространственного интервала. Выражение (4.3.5) является поверхностью в двумерном пространстве параметров

t'_0, x'_0 . В точке $t'_0 = t_0, x'_0 = x_0$ поверхности реализуется максимум с амплитудой \hat{U}_0 . Действительно, подставляя функцию $\hat{y}(t, x)$ в выражение (4.3.5), получим

$$\hat{U}_0(t'_0, x'_0) = \hat{U}_0 + \frac{\iint \hat{U}_{ш}(t, x) S(t, \Delta t(x)) \exp(-i(\omega(t-t'_0) - \varphi(x-x'_0))) dx dt}{\iint S(t, \Delta t(x))^2 dx dt} \quad (4.3.6)$$

Второе слагаемое в (4.3.6) определяет процесс фильтрации шума в согласованном двумерном фильтре. Математическое ожидание шумовой составляющей равно нулю. Дисперсия шума равна

$$D_{ш} = \frac{\sigma^2 \tau_{kt} \tau_{kx}}{T_{ЭКВ} L_{ЭКВ}} = \frac{\sigma^2}{N_t N_x}, \quad (4.3.7)$$

где $N_t N_x$ – количество некоррелированных отсчетов шума вдоль оси t и вдоль оси x . Выражения (4.3.6) (4.3.7) указывают на оптимальность пространственно-временной обработки ультразвуковых сигналов. При такой обработке реализуется максимальное отношение сигнал/шум, решение получается несмещенным.

Согласно первой главе настоящей работы при наличии в принятой реализации двух сигналов и более выражение (4.3.6) не может быть использовано для обработки. Оно будет неоптимальным. При этом будут возникать боковые лепестки и требуется введение соответствующего критерия разрешения. В связи с этим, представим оптимальное решение задачи бокового обзора для двух сигналов. Запишем принятую реализацию при наличии двух сигналов в следующем виде. $\hat{y}(t, x) = \hat{U}_1 S(t, \Delta t_1(x)) \exp(i(\omega(t - t_1) - \varphi_1(x))) + \hat{U}_1 S(t, \Delta t_1(x)) \exp(i(\omega(t - t_1) - \varphi_1(x))) + \hat{U}_{ш}(t, x)$ (4.3.8)

$\Delta t_i(x) \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x-x_i)^2}{2i\omega}$ - закон изменения времени приёма для огибающей сигнала

$\varphi_i(x) \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x-x_i)^2}{2z_i}$, $i = 1, 2$ -закон изменения фазы для сигнала.

На основании (4.3.8) запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta(\hat{U}_1, t'_1, x'_1, \hat{U}_2, t'_2, x'_2) = \iint \left| \hat{y}(t, x) - \hat{U}_1 S(t, \Delta t_1(x)) \exp(i(\omega(t - t'_1) - \varphi_1(x - x'_1))) - \hat{U}_2 S(t, \Delta t_2(x)) \exp(i(\omega(t - t'_2) - \varphi_2(x - x'_2))) \right|^2 dx dt \quad (4.3.9)$$

Дифференцируя (4.3.9) по амплитудам и приравнивая дифференциалы нулю, получим уравнения правдоподобия. Решая их относительно амплитуд, получим функциональные зависимости

$$\begin{aligned}\hat{U}_1(t_1, x_1, t_2, x_2) &= \frac{A_1 - A_2 \hat{R}(t_1, x_1, t_2, x_2)}{1 - |\hat{R}(t_1, x_1, t_2, x_2)|^2} \\ \hat{U}_2(t_1, x_1, t_2, x_2) &= \frac{A_2 - A_1 \hat{R}^*(t_1, x_1, t_2, x_2)}{1 - |\hat{R}(t_1, x_1, t_2, x_2)|^2}\end{aligned}\quad (4.3.10)$$

$$\text{где } A_1 = \frac{\iint \hat{y}(t, x) S(t, \Delta t_1(x)) \exp(-i(\omega(t-t_1) - \varphi_1(x-x_1))) dt dx}{\iint |S(t, \Delta t_1(x))|^2 dt dx},$$

$$A_2 = \frac{\iint \hat{y}(t, x) S(t, \Delta t_2(x)) \exp(-i(\omega(t-t_2) - \varphi_2(x-x_2))) dt dx}{\iint |S(t, \Delta t_2(x))|^2 dt dx},$$

$$\hat{R} = \frac{\iint S(t, \Delta t_1(x)) S(t, \Delta t_2(x)) \exp(-i(\omega(t_2-t_1) - \varphi_2(x-x_1) + \varphi_1(x-x_1))) dt dx}{\sqrt{\iint |S(t, \Delta t_1(x))|^2 dt dx \iint |S(t, \Delta t_2(x))|^2 dt dx}} \quad - \text{нормированный}$$

коэффициент корреляции.

Выражения (4.3.10) представляют собой поверхности в четырехмерном пространстве оцениваемых параметров. В точке $t_1 = t_2, x_1 = x_2$ коэффициент корреляции равен единице и создается сингулярный максимум, препятствующий решению задачи оценки параметров. Тем не менее, подставляя (4.3.10) в функционал правдоподобия, можно получить преобразованный функционал правдоподобия в пространстве неэнергетических параметров.

$$\begin{aligned}\Delta_1(t_1, x_1, t_2, x_2) &= \iint \left| \hat{y}(t, x) - \hat{U}_1(t_1, x_1, t_2, x_2) S(t, \Delta t_1(x)) \exp(i(\omega(t-t_1) - \right. \\ &\quad \left. - \varphi_1(x-x_1))) - \hat{U}_2(t_1, x_1, t_2, x_2) S(t, \Delta t_2(x)) \exp(i(\omega(t-t_2) - \varphi_2(x - \right. \\ &\quad \left. - x_2))) \right|^2 dx dt\end{aligned}\quad (4.3.11)$$

Минимум поверхности функционала правдоподобия (4.3.11) определяет оцениваемые параметры: t_1, x_1, t_2, x_2 , подставляя которые в выражения (4.3.10) можно получить оценки комплексных амплитуд ультразвуковых сигналов.

Таким образом, задача оценки параметров пространственно-временных сигналов оказывается решенной.

Для иллюстрации полученных решений разработано устройство, схема которого показана на рисунке 4.3.2.

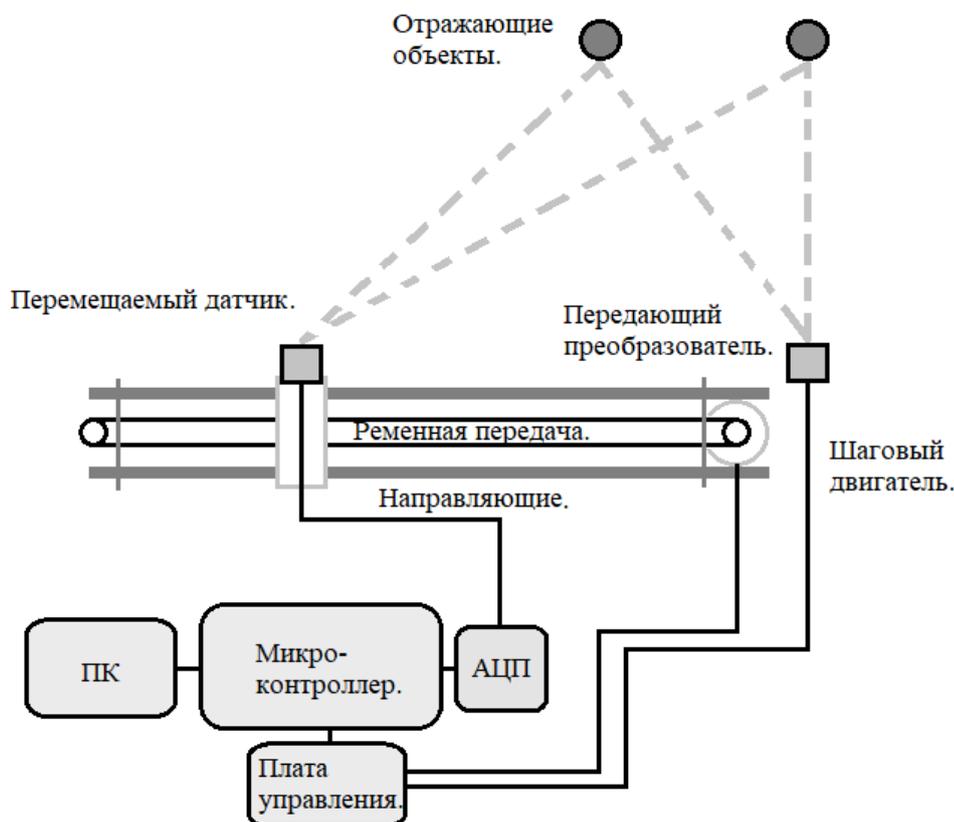


Рисунок 4.3.2 – Схема устройства

Устройство состоит из приёмного и передающего преобразователей, направляющих, шагового двигателя, микроконтроллера, платы управления и компьютера. Резонансная частота преобразователей составляет 40 кГц. Полоса пропускания – 1 кГц. АЦП микроконтроллера осуществляет дискретизацию сигнала с частотой 271.739 кГц. Шаговый двигатель позволяет перемещать приёмный преобразователь с высокой точностью позиционирования. Измерения сигнала производятся последовательно в различных точках пространства. Передающий преобразователь имеет амплитудную и фазовую диаграмму направленности, показанные на рисунке 4.3.3. Ширина диаграммы

направленности равна 90 градусам. Оба отражающих объекта находятся в области главного лепестка диаграммы направленности. Отражающие объекты являются цилиндрами с малым радиусом. Перемещаемый датчик принимает одновременно сигналы от двух объектов. Рассматривается задача оценки их азимутов. На рисунке 4.3.3 показаны диаграммы направленности, снятые в ходе эксперимента при приёме пространственно-временного сигнала от одного отражателя.

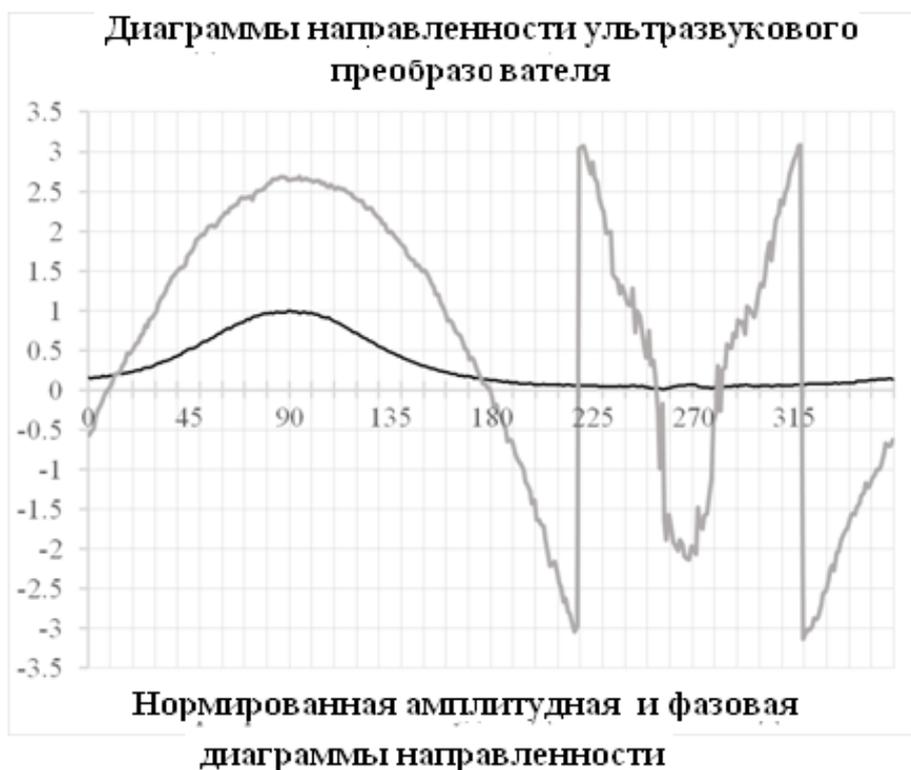


Рисунок 4.3.3 – диаграмма направленности ультразвукового преобразователя

На рисунке 4.3.4 показана структура пространственно-временного сигнала при смещении датчика вдоль оси X в различные положения 1-10, различающиеся на половину длины волны. По горизонтали отложено время в мс. По вертикали отложены дискретные значения координаты X, в которых проводилось очередное измерение ультразвукового сигнала.

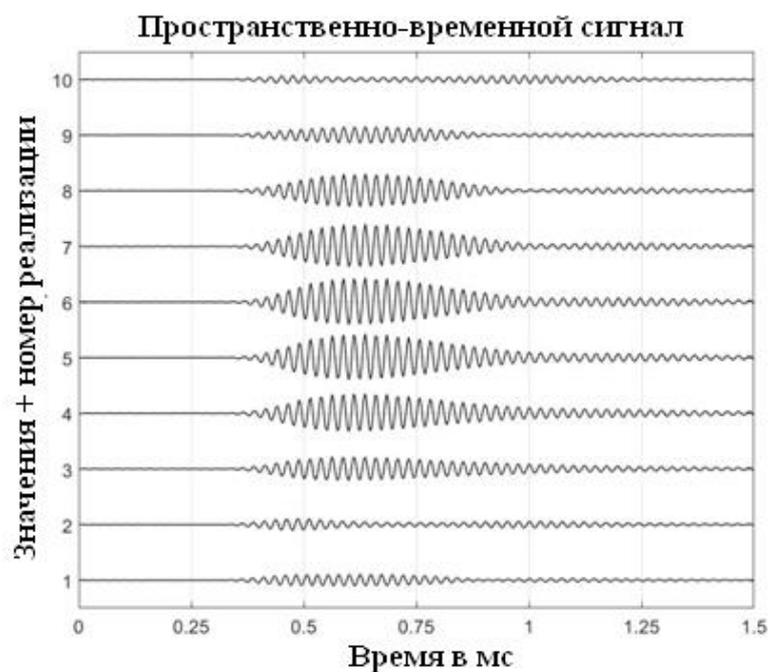


Рисунок 4.3.4 – Принятый пространственно-временной сигнал

Отмечается, что для различных пространственных отсчётов амплитуды сигналов оказываются разными вследствие интерференции. На рисунке 3.4.5 показана пространственно-временная диаграмма в координатах азимут - время приёма. Она эквивалентна изображению на индикаторе кругового обзора гидролокатора. Различие азимутов двух объектов равно 15 градусам.

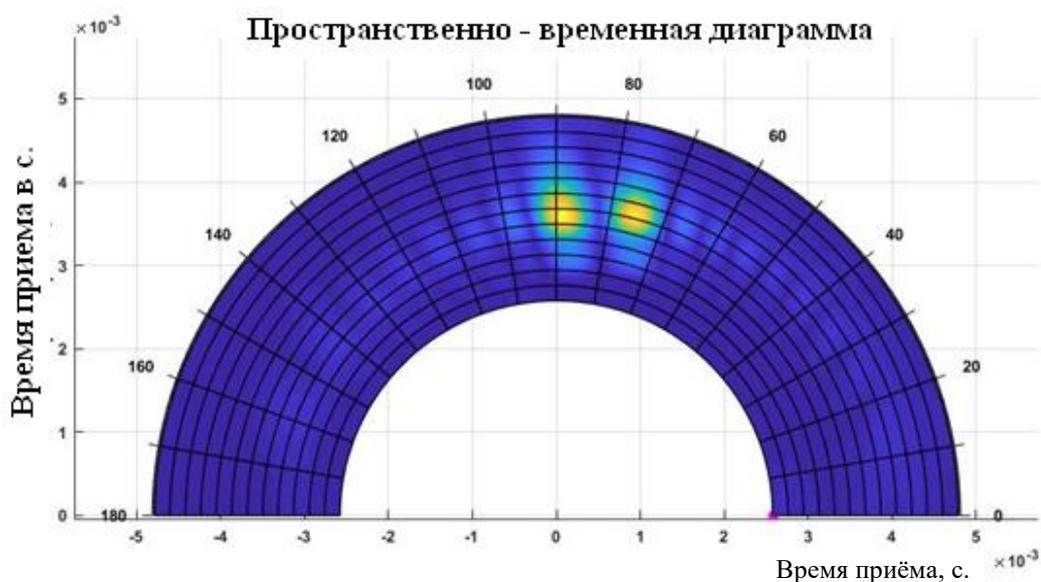


Рисунок 4.3.5 – Пространственно-временная диаграмма

Для синтезированной апертуры при 10 пространственных отсчётах ширина диаграммы направленности составляет 12.5 градусов. Таким образом, случай, показанный на рисунке 4.3.5, соответствует рэлеевскому разрешению, и диаграмма имеет два максимума, указывающие на отражённые от объектов сигналы. На рисунке 4.3.6 показан фрагмент пространственно-временной диаграммы для случая, когда разность азимутов равна 7 градусам. Критерий разрешения не выполняется, и диаграмма имеет один общий максимум, соответствующий двум отражателям.

Однако, при этом, возможно получение решения на основе функционала правдоподобия (4.3.9). Группы точек - оценочные значения, полученные по 10 реализациям, зафиксированным установкой, на основе функционала правдоподобия. Кружками показаны положения отражающих объектов, приведённые к координатам азимут-время приёма.

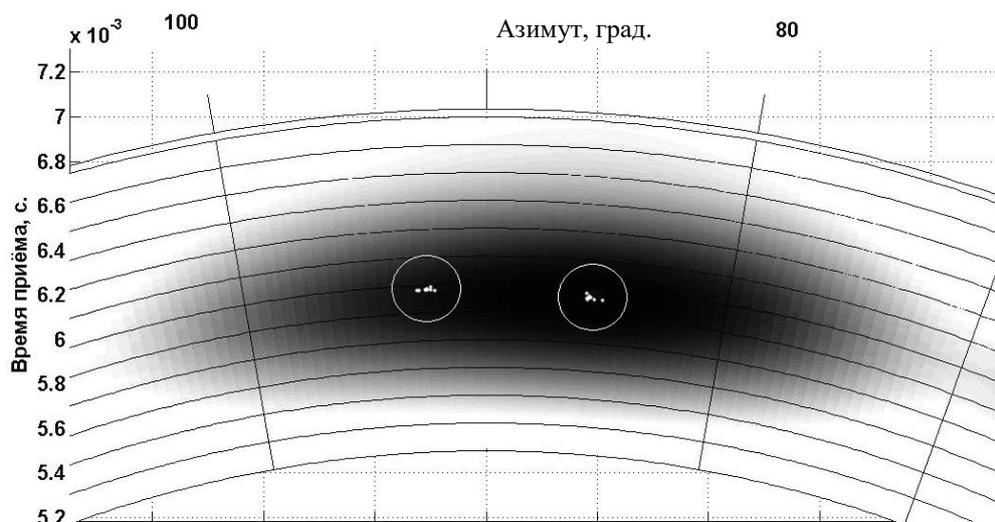


Рисунок 4.3.6. – Пространственно-временная диаграмма

Таким образом, результаты эксперимента подтверждают возможность получения сверхрэлеевского разрешения в устройствах с синтезированной апертурой (устройства бокового обзора).

Заключение

Представим кратко основные результаты, полученные в настоящей работе.

1. Проведен сопоставительный анализ метода максимального правдоподобия и операторных методов обработки сигналов. Получено следующее.
 - Установлена неоднозначность решений статистических задач методом максимального правдоподобия.
 - Для устранения неоднозначности предложено использовать подстановку Хелстрема, которая приводит к преобразованной функции правдоподобия.
 - Установлено, что операторные методы обработки сигналов являются частными случаями метода максимального приёма. Они оптимальны при наличии в принятой реализации лишь одного сигнала. Они не оптимальны при функциональной зависимости амплитуды сигнала.
 - Предложены оптимальные методы обработки сигналов с функциональной зависимостью амплитуды сигналов: спектральной и корреляционной методы, согласованные с сигналом.
 - Установлено, что применение спектрального анализа, согласованного с сигналом, приводит к узкой спектральной линии ЛЧМ-сигналов, сигналов на основе кодов Баркера, сигналов на основе M-последовательностей. Возможности разрешения на основе функции неопределенности при этом увеличиваются.
2. Разработана технология оптимальной обработки ультразвуковых сигналов с высоким разрешением. Она связана со следующим.
 - Предложен переход к преобразованному функционалу правдоподобия, к преобразованному функционалу отношений правдоподобия на основе подстановке Хелстрема, исключающей фактор неоднозначности решений.
 - Установлена сингулярность корреляционной матрицы в системе уравнений правдоподобия. Ее учет приводит к наличию шумовых сингулярных максимумов, существенно затрудняющих возможности решения статистических задач в области неортогональности сигналов.

- Предложен метод подавления шумовых сингулярных максимумов.
 - Решена задача раздельного обнаружения двух ультразвуковых сигналов с подавлением шумовых сингулярных максимумов.
 - Предложен метод обнаружения ультразвуковых сигналов на основе значений функционала отношений правдоподобия.
 - Представлены потенциальные возможности оценки параметров ультразвуковых сигналов с оценкой рабочих областей алгоритмов в зависимости от отношения сигнал/шум и в зависимости от разности времён приёма сигналов. Разрешение увеличивается в ≈ 10 раз.
 - Разработан метод оценки количества сигналов в реализации. Он основан на различии статистик оценок значений минимума функционала правдоподобия.
 - Представлены возможности максимизации функции правдоподобия эволюционными алгоритмами. Они позволяют проводить обработку до 7-ми ультразвуковых сигналов за интервал времени ≈ 15 секунд на ПК.
3. Исследованы вопросы оптимальной обработки сложных сигналов в области ультразвука. Получено следующее.
- Предложен метод обработки кодовых последовательностей в области ультразвука. Он связан со структурой возбуждающей пьезокерамическую пластинку последовательности, имеющей разрывы в каждой позиции. Метод в ≈ 10 раз увеличивает разрешение сложных сигналов.
 - Получена статистика оценок амплитуд и времён приёма двух ультразвуковых 13-ти позиционных последовательностей на основе кодов Баркера. По результатам статистик сделан вывод: задача раздельного обнаружения ультразвуковых сигналов и задача оценки их параметров решаются вполне удовлетворительно. Решения несмещенные и эффективные.
4. Исследованы вопросы фильтрации ультразвуковых сигналов на фоне импульсных и сосредоточенных по частоте помех. Получено следующее.
- Разработана технология фильтрации, реализующая следующую последовательность обработки: оценка параметров помехи и сигнала методом

максимального правдоподобия со сверхразрешением, регенерация помехи по оценкам параметров, исключение помехи из принятой реализации.

- Установлено, что технология фильтрации эффективно исключает как импульсную, так и сосредоточенную по частоте помеху из принятой реализации. Эффективность исключения зависит от отношения помеха/шум.
5. Исследованы вопросы обработки пространственно- временных ультразвуковых сигналов. Результаты следующие.
- Установлено, что при обработке пространственно-временных ультразвуковых сигналов необходимо учитывать пространственное изменение как огибающей, так и начальной фазы сигнала. Оптимальность обеспечивается лишь при совместной пространственно-временной обработке ультразвуковых сигналов.
 - Получены основные выражения для обработки сигналов и выражения для дисперсии Рао-Крамера параметров пространственно-временного сигнала при использовании решетки ультразвуковых датчиков. Они определяют оптимальное распределение датчиков в пространстве.
 - Показана возможность получения сверхрэлеевского разрешения совместно по времени приёма и азимуту ультразвукового сигнала.
 - Получены основные выражения для обработки пространственно-временных ультразвуковых сигналов на основе антенной системы с синтезированной апертурой при относительном движении излучателя и приемника.
 - Показана возможность получения сверхрэлеевского разрешения для ультразвуковой антенной системы с синтезированной апертурой.
6. Разработаны алгоритмы программ для проведения модельных исследований потенциальных возможностей обработки временных и пространственно-временных ультразвуковых сигналов.
7. Разработаны и созданы два макета для проведения исследований возможностей обработки ультразвуковых сигналов. По результатам макетных исследований сделан вывод: результаты экспериментальных исследований полностью подтверждают развитые положения теории и результаты модельных расчетов.

Литература

1. Тихонов, В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983.
2. Трифонов, А.П. Алгоритмы обнаружения сигнала с неизвестными амплитудой и длительностью на фоне белого шума / Ю.Э. Корчагин, Е.В. Литвинов, А.П. Трифонов // Сборник докладов XIII международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж, 2007. Т. 1. С. 51–60.
3. Перов, А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. М.: Радиотехника, 2003. 400 с.
4. Пахотин, В.А. Оптимальная обработка сигналов с высоким разрешением / К.В. Власова, В.А. Пахотин, С.В. Петров, Р.В. Симонов // Мягкие измерения и вычисления. 2019. № 4 (17). С. 56–70.
5. Пахотин, В.А. Технология обработки информации, основанная на анализе преобразованного функционала правдоподобия / В.А. Бессонов, К.В. Власова, С.В. Молостова, В.А. Пахотин, Е.Е. Пешегорин, Р.В. Симонов // Наука. Общество. Оборона. 2019. № 1 (18). С. 10.
6. Симонов, Р.В. Решение задачи обнаружения ультразвуковых сигналов в области их высокой корреляции / В.А. Пахотин, К.В. Власова, Р.В. Симонов // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2025. Т. 18, № 1. С. 30–38.
7. Симонов, Р.В. Потенциальные возможности разрешения ультразвуковых сигналов / В.А. Пахотин, И.В. Либерман, Р.В. Симонов // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2024. Т. 17, № 3. С. 12–20.
8. Симонов, Р.В. Технология оптимальной обработки сигналов в области ультразвука с высоким разрешением / В.А. Пахотин, С.В. Молостова, Р.В. Симонов // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2024. Т. 17, № 2. С. 15–23.
9. Власова, К.В. К вопросу оптимальности методов обработки сигналов / В.А. Бессонов, В.А. Пахотин, Р.В. Симонов, К.В. Власова // Материалы IX Международного Балтийского морского форума: в 6 т. Калининград, 2021. С. 420–425.

10. Власова, К.В. Обнаружение совокупности сигналов методом максимального правдоподобия / В.А. Бессонов, В.А. Пахотин, Р.В. Симонов, К.В. Власова // Материалы VIII Международного Балтийского морского форума: в 6 т. Калининград, 2020. С. 283–288.
11. Пахотин, В.А. Обнаружение сигналов методом максимального правдоподобия / К.В. Власова, И.В. Либерман, Р.В. Симонов, В.А. Пахотин // Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий – РЭУС–2020. М., 2020. С. 41–45.
12. Пахотин, В.А. Потенциальные возможности ближней радиолокации наземных целей / В.А. Бессонов, К.В. Власова, И.В. Либерман, В.А. Пахотин, Э.И. Шустов, Р.В. Симонов // Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA–2020: докл. 22-й Междунар. конф. М., 2020. С. 343–347.
13. Пахотин, В.А. Потенциальные возможности метода максимального правдоподобия / К.В. Власова, С.В. Петров, Р.В. Симонов, В.А. Пахотин // Мягкие измерения и вычисления. 2021. Т. 43, № 6. С. 28–44.
14. Пахотин, В.А. Оптимальный приемник для обнаружения совокупности сигналов с неизвестными параметрами / К.В. Власова, С.В. Петров, Р.В. Симонов, В.А. Пахотин // Цифровая обработка сигналов. 2020. № 4. С. 36–42.
15. Пахотин, В.А. Оптимальная обработка сигналов с высоким разрешением / К.В. Власова, С.В. Петров, Р.В. Симонов, В.А. Пахотин // Мягкие измерения и вычисления. 2019. № 4 (17). С. 57–71.
16. Пахотин, В.А. Оценка высоты цели в радиолокаторах метрового диапазона волн / В.А. Бессонов, К.В. Власова, С.В. Молостова, Р.В. Симонов, В.А. Пахотин, Э.И. Шустов // Цифровая обработка сигналов. 2019. № 2. С. 54–58.
17. Пахотин, В.А. Применение банка помех для решения статистических задач в системах ближней локации / К.В. Власова, С.В. Петров, Р.В. Симонов, В.А. Пахотин // Мягкие измерения и вычисления. 2020. Т. 27, № 2. С. 19–36.
18. Пахотин, В.А. Потенциальные возможности обработки дифракционных максимумов в оптических системах / В.А. Бессонов, К.В. Власова, В.С.

- Чистяков, Р.В. Симонов, В.А. Пахотин // Цифровая обработка сигналов и её применение (ЦОС-2021): докл. 23-й Междунар. конф. М., 2021. С. 116–120.
19. Симонов, Р.В. Разрешение ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия / С.В. Молостова, В.А. Пахотин, С.В. Петров, Р.В. Симонов // Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий. М., 2021. С. 56–60.
 20. Коротей, Е.В. Оптимальный приёмник для отдельного обнаружения сигналов / С.В. Молостова, В.А. Пахотин, Р.В. Симонов, Е.В. Коротей // Материалы IX Международного Балтийского морского форума: в 6 т. Калининград, 2021. С. 435–440.
 21. Пахотин, В.А. Оптимальный прием сигналов с высоким разрешением / В.А. Бессонов, К.В. Власова, Р.В. Симонов, В.А. Пахотин // Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA-2019: докл. 21-й Междунар. конф. М., 2019. С. 331–336.
 22. Симонов, Р.В. Разрешающая способность в области ультразвуковой акустики / И.В. Либерман, В.А. Пахотин, Р.В. Симонов // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2016. Т. 6, № 1. С. 78–81.
 23. Пахотин, В.А. Обнаружение радиоимпульса с оценкой дисперсии шума / С.В. Молостова, Р.В. Симонов, В.А. Пахотин // Радиолокация, навигация, связь: XXI Междунар. науч.-тех. конф. Воронеж, 2015. С. 223–229.
 24. Анискевич, В.М. Цифровая обработка ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия / В.А. Пахотин, Р.В. Симонов, В.М. Анискевич // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2015. С. 361.
 25. Симонов, Р.В. Угловое разрешение сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия / А.И. Бабинович, А.В. Парфенов, В.А. Пахотин, Р.В. Симонов // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2017. Т. 7, № 2. С. 209–213.
 26. Власова, К.В. Оценка угловых параметров пространственных сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия / А.И. Бабинович,

- В.А. Пахотин, Р.В. Симонов, К.В. Власова // V Международный Балтийский Морской Форум: материалы форума. Калининград, 2017. С. 452–461.
27. Власова, К.В. Решение задачи обнаружения сигнала с неизвестными параметрами / С.В. Молостова, В.А. Пахотин, Р.В. Симонов, К.В. Власова // Материалы VIII Международного Балтийского морского форума: в 6 т. Калининград, 2018. С. 417–423.
 28. Чернова, И.Б. Обнаружение ЛЧМ-сигналов с неизвестными параметрами при обработке данных радиолокатора метрового диапазона / С.В. Молостова, В.А. Пахотин, Р.В. Симонов, И.Б. Чернова // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2018. Т. 8, № 3. С. 78–82.
 29. Пахотин, В.А. Проблемы обработки неортогональных радиолокационных сигналов / В.А. Бессонов, К.В. Власова, С.В. Молостова, В.А. Пахотин, Э.И. Шустов, Р.В. Симонов // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2018. Т. 8, № 3. С. 78–82.
 30. Симонов, Р.В. Разрешение пространственных сигналов с применением преобразованного функционала правдоподобия / А.И. Бабинович, К.В. Власова, В.А. Пахотин, Р.В. Симонов // Вестник молодежной науки. 2017. № 3 (10). С. 18.
 31. Симонов, Р.В. Пространственно-временное разрешение ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия / В.А. Пахотин, Р.В. Симонов // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2018. Т. 8, № 3. С. 103–107.
 32. Пахотин, В.А. Потенциальные возможности систем связи с ограниченной частотной полосой каналов / А.Н. Алещенко, К.В. Власова, С.В. Петров, Р.В. Симонов, В.А. Пахотин // Цифровая обработка сигналов. 2021. № 3. С. 24–29.
 33. Петров, С.В. Системы связи с ограниченной частотной полосой каналов / К.В. Власова, В.А. Пахотин, Р.В. Симонов, С.В. Петров // Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий – РЭУС–2020. М., 2020. С. 60–64.

34. Власова, К.В. Потенциальные возможности систем связи с ограниченной частотной полосой / В.А. Пахотин, С.В. Петров, Р.В. Симонов, К.В. Власова // Материалы IX Международного Балтийского морского форума: в 6 т. Калининград, 2021. С. 415–419.
35. Симонов, Р.В. Развитие методов поиска экстремума в задаче разрешения сигналов на основе функционала правдоподобия / В.А. Пахотин, Р.В. Симонов // Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA-2019: докл. 21-й Междунар. конф. М., 2019. С. 347–352.
36. Симонов, Р.В. Алгоритмы поиска экстремума в методе максимального правдоподобия / В.А. Пахотин, Р.В. Симонов // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер.: Физико-математические и технические науки. 2016. № 3. С. 54–62.
37. Гитис, М.Б. О дифракционных эффектах в ультразвуковых измерениях / А.С. Химунин, М.Б. Гитис // Акустический журнал. 1968. Т. 14, № 4. С. 499–513.
38. Хохлов, В.К. Обнаружение, распознавание и пеленгация объектов в ближней локации. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. 336 с.
39. Коваленко, В.В. Тенденции развития гидроакустических методов подводного наблюдения // Труды Нижегородской акустической сессии ННГУ. 2002. С. 15–17.
40. Корякин, Ю.А. Корабельная гидроакустика: состояние и актуальные проблемы / С.А. Смирнов, Г.В. Яковлев, Ю.А. Корякин. СПб.: Наука, 2004. 410 с.
41. Бурдик, В.С. Анализ гидроакустических систем. Л.: Судостроение, 1988. 392 с.
42. Ильичев, В.И. Статистическая теория обнаружения гидроакустических сигналов / А.Я. Калужный, Л.Г. Краснин, В.Ю. Лапий, В.И. Ильичев. М.: Наука, 1992. 415 с.
43. Гусев, В.Г. Системы пространственно-временной гидроакустической информации в ультразвуковых измерениях. Л.: Судостроение, 1978. 448 с.
44. Урик, Р.Д. Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978. 448 с.

45. Шабаетв, Е.И. Исследование и построение гидроакустических систем связи ближнего действия: дис. ... канд. техн. наук. М., 1999.
46. Матвиенко, Ю.В. Гидроакустический комплекс навигации подводного робота: дис. ... д-ра техн. наук. М., 2004.
47. Ишутко, А.Г. Исследование и разработка методов гидроакустического поиска малоразмерных затонувших объектов в условиях мелководья: дис. ... канд. техн. наук. М., 2003.
48. Чуркин, О.Ф. Труды международной конференции «Современное состояние, проблемы навигации и океанографии» / О.Ф. Чуркин, В.В. Старожицкий. Т. 2. СПб., 2001. С. 95–98.
49. Ширман, Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов. М.: Сов. радио, 1974. 360 с.
50. Ширман, Я.Д. Статистический анализ оптимального разрешения // Радиотехника и электроника. 1961. № 8.
51. Варакин, Л.Е. Теория сложных сигналов. М.: Советское радио, 1970. 376 с.
52. Тузов, Г.И. Помехозащищенность радиосистем со сложными сигналами / под ред. Г.И. Тузова. М.: Радио и связь, 1985.
53. Ермолов, И.Н. Ультразвуковой контроль / И.Н. Ермолов, Ю.В. Ланге. М.: Машиностроение, 2004. С. 30.
54. Качанов, В.К. Ультразвуковая помехоустойчивая дефектоскопия / В.Г. Карташев, И.В. Соколов, В.К. Качанов. М.: Издательский дом МЭИ, 2008.
55. Аксенов, В.Г. Применение пьезокерамических мозаичных электроакустических преобразователей / И.С. Попов, В.П. Попко, В.Г. Аксенов [и др.] // Труды МЭИ. 1977. Вып. 335. С. 49–52.
56. Попко, В.И. Применение пьезокерамических мозаичных преобразователей в условиях пространственно-временной обработки сигналов / А.И. Питолин, Г.Ю. Рябов, Ю.Г. Кутюрин, В.И. Попко // Дефектоскопия. 1990. № 9. С. 57–64.
57. Соколов, И.В. Патент РФ № 2126538. Сплит-способ ультразвукового контроля / И.В. Соколов, Е.И. Соколов. 1999. БИ № 5.

58. Ермолов, И.Н. Ультразвуковые преобразователи для неразрушающего контроля / под общ. ред. И.Н. Ермолова. М.: Машиностроение, 1986.
59. Ключев, В.В. Неразрушающий контроль: справочник: в 7 т. / под общ. ред. В.В. Ключева. Т. 3: Ультразвуковой контроль / под ред. И.Н. Ермолова, Ю.В. Ланге. М.: Машиностроение, 2004.
60. Ермолов, И.Н. Теория и практика УЗ-контроля. М.: Машиностроение, 1981.
61. Коряченко, В.Д. Статистическая обработка сигналов дефектоскопа с целью увеличения отношения сигнал/шум при реверберационных помехах структуры // Дефектоскопия. 1975. № 1. С. 87–95.
62. Гребенников, В.А. Многочастотный способ УЗ-контроля аустенитных сварных швов / А.К. Гурвич, Н.В. Григорьев, В.А. Гребенников // Дефектоскопия. 1974. № 1. С. 81–89.
63. Карташев, В.Г. Оптимальное выделение сигналов на фоне структурного шума в ультразвуковой дефектоскопии / В.К. Качанов, В.Г. Карташев // Дефектоскопия. 1992. № 7. С. 14–24.
64. Карташев, В.Г. Корреляционные характеристики структурного шума в ультразвуковой дефектоскопии / Д.А. Свалкин, В.Г. Карташев // Вестник МЭИ. 2007. № 3. С. 100–105.
65. Карташев, В.Г. Построение оптимального алгоритма обработки сигналов в ультразвуковой дефектоскопии на основе уточненной модели формирования структурного шума / Г.В. Шершак, В.Г. Карташев // Вестник МЭИ. 2009. С. 57–62.
66. Королев, К.Ю. Развитие цифровых методов обработки сигналов многоканальных антенных решеток: дис. ... канд. техн. наук. Калининград: РГУ им. И. Канта, 2007.
67. Апряжкина, В.М. Ультразвуковая диагностика: Основы методики и техники исследования / В.М. Апряжкина [и др.]; под ред. А.Н. Кишковского. СПб.: Гиппократ, 1996. 58 с.

68. Бакшеева, Ю.В. О возможности повышения эффективности ультразвуковой медицинской диагностики // Менеджмент, экономика и право: сб. науч. тр. СПб.: ГУАП, 1999. С. 44–49.
69. Бакшеева, Ю.В. О возможности компенсации влияния частотных свойств реальных биологических сред на разрешающую способность ультразвуковых локаторов по дальности // Научная сессия ГУАП. СПб.: ГУАП, 2006. С. 15–18.
70. Гладилин, А.В. Фокусирующие излучатели ультразвука с электрически управляемой пространственно-временной структурой создаваемых полей / А.А. Догадов, А.В. Гладилин // Акустический журнал. 2000. Т. 46, № 4. С. 560–562.
71. ГОСТ 26831-86. Приборы медицинские ультразвуковые диагностические эхо импульсные сканирующие. Общие технические требования. Методы испытаний. М.: Стандартинформ, 1986.
72. Кузнецова, Ю.В. К вопросу оценки спектральных характеристик сигналов ультразвуковой локации: тез. докл. // Всероссийская науч.-тех. конф. «Биотехнические, медицинские и экологические системы и комплексы». Рязань: РГРА, 1996.
73. Осипов, Л.В. Принципы фокусировки и сканирования в ультразвуковых диагностических эхо томоскопах. М.: Информприбор, 1991. 36 с.
74. Миллер, Э. Применение ультразвука в медицине. Физические основы / Э. Миллер, К.Р. Хилл, Дж. Бэмбер [и др.]; под ред. К.Р. Хилла; пер. с англ. М.: Мир, 1989. 568 с.
75. Бакшеева, Ю.В. Исследование пространственно-частотных свойств сигналов в ультразвуковых системах диагностики биологических объектов: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2009.
76. Розенберг, Л.Д. Фокусирующие излучатели ультразвука // Физика и техника мощного ультразвука / под ред. Л.Д. Розенберга. Кн. 1: Источники мощного ультразвука. М.: Наука, 1967. С. 149–206.

77. Гаврилов, Л.Р. Фокусированный ультразвук высокой интенсивности в медицине. М.: Фазис, 2013. 656 с. ISBN 978-5-7036-0131-2.
78. Буров, А.К. Получение больших интенсивностей ультразвука в жидкости // Акустический журнал. 1958. Т. 4, № 4. С. 315–320.
79. Хилл, К. Ультразвук в медицине. Физические основы применения / К. Хилл, Дж. Бэмбер, Г. тер Хаар; пер. с англ. под ред. Л.Р. Гаврилова, В.А. Хохловой, О.А. Сапожникова. М.: Физматлит, 2008. 544 с.
80. Бэйли, М.Р. Физические механизмы воздействия терапевтического ультразвука на биологическую ткань (Обзор) / В.А. Хохлова, С.Г. Каргл, Л.А. Крам, О.А. Сапожников, М.Р. Бэйли // Акустический журнал. 2003. Т. 49, № 4. С. 437–464.
81. Azhari, H. Basics of biomedical ultrasound for engineers. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010. P. 173.
82. Гаврилов, Л.Р. Фокусированный ультразвук в физиологии и медицине / Е.М. Цирульников, Л.Р. Гаврилов. Л.: Наука, 1980. 199 с.
83. Greutzmacher, J. Piezoelektrische Kristall mit Ultrashall konvergenz // Zh. Phys. 1935. V. 96. P. 342.
84. Aström, K.E. An experimental neuropathological study of the effects of high-frequency focused ultrasound on the brain of the cat / E. Bell, H.T. Ballantine, J. Heidensleben, K.E. Aström // J. Neuropathol. Exp. Neurol. 1961. V. 20, № 4. P. 484–520.
85. Lynn, J.G. A new method for the generation and use of focused ultrasound in experimental biology / A.E. Miller, A.J. Chick, R.L. Zwemer, J.G. Lynn // Journ. Gener. Physiol. 1942. V. 26. P. 179–193.
86. Fry, F.J. Precision high intensity focusing ultrasonic machines for surgery // Amer. J. Phys. Med. 1958. V. 37, № 3. P. 152–156.
87. Акопян, В.Б. Основы взаимодействия ультразвука с биологическими объектами / Ю.А. Ершов, В.Б. Акопян. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. 223 с.

88. Szabo, T.L. Diagnostic Ultrasound Imaging: Inside Out. 2nd Edition. Oxford: Academic Press (Elsevier), 2014. P. 130.
89. Титов, С.А. Линзовый акустический микроскоп с двумерной ультразвуковой решеткой / Р.Г. Маев, С.А. Титов // Письма в ЖТФ. 2016. Т. 42, вып. 9. С. 8–15.
90. Maev, R. Advances in acoustic microscopy and high resolution imaging: from principles to applications. Weinheim: Wiley-VCH, 2013. 400 p.
91. Розенберг, Л.Д. Звуковые фокусирующие системы. М.: АН СССР, 1949. 112 с.
92. Каневский, И.Н. Фокусирование звуковых и ультразвуковых волн. М.: Наука, 1977. 336 с.
93. Котельников, В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М.; Л.: ГЭИ, 1956.
94. Вальд, А. Последовательный анализ. М.: Физматлит, 1960.
95. Вальд, А. Статистические решающие функции // Позиционные игры. М., 1967.
96. Helstrom, C.W. Elements of signal detection and estimation. New Jersey: Prentice Hall, 1995. 586 p.
97. Вудворд, Ф.М. Теория вероятностей и теория информации с применениями в радиолокации. М.: Сов. радио, 1955.
98. Хелстром, К. Статистическая теория обнаружения сигналов. М.: Иностранная литература, 1963.
99. Шеннон, К.Э. Математическая теория связи // Работы по теории информации и кибернетике. М.: Иностранная литература, 1963. С. 243–332.
100. Левин, Б.Р. Статистическая теория связи и ее практические приложения. М.: Связь, 1979.
101. Левин, Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Советское радио, 1968.
102. Левин, Б.Р. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике. М.: Советское радио, 1957.

103. Тихонов, В.И. Развитие в СССР теории оптимальной фильтрации сообщений // Радиотехника. 1983. № 11. С. 11–26.
104. Тихонов, В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
105. Сосулин, Ю.Г. Обнаружение сигналов на фоне произвольных помех и обесцарапывающие фильтры // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1974. № 1. С. 188–195.
106. Савватеев, Ю.И. Оптимальный прием сигналов на фоне помех и шумов / под ред. Ю.И. Савватеева. М.: Радиотехника, 2011. 424 с.
107. Власова, К.В. Развитие методов обработки информации в системах импульсной локации: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Калининград: РГУ им. И. Канта, 2008.
108. Будник, С.С. Разработка методов оптимального приема в частотном пространстве: дис. ... канд. техн. наук. Калининград: КГУ, 2004.
109. Ржанов, А.А. Развитие цифровых методов обработки ионосферных сигналов: дис. ... канд. техн. наук. Калининград: РГУ им. И. Канта, 2010.
110. Книхута, Е.В. Развитие методов доплеровской фильтрации ионосферных сигналов: дис. ... канд. техн. наук. Калининград: РГУ им. И. Канта, 2007.
111. Кочмарский, А.В. Развитие методов пеленгации ионосферных сигналов: дис. ... канд. техн. наук. Калининград: БФУ им. И. Канта, 2012.
112. Строков, В.И. Развитие методов обработки сложных сигналов в системах радиолокации: дис. ... канд. техн. наук. Калининград: БФУ им. И. Канта, 2016.
113. Власова, К.В. Разработка метода повышения разрешающей способности по дальности в радиолокации / Я.Р. Брух, В.А. Пахотин, К.В. Власова // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2008. № 5. С. 61–64.
114. Пахотин, В.А. Теоретические основы оптимальной обработки сигналов: курс лекций для радиотехнических специальностей / В.А. Бессонов, К.В. Власова, С.В. Молостова, В.А. Пахотин. Калининград: РГУ им. И. Канта, 2008.

115. Власова, К.В. Сверхразрешение в теории оптимального приёма / А.А. Власов, В.А. Пахотин, К.В. Власова // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2008. № 5. С. 64–67.
116. Storn, R. Differential Evolution – A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces / R. Storn, K. Price // ICSI, 1995.
117. Пантелеев, А.В. Применение метода дифференциальной эволюции для оптимизации параметров аэрокосмических систем.
118. Tardivo, M.L. Two Models for Parallel Differential Evolution / G. Bianchini, P. Caymes-Scutari, M. Mendez-Garabetti, M.L. Tardivo // HPCLatAm. 2013. P. 26–36.
119. Bujok, P. R. Differential evolution with rotation-invariant mutation and competing-strategies adaptation / P. Bujok, J. Tvrdik, R. Polakova. // Evolutionary Computation (CEC), 2014 IEEE Congress on, pages 2253–2258. IEEE, 2014.
120. Yashesh, D. Non-uniform mapping in real-coded genetic algorithms / Yashesh, D, Deb K, Bandaru S. // Evolutionary Computation (CEC), 2014 IEEE Congress on, pages 2237– 2244. IEEE, 2014.
121. Зенович А. В., Должикова Н. Ю., Черевичная Н. В. Применение генетических алгоритмов для решения математических уравнений // Поиск (Волгоград). 2021. № 1 (11). С. 74-78.