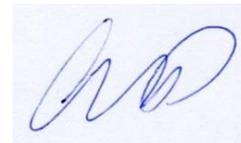


Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Балтийский Федеральный университет имени Иммануила Канта»
ОНК Институт высоких технологий.

На правах рукописи



СИМОНОВ РОМАН ВАЛЕРЬЕВИЧ

РАЗВИТИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ
СИГНАЛОВ

1.3.4 – Радиофизика.

ДИССЕРТАЦИЯ

На соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Калининград – 2024

Оглавление

1. Введение	4
2. Глава 1. Аналитический обзор литературных источников по методам обработки ультразвуковых сигналов	16
§1.1. Аналитический обзор литературы.....	16
§ 1.2 Математические модели ультразвукового сигнала	23
§ 1.3. Основные положения теории оптимального приема	35
3. Глава 2. Потенциальные возможности обработки ультразвуковых сигналов..	48
§ 2.1. Неоднозначность решения статистических задач методом максимального правдоподобия	48
§ 2.2. Оптимальность спектрального, корреляционного и углового спектрального анализа.....	63
§ 2.3. Спектральный и корреляционный анализ, согласованный с сигналом.....	70
§ 2.4. Спектрально-корреляционный анализ ЛЧМ-сигналов	84
§ 2.5. Спектрально-корреляционный анализ синфазной импульсной последовательности	92
4. Глава 3. Развитие технологии обработки ультразвуковых сигналов	102
§ 3.1. Обработка ультразвуковых сигналов с учетом сингулярности корреляционной матрицы.....	102
§ 3.2. Решение задачи отдельного обнаружения двух ультразвуковых сигналов	114
§ 3.3. Метод обнаружения сигналов на основе статистики значений функционала отношения правдоподобия.....	125
§ 3.4. Потенциальные возможности оценки параметров ультразвуковых сигналов	133

§ 3.5. Максимизация функции правдоподобия эволюционными алгоритмами ...	145
§ 3.6. Метод обработки кодовых последовательностей в области ультраакустики	160
§ 3.7. Помехоустойчивость при обработке ультразвуковых сигналов	179
Глава 4. Пространственно- временная обработка ультразвуковых сигналов.....	187
§ 4.1. Пространственно-временная обработка ультразвукового сигнала.....	187
§4.2. Пространственно временное разрешение ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия.....	197
§ 4.3.Оптимальная обработка ультразвуковых сигналов на основе диаграммы направленности с синтезированной апертурой	203
§ 4.4. Результаты эксперимента по разрешению ультразвуковых сигналов.....	212
5. Заключение	216
Литература	219

1. Введение

Актуальность темы исследования

Ультразвуковые и звуковые волны в отличие от радиоволн различных диапазонов, могут распространяться в проводящих упругих средах, таких как море, металлы. Это позволяет использовать их в гидроакустике, локации. На их основе могут развиваться подводные системы связи. Ультразвуковые волны, в связи с малой длиной волны, широко используются для решения различных задач в области диагностики, локации, дефектоскопии, акустической микроскопии, томографии, измерения расстояний. Использование ультразвука в медицине позволяет осуществлять диагностику различных заболеваний, дает возможность получения акустического изображения отдельных органов.

Широкое использование ультразвуковых и звуковых волн в различных отраслях знаний обусловлено физикой их излучения и распространения. Малая длина волн ультразвуковых и звуковых колебаний позволяет рассматривать процесс их распространения и приема в рамках геометрической оптики. При этом разрешение по времени характеризуется микросекундным интервалом, а разрешение по пространству миллиметрами и долями миллиметров. Это достигается за счет использования широкополосных сигналов и применением ультразвуковых фазированных решеток с большим количеством элементарных излучателей, ширина диаграммы направленности которых достигает долей градусов. Например, в ультразвуковой медицинской диагностике, в качестве фазированных антенных систем используются структуры, состоящие из сотен и даже тысяч пьезокристаллических преобразователей. В ультразвуковых и звуковых системах широко используется электронное сканирование диаграммой направленности, позволяющее получать пространственные срезы при отражении от неоднородностей среды, фокусирование энергии ультразвуковой волны, использование возможностей антенных систем с синтезированной апертурой. Для получения информации о подвижных объектах средствами ультразвуковой акустики, широко используется эффект Доплера.

Таким образом, современные ультразвуковые и звуковые технические системы характеризуются высокой эффективностью. В них широко используются ультразвуковые фазированные решетки, сложные широкополосные сигналы, доплеровская фильтрация. Их эффективность соизмерима с эффективностью радиотехнических систем.

Теоретической основой высокой эффективности обработки сигналов в радиотехнических системах, а следовательно, и в ультразвуковых системах, являются положения теории оптимального приема. Они основаны на работах В.А. Котельникова, А.Н. Колмогорова, Р.Л. Стратоновича, Н. Винера, А. Вальда, Я.Д. Ширмана. Наиболее доступно её основы изложены в работах В.И. Тихонова, А.И. Перова, А.П. Трифонова [1,2,3]. В рамках теории оптимального приема решаются основные статистические задачи радиотехники: задача обнаружения сигналов, задача различения сигналов, задача оценки параметров сигналов, задача разрешения и задача фильтрации сигналов на фоне помех [3]. В работах БФУ им. И. Канта к настоящему времени уточнены положения теории оптимального приема, разработана технология решения статистических задач радиотехники методом максимального правдоподобия с высоким разрешением [4,5]. Разработаны фильтры максимального правдоподобия, позволяющие разделять неортогональные по частоте, времени приема, угловым параметрам сигналы.

Однако в области ультразвуковой акустики положения теории оптимального приема остаются на прежнем уровне. При обработке сигналов используется спектральный анализ, угловой спектральный анализ, корреляционный анализ. Разрешающая способность, реализуемая в этих методах, ограничена рэлеевским пределом и зависит от базы сигнала. Тем не менее, проблема повышения разрешения в медицине, в дефектоскопии, в гидроакустических системах является одной из основных в области ультразвуковой акустики. Развитие методов обработки ультразвуковых сигналов сдерживается рядом факторов:

- Излучение и прием ультразвуковых сигналов производится пьезокристаллическими преобразователями, нагруженными на среду

распространения ультразвука. Их возбуждение осуществляется «ударным» методом (видеоимпульс), резонансным методом с помощью радиоимпульса, с помощью последовательности фазированных радиоимпульсов (коды Баркера, М-последовательности). В связи с добротностью преобразователей, сигналы на выходе существенно искажаются переходными процессами значительной длительности, что приводит к межимпульсной интерференции.

- Частотно-зависимое затухание ультразвуковых волн при распространении в среде приводит к значительному искажению формы сигнала в точке приема. Высокочастотная составляющая сигнала затухает значительно сильнее, чем низкочастотная составляющая в процессе распространения ультразвука.
- При распространении ультразвуковых волн отмечается, наряду с тепловым шумом, наличие структурного шума, обусловленного отражением ультразвука от мелкой неоднородной структуры вещества. В связи с этим, статистические задачи радиотехники должны решаться с учетом структурного шума.
- Ограниченность размеров области среды, в которой распространяются ультразвуковые и звуковые волны, приводит к проблеме многолучевости.

Таким образом, специфические особенности излучения, распространения и приема ультразвуковых и звуковых сигналов определяют необходимость развития положений теории оптимального приема в области ультразвуковой акустики. Это и является основным содержанием настоящей работы. Основной целью настоящей работы является развитие методов обработки сигналов в ультразвуковых комплексах аппаратуры на основе положений теории оптимального приема.

Цели и задачи диссертационной работы

Дальнейшее развитие возможностей ультраакустических систем может быть связано с развитием методов обработки сигналов на основе положений теории оптимального приема. Эта теория решает ряд основных статистических задач радиотехники, в большей или меньшей степени представленных в ультразвуковых комплексах аппаратуры. К ним относятся следующие задачи:

задача обнаружения сигналов, задача оценки параметров сигналов, задача разрешения сигналов, задача фильтрации сигналов на фоне помех.

Основной целью настоящей работы является развитие оптимальных методов обработки сигналов в ультразвуковых комплексах аппаратуры на основе положений теории оптимального приема. Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи.

1. Проведение сопоставительного анализа операторных методов обработки сигналов с методом максимального правдоподобия на основе критерия оптимальности (минимум функционала правдоподобия).
2. Разработка технологии обработки ультразвуковых сигналов с высоким разрешением на основе метода максимального правдоподобия.
3. Решение задачи отдельного обнаружения совокупности ультразвуковых сигналов с неизвестными параметрами.
4. Исследование предельных возможностей разрешения ультразвуковых сигналов.
5. Разработка технологии оптимальной обработки сложных ультразвуковых сигналов.
6. Разработка технологии фильтрации простых и сложных ультразвуковых сигналов на фоне помех.
7. Развитие оптимальных методов обработки пространственно- временных ультразвуковых сигналов.
8. Разработка алгоритмов программ и проведение модельных исследований потенциальных возможностей обработки временных и пространственно временных ультразвуковых сигналов.
9. Разработка макетов и исследования достижимых возможностей обработки ультразвуковых сигналов.

Научная новизна

Научная новизна настоящей диссертационной работы связана с развитием теории и практики оптимальной обработки сигналов в ультразвуковых комплексах аппаратуры. Она определяется следующим.

1. Предложена новая технология оптимальной обработки ультразвуковых сигналов в комплексах аппаратуры, обеспечивающая сверхрэлеевское разрешение. Она основана на преобразованном функционале отношения правдоподобия.
2. Впервые доказана ограниченность широко используемых методов обработки: спектрального, корреляционного, углового спектрального анализа. Они оптимальны лишь в случае одного сигнала, содержащегося в реализации, и при условии согласования с сигналом.
3. Исследовано влияние ранее неизвестного фактора неоднозначности решения задач на достижимую эффективность обработки. Предложена подстановка Хелстрема для его исключения.
4. Впервые установлено наличие сингулярных шумовых максимумов на поверхностях функциональных зависимостей, получаемых при решении уравнений правдоподобия. Они препятствуют решению задачи оценки параметров совокупности сигналов. Предложен метод подавления шумовых сингулярных максимумов.
5. Предложено новое решение задачи обнаружения сигналов на основе статистики преобразованного функционала отношения правдоподобия.
6. Решена задача отдельного обнаружения ультразвуковых сигналов.
7. Предложен метод оценки количества сигналов в принятой реализации.
8. Предложен метод возбуждения кодовых последовательностей, позволяющий их использование в ультразвуковых комплексах аппаратуры.
9. Предложена новая технология фильтрации ультразвуковых сигналов на фоне ортогональных и неортогональных помех.
10. Разработаны основы оптимальной обработки пространственно- временных ультразвуковых сигналов.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость диссертационной работы связана со следующим.

- С развитием положений теории оптимального приема, обеспечивающих решение основных статистических задач радиотехники в области неортогональности ультразвуковых сигналов.
- С развитием положений, обеспечивающих оптимальную обработку простых и сложных ультразвуковых сигналов операторными методами.
- С установлением новых факторов, влияющих на возможность применения метода максимального правдоподобия для обработки ультразвуковых сигналов.
- С созданием новой технологии фильтрации ультразвуковых сигналов на фоне ортогональных к сигналу и неортогональных помех.
- С разработкой метода решения задачи обнаружения на основе статистики оценок значений, преобразованного функционала отношения правдоподобия.
- С созданием основы пространственно-временной обработки ультразвуковых сигналов.

Практическая значимость диссертационной работы связана со следующим.

- С обоснованием возможности решения статистических задач в области неортогональности ультразвуковых сигналов.
- С обоснованием возможности, существенного ускорения процесса обработки сигналов, на основе эволюционных методов.
- С разработкой алгоритмов программ и созданием макетов для оптимальной обработки ультразвуковых сигналов в области их неортогональности.

Методология и методы исследования

Основой диссертационной работы являются положения теории оптимального приема, развитые и дополненные в приложении к оптимальной обработке ультразвуковых сигналов. Для решения основных задач использовались следующие методы: теоретический анализ положений теории оптимального приема в приложении к области обработки ультразвуковых сигналов, математическое моделирование процесса обработки ультразвуковых

сигналов, исследования возможностей обработки ультразвуковых сигналов на основе разработанных макетов, сопоставительный анализ с известными результатами.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Структура, разработанные методы обработки сигналов и выявленные новые факторы, составляющие основу технологии оптимальной обработки ультразвуковых сигналов в области их неортогональности.
2. Результаты сопоставительного анализа операторных методов обработки сигналов с методом максимального правдоподобия, связанные с выводом об их ограниченности и разработкой метода спектрального анализа, согласованного с сигналом.
3. Результаты исследований потенциальных возможностей предлагаемой технологии оптимальной обработки сигналов, определяющих рабочие диапазоны по разрешению сигналов и на основе отношения сигнал/шум в области неортогональности сигналов.
4. Разработанные методы решения задачи отдельного обнаружения совокупности ультразвуковых сигналов на основе статистики амплитуд сигналов, и на основе статистики значений преобразованного функционала отношений правдоподобия.
5. Результаты макетных исследований возможностей обработки ультразвуковых сигналов в области их неортогональности.

Степень достоверности и апробация работы

Достоверность результатов диссертационной работы связана с широким использованием модельных исследований, результаты которых подтверждают новые положения теории и в частных случаях не противоречат известным результатам. Экспериментальные исследования на макетах подтверждают основные положения теории и результаты модельных расчетов.

Основные результаты диссертационной работы

1. Проведен сопоставительный анализ метода максимального правдоподобия и операторных методов обработки сигналов. Получено следующее.
 - Установлено, что операторные методы обработки сигналов являются частными случаями метода максимального приема. Они оптимальны при наличии в принятой реализации лишь одного сигнала. Они не оптимальны при функциональной зависимости амплитуды сигнала.
 - Предложены оптимальные методы обработки сигналов с функциональной зависимостью амплитуды сигналов: спектральный и корреляционный методы, согласованные с сигналом.
 - Установлено, что применение спектрального анализа, согласованного с сигналом, приводит к узкой спектральной линии ЛЧМ-сигналов, сигналов на основе кодов Баркера, сигналов на основе M-последовательностей. Возможности разрешения на основе функции неопределенности при этом увеличиваются.
2. Разработана технология оптимальной обработки ультразвуковых сигналов с высоким разрешением. Она связана со следующим.
 - Предложен переход к преобразованному функционалу правдоподобия, к преобразованному функционалу отношения правдоподобия на основе подстановки Хелстрема, исключающей фактор неоднозначности решений.
 - Установлена сингулярность корреляционной матрицы уравнений правдоподобия. Ее учет приводит к наличию шумовых сингулярных максимумов, существенно затрудняющих возможности решения статистических задач в области их неортогональности.
 - Предложен метод подавления шумовых сингулярных максимумов.
 - Решена задача отдельного обнаружения двух ультразвуковых сигналов с подавлением шумовых сингулярных максимумов.
 - Предложен метод обнаружения ультразвуковых сигналов на основе значений функционала отношения правдоподобия.

- Представлены потенциальные возможности оценки параметров ультразвуковых сигналов с оценкой рабочих областей алгоритмов в зависимости от отношения сигнал/шум и в зависимости от разности времен приема сигналов. Разрешение увеличивается более чем в 10 раз.
 - Разработан метод оценки количества сигналов в реализации. Он основан на различии статистик оценочных значений минимума функционала правдоподобия.
 - Представлены возможности максимизации функции правдоподобия эволюционными алгоритмами. Они позволяют проводить обработку до 7-ми ультразвуковых сигналов за интервал времени ≈ 15 секунд.
3. Исследованы вопросы оптимальной обработки сложных сигналов в области ультразвука. Получено следующее.
- Предложен метод обработки кодовых последовательностей в области ультразвука. Он связан со структурой возбуждающей пьезокерамическую пластинку последовательности, имеющей разрывы в каждой позиции. Метод в ≈ 10 раз увеличивает разрешение сложных сигналов.
 - Получена статистика оценок амплитуд и времен приема двух ультразвуковых 13-ти позиционных последовательностей на основе кодов Баркера. По результатам статистик сделан вывод: задача отдельного обнаружения ультразвуковых сигналов и задача оценки их параметров решаются вполне удовлетворительно. Решения несмещенные и эффективные.
4. Исследованы вопросы фильтрации ультразвуковых сигналов на фоне импульсных и сосредоточенных по частоте помех. Получено следующее.
- Разработана технология фильтрации, основанная на следующем: оценка параметров помехи и сигнала методом максимального правдоподобия со сверхразрешением, регенерация помехи по оценкам параметров, исключение помехи из принятой реализации.

- Установлено, что технология фильтрации эффективно исключает как импульсную, так и сосредоточенную по частоте помеху из принятой реализации. Эффективность исключения зависит от отношения помеха/шум.
5. Исследованы вопросы обработки пространственно-временных ультразвуковых сигналов. Результаты следующие.
- Установлено, что при обработке пространственно-временных ультразвуковых сигналов необходимо учитывать пространственное изменение как огибающей, так и начальной фазы сигнала. Оптимальность обеспечивается лишь при совместной пространственно-временной обработке ультразвуковых сигналов.
 - Получены основные выражения для обработки сигналов и выражения для дисперсии Рао-Крамера параметров пространственно-временного сигнала при использовании решетки ультразвуковых датчиков. Они определяют оптимальное распределение датчиков в пространстве.
 - Показана возможность получения сверхрэлеевского разрешения совместно по времени приема и азимуту ультразвукового сигнала.
 - Получены основные выражения для обработки пространственно-временных ультразвуковых сигналов на основе синтезированной антенной системы при относительном движении излучателя и приемника.
6. Разработаны алгоритмы программ для проведения модельных исследований потенциальных возможностей обработки временных и пространственно-временных ультразвуковых сигналов.
7. Разработаны и созданы три макета для проведения исследований возможностей обработки ультразвуковых сигналов. По результатам макетных исследований сделан вывод: результаты экспериментальных исследований полностью подтверждают развитые положения теории и результаты модельных расчетов.

Апробация основных результатов

Материалы диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях.

1. Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение», г. Москва, ежегодно с 2015 по 2023 г.
2. Международный Балтийский морской форум, г. Калининград, ежегодно с 2017 г по 2023 г.
3. Международная научно-техническая конференция «Радиолокация, навигация, связь», г. Воронеж, 2015 г.

Материалы диссертации опубликованы в 30 печатных работах. Две из них опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК РФ.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа содержит введение, четыре главы и заключения. Она представлена на 228 страницах текста и содержит 147 рисунков. Список литературы содержит 90 наименований.

Содержание работы

Во введении дано обоснование диссертационной работы: ее актуальность, степень разработанности.

В первой главе изложены результаты аналитического обзора литературы, выделены основные проблемы в области обработки ультразвуковых сигналов, формулируется цель работы и задачи, которые решаются для достижения цели. Изложены основные положения теории оптимального правдоподобия.

Во второй главе дано описание ранее неизвестного фактора неоднозначности решений в методе максимального правдоподобия и предлагается подстановка Хелстрема, исключая эту неоднозначность. Она связана с оценкой амплитуд сигналов на основе уравнений правдоподобия и их подстановкой в функцию правдоподобия.

В третьей главе настоящей работы изложены вопросы, связанные с созданием технологии обработки совокупности нескольких ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия. Рассмотрены те же вопросы,

которые представлены во второй главе, для случая, когда в принятой реализации содержится не один, а два или более сигналов. При этом решение усложняется. Появляется дополнительная область – область неортогональности сигналов. В этой области критерий Рэлея не выполняется. Более того, в этой области корреляционная матрица уравнений правдоподобия имеет сингулярность, существенно затрудняющая решение статистических задач.

В четвёртой главе рассмотрены вопросы, связанные с применением разработанной технологии для обработки пространственно-временных ультразвуковых сигналов. Представлены результаты экспериментальных исследований.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

2. Глава 1. Аналитический обзор литературных источников по методам обработки ультразвуковых сигналов

§1.1. Аналитический обзор литературы

Рассмотрим существующие методы обработки сигналов в трех областях ультразвуковой акустики: в гидроакустике, дефектоскопии и медицине. Гидроакустические комплексы аппаратуры предназначены для получения информации об объектах находящихся в водной среде, на дне морей, водоемов, для передачи информации в водной среде. Проблемы обработки информации в гидроакустических комплексах аппаратуры хорошо известны [6-17]. Они связаны с условиями распространения сигналов, с формированием помех, отражением ультразвука от поверхности и дна моря, с частотным диапазоном гидроакустических сигналов. Особенностью гидроакустического канала распространения сигнала и помех является высокая степень рефракционных явлений и отражений от поверхности моря и его дна. Это приводит к интерференционным явлениям в морском волноводе и требует учета при обработке принимаемых гидроакустических сигналов и помех. В принципе, это проблема многолучевости, которая частично решается с помощью фазированных решеток с большой апертурой и широкополосных сигналов. Однако размеры антенных систем в гидроакустических комплексах аппаратуры, а также полоса частот ограничены. В связи с этим разрешение сигналов, как по угловым параметрам, так и по времени приема также ограничено. Для увеличения разрешения по угловым координатам в гидроакустических комплексах аппаратуры часто используются гидролокаторы бокового обзора, существенно уменьшающие ширину синтезированной диаграммы направленности [17]. Одной из особенностей обработки сигналов в гидроакустических комплексах аппаратуры является реверберация: отражение акустических волн от мелких образований. Это по существу структурный шум, уровень которого ограничивает возможности обнаружения сигнала. Для его подавления необходимо использование современных методов пространственно-временной обработки акустических

сигналов [12]. В качестве элементарных излучателей и приемников в гидроакустических комплексах аппаратуры используются гидрофоны: резонансные пьезокристаллические структуры с добротностью ≈ 10 , которые существенно меняют вид возбуждающего сигнала за счет переходных процессов. Это препятствует широкому использованию сложных широкополосных сигналов (сигналы на основе кодов Баркера, M-последовательностей, ЛЧМ-сигналов).

Таким образом, в области обработки сигналов в гидроакустических комплексах аппаратуры используются, в основном, известные методы обработки: спектральный анализ, корреляционный анализ, угловой спектральный анализ. С их помощью обрабатываются простые, сложные и пространственно-временные сигналы. Современные возможности теории оптимального приема представлены, в области обработки сигналов в гидроакустических комплексах аппаратуры, достаточно слабо. Основным направлением исследований является адаптация алгоритмов обработки не только к условиям приема сигналов, но и к условиям распространения акустических волн в среде.

Рассмотрим методы обработки сигналов в ультразвуковой дефектоскопии [18-30]. Для ультразвуковой дефектоскопии изделий из металлов используется диапазон частот 5-10 МГц. Это миллиметровые длины волн, а, следовательно, высокое разрешение по координатам. При ударном возбуждении пьезокристаллического элемента на интервалах 1-2 периода, обеспечивается временное разрешение порядка долей микросекунды. Проблемой в этом случае является многолучевость, возникающая в конструкциях сложной формы. Для дефектоскопии сложноструктурных изделий характерным является частотно-зависимое затухание, существенно искажающее принимаемый сигнал. С целью уменьшения затухания в этих случаях используются низкие ультразвуковые сигналы (≈ 100 кГц). Длина волны увеличивается при этом до сантиметрового диапазона, соизмеримого с размерами изделий. Это приводит к проблеме разрешения и к проблеме использования широкополосных сигналов. Наличие структурного шума в сложноструктурных изделиях приводит к сложности решения задачи обнаружения дефектов. Наибольшее развитие дефектоскопия

сложно - структурных изделий получила в МЭИ, где разрабатывается научное направление – ультразвуковая помехоустойчивая дефектоскопия крупногабаритных изделий из сложноструктурных материалов [19]. Результатом их исследований является ряд технических решений для дефектоскопии: ультразвуковые фазированные решетки, использование ультразвуковых сложно модулированных сигналов. Для неискажающего преобразования широкополосных сигналов, в 1970 были разработаны широкополосные мозаичные пьезопреобразователи, состоящие из набора (мозаики) отдельных пьезоэлементов одной высоты. Несколько позже были созданы ультразвуковые мозаичные сверхширокополосные пьезопреобразователи на основе разновысоких пьезоэлементов, что позволило существенно расширить полосу пропускания и формировать АЧХ датчика с заданными параметрами для уменьшения искажения ультразвукового сигнала при электроакустическом преобразовании сигналов. В МЭИ были разработаны новые сигналы - сплит сигналы [19]. Они представляют собой последовательность радиоимпульсов с меняющейся по определенному закону несущей частотой. В определенной степени они были предназначены для замены ультразвуковых сложно модулированных сигналов. Для выделения «полезного» информационного эхосигнала из структурного шума в МЭИ разработана теория и методы пространственно-временной обработки сигналов, в основе которых лежит принцип многоканального контроля сложно структурных изделий. Этот принцип базируется на пространственном отделении (декорреляции) эхосигналов от дефектов и от структурного шума. Пространственно-временная обработка сигналов в ультразвуковой дефектоскопии означает или сканирование датчика по поверхности изделия в области дефекта с последующим накоплением суммарного сигнала, или создание многоканального преобразователя с определенной топологией, с помощью которого можно повысить помехоустойчивость при обработке сложно структурных изделий [19, 20]. Следует отметить, что в радиотехнике наряду с фазированными антенными системами, используются и многоканальные антенные системы, реализующие пространственно-временную обработку сигналов в более привычном виде: в

форме диаграмм направленности [31]. Второй важной особенностью является то, что в дефектоскопии существенное развитие получили изделия микроэлектроники: мозаичные структуры пьезоэлементов, ультразвуковые фазированные решётки, сплит-сигналы. Теория и практика обработки сигналов в области ультразвуковой дефектоскопии отстают от современных возможностей микроэлектроники. Положения теории оптимального приема в приложении к дефектоскопии используются сравнительно редко.

Рассмотрим методы обработки информации в медицинской ультразвуковой диагностике [32-44]. Для излучения и приема информации в ультразвуковой диагностике используются частотный диапазон $2 \div 29$ МГц. Так же, как и в дефектоскопии, используют последние достижения микроэлектроники: возможность формировать в области ультразвука широкополосные сигналы и возможность реализации цифровых ультразвуковых фазированных решеток. Широкополосность ультразвуковых сигналов обеспечивает высокое разрешение по времени приема (по дальности, мозаичные структуры). Цифровые ультразвуковые фазированные решетки обеспечивают высокое разрешение по координатам. Так, например, современные детекторы ультразвука в медицине могут содержать несколько сотен мелких пьезокристаллических преобразователей, обеспечивая узкую управляемую диаграмму направленности. Совокупность определенного количества узкополосных пьезокристаллических преобразователей с разными резонансными частотами обеспечивает общую широкополосность излучателя или приемника.

В медицинской ультразвуковой диагностике широко используется метод доплеровской оценки скорости объекта исследования. Обычно таким методом оценивается скорость движения крови в сосудах, или движение отдельных частей сердца [37,40,45]. Однако, для получения малых скоростей движения, требуются большие временные базы сигнала.

Изложенные материалы обзора литературы по вопросам обработки сигналов в области ультразвука позволяют сделать следующий вывод.

К настоящему времени успехи в области гидроакустических систем, в области ультразвуковой дефектоскопии, в области ультразвуковой диагностики в медицине связаны в первую очередь с развитием микроэлектроники. Создание небольших управляемых пьезокристаллических структур привело к разработке разного вида ультразвуковых фазированных решеток, обеспечивающих узкие диаграммы направленности, высокое разрешение по координатам, значительное ослабление теплового и структурного шума. Развитие микроэлектроники привело также к созданию источников широкополосных сигналов на основе пьезокристаллических структур со смещенными резонансными частотами. Это позволило в области гидроакустических систем, в области ультразвуковой дефектоскопии, в области ультразвуковой диагностики в медицине получить высокое разрешение по дальности (времени приема) и снизить уровень теплового шума. Другими словами, успехи микроэлектроники позволили создать излучающие и приемные системы в области ультразвука, обладающие большой пространственной, частотной и временной базами. Однако методы обработки сигналов в области ультразвуковой акустики остаются прежними: спектральный анализ, угловой спектральный анализ, корреляционный анализ. Разрешающая способность, реализуемая в этих методах, ограничена рэлеевским пределом и зависит от базы сигнала. Это сдерживает дальнейшее развитие гидроакустических систем, ультразвуковую дефектоскопию, ультразвуковую диагностику в медицине. Дальнейшее увеличение пространственной, частотной, и временной баз ультразвукового сигнала проблематично в связи с существующими техническими и физическими ограничениями. Технические ограничения связаны с размерами и конфигурацией изделий при ультразвуковой дефектоскопии и с размерами биологических объектов в ультразвуковой диагностике. Физические ограничения связаны с явлениями дифракции. В широком смысле, это дифракционные максимумы в оптике, это диаграммы направленности антенных систем, это спектральные линии радиоимпульсов. Все они связаны с соответствующими базами сигнала, ограничивающими энергию сигнала.

Дальнейшее развитие возможностей ультразвуковых систем, может быть связано с развитием методов обработки сигналов, на основе положений теории оптимального приема [46-55, 56, 57, 58, 2, 3]. Основой этой теории являются работы Котельникова В.А., Вальда А, Стратоновича Р.Л., Сосулина Ю.Г., Хелстрема К., Шеннона К.Э., Левина Б.Р., Тихонова В.И., Перова А.И., Ширмана Я.Д. Положения этой теории хорошо изложены в [3]. Эта теория решает ряд основных статистических задач радиотехники, в большей или меньшей степени представленных в ультразвуковых комплексах аппаратуры. К ним относятся следующие задачи: задача обнаружения сигналов, задача различения сигналов, задача оценки параметров сигналов, задача разрешения сигналов, задача фильтрации сигналов на фоне помех. В БФУ им. И. Канта на протяжении более, чем 20 лет проводятся работы по развитию положений теории оптимального приема [4, 5, 59-67, 31]. Основным результатом этих работ является создание технологии обработки сигналов методом максимального правдоподобия с высоким разрешением [4]. Эта технология позволяет увеличить разрешающую способность в частотной спектроскопии, в угловой спектроскопии, а так же временное разрешение в ≈ 10 раз при отношении сигнал/шум $\approx 15\div 20$ дБ на выходе блока обработки. Это позволяет предположить возможность увеличения разрешения в ультразвуковых комплексах аппаратуры до ≈ 10 раз без изменения пространственной, частотной или временной баз сигнала, что приведёт к увеличению точности и достоверности информации, получаемой в ультразвуковых комплексах аппаратуры.

Таким образом, основной целью настоящей работы является развитие методов обработки сигналов в ультразвуковых комплексах аппаратуры на основе положений теории оптимального приема. Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

1. Проведение сопоставительного анализа операторных методов обработки сигналов с методом максимального правдоподобия на основе критерия оптимальности (минимум функционала правдоподобия).

2. Разработка технологии обработки ультразвуковых сигналов с высоким разрешением на основе метода максимального правдоподобия.
3. Решение задачи отдельного обнаружения совокупности ультразвуковых сигналов с неизвестными параметрами.
4. Исследование предельных возможностей разрешения ультразвуковых сигналов.
5. Разработка технологии оптимальной обработки сложных ультразвуковых сигналов.
6. Разработка технологии фильтрации простых и сложных ультразвуковых сигналов на фоне помех.
7. Развитие оптимальных методов обработки пространственно временных ультразвуковых сигналов.
8. Разработка алгоритмов программ и проведение модельных исследований потенциальных возможностей обработки временных и пространственно-временных ультразвуковых сигналов.
9. Разработка макетов и исследования достижимых возможностей обработки ультразвуковых сигналов.

§ 1.2 Математические модели ультразвукового сигнала

Рассмотрим аналитическую структуру при модельном представлении ультразвуковых сигналов. Структура должна учитывать особенности излучения, приема и распространения ультразвуковых волн и является достаточно сложной. Для создания ультразвука в среде используются пьезокерамические преобразователи [19], которые можно рассматривать, как резонаторы с частотной характеристикой вида

$$\widehat{K}(\omega) = \frac{K_0}{1 + i \frac{2Q(\omega - \omega_0)}{\omega_0}}, \quad (1.2.1)$$

где Q – добротность резонатора. Обычно добротность не превышает значения 10.

ω_0 – круговая резонансная частота резонатора.

Такая модель резонатора лишь качественно описывает частотный характер излучения в связи с труднопредсказуемыми побочными резонансами.

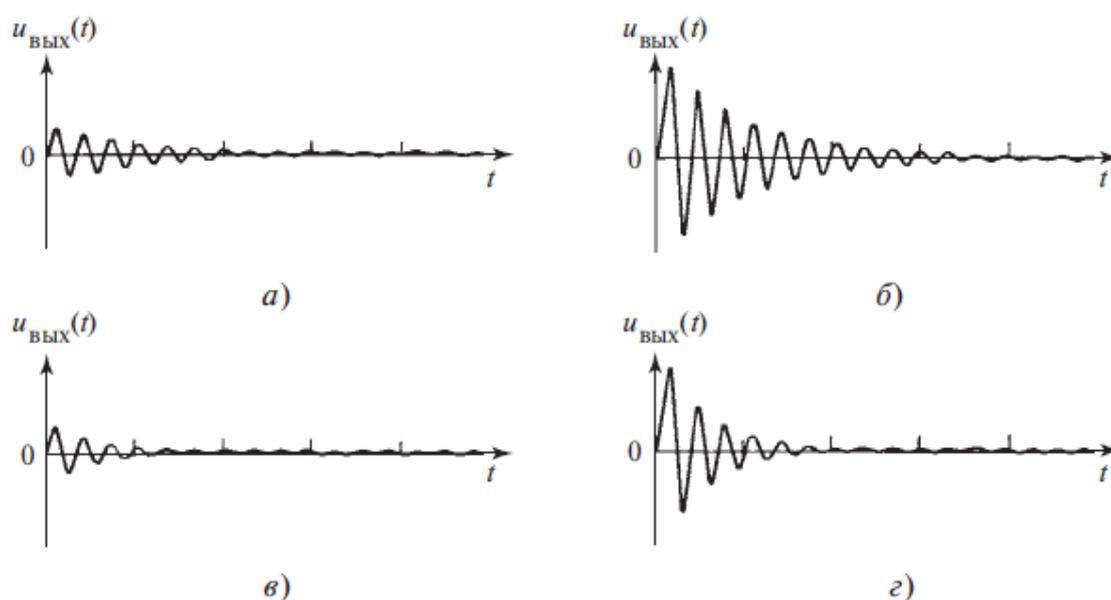


Рисунок 1.2.1 – Экспоненциально затухающий ультразвуковой сигнал при ударном возбуждении преобразователя, длительностью $0.1 T_0$, (а, в) и $0.5 T_0$, (б, г) периода. Добротность, соответственно, равна 10 (а, б) и 5 (в, г)

Для возбуждения ультразвуковых преобразователей используется ударное возбуждение коротким видеоимпульсом, длительностью не более половины периода T_0 , резонансное возбуждение коротким радиоимпульсом (простые

сигналы), возбуждение последовательностью радиоимпульсов в виде кодов Баркера или М-последовательности (сложные сигналы). При ударном возбуждении коротким видеоимпульсом ультразвукового датчика в среду распространения излучается экспоненциально затухающий сигнал (Рисунок 1.2.1) [19]. При малых длительностях возбуждающего видеоимпульса, меньших $0.5T_0$, форму затухающего сигнала можно записать в виде

$$\hat{S}(t) = U_0(1 - e^{-\alpha t})e^{i\omega_0 t}, \quad (1.2.2)$$

Здесь U_0 – амплитуда сигнала, α – коэффициент затухания, ω_0 – круговая резонансная частота.

Амплитуда сигнала увеличивается до максимума за счет заднего спада видеоимпульса при длительности возбуждающего видеоимпульса $\approx 0.5T_0$. В связи с этим длительность возбуждающего видеоимпульса $\approx 0.5T_0$.

Время затухания по уровню 0.1 от максимума амплитуды сигнала определяется выражением $t_0 = \frac{4.6Q}{\omega_0}$. При резонансном возбуждении преобразователя радиоимпульсом длительности $T_{\text{и}}$ форма излученного сигнала определяется выражением (Рисунок 1.2.2) [19].

$$\begin{aligned} \hat{S}(t) &= \hat{U}_0(1 - e^{-\alpha t})e^{i\omega_0 t} \text{ при } t = 0 \div T \\ \hat{S}(t) &= \hat{U}_0((1 - e^{-\alpha T_{\text{и}}})e^{-\alpha(t-T_{\text{и}})})e^{i\omega_0 t} \text{ при } t > T. \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

На рисунке отмечается передний и задний фронт сигнала. Протяженность заднего фронта сигнала по уровню 0.1 от максимума определяется при резонансных частотах 100 кГц значением $\tau \approx 40$ мкс (период $T_0 = 10$ мкс).

На практике часто возникает ситуация, когда длительность заднего фронта принятого ультразвукового сигнала значительно превышает длительность переднего фронта. Это наблюдается при ударном возбуждении ультразвукового преобразователя, когда форма излученного сигнала представляет собой затухающие колебания, описываемые выражением (1.2.2). Ультразвуковой преобразователь обычно представляет собой колебательную систему с достаточно высокой добротностью. При приёме сигнала, амплитуда колебаний преобразователя достигает максимума с задержкой. Колебания

пьезокерамической пластинки преобразователя, принимающего ультразвуковой сигнал, имеют сложный характер, однако приближённо они могут быть описаны уравнением вынужденных колебаний.

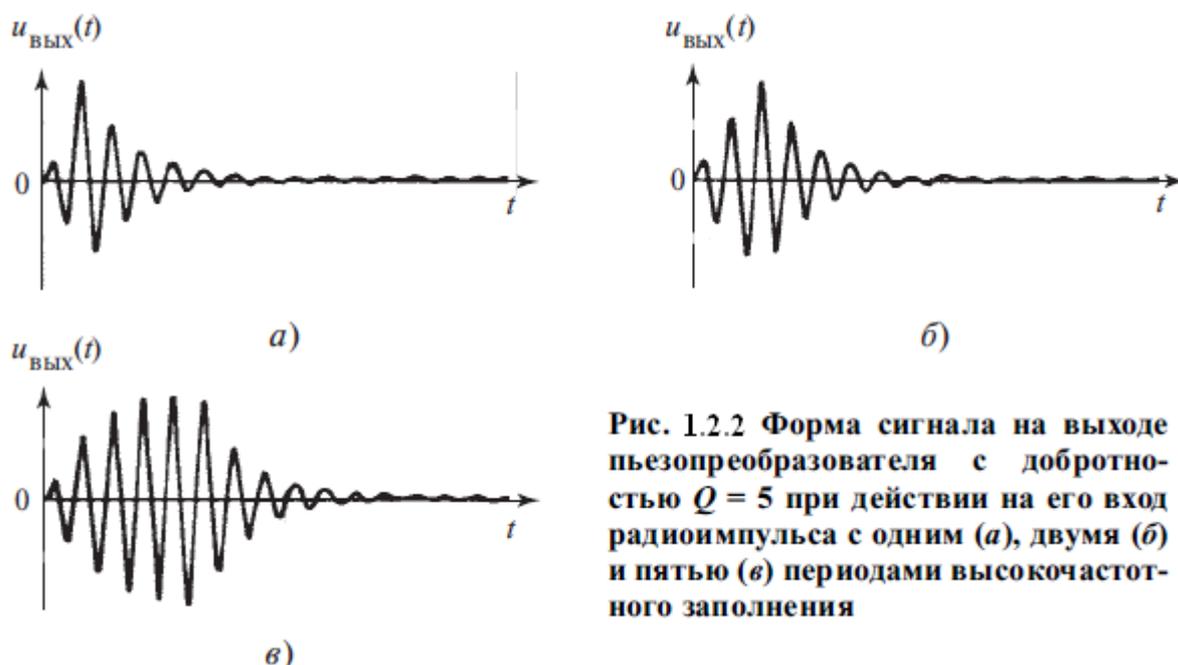


Рис. 1.2.2 Форма сигнала на выходе пьезопреобразователя с добротностью $Q = 5$ при действии на его вход радиоимпульса с одним (а), двумя (б) и пятью (в) периодами высокочастотного заполнения

Рисунок 1.2.2 – Форма сигнала на выходе пьезопреобразователя при подаче на вход радиоимпульса

При этом вынуждающая сила, вызванная воздействием принимаемого ультразвукового сигнала, изменяется согласно выражению (1.2.2). С учётом этого, уравнение запишется в следующем виде:

$$\ddot{S}(t) + 2a\dot{S}(t) + \omega^2 S(t) = \cos(\omega t) \exp(-at),$$

где a – коэффициент затухания колебаний.

Решение данного уравнения может быть получено приближенно.

Предположим, что в начальный момент времени, соответствующий приходу сигнала, колебания преобразователя отсутствуют. Тогда $\dot{S}(0) = 0, S(0) = 0$.

Решая уравнение при этих начальных условиях, получим следующее выражение:

$$S(t) = \frac{2 \sin(\omega t) - \frac{\omega \left(e^{2t\sqrt{b^2 - \omega^2}} - 1 \right)}{\sqrt{b^2 - \omega^2}}}{4b\omega e^{bt}} \quad (1.2.4)$$

Результат моделирования ультразвукового сигнала показан на рисунке 1.2.3. На рисунке «а» показан ультразвуковой сигнал, полученный посредством ударного возбуждения преобразователя с резонансной частотой 40 кГц и коэффициентом затухания $b = 5000$. На рисунке «б» показан принятый ультразвуковой сигнал, полученный на основе выражения (1.2.4).

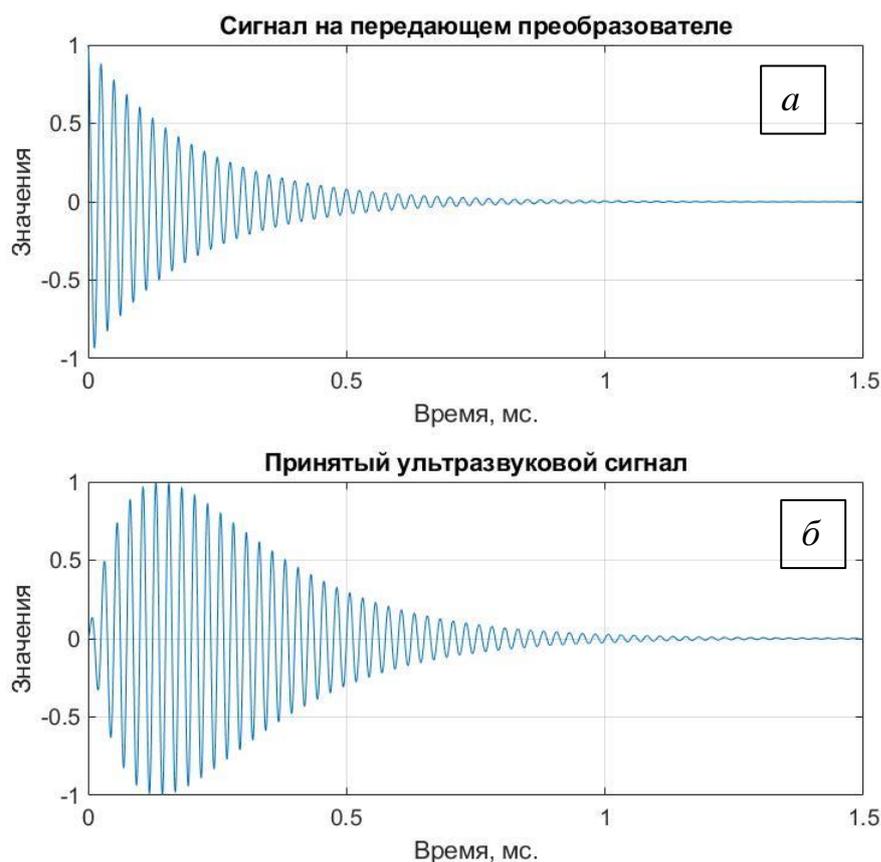
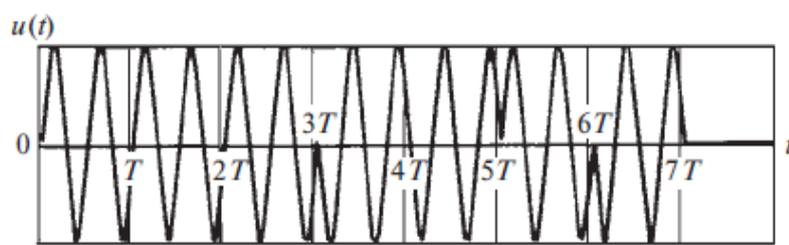


Рисунок 1.2.3 – ультразвуковой сигнал, полученный посредством ударного возбуждения преобразователя с резонансной частотой 40 кГц и коэффициентом затухания $b = 5000$

Наличие протяженного заднего фронта сигнала, соизмеримого с длительностью импульса ($T_{\text{и}} \approx \tau$), существенно затрудняет использование в ультразвуковой акустике сложных сигналов: сигналов на основе кодов Баркера, сигналов на основе М-последовательностей. Между импульсами возникает интерференция с соответствующим искажением последовательности импульсов. На рисунке 1.2.3

показан сигнал на основе 7-ми позиционного кода Баркера на входе и выходе преобразователя. Как видно из рисунка, сигнал на выходе преобразователя существенно искажен. Преобразователь не успевает отреагировать на скачок фазы.



Сигнал на основе 7-ми позиционного кода баркера

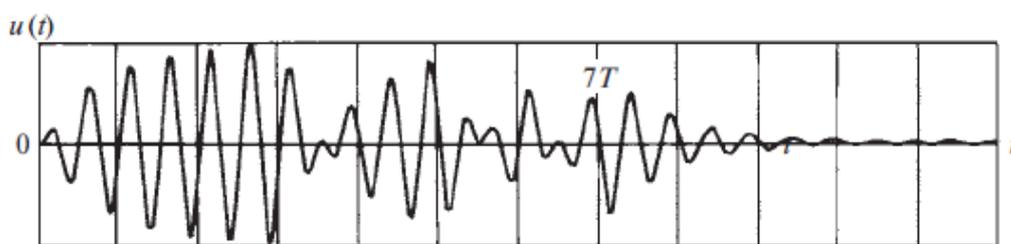


Рисунок 1.2.3 – Фазоманипулированный сигнал на выходе преобразователя.

В связи с этим аналитическое представление сигналов на основе кодов Баркера затруднено. Аналогичный эффект отмечается и при прохождении ЛЧМ-сигналов через преобразователь (Рисунок 1.2.4). Форма сигнала, как во времени, так и по частоте, существенно меняется при его прохождении через преобразователь. Это осложняет применение метода максимального правдоподобия, так как для этого необходимо формирование копии сигнала. Использование копии сигнала, представленной в цифровом виде, возможно, но не всегда эффективно. С целью расширить полосу пропускания преобразователя к настоящему времени разработана мозаичная структура [19]. Мозаичный преобразователь представляет собой совокупность N -преобразователей с близкими, но различными резонансными частотами. По существу используется принцип логопериодической антенны.

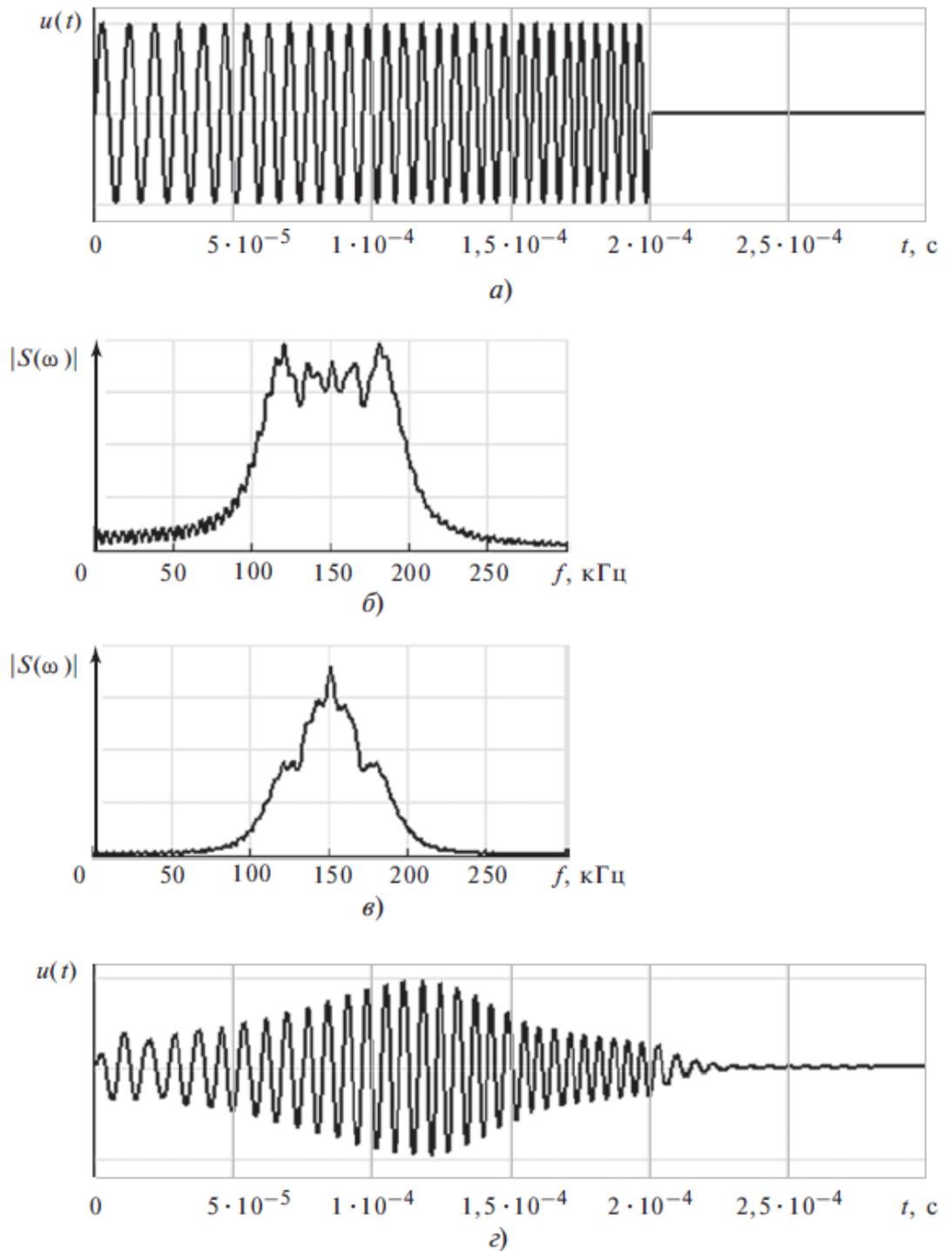


Рисунок 1.2.4 – Прохождение ЛЧМ-сигнала с базой $T_{\text{и}}\Delta f \approx 20$ через преобразователь. *а*-ЛЧМ-сигнал на входе, *б*-модуль его спектральной плотности, *в* - модуль спектральной плотности на выходе преобразователя, *г* - сигнал на выходе преобразователя

На рисунке 1.2.5. показана структура мозаичного преобразователя.

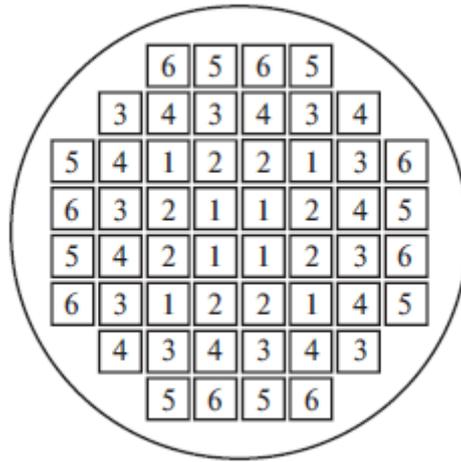


Рисунок 1.2.5 – Топология мозаичного преобразователя.

Резонансные частоты элементов, кГц: 1 – 175, 2 – 156,
3 – 140, 4 – 120, 5 – 100, 6 - 90

На рисунке 1.2.6 показана импульсная и частотная характеристики этого мозаичного преобразователя. Как видно из рисунка, аналитическое описание этих характеристик затруднено.

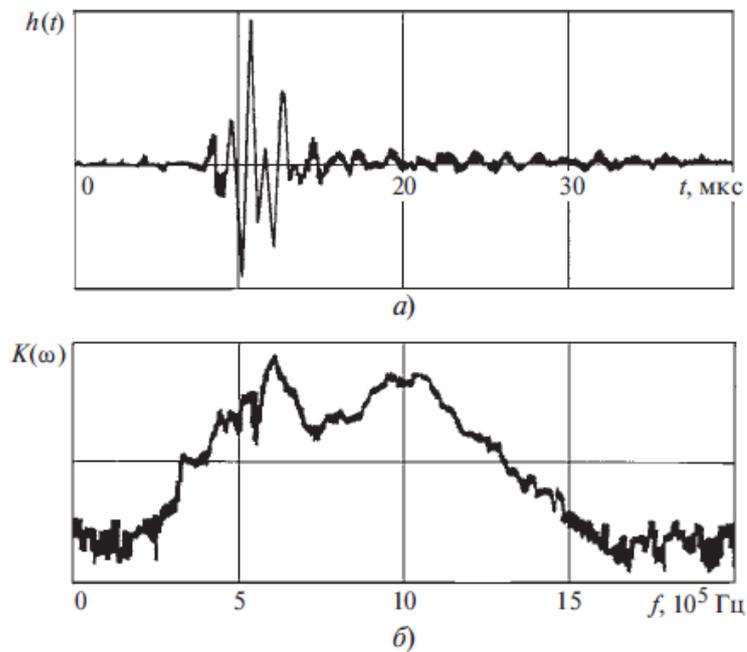


Рисунок 1.2.6 – Импульсная (а) и частотная (б) характеристики мозаичного преобразователя

Однако широкополосность мозаичного преобразователя позволяет улучшить временной вид сложного сигнала (Рисунок 1.2.7). Этим объясняется широкое использование мозаичных преобразователей.

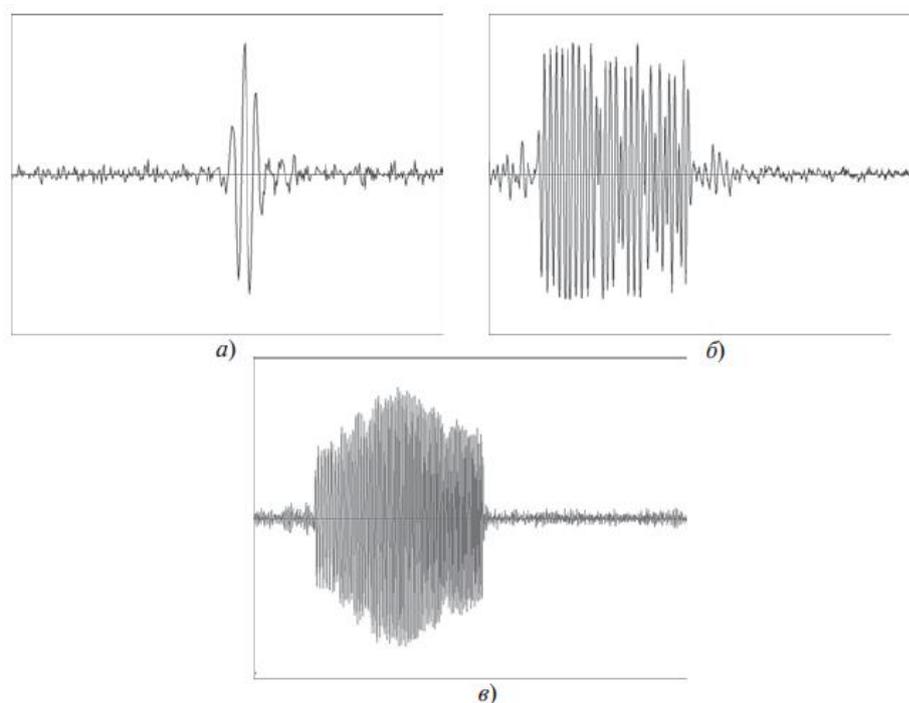


Рисунок 1.2.7 – Форма сигнала на выходе преобразователя: зондирующий сигнал в виде радиоимпульса с двумя периодами заполнения (а), сигнал на выходе преобразователя на основе 13-позиционного кода Баркера (б), ЛЧМ-сигнал с базой 50 (в)

Таким образом, микроэлектроника позволяет создавать в ультразвуке широкополосные сигналы, например, с помощью мозаичных преобразователей. Однако зависимость коэффициента затухания продольных волн от частоты приводит к ослаблению с расстоянием высокочастотных составляющих спектра сигнала по отношению к низкочастотным составляющим (Рисунок 1.2.8, 1.2.9).

В результате возникают новые изменения формы сигнала, как в частотной, так и во временной области [19]. На рисунке 1.2.8 показаны изменения коэффициента затухания ультразвука от частоты при его распространении в бетоне, а на рисунке 1.2.10 показан спектр ЛЧМ-сигнала и его вид в зависимости от времени.

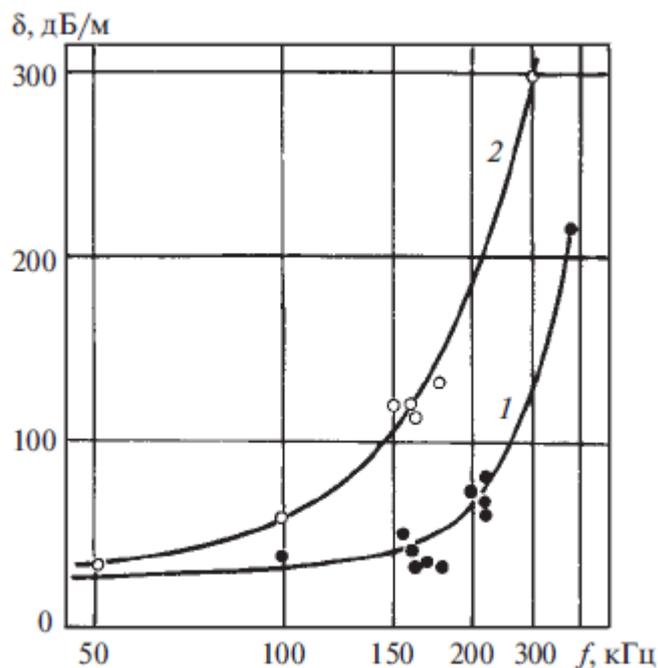


Рисунок 1.2.8 – Зависимость коэффициента затухания продольных волн от частоты для бетонов с разными заполнителями: 1 – с гранитным заполнением, крупность 20 мм, 2 – с известняковым заполнителем, крупность 20 мм

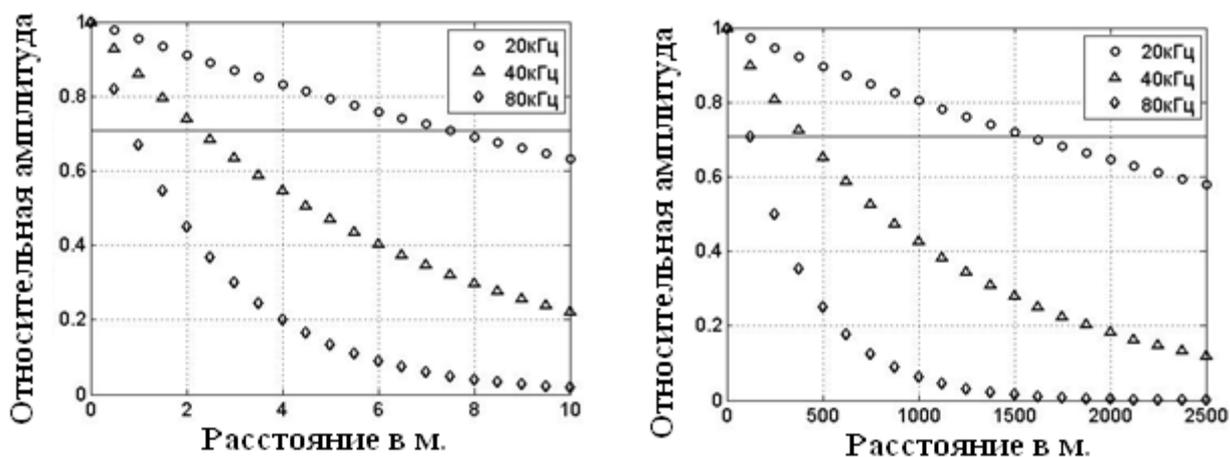


Рисунок 1.2.9 – Затухание ультразвука в воздухе (а) и в морской воде (б)

Таким образом, аналитическое описание такого рода сигналов оказывается сложным. Это является одной из причин слабого развития положений теории оптимального приема в области ультразвука. В методе максимального правдоподобия, принятая реализация (левая часть функционала правдоподобия)

должна соответствовать по параметрам копии сигнала (правая часть функционала правдоподобия). Лишь в этом случае поверхность функционала характеризуется глубоким минимумом, значение которого зависит от дисперсии шума.

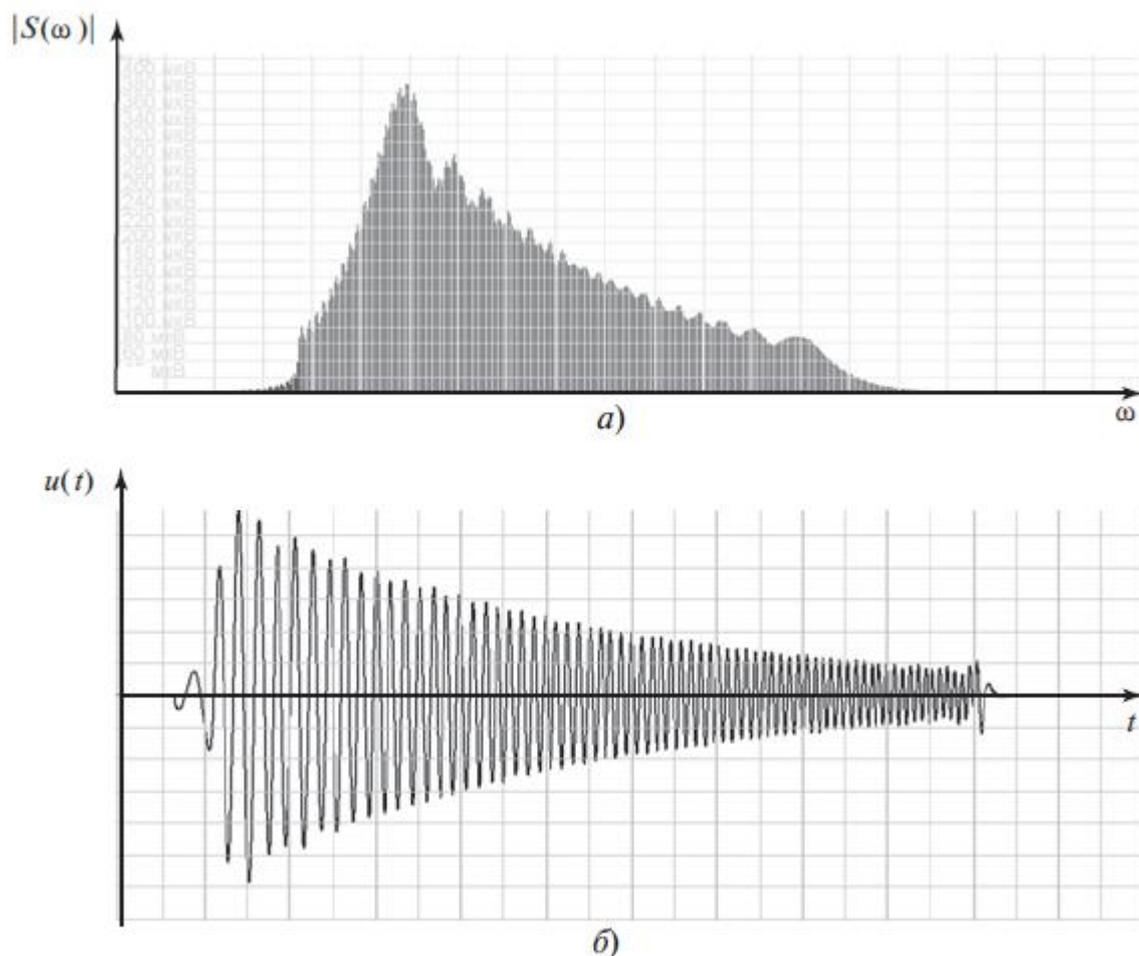


Рисунок 1.2.10 – Спектр (а) и временная диаграмма (б) ЛЧМ-сигнала при прохождении через среду с линейной частотной зависимостью коэффициента затухания

Если правая и левая части функционала правдоподобия не соответствуют друг другу, то степень несоответствия увеличивает минимум функционала правдоподобия. При больших несоответствиях правой и левой частей функционала правдоподобия метод максимального правдоподобия перестает работать.

Принятое сообщение, наряду с сигналом, содержит шумовую составляющую. В ультразвуковой акустике различают несколько различных аддитивных шумовых составляющих, связанных как с акустическими, так и с электрическими явлениями. Собственный шум (тепловой шум) возникает в усилительном тракте ультразвукового приёмника, и характеризуется широкополосностью. Обычно он не является существенным в связи с тем, что его энергия в полосе частот сигнала мала. Шумы, связанные с излученным сигналом, представляют собой электрические и акустические наводки от подаваемого к преобразователю сигнала. Они проявляют себя в начальный момент времени при излучении сигнала. Их форма во временном и частотном пространстве близка форме излученного сигнала, а амплитуда существенно превышает амплитуду принимаемого сигнала. Таким образом, они ограничивают минимальное расстояние, на котором возможно получение информации об окружающих объектах посредством ультразвука. Это расстояние возрастает с увеличением длительности сигнала. «Шум формы» обусловлен суперпозицией сигналов пришедших в точку приема разными путями. Это по существу многолучевость, возникающая за счет многократного отражения от границ сложного по форме изделия. Структурный шум возникает в результате отражений от многочисленных неоднородностей, располагающихся в среде распространения (бетон, полимерные композиции, чугун, биологические объекты). Структурный шум и шум формы являются наиболее существенными в ультразвуковой акустике. Временная форма и спектр отдельных отражений практически повторяют временную форму и спектр сигнала от объекта наблюдения. В связи с этим спектральная обработка принятой реализации или корреляционная обработка практически неэффективны для повышения сигнал/шум. Сигнал от объекта наблюдения и сигналы от неоднородной структуры материала отличаются своей энергией (амплитудой). Они, как правило, являются точечными объектами, размеры которых не превышают размера первой зоны Френеля. В связи с этим, энергия сигнала зависит почти линейно от эффективной площади отражения. Для повышения отношения сигнал/шум в этих случаях используют пространственную обработку

сигналов, создаваемых в фазированных антенных решетках. В этом случае формируется узкая диаграмма направленности, существенно снижающая как структурный шум, так и шум формы в области ультразвуковой акустики.

Таким образом, в области ультразвуковой акустики решение основных статистических задач радиотехники отличается рядом особенностей. Они связаны со сложностью аналитического описания зондирующего сигнала, с искажениями сигнала в преобразователях, с искажениями сигнала, обусловленными частотной зависимостью коэффициента затухания, наличием структурного шума и шума формы. Это требует развития положений теории оптимального приема в приложении к ультразвуковой акустике.

§ 1.3. Основные положения теории оптимального приема

Аналитический обзор методов обработки сигналов в области ультразвуковой акустики (§ 1.2) показал, что одной из основных проблем является проблема, связанная с резонансными свойствами излучателей и приемников ультразвука, и связанные с ней трудности, возникающие при использовании сложных сигналов: сигналов на основе кодов Баркера, М-последовательностей, ЛЧМ-сигналов. Область ультразвука характеризуется существенной межсимвольной интерференцией и искажением формы сигнала, сложностью формирования коротких импульсов. Задачи обработки ультразвуковых сигналов приходится решать в условиях ярко выраженной многолучевости и структурного шума. Возникает необходимость рассмотрения вопроса о применении и развитии методов обработки сигналов, особенно в области их неортогональности, когда ультразвуковые сигналы частично совпадают по своим параметрам.

В настоящее время в области ультразвуковой акустики широко используются методы спектрального анализа, корреляционного анализа, углового спектрального анализа и сравнительно редко обработка ультразвуковых сигналов связана с теорией оптимального приема. Это объясняется особенностями излучения, приема и распространения ультразвука. Эти особенности привели к тому, что основное внимание исследователей было обращено на разработку широкополосных излучателей и приемников ультразвука (например, излучатели мозаичного типа), на разработку новых сигналов (сплит-сигналов) [19]. Однако настоящая работа обращает внимание на необходимость развития положений теории в приложении к ультразвуковой акустике. В данном параграфе кратко изложены основы теории оптимального приема и представлена основа технологии решения статистических задач методом максимального правдоподобия со сверхрэлеевским разрешением.

В радиотехнике теория оптимального приема широко известна [1-3, 47-58]. Она используется при решении основных статистических задач в сложных радиотехнических комплексах аппаратуры. Ее математические основы хорошо

изложены в [71]. На основании положений теории оптимального приема создаются эффективные алгоритмы обработки информации, характеризующиеся минимальной дисперсией Рао-Крамера. В работах БФУ им. И. Канта [4, 5, 31, 59-67], с участием автора настоящей работы, положения теории оптимального приема получили дальнейшее развитие. В них разработана технология, позволяющая в рамках метода максимального правдоподобия получать сверхрэлеевское разрешение в области ультразвука.

Теория оптимального приема базируется на трех основных положениях: определяется функция потерь, определяется функция риска, реализуется процедура минимизации функции риска. Рассмотрим более подробно эти положения, придерживаясь терминологии и обозначений, принятых в [3, 4]. Квадратичная функция потерь определяется выражением

$$C = |\bar{\lambda} - \hat{\lambda}|^2, \quad (1.3.1)$$

где $\bar{\lambda}$ – вектор параметров сигналов, содержащихся в принятом сообщении, $\hat{\lambda}$ – неизвестный вектор оцениваемых параметров сигналов. Вектор является случайным вследствие наличия шума.

Математическое ожидание от функции потерь $M(C)$ определяет риск. Для байесовского решения это средний риск, или апостериорный риск. Средний риск $r(\bar{U})$ определяется усреднением функции потерь с помощью двухмерной плотности распределения $P(\bar{\lambda}, Y_0^t)$:

$$r(\bar{U}) = \iint C(\bar{\lambda}, \bar{U}(Y_0^t)) P(\bar{\lambda}, Y_0^t) d\bar{\lambda} dY_0^t, \quad (1.3.2)$$

где \bar{U} – множество решений, $\bar{U}(Y_0^t)$ – множество решений, зависящих от множества реализаций Y_0^t .

Для определения среднего риска требуется знание двумерной плотности распределения. Если использовать формулу Байеса, тогда средний риск можно записать в виде

$$r(\bar{U}) = \iint C(\bar{\lambda}, \bar{U}(Y_0^t)) P\left(\frac{\bar{\lambda}}{Y_0^t}\right) P(Y_0^t) d\bar{\lambda} dY_0^t. \quad (1.3.3)$$

Средний риск зависит от множества решений. Критерием отбора оптимального решения \bar{U}_0 является минимум среднего риска $r(\bar{U}_0)$. Средний риск представляет собой поверхность в пространстве решений. Выделим внутренний интеграл, который называется апостериорным риском

$$r_{ps}(Y_0^t, \bar{U}) = \int C(\bar{\lambda}, \bar{U}(Y_0^t)) P\left(\frac{\bar{\lambda}}{Y_0^t}\right) d\bar{\lambda}. \quad (1.3.4)$$

Апостериорный риск зависит от принятой реализации Y_0^t и множества решений \bar{U} . Минимум апостериорного риска является критерием отбора оптимального решения $r_{ps}(Y_0^t, \bar{U})$. При этом требуется знание условной (апостериорной) плотности распределения $P(\bar{\lambda}/Y_0^t)$. Используя второй вариант формулы Байеса, можно записать средний риск в виде

$$r(\bar{U}) = \iint C(\bar{\lambda}, \bar{U}(Y_0^t)) P\left(\frac{Y_0^t}{\bar{\lambda}}\right) P(\bar{\lambda}) d\bar{\lambda} dY_0^t. \quad (1.3.5)$$

Выделим внутренний интеграл

$$\tilde{r}(\bar{\lambda}, \bar{U}) = \int C(\bar{\lambda}, \bar{U}(Y_0^t)) P\left(\frac{Y_0^t}{\bar{\lambda}}\right) dY_0^t. \quad (1.3.6)$$

В этом случае $\tilde{r}(\bar{\lambda}, \bar{U})$ определяется при фиксированном значении вектора параметров $\bar{\lambda}$. Следовательно, внутренний интеграл $\tilde{r}(\bar{\lambda}, \bar{U})$ является функцией от $\bar{\lambda}$, и она называется **функцией риска**. Оптимальное решение определяется по минимуму функции риска $\tilde{r}(\bar{\lambda}, \bar{U}_0)$. При этом вектор параметров $\bar{\lambda}$ должен быть постоянен на интервале обработки. Уточним область решений, относящуюся к Байесовскому методу решения по сравнению с методом максимального правдоподобия. Будем считать вектор параметров $\bar{\lambda}$ случайным вектором. Однако, если интервал корреляции r_k составляющих этого вектора много больше интервала обработки T

$$r_k \gg T, \quad (1.3.7)$$

тогда плотность распределения будет равна дельта - функции $P(\bar{\lambda}) = \delta(\bar{\lambda})$, и средний риск (1.3.5) будет являться функцией риска (1.3.6). Это уточнение является важным в связи с тем, что условие 1.3.7 выполняется во многих практических случаях обработки сигналов, в частности, в области ультразвука.

Интервалы обработки оказываются малыми, и на таких интервалах параметры случайного сигнала практически не меняются. Следовательно, в большом количестве разработок можно использовать метод максимального правдоподобия. Байесовский метод можно будет использовать лишь в частных случаях, когда введенное условие не выполняется.

Условная плотность распределения $P(Y_0^t/\bar{\lambda})$ является функцией правдоподобия. При нормальном распределении квадратурных компонент шума ее аналитическое выражение хорошо известно [1, 3, 54].

$$L(\bar{\lambda}) = Const \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt\right) \quad (1.3.8)$$

Здесь $Const$ – постоянная нормировки, которая не участвует в процедуре минимизации функции риска, и может в дальнейшем не учитываться,

$\hat{y}(t)$ – принятая реализация в комплексном виде, содержащая совокупность сигналов и аддитивный нормальный шум со средним значением, равным нулю, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции τ_k ,

$\hat{S}(\bar{\lambda}, t)$ – копия совокупности сигналов в комплексном виде, зависящая от времени t и вектора оцениваемых (неизвестных) параметров $\bar{\lambda}$,

σ^2 – дисперсия шума в принятом сообщении,

τ_k – интервал корреляции шума,

T – интервал обработки (длительность сигнала).

Эквивалентными выражениями являются логарифм функции правдоподобия $\ln(L(\bar{\lambda}))$, функционал правдоподобия $\Delta(\bar{\lambda})$ и функционал отношения правдоподобия $\Delta 1(\bar{\lambda})$.

$$\Delta(\bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt \quad (1.3.9)$$

$$\Delta 1(\bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt \quad (1.3.10)$$

Процедура минимизации функции риска в методе максимального правдоподобия связана с максимизацией функции правдоподобия (минимизацией функционала

правдоподобия (1.3.9)), максимизацией функционала отношений правдоподобия (1.3.10). Функция правдоподобия (1.3.8), функционал правдоподобия (1.3.9), функционал отношений правдоподобия (1.3.10), по своей структуре являются поверхностями в многомерном пространстве параметров сигналов $\bar{\lambda}$. Максимум поверхности функции правдоподобия (минимум функционала правдоподобия) определяет оценки параметров сигналов $\bar{\lambda}$, и соответствует минимуму функции риска. В методе максимального правдоподобия функцию риска (1.3.6) в минимуме можно записать в виде математического ожидания от функции потерь, которое по определению равно дисперсии элементов вектора параметров $\bar{\lambda}$.

$$\tilde{r}(\bar{\lambda}_{max}) = M |\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_{max}|^2 = D_{\bar{\lambda}} \quad (1.3.11)$$

Дифференцируя по $\bar{\lambda}$ и приравнявая дифференциалы нулю, можно получить $\bar{\lambda} = M(\bar{\lambda}_{max}) = \bar{\lambda}$. Следовательно, в максимуме поверхности функции правдоподобия математическое ожидание от вектора оценки параметров $\bar{\lambda}_{max}$ равно истинному вектору параметров сигналов, содержащихся в принятом сообщении. При этом вектор оценок параметров сигналов является несмещенным. В максимуме функции правдоподобия дисперсия вектора параметров сигналов $D_{\bar{\lambda}}$ минимальна. Дисперсия $D_{\bar{\lambda}}$ является дисперсией Рао-Крамера.

$$\tilde{r}(\bar{\lambda})_{min} = D_{\bar{\lambda} min} \quad (1.3.12)$$

Таким образом, максимум поверхности функции правдоподобия (минимум функционала правдоподобия) является критерием отбора возможных решений вне зависимости от количества сигналов, содержащихся в принятом сообщении. Рисунок 1.3.1 иллюстрирует вышеприведенные утверждения. Каждая точка поверхности логарифма функции правдоподобия определяет решение задачи оценки параметра с функцией потерь C и соответствующей функцией риска. В точке максимума поверхности функция потерь C_{min} минимальна. Математическое ожидание от $\hat{\lambda}_{imax}$ равно истинному значению параметра

$M(\hat{\lambda}_{imax}) = \lambda_i$. Математическое ожидание от функции потерь в максимуме определяет дисперсию Рао-Крамера.

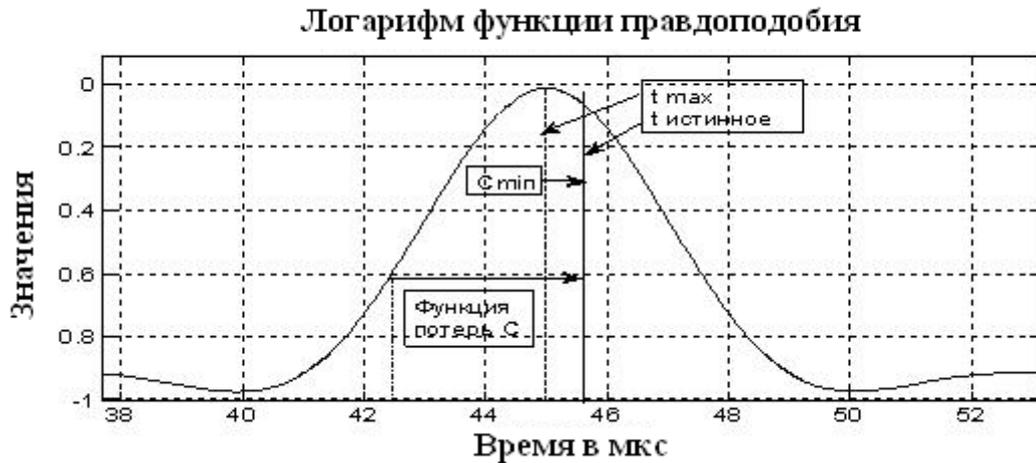


Рисунок 1.3.1 – Разрез поверхности логарифма функции правдоподобия вдоль одного из оцениваемых параметров (времени приема) $\hat{\lambda}_i = t_1$ при приеме одной реализации с истинным значением времени приема $t_{2 \text{ ист.}} \dots t_{N \text{ ист.}}$

При дальнейшем изложении, для определенности, запишем принятую реализацию в виде совокупности N сигналов произвольной формы $\hat{f}_n(\bar{\lambda}, t)$ с амплитудой \hat{U}_n и аддитивного шума.

$$\hat{y}(t) = \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \hat{f}_n(\bar{\lambda}, t) + \hat{U}_{\text{ш}}(t), \quad (1.3.13)$$

где \hat{U}_n – комплексная амплитуда для n – сигнала, $\bar{\lambda}$ – вектор параметров совокупности сигналов, за исключением комплексных амплитуд.

В этом случае функционал правдоподобия будет записан в виде

$$\Delta(\hat{\lambda}, \hat{U}_1 \div \hat{U}_N) = \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \hat{f}_n(\hat{\lambda}) \right|^2 dt \quad (1.3.14)$$

Штрихами обозначены оцениваемые параметры сигналов.

Данное выражение является основой для решения задачи оценки параметров совокупности сигналов. Оно имеет вид поверхности с глобальным минимумом, определяющим, как критерий отбора, решение задачи оценки параметров сигналов $\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N, \hat{U}_1 \div \hat{U}_N$. Математическое ожидание от функционала

правдоподобия в глобальном минимуме определяет дисперсию шума σ^2 в принятой реализации:

$$M \left(\Delta \left(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N, \hat{U}_1 \div \hat{U}_N \right) \right)_{min} = \sigma^2 T. \quad (1.3.13)$$

Здесь T – длительность сигнала.

Это дополнительный, важный параметр, который находится на основе принятой реализации. Его значение необходимо при решении задачи обнаружения сигналов. В литературе данная возможность практически не отмечается.

Наряду с функционалом правдоподобия для решения задач статистической радиотехники часто используется функционал отношения правдоподобия [3, 4].

$$\Delta 1 \left(\bar{\lambda} \right) = \int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \hat{S} \left(\bar{\lambda}, t \right) \right|^2 dt \quad (1.3.14)$$

Первое слагаемое в максимуме определяет энергию сигнала и шума в принятой реализации, второе слагаемое в минимуме определяет дисперсию шума в принятой реализации. Разность первого и второго слагаемых определяет оценку энергии сигнала.

$$\begin{aligned} M \left(\Delta 1 \left(\bar{\lambda} \right) \right) &= M \left(\int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \hat{S} \left(\bar{\lambda}, t \right) \right|^2 dt \right) = \\ &= \int_0^T \left| \hat{S} \left(\bar{\lambda}, t \right) \right|^2 dt = E_c \end{aligned} \quad (1.3.15)$$

На рисунке 1.3.2 показана структура функционала отношения правдоподобия в зависимости от времени приема сигнала, как оцениваемого параметра. Особенностью является то, что в области, где нет сигнала, шумовые составляющие для функций f_1 и f_2 практически одинаковые. Они вычитаются при сложении функций f_1 и f_2 .

Рассмотрим различные возможности минимизации функционала правдоподобия (1.3.8) или максимизации функционала отношения правдоподобий. Общей рекомендацией при решении задачи оценки параметров сигналов является переход к уравнениям правдоподобия [1, 3, 51, 53, 55, 57, 58, 68-71].

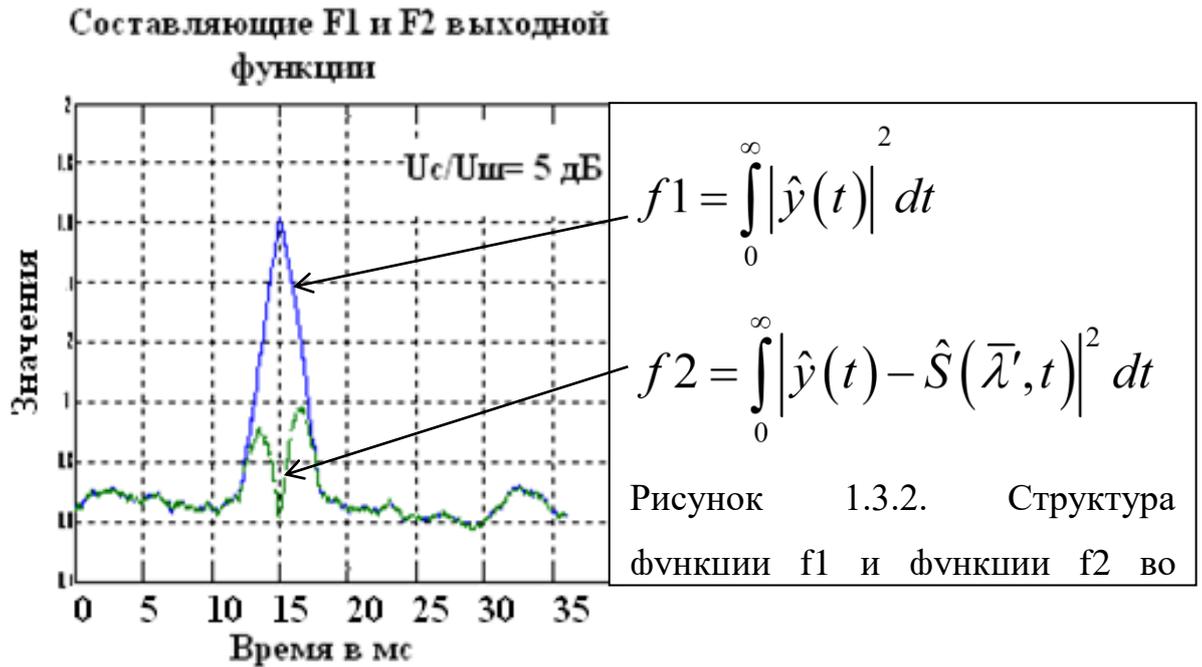


Рисунок 1.3.2 – функционал правдоподобия и функционал отношения правдоподобия

Однако, как установлено автором работы, уравнения правдоподобия решают задачу оценки параметров сигналов лишь в области их ортогональности, когда выполняется критерий Рэлея и когда в принятой реализации находится одиночный сигнал. В области неортогональности сигналов уравнения правдоподобия решают задачу оценки параметров неудовлетворительно. Приведем доказательство этого утверждения. Дифференцируя (1.3.12) по комплексным амплитудам $\hat{U}_1 \div \hat{U}_N$ и по неэнергетическим параметрам $\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N$ и приравнявая дифференциалы нулю можно получить две системы уравнений правдоподобия. Запишем их в векторном виде.

$$\bar{b} = \hat{R} \bar{U}(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N), \bar{b}1 = \hat{R}1 \bar{U}1(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N) \quad (1.3.16)$$

где \bar{b} , $\bar{b}1$ – вектора, отображающие левые столбцы векторных выражений

$$b_n = \int_0^T \hat{y}(t) \hat{f}^*(\hat{\lambda}) dt, b1_n = \int_0^T \hat{y}(t) \hat{f}(\hat{\lambda}) \frac{d\hat{f}^*(\hat{\lambda})}{d\hat{\lambda}_n} dt,$$

$\bar{U}(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N), \bar{U1}(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N)$ - вектора оцениваемых амплитуд сигналов, зависящие от неэнергетических параметров.

$\hat{R}_{n,m} = \int_0^T \hat{f}(\hat{\lambda}_n) \hat{f}^*(\hat{\lambda}_m) dt$, $\hat{R1}_{n,m} = \int_0^T \hat{f}(\hat{\lambda}_n) \frac{d\hat{f}^*(\hat{\lambda})}{d\hat{\lambda}_m} dt$ – элементы корреляционных матриц, содержащих коэффициенты взаимной корреляции сигналов.

Решая векторные уравнения (1.3.16), можно получить следующие функциональные зависимости от $\hat{\lambda}$:

$$\hat{U}(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N) = \hat{R}^{-1} \bar{b}, \quad \hat{U1}(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N) = \hat{R1}^{-1} \bar{b1}, \quad (1.3.17)$$

где $\hat{R}^{-1}, \hat{R1}^{-1}$ – матрицы, обратные к корреляционным матрицам с элементами $\hat{R}_{n,m}, \hat{R1}_{n,m}$. Как первое решение $\hat{U}(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N)$, так и второе решение $\hat{U1}(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N)$ в (1.3.17) являются поверхностями в пространстве неэнергетических оцениваемых параметров сигналов $\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N$. Точки этих поверхностей, определяемые условием $\hat{\lambda}_n = \hat{\lambda}_m$, являются сингулярными точками (n – определяет параметры первого сигнала, m – определяет параметры второго сигнала).

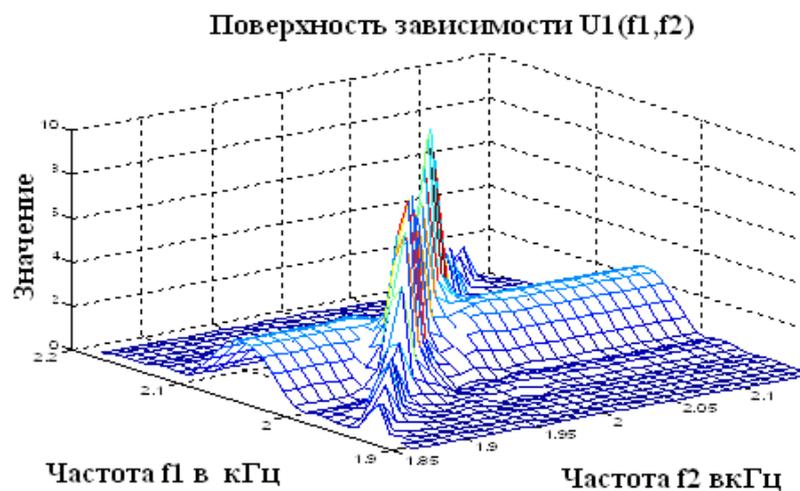


Рисунок 1.3.3 – Поверхность функциональной зависимости $\hat{U}(f1, f2)$ при малом различии частот (неортогональные сигналы)

В этих точках детерминанты соответствующих корреляционных матриц обращаются в ноль, а решения $|\hat{U}(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N)|, |\overline{U1}(\hat{\lambda}_1 \div \hat{\lambda}_N)|$ стремятся в бесконечность. В качестве примера, покажем вид двумерной поверхности функциональной зависимости $\hat{U}(\hat{\lambda}_1 = \hat{f}1, \hat{\lambda}_2 = \hat{f}2)$, в случае, когда сигналами являются два радиоимпульса с близкими частотами $f1 = 2$ кГц и $f2 = 2.032$ кГц при длительности радиоимпульса 25 мс (рисунок 1.3.3). Диагональные максимумы поверхности $\hat{U}(\hat{f}1, \hat{f}2)$ определяются близостью оцениваемых частот $\hat{f}1 \sim \hat{f}2$.

Таким образом, наличие сингулярных точек в зависимостях (1.3.17) не позволяет использовать уравнения правдоподобия для решения задачи оценки параметров совокупности сигналов в области их неортогональности. Это новый фактор, ограничивающий возможности решения задач в области неортогональности сигналов. Необходимость его учета раскрывается в следующих параграфах.

В настоящей работе выявлен второй важный фактор, который необходимо учитывать при решении статистических задач. Это фактор неоднозначности решения. При разрезе функции правдоподобия по координате времени приема отмечается наличие большого количества локальных максимумов. В связи с этим получить решения статистических задач на основе глобального максимума функции правдоподобия оказывается проблематичным. В настоящей работе предлагается для исключения локальных максимумов использовать подстановку Хелстрема [51]. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Для этого в выражение (1.3.12) подставляются функциональные зависимости (1.3.17). В результате функционал правдоподобия после возведения в квадрат и преобразования принимает следующий вид:

$$\Delta 2(\bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_0^T \hat{y}^*(t) \sum_n^N \hat{U}_n(\bar{\lambda}) \hat{f}_n(\bar{\lambda}, t) dt. \quad (1.3.18)$$

Он может быть также представлен в виде

$$\Delta 2(\bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_0^T \left| \sum_n^N \hat{U}_n(\bar{\lambda}) \hat{f}_n(\bar{\lambda}, t) \right|^2 dt.$$

Будем называть в дальнейшем $\Delta 2(\bar{\lambda})$ преобразованным функционалом правдоподобия. Первое слагаемое в (1.3.18), в соответствии с представлениями линейного пространства сигналов, представляет собой энергию принятой реализации, включающую энергию сигнала и шума. Второе слагаемое в (1.3.18) равно энергии копии совокупности сигналов. Таким образом, функционал правдоподобия представляет собой квадрат модуля вектора разности между вектором принятой реализации и вектором копии сигналов. Это эквивалентно разности энергии принятой реализации и энергии копии сигналов. Минимум достигается лишь в том случае, если параметры сигналов в принятой реализации равны параметрам в копии сигнала. В качестве примера представим вид преобразованного функционала правдоподобия для случая двух сигналов, содержащихся в принятой реализации.

$$\Delta 3(\hat{f}_1, \hat{f}_2) = \frac{1}{\Delta 2(\hat{f}_1, \hat{f}_2)} \quad (1.3.19)$$

На рисунке 1.3.4 показана поверхность обратного преобразованного функционала правдоподобия при наличии в принятой реализации двух сигналов с разными частотами (максимум на рисунке отображается лучше, чем минимум).

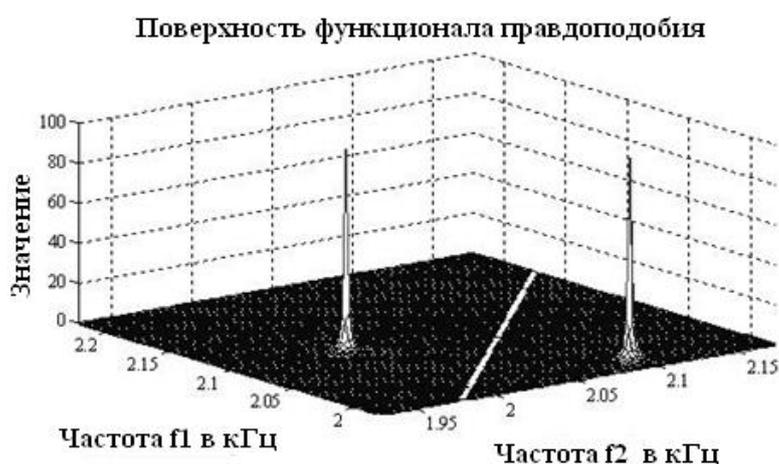


Рисунок 1.3.4 – Поверхность преобразованного обратного функционала правдоподобия. Область низкой корреляции. Разность частот сигналов 100 Гц

Отмечается наличие двух максимумов: основного и зеркального, получаемого за счет перестановки оцениваемых частот. Разность частот радиоимпульсов равна 100 Гц (область низкой корреляции). Зеркальный максимум легко устраняется алгоритмически. При увеличении отношения сигнал/шум максимумы стремятся к дельта-функциям. Область поверхности, связанная с равенством частот радиоимпульсов (белая диагональная линия), не мешает оценке параметров совокупности двух сигналов. При сближении частот сигналов (рисунок 1.3.5), основной и зеркальный максимумы приближаются к сингулярной области. Однако даже различие частот в 5 Гц позволяет уверенно оценивать параметры сигналов.



Рисунок 1.3.5 – Поверхность преобразованного обратного функционала правдоподобия. Разность частот радиоимпульсов 5 Гц, область высокой корреляции

Сравнивая разность частот при выполнении критерия Рэлея (40 Гц) с разностью 5 Гц можно утверждать об увеличении разрешения в 8 раз. На рисунке 1.3.5, кроме максимумов, отмечается совместная структура двух функциональных зависимостей $\hat{U}_1(\hat{f}_1, \hat{f}_2)$ и $\hat{U}_2(\hat{f}_1, \hat{f}_2)$, следующих из выражений (1.3.17).

Таким образом, обратный преобразованный функционал правдоподобия (1.3.18) является поверхностью в пространстве неэнергетических параметров $\bar{\lambda}$ совокупности сигналов. Положение максимума этой поверхности определяет оценки вектора неэнергетических параметров $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{max}$ всей совокупности сигналов, содержащихся в принятом сообщении. Функциональные зависимости в точке максимума $\hat{U}_n(\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{max})$ определяют оценки комплексных амплитуд всей совокупности сигналов. Значение максимума обратного преобразованного функционала правдоподобия (1.3.18) определяет оценку дисперсии шума в принятом сообщении σ^2 . Следовательно, технология обработки сигналов, основанная на преобразованном функционале правдоподобия, позволяет решать задачу оценки параметров совокупности сигналов, как в области ортогональности, так и в области их неортогональности. Корреляционные, спектральные или угловые функции двух или более сигналов при этом могут частично перекрываться. Эквивалентное разрешение по параметрам сигналов оказывается большим, чем Рэлеевское разрешение. Данная технология может быть использована при решении статистических задач в области ультразвуковой акустики.

3. Глава 2. Потенциальные возможности обработки ультразвуковых сигналов

§ 2.1. Неоднозначность решения статистических задач методом максимального правдоподобия

Исследования, проводимые в рамках настоящей работы, показали, что существует важная особенность при применении теории оптимального приема: в разрезе функции правдоподобия по времени приема отмечается наличие большого количества локальных максимумов. В связи с этим решение, основой которого является глобальный максимум функции правдоподобия, характеризуется неоднозначностью. Оно вполне может быть связано с одним из локальных максимумов. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Будем рассматривать функцию правдоподобия, как поверхность в пространстве оцениваемых параметров сигналов. Пусть вначале принятая реализация $\hat{y}(t)$ содержит один сигнал и аддитивный шум.

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_1 f(\bar{\lambda}, t) + \hat{U}_{ш}(t), \quad (2.1.1)$$

где \hat{U}_1 – комплексная амплитуда сигнала.

$f(\bar{\lambda}, t)$ – аналитическое выражение для сигнала.

$\hat{U}_{ш}(t)$ – аддитивный нормальный шум с дисперсией σ^2 , нулевым средним значением квадратурных компонент и интервалом корреляции τ_k .

$\bar{\lambda}$ – вектор параметров сигнала, компонентами которого являются частота, начальная фаза, время приема.

В этом случае функцию правдоподобия можно записать в виде

$$L(\hat{\lambda}, \hat{U}_1) = const \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_{\tau}^{\tau+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1 f(\hat{\lambda}, t)|^2 dt\right) \quad (2.1.2)$$

Штрихами отмечены неизвестные, оцениваемые параметры сигнала. Представим с помощью математических расчетов разрезы поверхности функции правдоподобия по отдельным выделенным параметрам. Модельные значения этих параметров равны: амплитуда 1, начальная фаза 60 градусов, частота 3 кГц, время приема 3 мс. Остальные параметры будем считать известными. Их модельные

значения подставляются в выражение для функции правдоподобия. На рисунке 2.1.1 представлены разрезы функции правдоподобия по параметрам сигнала: амплитуда, начальная фаза, частота сигнала. Из рисунка следует, что амплитуда, начальная фаза, частота имеют функциональную зависимость с максимумом, который определяет оценки выделенных параметров сигнала.

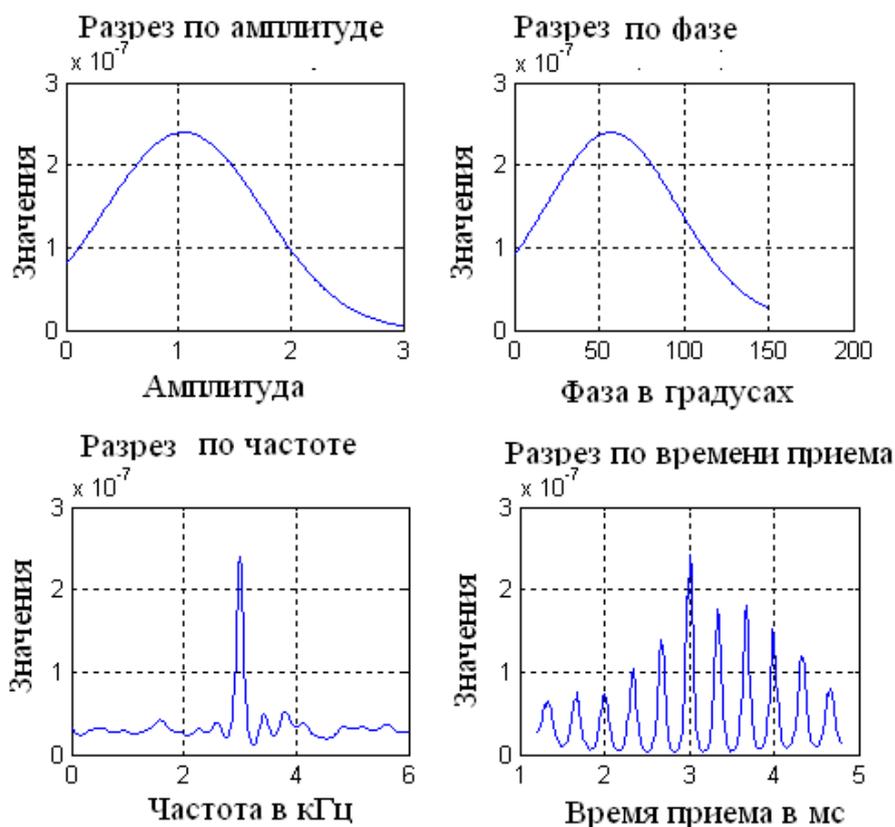


Рисунок 2.1.1 – Разрез функции правдоподобия по выделенным оцениваемым параметрам сигнала

Однако, для параметра – времени приема сигнала, отмечается периодичность с периодом $\omega\Delta t_1 = 2\pi$. Главный максимум определяет оценку времени приема, а дополнительные максимумы определяют ложные решения. Отмеченная особенность существенно затрудняет решение статистических задач радиотехники на основе максимума функции правдоподобия. Ложная оценка времени приема приводит к ложным значениям оценок остальных параметров сигнала. При снижении отношения сигнал/шум вполне возможно, что локальный максимум функции правдоподобия будет превышать глобальный максимум. Так

на рисунке 2.1.2 разрез функции правдоподобия по времени приема реализован при пониженном значении сигнал/шум. В результате глобальный максимум сместился относительно модельного значения времени приема 3 мс. Погрешность оценки времени приема оказывается существенной, и равна 0.324 мс.

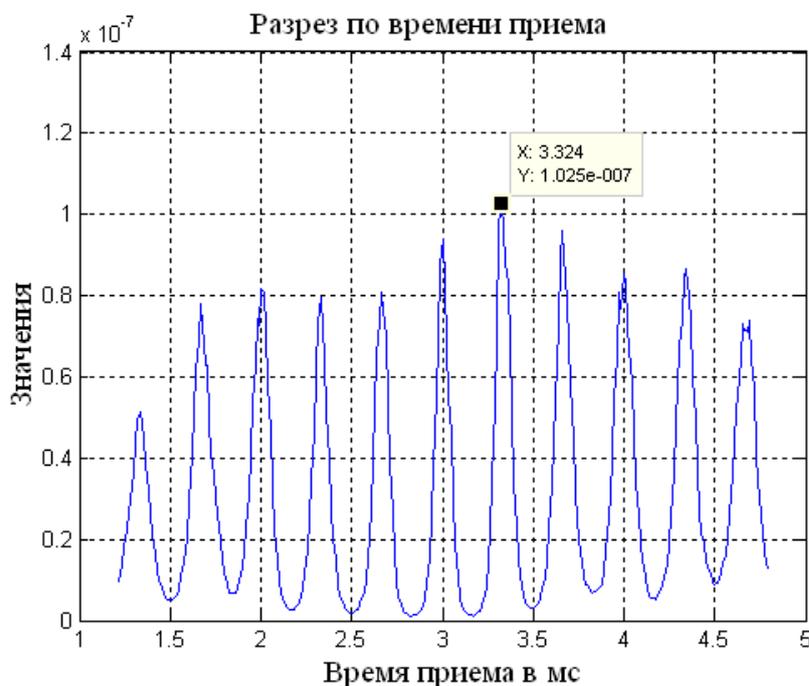


Рисунок 2.1.2 – Разрез функции правдоподобия по времени приема при увеличенном отношении сигнал/шум

Отмеченная особенность полностью проявляет себя при анализе функционала правдоподобия (Рисунок 2.1.3) и функционала отношений правдоподобия (Рисунок 2.1.4).

$$\Delta(\hat{U}_1, \hat{\lambda}) = \int_{\tau}^{\tau+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1 f(\hat{\lambda}, t)|^2 dt \quad (2.1.2)$$

$$\Delta 1(\hat{U}_1, \hat{\lambda}) = \int_{\tau}^{\tau+T} |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_{\tau}^{\tau+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1 f(\hat{\lambda}, t)|^2 dt \quad (2.1.3)$$

При решении статистических задач радиотехники вместо функции правдоподобия используются функционал правдоподобия и функционал отношений правдоподобия. Функционалы взаимосвязаны и взаимно дополняют друг друга.

Функционал правдоподобия

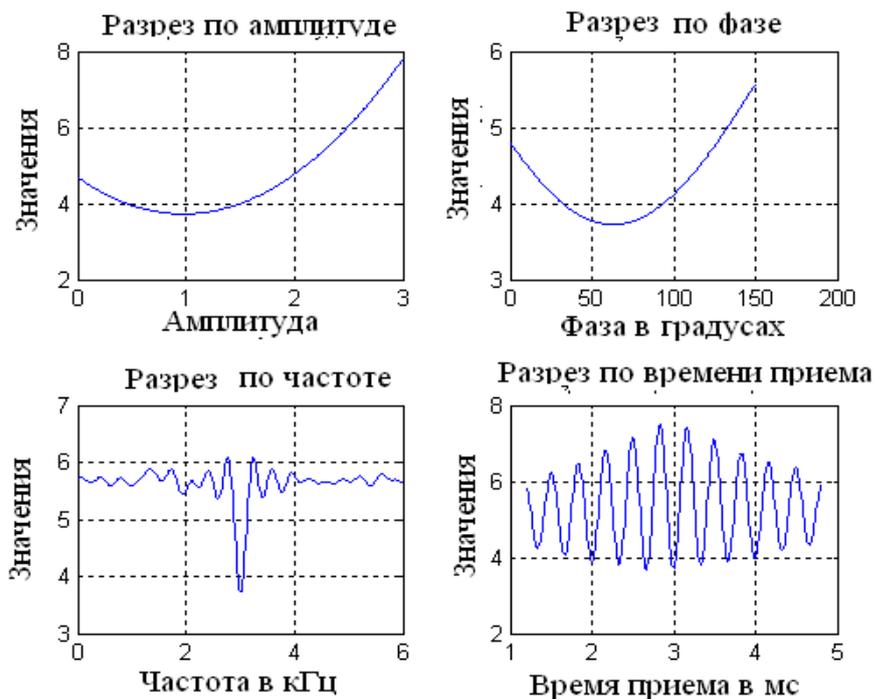


Рисунок 2.1.3 – Разрез функционала правдоподобия по выделенным оцениваемым параметрам сигнала

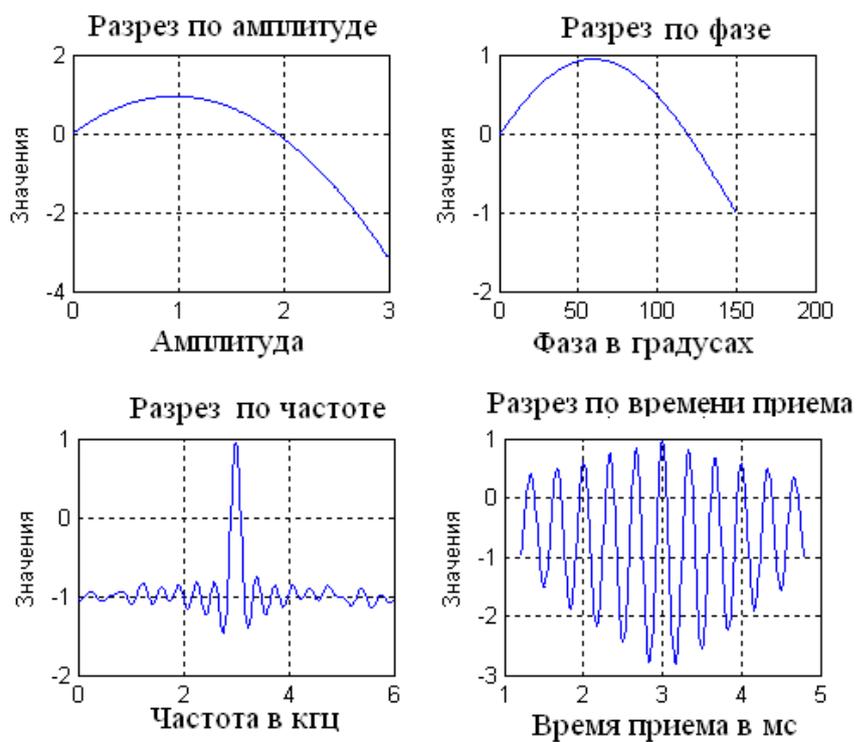


Рисунок 2.1.4 – Разрезы функционала отношений правдоподобия по оцениваемым параметрам сигнала

Функционал правдоподобия определяет оценку дисперсии шума в реализации, а функционал отношений правдоподобия определяет оценку энергии совокупности сигналов, содержащихся в реализации. Математическое ожидание от функционала правдоподобия (2.1.2) в минимуме определяет дисперсию шума в принятой реализации. В точке $\hat{\lambda} = \bar{\lambda}$ оно равно

$$M\left(\Delta\left(\hat{U}_1, \hat{\lambda}\right)\right) = \int_{\tau}^{\tau+T} M\left|\hat{y}(t) - \hat{U}_1 f\left(\hat{\lambda}, t\right)\right|^2 dt = \sigma^2 T \quad (2.1.4)$$

На рисунке 2.1.3 минимумы разрезов всех параметров одинаковы и определяют значение дисперсии шума в принятой реализации. Математическое ожидание от функционала отношений правдоподобия (2.1.3) определяет в максимуме совокупную энергию сигналов в точке $\hat{\lambda} = \bar{\lambda}$:

$$M\left(\Delta 1\left(\hat{U}_1, \hat{\lambda}\right)\right) = \int_{\tau}^{\tau+T} M|\hat{y}(t)|^2 dt - \int_{\tau}^{\tau+T} M\left|\hat{y}(t) - \hat{U}_1 f\left(\hat{\lambda}, t\right)\right|^2 dt = E_c \quad (2.1.5)$$

На рисунке 2.1.4 максимумы разрезов всех параметров одинаковы и определяют энергию сигнала.

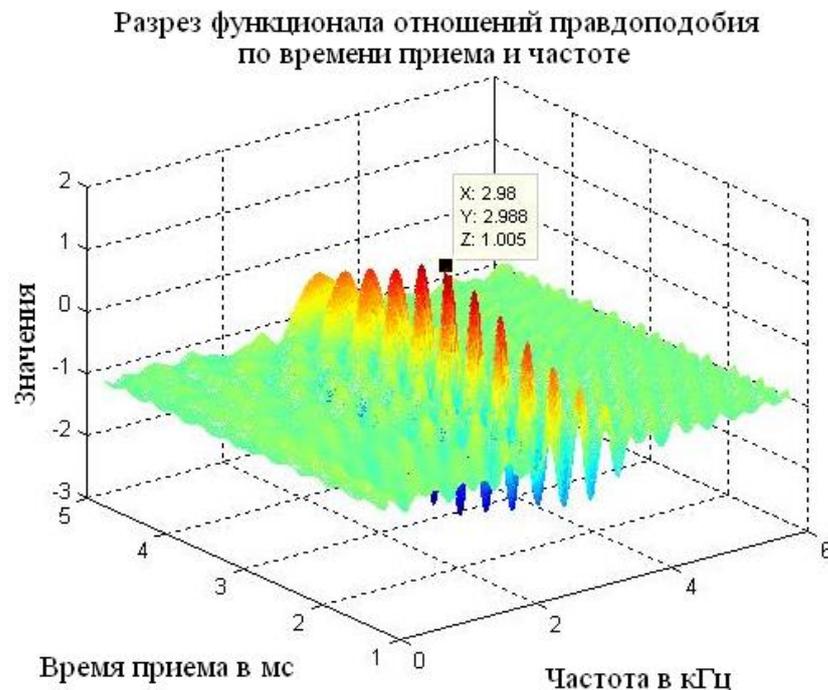


Рисунок 2.1.5 – Разрез функционала отношений правдоподобия по времени приема и по частоте при отношении сигнал/шум 0 дБ

На рисунке 2.1.5 представлен разрез функционала отношений правдоподобия по времени приема и по частоте. Наличие локальных максимумов по времени приема приводит к неоднозначности, как оценок времени приема, так и оценок частоты. Это иллюстрируется рисунком 2.1.6, на котором показан вид сверху двумерной зависимости. Эллиптические образования, иллюстрирующие максимумы функционала отношений правдоподобия, определяют линейную взаимосвязь оценок времен приема и оценок частот сигнала.

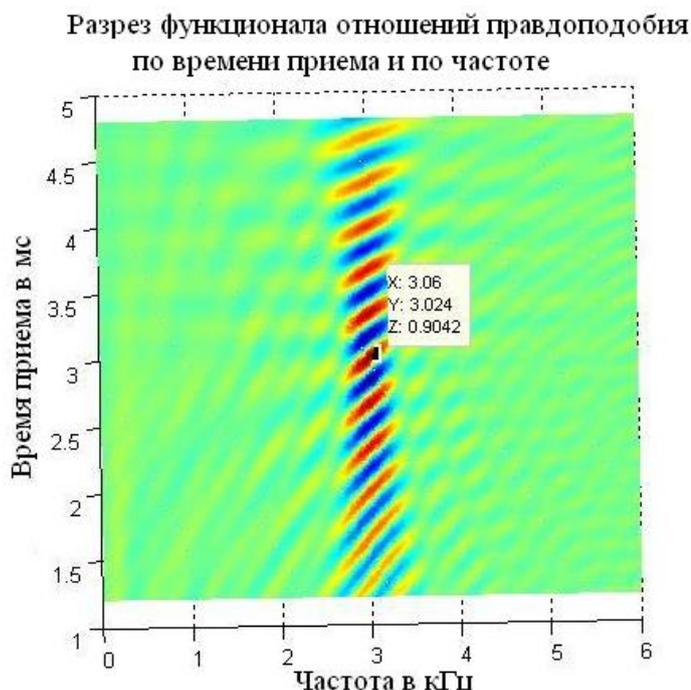


Рисунок 2.1.6 – Вид сверху двумерной зависимости функционала отношений правдоподобия

При уменьшении отношения сигнал/шум до -14 дБ (Рисунок 2.1.7) локальный максимум оказывается больше, чем основной. Это приводит к большим погрешностям в оценках времени приема (4.8 мс вместо 3 мс) и в оценках частоты (5.14 кГц вместо 3 кГц).

Таким образом, вышеприведенные результаты расчетов позволяют сделать вывод: функция правдоподобия, функционал правдоподобия и функционал отношений правдоподобия, в связи с наличием большого количества локальных

экстремумов, не могут быть основой для решения статистических задач радиотехники.

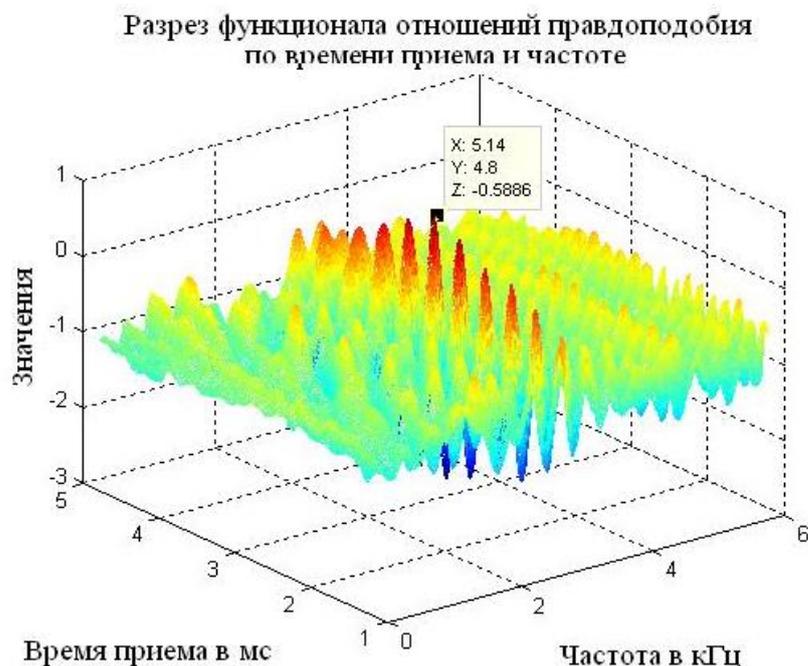


Рисунок 2.1.7 – Разрез функционала отношений правдоподобия по времени приема и по частоте при отношении сигнал/шум -14 дБ

Необходим переход к преобразованному функционалу правдоподобия (преобразованному функционалу отношений правдоподобия) для исключения неоднозначности решений, для исключения локальных экстремумов. Этот переход может быть реализован с помощью подстановки Хелстрема [51]. В этом случае для оценки неизвестных амплитуд используются уравнения правдоподобия. Их решения определяют функциональные зависимости от неэнергетических параметров сигнала. Они подставляются в функционал правдоподобия (функционал отношений правдоподобия) для исключения локальных экстремумов. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Дифференцируя функционал правдоподобия (2.1.2) по амплитуде и приравнявая дифференциал нулю, можно получить решение для амплитуды в виде функциональной зависимости.

$$\hat{U}_1(\hat{\lambda}) = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} \hat{y}(t) \hat{f}^*(\hat{\lambda}, t) dt \quad (2.1.4)$$

Эта функциональная зависимость учитывает изменения комплексной амплитуды сигнала, содержащейся в принятой реализации $\hat{y}(t)$. Действительно, математическое ожидание от $\hat{U}_1(\hat{\lambda})$ в точке $\hat{\lambda} = \bar{\lambda}$ определяет истинное значение \hat{U}_1 .

$$M\left(\hat{U}_1(\hat{\lambda} = \bar{\lambda})\right) = \hat{U}_1 \quad (2.1.5)$$

Подставляя полученную зависимость в функционал правдоподобия, получим преобразованный функционал правдоподобия.

$$\Delta(\hat{\lambda}) = \int_{\tau}^{\tau+T} \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_1(\hat{\lambda})f(\hat{\lambda}, t) \right|^2 dt \quad (2.1.6)$$

Аналогичным образом можно получить преобразованный функционал отношений правдоподобия.

$$\Delta 1(\hat{U}_1, \hat{\lambda}) = \int_{\tau}^{\tau+T} |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_{\tau}^{\tau+T} \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_1(\hat{\lambda})f(\hat{\lambda}, t) \right|^2 dt \quad (2.1.7)$$

Покажем с помощью модельных расчетов «гладкость» поверхности преобразованного функционала правдоподобия и преобразованного функционала отношений правдоподобия. На рисунке 2.1.8 показан результат подстановки Хелстрема в функционал правдоподобия и функционал отношений правдоподобия. Как видно из рисунка, локальные экстремумы полностью исключены. Минимум функционала правдоподобия определяет дисперсию шума в реализации, а максимум функционала отношений правдоподобия определяет энергию сигнала. На рисунке 2.1.8 «в» дополнительно показаны две составляющие функционала отношения правдоподобия. Первая зависимость $\int_{\tau}^{\tau+T} |\hat{y}(t)|^2 dt$ (цифра 1) определяет в максимуме энергию сигнала и шума. Вторая зависимость (цифра 2) определяет в минимуме энергию шума. Разность этих зависимостей определяет энергию сигнала (рисунок 2.1.8 «г»). При уменьшении сигнал/шум наиболее устойчивым является максимум преобразованного функционала правдоподобия.

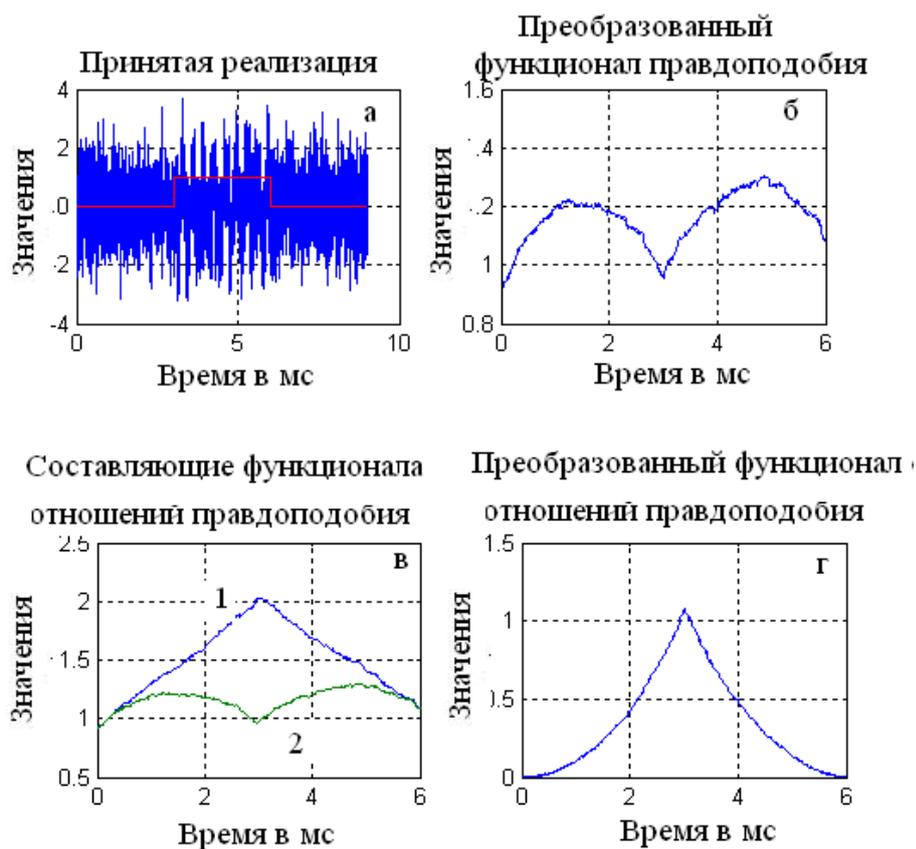


Рисунок 2.1.8 – Зависимость от времени преобразованного функционала правдоподобия и преобразованного функционала отношений правдоподобия, составляющие преобразованного функционала правдоподобия. Отношение сигнал/шум равно 0 дБ

На рисунке 2.1.9 показаны зависимости от времени преобразованного функционала правдоподобия (рисунок 2.1.9 «б»), преобразованного функционала отношения правдоподобия (рисунок 2.1.9 «г») и составляющие функционала отношений правдоподобия (рисунок 2.1.9 «в») при отношении сигнал/шум -12 дБ. Из рисунка ясно, что преобразованный функционал правдоподобия не может быть основой при решении задачи обнаружения сигнала. На временной оси могут быть более глубокие минимумы. Рисунок 2.1.9 «в» иллюстрирует, что шумовые зависимости в первой и второй составляющих преобразованного функционала отношений правдоподобия практически подобны. Они взаимно исключаются при

вычитании первой и второй составляющих преобразованного функционала отношений правдоподобия.

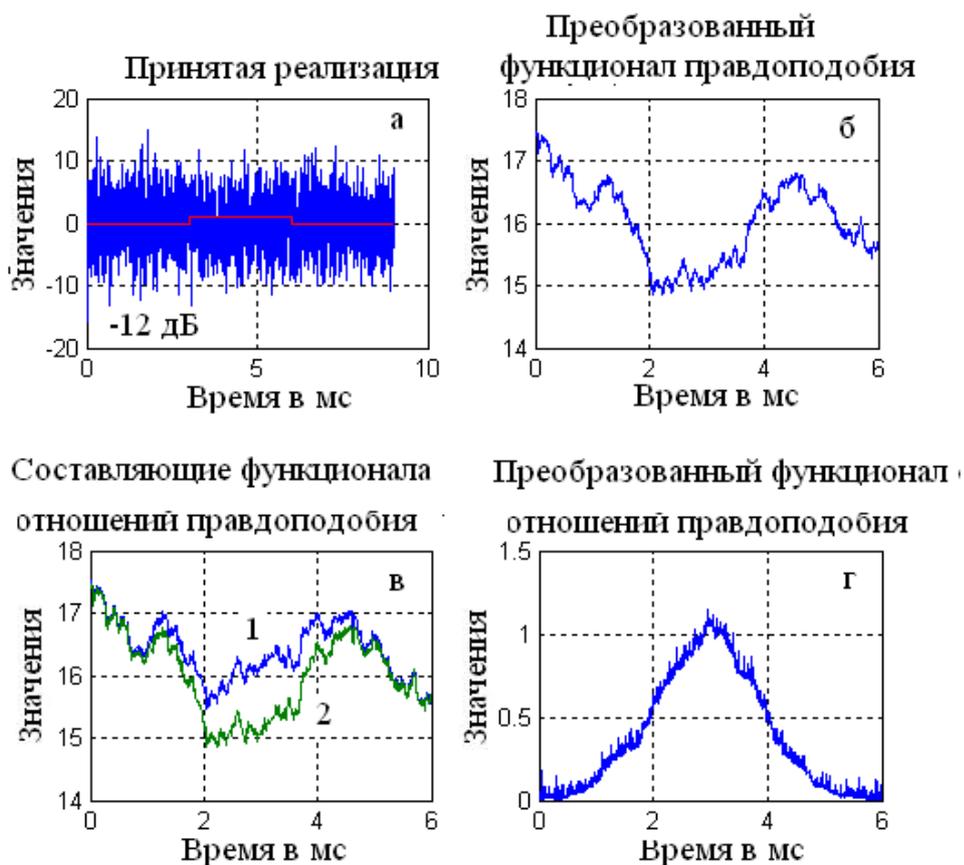


Рисунок 2.1.9 – Зависимость от времени преобразованного функционала правдоподобия и преобразованного функционала отношений правдоподобия.

Составляющие преобразованного функционала правдоподобия. Отношение сигнал/шум равно -12 дБ

В результате преобразованный функционал отношений правдоподобия оказывается наиболее устойчивой структурой для оценки времени приема сигнала и энергии сигнала. Однако оценка дисперсии шума в реализации необходима для решения задачи обнаружения сигнала. В связи с этим, вначале по максимуму функционала отношений правдоподобия предлагается оценивать время приема и энергию сигнала, а затем в точке, определяющей время приема, оценивать значение дисперсии шума.

Таким образом, преобразованные функционал правдоподобия и функционал отношений правдоподобия совместно позволяют решить задачу обнаружения сигнала в принятой реализации, как для обычного сигнала, так и для ультраакустического сигнала.

Рассмотрим случай, когда в принятой реализации содержится два или более сигналов. Хелстром в своей работе [51] лишь высказал предположение о возможности подстановки амплитуд в функцию правдоподобия, определенных из уравнений правдоподобия. Проведенный анализ показал, что подстановка Хелстрема существенно меняет возможность решения статистических задач на основе функции правдоподобия для случая одного сигнала в реализации. Без этой подстановки практически невозможно решать задачи при неизвестных временах приема (аналогично при неизвестных азимутах или углах места) методом максимального правдоподобия. В связи с важностью данного утверждения представим функцию правдоподобия для двух сигналов с неизвестными временами правдоподобия с подстановкой Хелстрема и без подстановки. Функция правдоподобия в этом случае зависит от двух времен приема t'_1 и t'_2 . Остальные параметры, в том числе и амплитуды, известны.

$$\Delta(t'_1, t'_2) = \exp\left(-\left(\int_t^{t+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1 \exp(i\omega(t - t'_1)) - \hat{U}_2 \exp(i\omega(t - t'_2))|^2 dt\right)\right) \quad (2.1.8)$$

Для получения подстановки Хелстрема продифференцируем (2.1.8) по амплитудам \hat{U}_1 и \hat{U}_2 и приравняем дифференциалы нулю. Получим систему уравнений правдоподобия, решая которую можно получить решения.

$$\begin{aligned} \hat{U}_1(t'_1, t'_2) &= \frac{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t-t'_1)) dt - \frac{\hat{R}(t'_1, t'_2)}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t-t'_2)) dt}{1 - |\hat{R}(t'_1, t'_2)|^2} \\ \hat{U}_2(t'_1, t'_2) &= \frac{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t-t'_2)) dt - \frac{\hat{R}^*(t'_1, t'_2)}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t-t'_1)) dt}{1 - |\hat{R}(t'_1, t'_2)|^2} \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

Решения представляют собой функциональные зависимости и являются поверхностями в пространстве переменных t'_1, t'_2 . Подставляя эти выражения в (2.1.8) получим функцию правдоподобия с подстановкой Хелстрема.

$$\Delta 1(\hat{t}'_1, \hat{t}'_2) = \exp\left(-\left(\int_t^{t+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1(\hat{t}'_1, \hat{t}'_2)\exp(i\omega(t - \hat{t}'_1) - \hat{U}_2(\hat{t}'_1, \hat{t}'_2)\exp(i\omega(t - \hat{t}'_2))|^2 dt\right)\right) \quad (2.1.10)$$

Масштабирующий множитель исключен. Он не влияет на результат анализа.

В дальнейшем выражение (2.1.10) будем называть преобразованной функцией правдоподобия, а соответствующий ей функционал – преобразованным функционалом правдоподобия.

На рисунке 2.1.10 показан разрез функции правдоподобия (2.1.8) по координатам: оценки времени приема \hat{t}'_1 и \hat{t}'_2 . Остальные параметры известны. В результате создается двумерная поверхность, глобальный максимум которой, определяет оценки времени приема. Рисунок иллюстрирует большое количество локальных максимумов на поверхности функции правдоподобия. Найти глобальный максимум среди локальных максимумов представляет собой сложную алгоритмическую задачу. Однако более важным является то, что данная модель не соответствует участку реализации, где нет сигнала. В этом случае амплитуда сигналов должна быть в левой части функционала, равной нулю. Амплитуда сигналов должна быть функцией времени приема.

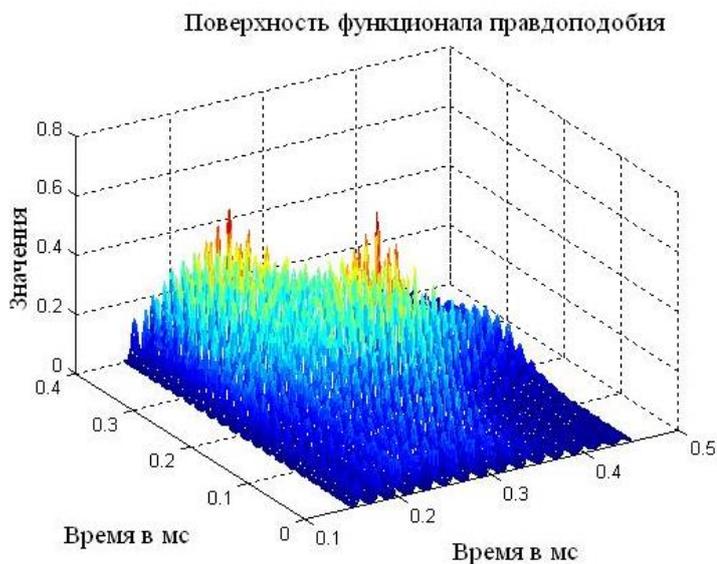


Рисунок 2.1.10 – Поверхность функционала правдоподобия. Разрез по координатам \hat{t}'_1 и \hat{t}'_2 . Глобальный максимум основной и зеркальный определяют оценки времени приема $\hat{t}'_1 = 0.2$ мс и $\hat{t}'_2 = 0.3$ мс

На рисунке 2.1.11. показана поверхность функции правдоподобия, полученная с подстановкой Хелстрема (2.1.10). Периодичность структуры поверхности исчезла полностью.

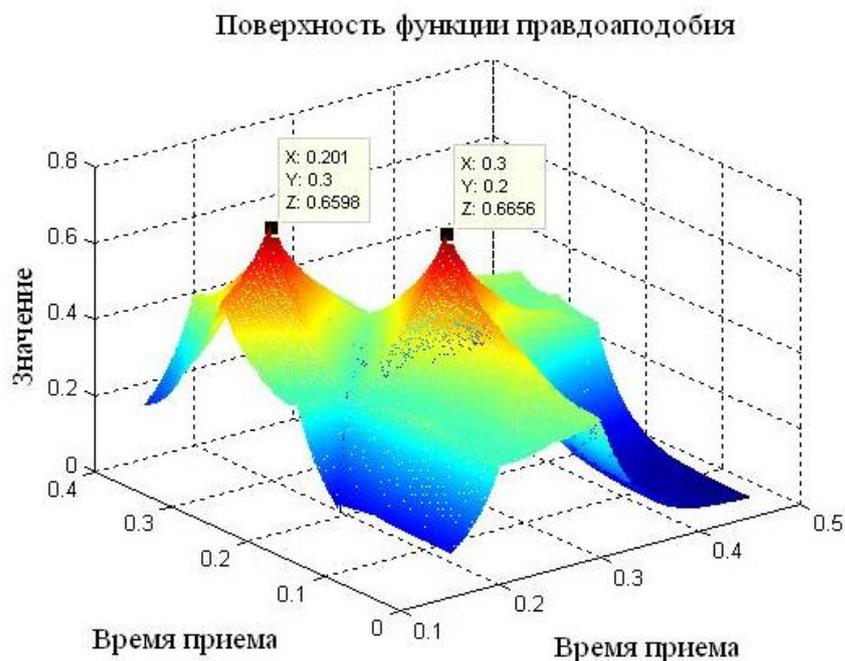


Рисунок 2.1.11 – Поверхность функции правдоподобия с подстановкой Хелстрема

Отмечаются два максимума: основной и зеркальный. Они такие же, как на рисунках предыдущего параграфа, где рассматривался случай с временем приема одного сигнала. Основной максимум определяет оценки времен приема сигналов t'_1 и t'_2 . Если эти оценки подставить в выражения (2.1.9), то можно получить оценки комплексных амплитуд сигналов. Задача оценки параметров двух сигналов оказывается полностью решенной. Рисунок 2.1.11 получен при разности времен приема 0.1 мс. Следовательно, по сравнению с критерием Рэлея разрешение увеличено в два раза. Структура поверхности функции правдоподобия эквивалентна структуре функционала отношений правдоподобия $\Delta 1(t'_1, t'_2)$.

$$\Delta 1(t_1, t_2) = \int_t^{t+T} |\hat{y}(t)|^2 dt - \left(\int_t^{t+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1(t_1, t_2) \exp(i\omega(t - t_1) - \hat{U}_2(t_1, t_2) \exp(i\omega(t - t_2))|^2 dt \right) \quad (2.1.11)$$

Она подобна структуре функционала правдоподобия $\Delta(t_1, t_2)$.

$$\Delta(t_1, t_2) = \int_t^{t+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1(t_1, t_2) \exp(i\omega(t - t_1) - \hat{U}_2(t_1, t_2) \exp(i\omega(t - t_2))|^2 dt \quad (2.1.12)$$

Функционал правдоподобия в минимуме определяет оценку дисперсии шума в реализации σ^2 . Функционал отношений правдоподобия определяет в максимуме оценку совокупной энергии двух сигналов $E_{\text{сов}}$. При расчетах они дополняют друг друга.

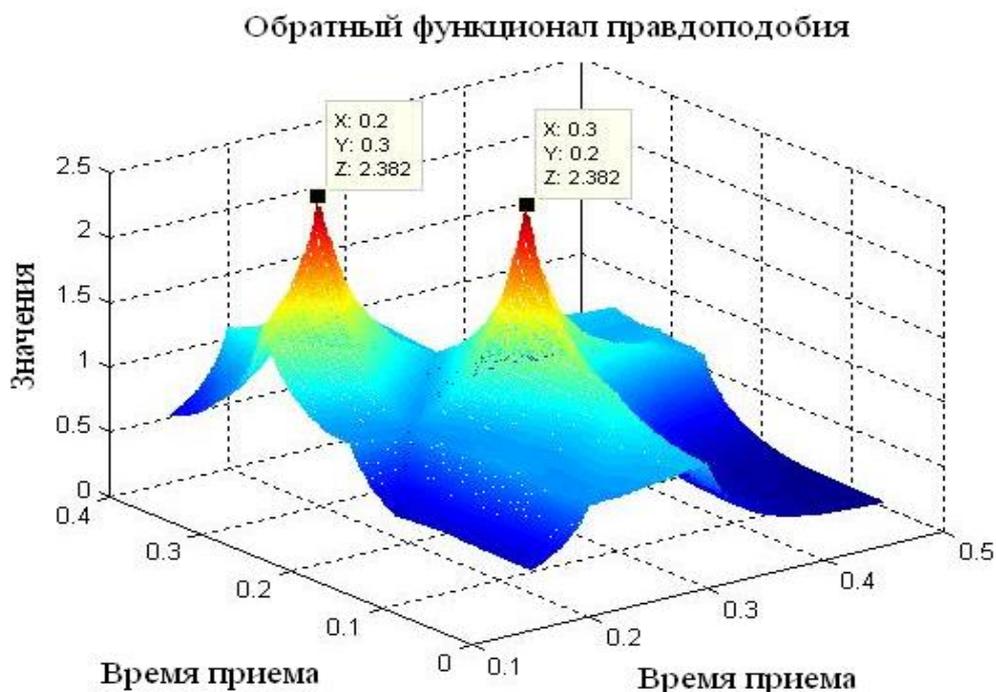


Рисунок 2.1.12 – Поверхность обратного преобразованного функционала правдоподобия с подстановкой Хелстрома

На рисунке 2.1.12 показана поверхность обратного функционала правдоподобия $\Delta 2(t_1, t_2) = 1/\Delta(t_1, t_2)$. Максимумы на рисунках отображаются лучше, чем минимумы. Рисунок 2.1.12 получен при среднеквадратичном отклонении (СКО) шума, равном 0.5. Оценка СКО шума по максимуму обратного функционала

правдоподобия равна ≈ 0.6 . Следовательно, значение максимума функционала правдоподобия определяет оценку дисперсии шума. Решения на основе функционала правдоподобия (функции правдоподобия, функционала отношений правдоподобия) с подстановкой Хелстрома являются эффективными и несмещенными. Они обеспечивают решение задачи разрешения сигналов и задачи оценки параметров. При найденных оценках амплитуд двух сигналов и оценке дисперсии шума в реализации по значению минимума функционала правдоподобия вполне возможно решение задачи раздельного обнаружения сигналов. Задача фильтрации сигнала на фоне неортогональной помехи также может быть разрешена. Полученные результаты будут в дальнейшем использованы для обработки ультразвуковых сигналов.

§ 2.2. Оптимальность спектрального, корреляционного и углового спектрального анализа

Метод максимального правдоподобия является более общим методом решения статистических задач в сравнении со спектральным, корреляционным и угловым спектральным анализом. Будем в дальнейшем эти методы обработки сигналов называть операторными методами. Как будет показано далее, операторные методы являются частным случаем метода максимального правдоподобия. В связи с этим на основе метода максимального правдоподобия можно рассмотреть вопрос об ограниченности операторных методов обработки сигналов, как в радиотехнике, так и в области ультразвуки. Операторные методы в настоящее время широко используются для обработки сигналов в промышленности. Однако область решений этими методами ограничена критерием разрешения Рэлея. В практике работы отмечается наличие систематических погрешностей, связанных с интерференцией спектральных, корреляционных функций и диаграмм направленности сигналов на уровне боковых лепестков. Метод максимального правдоподобия позволяет получать решения статистических задач в более широкой области, включающей как область разрешенную критерием Рэлея, так и область неортогональности. Этот вывод создает противоречие с известным фундаментальным соотношением – функцией неопределенности (критерием Рэлея). Она, по существу, запрещает получение решений статистических задач в области неортогональности сигналов. В связи с этим рассмотрим оптимальность известных методов обработки сигналов, таких как спектральный метод, корреляционный метод, угловой спектральный метод с целью снятия указанного противоречия. Вначале покажем, что эти методы обработки являются частными случаями метода максимального правдоподобия. Выражения, определяющие эти методы, могут быть выведены из функционала правдоподобия. Запишем принятую реализацию, выделяя комплексную амплитуду \hat{U} .

$$\hat{y}(t) = \hat{U}\hat{S}(\bar{\lambda}, t) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (2.2.1)$$

Запишем на основании (2.2.1) функционал правдоподобия

$$\Delta(\hat{U}, \bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U} \hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt \quad (2.2.2)$$

Минимизацию функционала (2.2.2) проведем с помощью дифференцирования. Продифференцируем (2.2.2) по амплитуде \hat{U} и приравняем дифференциал нулю, получим амплитуду, зависящую от вектора параметров $\bar{\lambda}$.

$$\hat{U}(\bar{\lambda}) = \frac{\int_0^T \hat{y}(t) \hat{S}^*(\bar{\lambda}, t) dt}{\int_0^T |\hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt} \quad (2.2.3)$$

Если принять, что $\hat{S}(\bar{\lambda}, t) = e^{i\omega t}$, и вектор параметров характеризуется лишь частотой $\bar{\lambda} = \omega$, тогда выражение (2.2.3) будет эквивалентно выражению для спектрального анализа. Знаменатель равен в этом случае длительности сигнала T .

$$\hat{U}(\bar{\lambda}) = \frac{\int_0^T \hat{y}(t) e^{-i\omega t} dt}{T} \quad (2.2.4)$$

Если $\hat{S}(\bar{\lambda}, t) = e^{i\omega(t-t_0)}$, тогда можно получить выражение для корреляционной функции $\hat{U}(t_0)$. t_0 - оценка времени приема сигнала.

$$\hat{U}(t_0) = \frac{\int_0^T \hat{y}(t) e^{-i\omega(t-t_0)} dt}{T} \quad (2.2.5)$$

Если $\hat{S}(\bar{k}, \bar{R}) = e^{i(\bar{k}, \bar{R})}$, тогда можно получить выражение для углового спектрального анализа. \bar{k} - волновой вектор пространственного сигнала. \bar{R} - радиус-вектор.

$$\hat{U}(\bar{k}) = \frac{\int_0^T \hat{y}(t) e^{i(\bar{k}, \bar{R})} d\bar{R}}{\Delta \bar{R}} \quad (2.2.6)$$

Таким образом, выражение для спектрального анализа (2.2.4), выражение для корреляционного анализа (2.2.5) и выражение для углового спектрального анализа (2.2.6) можно получить на основании функционала правдоподобия. Соответственно, можно сделать вывод, что они являются частными случаями метода максимального правдоподобия. Оптимальность решения определяется минимумом функционала правдоподобия. При оптимальности решения математическое ожидание от минимума функционала правдоподобия определяет

дисперсию шума. Оценим дисперсию шума при обработке принятой реализации методом спектрального анализа (2.2.4). Для этого подставим в (2.2.4) выражение $\hat{y}(t)$.

$$\begin{aligned}\hat{U}(\omega) &= \frac{1}{T} \int_0^T (\hat{U} e^{i\omega t} + \hat{U}_{\text{ш}}(t)) e^{-i\omega t} dt = \\ &= \frac{\hat{U}}{T} \int_0^T e^{i(\omega - \omega)t} dt + \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_{\text{ш}}(t) e^{-i\omega t} dt\end{aligned}\quad (2.2.7)$$

Первый интеграл в (2.2.7) определяет спектральную линию сигнала, а второй интеграл определяет согласованный фильтр. Математическое ожидание от второго интеграла равно нулю. Однако дисперсия на выходе согласованного фильтра отлична от нуля.

$$\begin{aligned}D_{\text{ш}} &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \hat{U}_{\text{ш}}(t) e^{-i\omega t} dt \hat{U}_{\text{ш}}(\dot{t}) e^{-i\omega \dot{t}} d\dot{t} = \\ &= \frac{\sigma^2 \tau_k}{T^2} \int_0^T \int_0^T \delta(t - \dot{t}) e^{-i\omega t} dt e^{-i\omega \dot{t}} d\dot{t} = \frac{\sigma^2}{N},\end{aligned}\quad (2.2.8)$$

где N - количество некоррелированных отсчетов на интервале обработки сигнала, на длительности T .

Отношение сигнал/шум на выходе согласованного фильтра будет в \sqrt{N} раз больше отношения сигнал/шум на входе фильтра.

$$Q = \frac{|\hat{U}| \sqrt{N}}{\sigma} \quad (2.2.9)$$

Аналогичное отношение сигнал/шум будет на выходе соответствующих согласованных фильтров при корреляционном анализе и угловом спектральном анализе.

При использовании в комплексах аппаратуры сложных сигналов, их корреляционные функции могут быть получены на основе метода максимального правдоподобия. Пусть, например, принятая реализация содержит ЛЧМ-сигнал.

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_0 \exp\left(i(\omega_0 + A(t - t_0))(t - t_0)\right) + \hat{U}_{\text{ш}}, \quad (2.2.10)$$

где $A = \frac{\omega_k - \omega_0}{T}$ – относительная девиация частоты.

ω_k - конечная частота ЛЧМ-сигнала

Функционал правдоподобия для этого случая можно представить выражением

$$\Delta(\acute{t}_0) = \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_0 \exp\left(i(\omega_0 + A(t - \acute{t}_0))(t - \acute{t}_0)\right) \right|^2 dt. \quad (2.2.11)$$

Дифференцируя по \hat{U}_0 , и приравнявая дифференциал нулю, можно получить выражение для корреляционной функции ЛЧМ-сигнала

$$\hat{U}_0(\acute{t}_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}(t) \exp(-i(\omega_0 + A(t - \acute{t}_0))(t - \acute{t}_0)) dt \quad (2.2.12)$$

Подставляя в (2.2.12) выражение для принятой реализации $\hat{y}(t)$, можно получить выражение для корреляционной функции ЛЧМ-сигнала и выражение для согласованного с ЛЧМ-сигналом фильтра.

$$\begin{aligned} \hat{U}_0(\acute{t}_0) = & \frac{\hat{U}_0 \exp(i(\omega_0(\acute{t}_0 - t_0) + A(t_0^2 - \acute{t}_0^2)))}{T} \int_0^T \exp(i2A(\acute{t}_0 - t)) dt + \\ & + \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_{ш} \exp(-i(\omega_0 + A(t - \acute{t}_0))(t - \acute{t}_0)) dt \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

Дисперсия шума на выходе согласованного с ЛЧМ сигналом фильтра равна

$$D_{ш} = \frac{\sigma^2}{N}, \text{ а отношение сигнал/шум } Q = \frac{|\hat{U}| \sqrt{N}}{\sigma}.$$

Таким образом, спектральный анализ, корреляционный анализ, угловой спектральный анализ, как простых, так и сложных сигналов, является частным случаем метода максимального правдоподобия. В связи с этим, указанные методы оптимальны. Они обеспечивают на выходах соответствующих оптимальных фильтров максимальное отношение сигнал/шум.

Рассмотрим оптимальность вышеприведенных методов обработки в более общем случае, когда в принятой реализации содержится два или более сигнала. Запишем принятую реализацию в следующем виде.

$$\hat{y}(t) = \sum_1^{N1} \hat{U}_n \hat{S}(\bar{\lambda}_n, t) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (2.2.14)$$

$N1$ - количество сигналов в реализации.

$\bar{\lambda}_n$ - вектор параметров для n -го сигнала.

Запишем функционал правдоподобия для этого случая.

$$\Delta(\hat{U}_0, \bar{\lambda}) = \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_0 \hat{S}(\bar{\lambda}, t) \right|^2 dt \quad (2.2.15)$$

Особенностью этого выражения для функционала правдоподобия является следующее. Принятая реализация $\hat{y}(t)$ содержит $N1$ -сигналов, а правая часть подынтегрального выражения функционала правдоподобия содержит один

сигнал. Следовательно, правая и левая части подынтегрального выражения функционала не соответствуют друг другу и значение функционала не может достигнуть минимального значения. Минимальное значение функционала правдоподобия будет лишь при полном соответствии правой и левой частей подынтегрального выражения функционала. Таким образом, функционал правдоподобия в виде (2.2.15) не дает оптимального решения. Тем не менее, дифференцируя (2.2.15) по амплитуде и приравнивая дифференциал нулю, можно перейти к выражениям для спектрального, корреляционного или углового спектрального анализа. Общее выражение аналогично выражению (2.2.3). Однако принятая реализация в данном случае содержит $N1$ сигналов.

$$\hat{U}_0(\bar{\lambda}) = \frac{\int_0^T |\hat{y}(t)\hat{s}^*(\bar{\lambda},t)|^2 dt}{\int_0^T |\hat{s}^*(\bar{\lambda},t)|^2 dt} \quad (2.2.16)$$

Подставим принятую реализацию (2.2.14) в это выражение.

$$\hat{U}_0(\bar{\lambda}) = \frac{\int_0^T |\sum_{n=1}^{N1} \hat{U}_n \hat{s}(\bar{\lambda}_n, t) \hat{s}^*(\bar{\lambda}, t)|^2 dt}{\int_0^T |\hat{s}^*(\bar{\lambda}, t)|^2 dt} + \frac{\int_0^T |\hat{U}_{ш}(t) \hat{s}^*(\bar{\lambda}, t)|^2 dt}{\int_0^T |\hat{s}^*(\bar{\lambda}, t)|^2 dt} \quad (2.2.17)$$

Получим выражение (2.2.17), знаменатель которого равен длительности сигнала T . Первое слагаемое равно сумме спектральных, корреляционных или угловых спектральных функций в зависимости от формы сигнала $\hat{S}(\bar{\lambda}'_n, t)$. Второе слагаемое определяет согласованный фильтр при спектральной, корреляционной или угловой спектральной обработке сигналов. Из выражения (2.2.17) следует, что шумовая составляющая обрабатывается в данном случае оптимально. Отношение сигнал/шум будет максимально. Однако возникает явление интерференции при сложении функций $\hat{U}_n \hat{S}(\bar{\lambda}_n, t)$ за счет взаимодействия на уровне боковых лепестков, или на уровне основных лепестков. Если взаимодействие реализуется на уровне основных лепестков, тогда спектральные максимумы сливаются в один спектральный максимум (аналогично для корреляционных максимумов и для диаграмм направленности антенных систем). Возникает необходимость в определении критерия, подобного критерию Рэля, для их разрешения.

Таким образом, установлено, что спектральный метод, корреляционный метод или угловой спектральный метод имеют ограничение. Они оптимальны лишь при условии, что в принятой реализации содержится один сигнал (простой или сложный). При наличии в принятой реализации совокупности сигналов, их обработка указанными методами не оптимальна. Появляется дополнительная систематическая погрешность, связанная с интерференцией сигналов на уровне боковых или основных лепестков. Появляется необходимость введения критерия разрешения. Следует отметить, что если функционал правдоподобия записан в виде

$$\Delta(\bar{U}_1 \dots \bar{U}_N, \hat{\lambda}_1 \dots \hat{\lambda}_N) = \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \sum_{n=1}^{N_1} \hat{U}_n \hat{S}(\hat{\lambda}_n, t) \right|^2 dt \quad (2.2.18),$$

тогда правые и левые части подынтегрального выражения функционала правдоподобия соответствуют друг другу. Значение функционала правдоподобия достигает своего минимального значения, равного $\sigma^2 T$, при использовании операции минимизации функции потерь методом перебора параметров совокупности сигналов. Положение минимума функции правдоподобия позволяет получать оптимальные оценки параметров всех сигналов. Явления интерференции за счет боковых лепестков здесь не отмечается. Вводить критерий разрешения сигналов не требуется.

Таким образом, в настоящем параграфе представлен фундаментальный результат. Показано, что широко используемые на практике методы спектрального, корреляционного, углового спектрального анализа являются ограниченными. Они оптимальны, если в принятой реализации содержится один сигнал. Однако они не оптимальны при наличии в принятой реализации двух или более сигналов. Это приводит к тому, что такое фундаментальное положение, как соотношение неопределенности (функция неопределенности) не может быть основой теории разрешения сигналов. Оно справедливо лишь при использовании спектрального, корреляционного, углового спектрального анализа, когда предполагается, что в принятой реализации содержится лишь один сигнал. В рамках минимизации функционала правдоподобия можно получить лучшее

разрешение, по сравнению с рэлеевским. Полученные новые представления о возможностях обработки сигналов позволяют с новых позиций проводить обработку ультразвуковых сигналов. Соотношение неопределенности справедливо лишь в рамках операторных методов. В рамках минимизации функционала правдоподобия можно получить лучшее разрешение, чем Рэлеевское. Теорема Шеннона не может определять предельную скорость передачи информации в системах связи. При ее выводе используется соотношение неопределенности. Она справедлива лишь в рамках операторных методов. Полученные новые представления о возможностях обработки сигналов методом максимального правдоподобия позволяют с новых позиций проводить обработку ультразвуковых сигналов.

§ 2.3. Спектральный и корреляционный анализ, согласованный с сигналом

В предыдущем параграфе показано, что операторные методы являются частным случаем метода максимального правдоподобия. В случае одного сигнала в реализации они оптимальны. Следовательно, решения статистических задач операторными методами и методом максимального правдоподобия, при наличии одного сигнала в реализации, эквивалентны. Более того они несмещенные, эффективные и достаточные. Однако при наличии в принятой реализации двух или более сигналов минимум функционала правдоподобия увеличивается, что свидетельствует о не оптимальности операторных методов обработки сигналов.

Неоптимальность операторных методов связана также с различием правой и левой частей подынтегрального выражения в функционале правдоподобия. В настоящем параграфе рассмотрим неоптимальность спектрального анализа, связанной с функциональной зависимостью амплитуды сигнала. Амплитудная зависимость характерна для ультразвуковых сигналов, для сложных сигналов, для сигналов, умноженных на оконные функции с целью уменьшения боковых лепестков. Запишем принятую реализацию в виде

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_0 \mu(t) \exp(i\omega_0 t) + \hat{U}_{ш}(t), \quad (2.3.1)$$

где \hat{U}_0 – комплексная амплитуда сигнала.

$\mu(t)$ – функция, модулирующая амплитуду сигнала.

ω_0 – круговая частота.

$\hat{U}_{ш}(t)$ – шумовая составляющая в комплексном виде.

На основании (1.6.1) запишем функционал правдоподобия в виде, из которого следует выражение для спектрального анализа.

$$\Delta(\omega_0) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U}_0 \exp(i\omega_0 t)|^2 dt \quad (2.3.2)$$

Модулирующая функция $\mu(t)$ искажает огибающую сигнала, по сравнению с радиоимпульсом, для которого амплитуда постоянна. В результате, правая и левая части подынтегрального выражения не соответствуют друг другу. Математическое ожидание от функционала в точке минимума $\omega'_0 = \omega_0$ будет равно

$$M(\Delta(\omega_0)) = \sigma^2 T + \int_0^T |\hat{U}_0 \exp(i\omega_0 t)(1 - \mu(t))|^2 dt. \quad (2.3.3)$$

Дифференцируя (2.3.2) по амплитуде получим выражение для спектрального анализа.

$$\hat{U}_0(\omega_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}(t) \exp(-i\omega_0 t) dt \quad (2.3.4)$$

Подставляя $\hat{y}(t)$, получим

$$\hat{U}_0(\omega_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_0 \mu(t) \exp(i\omega_0 t) \exp(-i\omega_0 t) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_ш(t) \exp(-i\omega_0 t) dt. \quad (2.3.5)$$

Первое слагаемое определяет спектр сигнала. В точке максимума при $\omega_0 = \omega_0$ получим оценку комплексной амплитуды.

$$\hat{U}_0(\omega_0' = \omega_0) = \frac{\hat{U}_0}{T} \int_0^T \mu(t) dt \quad (2.3.6)$$

Оценка средняя с учетом модулирующей функции. Следовательно, оценка амплитуды смещенная. Она не соответствует истинному значению амплитуды сигнала. Второе слагаемое позволяет определить дисперсию шума.

$$D_ш = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_ш(t) \exp(-i\omega_0 t) dt \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_ш(t) \exp(i\omega_0 t) dt = \frac{\sigma^2 \tau_k}{T} = \frac{\sigma^2}{N} \quad (2.3.7)$$

Дисперсия шума не связана с модулирующей функцией. Однако отношение сигнал/шум при спектральном анализе зависит от модулирующей функции $\mu(t)$.

$$Q = \frac{\hat{U}_0 \sqrt{N}}{\sigma T} \int_0^T \mu(t) dt \quad (2.3.8)$$

Если в принятой реализации содержится радиоимпульс $\mu(t) = 1$, тогда отношение сигнал/шум равно $Q_r = \frac{\hat{U}_0 \sqrt{N}}{\sigma}$. Учитывая, что $\frac{1}{T} \int_0^T \mu(t) dt < 1$, можно сделать вывод: при спектральном анализе сигнала с амплитудной модуляцией отношение сигнал/шум уменьшается. Рассмотрим второй случай. Пусть функционал правдоподобия имеет вид

$$\Delta(\omega_0) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U}_0 \mu(t) \exp(i\omega_0 t)|^2 dt \quad (2.3.9)$$

Правая и левая части под интегрального выражения, в этом случае, соответствуют друг другу. В результате математическое ожидание от функционала в точке минимума $\omega_0' = \omega_0$ будет иметь минимальное значение

$$M(\Delta(\omega_0)) = \sigma^2 T \quad (2.3.10)$$

Оно меньше, чем значение, получаемое согласно (1.6.3). Получим для рассматриваемого случая выражение для отношения сигнал/шум. Дифференцируя (2.3.9) по комплексной амплитуде и приравнявая дифференциал нулю, получим

$$\hat{U}_0(\omega_0) = \frac{\int_0^T \hat{y}(t)\mu(t) \exp(-i\omega_0 t) dt}{\int_0^T \mu(t)^2 dt}. \quad (2.3.11)$$

Будем называть это выражение спектральным анализом, согласованным с сигналом. В нем порождающей функцией является $\mu(t) \exp(-i\omega_0 t)$.

Раскрывая $\hat{y}(t)$ в (2.3.11), получим

$$\hat{U}_0(\omega_0) = \frac{\bar{U}_0 \int_0^T \mu(t) \exp(i\omega_0 t) \mu(t) \exp(-i\omega_0 t) dt}{\int_0^T \mu(t)^2 dt} + \frac{\int_0^T \bar{U}_{ш}(t) \mu(t) \exp(-i\omega_0 t) dt}{\int_0^T \mu(t)^2 dt} \quad (2.3.12)$$

Математическое ожидание от первого слагаемого в точке максимума $\omega_0' = \omega_0$ определяет несмещенное решение.

$$\hat{U}_0(\omega_0 = \omega_0) = \bar{U}_0 \quad (2.3.13)$$

Второе слагаемое определяет шумовую составляющую. Математическое ожидание от второго слагаемого равно нулю. Дисперсия шума равна

$$D_{ш} = M \left(\frac{\int_0^T \bar{U}_{ш}(t) \mu(t) \exp(-i\omega_0 t) dt}{\int_0^T \mu(t)^2 dt} \frac{\int_0^T \bar{U}_{ш}(t) \mu(t) \exp(i\omega_0 t) dt}{\int_0^T \mu(t)^2 dt} \right) = \frac{\sigma^2 \tau_k}{\int_0^T \mu(t)^2 dt} \quad (2.3.14)$$

Определим отношение сигнал/шум.

$$Q1 = \frac{\bar{U}_0 \sqrt{N}}{\sigma} \sqrt{\frac{\int_0^T \mu(t)^2 dt}{T}} \quad (2.3.15)$$

Отношение $\frac{Q1}{Q} = \sqrt{\frac{\int_0^T \mu(t)^2 dt}{T}} \frac{T}{\int_0^T \mu(t) dt} > 1$, следовательно, спектральный анализ, согласованный с сигналом более эффективен, чем классический спектральный анализ. Например, для треугольной зависимости $\mu(t) = t/T$ можно получить $\frac{Q1}{Q} = 2/\sqrt{3} \approx 1.15$.

Подтвердим вышеприведенные результаты модельными расчетами. Сравним эффективность обработки классическим спектральным анализом радиоимпульса и радиоимпульса треугольной формы. Для случая радиоимпульса спектральный анализ является оптимальным методом обработки. Для радиоимпульса

треугольной формы спектральный анализ не является оптимальным. Амплитуды прямоугольного и треугольного радиоимпульсов 2, частоты 50 Гц. Порождающая функция равна $x = \exp(i\omega_0 t)$

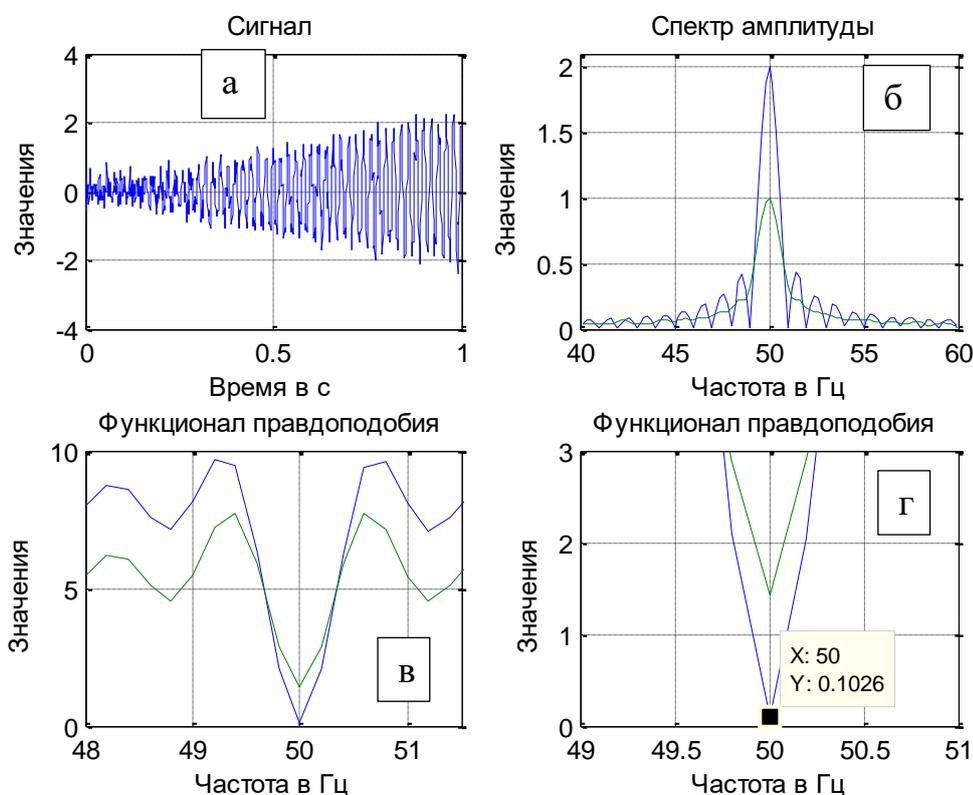


Рисунок 2.3.1 – Спектральная обработка радиоимпульса и радиоимпульса треугольной формы: (а) - вид треугольного радиоимпульса, (б) - спектры прямоугольного и треугольного радиоимпульсов, (в) - функционалы правдоподобия прямоугольного и треугольного радиоимпульсов, (г) - увеличенный масштаб функционалов правдоподобия

На рисунке 2.3.1 сравниваются результаты обработки спектральным анализом прямоугольного радиоимпульса и треугольного радиоимпульса. Рисунок (б) иллюстрирует согласованность спектрального анализа с радиоимпульсом. Амплитуда радиоимпульса определена вполне удовлетворительно. Она равна модельному значению 2. В то же время спектральный анализ не согласован с треугольным радиоимпульсом. В результате его амплитуда определяется

средним значением 1. На рисунке (в) показаны функции правдоподобия для радиоимпульса и треугольного радиоимпульса. В связи с неоптимальностью обработки треугольного радиоимпульса, минимум функционала правдоподобия существенно превышает минимум функционала правдоподобия для прямоугольного радиоимпульса. Более отчетливо это показано на рисунке (г) в увеличенном масштабе. Минимум функционала правдоподобия для прямоугольного радиоимпульса равен 0.1, что соответствует модельному значению дисперсии шума. Минимум функционала правдоподобия для треугольного радиоимпульса равен 1.4, что иллюстрирует неоптимальность метода обработки. Нет согласованности спектрального анализа с сигналом - треугольным радиоимпульсом.

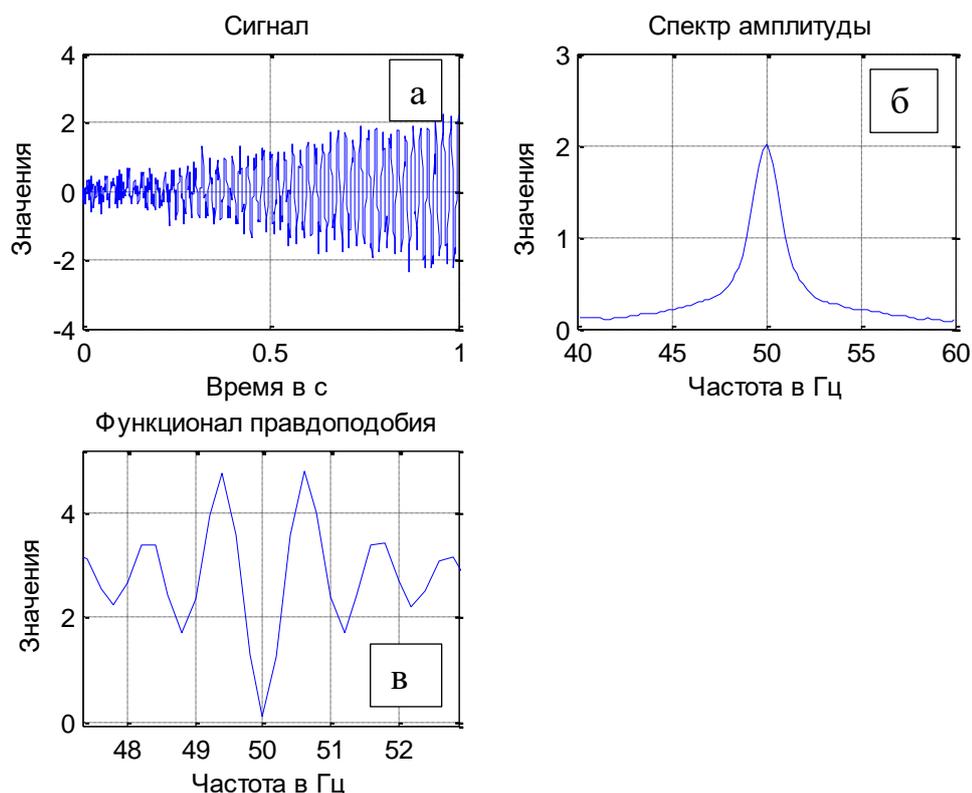


Рисунок 2.3.2 – Оптимальность обработки треугольного радиоимпульса спектральным анализом, согласованным с сигналом

Рассмотрим эффективность спектрального анализа, согласованного с сигналом, который содержится в принятой реализации, с амплитудой 2 и частотой 50 Гц

(рисунок 2.3.2 (а)). Порождающая функция равна $x = \frac{t}{T} \exp(i\omega_0 t)$. На рисунке (б) показан спектр сигнала. Максимум спектра определяет оценку амплитуды. Она соответствует модельному значению 2. На рисунке (в) показан минимум функционала правдоподобия. Его значение равно 0.1, что соответствует модельному значению шума. Следовательно, обработка треугольного радиоимпульса спектральным анализом, согласованным с сигналом, является оптимальной. Решение оказывается несмещенным, эффективным и достаточным.

Рассмотрим результаты модельных расчетов для экспоненциальных сигналов. На рисунке 2.3.4 показан вид экспоненциального сигнала (а), спектры экспоненциального сигнала и прямоугольного радиоимпульса (б), функционалы правдоподобия для радиоимпульса и экспоненциального сигнала (в), увеличенная копия функционалов правдоподобия (г). Рисунок аналогичен рисунку 2.3.1. Отмечается неоптимальность обработки экспоненциального сигнала классическим спектральным анализом с порождающей функцией $x = \exp(i\omega_0 t)$. Неоптимальность решения связана со средним значением амплитуды экспоненциального сигнала, оцениваемой по максимуму спектральной линии (рисунок (б)) и увеличением минимального значения функционала правдоподобия (рисунок (в), рисунок (г)). На рисунке 2.3.5 показан результат обработки экспоненциального сигнала спектральным анализом, согласованным с сигналом. В этом случае порождающая функция равна $x = \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \exp(i\omega_0 t)$. Анализ рисунка показывает оптимальность обработки. Это следует из того, что амплитуда спектральной линии (б) соответствует модельному значению амплитуды сигнала 2. Это следует, также, из минимума функционала правдоподобия (в). Его значение в минимуме соответствует модельному значению дисперсии шума.

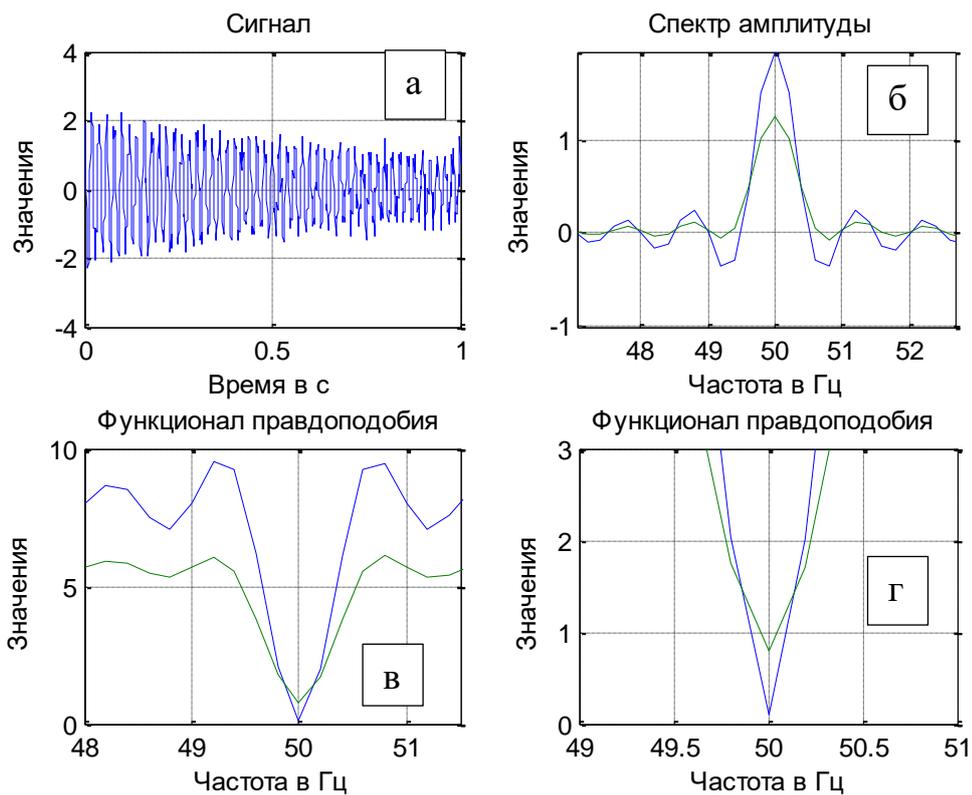


Рисунок 2.3.4 – Спектральная обработка радиоимпульса и радиоимпульса экспоненциальной формы: (а) - вид экспоненциального сигнала, (б) - спектры прямоугольного и экспоненциального радиоимпульсов, (в) - функционалы правдоподобия прямоугольного и экспоненциального радиоимпульсов, (г) - увеличенный масштаб функционалов правдоподобия

Таким образом, модельные расчеты показали, что спектральный анализ, согласованный с сигналом, является оптимальным методом обработки сигналов с амплитудной модуляцией. Решение, получаемое спектральным анализом, согласованным с сигналом, является несмещенным, эффективным и достаточным. При известной дисперсии шума по минимуму функционала правдоподобия можно оценить степень соответствия модели и аналитической формы сигнала.

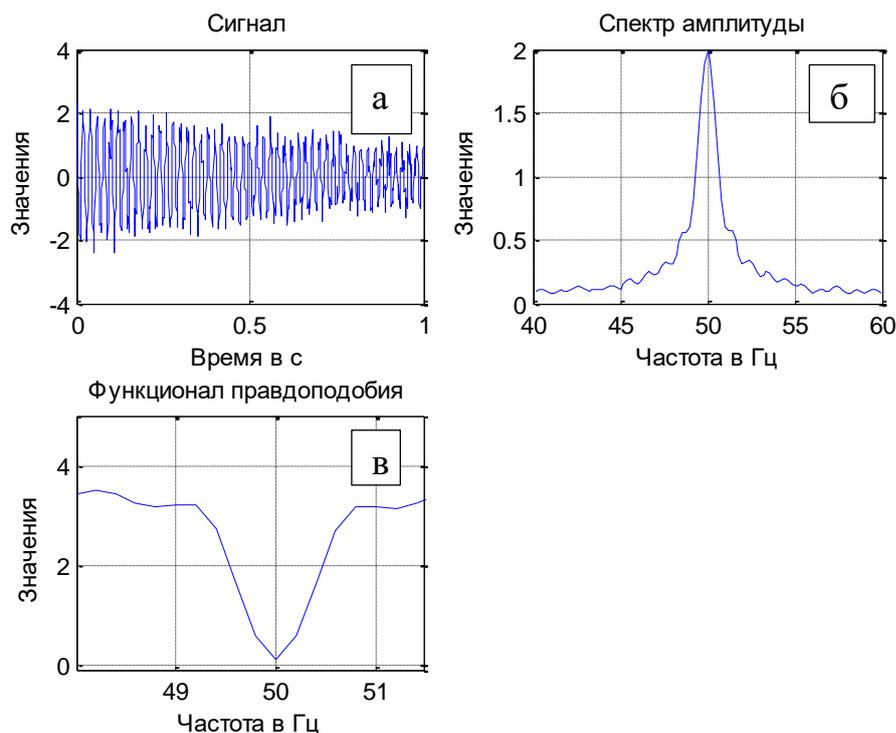


Рисунок 2.3.5 – Обработка радиоимпульса экспоненциальной формы, спектральным анализом, согласованным с сигналом: (а) - вид экспоненциального сигнала, (б) - спектр экспоненциального радиоимпульса, (в) - функционал правдоподобия экспоненциального радиоимпульсов

Рассмотрим вопрос об оптимальности корреляционного анализа при обработке сигналов с амплитудной модуляцией. Оптимальность обработки сигналов связана с процедурой минимизации функции риска. В методе максимального правдоподобия минимизация реализуется методом перебора параметров сигнала. В результате функционал правдоподобия достигает своего минимального значения. Если этот минимум равен дисперсии шума в реализации, тогда вся информация о сигнале, содержащаяся в реализации получена и правая и левая части подынтегрального выражения функционала правдоподобия одинаковы. Однако, как следует из параграфа 2.2, оптимальность спектрального анализа достигается лишь в случае одного сигнала в реализации и при порождающей функции согласованной с сигналом. Для корреляционного анализа следует ожидать такого же результата. Изложим теорию этого вопроса.

Запишем принятую реализацию в виде суммы радиоимпульсов, модулированных по амплитуде и аддитивного шума

$$\hat{y}(t) = \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \mu(t - t_n) \exp(i\omega_0(t - t_n)) + \hat{U}_{\text{ш}}(t), \quad (2.3.15)$$

где \hat{U}_n – комплексная амплитуда n - сигнала.

$\mu(t)$ – функция, модулирующая амплитуду сигнала.

ω_0 – круговая частота.

$\hat{U}_{\text{ш}}(t)$ – шумовая составляющая в комплексном виде со средним нулевым значением квадратурных компонент, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции τ_k .

Запишем функционал правдоподобия в виде

$$\Delta(t'_0) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U}_0 \exp(i\omega_0(t - t'_0))|^2 dt \quad (2.3.16)$$

Правая часть подынтегрального выражения определяет порождающую функцию для корреляционного анализа. Действительно, дифференцируя (2.3.16) по комплексной амплитуде и приравнявая дифференциал нулю, получим выражение для корреляционного анализа.

$$\hat{U}_0(t'_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}(t) \exp(-i\omega_0(t - t'_0)) dt \quad (2.3.17)$$

Раскроем $\hat{y}(t)$ в выражении (2.3.17).

$$\begin{aligned} \hat{U}_0(t'_0) = & \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \mu(t - t_n) \exp(i\omega_0(t - t_n)) \exp(-i\omega_0(t - t'_0)) dt + \\ & + \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(-i\omega_0(t - t'_0)) dt \end{aligned} \quad (2.3.18)$$

Шумовая составляющая в (2.3.18) обрабатывается оптимально. Дисперсия шума на выходе блока обработки равна $D_{\text{ш}} = \frac{\sigma^2 \tau_k}{T} = \frac{\sigma^2}{N}$.

Первое слагаемое в (1.6.18) равно сумме корреляционных функций, искаженных модулирующей функцией. Эта обработка не является оптимальной. Функционал правдоподобия (2.3.16) не характеризуется минимумом, равным дисперсии шума.

Действительно, при $t'_0 = t_1$, $\hat{U}_0 = \hat{U}_1$ и $\mu(t - t_n) = 1$ получим

$$\begin{aligned} \Delta(t'_0 = t_1) = & \int_0^T \left| \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \mu(t - t_n) \exp(i\omega_0(t - t_n)) + \hat{U}_{\text{ш}}(t) - \hat{U}_0 \exp(i\omega_0(t - \right. \\ & \left. - t'_0)) \right|^2 dt = \int_0^T \left| \sum_{n=2}^N \hat{U}_n \mu(t - t_n) \exp(i\omega_0(t - t_n)) \right|^2 + \sigma^2 T = \sigma^2 T + E_{\text{сов}} \end{aligned} \quad (2.3.19)$$

Минимум для первого сигнала равен сумме дисперсии шума и совокупной энергии сигналов за исключением первого. Таким образом, корреляционный анализ при наличии в реализации совокупности сигналов не является оптимальным. При наличии в принятой реализации одного сигнала, выражение (2.3.19) при $N = 1, \hat{t}_0 = t_1, \hat{U}_0 = \hat{U}_1$ и $\mu(t - t_n) \neq 1$, можно записать в виде

$$\Delta(\hat{t}'_0 = t_1) = \int_0^T |\hat{U}_1(\mu(t - t_1) - 1)|^2 dt + \sigma^2 T. \quad (2.3.20)$$

Следовательно, даже при одном сигнале в реализации, при наличии модуляции амплитуды, оптимальности обработки нет. Оптимальность корреляционной обработки будет при наличии в принятой реализации одного сигнала и отсутствии модуляции амплитуды.

Подтвердим вышеприведенные утверждения модельными расчетами. На рисунке 2.3.6 (а) показана принятая реализация, содержащая два радиоимпульса. Времена приема равны 100 мкс и 400 мкс, амплитуды 1.5 и 2, длительность 200 мкс, дисперсия шума 0.1. На рисунке 2.3.6 (б) показана корреляционная обработка принятой реализации. Отмечается наличие двух максимумов, по которым оцениваются времена приема и амплитуды сигналов. Рассматривается область Рэлеевского разрешения. На рисунке 2.3.6 (в) показаны функционалы правдоподобия для случая, когда в реализации содержится один сигнал, и для случая, когда в реализации содержится два сигнала. В первом случае минимум функционала правдоподобия по значению равен дисперсии шума (0.1). Обработка корреляционным анализом оптимальна. Во втором случае минимум функционала правдоподобия равен для второго сигнала 3. Следовательно, обработка корреляционным анализом принятой реализации не оптимальна. Это подтверждает теоретические положения. На рисунке 2.3.7 показан аналогичный рисунок, иллюстрирующий неоптимальность обработки корреляционным анализом принятой реализации, содержащей два сигнала. Рассмотрен случай не ортогональности сигналов. Времена приема 100 мкс и 200 мкс. Минимум функционала (рисунок 2.3.7(в), верхняя линия) существенно превышает

дисперсию шума (0.1), однако для одного сигнала в реализации минимум функционала равен дисперсии шума (0.1).

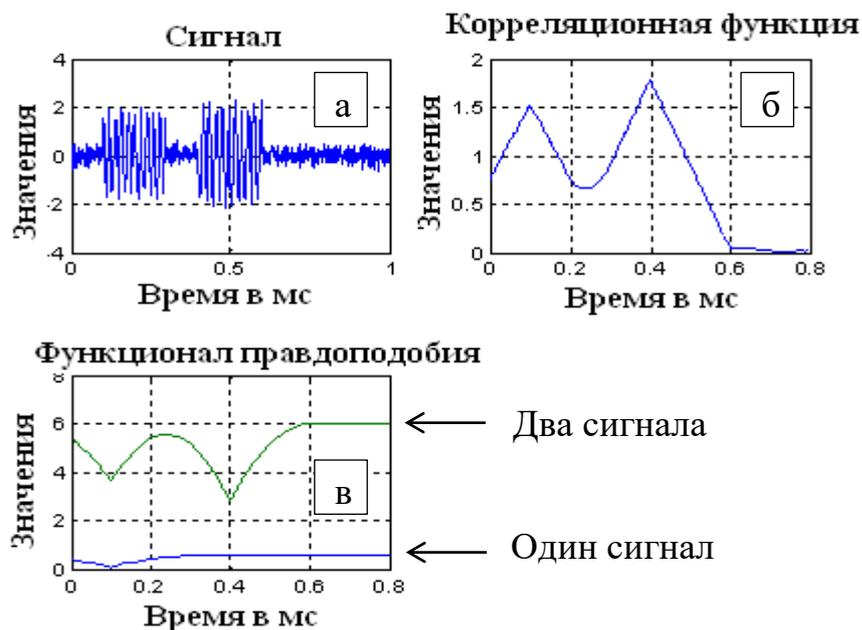


Рисунок 2.3.6 – Иллюстрация неоптимальности корреляционного анализа при наличии в принятой реализации двух сигналов. Область, разрешенная критерием

Рэлея

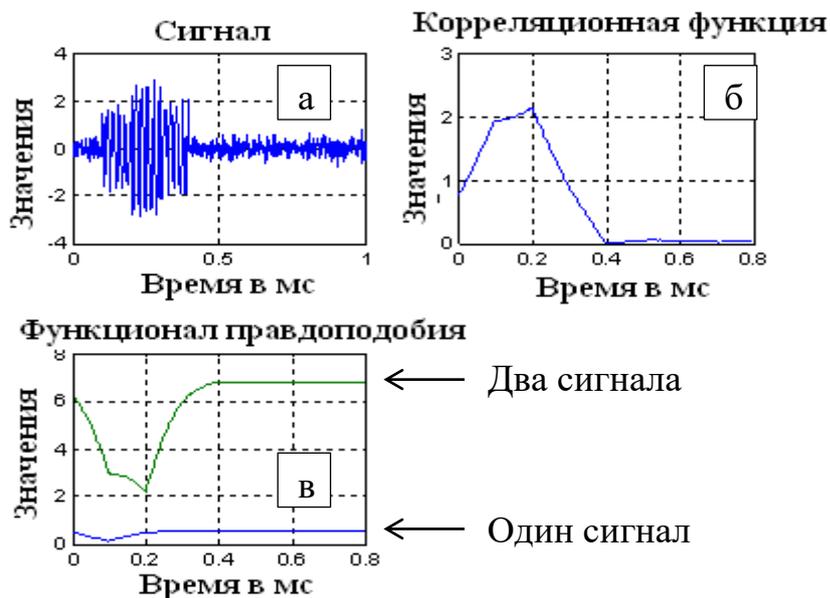


Рисунок 2.3.7 – Иллюстрация не оптимальности корреляционной обработки принятой реализации, содержащей два сигнала. Область не ортогональности

сигналов

Покажем с помощью модельных расчетов неоптимальность корреляционной обработки сигналов с амплитудной модуляцией. Сигналом является экспоненциальный радиоимпульс. Время приема 300 мкс, амплитуда равна 2, дисперсия шума равна 0.1. На рисунке 2.3.8 (а) показана принятая реализация с экспоненциальным радиоимпульсом. На рисунке 2.3.8(б) показана корреляционная функция экспоненциального радиоимпульса. Максимум корреляционной функции определяет среднее значение амплитуды экспоненциального радиоимпульса. На рисунке 2.3.8 (в) показан функционал правдоподобия для радиоимпульса (нижняя линия). Минимум функционала равен дисперсии шума 0.1. Это свидетельствует об оптимальности обработки прямоугольного радиоимпульса. Для сравнения на этом же рисунке показан функционал правдоподобия для экспоненциального радиоимпульса (верхняя линия). Минимум этого функционала существенно превышает дисперсию шума 0.1. Это указывает на неоптимальность классического корреляционного метода при обработке экспоненциального сигнала.

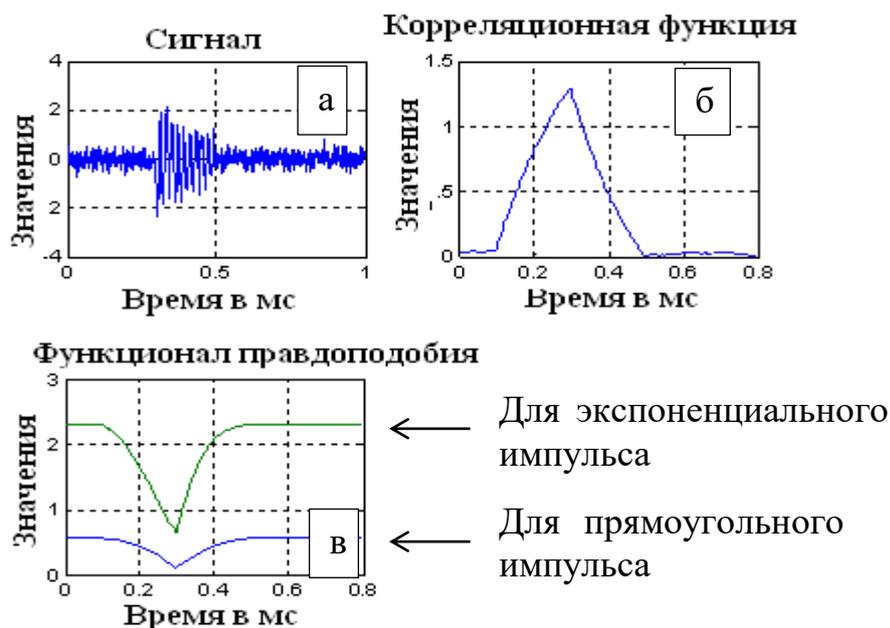


Рисунок 2.3.8 – Иллюстрация неоптимальности обработки корреляционным анализом экспоненциального сигнала

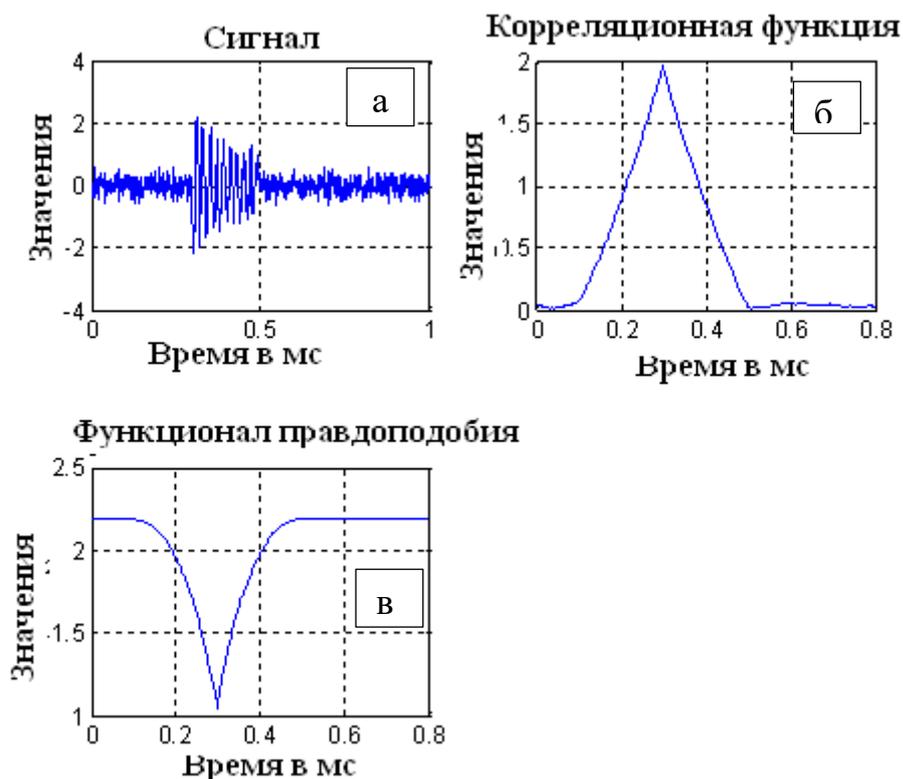


Рисунок 2.3.9 – Корреляционный анализ, согласованный с сигналом. (а) - Вид сигнала, (б) - корреляционная функция, (в) - функционал правдоподобия

При порождающей функции корреляционного анализа, согласованной с сигналом $\hat{x}(t_0) = \exp(-t/T) \exp(i\omega_0(t - t_0))$, максимум корреляционной функции равен амплитуде сигнала (б) и минимум функционала правдоподобия достигает своего минимального значения – дисперсии шума (в). Следовательно, корреляционная обработка, согласованная с сигналом, является оптимальной. На рисунке 2.3.10 показан случай, когда сигналом является треугольный радиоимпульс. Используя для обработки порождающую функцию, согласованную с сигналом $\hat{x}(t_0) = (t/T) \exp(i\omega_0(t - t_0))$, получим оптимальную обработку.

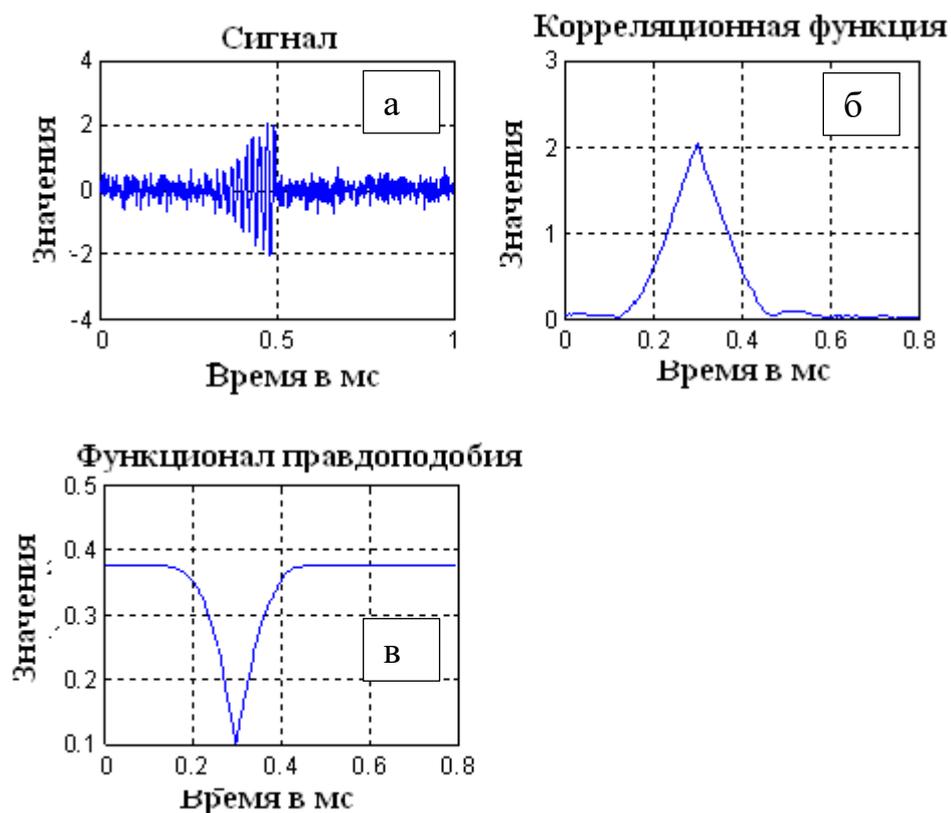


Рисунок 2.3.10 – Обработка треугольного радиоимпульса корреляционным анализом, согласованным с сигналом: (а) - вид сигнала, (б) - корреляционная функция, (в) - функционал правдоподобия

Максимум корреляционной функции дает оценку амплитуды сигнала (модельное значение 2), минимум функционала правдоподобия определяет оценку дисперсии шума (модельное значение 0.1). Таким образом, обработка треугольного радиоимпульса корреляционным анализом, согласованным с сигналом оптимальна. Она характеризуется несмещенностью, эффективностью, достаточностью.

§ 2.4. Спектрально-корреляционный анализ ЛЧМ-сигналов

В предыдущем параграфе рассматривался вопрос об оптимальной обработке простых сигналов с амплитудной модуляцией. Было установлено, что такого рода сигналы следует обрабатывать спектральным (или корреляционным) анализом, согласованным с сигналом. В этом случае порождающая функция содержит функцию модуляции. Для корреляционного анализа порождающая функция может быть записана в виде $\hat{x}(t_0) = \mu(t) \exp(i\omega_0(t - t_0))$. Для спектрального анализа порождающая функция может быть записана в виде $\hat{x}(\omega_0) = \mu(t) \exp(i\omega_0 t)$. Здесь $\mu(t)$ – функция, модулирующая амплитуду сигнала. Рассмотрим спектр ЛЧМ-сигнала на основе спектрального анализа, согласованного с сигналом (ЛЧМ-сигналом). Запишем принятую реализацию для ЛЧМ-сигнала.

$$\hat{y}(t) = \hat{U} \exp(i(\omega_0 + At)t) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (2.4.1)$$

$A = \frac{\omega_k - \omega_0}{T}$ – относительная девиация частоты, ω_k – конечная круговая частота, ω_0 – начальная круговая частота, T – длительность сигнала.

В этом выражении $\mu(t) = \exp(iAt^2)$ является модулирующим множителем.

Следовательно, порождающей функцией для спектрального анализа, согласованного с сигналом, будет выражение

$$\hat{x}(\omega_0) = \exp(iAt^2) \exp(i\omega_0 t) \quad (2.4.2)$$

Это выражение может быть выведено из функционала правдоподобия.

$$\Delta(\omega_0) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U} \exp(i(\omega_0 + At)t)|^2 dt \quad (2.4.3)$$

Дифференцируя по амплитуде (1.7.3) и приравнявая дифференциал нулю, получим выражение для спектрального анализа, согласованное с сигналом.

$$\hat{U}(\omega_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}(t) \exp(-i(\omega_0 + At)t) dt \quad (2.4.4)$$

Классическое выражение для спектрального анализа записывается в виде

$$\hat{U}_1(\omega_0) = \int_0^T \hat{y}(t) \exp(-i\omega_0 t) dt \quad (2.4.5)$$

Подставим $\hat{y}(t)$ в выражение (2.4.4).

$$\widehat{U}(\omega_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U} \exp(i(\omega_0 + At)t) \exp(-i(\omega_0 + At)t) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(-i(\omega_0 + At)t) dt \quad (2.4.6)$$

Первое слагаемое в (1.7.6) в точке $\omega_0 = \omega_0$ определяет несмещенное решение.

$$\widehat{U}(\omega_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U} \exp(i(\omega_0 + At)t) \exp(-i(\omega_0 + At)t) dt = \widehat{U} \quad (2.4.7)$$

Математическое ожидание от второго слагаемого равно нулю. Дисперсия шума равна

$$D_{\text{ш}} = \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(i(\omega_0 + At)t) dt \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U}_{\text{ш}}(\dot{t}) \exp(-i(\omega_0 + A\dot{t})\dot{t}) d\dot{t} = \frac{\sigma^2 \tau_k}{T} = \frac{\sigma^2}{N} \quad (2.4.8)$$

Математическое ожидание от функционала правдоподобия (1.7.3) в точке $\omega_0 = \omega_0$ будет равно

$$M(\Delta(\omega_0)) = M \left(\int_0^T |\hat{y}(t) - \widehat{U} \exp(i(\omega_0 + At)t)|^2 dt \right) = \sigma^2 T \quad (2.4.9)$$

Следовательно, решение оптимально, достигается минимум дисперсии шума и амплитуда сигнала несмещенная. Подставим $\hat{y}(t)$ в выражение для классического спектрального анализа (2.4.5).

$$\widehat{U}(\omega_0) = \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U} \exp(i(\omega_0 + At)t) \exp(-i\omega_0 t) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(-i\omega_0 t) dt \quad (2.4.10)$$

Первое слагаемое в (1.7.10) в точке $\omega_0 = \omega_0$ определяет решение.

$$\widehat{U}(\omega_0) = \int_0^T \widehat{U} \exp(i(\omega_0 + At)t) \exp(-i\omega_0 t) dt = \widehat{U} \int_0^T \exp(iAt^2) dt \quad (2.4.11)$$

Получили среднее значение амплитуды сигнала. Решение смещенное.

Математическое ожидание от второго слагаемого равно нулю. Дисперсия шума равна

$$D_{\text{ш}} = \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U}_{\text{ш}}(t) \exp(i\omega_0 t) dt \frac{1}{T} \int_0^T \widehat{U}_{\text{ш}}(\dot{t}) \exp(-i\omega_0 \dot{t}) d\dot{t} = \frac{\sigma^2 \tau_k}{T} = \frac{\sigma^2}{N} \quad (2.4.12)$$

Дисперсия шума определяет минимальное значение. Однако амплитуда не соответствует своему значению. Математическое ожидание от функционала правдоподобия в точке $\omega_0 = \omega_0$ будет равно

$$M(\Delta(\omega_0)) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{U} \exp(i\omega_0 t)|^2 dt = \int_0^T |\hat{U} \exp(iAt)t + \hat{U}_{ш}(t)|^2 dt = \sigma^2 T + \int_0^T |\hat{U} \exp(iAt)t|^2 dt \quad (2.4.13)$$

Оно не достигает своего минимального значения. Следовательно, классический спектральный анализ ЛЧМ-сигнала не является оптимальным методом обработки.

Приведем для подтверждения выводов результаты модельных расчетов.

На рисунке 2.4.1 показано сопоставление обработки ЛЧМ-сигнала на основе спектрального анализа с порождающей функцией $\hat{x}(\omega_0) = \exp(i\omega_0 t)$, и на основе спектрального анализа, согласованного с сигналом, с порождающей функцией $\hat{x}(t'_0) = \exp(i(\omega_0 + A(t - t'_0)))(t - t'_0)$. На рисунке 2.4.1 (а) показан вид реализации, содержащей ЛЧМ-сигнал. Начальная частота равна 50 кГц, конечная частота 200 кГц, амплитуда равна 2, длительность ЛЧМ-сигнала равна 200 мкс. СКО шума равно 0.5. На рисунке 2.4.1 (б) показаны спектры ЛЧМ-сигнала. Кривая с маркером определяет спектр ЛЧМ-сигнала, полученный классическим спектральным анализом. Его ширина определяется девиацией частот. Амплитуда представляет собой усредненное значение. Спектральный анализ, согласованный с сигналом (линия без маркера) определяет фактически спектр радиоимпульса с амплитудой 2 и частотой 50 кГц. На рисунке 2.4.1 (в) показана оптимальность спектрального анализа, согласованного с сигналом. Минимум функции правдоподобия (линия без маркера) равен дисперсии шума в реализации. Минимум функционала правдоподобия при классическом спектральном анализе (кривая с маркером) существенно превышает дисперсию шума в реализации и указывает на неоптимальность обработки.

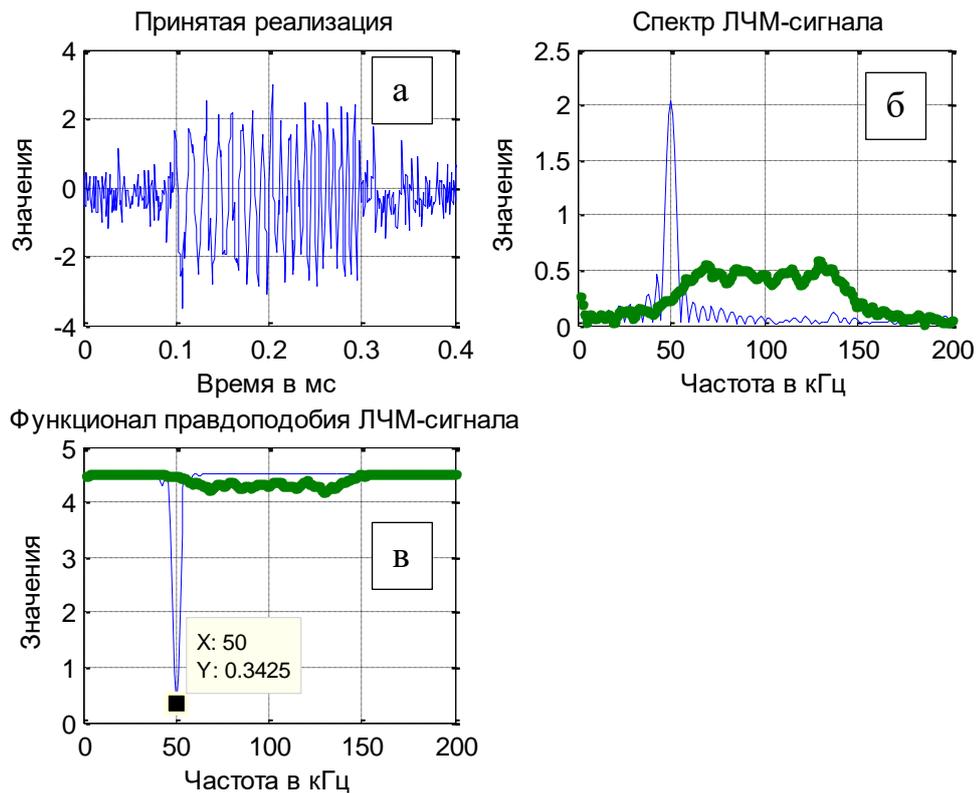


Рисунок 2.4.1 – Оптимальность обработки ЛЧМ-сигнала спектральным анализом, согласованным с сигналом: (а) - принятая реализация с ЛЧМ-сигналом, (б) - спектры ЛЧМ-сигнала, (в) - функционалы правдоподобия

Следует отметить, что при спектральном анализе, согласованном с сигналом, содержащиеся в реализации радиоимпульсы становятся широкополосными. Они преобразуются в ЛЧМ-сигналы. Покажем это с помощью модельных расчетов. Добавим в принятую реализацию (2.4.1) радиоимпульс с амплитудой 1.5 и частотой 100 кГц.

$$\hat{y}(t) = \hat{U} \exp(i(\omega_0 + At))t + \hat{U}_1 \exp(i\omega_1 t) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (2.4.14)$$

Проведем обработку ЛЧМ-сигнала и радиоимпульса спектральным анализом и спектральным анализом, согласованным с сигналом. Результат обработки показан на рисунке 2.4.2. На рисунке 2.4.2 (б) показаны спектры: кривая с маркером определяет совместный классический спектр ЛЧМ-сигнала и узкополосную спектральную линию радиоимпульса. При обработке спектральным анализом, согласованным с ЛЧМ-сигналом (кривая без маркера)

спектр ЛЧМ-сигнала узкий, а спектр радиоимпульса – широкий. Это указывает на то, что радиоимпульс при обработке превратился в ЛЧМ-сигнал, а ЛЧМ-сигнал преобразовался в радиоимпульс. На рисунке 2.4.2(в) показаны функционалы правдоподобия. Кривая с маркером определяет функционал при классическом спектральном анализе. Обработка не оптимальна. Минимум функционала не достигает уровня шума. Минимум функционала при спектральном анализе, согласованном с ЛЧМ-сигналом (кривая без маркера), вполне достигает уровня шума.

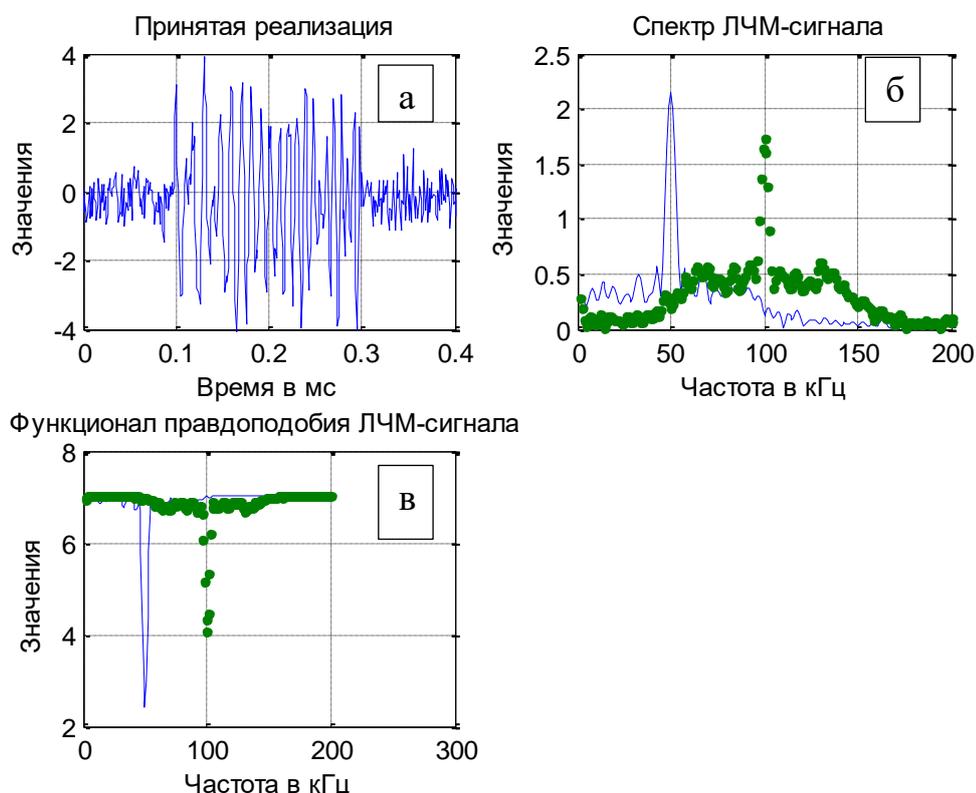


Рисунок 2.4.2 – Оптимальность обработки ЛЧМ-сигнала методом спектрального анализа, согласованного с сигналом (ЛЧМ-сигналом)

Рассмотрим двумерную спектрально-корреляционную обработку ЛЧМ-сигнала. Она определяет известную функцию неопределенности для ЛЧМ-сигнала, которая определяет разрешение по времени приема и по частоте при классическом спектрально-корреляционном анализе. Рассмотрим два случая. В первом в качестве порождающей функции будем использовать функцию

$$\hat{x}(\omega_0, t_0) = \exp(i\omega_0(t - t_0)) \quad (2.4.15)$$

В этом случае обработка проводится классическим спектрально-корреляционным анализом без учета модулирующей функции амплитуды ЛЧМ-сигнала. Во втором случае в качестве порождающей функции будем использовать функцию

$$\hat{x}_1(\omega_0, t_0) = \mu(t) \exp(i\omega_0(t - t_0)) = \exp(iAt^2) \exp(i\omega_0(t - t_0)) \quad (2.4.16)$$

В этом случае, в порождающую функцию включается функция, модулирующая амплитуду, и обработка проводится спектрально-корреляционным методом, согласованным с сигналом. Запишем принятую реализацию, содержащую ЛЧМ-сигнал, в виде

$$\hat{y}(t) = \hat{U} \exp(i(\omega_0 + A(t - t_0))(t - t_0)) + \hat{U}_{\text{ш}}(t) \quad (2.4.17)$$

Запишем на основании (2.4.17) функционал правдоподобия.

$$\Delta(\omega_0', t_0') = \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \hat{U} \exp(i(\omega_0' + A(t - t_0'))(t - t_0')) \right|^2 dt \quad (2.4.18)$$

Дифференцируя по амплитуде (1.7.18) и приравнивая дифференциал нулю, получим выражение для спектрального анализа, согласованное с сигналом.

$$\hat{U}(\omega_0', t_0') = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}(t) \exp(-i(\omega_0' + A(t - t_0'))(t - t_0')) dt \quad (2.4.19)$$

Подставим в (2.4.19) выражение для $\hat{y}(t)$.

$$\begin{aligned} \hat{U}(\omega_0', t_0') = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}(\exp(i(\omega_0 + A(t - t_0))(t - t_0)) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_{\text{ш}}(t) (\exp(-i(\omega_0' + \\ + A(t - t_0'))(t - t_0')) dt \end{aligned} \quad (2.4.20)$$

В точке $\omega_0' = \omega_0, t_0' = t_0$ получим

$$\hat{U}(\omega_0, t_0) = \hat{U} + \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U}_{\text{ш}}(t) (\exp(-i(\omega_0 + A(t - t_0))(t - t_0)) dt \quad (2.4.21)$$

Первое слагаемое определяет несмещенность решения. Второе слагаемое определяет согласованную с сигналом фильтрацию, в результате которой дисперсия шума будет равна $D_{\text{ш}} = \frac{\sigma^2}{N}$. Следовательно, решение эффективное.

Подтвердим вышеприведенный результат модельными расчетами. На рисунке 2.4.3. показан результат оптимальной обработки ЛЧМ-сигнала спектрально-корреляционным методом, согласованным с сигналом. Полученная поверхность

$\hat{U}(\omega_0, t_0)$ (функция неопределенности) характеризуется одним узким максимумом.

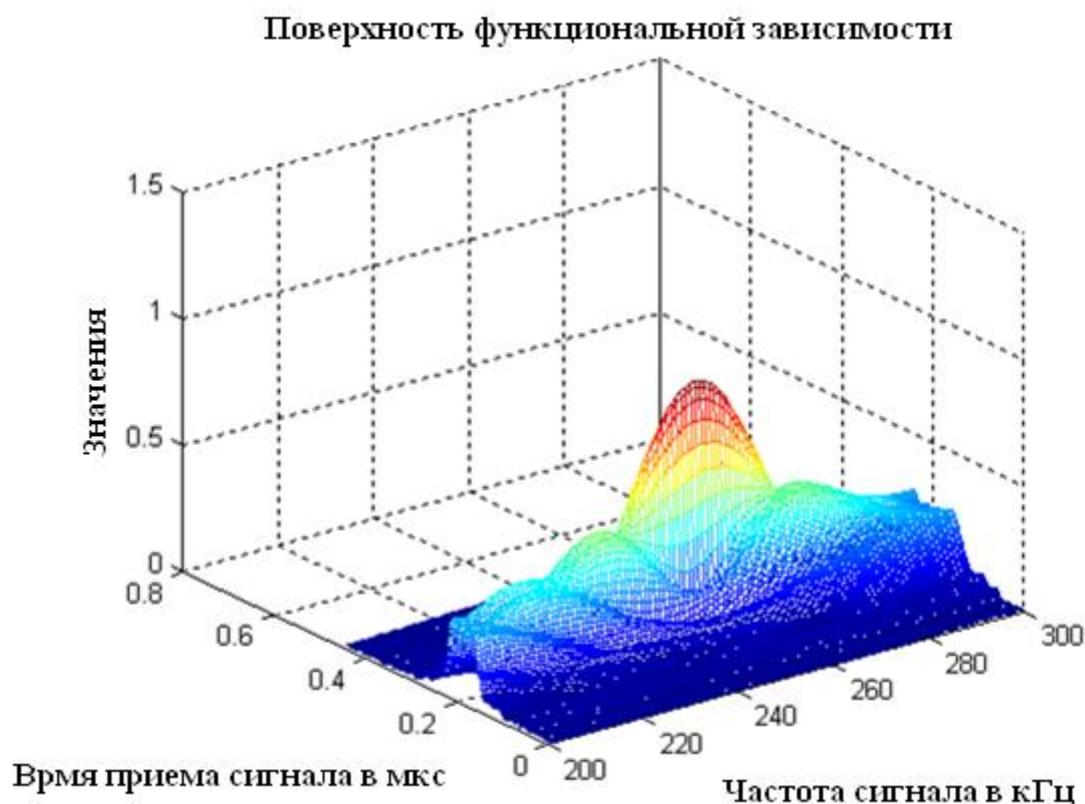


Рисунок 2.4.3 – Поверхность функциональной зависимости $\hat{U}(\omega_0, t_0)$ (функция неопределенности) при обработке ЛЧМ-сигнала спектрально-корреляционным методом, согласованным с сигналом

Следовательно, разрешение спектрально - корреляционного метода, согласованного с сигналом, как по времени приема, так и по частоте высокое. При обработке ЛЧМ-сигнала классическим спектрально-корреляционным методом, без учета модулирующей амплитуду функции (Рисунок 2.4.4), частотный спектр оказывается значительным. Он определяется девиацией частоты ЛЧМ-сигнала. В результате разрешение классического спектрально-корреляционного метода по времени приема высокое. Однако разрешение по частоте неудовлетворительное.

Поверхность функциональной зависимости

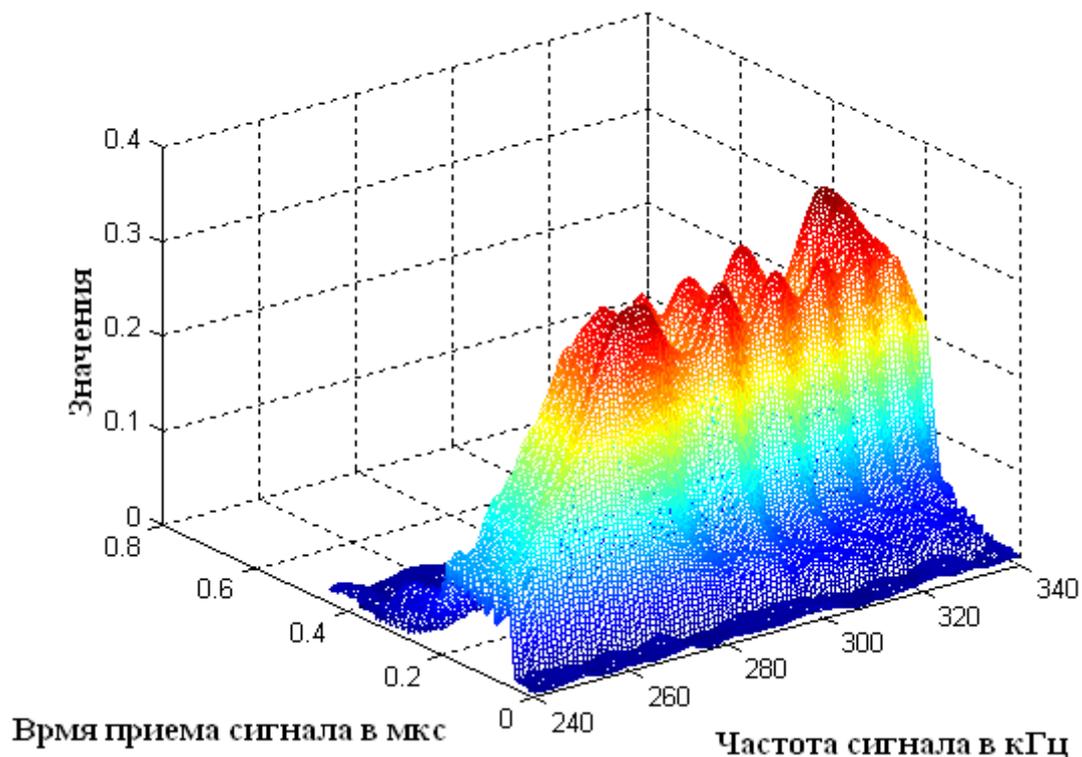


Рисунок 2.4.4 – Поверхность функциональной зависимости $\hat{U}(\omega_0, t'_0)$ (функция неопределенности) при обработке ЛЧМ-сигнала классическим спектрально-корреляционным методом

Аналогичные результаты можно получить и при обработке сложных сигналов на основе M-последовательностей или на основе кодов Баркера.

§ 2.5. Спектрально-корреляционный анализ синфазной импульсной последовательности

Рассмотрим на основании метода максимального правдоподобия спектральную обработку синфазной последовательности импульсов. Запишем синфазную импульсную последовательность в виде

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_0 \exp(i\omega_0 t) + \hat{U}_0 \exp(i\omega_0(t + \tau)) + \dots + \hat{U}_0 \exp(i\omega_0(t + (N1 - 1)\tau)) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (2.5.1)$$

\hat{U}_0 – комплексная амплитуда последовательности.

ω_0 – круговая частота последовательности.

τ – период следования импульсов в последовательности.

T – длительность импульса в последовательности.

$N1$ – количество импульсов в последовательности.

$\hat{U}_{ш}(t)$ – аддитивный шум с дисперсией квадратурных компонент σ^2 , средним нулевым значением и интервалом корреляции τ_k . На рисунке 2.5.1 показана синфазная последовательность из 6-ти импульсов. Отношение сигнал/шум 10 дБ.

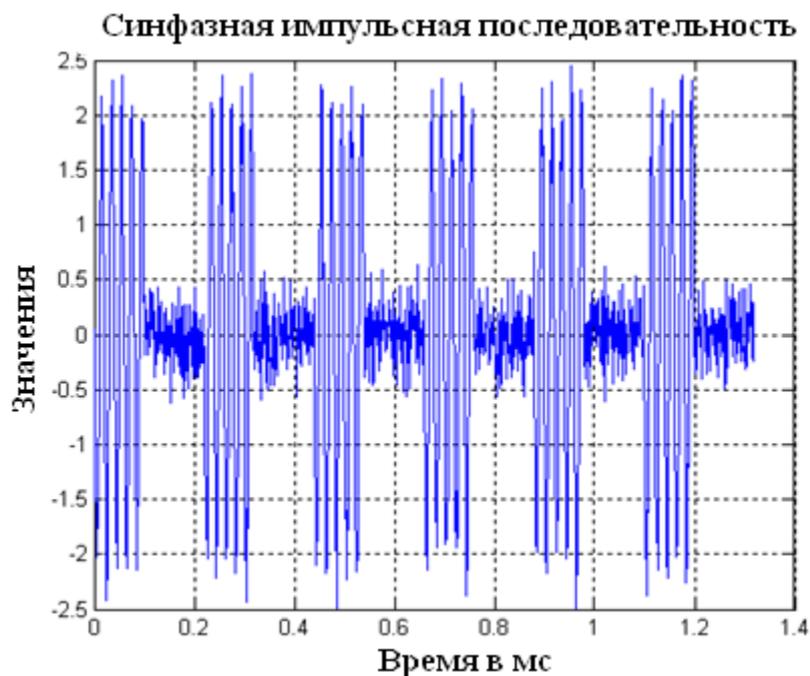


Рисунок 2.5.1 – Последовательность импульсов с параметрами: амплитуда 2, фаза 80 градусов, длительность 100 мкс, период 220 мкс, количество импульсов - 6

Классический спектральный анализ импульсной последовательности связан с порождающей функцией

$$\hat{x}(t) = \frac{1}{T} \exp(i\omega t) \quad (2.5.2)$$

$$\begin{aligned} \hat{U}_0(\omega) = & \frac{\hat{U}_0}{N1\tau} \int_0^T \exp(i(\omega_0 - \omega)t) dt + \frac{\hat{U}_0}{N1\tau} \int_\tau^{\tau+T} \exp(i(\omega_0 - \omega)t) dt + \\ & + \frac{\hat{U}_0}{N1\tau} \int_{(N1-1)\tau}^{(N1-1)\tau+T} \exp(i(\omega_0 - \omega)t) dt + \frac{1}{N1\tau} \int_0^{N1\tau} \hat{U}_{ш}(t) \exp(-i\omega t) dt \end{aligned} \quad (2.5.3)$$

Данное выражение может быть приведено к виду

$$\begin{aligned} \hat{U}_0(\omega) = & \frac{\hat{U}_0}{N1\tau} \int_0^T \exp(i(\omega_0 - \omega)t) dt \sum_{n=1}^{N1} \exp(i(\omega_0 - \omega)(n-1)\tau) + \\ & + \frac{1}{N1\tau} \int_0^{N1\tau} \hat{U}_{ш}(t) \exp(-i\omega t) dt \end{aligned}$$

В первом слагаемом сумма не зависит от времени t , и является суммой геометрической прогрессии, которую можно вычислить. Подынтегральное выражение определяет спектр одного импульса. Следовательно, можно записать:

$$\begin{aligned} \hat{U}(\omega) = & \frac{\hat{U}_0}{N1\tau} \exp\left(i \frac{(\omega_0 - \omega)}{2} (T + (N1 - 1)\tau)\right) \frac{\sin\left(\frac{(\omega_0 - \omega)}{2} T\right) \sin\left(N1 \frac{(\omega_0 - \omega)}{2} \tau\right)}{\frac{(\omega_0 - \omega)}{2} T \sin\left(\frac{(\omega_0 - \omega)}{2} \tau\right)} + \\ & + \frac{1}{N1\tau} \int_0^{N1\tau} \hat{U}_{ш}(t) \exp(-i\omega t) dt \end{aligned} \quad (2.5.4)$$

На рисунке 2.5.2 показан спектр синфазной последовательности (нижняя линия, зеленый цвет). Спектр аналогичен спектру, получаемому с помощью дифракционной решетки.

Есть главные минимумы, положение которых определяется условием $(\omega_0 - \omega_n) = \frac{n2\pi}{T}$. Положения главных максимумов определяются условием $(\omega_0 - \omega_m) = \frac{m2\pi}{\tau}$. Полуширина спектральной линии определена условием $(\omega_0 - \omega_q) = \frac{q2\pi}{N1\tau}$. Она определяет разрешение спектральных линий по Рэлею.

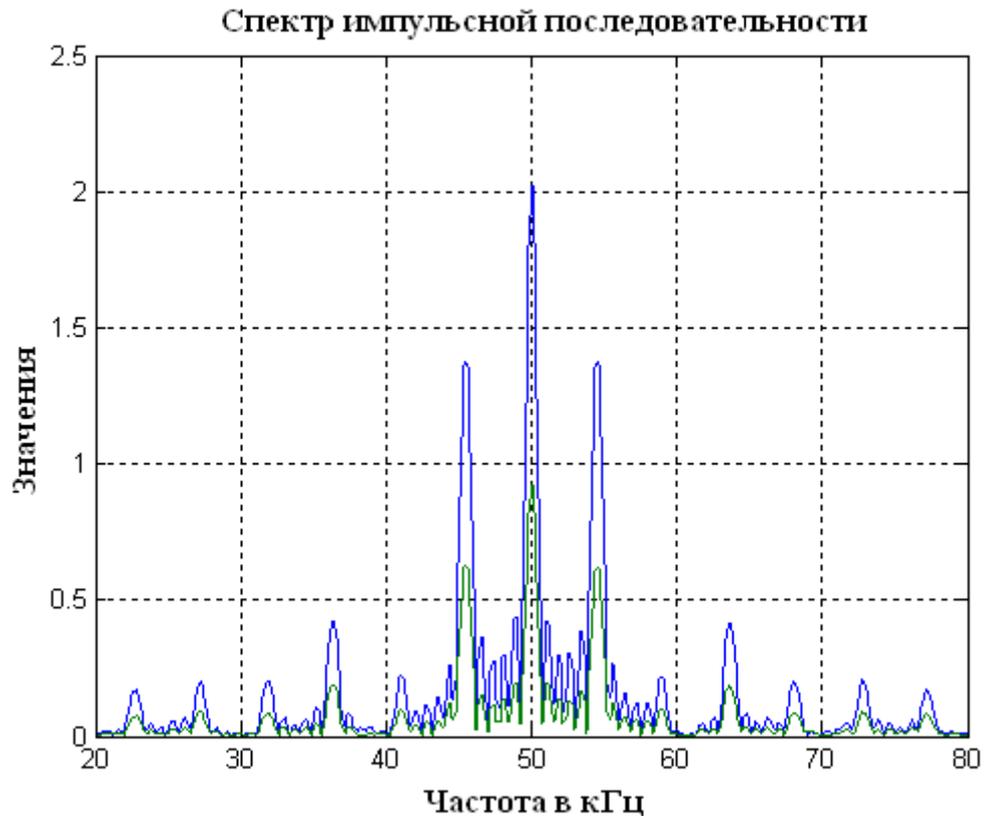


Рисунок 2.5.2 – Спектр импульсной синфазной последовательности

В максимуме спектральной линии (первое слагаемое) при $\hat{\omega} = \omega_0$ получим смещенное решение $\hat{U}(\hat{\omega} = \omega_0) = \hat{U}_0 \frac{T}{\tau}$. Амплитуда в $\frac{T}{\tau} = 0.45$ раз меньше модельного значения. Первое слагаемое определяет спектр последовательности, а второе слагаемое определяет оптимальную фильтрацию шумовой составляющей.

На выходе фильтра дисперсия шума равна $\hat{D}_{ш} = \frac{\sigma^2}{N1N_{\tau}}$.

N_{τ} – количество некоррелированных отсчетов на длительности последовательности импульсов. Шумовая составляющая обрабатывается спектральным анализом оптимально.

Рассмотрим спектральный анализ, согласованный с синфазной последовательностью. Для этого на основании принятой реализации (2.5.1) запишем функционал правдоподобия следующим образом.

$$\Delta(\omega_0) = \int_0^{N1\tau} \left| \hat{y}(t) - \widehat{U}_0 \exp(i\omega_0 t) (1 + \exp(i\omega_0 \tau) + \dots + \exp(i\omega_0(N1 - 1)\tau)) \right|^2 dt = \int_0^{N1\tau} \left| \hat{y}(t) - \widehat{U}_0 \exp(i\omega_0 t) \hat{\mu}(\omega_0) \right|^2 dt \quad (2.5.5)$$

$\hat{\mu}(t) = 1 + \exp(i\omega_0 \tau) + \dots + \exp(i\omega_0(N1 - 1)\tau)$ –модулирующая функция.

Дифференцируя функционал правдоподобия по амплитуде и, приравнявая дифференциал нулю, получим выражение для спектра последовательности с шумом.

$$\widehat{U}_0(\omega_0) = \frac{\int_0^{N1\tau} \hat{y}(t) \exp(-i\omega_0 t) \hat{\mu}(t) dt}{\int_0^{N1\tau} \hat{\mu}(t)^2 dt} = \frac{\widehat{U}_0 \int_0^{N1\tau} \exp(i(\omega_0 - \omega_0)t) \hat{\mu}(t)^2 dt}{N1T} + \frac{\int_0^{N1\tau} \widehat{U}_{ш}(t) \exp(-i\omega_0 t) \hat{\mu}(t) dt}{N1T} \quad (2.5.6)$$

Интегрируя получим

$$\widehat{U}(\omega) = \frac{\widehat{U}_0}{N1} \exp\left(i \frac{(\omega_0 - \omega)}{2} (T + (N1 - 1)\tau)\right) \frac{\sin\left(\frac{(\omega_0 - \omega)}{2} T\right) \sin\left(N1 \frac{(\omega_0 - \omega)}{2} \tau\right)}{\frac{(\omega_0 - \omega)}{2} T \sin\left(\frac{(\omega_0 - \omega)}{2} \tau\right)} + \frac{1}{N1T} \int_0^{N1\tau} \widehat{U}_{ш}(t) \exp(-i\omega t) \hat{\mu}(t) dt \quad (2.5.7)$$

Первое слагаемое определяет спектр последовательности в точке максимума, при $\omega_0 = \omega$ амплитуда равна модельному значению $\widehat{U}(\omega_0 = \omega) = \widehat{U}_0$. Решение несмещенное. Этот спектр представлен на рисунке 2.5.2 (верхняя линия).

Шумовая составляющая (второе слагаемое) имеет математическое ожидание, равное нулю и дисперсию $\widehat{D}_{ш} = \frac{\sigma^2}{N1N_T}$. $N1N_T$ - определяет количество некоррелированных отсчетов на интервале последовательности, занятой импульсами. Дисперсия шума после спектральной обработки $\widehat{D}_{ш} = \frac{\sigma^2}{N1N_T}$ меньше дисперсии шума после спектральной обработки, согласованной с сигналом $\widehat{D}_{ш} = \frac{\sigma^2}{N1N_T}$. Это подтверждается рисунком 2.5.3, на котором представлены шумовые составляющие после спектральной обработки (сплошная линия) и после спектральной обработки, согласованной с сигналом (точки).

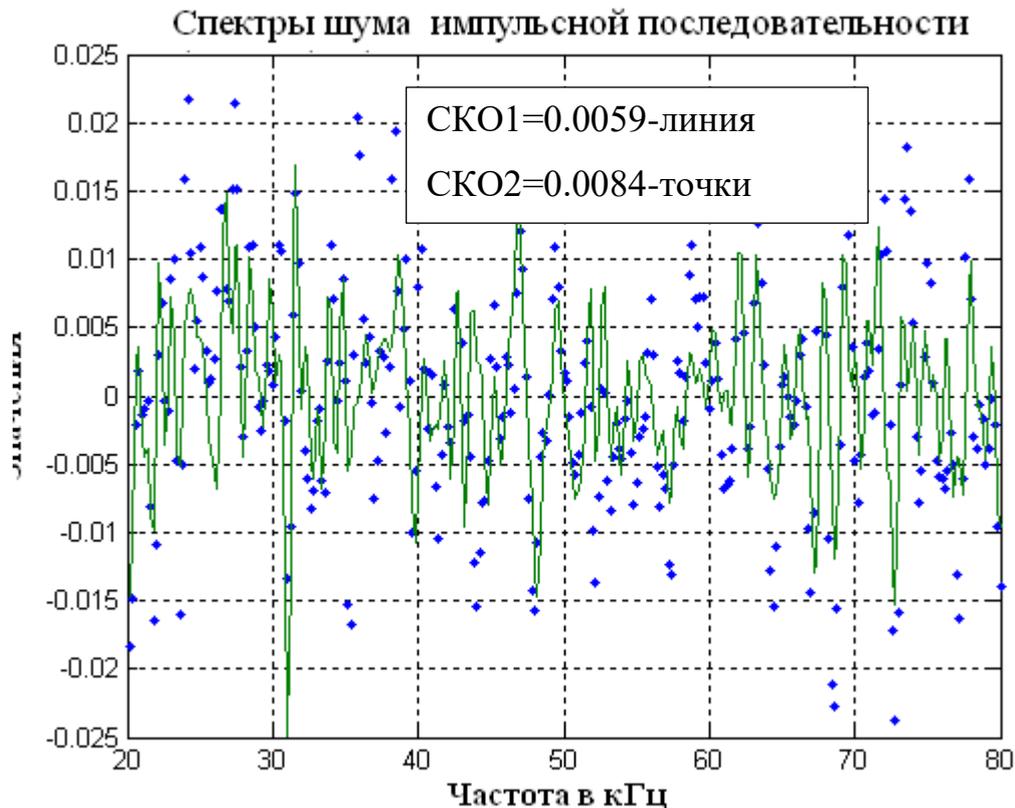


Рисунок 2.5.3 – Шумовые составляющие после спектральной обработки (линия) и после спектральной обработки, согласованной с сигналом (точки)

Следует отметить одну важную особенность, характерную как для спектрального анализа, так и для спектрального анализа, согласованного с сигналом. В выражениях (2.5.4) и 2.5.7) содержится множитель, определяющий структуру спектральных линий.

$$\frac{\sin\left(\frac{(\omega_0 - \omega)T}{2}\right) \sin\left(N1 \frac{(\omega_0 - \omega)\tau}{2}\right)}{\frac{(\omega_0 - \omega)T}{2} \sin\left(\frac{(\omega_0 - \omega)\tau}{2}\right)} \quad (2.5.9)$$

В этом множителе числитель первого сомножителя отличается от знаменателя второго сомножителя интервалами T и τ . T - длительность импульса, τ - длительность периода повторения импульсов. Если $T > 0.9\tau$, в этом случае степень заполнения импульсами интервала последовательности больше 90%, тогда числитель и знаменатель подавляют друг друга. Вместо спектра с главными максимумами будет спектр, содержащий одну линию, с полушириной $\Delta\omega = N1\tau$. На рисунке 2.5.4 показан спектр последовательности при коэффициенте

заполнения интервала последовательности 90%. Длительность импульса 200 мкс, длительность периода повторения 220 мкс. Как следует из рисунка, спектр последовательности импульсов состоит из одной спектральной линии, ширина которой определяется длительностью последовательности импульсов.

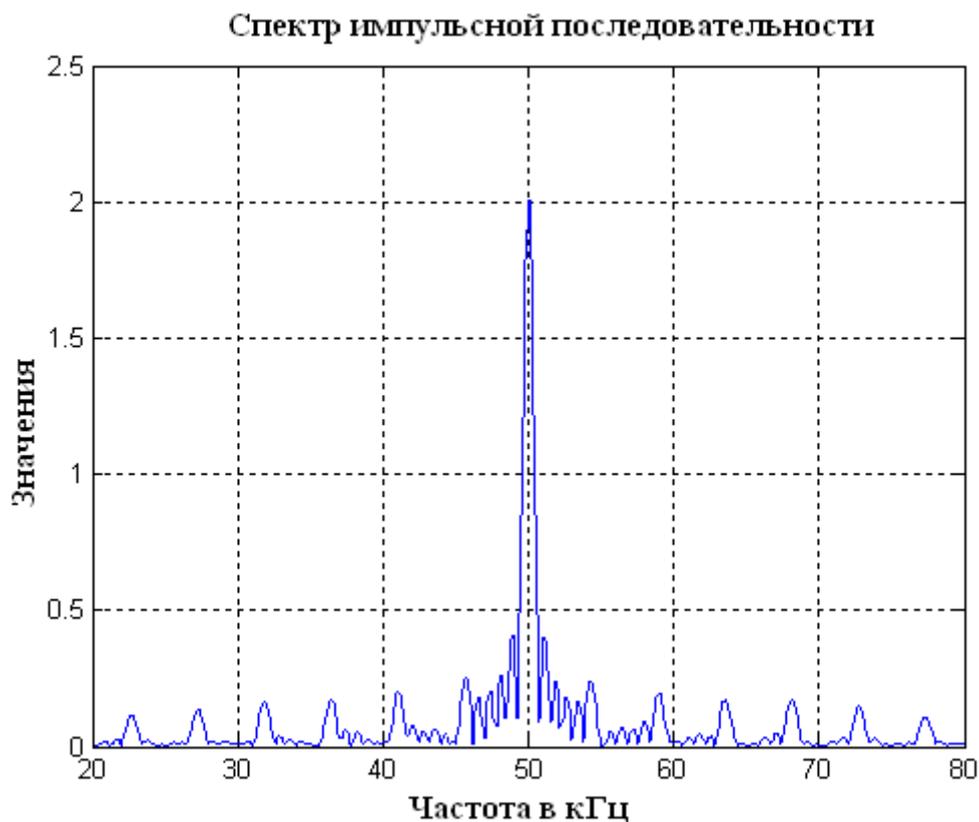


Рисунок 2.5.4 – Спектр импульсной последовательности при $T = 200$ мкс и $\tau = 220$ мкс

Данная особенность оказывается важной при локации движущихся целей.

Рассмотрим обработку синфазной последовательности на основе или кодов Баркера, или на основе М-последовательности. Они отличаются от рассмотренной импульсной последовательности тем, что модулирующая функция состоит из чередующихся положительных и отрицательных единиц. В результате коэффициент заполнения интервала последовательности 100% и отсутствует возможность создания геометрической прогрессии за счет своеобразной кодовой последовательности. Запишем принятую реализацию в виде

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_0 \exp(i\omega_0 t)\mu(t) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (2.5.10)$$

$\mu(t)$ – модулирующая последовательность. Для 13-ти позиционного кода Баркера она состоит из последовательности положительных и отрицательных импульсов $\{1,1,1,1,1, -1, -1,1,1, -1,1, -1,1\}$. Ее вид представлен на рисунке 2.5.5. Порождающая функция определяется выражением $\hat{x}(t) = \frac{1}{T_1} \exp(i\omega t)$. T_1 -длительность последовательности. Спектр последовательности (2.5.10) определяется следующим выражением

$$\begin{aligned} \widehat{U}_0(\omega) = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \hat{y}(t) \exp(i\omega t) dt = \frac{\widehat{U}_0}{T_1} \int_0^{T_1} \exp(i(\omega_0 - \omega)t) \mu(t) dt + \\ + \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \widehat{U}_{ш}(t) \exp(-i\omega t) dt \end{aligned} \quad (2.5.11)$$

Первое слагаемое определяет спектр последовательности. Второе слагаемое определяет шумовую составляющую. Дисперсия шумовой составляющей равна $\widehat{D}_{ш} = \frac{\sigma^2}{N_1}$. N_1 -количество некоррелированных отсчетов шума на длительности последовательности. Шум обрабатывается оптимальным образом. Спектр представлен на рисунке 2.5.6 (точками). Он является широкополосным. Полуширина спектра определяется длительностью одной позиции последовательности. Рассмотрим спектральный анализ, согласованный с сигналом. Запишем функционал правдоподобия на основании принятой реализации (2.5.10).

$$\Delta(\omega_0) = \int_0^{T_1} |\hat{y}(t) - \widehat{U}_0 \exp(i\omega_0 t) \mu(t)|^2 dt \quad (2.5.12)$$

Дифференцируя по комплексной амплитуде, и приравнивая выражение к нулю, получим выражение для спектра.

$$\begin{aligned} \widehat{U}(\omega_0) = \frac{\int_0^{T_1} \hat{y}(t) \exp(-i\omega_0 t) \mu(t) dt}{\int_0^{T_1} \mu(t)^2 dt} = \frac{\widehat{U}_0}{T_1} \int_0^{T_1} \exp(i(\omega_0 - \omega_0)t) \mu(t)^2 dt + \\ + \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \widehat{U}_{ш}(t) \exp(-i\omega t) \mu(t) dt \end{aligned} \quad (2.5.13)$$

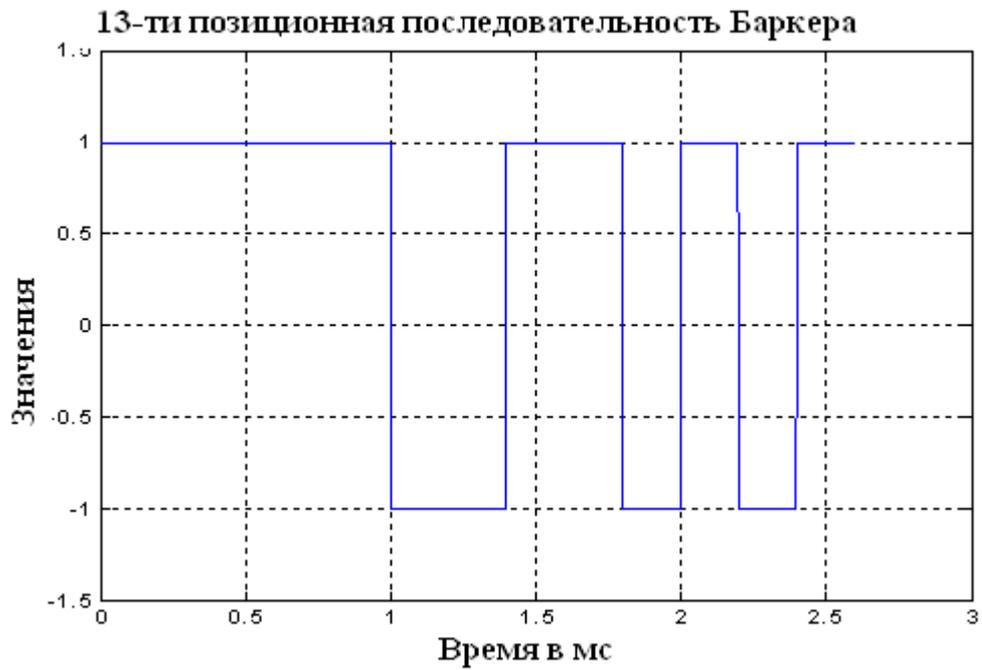


Рисунок 2.5.5 – Модулирующая функция на основе 13-ти позиционного кода Баркера

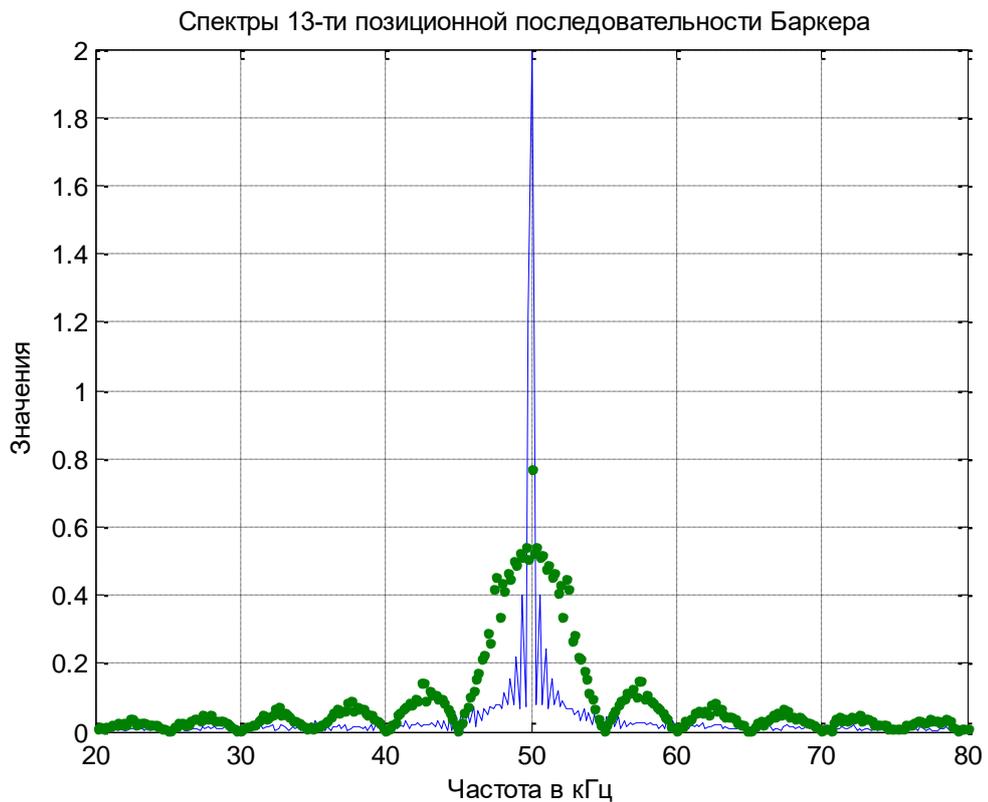


Рисунок 2.5.6 – Спектр сигнала на основе 13-ти позиционной последовательности кода Баркера (точки), спектр, согласованный с сигналом (сплошная линия)

Порождающей функцией при этом является выражение $x_1 = \exp(-i\omega_0 t)\mu(t)$. На рисунке 2.5.6 сплошной линией показан этот спектр. Как видно из рисунка, ширина спектральной линии определяется длительностью последовательности, а не длительностью позиции, как в классическом спектральном анализе. Амплитуда спектральной линии равна модельному значению 2. Следовательно, оценка амплитуды несмещенная. Дисперсия шума после обработки равна $\hat{D}_{ш} = \frac{\sigma^2}{N_1}$. Она в N_1 раз меньше дисперсии в принятой реализации σ^2 . Это указывает на эффективность обработки спектральным анализом, согласованным с сигналом, и на достаточность.

При спектрально-корреляционной обработке, согласованной с сигналом принятая реализация имеет вид

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_0 \exp(i\omega_0(t - t_0))\mu(t - t_0) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (2.5.14)$$

t – время приема последовательности.

Запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta(\omega_0, t_0) = \int_0^{T_1} |\hat{y}(t) - \hat{U}_0 \exp(i\omega_0(t - t_0))\mu(t - t_0)|^2 dt \quad (2.5.15)$$

Дифференцируя по комплексной амплитуде, и приравнивая выражение к нулю, получим выражение для спектра.

$$\begin{aligned} \hat{U}(\omega_0, t_0) = \frac{\int_0^{T_1} \hat{y}(t) \exp(-i\omega_0(t - t_0))\mu(t - t_0) dt}{\int_0^{T_1} \mu(t)^2 dt} = \frac{\hat{U}_0}{T_1} \int_0^{T_1} \exp(i(\omega_0 - \omega_0)(t - t_0))\mu(t - t_0)^2 dt + \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \hat{U}_{ш}(t) \exp(-i\omega_0(t - t_0))\mu(t - t_0) dt \end{aligned} \quad (2.5.16)$$

Порождающей функцией при этом является выражение

$$x_2 = \exp(-i\omega_0(t - t_0))\mu(t - t_0).$$

Учитывая, что $\mu(t - t_0)^2$ содержит 13 единичных импульсов на интервале последовательности, получим для спектральной линии следующее выражение.

$$\hat{U}(\omega_0, t_0) = \frac{\hat{U}_0}{T} \int_0^T \exp(i(\omega_0 - \omega_0)(t - t_0))\mu(t - t_0)^2 dt, \quad (2.5.17)$$

где $T = \frac{T_1}{13}$.

На рисунке 2.5.7. показан результат обработки сигнала на основе 13-ти позиционного кода Баркера. Обработка проведена спектрально-корреляционным анализом, согласованным с сигналом.

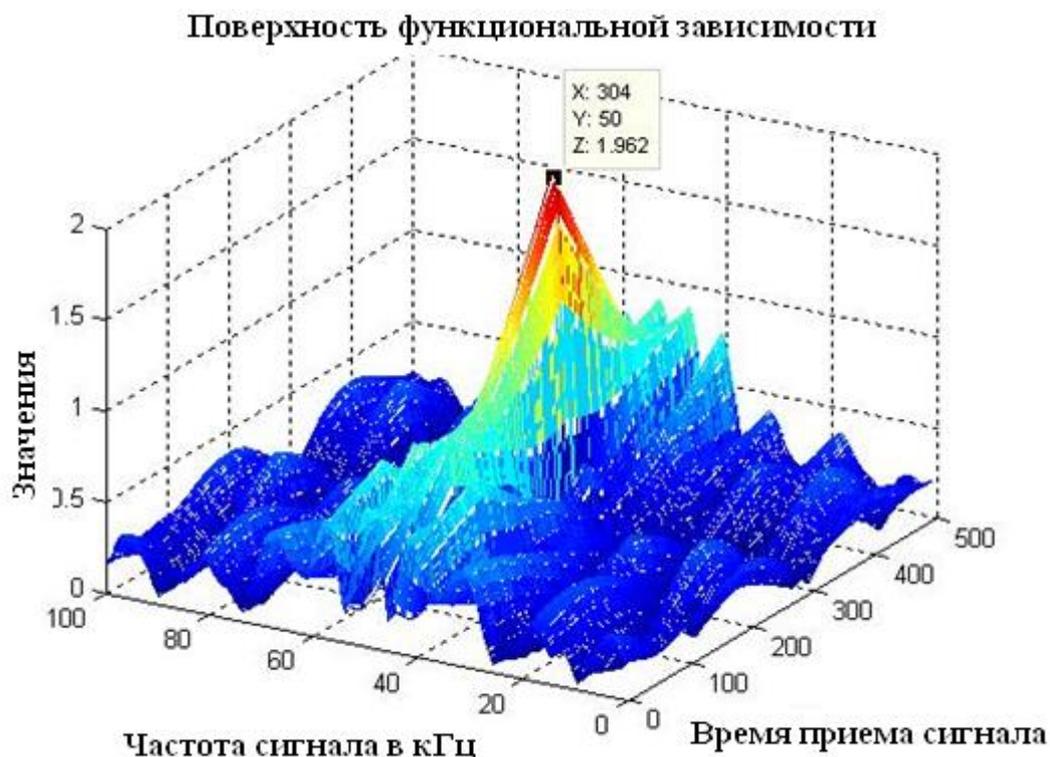


Рисунок 2.5.7 – Поверхность функциональной зависимости, определяющая результат спектрально-корреляционной, согласованной с сигналом, обработки

Максимум поверхности определяет время приема последовательности и частоту. Модельные значения этих параметров 300 мкс и 50 кГц. Значение максимума соответствует модельному значению амплитуды 2. Особенностью является то, что полуширина частотного спектра достаточно мала. Она определяется длительностью последовательности (при длительности $1/13 \cdot 200$ мкс равна 0.38 кГц). Полуширина корреляционной функции определяется длительностью одной позиции (200 мкс). Представленная на рисунке 2.5.7 поверхность является, по существу, функцией неопределенности. Ее ширина определяет частотное и временное разрешение в области операторного спектрально-корреляционного анализа.

4. Глава 3. Развитие технологии обработки ультразвуковых сигналов

§ 3.1. Обработка ультразвуковых сигналов с учетом сингулярности корреляционной матрицы

Метод максимального правдоподобия позволяет решать статистические задачи, возникающие в комплексах аппаратуры различного назначения. В главе 2 рассмотрен ряд вопросов касающихся обработки информации для случая, когда в принятой реализации содержится один сигнал. Если в принятой реализации содержится два или более сигналов, то решение усложняется. Появляется дополнительная область- область неортогональности сигналов. В этой области критерий Рэлея не выполняется. Более того, в этой области корреляционная функция имеет сингулярность, существенно затрудняющая решение статистических задач. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Запишем принятую реализацию в виде совокупности N ультразвуковых сигналов и нормального аддитивного шума $\hat{U}_{ш}(t)$ с нулевым средним значением квадратурных компонент, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции τ_k .

$$\hat{y}(t) = \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \hat{f}_n(\bar{\lambda}, t) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (3.1.1)$$

где \hat{U}_n – комплексная амплитуда для n – сигнала.

$\hat{f}_n(\bar{\lambda}, t)$ – аналитическая форма n – ультразвукового сигнала.

$\bar{\lambda}$ – вектор неэнергетических параметров совокупности сигналов.

$$\hat{f}_n(\bar{\lambda}, t) = \hat{U}_n (1 - e^{-\alpha t}) e^{i\omega_0 t} \text{ при } t = 0 \div T$$

$$\hat{f}_n(\bar{\lambda}, t) = \hat{U}_n ((1 - e^{-\alpha T_n}) e^{-\alpha(t-T_n)}) e^{i\omega_0 t} \text{ при } t > T \quad (3.1.2)$$

\hat{U}_n – комплексная амплитуда n - сигнала.

α – коэффициент затухания.

ω_0 – круговая резонансная частота.

T_n – длительность, возбуждающего пьезокерамическую пластину, радиоимпульса.

На основании (3.1) запишем функцию правдоподобия.

$$L(\bar{\lambda}, \hat{U}_1 \div \hat{U}_N) = \text{const} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_0^T |\hat{y}(t) - \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \hat{f}_n(\bar{\lambda}, t)|^2 dt\right) \quad (3.1.3)$$

const – постоянная, связанная с нормировкой функции правдоподобия.

Штрихами обозначены оцениваемые параметры сигналов.

Функция правдоподобия имеет вид поверхности в пространстве оценочных параметров сигналов $\hat{\lambda}, \hat{U}_1 \div \hat{U}_N$. Ее непосредственная максимизация оказывается сложной в связи с большим количеством локальных максимумов, которые создаются в разрезах функции правдоподобия по координатам: времена приема. В связи с этим перейдем к преобразованной функции правдоподобия, используя подстановку Хелстрема (параграф 2.1). Для этого, дифференцируя функцию правдоподобия (3.1.3) по комплексным амплитудам и приравнивая дифференциалы нулю можно получить уравнения правдоподобия. Запишем их в векторном виде.

$$\bar{b}(\hat{\lambda}) = \hat{R}(\hat{\lambda}) \bar{U}(\hat{\lambda}), \quad (3.1.4)$$

где $b_n(\hat{\lambda}) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}(t) \hat{f}_n(\hat{\lambda}, t) dt$ - составляющие вектора \bar{b} .

$\hat{R}_{n,m}(\hat{\lambda}) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{f}_n(\hat{\lambda}, t) \hat{f}_m^*(\hat{\lambda}, t) dt$ - элементы корреляционной матрицы ($n, m = 1 \div N$).

$\bar{U}(\hat{\lambda})$ - вектор комплексных оцениваемых амплитуд ультразвука сигналов.

Решая уравнения правдоподобия (3.1.4) получим функциональные соотношения, определяющие комплексные амплитуды сигналов.

$$\bar{U}(\hat{\lambda}) = \hat{R}(\hat{\lambda})^{-1} \bar{b}(\hat{\lambda}) \quad (3.1.5)$$

Каждая из функциональных зависимостей имеет вид поверхности в пространстве оцениваемых параметров $\hat{\lambda}$. Подставляя эти зависимости в (3.1.3), получим преобразованный функционал правдоподобия $L1(\hat{\lambda})$, поверхность которого не содержит локальных максимумов.

$$L1(\hat{\lambda}) = \text{const} \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \sum_{n=1}^N \hat{U}_n(\hat{\lambda}) \hat{f}_n(\hat{\lambda}, t) \right|^2 dt \right) \quad (3.1.6)$$

Корреляционная матрица $\hat{R}(\hat{\lambda})$ при наличии в принятой реализации двух и более сигналов является сингулярной. При равенстве отдельных параметров двух сигналов ее детерминант обращается в нулевое значение. На рисунке 3.1.1

показана поверхность преобразованной функции правдоподобия с подстановкой Хелстрема для случая, когда в принятой реализации содержится два сигнала. Отмечается наличие двух максимумов: основного и зеркального.

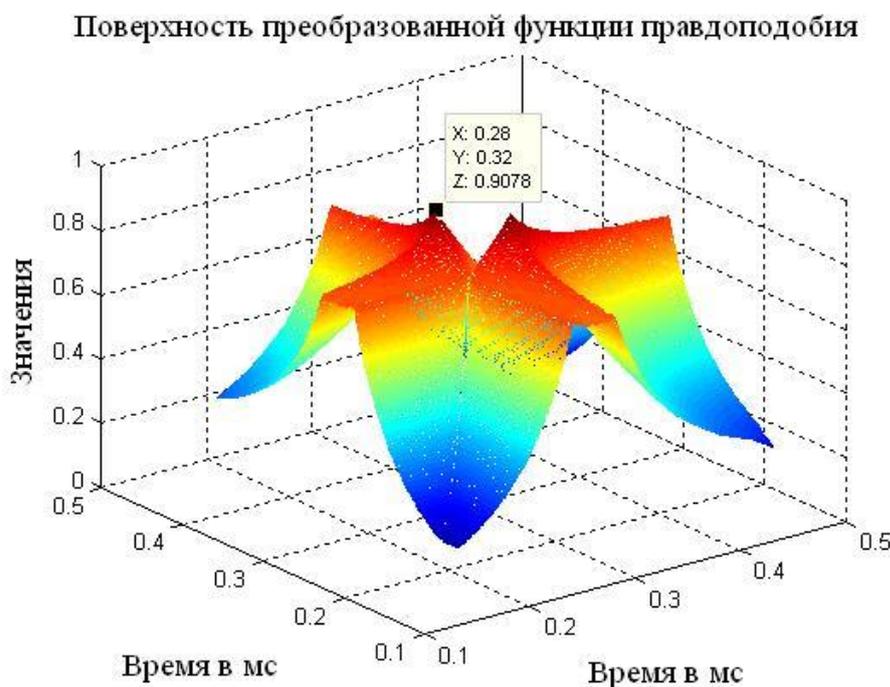


Рисунок 3.1.1 – Поверхность, преобразованной функции правдоподобия, с подстановкой Хелстрема для случая, когда в принятой реализации содержится два сигнала. Отношение сигнал/шум 15 дБ. Время приема первого сигнала 0.28 мс, время приема второго сигнала 0.32 мс

Положение каждого из них определяет оценки времен приема двух сигналов. При подстановке этих оценок в выражение (3.1.5) можно получить оценки комплексных амплитуд сигналов. Следовательно, при известном количестве сигналов в реализации, задача отдельной оценки параметров двух и более сигналов оказывается решенной. Решение оказывается более общим по сравнению с, корреляционным или спектральным анализом. Оно зависит от отношения сигнал/шум и может быть получено, как в области, разрешенной критерием Рэлея, так и в области не ортогональности сигналов. На основании преобразованной функции правдоподобия (3.1.6) и решений (3.1.5) можно

получить статистики оценок амплитуд и времен приема сигналов (Рисунок 3.1.2). Статистики раздельные: оценки параметров первого сигнала и второго сигнала не перемешаны. Модельные значения амплитуд и времен приема двух сигналов отмечены звездочкой. Следовательно, задача разрешения сигналов и задача оценки параметров сигналов оказываются решенными. В случае отсутствия сигналов в реализации, на основе данного алгоритма можно получить статистику шума. В случае, когда в реализации содержится один сигнал, то алгоритм обработки определяет статистику параметров этого сигнала и статистику шума. Вместо статистики параметров второго сигнала будет соответствующая статистика шума.

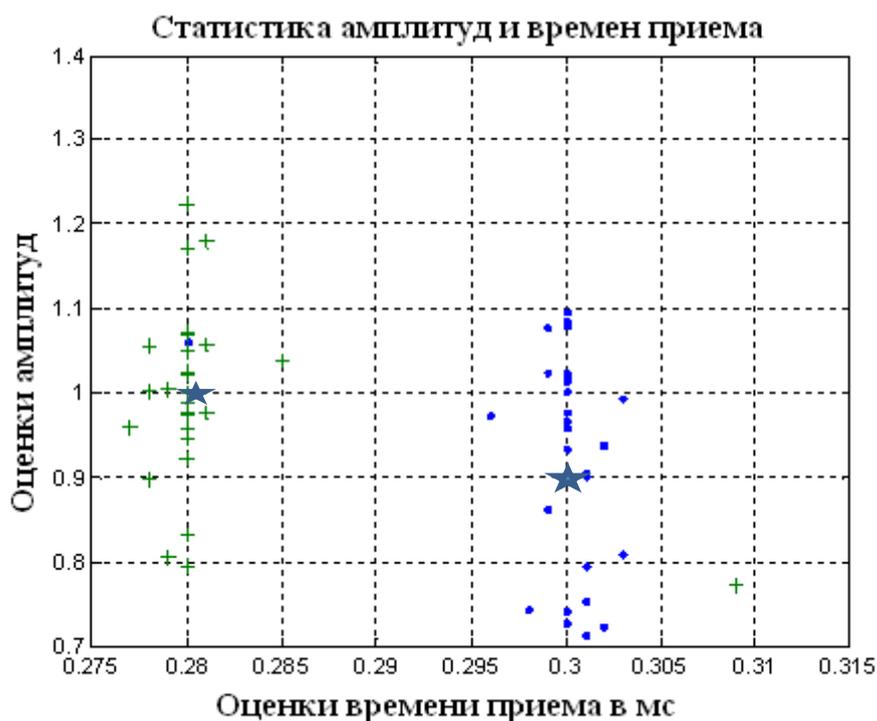


Рисунок 3.1.2 – Раздельная статистика амплитуд и времен приема двух сигналов, содержащихся в реализации. Отношение сигнал/шум 0 дБ

Таким образом, выражения (3.1.5) и (3.1.6) являются основой решения статистических задач, возникающих в комплексах аппаратуры. Однако необходим дальнейший анализ возможных ограничений при решении статистических задач. Рассмотрим эти вопросы более подробно. В литературе практически отсутствует

анализ влияния сингулярности корреляционной матрицы $\hat{R}(\hat{\lambda})$ на получаемые решения. Следует обратить внимание на то, что каждое из решений (3.1.5) является поверхностью в многомерном пространстве оценочных неэнергетических параметров сигналов. Условием сингулярности корреляционной матрицы является равенство отдельных оценок параметров двух или более сигналов. При выполнении этого условия, на поверхности решений (3.6) создаются шумовые максимумы, которые в дальнейшем будем называть шумовыми сингулярными максимумами. Их уровень может существенно превышать уровень амплитуд сигналов. Следовательно, задача оценок амплитуд сигналов в области их не ортогональности решается на фоне сингулярных максимумов. Она может быть решена лишь на основе совместного использования преобразованной функции правдоподобия (3.1.6) и решений уравнений правдоподобия (3.1.5). Наличие сингулярных максимумов изменяет выражения для дисперсии параметров Рао-Крамера и определяет ограничения на решения статистических задач. Рассмотрим эти вопросы для случая двух сигналов, содержащихся в реализации и отличающихся временами приема. В этом случае N в выражении (3.1.6) равно 2, а решения уравнений правдоподобия имеют следующий вид.

$$\begin{aligned}\hat{U}_1(\hat{t}_1, \hat{t}_2) &= \frac{\frac{1}{T_{\text{ЭКВ}}} \int_t^{2T+t} \hat{y}(t) \hat{f}_1^*(\hat{t}_1, t) dt - \hat{R}(\hat{t}_1, \hat{t}_2) \frac{1}{T_{\text{ЭКВ}}} \int_t^{2T+t} \hat{y}(t) \hat{f}_2^*(\hat{t}_2, t) dt}{1 - |\hat{R}(\hat{t}_1, \hat{t}_2)|^2}, \\ \hat{U}_2(\hat{t}_1, \hat{t}_2) &= \frac{\frac{1}{T_{\text{ЭКВ}}} \int_t^{2T+t} \hat{y}(t) \hat{f}_2^*(\hat{t}_1, t) dt - \hat{R}^*(\hat{t}_1, \hat{t}_2) \frac{1}{T_{\text{ЭКВ}}} \int_t^{2T+t} \hat{y}(t) \hat{f}_1^*(\hat{t}_2, t) dt}{1 - |\hat{R}(\hat{t}_1, \hat{t}_2)|^2}.\end{aligned}\quad (3.1.7)$$

где $\hat{R}(\hat{t}_1, \hat{t}_2) = \frac{1}{T_{\text{ЭКВ}}} \int_{\hat{t}_1}^{\hat{t}_2+2T} f_2(\hat{t}_2, t) \hat{f}_1^*(\hat{t}_1, t) dt$ – коэффициент корреляции по времени приема двух ультразвуковых сигналов.

$T_{\text{ЭКВ}} = \int_0^{2T} |\hat{f}_1(\hat{t}_1, t)|^2 dt$ – эквивалентная длительность сигнала.

На рисунке 3.1.3 показана поверхность функциональной зависимости (3.1.7), иллюстрирующая наличие шумовых сингулярных максимумов. Они располагаются вдоль диагональной линии, на которой $\hat{t}_1 = \hat{t}_2$ и модуль коэффициента корреляции равен единице. Выведем выражения для дисперсии

амплитуды в области неортогональности сигналов. Для этого определим диагональные элементы информационной матрицы Фишера для амплитуд сигналов.

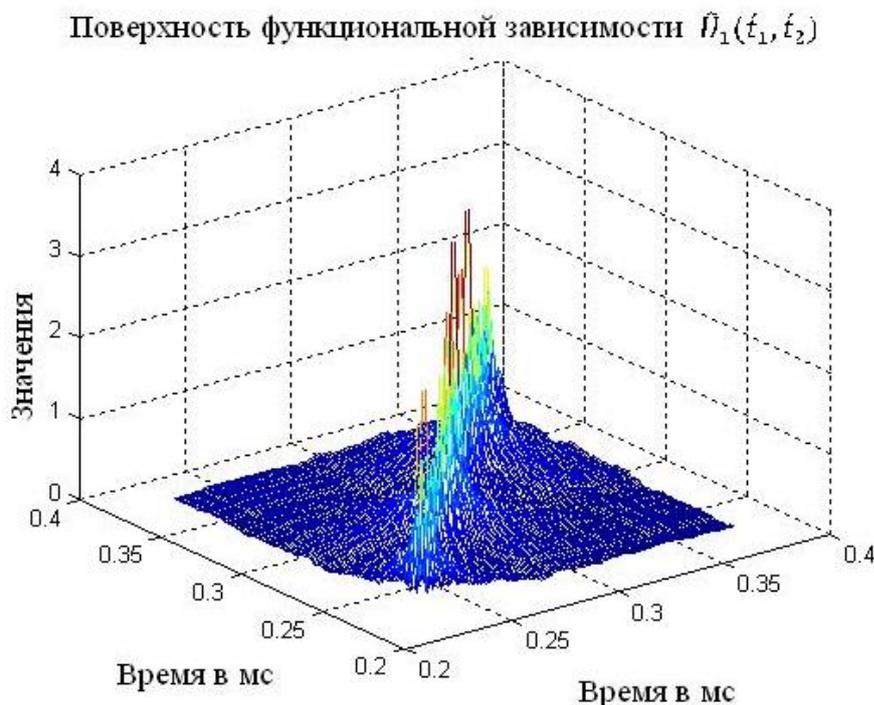


Рисунок 3.1.3 – Поверхность функциональной зависимости $\hat{U}_1(\hat{t}_1, \hat{t}_2)$ в пространстве оценок времен приема при отсутствии сигналов в принятой реализации

Согласно [3], они находятся с помощью двойного дифференцирования логарифма функции правдоподобия по неизвестным параметрам сигнала.

$$D_U = \frac{\sigma^2 \tau_k}{T_{\text{ЭКВ}}(1-|\hat{R}(\tau)|^2)} = \frac{\sigma^2}{N_{\text{ЭКВ}}(1-|\hat{R}(\tau)|^2)} \quad (3.1.8)$$

$N_{\text{ЭКВ}}$ – количество некоррелированных отсчетов шума на интервале $T_{\text{ЭКВ}}$.

Выражение для дисперсии Рао-Крамера определяет ее зависимость от модуля коэффициента корреляции (от разности времен приема сигналов $\tau = \hat{t}_2 - \hat{t}_1$).

Таким образом, для области неортогональности сигналов характерным является увеличение дисперсии амплитуд сигналов в зависимости от степени близости времен приема к области сингулярности корреляционной матрицы.

Определим дисперсию амплитуд при ортогональности сигналов выражением

$$D_{U0} = \frac{\sigma^2}{N_{\text{ЭКВ}}} \text{ и введем относительную дисперсию}$$

$$\frac{D_U}{D_{U0}} = \frac{1}{1-|\hat{R}(\tau)|^2} \quad (3.1.9)$$

Это выражение показывает, что при приближении к сингулярному максимуму дисперсии амплитуд и шума дополнительно увеличиваются согласно (3.1.9). Оно может быть положено в основу рабочей области разрешения сигналов. На рисунке 3.1.4 показан вид зависимости относительной дисперсии (3.1.9).

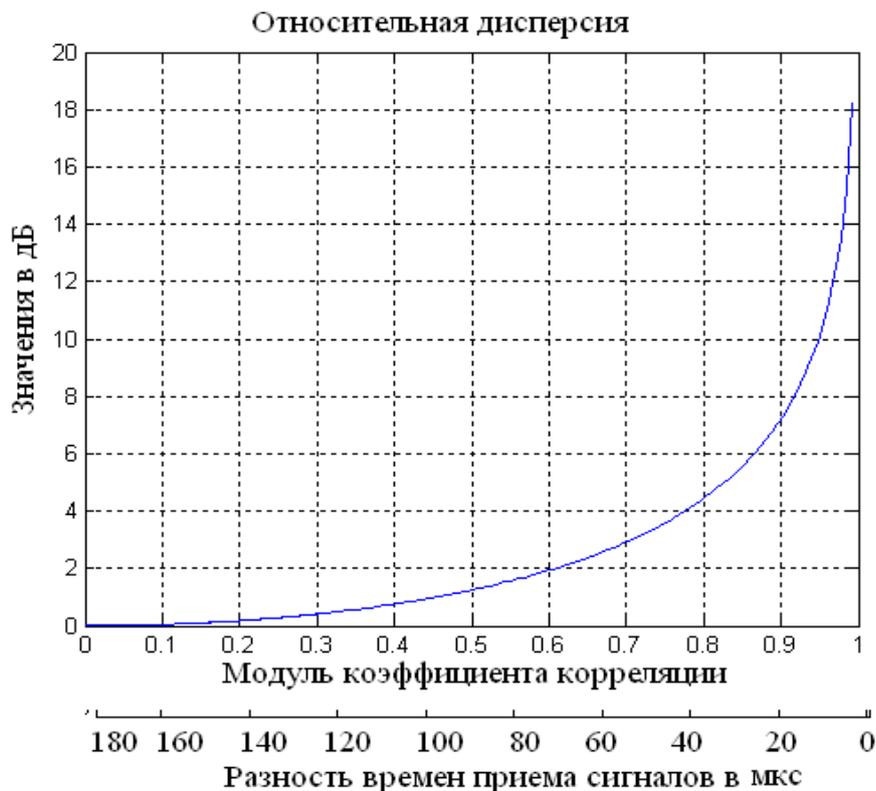


Рисунок 3.1.4 – Зависимость относительной дисперсии от модуля коэффициента корреляции

Рисунок иллюстрирует дополнительное увеличение дисперсии шума при приближении оценок времен приема к области сингулярности. Платой за высокое разрешение является необходимость увеличения отношения сигнал/шум согласно зависимости. Изменения коэффициента корреляции от нуля до значения 0.9 можно принять за рабочий диапазон, в котором возможно разрешение двух ультразвуковых сигналов. В конце рабочего диапазона, при значении

коэффициента корреляции 0.9, различие времен приема сигналов равно 20 мкс, что соответствует увеличению разрешения по сравнению с рэлеевским в более, чем 10 раз. Дополнительное увеличение отношения сигнал/шум в данной точке рабочего диапазона равно 7 дБ. Вне рабочего диапазона разрешение возможно, но требует более высокого отношения сигнал/шум.

Рассмотрим влияние шумовой составляющей на возможность разрешения сигналов. При отсутствии сигналов в реализации алгоритм программы создает структуру поверхности функциональных зависимостей (3.1.7) показанную на рисунке 3.1.3. Сингулярные максимумы шума увеличиваются по мере приближения к диагональной линии, на которой $t_1 = t_2$. В результате шумовая составляющая существенно возрастает по отношению к амплитудам сигналов в зависимости от дисперсии шума на выходе блока обработки. Это препятствует возможности решения задачи обнаружения сигналов. При этом дисперсия шума определяется зависимостью (3.1.8) при своих значениях модуля коэффициента корреляции.

$$D_{\text{ш}} = \frac{\sigma^2}{N_{\text{экв}}(1-|\hat{R}_{\text{ш}}(\tau)|^2)} \quad (3.1.10)$$

В связи с алгоритмом программы, выделяющим максимумы преобразованной функции правдоподобия, модули коэффициента корреляции $|\hat{R}_{\text{ш}}(\tau)|$ имеют близкие к единице значения, а разность времен приема τ соответственно мала.

Рассмотрим результаты модельных исследований оптимального приёма двух сигналов вблизи сингулярного максимума. Для расчётов принято следующее. Вероятность ложной тревоги $P_f = 0.001$, время приема первого сигнала равно 2 мс, время приема второго сигнала линейно меняется в пределах от 1.7 до 2.3 мс. Длительность сигнала составляет 0.688 мс. На рисунке 3.1.5 показаны оценки амплитуд первого и второго сигнала (точки), изменение порогового уровня (линия), значения шумовых решений при отсутствии сигналов в реализации (крестики). По горизонтали отложены значения разности времен приема. Точка, равная нулю, определяет положение диагональной линии. Оценки параметров первого сигнала располагаются справа от нулевого значения разности

времен приема. Оценки параметров второго сигнала располагаются слева от нулевого значения.

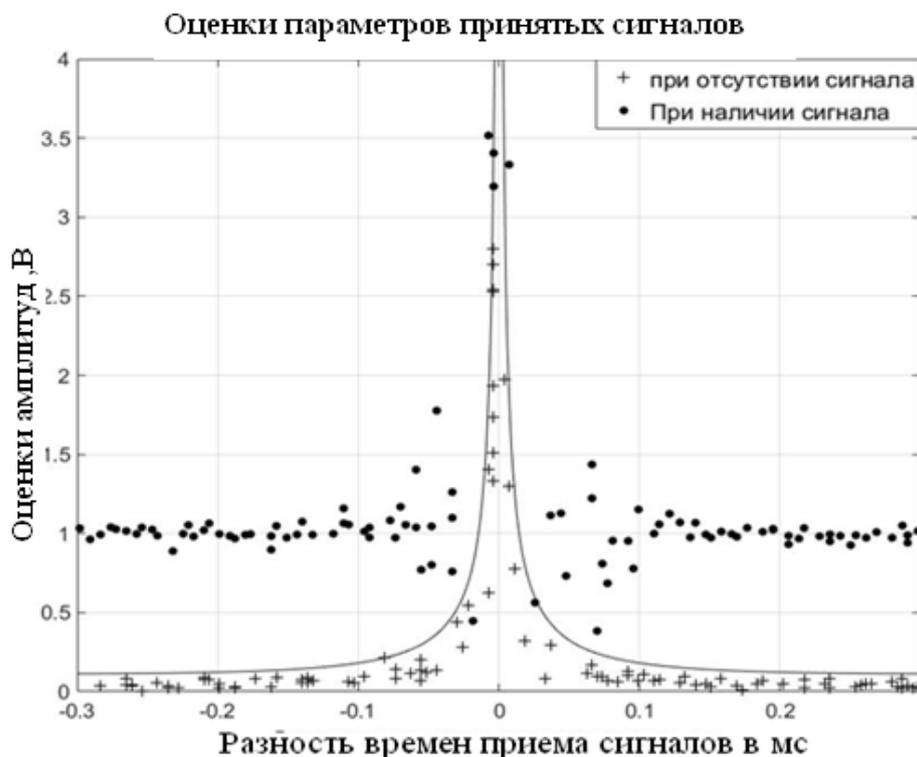


Рисунок 3.1.5 – Оценки параметров двух ультразвуковых сигналов и шума вблизи от сингулярного максимума. Отношение сигнал/шум 20 дБ. Линией показано изменение порогового уровня

При наличии в реализации двух ультразвуковых сигналов пороговый уровень определяется следующим выражением.

$$h = \sqrt{-D_u / (1 - |\hat{R}|^2 \log(P_f))} , \quad (3.1.11)$$

где P_f – вероятность ложной тревоги.

Как видно из рисунка, СКО амплитуд сигналов существенно увеличиваются при сближении времен приема согласно выражению (3.1.8). СКО шума также увеличивается и может превышать амплитуды сигналов. Пороговый уровень изменяется согласно (3.1.11) и, в принципе, разделяет оценки амплитуд сигналов и оценки шумовых значений. Практически рабочей областью является, при отношении сигнал/шум, равном 20 дБ, область изменения модуля разности

времен приема от точки, в которой смыкаются статистика амплитуд сигнала и статистика шума (0.08 мс) и более. Рисунок 3.1.5 иллюстрирует важное практическое ограничение при оценке разрешающей способности в области не ортогональности сигналов. Оно связано с тем, что необходимо рассматривать одновременно три статистики. Две статистики связаны с оценками времен приема двух сигналов. Третья статистика связана с шумом, с сингулярными шумовыми максимумами. Без учета третьей статистики оценка разрешения сигналов теряет практический смысл. Особенностью третьей статистики является то, что дисперсия амплитуд шума определяется областью сингулярных максимумов шума. Ее значения определяются выражением (3.1.8) однако коэффициент корреляции имеет другое значение. Он определяется шириной сингулярной области, которая оказывается меньше, чем различие времен приема сигналов.

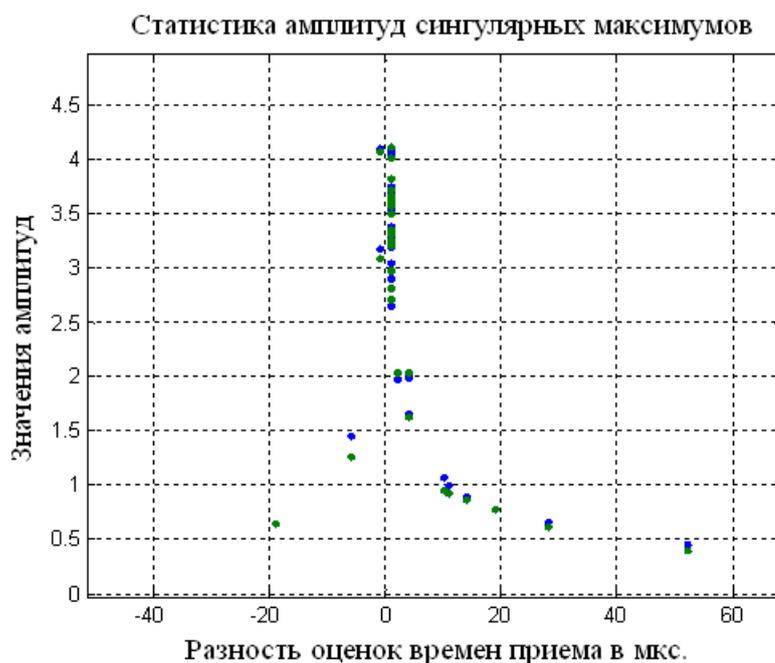


Рисунок 3.1.6 – Зависимость амплитуд шумовых сингулярных максимумов от разности времен приема

На рисунке 3.1.6 показана зависимость шумовых сингулярных максимумов от разности времен приема. Данная зависимость фактически иллюстрирует конфигурацию сингулярной области. Из рисунка ясно, что шумовые сингулярные максимумы располагаются при малых значениях разности приема τ , при которых

модуль коэффициента корреляции $|\hat{R}_{ш}(\tau)|$ близок к единице. На рисунке 3.1.7. показаны совместные статистики оценок амплитуд и времен приема двух сигналов (отмечены прямоугольником, а и б) и совместная статистика шумовых сингулярных максимумов и их времен приема при отсутствии сигналов в реализации.

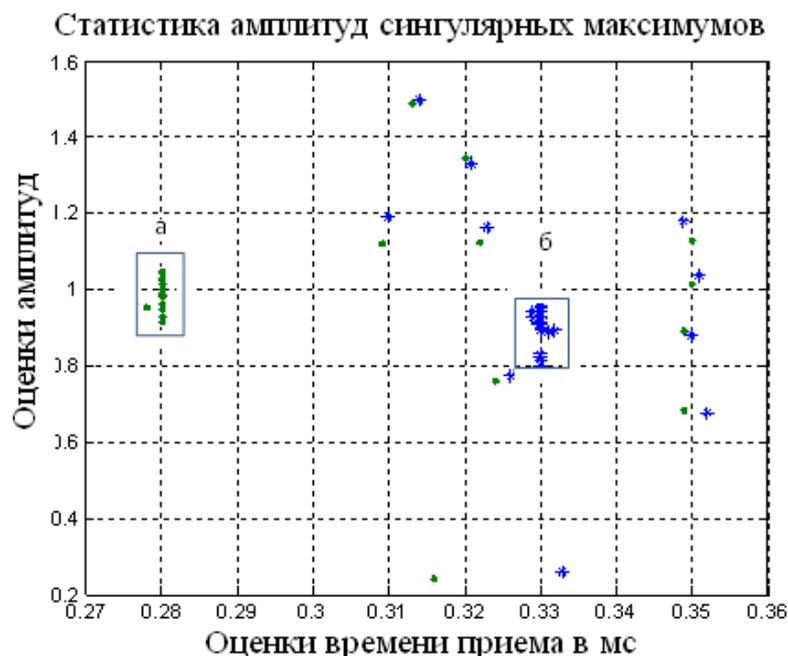
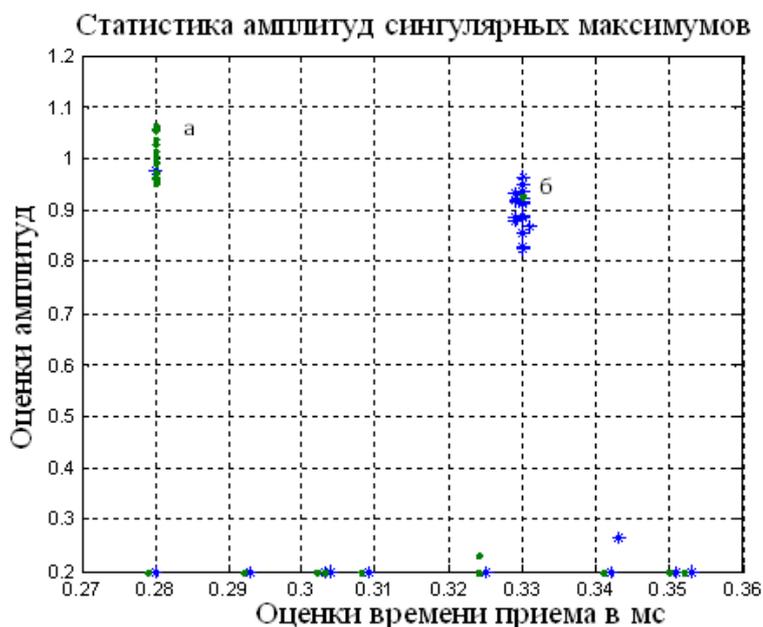


Рисунок 3.1.7 – Статистика оценок амплитуд сигналов, амплитуд шумовых сингулярных максимумов и статистика времен приема. Модельные значения времен приема сигналов равны 0.28 мс и 0.33 мс.

Согласно рисунку, значения амплитуд шумовых сингулярных максимумов превышают амплитуды сигналов, и решение в этих условиях задачи обнаружения сигналов оказывается невозможной. Характерной особенностью шумовых сингулярных максимумов является их попарные малые разности времен приема (близкие к единице модули коэффициентов корреляции). Эта особенность может быть использована для исключения шумовых сингулярных максимумов из рассмотрения. Для этого предлагается ограничить разрешение алгоритма программы сверху, ввести условие, если разность времен приема в алгоритме τ меньше, например, 5 мкс, то это решение относится к шумовому сингулярному

максимуму и может быть исключено из рассмотрения. На рисунке 3.1.8. показана совместная статистика оценок амплитуд и времен приема двух сигналов (а, б) и совместная статистика шумовых сингулярных максимумов после операции ограничения разрешения сверху интервалом 5 мкс. Амплитуда шумовых сингулярных максимумов, не удовлетворяющих введенному условию, приравнена значению 0.2. Как видно из рисунка, задача обнаружения двух сигналов с введенным ограничением вполне решается при различии времен приема сигналов на 40 мкс, что превышает Рэлеевское разрешение в 10 раз.



§ 3.2. Решение задачи раздельного обнаружения двух ультразвуковых сигналов

Задача обнаружения сигнала с неизвестными параметрами существенно отличается от подобной задачи при известных параметрах. Если неизвестны параметры сигнала, его энергия и энергия шума, тогда требуется проведение процедуры оптимизации для достижения минимума функции потерь. Процедура минимизации проводится методом перебора оцениваемых параметров сигнала и нахождения максимума функции правдоподобия (максимума функционала отношения правдоподобия, минимума функционала правдоподобия), положение которого в пространстве параметров определяет оптимальные их оценки. Энергия сигнала может быть оценена по максимуму функционала отношения правдоподобия, а энергия шума по минимуму функционала правдоподобия. Оценка амплитуд сигналов производится на основе решения уравнений правдоподобия. Эти оценки имеют соответствующую статистику, следовательно, и вероятность приема сигнала будет иметь определенную статистику. Если время приема сигнала неизвестно, тогда необходима скользящая обработка принятой реализации для оценки времени приема.

Рассмотрим возможность решения задачи раздельного обнаружения сигналов в области их не ортогональности. В этом случае основным ограничением является наличие шумовых сингулярных максимумов, которые концентрируются вблизи диагональной линии, при равенстве оценок времен приема $t_1 = t_2$ двух сигналов. Чем ближе оценки времен приема к диагональной линии, тем больше значение шумовых сингулярных максимумов. Запишем принятую реализацию в виде

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_1 \hat{f}_1(t_1, t) + \hat{U}_2 \hat{f}_2(t_2, t) + \hat{U}_{\text{ш}}(t), \quad 3.2.1.$$

где $\hat{U}_{\text{ш}}(t)$ - аддитивный шум со средним значением квадратурных компонент, равным нулю, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции шума τ_k ,

\hat{U}_1, \hat{U}_2 – комплексная амплитуда ультразвукового сигнала,

$\hat{f}_1(t_1, t), \hat{f}_2(t_1, t)$ – аналитические формы ультразвуковых сигналов.

В качестве функций $\hat{f}_1(t_1, t)$, $\hat{f}_2(t_1, t)$ в данном параграфе используются цифровые сигналы, форма которых показана на рисунке 3.2.1.

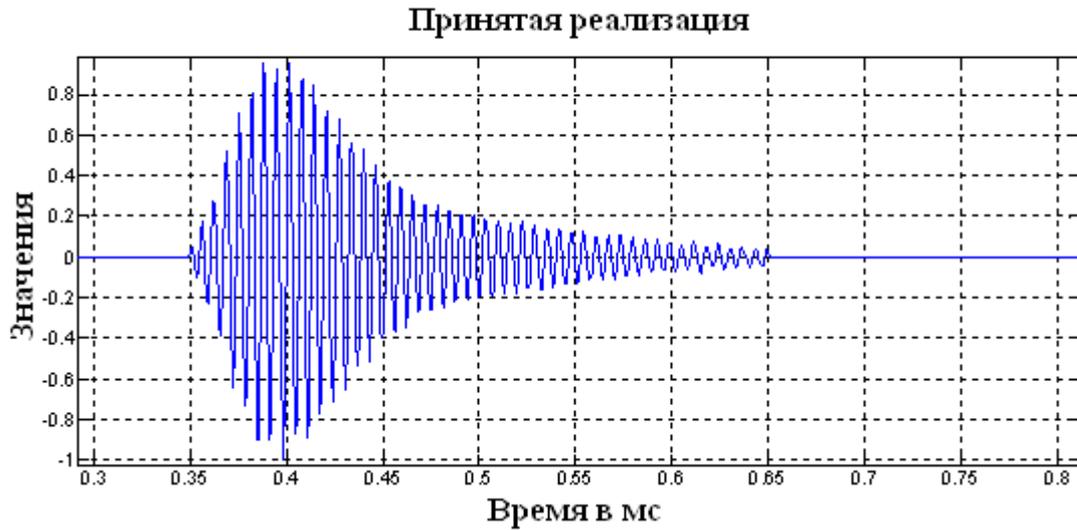


Рисунок 3.2.1 – Вид цифрового (эталонного) сигнала для метода максимального правдоподобия

На основании (3.2.1) запишем преобразованный функционал правдоподобия в виде (параграф 2.1)

$$\Delta 1(t_1, t_2) = \exp \left(- \left(\int_t^{t+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1(t_1, t_2) \exp(i\omega(t - t_1)) - \hat{U}_2(t_1, t_2) \exp(i\omega(t - t_2))|^2 dt \right) \right) \quad (2.1.10)$$

Максимизация преобразованного функционала отношений правдоподобия $\Delta 1(\hat{\lambda})$, введенного в §2.1, позволяет оценить времена приема сигналов. Подстановка полученных оценок в решения уравнений правдоподобия $\hat{U}(\hat{\lambda})$ дает возможность оценить комплексные амплитуды сигналов.

$$\begin{aligned} \hat{U}_1(t_1, t_2) &= \frac{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t-t_1)) dt - \frac{\hat{R}(t_1, t_2)}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t-t_2)) dt}{1 - |\hat{R}(t_1, t_2)|^2} \\ \hat{U}_2(t_1, t_2) &= \frac{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t-t_2)) dt - \frac{\hat{R}^*(t_1, t_2)}{T} \int_t^{t+T} \hat{y}(t) \exp(-i\omega(t-t_1)) dt}{1 - |\hat{R}(t_1, t_2)|^2} \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

Решения представляют собой функциональные зависимости и являются поверхностями в пространстве переменных t_1, t_2 . Статистика оценок амплитуд

сигналов при наличии сигналов в реализации и при их отсутствии в реализации является основой для решения задачи обнаружения совокупности сигналов в реализации. В области не ортогональности сигналов сингулярные максимумы шума существенно затрудняют решение задачи обнаружения и задачи оценки амплитуд сигналов. Проведем анализ возможности решения задачи обнаружения двух сигналов, содержащихся в реализации, на основе статистик.

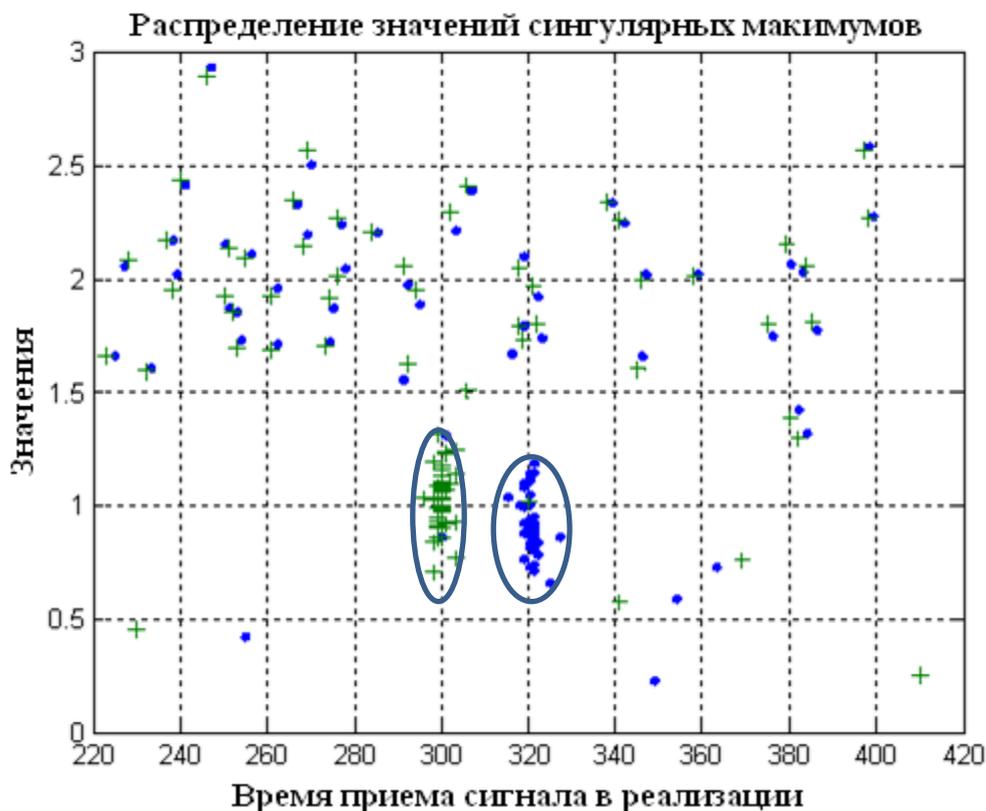


Рисунок 3.2.2 – Статистика оценок амплитуд и времен приема двух сигналов статистика шума при отсутствии сигналов в реализации. Отношение сигнал/шум равно 0 дБ, разность времен приема 20 мкс

На рисунке 3.2.2 показаны статистики трех объектов на плоскости амплитуда, время приема. Эллипсами отмечены статистики амплитуд и времен приема двух сигналов. Остальные точки представляют собой значения шумовых сингулярных максимумов, полученных при условии отсутствия сигналов в реализациях. Как видно из рисунка, значения шумовых сингулярных максимумов превышают в среднем амплитуды сигналов. Следовательно, вероятность ложной тревоги

оказывается высокой. Распределение значений шумовых максимумов по времени приема близко к равномерному распределению. Значения шумовых максимумов распределены по закону, близкому нормальному распределению со средним значением. Оно отличается от закона Райса в связи с отсутствием сигналов в реализации. Оно отличается и от закона Рэлея. Характерной особенностью шумовых сингулярных максимумов является малое различие времен приема между парой значений (точка и крестик) в реализации. Это означает, что соответствующий максимум располагается вблизи от диагональной линии. На рисунке 3.2.2 показано распределение шумовых сингулярных максимумов в зависимости от разности времен приема.

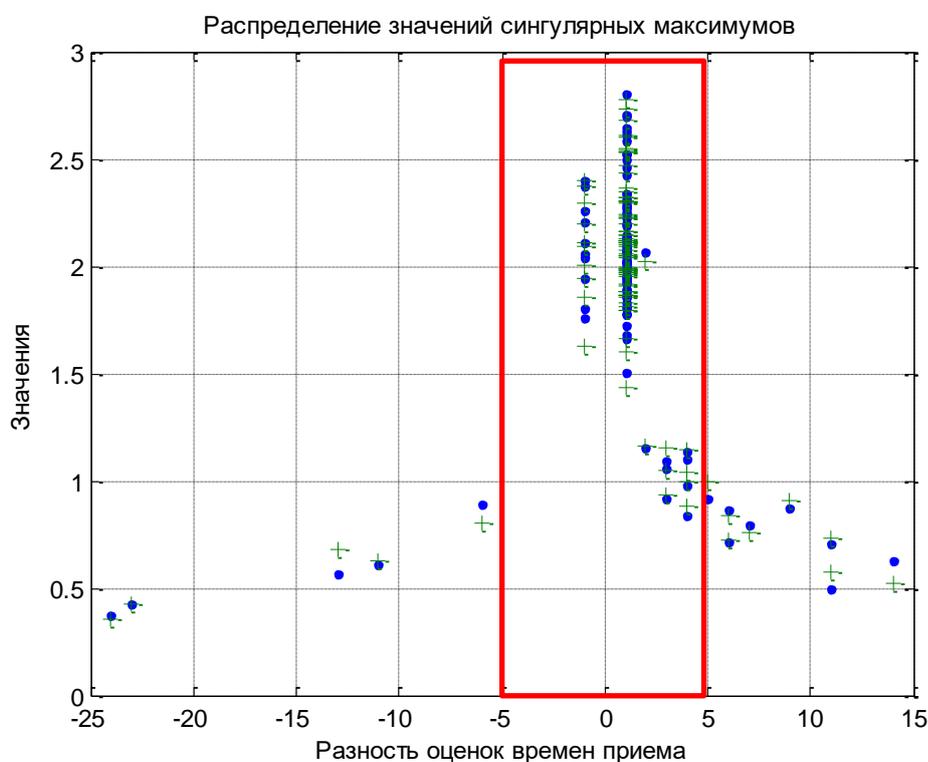


Рисунок 3.2.3 – Распределение значений шумовых сингулярных максимумов в зависимости от разности оценок времен приема сигналов.

Отношение сигнал/шум равно 0 дБ. Разность времен приема в модели равна 20 мкс

Из рисунка 3.2.3 ясно, что максимальные значения шума концентрируются вблизи нуля, когда разность оценок времен приема шума незначительная. Если

ограничить область оценок разности времен приема значением ± 5 мкс, тогда основная часть оценок шума будет находиться в этом интервале (отмечено прямоугольником). Алгоритмически эти оценки шума можно приравнять нулю. Это эквивалентно ограничению разрешения сигналов значением ± 5 мкс. В результате шумовые максимумы, при отсутствии сигналов в реализации, будут существенно подавлены. На рисунке 3.2.4 показана статистика амплитуд и времен приема при реализации указанного ограничения. Как видно из рисунка, основное количество шумовых сингулярных максимумов оказывается расположенными в пределах разности времен приема ± 5 мкс.

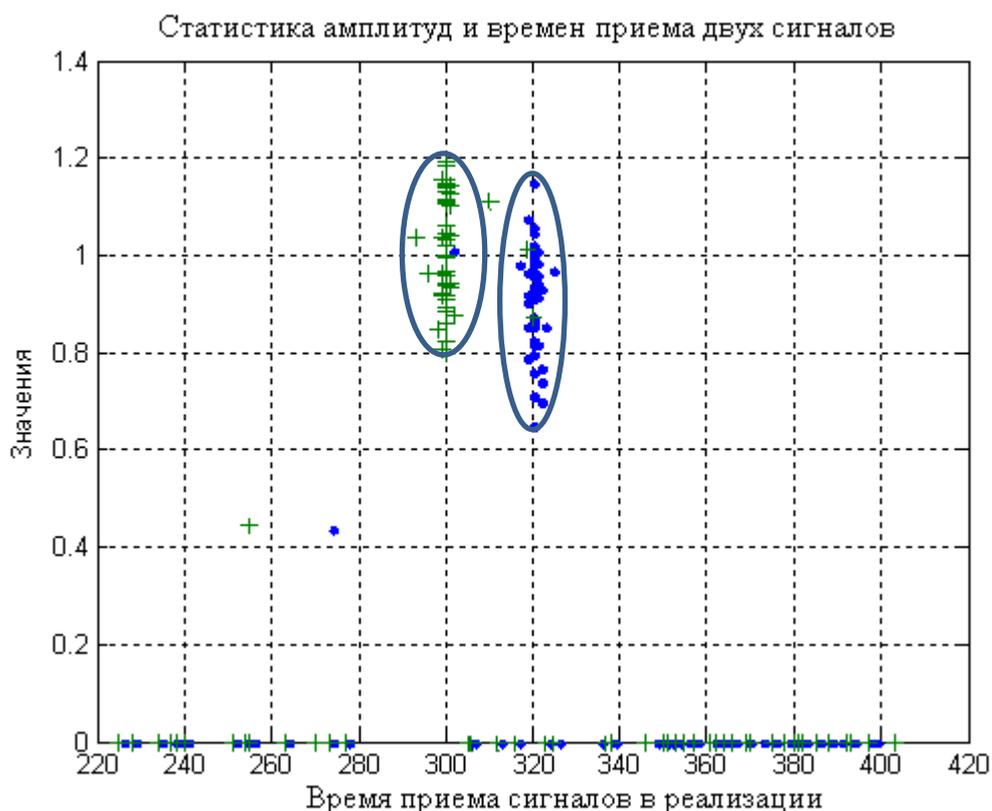


Рисунок 3.2.4 – Статистика оценок амплитуд и времен приема двух сигналов при ограниченной значениями ± 5 мкс разности времен приема.

Отношение сигнал/шум равно 0 дБ. Разность времен приема сигналов в модели равна 20 мкс

Они исключаются алгоритмически из рассмотрения. На основании вышеизложенного можно сделать вывод: область не ортогональности сигналов является ограниченной по времени приема уровнем шумовых сингулярных

максимумов. При отношении сигнал/шум 0 дБ на входе блока обработки сигналов из области решений вырезается полоска разности времен приема, равная ± 5 мкс. Разрешение сигналов при этом оказывается ограниченным. Из рисунка 3.2.4 следует, что задача разрешения сигналов в области неортогональности решается статистически в разрезе функционала отношений правдоподобия по временам приема с учетом вышеприведенного ограничения по разности времен приема.

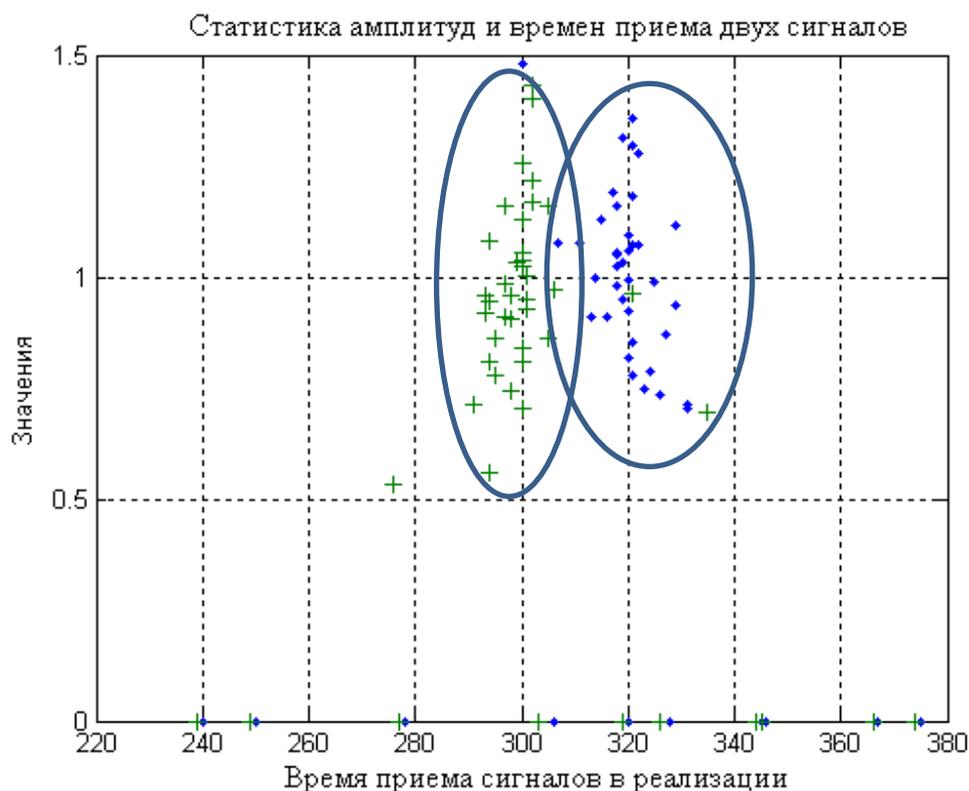


Рисунок 3.2.5 – Статистика оценок амплитуд и времен приема двух сигналов при ограничении разности времен приема ± 10 мкс Отношение сигнал/шум -5 дБ

На рисунке 3.2.5 показана статистика оценок амплитуд и времен приема с ограничением на разность времен приема ± 10 мкс и отношении сигнал/шум -5 дБ. При таком низком отношении сигнал/шум, эллипсы на рисунке, определяющие СКО оценок, перекрываются. Степень перекрытия позволяет оценить ошибки типа «пропуск цели» и «ложная тревога». Шумовые сингулярные максимумы практически исключены из рассмотрения. На рисунке 3.2.6

представлены четыре возможности при решении задачи раздельного обнаружения двух сигналов. Первые 20 реализаций содержат два сигнала с амплитудами 1 и 0.9 и временами приема 300 мкс и 320 мкс. В этом случае алгоритм определяет два решения для амплитуд сигналов. Реализации от 20 до 40 не содержат сигналов. Алгоритм в этом случае не дает решения. Реализации от 40 до 60 содержат второй сигнал с амплитудой 0.9. Алгоритм определяет одно решение со средним значением амплитуды 0.9. В качестве второго решения алгоритм определяет шумовой максимум на уровне 0.2. Реализации от 60 до 80 содержат первый сигнал с амплитудой 1. Алгоритм определяет одно решение со средним значением амплитуды 1.

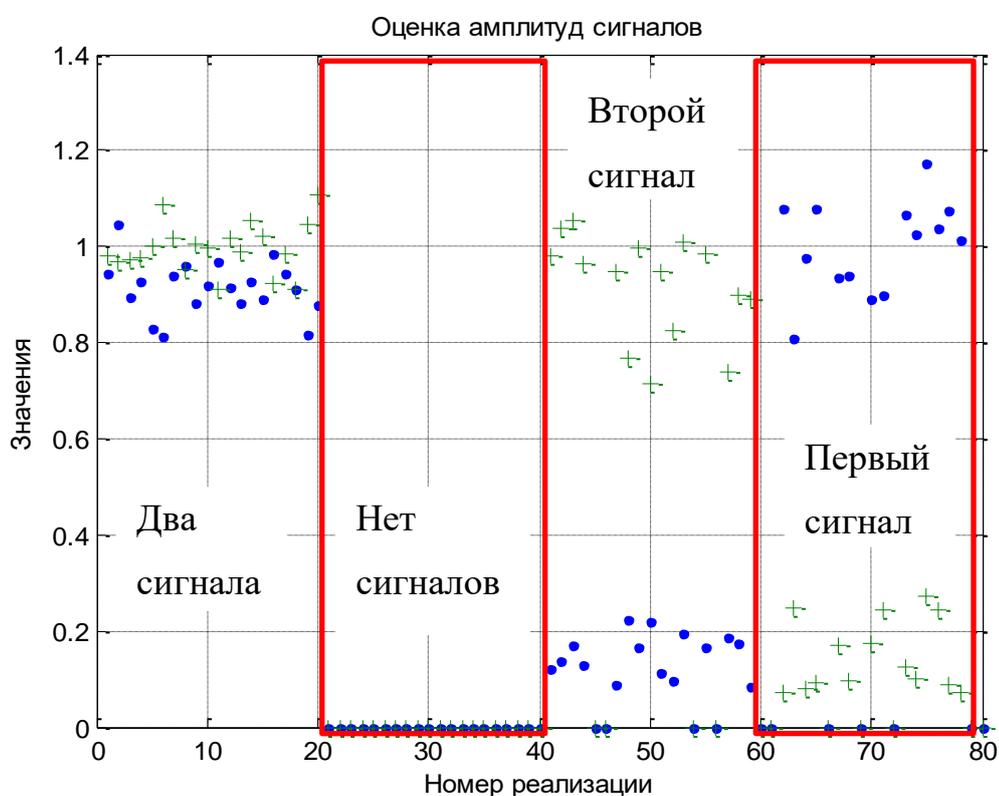


Рисунок 3.2.6 – Статистика оценок амплитуд двух сигналов при ограничении разности времен приема ± 5 мкс Отношение сигнал/шум 5 дБ

В качестве второго решения алгоритм определяет шумовой максимум на уровне 0.2. Таким образом, задача Ширмана Я.Д о полном решении задачи обнаружения-разрешения оказывается решенной [68]. На рисунке 3.2.7 представлены

аналогичные четыре возможности при решении задачи отдельного обнаружения двух сигналов при отношении сигнал/шум 0 дБ. При наличии пороговых уровней и принятой реализации вполне возможно перевести шкалу амплитуд в шкалу вероятностей обнаружения. Вероятность обнаружения одиночного сигнала в реализации определяется функцией ошибок, аргумент которой содержит амплитуду сигнала [3].

$$P_{\text{обн}} = \Phi\left(\frac{U}{2\sigma}\sqrt{N/2}\right) \quad (3.2.2)$$

Следовательно, вертикальную шкалу амплитуд можно пересчитать по приведенному выражению в шкалу вероятностей обнаружения.

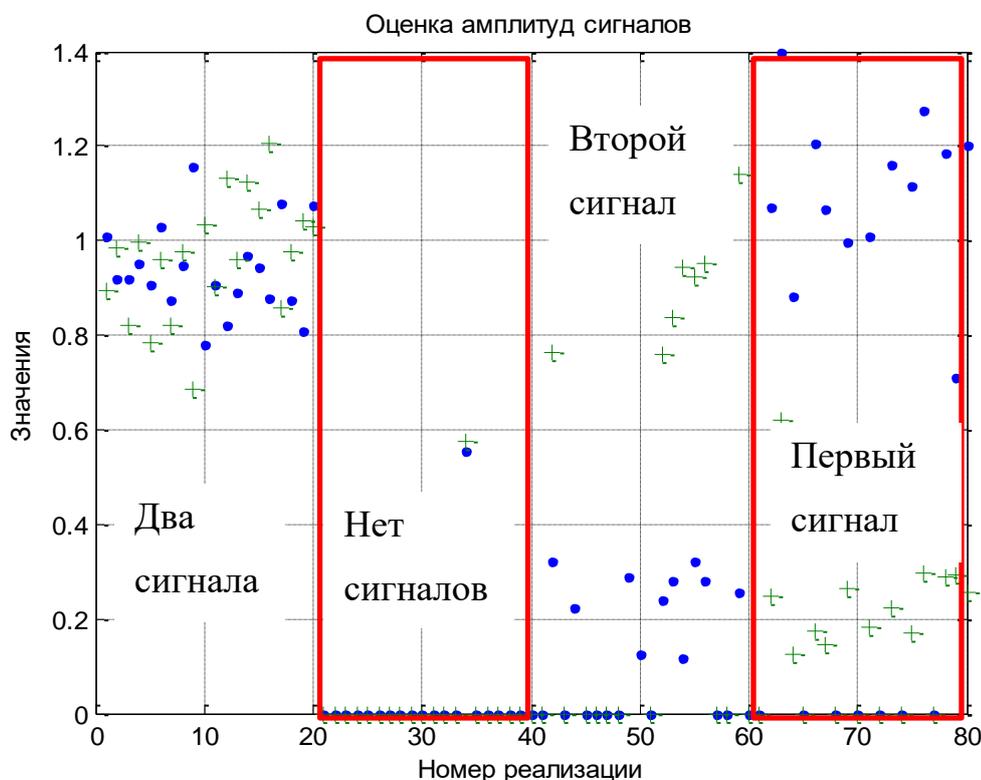


Рисунок 3.2.7 – Статистика оценок амплитуд двух сигналов при ограничении разности времен приема ± 5 мкс. Отношение сигнал/шум 0 дБ.

Времена приема сигналов: 300 мкс и 320 мкс

Такой пересчет при заданном значении порога h , можно реализовать и на основании выражения

$$P_{\text{обн}}(U) = \int_h^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_q} \exp\left(-\frac{(q-U)^2}{2\sigma_q^2}\right) dq, \quad (3.2.3)$$

где $q = \frac{1}{T} \int_0^T (\hat{y}(t) f^*(\bar{\lambda}, t)) dt$ – выходная функция оптимального приемника,
 $\sigma_q = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$.

На рисунке 3.2.8 показана статистика времен приема при различных условиях. В реализациях 1-20 содержатся два сигнала с временами приема 300 мкс и 320 мкс. В реализациях 21-40 сигналов нет. Однако алгоритм программы оценивает времена приема шумовых сингулярных максимумов. В реализациях 41-60 содержится второй сигнал с модельным значением времени приема 320 мкс. Алгоритм программы определяет оценку времени приема этого сигнала, а в качестве второго решения определяет время приема шумового сингулярного максимума. В реализациях 61-80 присутствует первый сигнал с временем приема 300 мкс. Алгоритм программы определяет оценку времени приема этого сигнала, а в качестве второго решения определяет время приема шумового сингулярного максимума.

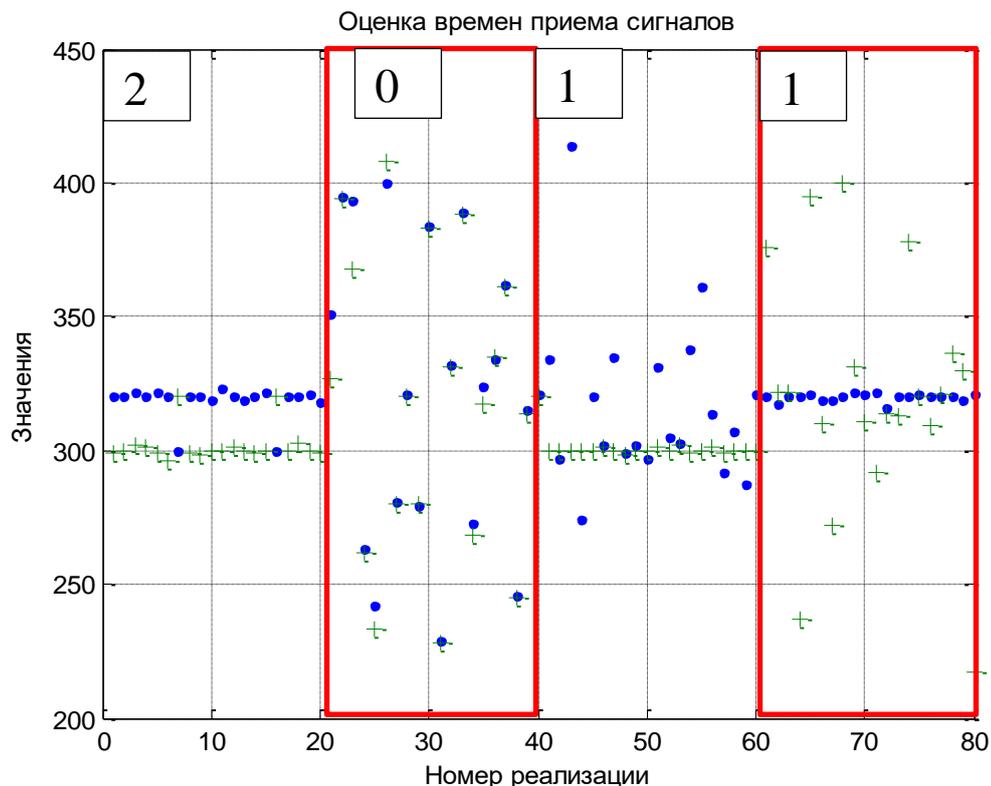


Рисунок 3.2.8 – Статистика времен приема без учета порогового уровня в зависимости от номера реализации. Отношение сигнал/шум 0 дБ, времена приема 300 мкс и 320 мкс, ограничение на разрешение ± 5 мкс

Наличие шумовых максимумов не позволяет решить задачу оценки времени приема двух сигналов. На основании рисунка 3.2.7 установим пороговый уровень, равный 0.5. Учтем этот пороговый уровень при решении задачи оценки времен приема. Результат учета порогового уровня показан на рисунке 3.2.9. Как следует из рисунка, учет порогового уровня позволяет исключить шумовые сингулярные максимумы и оценить вероятности обнаружения сигналов при оценке времен приема.

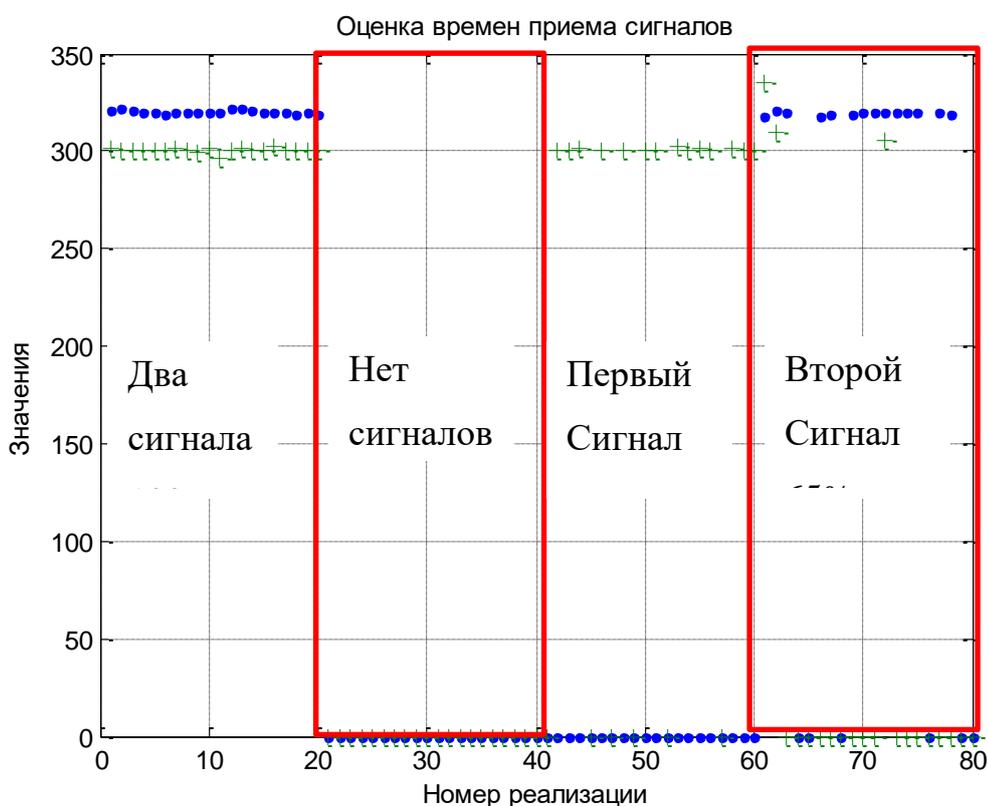


Рисунок 3.2.9 – Оценка времен приема сигналов в области неортогональности с учетом порогового уровня. Отношение сигнал/шум 0 дБ, времена приема 300 мкс и 320 мкс, ограничение на разрешение 10 мкс

На рисунке 3.2.10 показаны оценки амплитуд сигналов для четырех случаев с учетом порогового уровня. Пороговый уровень позволяет исключить шумовые сингулярные максимумы и оценить по количеству точек вероятность обнаружения сигналов.

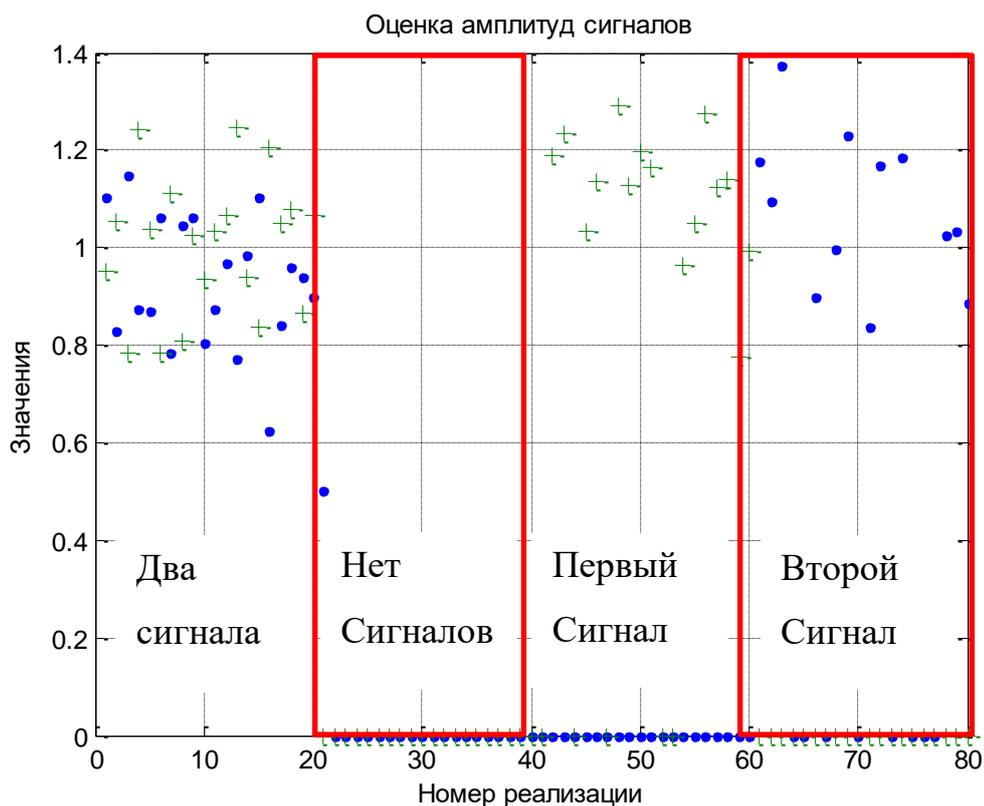


Рисунок 3.2.10 – Оценка амплитуд сигналов в области неортогональности с учетом порогового уровня. Отношение сигнал/шум 0 дБ, времена приема 300 мкс и 320 мкс, ограничение на разрешение 10 мкс

Таким образом, алгоритм программы позволяет полностью решить задачу Я. Д. Ширмана [68]. Алгоритм различает четыре альтернативных возможности: два сигнала содержатся в реализации, нет сигналов в реализации, первый сигнал содержится в реализации, второй сигнал содержится в реализации. Алгоритм при ограничении разности времен приема ± 5 мкс позволяет практически полностью исключить шумовые сингулярные максимумы. Алгоритм программы при учете порогового уровня снижает ошибки типа «ложной тревоги».

§ 3.3. Метод обнаружения сигналов на основе статистики значений функционала отношения правдоподобия

В предыдущем параграфе представлены результаты модельных исследований, связанных с решением задачи раздельного обнаружения двух сигналов. Основой решения являются раздельные статистики оценок амплитуд сигналов и статистика шума. Статистика шума содержит шумовые сингулярные максимумы. Это требует ограничения предела разрешения для подавления шумовых сингулярных максимумов. В настоящем параграфе рассмотрена возможность решения задачи обнаружения на основе статистики функционала отношений правдоподобия и статистики шума, получаемого при равенстве амплитуд сигналов нулю. Статистика функционала правдоподобия не содержит шумовых сингулярных максимумов. В связи с этим решение задачи оказывается более эффективным. Математическое ожидание от функционала отношений правдоподобия определяет совокупную энергию сигналов, содержащихся в принятой реализации. При отсутствии сигналов в реализации математическое ожидание от функционала отношений правдоподобия определяет совокупную энергию двух шумовых максимумов. При наличии в реализации одного сигнала, математическое ожидание от функционала отношений правдоподобия определяет оценку энергии одного сигнала и, в качестве второго решения, энергию шумового максимума. Рассмотрим случай, когда в принятой реализации содержится два сигнала (3.2.1). Форма каждого сигнала представлена на рисунке 3.2.1 предыдущего параграфа. Преобразованный (подстановка Хелстрема) функционал отношений правдоподобия имеет вид

$$\Delta 1(t_1, t_2) = \exp \left(- \left(\int_t^{t+T} |\hat{y}(t) - \hat{U}_1(t_1, t_2) \exp(i\omega(t - t_1)) - \hat{U}_2(t_1, t_2) \exp(i\omega(t - t_2))|^2 dt \right) \right) \quad (2.1.10)$$

Максимизация преобразованного функционала отношений правдоподобия $\Delta 1(\vec{\lambda})$, введенного в 2.1, позволяет оценить времена приема сигналов.

Поверхность преобразованного функционала отношений правдоподобия показана на рисунке 3.3.1.

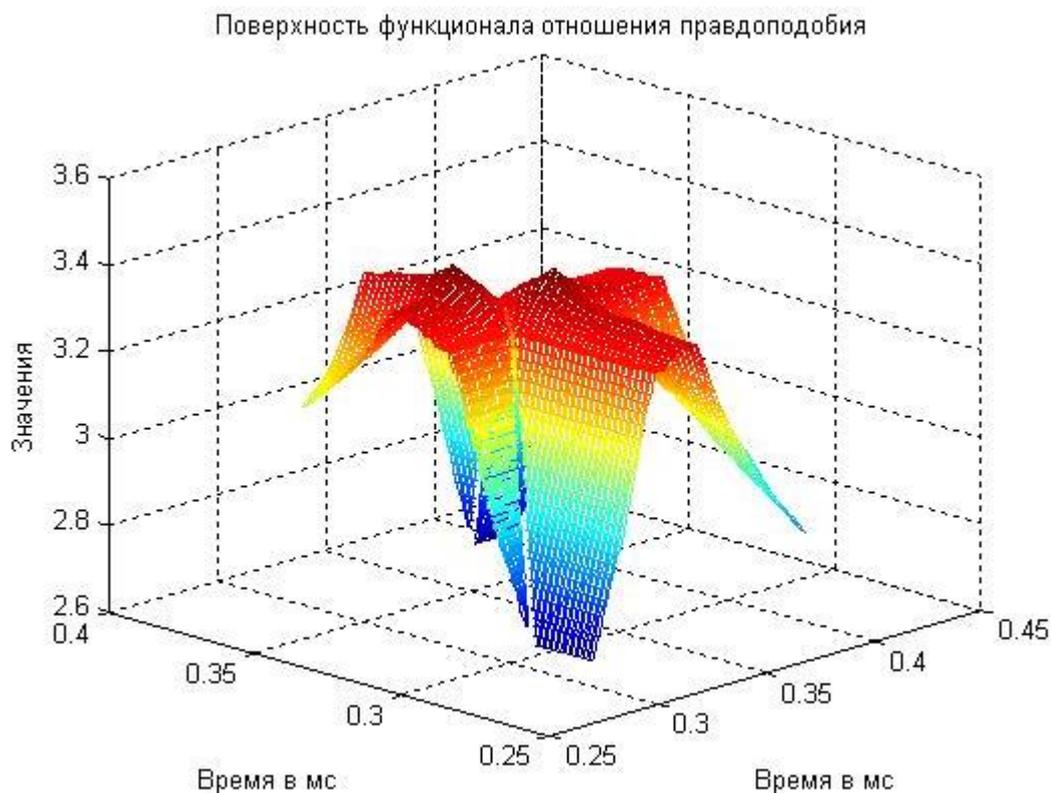


Рисунок 3.3.1 – Поверхность функционала отношений правдоподобия в пространстве времен приема сигналов

Отмечается наличие двух максимумов, основного и зеркального. Времена приема равны 300 мкс и 310 мкс, при длительности 300 мкс. Отношение сигнал/шум равно 10 дБ. Амплитуды сигналов равны 1 и 0.9. За счет разности фаз совместная энергия сигналов, определяющая максимум функционала, может меняться. При этих условиях максимумы шумовой поверхности функционала при отсутствии сигналов, имеют значения ≈ 0.0037 (Рисунок 3.2.2). Они существенно меньше значения максимума и определяют шум на выходе блока обработки. Следовательно, задача обнаружения сигналов может быть решенной.

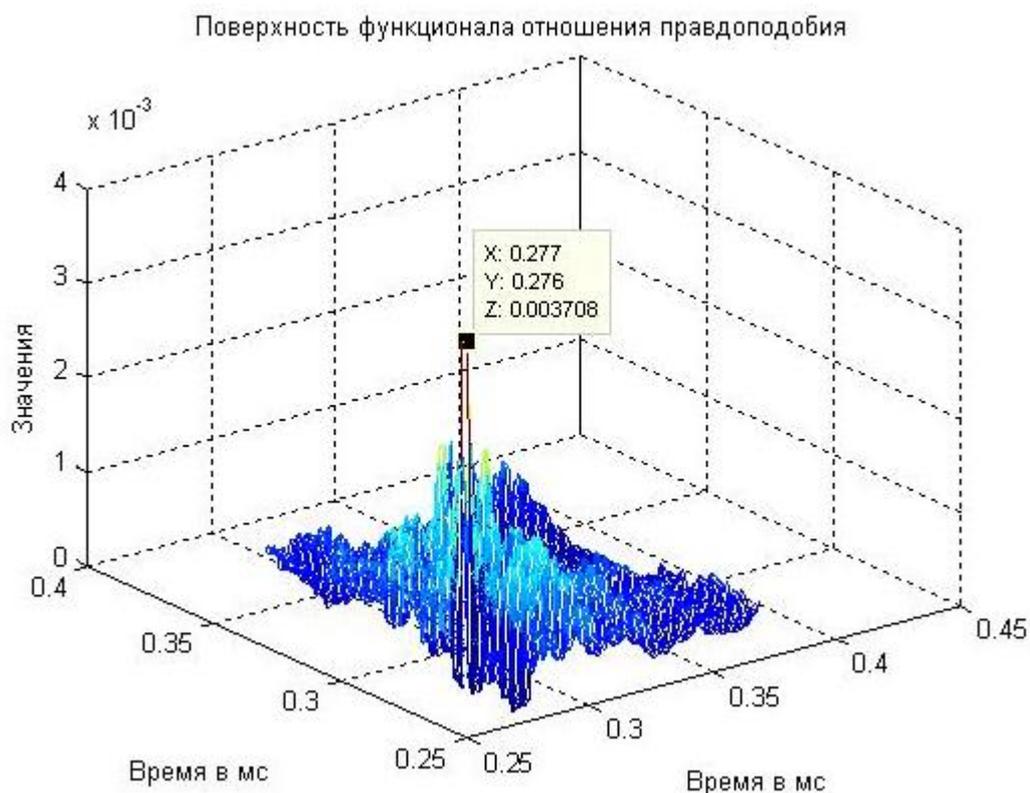


Рисунок 3.3.2 – Поверхность шумовых максимумов функционала отношений правдоподобия при отношении сигнал/шум 10 дБ

На рисунке 3.3.3 представлена статистика значений функционала отношений правдоподобия (точки), статистика максимумов обратных функционалов правдоподобия (крестики) и статистика шума при отсутствии сигналов в реализации (точки внизу, начиная с 21 –го номера реализации). Как видно из рисунка, максимум обратного функционала правдоподобия не может быть основой решения задачи обнаружения сигналов. При наличии сигналов в реализации (крестики, номера реализаций с 1-го до 20) и при отсутствии сигналов в реализации (номера реализаций с 21 –го по 30) в среднем одинаковы. Каких-либо различий нет. Однако для значений максимумов функционалов отношений правдоподобия (точки) различия существенные. При отсутствии сигналов в реализациях (номера реализаций с 21-го до 30) значения шума близки нулевому значению.

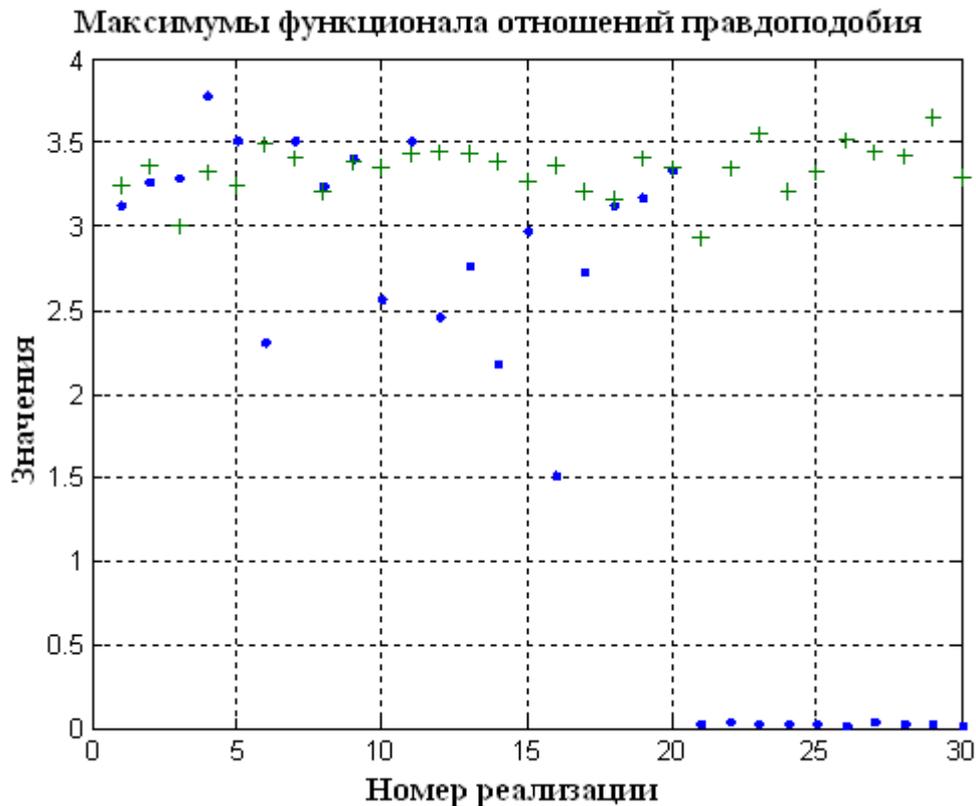


Рисунок 3.3.3 – Статистика максимумов функционала отношений правдоподобия (точки, номера 1÷20), максимумов обратного функционала правдоподобия (крестики) и статистика шума в отсутствии сигналов в реализации (точки, номера 21÷30). Отношение сигнал/шум 0 дБ

Приведем результаты модельных расчетов для отношения сигнал/шум -10 дБ и -15 дБ (рисунок 3.3.4). Из рисунка следует, что даже при отношении сигнал/шум -15 дБ можно установить пороговое значение $h = 2$ (пунктирная линия). Вероятность ложной тревоги близка нулевому значению, а вероятность обнаружения близка 100%. Отношение сигнал/шум -15 дБ находится за гранью рабочей области по параметру отношение сигнал/шум, однако обнаружить два сигнала в области их неортогональности вполне возможно. На рисунке 3.3.5 представлены гистограммы значений функционалов отношений правдоподобия при наличии сигналов в реализации и при их отсутствии. Если сигналы присутствуют в реализации, тогда плотность распределения для них близка к

райсовскому распределению. Если сигналов нет в реализации, присутствует только шум, тогда распределение близко рэлеевскому распределению.

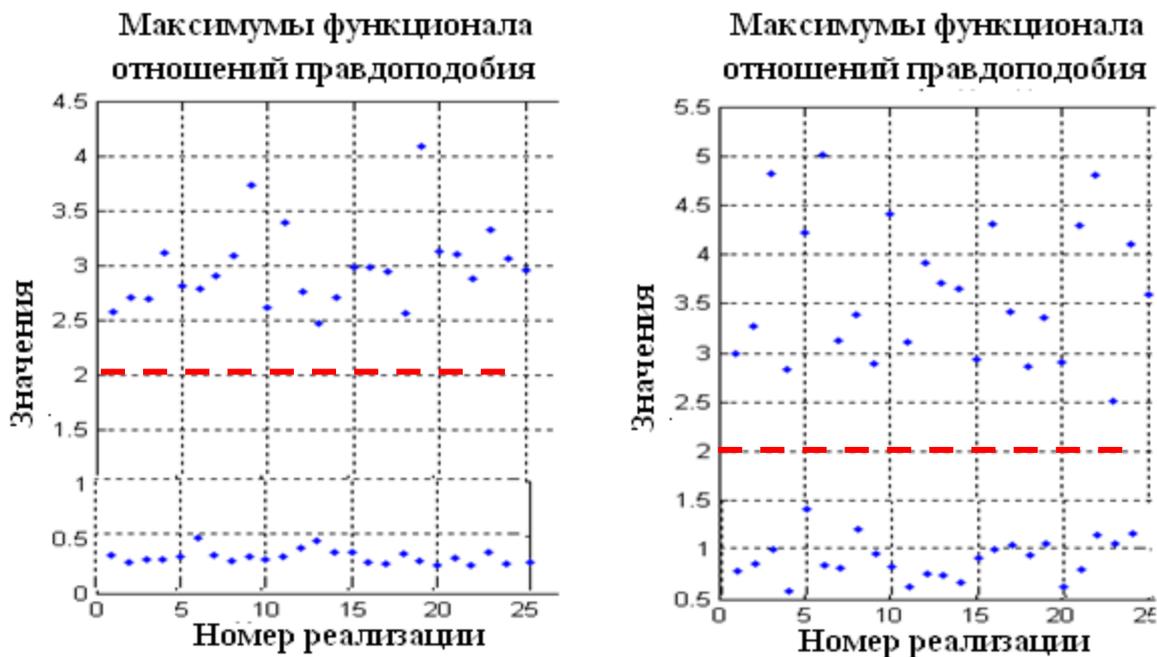


Рисунок 3.3.4 – Статистика максимумов функции отношения правдоподобия при наличии сигналов в реализации и при их отсутствии (шумовые максимумы).

Отношение сигнал/шум слева -10 дБ, справа -15 дБ



Рисунок 3.3.5 – Гистограммы максимумов функционалов отношений правдоподобия при наличии сигналов в реализации и при их отсутствии

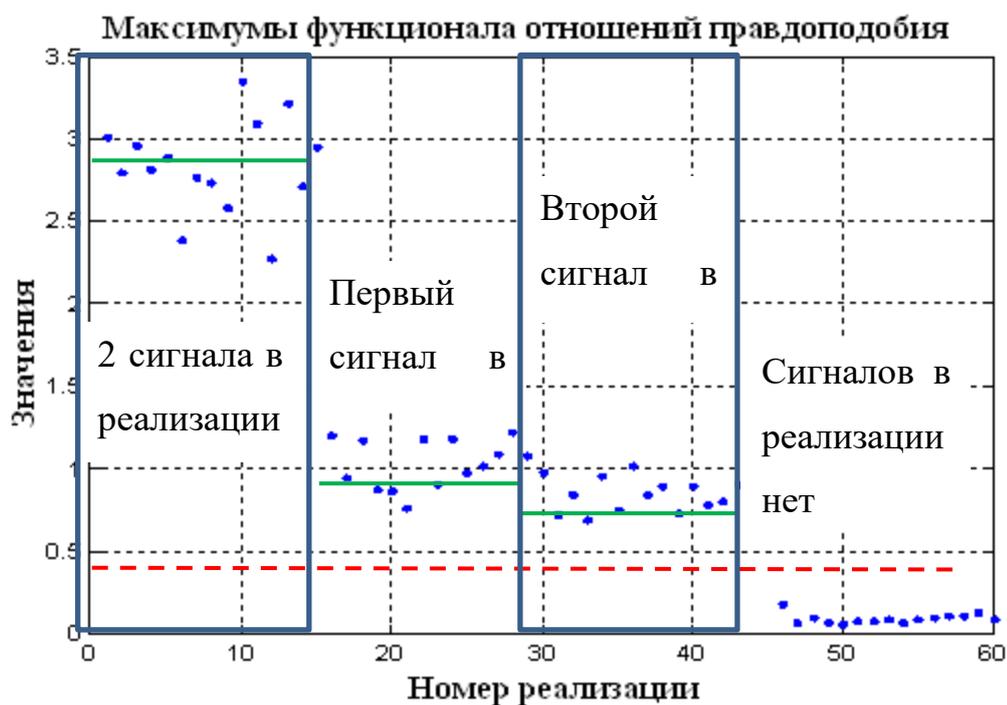


Рисунок 3.3.6 – Статистика максимумов функционала отношений правдоподобия в 4-х случаях: 2 сигнала в реализации (1-15-я реализации), 1-й сигнал в реализации (16-30-я реализации), 2-й сигнал в реализации (31-45-я реализации), сигналов в реализации нет (46-60-я реализации). Отношение сигнал/шум -5 дБ, различия времен приема 20 мкс

Рисунок 3.3.6 иллюстрирует полное решение задачи обнаружения сигналов по Ширману Я.Д. Алгоритм программы различает четыре возможных случая: наличие двух сигналов в реализации, наличие первого сигнала в реализации, наличие второго сигнала в реализации, отсутствие сигналов в реализации. Вероятность обнаружения двух сигналов (при их наличии в реализации) выше, чем при обнаружении сигналов по отдельности. Это связано с тем, что энергия совокупности сигналов выше энергии составляющих сигналов по отдельности.

На рисунке 3.3.7 представлена зависимость максимумов функционала отношений правдоподобия в зависимости от разности фаз. При изменении разности фаз между сигналами в реализации, меняется совокупная энергия сигналов от своего максимального значения до минимального значения. В результате в минимуме могут возникать ошибки типа «пропуск цели».

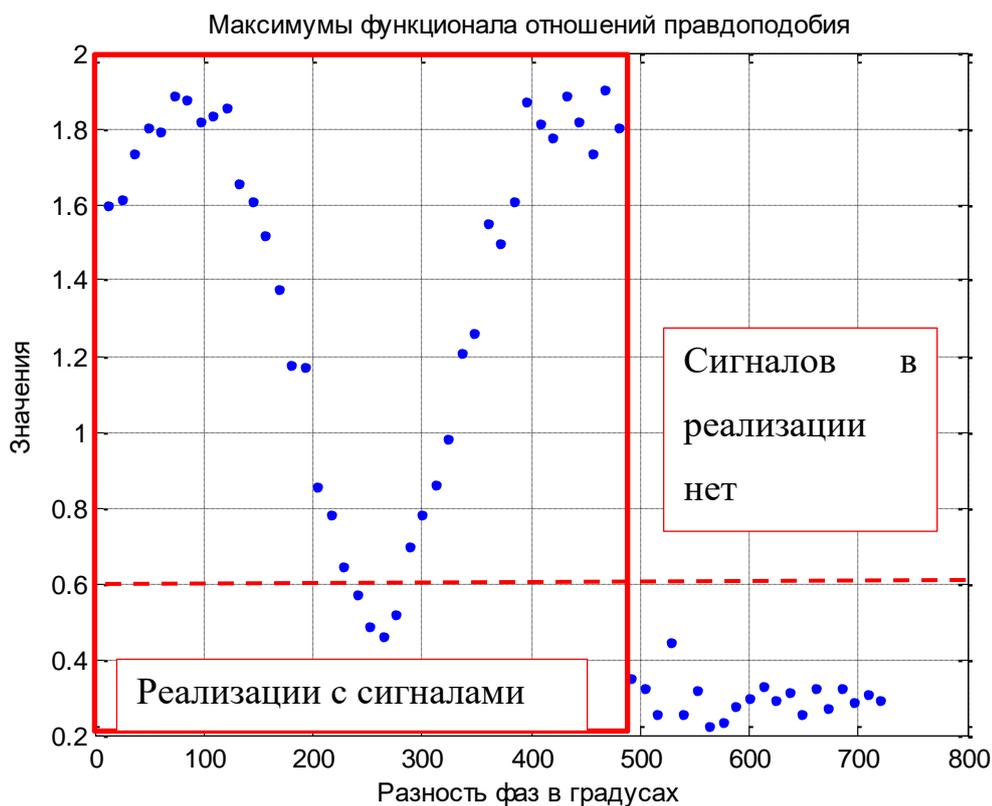


Рисунок 3.3.7 – Зависимость максимумов функционалов отношений правдоподобия от разности фаз. Отношение сигнал/шум -5 дБ, разность времен приема 20 мкс

Пунктирной линией на рисунке отмечен пороговый уровень. В интервале разности фаз от 500 градусов до 800 градусов сигналы в реализациях отсутствуют. В этом интервале реализуются лишь шумовые максимумы.

На рисунке 3.3.8 представлены данные расчетов, иллюстрирующие различие при обнаружении сигналов с постоянными параметрами и со случайной разностью фаз между сигналами. При случайных разностях фаз дисперсия максимумов функционалов отношений правдоподобия увеличивается, что уменьшает эффективность решения задачи обнаружения сигналов в реализации.

Таким образом, в настоящем параграфе предложен новый метод решения задачи обнаружения двух сигналов, содержащихся в реализации. Он основан на анализе значений максимума функции отношений правдоподобия.

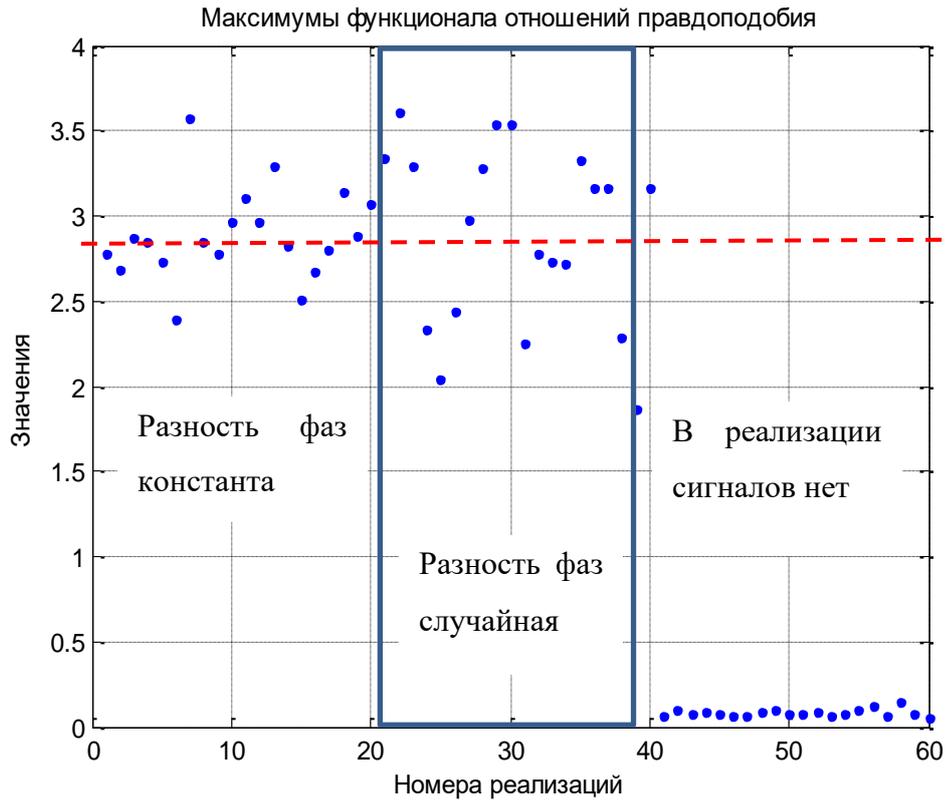


Рисунок 3.3.8 – Сопоставление статистик при постоянных параметрах сигналов и при случайных разностях фаз между сигналами. Отношение сигнал/шум -5 дБ, разность времен приема 20 мкс

Модельные исследования показали, что эффективность обнаружения совокупности сигналов высокая, однако при разности фаз сигналов, близких 180 градусов совокупная энергия сигналов существенно уменьшается. Это приводит к увеличению ошибок типа «пропуска цели».

§ 3.4. Потенциальные возможности оценки параметров ультразвуковых сигналов

Рассмотрим результаты модельных исследований потенциальных возможностей, оценок параметров ультразвуковых сигналов на примере, когда в принятой реализации содержится два сигнала. Для получения оценок используется метод максимального правдоподобия с подстановкой Хелстрема. В результате создается поверхность функции правдоподобия, функционала правдоподобия, функционала отношений правдоподобия. Основным максимум поверхности оценивает неэнергетические параметры совокупности сигналов, такие как времена приема, частоты сигналов, как в области разрешенной критерием Рэлея, так и в области не ортогональности сигналов. Полученные оценки неэнергетических параметров подставляются в уравнения правдоподобия. В результате можно получить оценки комплексных амплитуд сигналов. При установленной точности, статистики параметров сигналов позволяют оценивать рабочие области работоспособности алгоритмов программ в зависимости от отношения сигнал/шум или в зависимости от разности времен приема. Статистика параметров позволяет также получить оценки дисперсии параметров сигналов, сравнить их с дисперсиями Рао-Крамера. При этом может быть установлена несмещённость, эффективность и достаточность оценок.

При наличии в принятой реализации двух и более сигналов, важной задачей является задача оценки их количества. Она должна быть решена перед задачей оценки параметров сигналов. Лишь при известном количестве сигналов в реализации можно ставить и решать задачу оценки параметров сигналов. Установленное количество сигналов определяет размерность пространства, в котором представляется функция правдоподобия (функционал отношений правдоподобия). В результате алгоритм программы определяет количество решений, равное количеству сигналов. Например, в принятой реализации содержится два сигнала с неизвестными временами приема. В этом случае алгоритм программы определяет два решения: две оценки времен приема, две независимые статистики, которые могут частично перекрываться по параметрам.

В литературе данная задача практически не исследуется. В настоящей работе предлагается следующая методика оценки количества сигналов в реализации. Она основана на зависимости минимума преобразованного функционала правдоподобия от соответствия правой и левой частей подынтегрального выражения

$$\Delta(\hat{\lambda}) = \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \sum_{n=1}^N \hat{U}_n(\hat{\lambda}) f_n(\hat{\lambda}) \right|^2 dt \quad (1.3.12).$$

Математическое ожидание от функционала правдоподобия определяет дисперсию шума σ^2 .

$$M \left(\int_0^T \left| \hat{y}(t) - \sum_{n=1}^N \hat{U}_n(\hat{\lambda}) \hat{f}_n(\hat{\lambda}, t) \right|^2 dt \right) = \sigma^2 T. \quad (3.4.1)$$

Эта оценка является случайной. Она меняется от реализации к реализации и имеет определенную плотность распределения. Если правая и левая части подынтегрального выражения функционала правдоподобия тождественны по своим параметрам, то распределение σ имеет минимальное среднее значение. Определим его как Δ_{min} . Если количество сигналов в принятом сообщении не соответствует количеству сигналов в копии, то Δ_{min} смещается в сторону увеличения. Следовательно, имеется две гипотезы. Первая определяет событие, когда количество сигналов в принятой реализации N_c меньше или равно количеству сигналов в копии N_k ($N_c < N_k$). Вторая гипотеза определяет событие, когда в принятой реализации содержится большее количество сигналов, чем в копии ($N_c > N_k$). Математическое ожидание функционала правдоподобия для первой гипотезы ($N_c < N_k$) можно записать в виде

$$M(\Delta(\omega_1 = \omega_1, \omega_2 = \omega_2)) = \int_0^T M \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_1 e^{i\omega_1 t} - \hat{U}_2 e^{i\omega_2 t} \right|^2 dt = \int_0^T M \left| \hat{U}_w(t) - \hat{U}_2 e^{i\omega_2 t} \right|^2 dt = \sigma^2 T + \hat{U}_2 \int_0^T dt = \sigma^2 T + \hat{E}_2. \quad (3.4.2)$$

Согласно (3.4.2), к значению минимума функционала правдоподобия добавляется энергия копии сигнала с амплитудой на уровне шумового максимума. Это приводит к небольшому увеличению СКО минимума функционала правдоподобия Δ_{min} (СКО $\Delta_{min} = \sqrt{\sigma^2 T + \hat{E}_2}$). На рисунке 3.4.1 показана

гистограмма среднеквадратичного отклонения Δ_{min} . В модели установлено СКО шума $\sigma = 0,556$.



Рисунок 3.4.1 – гистограмма СКО шума (σ) для случая: в принятой реализации содержится один сигнал, в копии содержится два сигнала. Среднее СКО шума 0,556

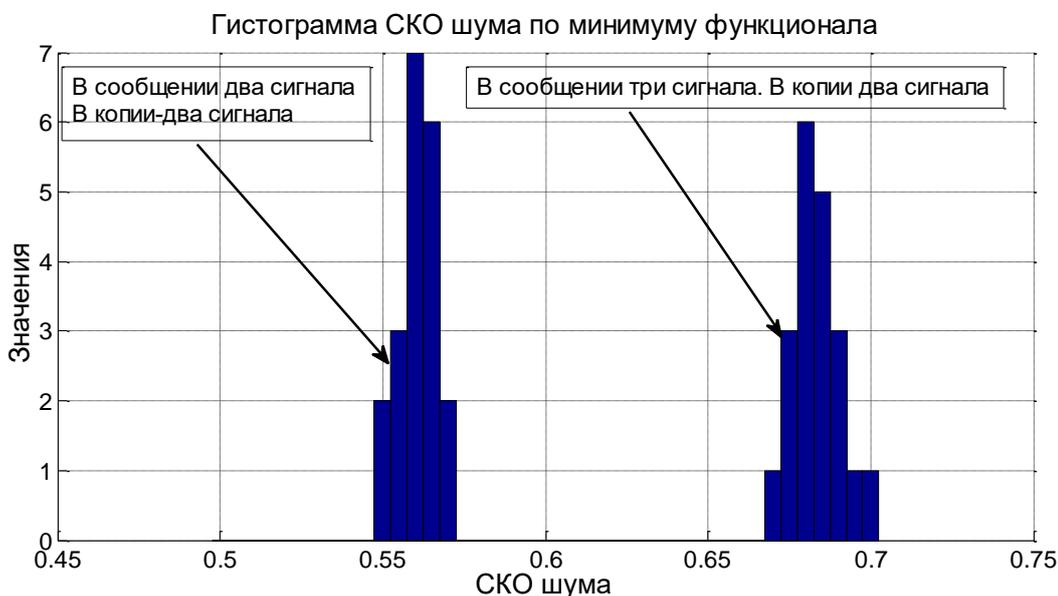


Рисунок 3.4.2 – две гистограммы СКО шума (σ). Первая гистограмма построена для случая: в принятой реализации два сигнала, в копии два сигнала. Вторая гистограмма построена для случая: в принятой реализации, три сигнала, в копии – два сигнала. Амплитуды сигналов: 2, 1,9, 2,1. Отношение сигнал/шум равно 5 дБ.

Частоты сигналов: 450, 452, 454 кГц

Для сравнения, на рисунке 3.4.2 (слева) показана гистограмма для случая, когда принятая реализация содержит два сигнала и копия также содержит два сигнала. Среднее СКО шума по модели равно 0,56. Как видно из сопоставления гистограмм, они практически идентичны. Рассмотрим вторую гипотезу ($N_c > N_k$): в принятом сообщении содержится большее количество сигналов, чем в копии. В данном случае в принятой реализации содержится три сигнала, а в копии – два сигнала. Математическое ожидание от функционала правдоподобия равно

$$M(\Delta(\hat{\omega}_1, \hat{\omega}_2)) = \int_0^T M \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_1 e^{i\hat{\omega}_1 t} - \hat{U}_2 e^{i\hat{\omega}_2 t} \right|^2 dt = \int_0^T M \left| \hat{U}_1 e^{-i\hat{\omega}_1 t} + \hat{U}_2 e^{-i\hat{\omega}_2 t} + \hat{U}_3 e^{-i\hat{\omega}_3 t} - \hat{U}_1 e^{i\hat{\omega}_1 t} - \hat{U}_2 e^{i\hat{\omega}_2 t} \right|^2 dt + \sigma^2 T. \quad (3.4.3)$$

Следовательно, к значению $\sigma^2 T$ добавляется энергия разности сигналов в принятой реализации и в копии сигналов. Она может быть различной в зависимости от амплитуд сигналов, частот и разности фаз. Например, в точке $\hat{\omega}_1 = \omega_1, \hat{\omega}_2 = \omega_2$ выражение (2.3.2) будет иметь вид

$$M(\Delta(\hat{\omega}_1 = \omega_1, \hat{\omega}_2 = \omega_2)) = \int_0^T M \left| \hat{U}_3 e^{-i\hat{\omega}_3 t} \right|^2 dt = \sigma^2 T + E_3. \quad (3.4.4)$$

На рисунке 3.4.2 показана правая гистограмма для случая: три сигнала в принятой реализации, два сигнала в копии. Из рисунка следует значительное смещение гистограммы по отношению к гистограмме слева за счет энергии третьего сигнала, содержащегося в принятом сообщении. Смещение второй гистограммы (справа) относительно первой гистограммы (слева) обусловлено различием количества сигналов в принятой реализации и в копии. В принятой реализации сигналов больше, чем в копии. Величина смещения зависит от амплитуды дополнительного третьего сигнала в принятой реализации и от его частоты. Так на рисунке 3.4.3 показаны аналогичные гистограммы, но амплитуда третьего сигнала в принятой реализации уменьшилась от значения $U_3 = 2.1$ до $U_3 = 1.2$. Вторая гистограмма значительно приблизилась к первой гистограмме. Учитывая эту закономерность, можно сказать, что при малых значениях амплитуды третьего

сигнала следует оценивать количество сигналов в принятой реализации статистически.

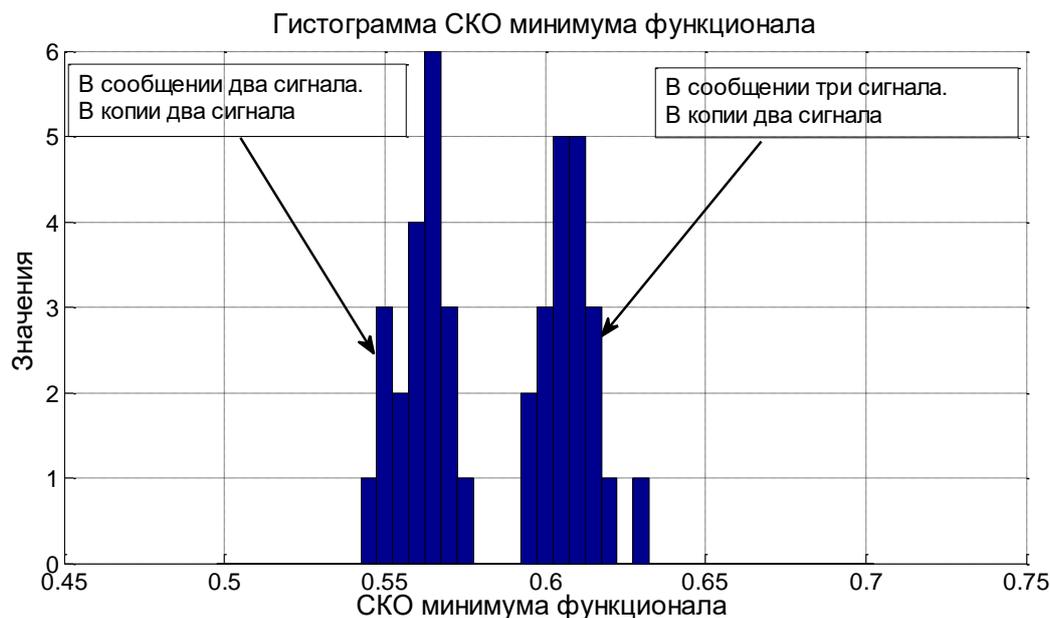


Рисунок 3.4.3 – две гистограммы СКО шума (σ). Первая гистограмма построена для случая: в принятой реализации два сигнала, в копии два сигнала. Вторая гистограмма построена для случая: в принятой реализации три сигнала, в копии – два сигнала. Амплитуды сигналов: 2, 1,9, 1,2 В. Частоты сигналов: 450, 452, 454 кГц. Значение СКО шума равно 0.56

Определяются вероятности превышения количества сигналов, содержащихся в принятой реализации, по отношению к количеству сигналов в копии по установленному пороговому уровню (критерий идеального наблюдателя). На практике, устанавливая пороговое значение, например, $h = 0,58$, можно при обработке принятой реализации принять решение о несоответствии количества сигналов в принятой реализации количеству сигналов в копии, если $\Delta_{min} > h$. Обработка этого же сообщения с увеличенным количеством сигналов в копии, в конечном счете, приведет к неравенству $\Delta_{min} \leq h$. Следовательно, количество сигналов в принятой реализации и в копии будет одинаковым.

Таким образом, задача обнаружения сигналов и задача разрешения сигналов с неизвестными параметрами и неизвестным количеством сигналов, содержащихся в принятой реализации, может быть успешно решена.

Проведем сопоставительный анализ двух статистик. Первая получена при обработке принятой реализации корреляционным методом. Вторая статистика получена методом максимального правдоподобия на основе преобразованного функционала правдоподобия. Принятая реализация содержит два сигнала с различными временами приема. Время приема первого сигнала равно $t_1=1.291$ мс, время приема второго сигнала последовательно менялось в широких пределах, захватывая как область ортогональности сигналов, так и область их не ортогональности. Оценки амплитуд и времен приема проводились на основе корреляционного метода и на основе преобразованного функционала правдоподобия. Результаты модельных расчетов показаны на следующих рисунках.

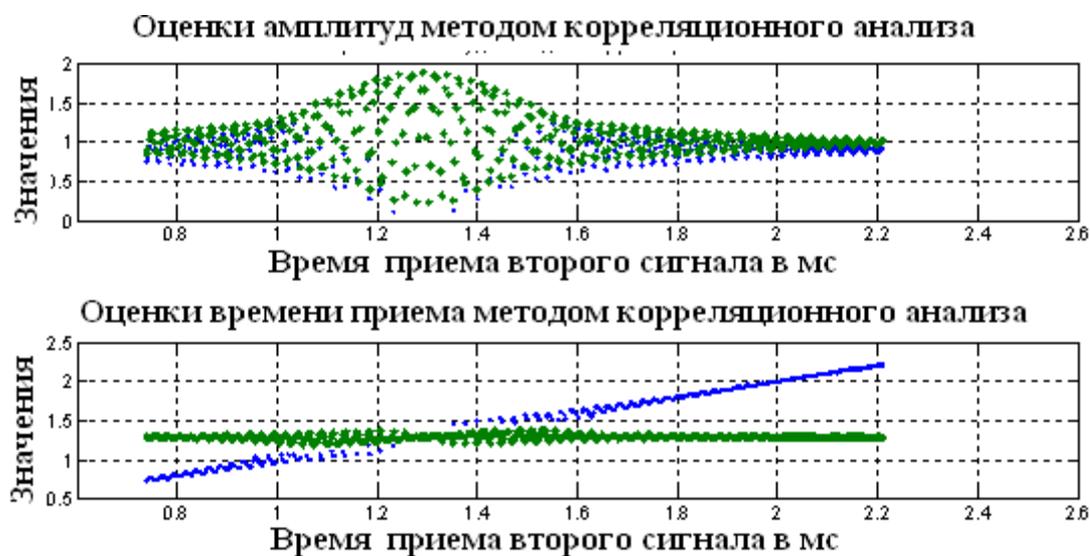


Рисунок 3.4.4 – Оценки амплитуд и времени приема двух ультразвуковых сигналов, полученные корреляционным методом. Отношение сигнал/шум 15 дБ

На рисунке 3.4.4 показаны оценки амплитуд (сверху) и оценки времени приема (внизу) двух ультразвуковых сигналов, полученные методом корреляционного анализа. Модельные значения амплитуд 1 и 0.9, времени приема первого сигнала

1.291 мс. Из рисунка следует, что в диапазоне времени приема второго сигнала от 0.85 мс до 1.6 мс (ширина диапазона 0.75 мс) оценки искажены интерференционными явлениями. Они имеют существенные погрешности. На рисунке 3.4.5 показаны оценки амплитуд и времени приема двух ультразвуковых сигнала методом максимального правдоподобия на основе преобразованного функционала правдоподобия.

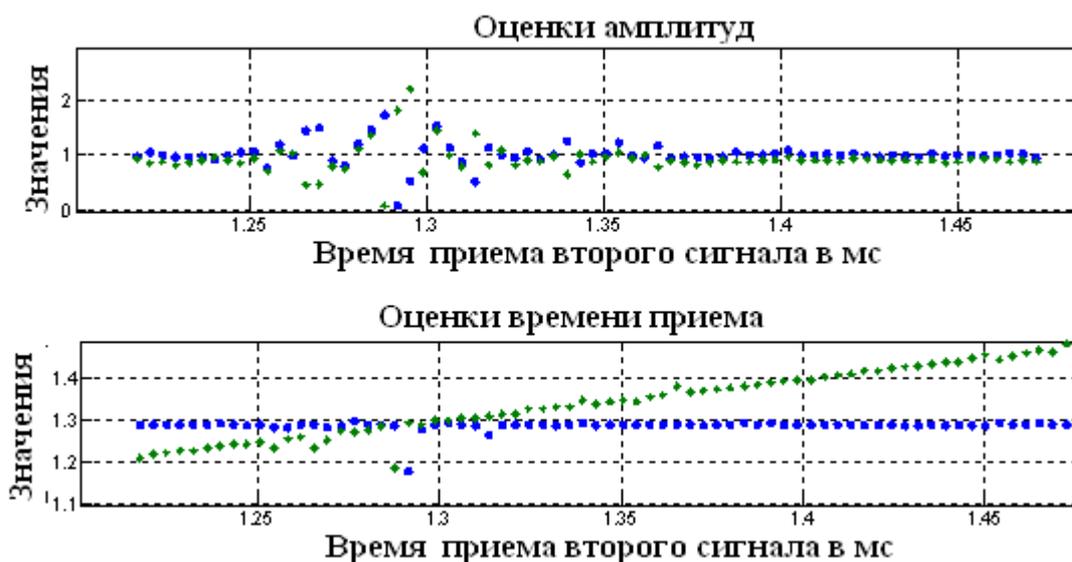


Рисунок 3.4.5 – Оценки амплитуд и времени приема, полученные методом максимального правдоподобия с высоким разрешением. Интервал дискретизации 3.69 мкс

Из рисунка следует, что лишь в диапазоне времени приема второго сигнала от 1.280 мс до 1.290 мс (ширина диапазона 0.01 мс) погрешности становятся существенными. Сравнивая ширину диапазонов на рисунке 3.4.4 и на рисунке 3.4.5, можно сделать заключение об увеличении разрешения в методе максимального правдоподобия в 75 раз по сравнению с корреляционным методом обработки.

Таким образом, модельный эксперимент подтверждает существенное увеличение разрешения по времени приема двух ультразвуковых сигналов, полученных методом максимального правдоподобия по сравнению с методом корреляционного анализа. Это позволяет с новых позиций решать задачу

многолучевости при дефектоскопии. Это позволит значительно увеличить скорость передачи данных в системах подводной связи.

Представим рабочие диапазоны параметров двух ультразвуковых сигналов в зависимости от отношения сигнал/шум и в зависимости от разности времен приема сигналов. В модельных расчетах время приема сигналов 300 мкс и 310 мкс. Амплитуды сигналов равны 1 и 0.9. Согласно критерию Рэлея, разрешение сигналов возможно при разности времен приема, равной длительности радиоимпульса, которая составляет 300 мкс. Задачей является отдельная оценка параметров сигнала: амплитуд и времен приема. Рассмотрим вначале рабочий диапазон оценок амплитуд и времен приема. Для этого представим оценки амплитуд и времен приема в зависимости от отношения сигнал/шум.

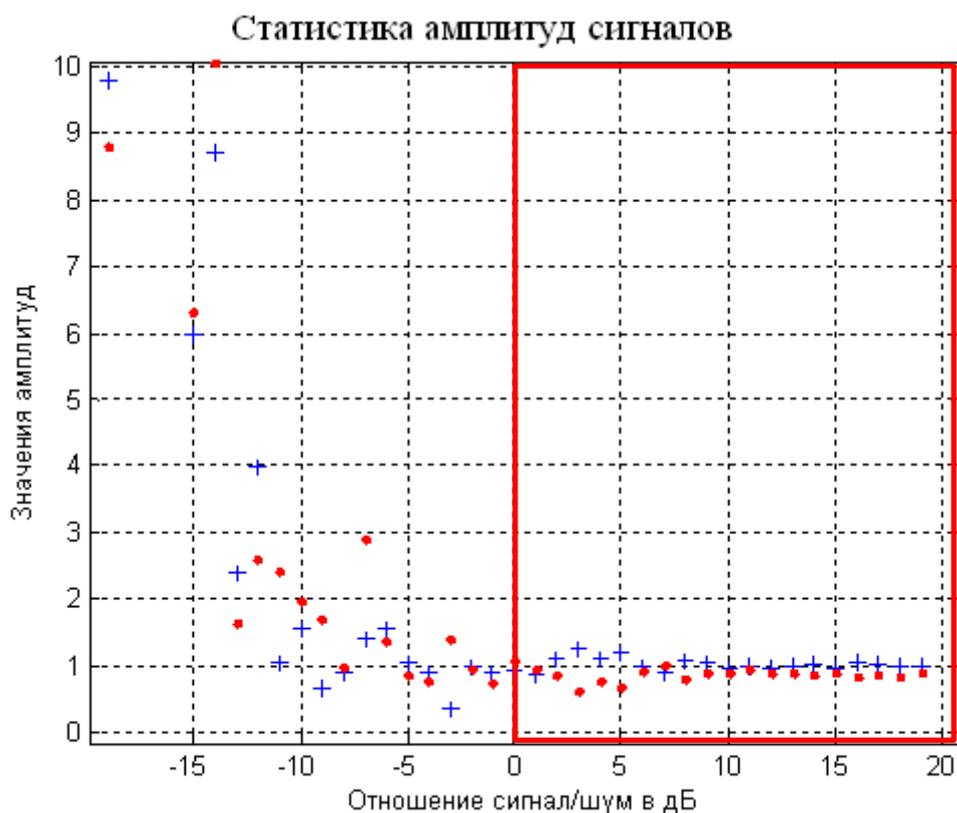


Рисунок 3.4.6 – Раздельная статистика оценок амплитуд двух сигналов

На рисунке 3.4.6. представлена раздельная статистика амплитуд двух радиоимпульсов в зависимости от отношения сигнал/шум. Из рисунка ясно, что при больших значениях отношения сигнал/шум можно получить несмещенные

оценки амплитуд, практически совпадающие с модельными значениями. Если ограничить точность оценок, например 20%, тогда рабочим диапазоном оценок амплитуд будут значения отношения сигнал/шум от нуля дБ и выше (выделено прямоугольником). Этот рабочий диапазон установлен относительно уровня шума на входе блока обработки. На выходе блока обработки отношение сигнал шум увеличится в корень из некоррелированных отсчетов шума \sqrt{N} раз. Это составит 25дБ. Следовательно, на выходе блока обработки отношение сигнал/шум будет от 25 дБ и выше. Оно обеспечивает 20% точность оценок амплитуд. На рисунке 3.4.7 представлены отдельные статистики оценок времен приема двух сигналов. При больших временах приема они практически совпадают с модельными значениями. Это указывает на несмещенность решения.

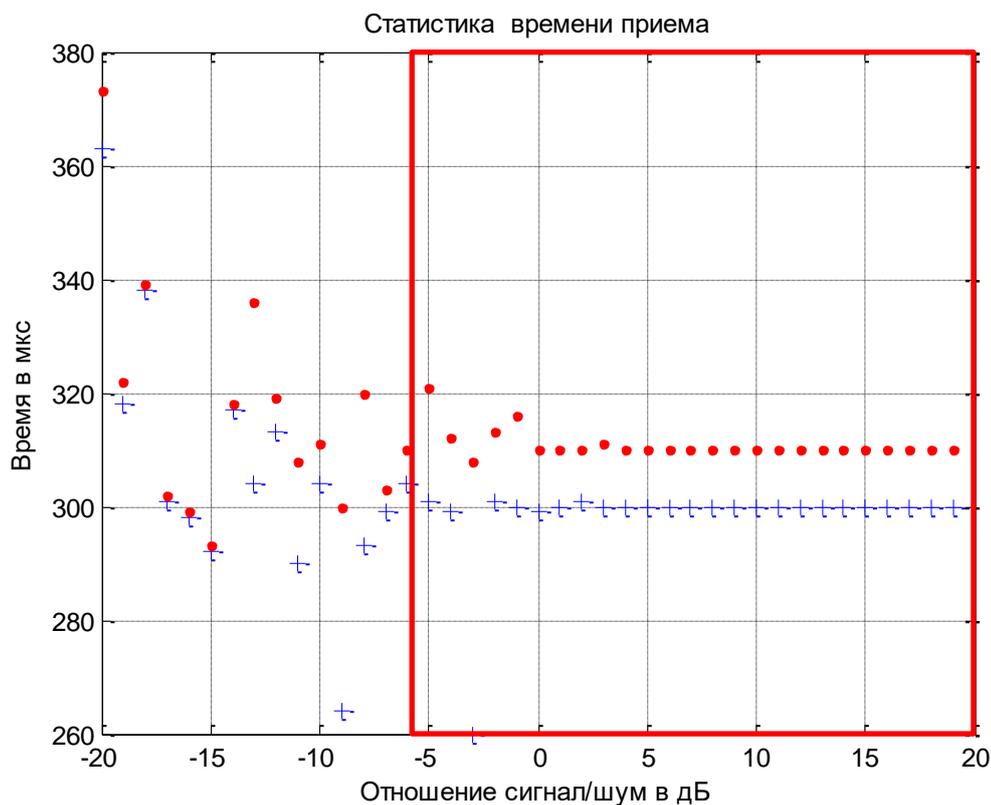


Рисунок 3.4.7 – Раздельная статистика оценок времен приема двух сигналов

Ограничивая точность оценок времен приема значением 10%, можно установить рабочий диапазон измерений времен приема от -5 дБ и выше. Рэлеевское разрешение в данном случае определяется длительностью радиоимпульса 300

мкс. Модельное разрешение определяется разностью оценок времен приема 10 мкс. Следовательно, метод максимального правдоподобия на основе преобразованного функционала правдоподобия позволяет увеличить разрешение ультразвуковых сигналов по времени приема в 30 раз в диапазоне изменений отношений сигнал/шум от -5 дБ и выше. Точность оценок времен приема при этом не ниже 10%.

На следующих рисунках представлены оценки амплитуд и оценки времен приема двух сигналов в зависимости от разности времен приема. В этом модельном эксперименте время приема второго радиоимпульса изменялось линейно от 250 мкс до 450 мкс. В разных рисунках отношение сигнал/шум различное. Это позволяет оценить влияние отношения сигнал/шум на оценки амплитуд и времен приема. На рисунке 3.4.8 представлены оценки параметров двух сигналов при отношении сигнал/шум 5 дБ.

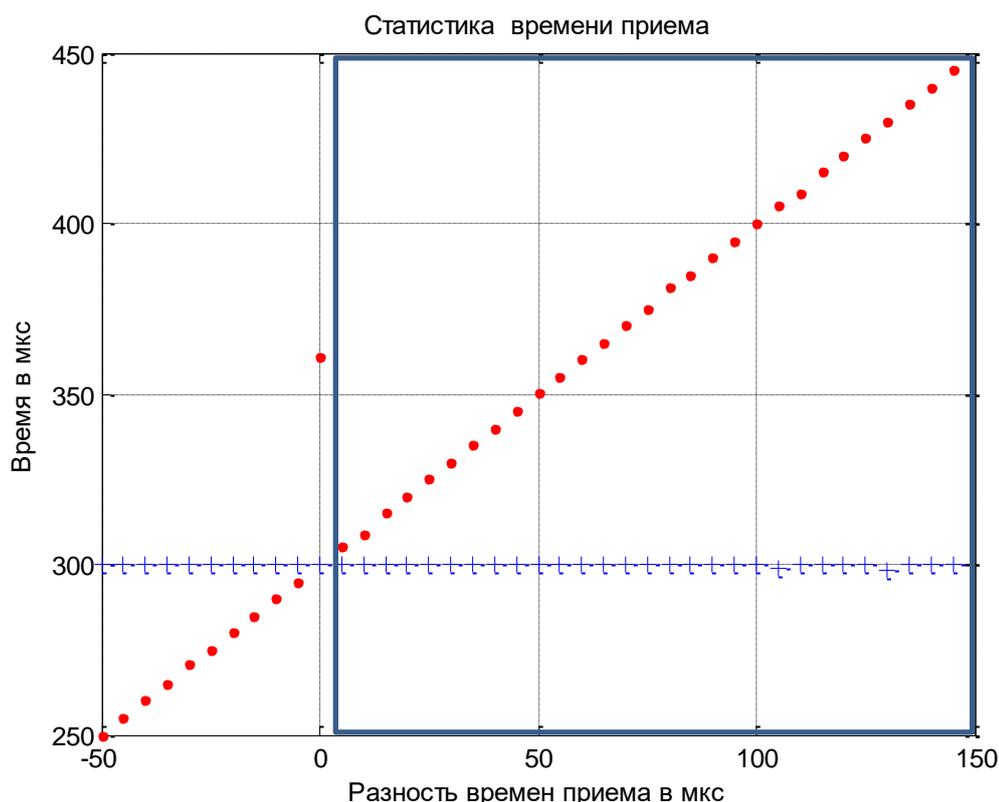


Рисунок 3.4.8 – Статистика оценок времен приема в зависимости от разности времен приема сигналов. Отношение сигнал/шум 5 дБ

Из рисунка 3.4.8 ясно, что лишь в одной точке оценки времен приема сигналов сильно отличаются от модельно заданных значений. Учитывая интервал между точками 5 мкс, можно сделать вывод: разрешение по времени приема ограничено полоской в 10 мкс. Следовательно, рабочей областью разрешения сигналов является область разности времен приема от значения 5 мкс и выше. На следующих рисунках 3.4.9 и 3.4.10 представлены статистики амплитуд и времен приема двух сигналов в зависимости от разности времен приема.

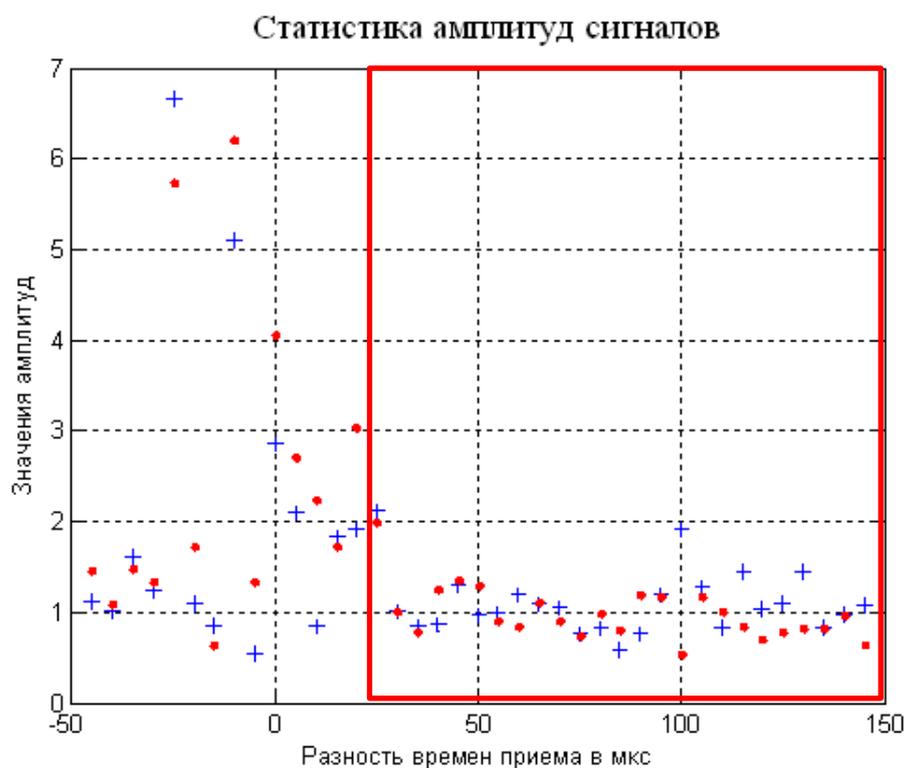


Рисунок 3.4.9 – Раздельная статистика амплитуд двух сигналов при отношении сигнал/шум -10 дБ. Рамкой показана рабочая область оценок, в которой погрешность амплитуд не превышает 20%

Таким образом, модельные расчеты показали следующее. Метод максимального правдоподобия, на основе преобразованного функционала правдоподобия (с подстановкой К. Хелстрёма), обеспечивает возможность решения задачи, раздельной оценки параметров двух сигналов. Рабочая область оценок амплитуд определена отношением сигнал/шум, изменяющимся от нуля дБ

и выше. В рабочей области точность оценок амплитуд не превышает 20%. Рабочая область оценок амплитуд сигналов определена изменением разности времен приема от 20 мкс и выше. Рабочая область оценок времен приема определена отношением сигнал/шум, изменяющимся от -5 дБ и выше. В рабочей области точность оценок времен приема не превышает 10%. Рабочая область оценок времен приема сигналов определена изменением разности времен приема от 5 мкс и выше.

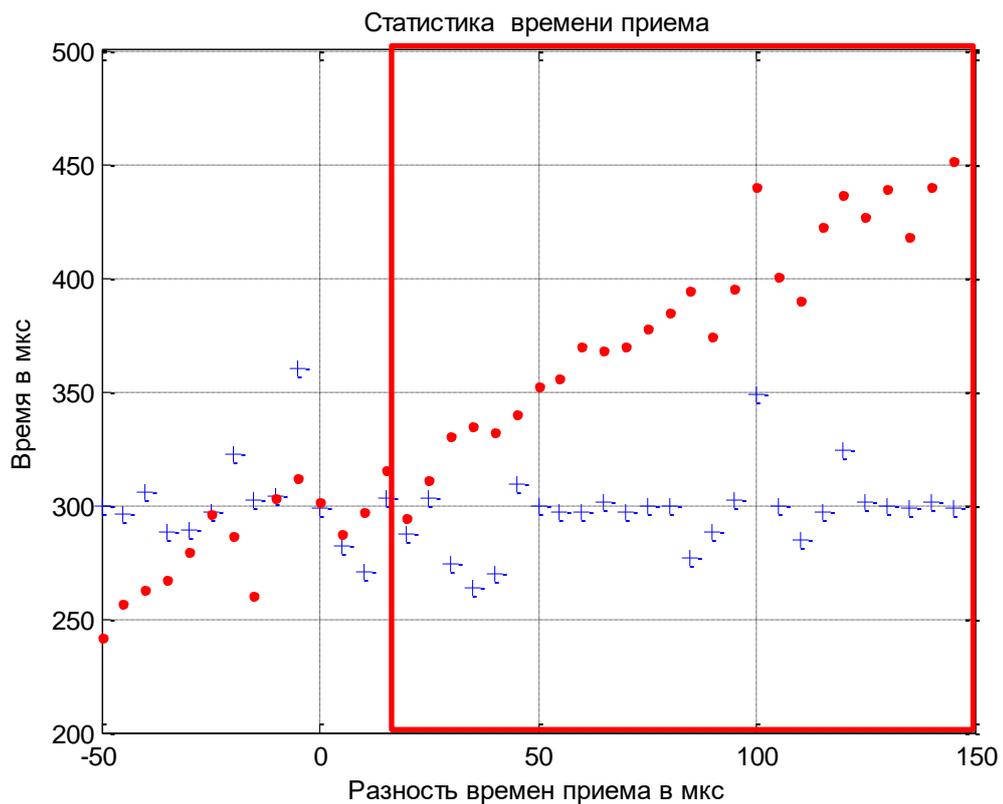


Рисунок 3.4.10 – Раздельная статистика времен приема двух сигналов при отношении сигнал/шум -10 дБ. Рабочая область, отмечена рамкой. В ней погрешность оценок времен приема сигналов не превышает 10%

§ 3.5. Максимизация функции правдоподобия эволюционными алгоритмами

Функция правдоподобия, функционал правдоподобия, и функционал отношения правдоподобия являются основой обработки в области неортогональности сигналов. Все они имеют вид поверхности в многомерном пространстве оценочных параметров сигналов. Минимизация функции риска в методе максимального правдоподобия реализуется за счет нахождения экстремума указанных функций. Экстремумы функций определяют оценки неэнергетических параметров сигналов. В настоящей работе для иллюстрации этапов технологии обработки используется метод перебора оцениваемых параметров сигналов с определенным шагом. Это достаточно трудоемкий метод. Он требует большого количества машинного времени. Приведем качественную оценку эффективности обработки. Задача максимизации функции правдоподобия в двумерном пространстве при работе средней по алгоритмической мощности ЭВМ необходимы доли секунд машинного времени. Максимизация функции правдоподобия в трехмерном пространстве требует единицы минут машинного времени. Если пространство параметров четырехмерное, то требуется для решения задачи максимизации функции правдоподобия более часа машинного времени. Практическая обработка более трех сигналов, содержащихся в реализации, оказывается затруднительной. Применение различных методов типа градиентного спуска, позволяющих уменьшить требуемое машинное время, не может быть использовано в задаче максимизации функции правдоподобия. Причиной является большое количество локальных максимумов, которые создаются при переборе оцениваемых амплитуд и фаз сигналов. В настоящей работе реализуется переход от функции правдоподобия (функционала правдоподобия) к преобразованному выражению (1.3.11) с исключенными комплексными амплитудами. Преобразованный функционал правдоподобия является поверхностью лишь от неэнергетических параметров сигналов. Однако и в этом случае градиентные методы дают неустойчивое решение. Для существенного сокращения машинного времени, требуемого для расчетов, в настоящей работе предлагается использование генетического алгоритма или

более современных эволюционных алгоритмов. В настоящем параграфе рассматривается эффективность применения эволюционных методов для решения задачи максимизации функции правдоподобия (функционала правдоподобия, функционала отношений правдоподобия).

Пусть в принятой реализации содержится N -сигналов. Решается задача оценки частот и комплексных амплитуд этих сигналов. В этом случае функционал правдоподобия можно записать в следующем виде:

$$\Delta(\omega'_1 \dots \omega'_n, \hat{U}'_1 \dots \hat{U}'_n) = \int_T \left| \hat{y}(t) - \sum_{n=1}^N \hat{U}'_n e^{i\omega'_n t} \right|^2 dt \quad (3.5.1)$$

$\omega'_1 \dots \omega'_n$ - оцениваемые круговые частоты.

$\hat{U}'_1 \dots \hat{U}'_n$ - оцениваемые комплексные амплитуды.

$\hat{y}(t)$ - принятая реализация.

Максимум функции правдоподобия соответствует минимуму функционала правдоподобия (3.5.1). Дифференцируя функционал правдоподобия по амплитудам, и приравнявая дифференциалы нулю можно получить уравнения правдоподобия и, как это показано в предыдущих параграфах, решить их относительно амплитуд. Подставляя эти амплитуды в функционал правдоподобия, и преобразуя его, получим

$$\Delta(\omega'_1, \omega'_2 \dots \omega'_n) = \int_T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_T \hat{y}^*(t) \sum_{n=1}^N \hat{U}'_n e^{i\omega'_n t} dt \quad (3.5.2)$$

Такое преобразование снижает размерность пространства, на котором определён функционал, уменьшая количество переменных. Преобразованный функционал правдоподобия является поверхностью в пространстве неэнергетических параметров сигналов. Минимум его поверхности является критерием отбора решений, и определяет параметры всей совокупности сигналов одновременно. Карта значений преобразованного функционала правдоподобия для случая двух сигналов в реализации, представлена на рисунке 3.5.1 справа. Поверхность достаточно гладкая и содержит два максимума: основной и зеркальный. Каждый

из них определяет оценку частот, а решения уравнений правдоподобия в этой точке определяет комплексные амплитуды сигналов. Для сравнения на рисунке 3.5.1 слева показана карта значений функционала правдоподобия для двух сигналов при фиксированных значениях оценочных амплитуд, соответствующих амплитудам принятых сигналов. Поверхность такого функционала имеет множество минимумов и максимумов, обусловленных интерференцией слагаемых, что сильно осложняет задачу его минимизации.

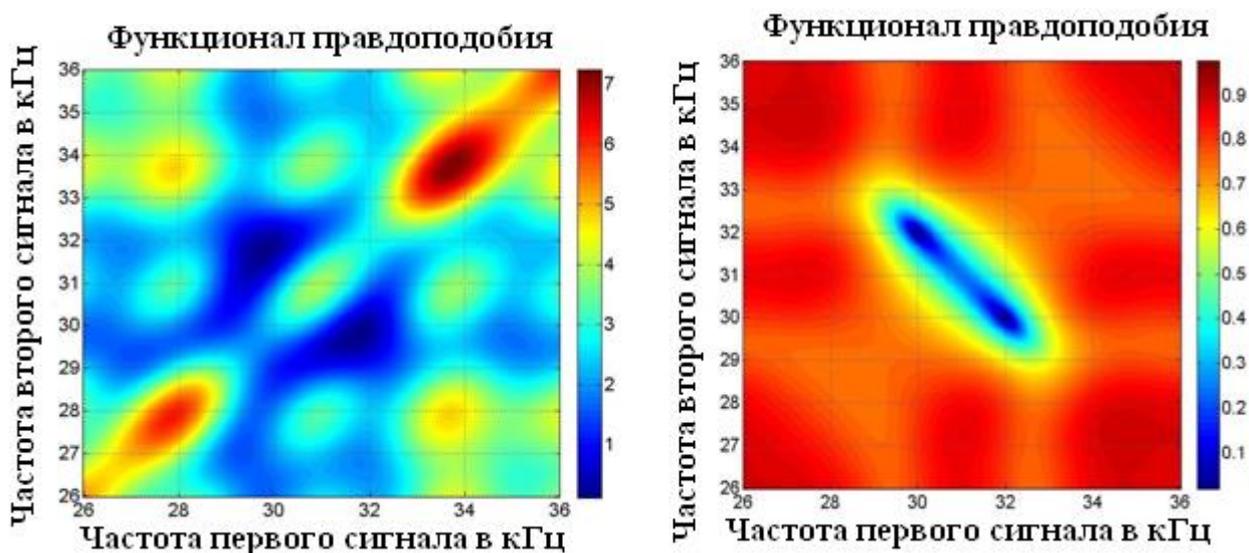


Рисунок 3.5.1 – Карты значений функционала правдоподобия при фиксированных амплитудах (слева) и преобразованного функционала правдоподобия (справа)

Несмотря на упрощение задачи, достигнутое путём преобразования функционала правдоподобия, нахождение минимума функционала правдоподобия продолжает оставаться сложной оптимизационной задачей. Если решать эту задачу методом полного перебора, то с ростом размерности пространства параметров вычислительная сложность возрастает в степенной зависимости. В практически значимых случаях требуется вычислить значение функционала около $4n^2 10^3$ раз, где n – число оцениваемых параметров, что эквивалентно $4n^2 10^6$ операций умножения с накоплением. Выполнение этих расчётов за приемлемое время на

современном компьютере (производительность процессора 300 GFlops) возможно только при $n < 4$. В настоящее время для решения задач оптимизации в пространствах большой размерности широко применяются эволюционные алгоритмы. Развитие этих алгоритмов в последние годы связано с широким распространением нейронных сетей и машинного обучения. Одним из распространённых эволюционных алгоритмов оптимизации является метод дифференциальной эволюции, разработанный Р. Сторном и К. Прайсом [72]. Применение алгоритма рассмотрено в публикациях [73, 74]. Особенностью данного алгоритма является малое количество настраиваемых параметров и возможность параллельного выполнения. Важным преимуществом алгоритма является возможность его параллельного выполнения на многопроцессорных системах. Блок-схема алгоритма показана на рисунке 3.5.2. Выполнение алгоритма дифференциальной эволюции можно разделить на следующие этапы:

1. **Инициализация параметров:** весового коэффициента F , параметра вероятности скрещивания CR , максимального числа популяций M .

Генерация начальной популяции: на этом этапе создаётся популяция, представляющая собой совокупность P векторов размерности N . Каждый элемент вектора является параметром минимизации. Начальные значения векторов задаются равномерно распределёнными случайными числами, принадлежащими пространству параметров сигнала, на котором будет осуществляться поиск.

2. **Мутация.**

Отличительной особенностью метода дифференциальной эволюции является особая схема генерации пробных векторов V' . Она заключается в добавлении взвешенной разности двух векторов, взятых из исходной популяции, к третьему вектору. Это позволяет неявно использовать градиент целевой функции. Векторы $\bar{V}_{r_1}, \bar{V}_{r_2}, \bar{V}_{r_3}$ выбираются для каждого исходного V_i случайным образом, и не должны совпадать с ним. Также недопустим выбор одинаковых векторов.

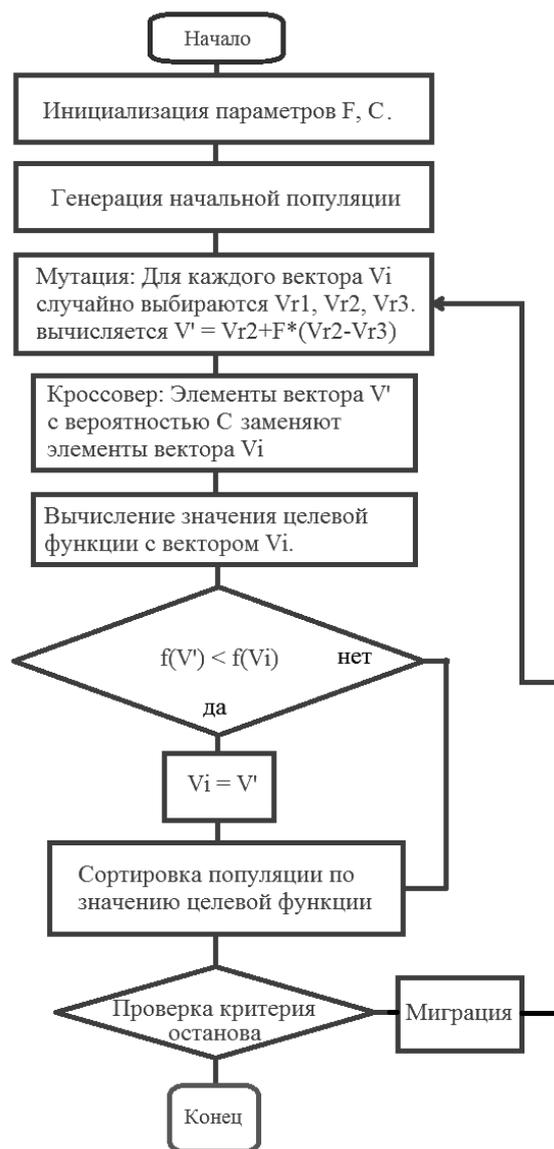


Рисунок 3.5.2 – метод дифференциальной эволюции

На основе этих векторов рассчитывается пробный вектор $\bar{V}' = \bar{V}_1 + F(\bar{V}_2 - \bar{V}_3)$. Векторы показаны на поясняющем рисунке 3.5.3.

3. Кроссовер: заключается в замене элементов вектора \bar{V}' элементами исходного вектора \bar{V}_i . Для каждого элемента вероятность замены определяется параметром CR .

4. **Вычисление значения целевой функции**, соответствующее полученному вектору.

5. **Сравнение полученного значения** со значением, соответствующим исходному вектору. Если вектор \bar{V}' приводит к уменьшению значения целевой функции, то он заменяет собой исходный: $\bar{V}_i = \bar{V}'$.

6. **Сортировка популяции по значению целевой функции.** Позволяет выбрать наиболее пригодных индивидов.

7. Проверка условия останова. На практике, помимо ограничения числа итерации, могут быть заданы различные условия, например, максимальная разность значений целевой функции, соответствующих элементам популяции, или максимальное число итераций, не приведшее к уменьшению целевой функции.

8. **Миграция.** Для повышения быстродействия при параллельном выполнении алгоритма может быть применена островная схема. Согласно этой схеме популяция делится на несколько массивов («островов»), каждый из которых соответствует потоку. Для каждого потока алгоритм выполняется независимо. Периодически (на каждой итерации, или с определённым шагом) производится миграция - замена наименее пригодных индивидов, содержащихся в одном массиве, заданным числом наиболее пригодных индивидов из другого массива согласно схеме, показанной на слайде. При этом происходит передача лишь небольшого количества векторов между потоками. Схема миграции показана на рисунке 3.5.4.

9. **Проверка условия останова.** Если условие останова не выполняется, происходит возвращение к этапу 3, и процесс повторяется циклически.

В качестве критерия останова может быть использовано сравнение значение среднего квадрата разности векторов, входящих в популяцию, с некоторым порогом, значение которого определяет точность полученного решения.

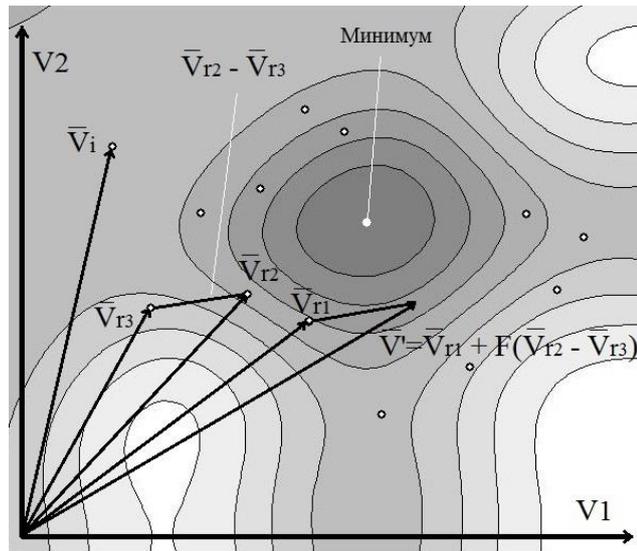


Рисунок 3.5.3 – схема генерации пробного вектора

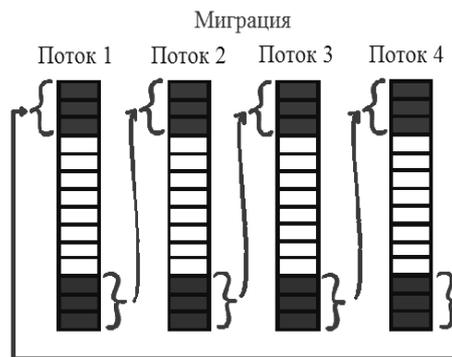


Рисунок 3.5.4 – схема миграции при параллельном выполнении алгоритма

Алгоритм обладает рядом достоинств. В частности, можно отметить быструю сходимость, возможность выхода из локальных экстремумов, малое количество настраиваемых параметров, отсутствие необходимости вычисления производных целевой функции. Метод дифференциальной эволюции был реализован на языке C++. для параллельного выполнения алгоритма использовалась библиотека Open MP. В ходе модельных исследований проведена минимизация функционала правдоподобия, зависящего от оценочных значений частот сигналов, содержащихся в принятом сообщении. Длительность сигнала составляет 400 мкс, интервал дискретизации сигнала – 2 мкс, отношение сигнал/шум 20 дБ, границы

интервала оптимизации - 20 кГц, 50 кГц, размер популяции - $N*10$, где N – число оценочных значений частоты в функционале правдоподобия. Рисунок (3.5.5) показывает значения наилучших оценок, полученных на основе генетического алгоритма и метода дифференциальной эволюции в зависимости от количества расчётных точек функционала правдоподобия. Эксперимент проведен для двух сигналов с соответствующими частотными составляющими - $f_1 = 30$ кГц, $f_2 = 32$ кГц.

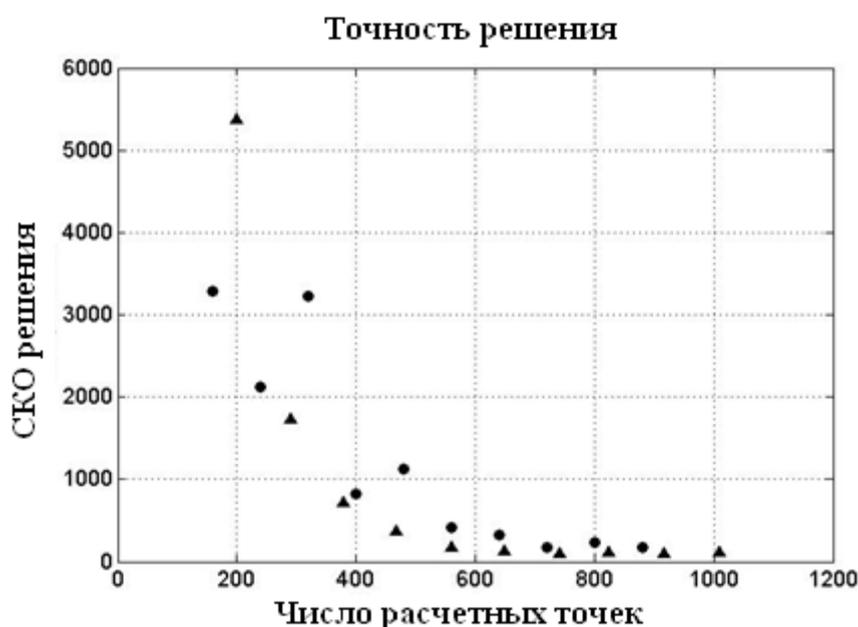


Рисунок 3.5. 5 – сопоставление наилучших оценок генетического алгоритма (Matlab GA) (кружки) и метода дифференциальной эволюции (DE) (треугольники)

Из рисунка следует, что для решения задачи оценки частот двух составляющих с удовлетворительной точностью достаточно 1000 точек расчета. Основным является вопрос о быстродействии алгоритма поиска экстремума поверхности функционала правдоподобия, при достаточном количестве сигналов в реализации. Результаты модельного исследования возможностей алгоритма оптимизации следующие. В ходе работы алгоритм дифференциальной эволюции был реализован на языке с++, и в пакете «Matlab». Проведено сопоставление быстродействия предлагаемого алгоритма дифференциальной эволюции, и

генетического алгоритма GN ISRES, реализованного в библиотеке NLOPT, а также алгоритма GA, входящего в состав пакета «Matlab». Принятая реализация содержит сумму сигналов с различными частотами. Число отсчётов в принятом сообщении – 200. Отношение сигнал/шум составляет 20 дБ. На рисунке 3.5.6 показаны сравнительные оценки времени выполнения алгоритма дифференциальной эволюции, и эволюционного алгоритма ISRES, реализованного в библиотеке NLOpt от количества сигналов в реализации. Отмечается, что преимущество во времени выполнения составляет около 20% при использовании версии алгоритма, созданной с применением C++. Согласно данному рисунку при количестве сигналов в реализации, равном 7, время нахождения экстремума функционала правдоподобия составляет ≈ 14 секунд. Это вполне удовлетворительное время для практического использования разрабатываемой технологии.

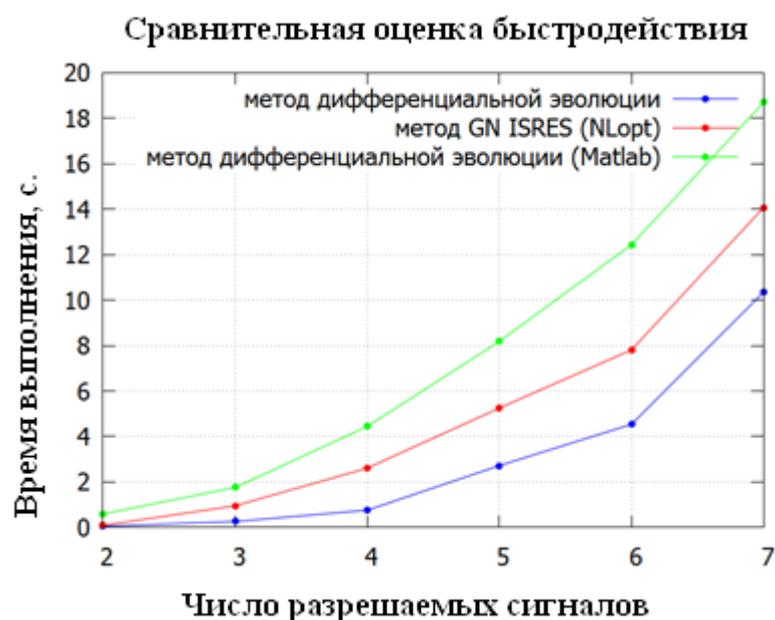


Рисунок 3.5.6 – Сравнительная оценка быстродействия алгоритмов

На рисунке 3.5.6 показаны сравнительные оценки эффективности алгоритма дифференциальной эволюции и генетического алгоритма, входящего в состав среды Matlab (Matlab GA). Отмечается, что алгоритм дифференциальной эволюции обеспечивает лучшую сходимость.

Сравним результат оценок частот сигналов методом дифференциальной эволюции и методом спектрального анализа. Пусть принятая реализация содержит 5 сигналов с частотами: $f_1 = 30$ кГц, $f_2 = 32$ кГц, $f_3 = 34$ кГц, $f_4 = 36$ кГц, и $f_5 = 38$ кГц. На рисунке 3.5.7 показан совместный спектр пяти сигналов и, для сравнения, плотности распределения оценочных значений частот, полученных в модельном исследовании. Как видно из рисунка, метод дифференциальной эволюции существенно эффективней решает задачу разрешения и оценок частот сигналов.

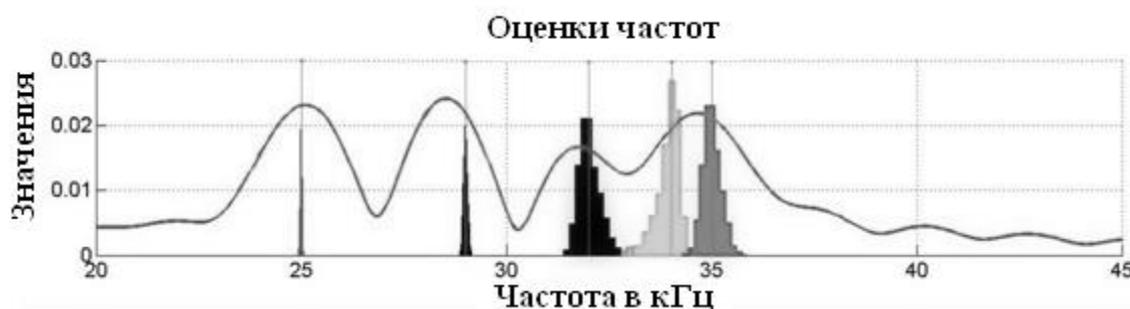


Рисунок 3.5.7 – Оценочные значения частот.

Процедура распараллеливания потоков, которую можно использовать в разрабатываемой технологии, позволяет дополнительно увеличить быстродействие алгоритма. Зависимость времени выполнения алгоритма от числа потоков показана на рисунке 3.5. 8. В модельном исследовании использовалась принятая реализация, содержащая 5 сигналов с различными частотами. При использовании 5 потоков, быстродействие алгоритма дополнительно увеличивается в 5 раз. Общее время оценки частот по экстремуму функционала правдоподобия не превышает значения 2 с. Это вполне удовлетворительный результат.

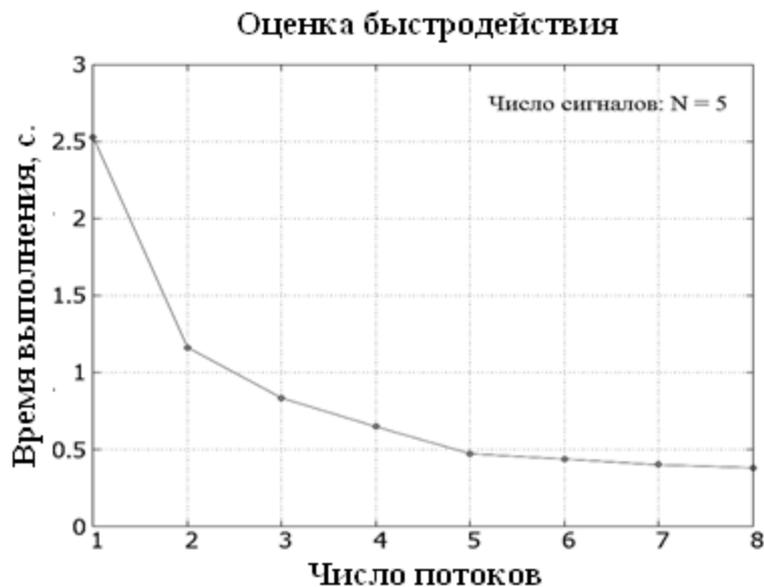


Рисунок 3.5.8 – Оценка быстродействия параллельного алгоритма дифференциальной эволюции.

Дальнейшее повышение быстродействия возможно путём реализации алгоритма на многопроцессорных архитектурах с применением MPI, а также графических процессорах.

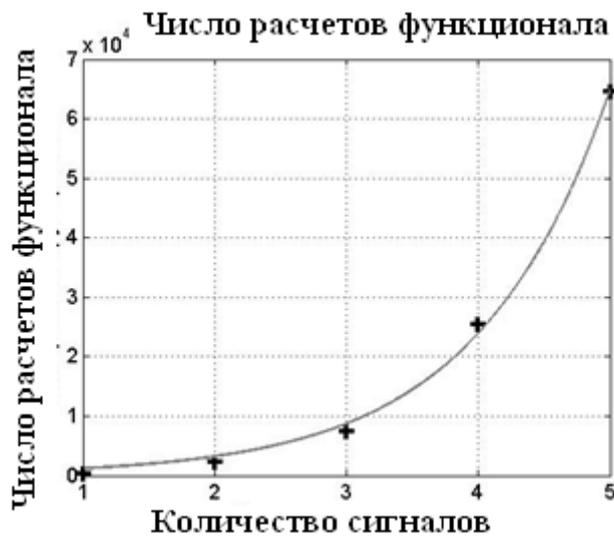


Рисунок 3.5.9 – зависимость числа расчётных точек функционала от количества разрешаемых сигналов.

Рисунок показывает, что число расчётов функционала экспоненциально растёт с увеличением числа сигналов. Зависимость, представленная на рисунке, аппроксимирована функцией $y = 437.5 * \exp(x)$. Этот результат подтверждается рисунком 3.5.10, на котором приведены оценки времени работы алгоритма при решении задачи минимизации функционала правдоподобия в модельных исследованиях для различного числа потоков.

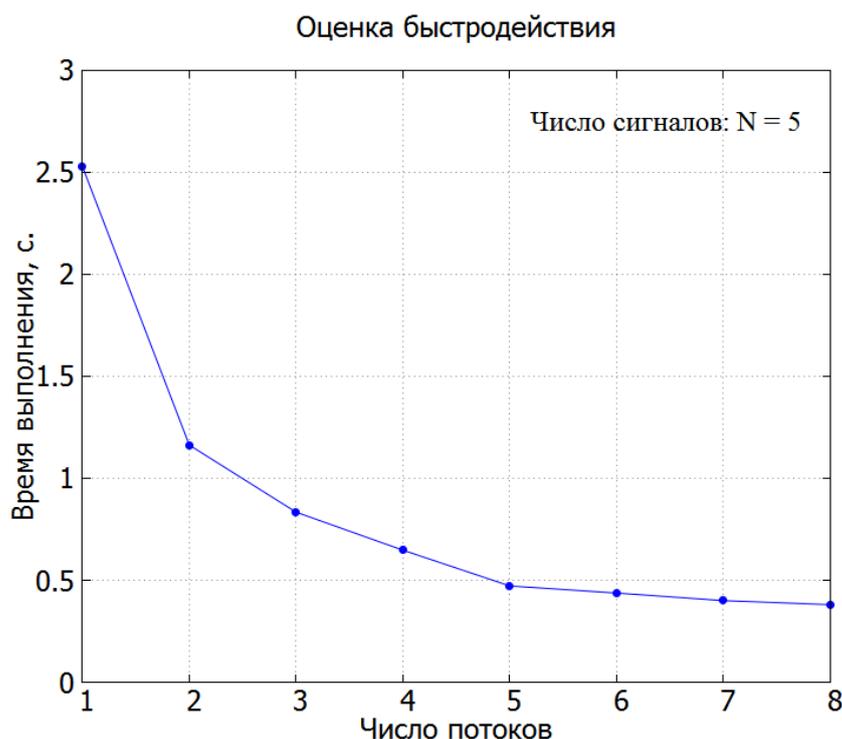


Рисунок 3.5. 10 – Оценка времени работы алгоритма в зависимости от числа потоков

Одним из важных вопросов является сопоставление точности оценок частот, получаемых методом дифференциальной эволюции и методом перебора. При равенстве сеток частот для первого и второго алгоритмов (шаг перебора 100 Гц) сравним статистики оценок частот. Результат сравнения показан на следующих рисунках.

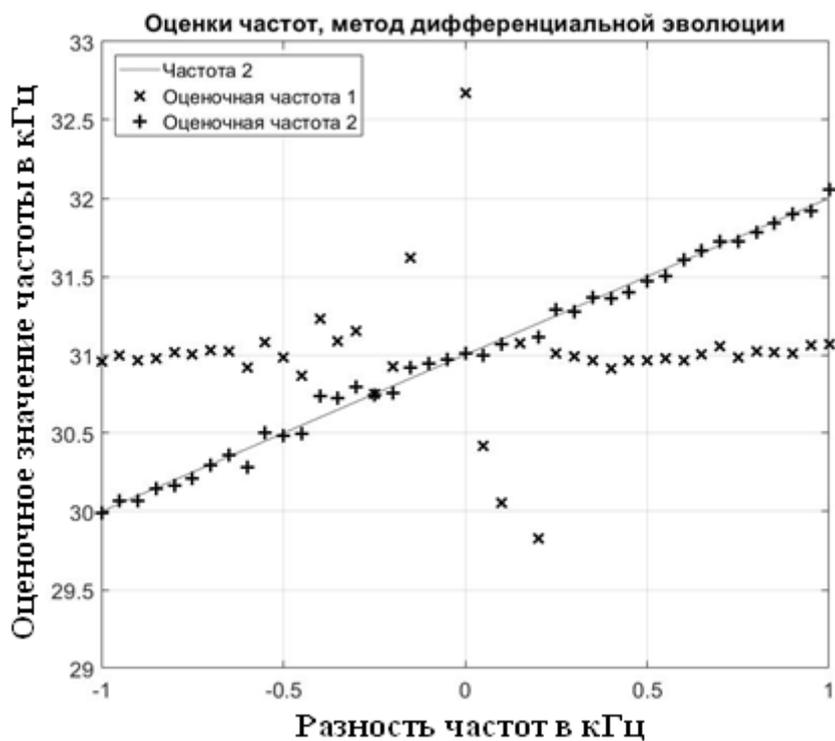


Рисунок 3.5.11(а) – Сопоставление оценочных значений частот, полученных методом дифференциальной эволюции

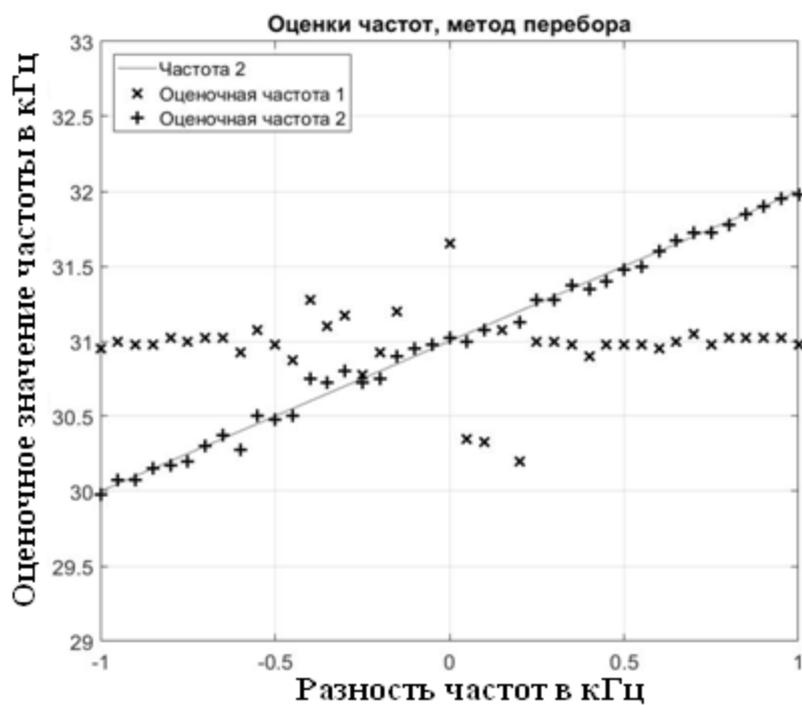


Рисунок 3.5.11(б) – Сопоставление оценочных значений частот, полученных методом перебора

Сравнение рисунков 3.5.11(а) и 3.5.11(б) показывает их полную идентичность. Аналогичные зависимости статистик от отношения сигнал/шум показаны на рисунках 3.5.12(а) и 3.5.12(б).

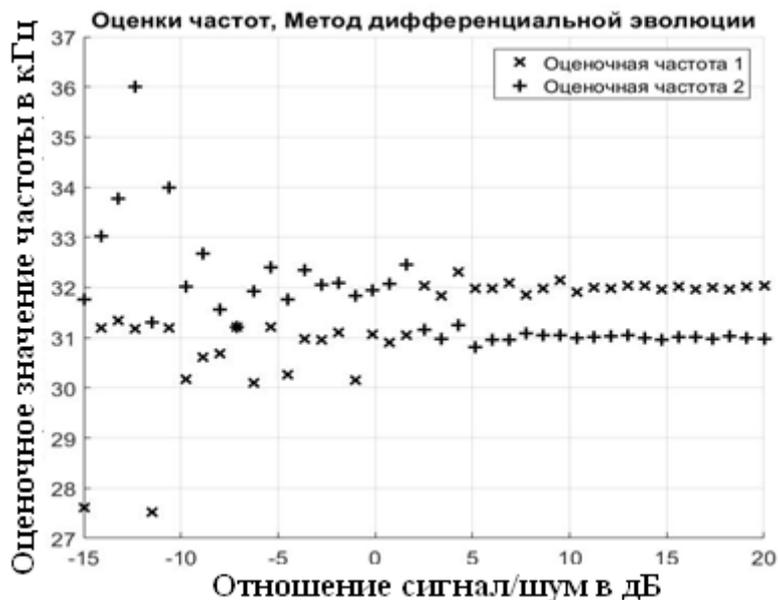


Рисунок 3.5.12(а) – Зависимость оценочных значений частот от отношения сигнал/шум, полученная методом дифференциальной эволюции

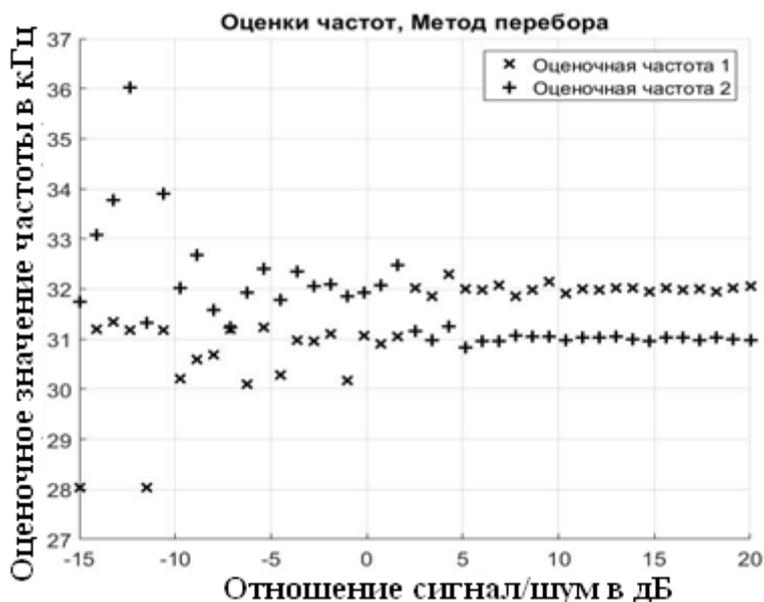


Рисунок 3.5.12(б) – Зависимость оценочных значений частот от отношения сигнал/шум, полученная методом перебора

Таким образом, метод дифференциальной эволюции и метод перебора параметров по точности практически одинаковы. Метод дифференциальной эволюции позволяет существенно сократить время работы алгоритма и довести его быстродействие до требований практического использования.

Низкие требования к скорости передачи данных между потоками позволяет эффективно выполнять данный алгоритм на кластерах и других системах с распределённой памятью, а также на GPU. Алгоритм позволяет существенно сократить время, затрачиваемое на решение задачи минимизации функционала правдоподобия по сравнению с методом полного перебора, а также даёт существенное улучшение сходимости по сравнению с генетическими алгоритмами.

§ 3.6. Метод обработки кодовых последовательностей в области ультраакустики

В ультразвуковой акустике кодовые последовательности в виде сигналов на основе кодов Баркера или на основе М-последовательностей практически не используются. Причиной является существенные искажения такого рода сигналов при прохождении через узкополосную пьезокерамическую пластинку. На рисунке 3.6.1 показан сигнал на основе 7-ми позиционного кода Баркера на входе и выходе преобразователя [19].

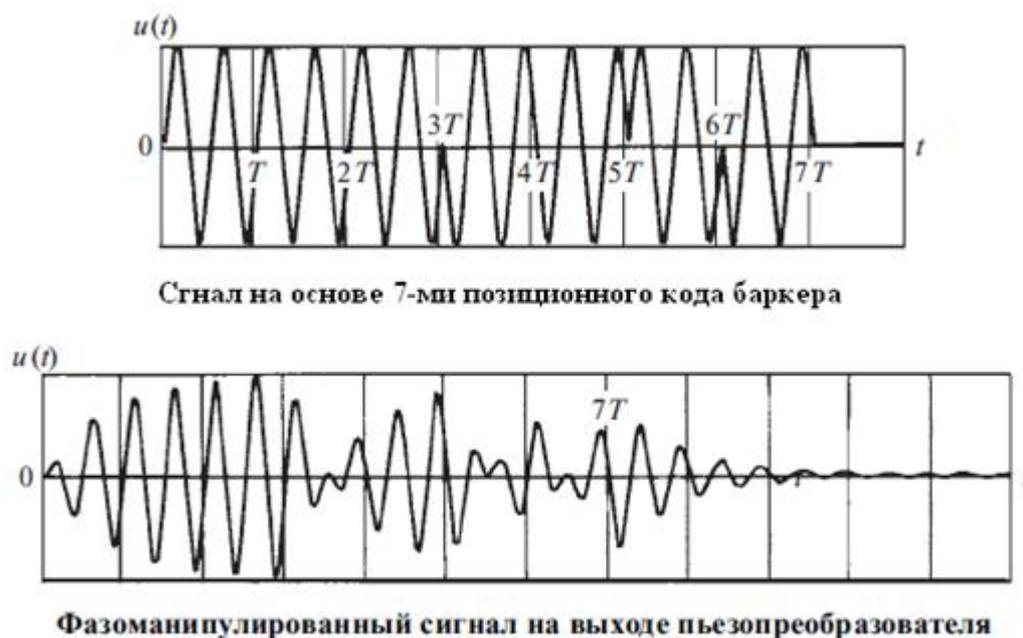


Рисунок 3.6.1 – Сигнал на основе кода Баркера, и соответствующий ему ультразвуковой сигнал, получаемый на выходе преобразователя

Как видно из рисунка, сигнал на выходе преобразователя существенно искажен. Преобразователь не успевает отреагировать на скачок фазы. В связи с этим аналитическое представление сигналов на основе кодов Баркера затруднено. С целью расширить полосу пропускания преобразователя к настоящему времени разработана мозаичная структура [19]. Мозаичный преобразователь представляет собой совокупность N -преобразователей с близкими, но различными

резонансными частотами. По существу используется принцип логопериодической антенны. На рисунке 3.6.2 показана структура мозаичного преобразователя.

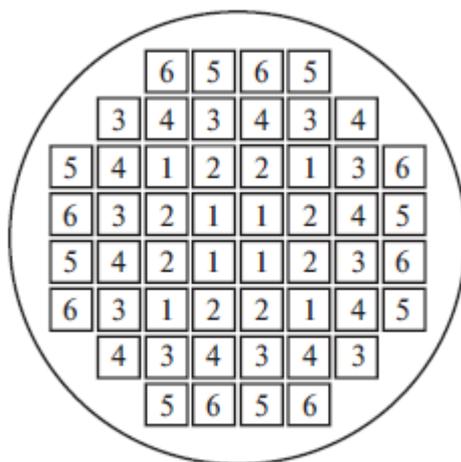


Рисунок 3.6.2 – Топология мозаичного преобразователя.

Резонансные частоты элементов, кГц: 1 – 175, 2 – 156,
3 – 140, 4 – 120, 5 – 100, 6 – 90

Отметим одну из важных особенностей, связанную с обработкой последовательностей ультразвуковых сигналов. Она касается процесса возбуждения резонансного излучателя. Как правило, входная возбуждающая последовательность представлена различными по длительностям радиоимпульсами. Для 5-ти позиционного кода Баркера структура последовательности показана на рисунке 3.6.3. Первые три позиции представлены радиоимпульсом длительностью $3T$ (T длительность одной позиции). Четвертая и пятая позиции представлены радиоимпульсом, длительностью T . Это приводит к тому, что на выходе излучателя (пьезокерамическая пластинка) отклики будут иметь различную энергию в связи с различной шириной спектра. В результате нормальная обработка сигналов на основе кодов Баркера или на основе M-последовательностей будет нарушена. Предлагается использовать в ультразвукике возбуждающую последовательность с разрывами в каждой позиции длительностью в один отсчет (рисунок 3.6.4).

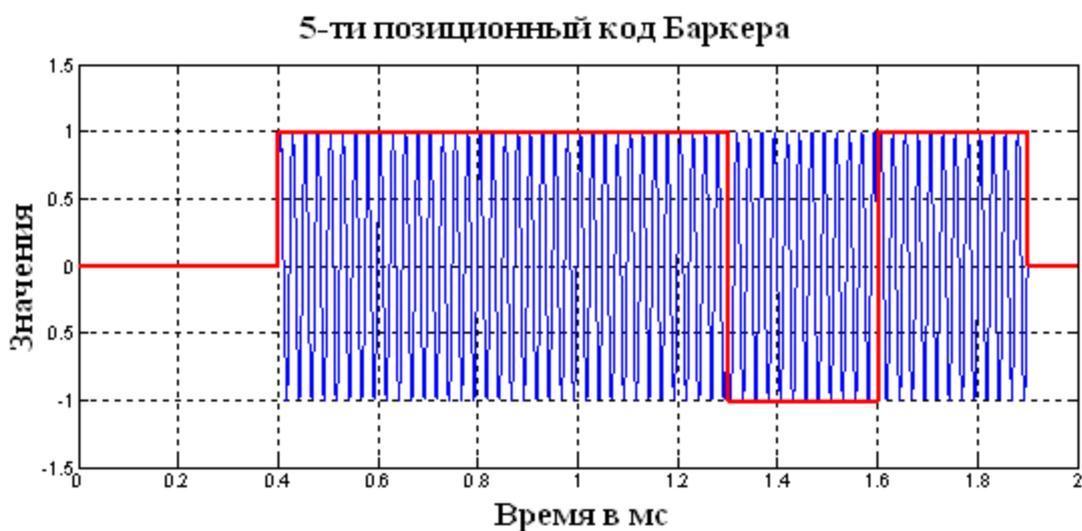


Рисунок 3.6.3 – Последовательность на основе 5-ти позиционного кода Баркера

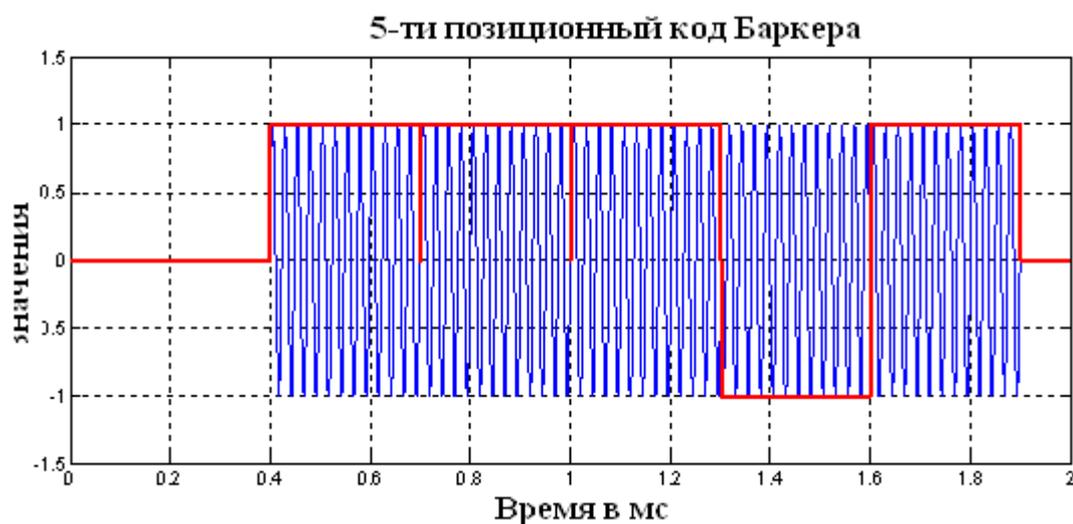


Рисунок 3.6.4 – Последовательность на основе 5-ти позиционного кода Баркера с разрывами в каждой позиции

В этом случае структура кодовой комбинации не меняется, а на выходе преобразователя будут формироваться отклики одинаковой формы и длительности (Рисунок 3.6.5). Корреляционная обработка таких сигналов вполне возможна. Однако более эффективной является обработка методом максимального правдоподобия, развитым в настоящей работе. Она позволяет существенно увеличить разрешение кодовых последовательностей.

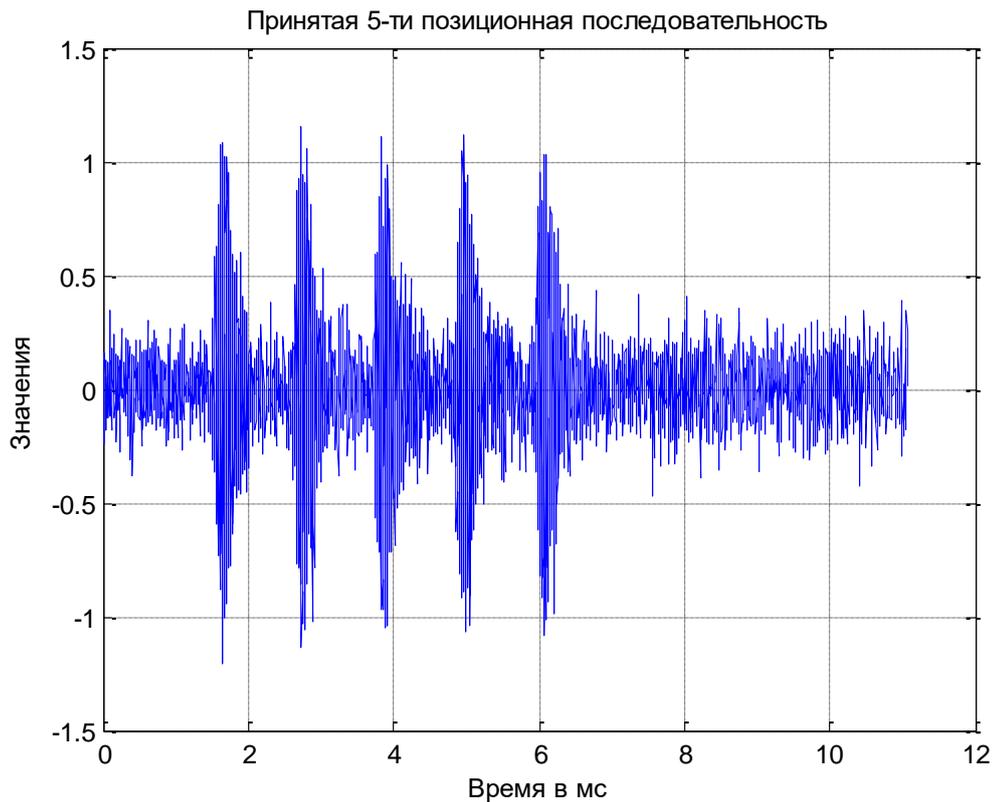


Рисунок 3.6.5 – 5-ти позиционная последовательность кодов Баркера. Отношение сигнал/шум 15 дБ. Интервал между сигналами равен 1.107 мс, частота 41.8 кГц

Рассмотрим кратко вопросы теории. Определим принятую реализацию в виде совокупности последовательностей

$$\hat{y}(t) = \sum_{n=1}^N \hat{U}_n \hat{S}(t, t_n) + \hat{U}_{\text{ш}}(t) \quad (3.6.1)$$

\hat{U}_n – комплексные амплитуды кодовых последовательностей.

$\hat{S}(t, t_n)$ – сигнал на основе кодовой последовательности. Форма одной позиции сигнала определена выражением (рисунок 3.2.1).

$\hat{U}_{\text{ш}}(t)$ – аддитивная шумовая составляющая с дисперсией σ^2 , нулевым средним значением и интервалом корреляции τ_k .

Запишем на основании (3.6.1) преобразованный (подстановка Хелстрема) функционал правдоподобия.

$$\Delta(\hat{t}_1 \div \hat{t}_N) = \int_{\tau}^T \left| \hat{y}(t) - \sum_1^N \hat{U}_n(\hat{t}_1 \div \hat{t}_N) \hat{S}_n(\hat{t}_n, t) \right|^2 dt \quad (3.6.2)$$

и преобразованный (подстановка Хелстрема) функционал отношений правдоподобия.

$$\Delta(\dot{t}_1 \div \dot{t}_N) = \int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \sum_1^N \hat{U}_n(\dot{t}_1 \div \dot{t}_N) \hat{S}_n(\dot{t}_n, t) \right|^2 dt \quad (3.6.3)$$

Штрихами отмечены оцениваемые параметры. T – общая длительность последовательностей. Дифференцируя по комплексным амплитудам и приравнявая дифференциалы нулю, получим уравнения правдоподобия.

Дополнительно запишем решения уравнений правдоподобия в виде функциональных зависимостей, учитывающих наличие сингулярности корреляционной матрицы.

$$\hat{U}(\dot{t}_1 \div \dot{t}_N) = \hat{R}^{-1} \bar{\beta} \quad (3.6.4)$$

Оно следует из уравнений правдоподобия, представленных в комплексном виде.

$$\bar{\beta} = \hat{R} \hat{U}, \quad (3.6.5)$$

где $\beta_n(\hat{U}_n, \dot{t}_n) = \int_{\tau}^T \hat{y}(t) \hat{S}_n^*(\hat{U}_n, \dot{t}_n, t) dt$ – элементы вектора столбца $\bar{\beta}$,

$\hat{R}_{n,m}(\dot{t}_n, \dot{t}_m) = \int_0^T \hat{S}_n(\dot{t}_n, t) \hat{S}_m^*(\dot{t}_m, t) dt$ – элементы корреляционной матрицы.

Представленные выражения являются основой для решения статистических задач при использовании кодовых последовательностей в области ультразвуки.

Рассмотрим возможности обработки кодовой последовательности методом корреляционного анализа. Модельные значения следующие: отношение сигнал/шум равно 15 дБ, интервал между сигналами равен 1.107 мс, длительность сигнала 1.107 мс, частота 41.8 кГц, длина волны 7.89 мм. В результате корреляционной обработки можно получить корреляционную функцию, которая имеет традиционный вид (рисунок 2.5.2). Она определяет потенциальные возможности разрешения и оценки параметров ультразвуковой последовательности. Разрешение Рэля на уровне 0.5 от максимума равно 184 мкс. В пересчете на расстояние оно равно 60.72 мм. Точность оценки амплитуды определяется дисперсией Рао-Крамера

$$D_u = \frac{\sigma^2 \tau_k}{\int_{t_1}^{\infty} \hat{S}(t, \dot{t}_0) \hat{S}^*(t, \dot{t}_0) dt} = \frac{\sigma^2 \tau_k}{T_{\text{ЭКВ}}} = \frac{\sigma^2}{N_{\text{ЭКВ}}} \quad (3.6.6)$$

Она зависит от эквивалентной длительности последовательности $T_{\text{ЭКВ}}$, точнее от количества некоррелированных отсчетов шума $N_{\text{ЭКВ}}$, укладываемых на эквивалентной длительности последовательности $T_{\text{ЭКВ}}$. Точность оценки времени приема определяется по формулу Вудворда. Она оценивает дисперсию времени приема по огибающей сигнала.

$$D1_{t_0} = \frac{\sigma^2(T_{\text{ЭКВ}})^2}{|\hat{U}_0|^2 N_{\text{ЭКВ}} (2\pi)^2} \quad (3.6.7)$$

Согласно этому выражению дисперсия времени приема пропорциональна квадрату эквивалентной длительности отдельной позиции последовательности.

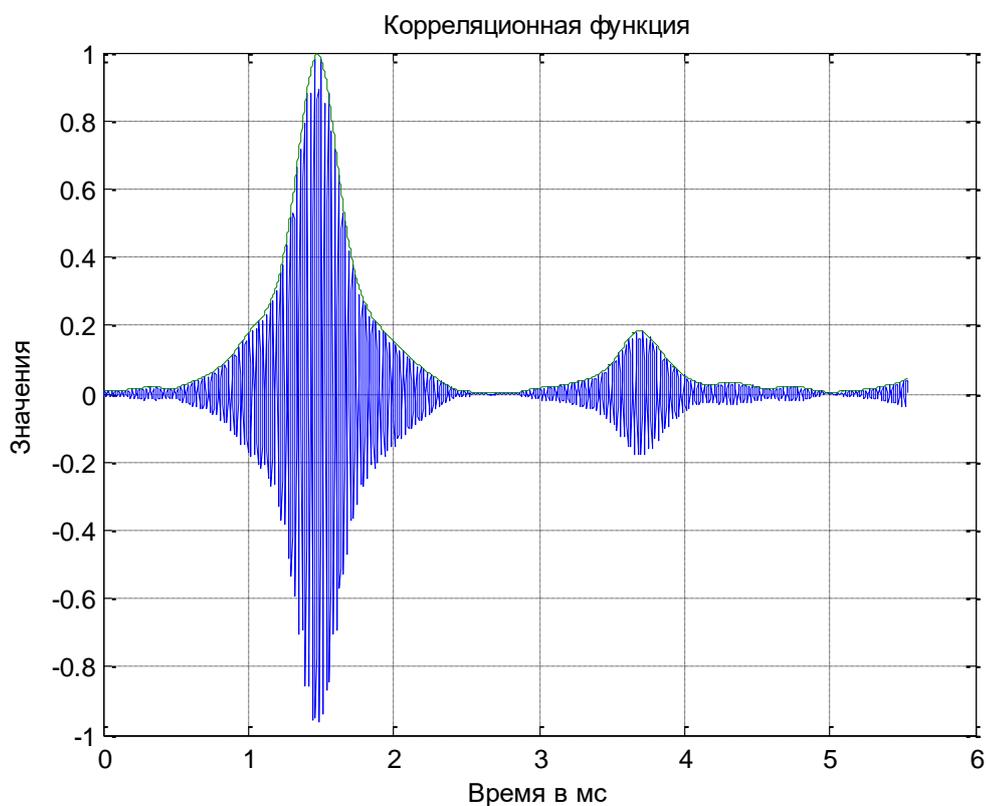


Рисунок 3.6.6 – Корреляционная функция последовательности ультразвуковых сигналов на основе 5-ти позиционного кода Баркера

Таким образом, кодовая последовательность с разрывами в каждой позиции позволяет получить вполне удовлетворительный результат корреляционной обработки этой последовательности. Разрешающая способность определяется эффективной длительностью одной позиции в последовательности.

Представим статистику получаемых оценок. На рисунке 3.6.7 показана статистика амплитуд ультразвуковой последовательности в зависимости от отношения сигнал/шум в дБ. Сплошной кривой представлено СКО, полученное по выражению Рао-Крамера.

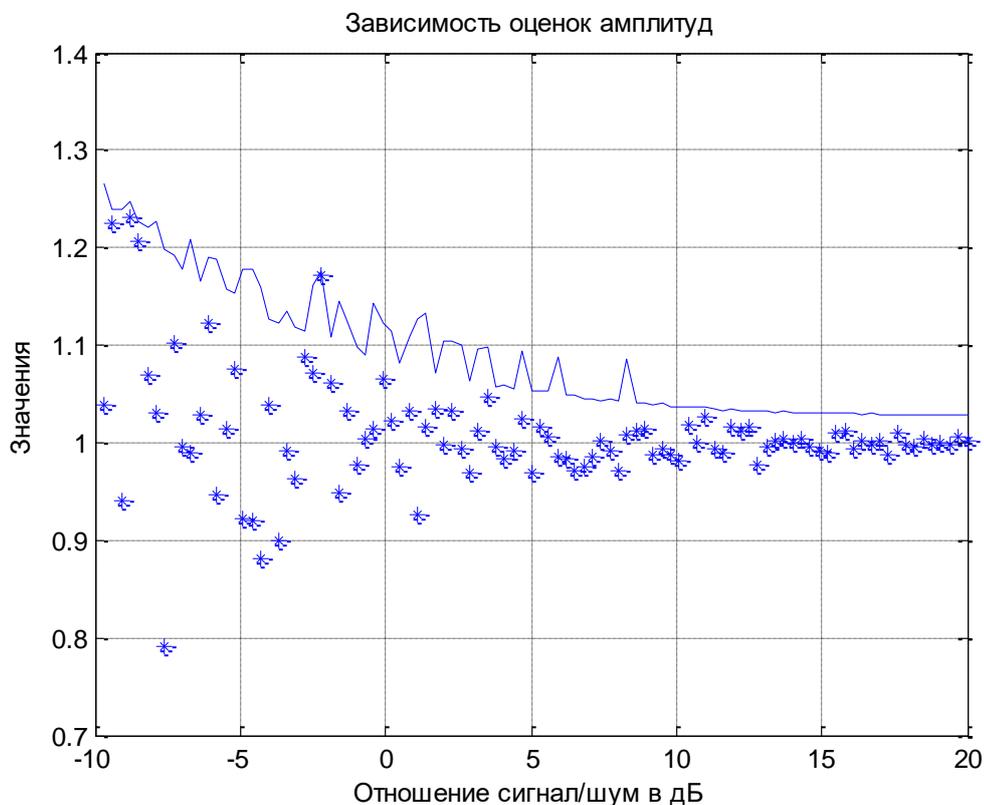


Рисунок 3.6.7 – Зависимость среднеквадратичного отклонения амплитуд (СКО) от отношения сигнал/шум в дБ

Дисперсия шума оценивалась по минимуму функционала правдоподобия. Соответствие вполне удовлетворительное. При увеличении отношения сигнал/шум оценки амплитуд стремятся к модельному значению амплитуды ($U = 1$). Следовательно, решение эффективное и несмещенное. Аналогичная зависимость статистики времени приема от отношения сигнал/шум показана на рисунке 3.6.8. Если ввести ограничение на точность оценок амплитуд и времени приема, тогда определяется рабочая область получения решений по параметру отношение сигнал/шум. Так при 20-ти процентной точности по амплитуде и

погрешности по времени приема 15 мкс, рабочая область будет определена при отношении сигнал/шум выше -5 дБ.

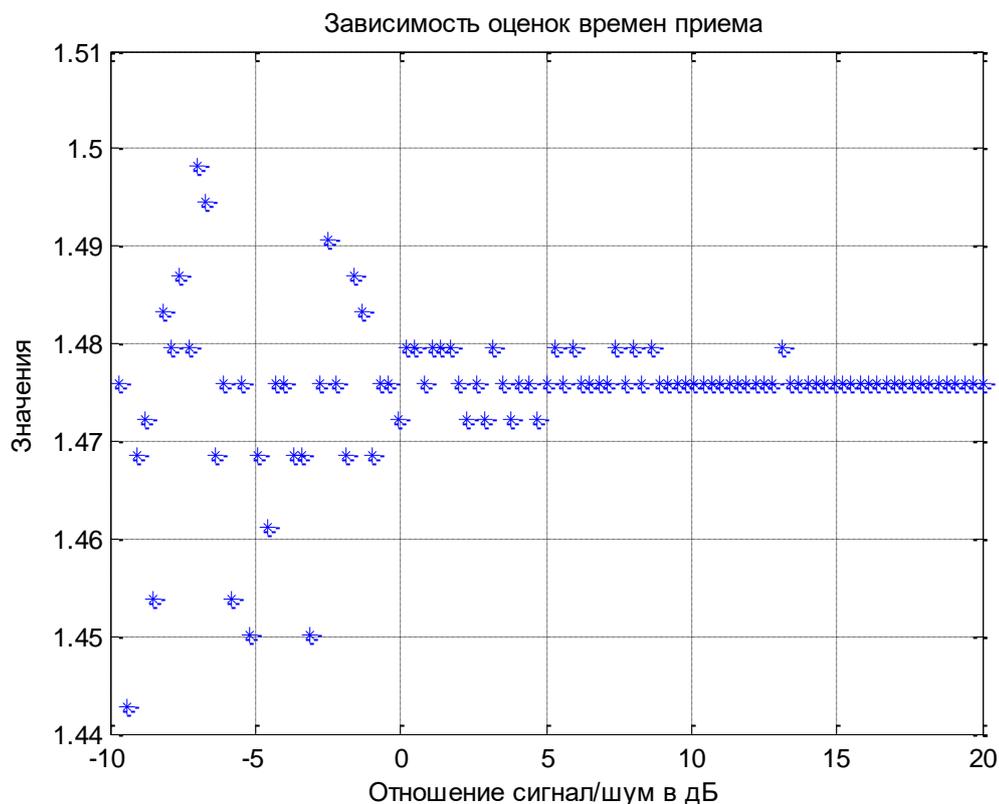


Рисунок 3.6.8 – Статистика времени приема последовательности от отношения сигнал/шум. Модельное время приема равно 1.476 мс

Дополнительно представим результат обработки сигнала на основе 13-ти позиционной последовательности с интервалом между отдельными позициями 184.5 мкс. На рисунке 3.6.9 показана принятая реализация, содержащая сигнал на основе 13-позиционной последовательности. На рисунке 3.6.10 показана корреляционная функция этого сигнала. Разрешающая способность остается на прежнем уровне. Амплитуда и время приема соответствуют модельным значениям. Однако в связи с общим увеличением эквивалентной энергии 13-ти позиционной последовательности по сравнению с 5-ти позиционной последовательностью отношение сигнал/шум увеличивается. Это иллюстрируется рисунком 3.6.11 при сравнении с подобным рисунком 3.6.7. При 10% точности оценок рабочая область обработки начинается с -10 дБ.

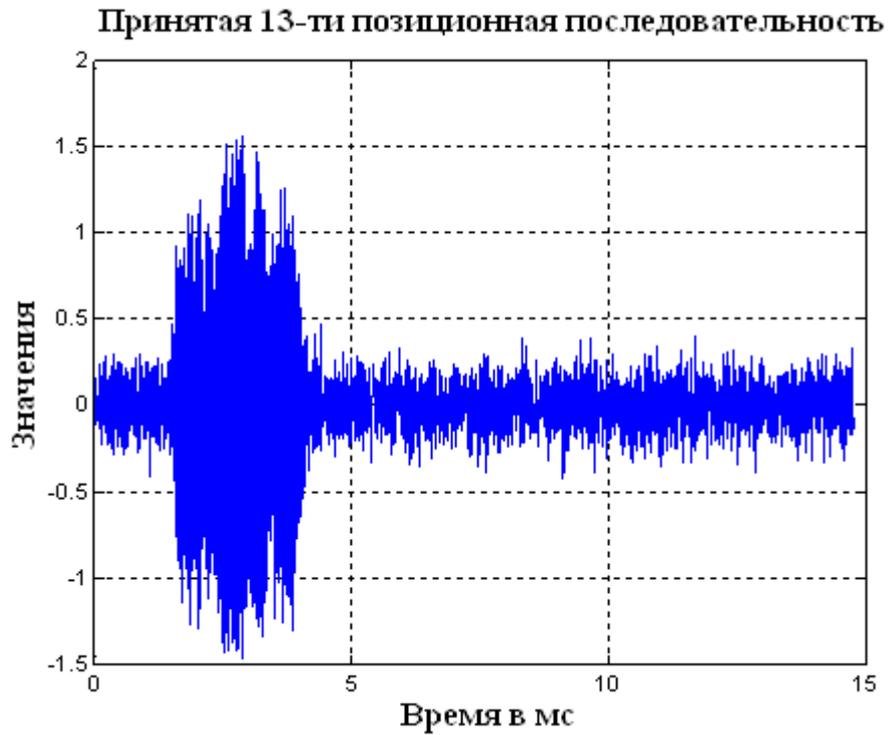


Рисунок 3.6.9 – 13-ти позиционная последовательность ультразвуковых сигналов на основе кодов Баркера с интервалом между сигналами 184.5 мкс

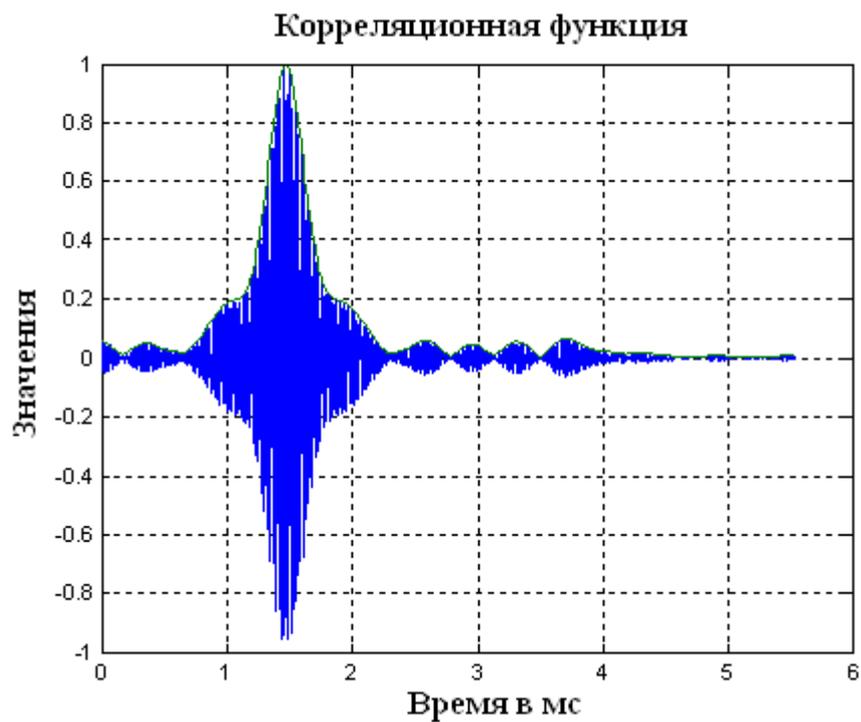


Рисунок 3.6.10 – Корреляционная функция 13-ти позиционной последовательности с интервалом между сигналами 184.5 мкс

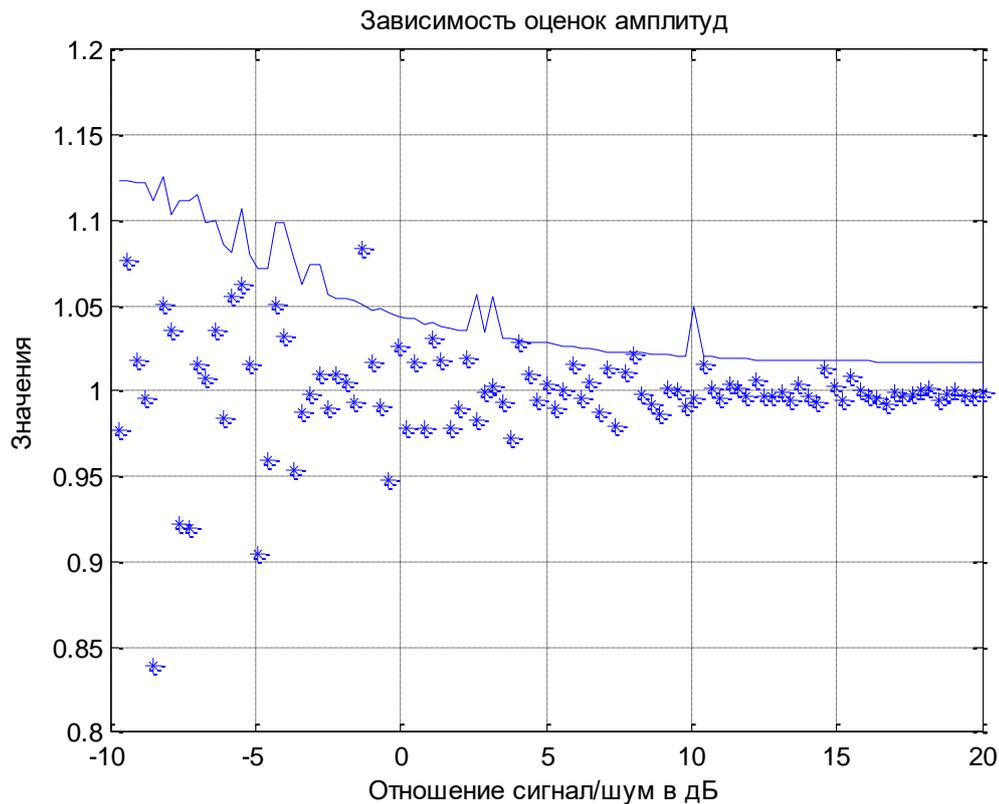


Рисунок 3.6.11 – Статистика оценок амплитуд 13-ти позиционной последовательности с интервалом между сигналами 184.5 мкс

Продолжим представление результатов модельных исследований, возможностей разрешения последовательностей ультразвуковых сигналов на основе кодов Баркера. Для обеспечения прохождения через излучатель (пьезокерамическую пластину) будем использовать возбуждающую последовательность с разрывами в каждой позиции длительностью в один отсчет. В этом случае структура кодовой комбинации не меняется, и на выходе излучателя будет отклики одинаковой формы и длительности. На рисунке 3.6.12 показан результат корреляционной обработки принятой реализации, содержащей две 13-ти позиционные последовательности. Интервал в 295.2 мкс оказывается достаточным, чтобы корреляционные функции каждой последовательности были отдельными. Однако точности оценок амплитуд и времен приема оказываются неудовлетворительными.

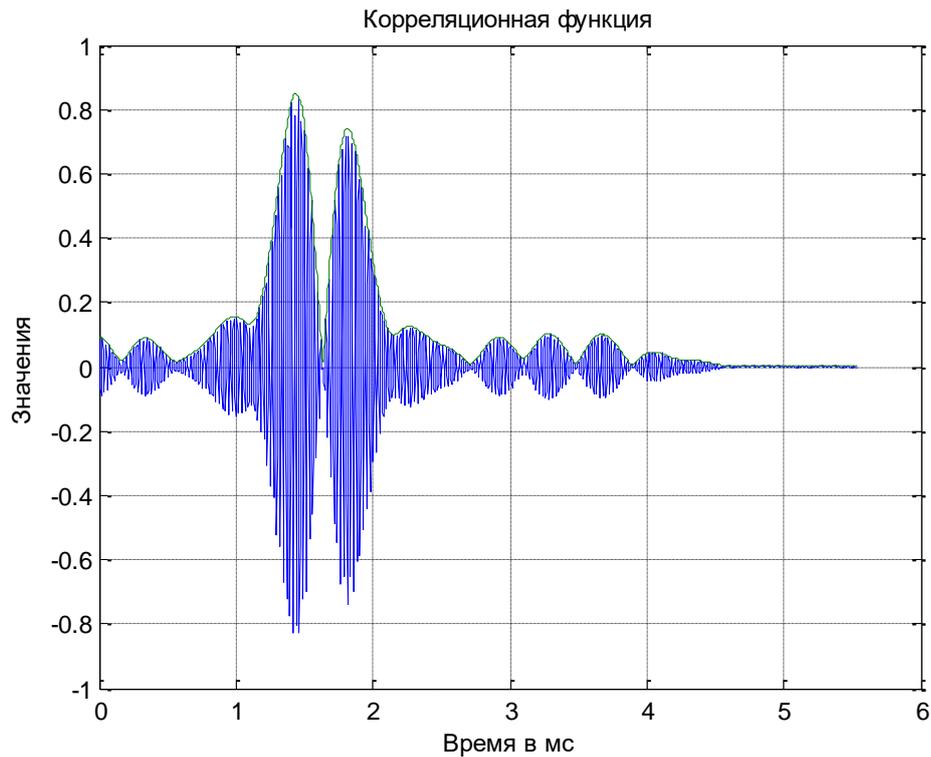


Рисунок 3.6.12 – Корреляционные функции двух 13-ти позиционных последовательностей с интервалом между ними 295.2 мкс

На рисунке 3.6.13 интервал между последовательностями уменьшен до 184.5 мкс. В этом случае корреляционные функции сливаются в единую корреляционную функцию с одним максимумом. Разрешающая способность корреляционного метода оказывается недостаточной. Для общего представления о возможности корреляционного анализа при обработке двух последовательностей на рисунке 3.6.14 показаны зависимости оценок амплитуд от разности времен приема. Время приема первой последовательности постоянно и равно 1.47 мс. Время приема второй последовательности линейно меняется от 0.05 мс до 0.75 мс. Амплитуды последовательностей равны $U_1 = 1$ и $U_2 = 0.9$.

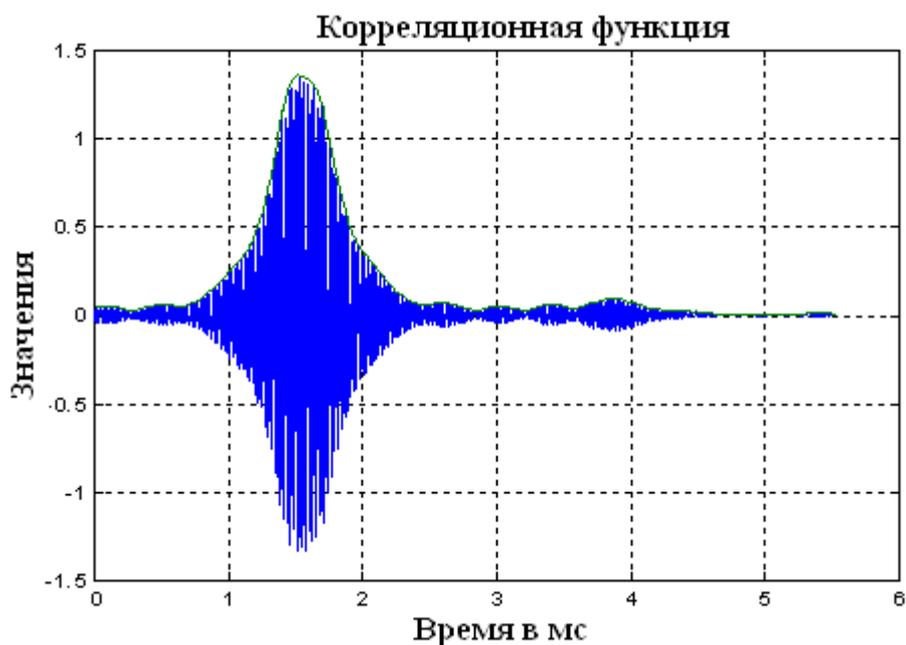


Рисунок 3.6.13 – Корреляционные функции двух 13-ти позиционных последовательностей с интервалом между ними 184.5 мкс

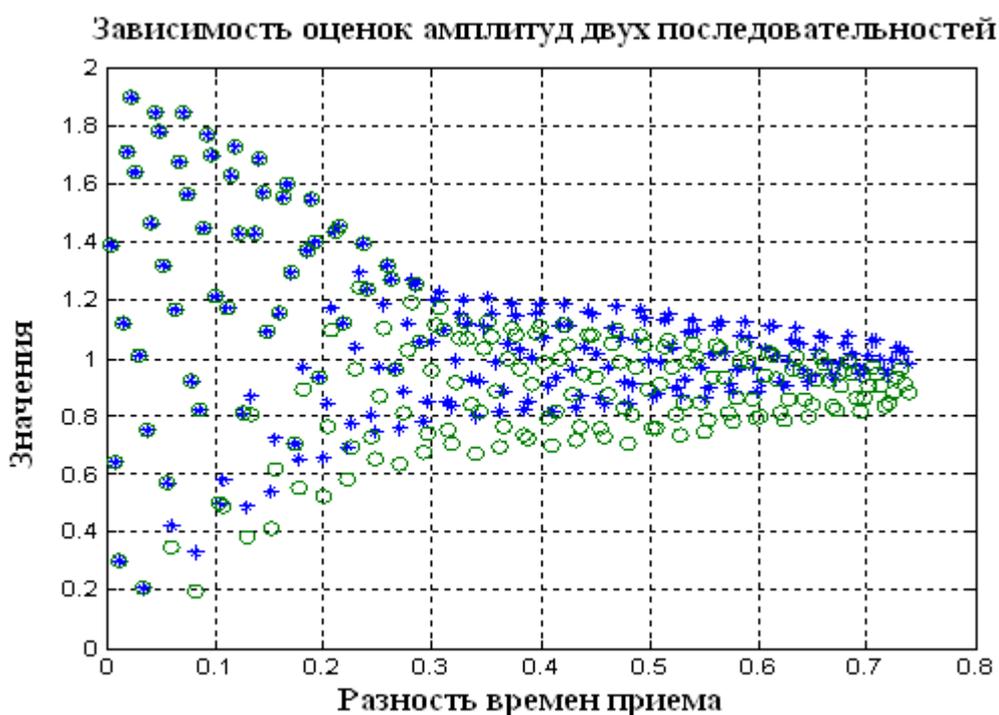


Рисунок 3.6.14 – Статистика оценок амплитуд двух 13-ти позиционных ультразвуковых последовательностей в зависимости от разности времен приема последовательностей в мс. Интервал между сигналами в каждой позиции равен 184.5 мкс

Как видно из рисунка, 20% точность обеспечивается лишь при разности времен приема 0.5 мс и более. Этого явно недостаточно для ультразвуковой диагностики. Отмечается наличие систематических интерференционных погрешностей оценки амплитуд. Статистика оценок времен приема двух последовательностей, для этого случая, показана на рисунке 3.6.15. Отмечается наличие систематических интерференционных погрешностей оценки времен приема. Если принять предельную точность в 100 мкс, то тогда рабочей областью корреляционного анализа будет область изменения разности времен приема более 300 мкс.

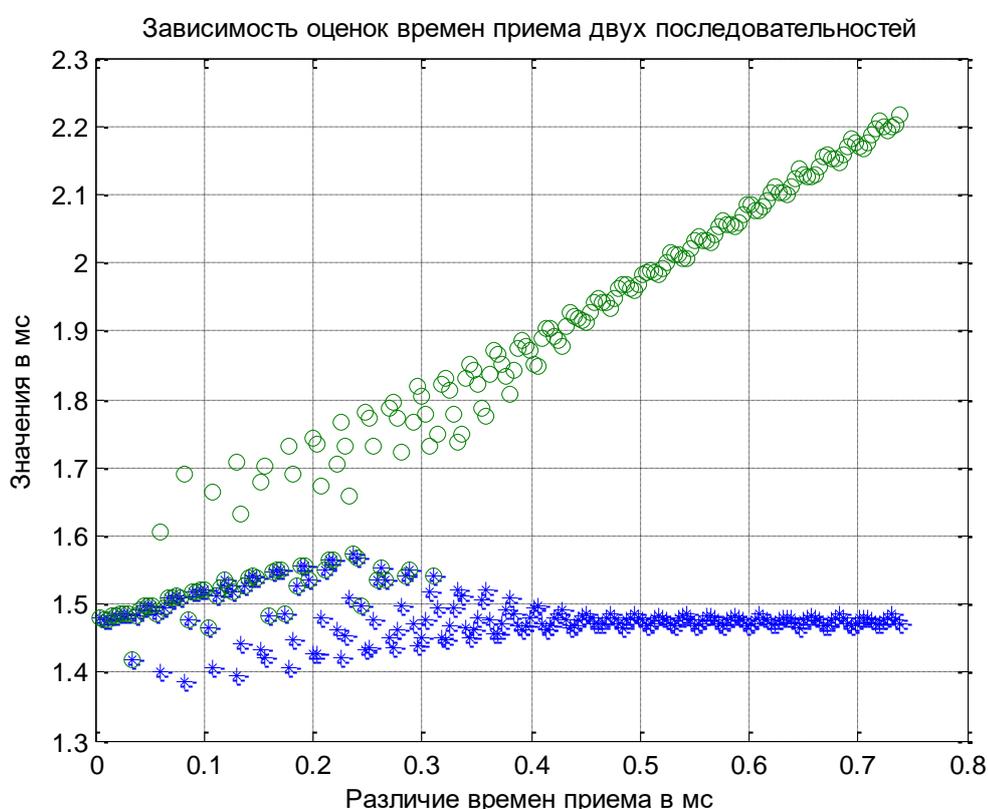


Рисунок 3.6.15 – Статистика времен приема двух 13-ти позиционных последовательностей ультразвуковых сигналов в зависимости от разности времен приема

Таким образом, корреляционный анализ не позволяет получить удовлетворительное решение задачи оценки параметров при наличии двух последовательностей в реализации, при ультразвуковой диагностике.

Корреляционный анализ имеет Рэлеевское ограничение на разрешение двух последовательностей.

Рассмотрим возможности оценки времен приема двух ультразвуковых последовательностей методом максимального правдоподобия на основании функционала правдоподобия.

$$\Delta(\hat{t}_1 \div \hat{t}_N) = \int_{\tau}^T \left| \hat{y}(t) - \sum_1^N \hat{U}_n(\hat{t}_1 \div \hat{t}_N) \hat{S}_n(\hat{t}_n, t) \right|^2 dt \quad (3.6.8)$$

$$N = 1, 2.$$

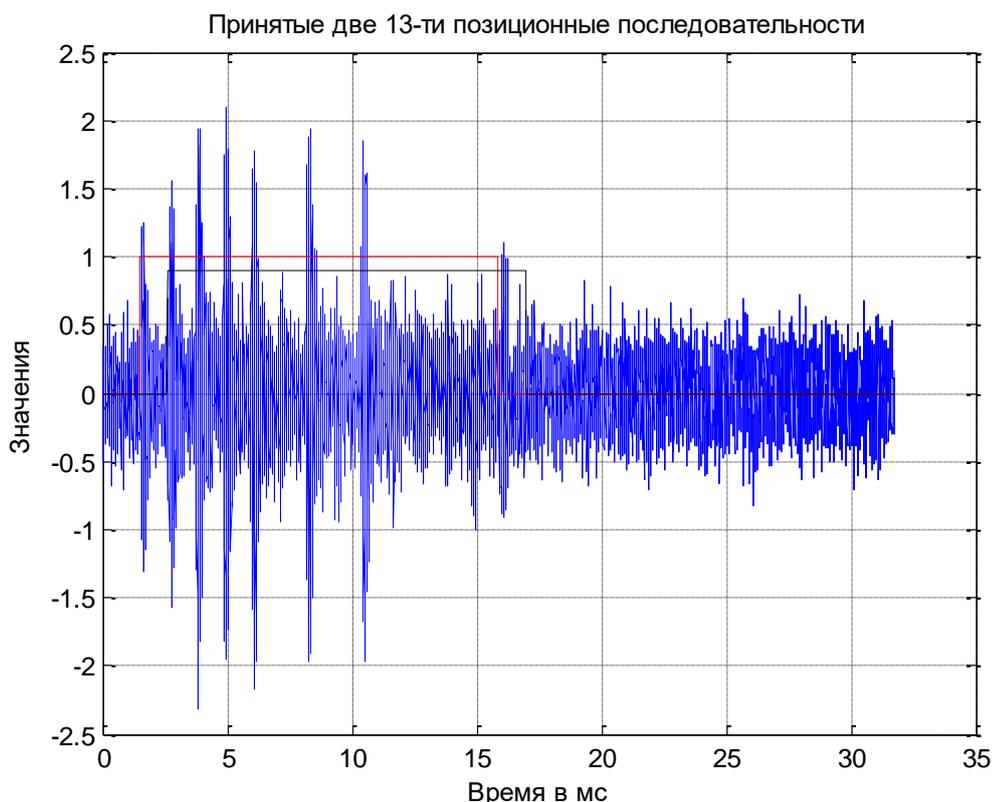


Рисунок 3.6.16 – Реализация, содержащая две ультразвуковые последовательности и аддитивный шум. Разность времен приема между последовательностями равна 1.107 мс. Отдельные позиции последовательностей исчезают из-за интерференции

На рисунке 3.6.16 показана принятая реализация, содержащая две 13-позиционные последовательности и аддитивный шум. Отношение сигнал/шум равно 15 дБ. Длительность последовательностей 14.184 мс. Время приема первой последовательности равно 1.616 мс. Время приема второй последовательности

равно 2.723 мс. Эквивалентная длительность последовательностей 2.82 мс. Эквивалентная длительность 1-й позиции 0.21 мс. Различие последовательностей по времени приема отмечено прямоугольниками. На рисунке 3.6.17 показана статистика амплитуд двух 13-ти позиционных ультразвуковых последовательностей в зависимости от разности времен приема. Отношение сигнал/шум равно 10 дБ. Это позволяет оценить возможности разрешения этих последовательностей. Согласно данному рисунку, решения удовлетворительные за исключением полосы вблизи нулевого значения ± 6 мкс, которая и определяет возможности разрешения.

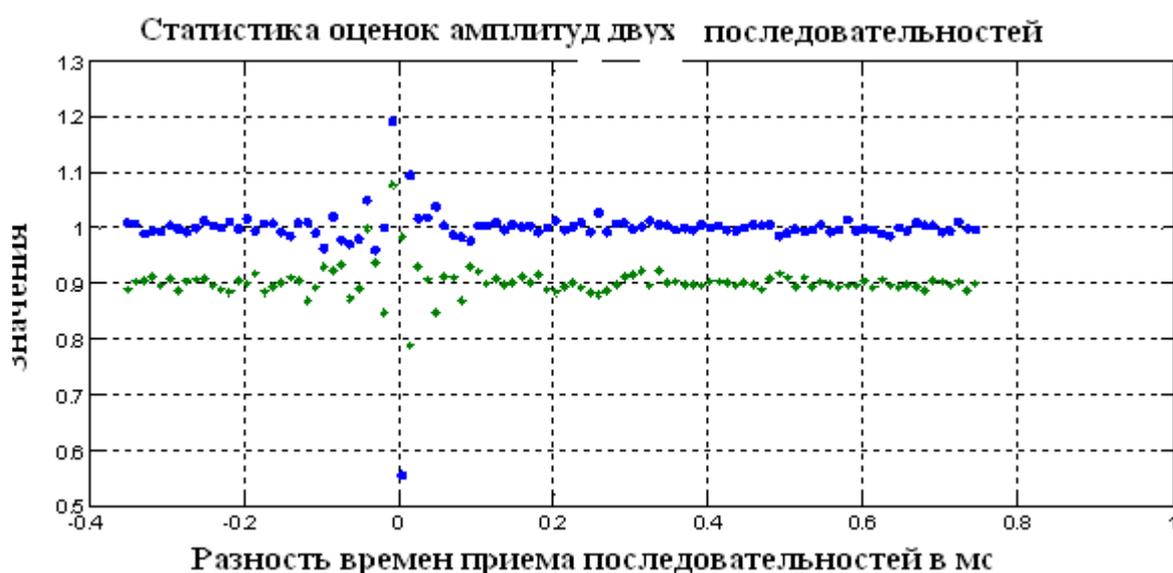


Рисунок 3.6.17 – Статистика оценок амплитуд двух 13-ти позиционных последовательностей в зависимости от разности времени приема

На рисунке 3.6.18 показана подобная статистика оценок времен приема двух 13-ти позиционных последовательностей в зависимости от разности времени приема. Аналогичная полоса не превышает значения одного отсчета, т.е. ± 3.69 мкс.

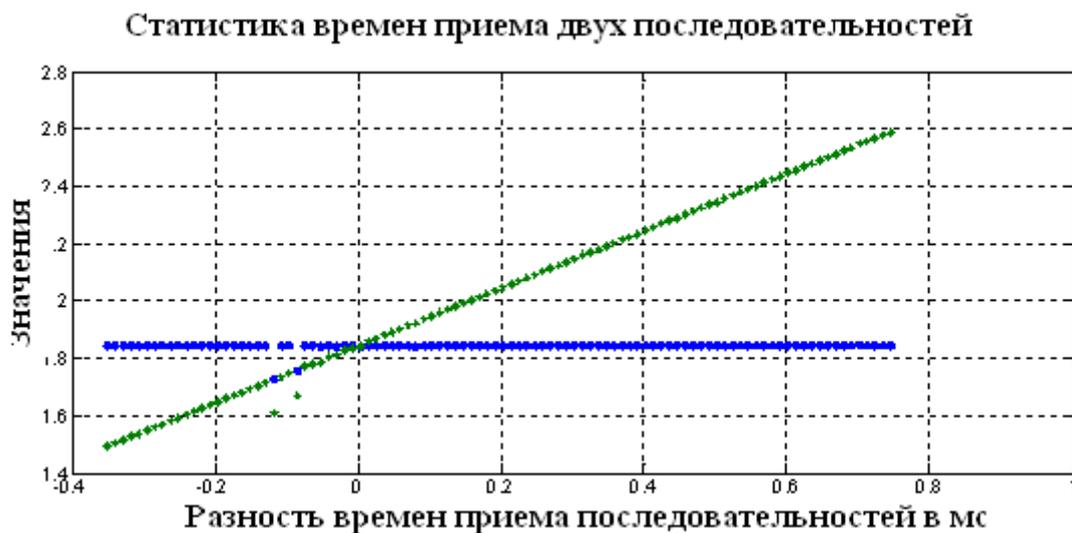


Рисунок 3.6.18 – Статистика оценок времен приема двух 13-ти позиционных ультразвуковых последовательностей

На следующих двух рисунках представлена статистика оценок амплитуд двух последовательностей (рисунок 3.6.19), и статистика оценок времен приема двух последовательностей (рисунок 3.6.20). При 20% точности оценок амплитуд, рабочая область определяется отношением сигнал/шум от -10 дБ и выше. В пределах этой рабочей области погрешность оценок времен приема не хуже ± 25 мкс

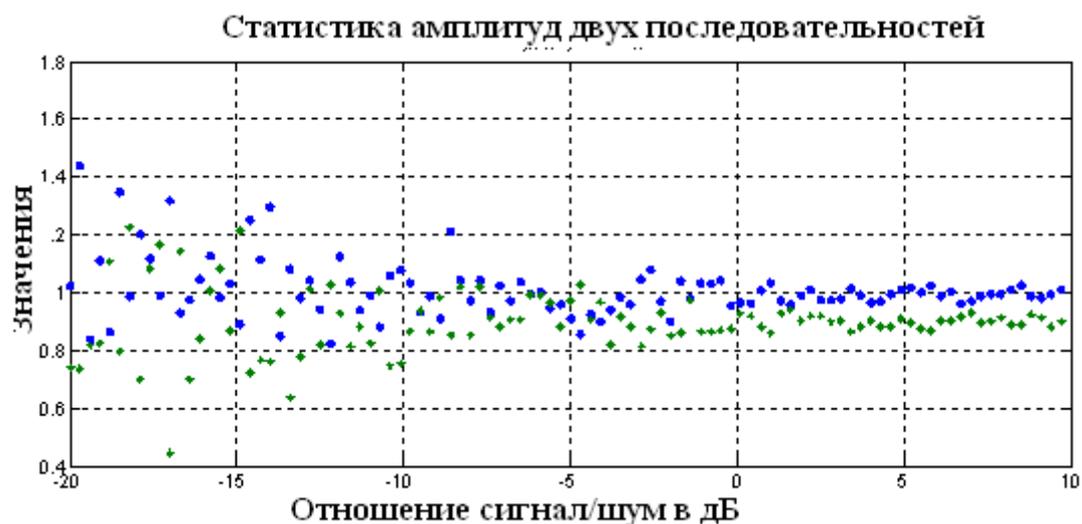


Рисунок 3.6.19 – Статистика оценок амплитуд двух последовательностей в зависимости от отношения сигнал/шум. Разность времен приема 184.5 мкс

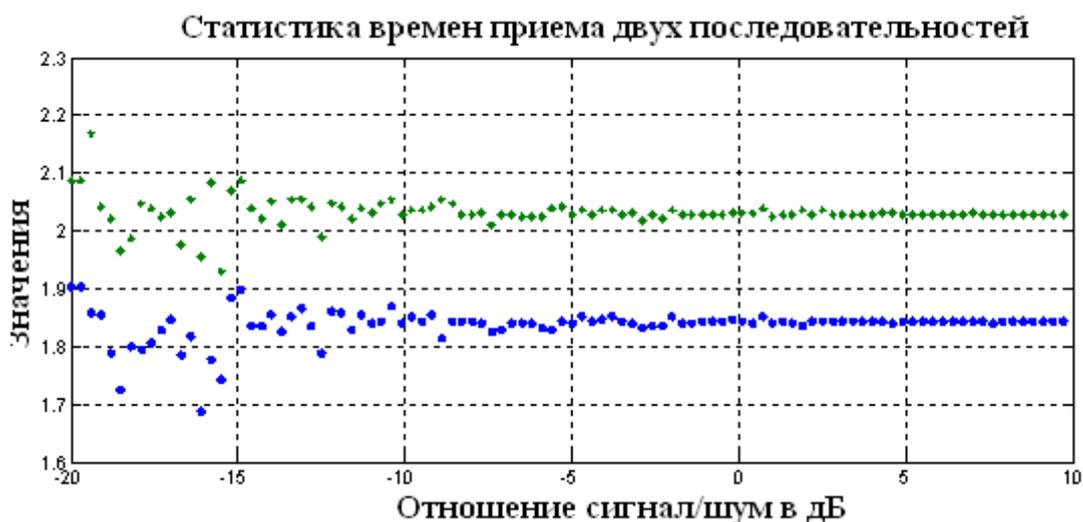


Рисунок 3.6.20 – Статистика времен приема двух последовательностей в зависимости от отношения сигнал/шум. Разность времен приема равна 184.5 мкс

Рассмотрение совместной статистика амплитуд и времен приема двух последовательностей на плоскости время приема - амплитуда позволяет оценить возможности решения задачи обнаружения последовательностей и решения задачи разрешения этих последовательностей. На рисунке 3.6.21 показана совместная статистика при отношении сигнал/шум 10 дБ и разности времен приема 36.9 мкс. Модельные значения времен приема $t_1 = 1.845$ мс и $t_2 = 1.882$ мс. На рисунке показана статистика параметров первой последовательности, второй последовательности и оценки шумовых сингулярных максимумов при ограничении области решений разностью времен приема полосой $\Delta t < 10$ мкс. Как видно из рисунка, при принятых условиях задача обнаружения решается вполне удовлетворительно. Задача разрешения также решается удовлетворительно. На рисунке 3.6.22 совместная статистика оценок амплитуд и времени приема показана при условии, что времена приема различаются на 18.4 мкс при ограничении разности времен приема полосой $\Delta t < 10$ мкс. При отношении сигнал/шум 10 дБ, это предельное разрешение двух последовательностей. Шумовые сингулярные максимумы при этом существенно подавляются

Статистика амплитуд и времен приема двух последовательностей

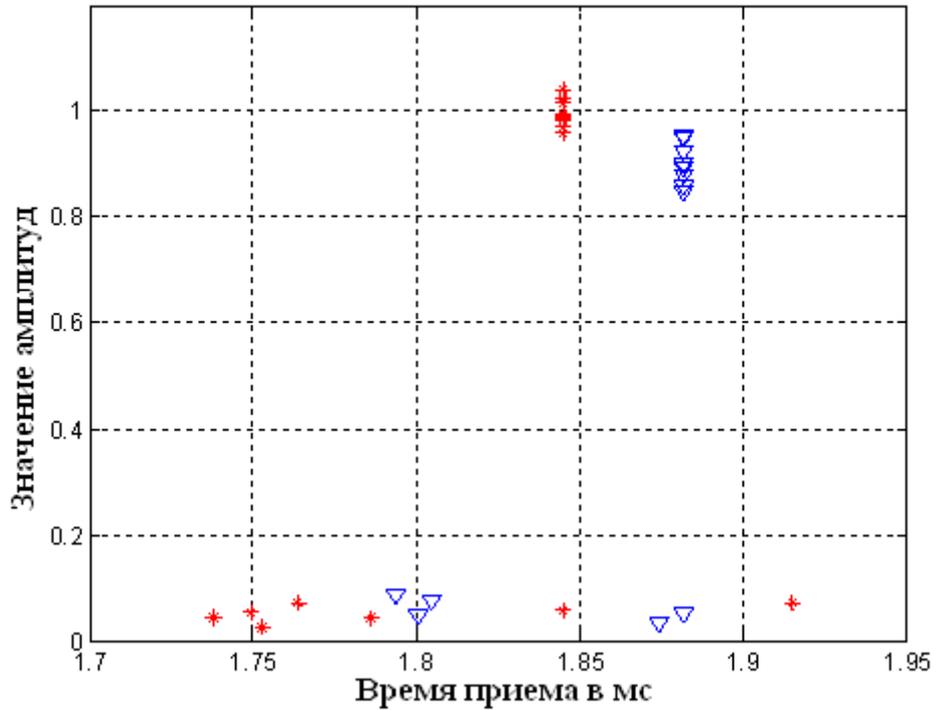


Рисунок 3.6.21 – Совместная статистика амплитуд и времен приема двух 13-ти позиционных последовательностей при разности времен приема 36.9 мкс

Статистика амплитуд и времен приема двух последовательностей

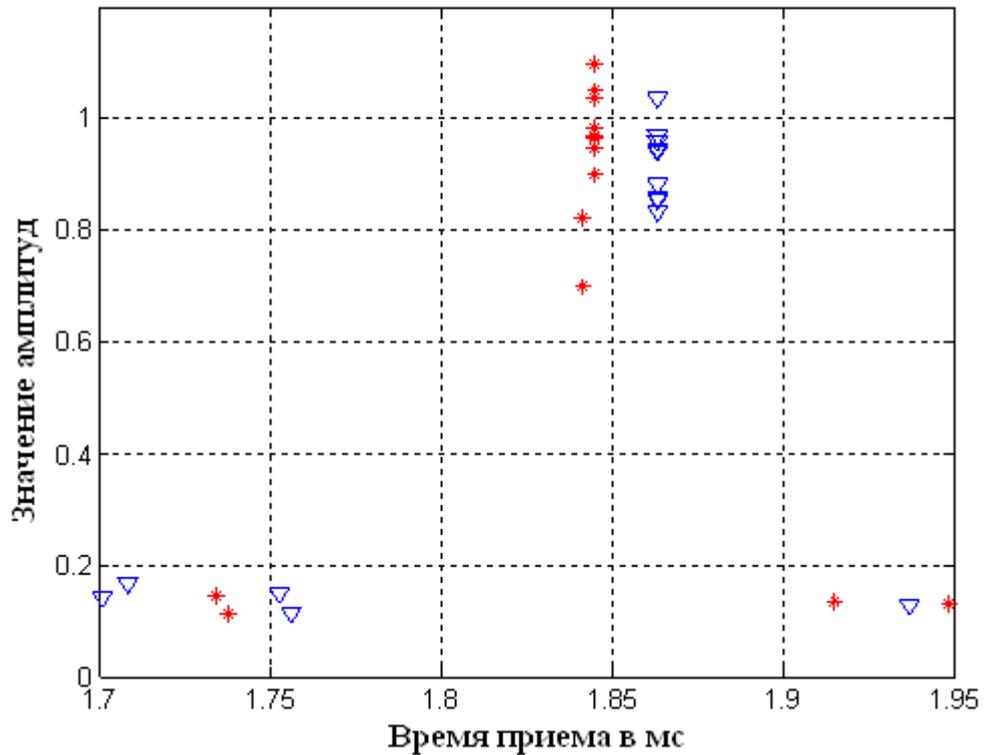


Рисунок 3.6.22 – Совместная статистика амплитуд и времен приема двух 13-ти позиционных последовательностей при различии времени приема 18.4 мкс

Таким образом, при ультразвуковой диагностике вполне можно использовать последовательности сигналов, основанных на кодах Баркера или с применением М-последовательностей. Они обеспечивают достаточно высокое разрешение и точность оценок параметров. Следует отметить, что разрешающая способность алгоритма при использовании последовательностей ультразвуковых сигналов при сравнении с алгоритмом при использовании двух ультразвуковых сигналов практически одинакова. Применение последовательностей оправдано, при недостаточной энергии ультразвуковых сигналов.

§ 3.7. Помехоустойчивость при обработке ультразвуковых сигналов

Технология обработки ультразвуковых сигналов, изложенная в первой главе настоящей работы, может быть использована для практического применения. Одной из таких практических задач является подавление помех, которые могут быть приняты вместе с полезным ультразвуковым сигналом. В литературе [19, 75] вопросы фильтрации сигнала на фоне помех решаются на основе метода Байеса. Однако идеология, заложенная в решении, связана или с режекторной фильтрацией или с нулем диаграммы направленности в направлении на источник помех. Байесовский метод приводит к разработке компенсаторов помех со статистическим нулем на источник помех или со статистическими параметрами режекторного фильтра. В них учитывается как статистика параметров сигнала, так и статистика параметров помехи [75]. В настоящей работе предлагается подход: полное исключение помехи из принятой реализации. Следует отметить, что помехи и ультразвуковой сигнал существенно отличаются по коэффициенту взаимной корреляции. Он, как правило, находится в границах $0 \div 0.8$. Следовательно, задача фильтрации сигнала на фоне помех может быть решена как в области Рэлеевского разрешения, так и в области неортогональности сигнала и помехи. Уточним постановку задачи фильтрации. Пусть помеха является случайной при условии, что интервал корреляции ее случайных параметров много больше, чем интервала обработки, равной длительности сигнала. При таком условии параметры помехи постоянны на интервалах обработки, и можно использовать для решения статистических задач радиотехники метод максимального правдоподобия с высоким разрешением. Рассмотрим вначале сосредоточенную по частоте помеху. Пусть в принятой реализации содержится аддитивная смесь сигнала, помехи и шума.

$$\hat{Y}(t) = \hat{U}_0 f(t, t_0) + \hat{U}_n S(t) + \hat{U}_ш(t), \quad (3.7.1)$$

где $f(t, t_0)$ – форма ультразвукового сигнала, зависящая от времени приема. Она представлена в виде цифрового сигнала (рисунок 3.2.1).

$S(t) = \exp(i\omega_n t)$ – аналитическая форма сосредоточенной по частоте помехи.

$\hat{U}_{ш}(t)$ - аддитивный нормальный шум со средним значением, равным нулю, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции τ_k .

На основании (3.7.1) запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta(\hat{U}_0, \hat{U}_п, t_0) = \int_0^T \left| (\hat{Y}(t) - \hat{U}_0 f(t, t_0) - \hat{U}_п S(t)) \right|^2 dt \quad (3.7.2)$$

Штрихами обозначены оцениваемые параметры сигнала и помехи.

Дифференцируя по комплексным амплитудам и приравнявая дифференциалы нулю, получим систему уравнений правдоподобия. Их решения относительно амплитуд будут следующие.

$$\hat{U}_0(t_0) = \frac{\int_0^T (\hat{Y}(t) f^*(t, t_0) dt \int_0^T |S(t)|^2 dt - \hat{R}(t_0) \int_0^T (\hat{Y}(t) S^*(t) dt)}{\int_0^T |S(t)|^2 dt \int_0^T |f(t)|^2 dt - |\hat{R}(t_0)|^2} \quad (3.7.3)$$

$$\hat{U}_п(t_0) = \frac{\int_0^T (\hat{Y}(t) S^*(t, t_0) dt \int_0^T |f(t)|^2 dt - \hat{R}^*(t_0) \int_0^T (\hat{Y}(t) f^*(t) dt)}{\int_0^T |S(t)|^2 dt \int_0^T |f(t)|^2 dt - |\hat{R}(t_0)|^2},$$

где $\hat{R}(t_0) = \int_0^T (\hat{S}(t) f^*(t) dt)$ – ненормированный коэффициент корреляции сигнала и помехи.

Подставляя эти выражения в (3.7.2), получим выражение для функционала правдоподобия, зависящего лишь от времени приема t_0 (подстановка Хелстрема).

$$\Delta(t_0) = \int_0^T \left| (\hat{Y}(t) - \hat{U}_0(t_0) f(t, t_0) - \hat{U}_п(t_0) S(t)) \right|^2 dt \quad (3.7.4)$$

Выражения (3.7.4) и (3.7.3) решают задачу оценки параметров сигнала и помехи. Анализ процесса фильтрации можно провести на основе новой реализации.

$$\hat{Y}_1(t) = \hat{Y}(t) - \hat{U}_п(t_0) S(t) \quad (3.7.5)$$

В выражении (3.7.5) помеха полностью исключается из принятой реализации.

Данная технология исключения помехи из принятой реализации существенно отличается от технологии режекторного фильтра, при котором происходит искажение оцениваемых параметров сигнала.

Представим результаты модельных расчетов. На рисунке 3.7.1 показана форма цифрового ультразвукового сигнала, взятого из эксперимента, и

помеха. На нижней части рисунка показаны отдельно спектр сигнала (пунктир) и спектр помехи (сплошная линия).

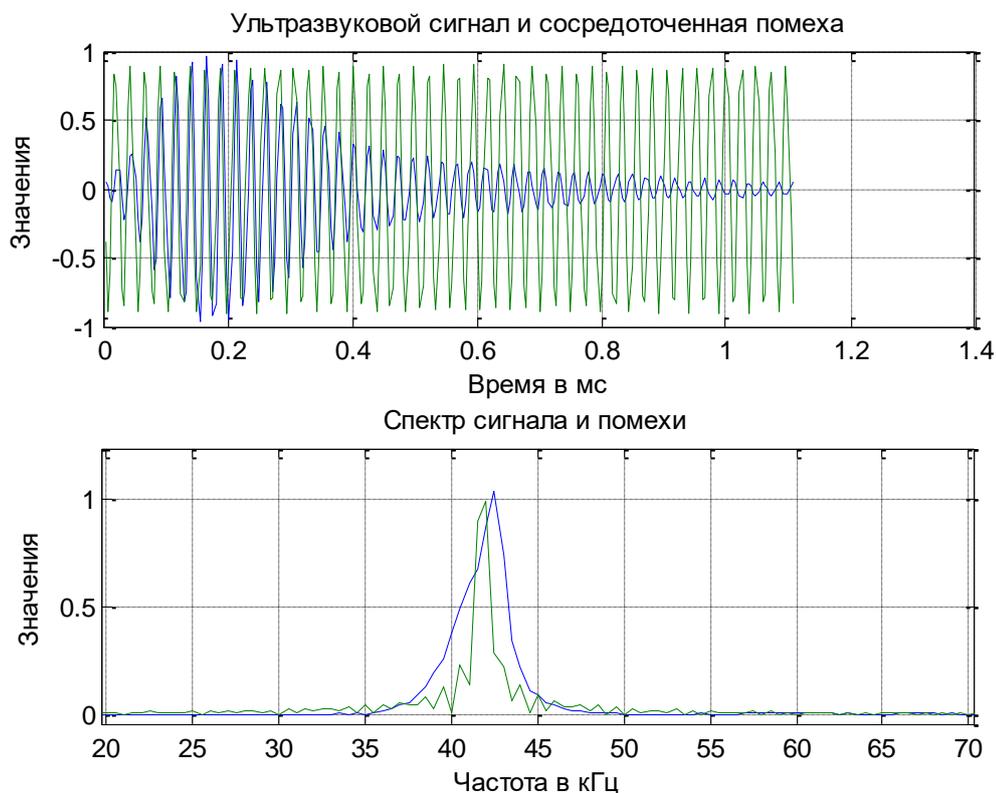


Рисунок 3.7.1 – Форма ультразвукового сигнала и форма помехи (верхний рисунок). Спектры сигнала и помехи (нижний рисунок)

Параметры сигнала: амплитуда равна единице, длительность ограничена 1.1 мс, частота 42.4 кГц. Параметры помехи: амплитуда 0.9, частота 41.8 кГц, помеха представляет собой синусоидальный сигнал. Спектры сигнала и помехи значительно перекрываются. Следовательно, спектральный анализ не позволяет их разделить. На рисунке 3.7.2 показана принятая реализация, содержащая сигнал, помеху и аддитивный шум. Помеха соизмерима с сигналом по амплитуде и имеет отличный от нуля коэффициент взаимной корреляции с сигналом. На рисунке 3.7.3 показана зависимость функционала правдоподобия (3.7.4) от времени приема. Положение минимума функционала определяет оценку времени приема сигнала. Значение минимума функционала определяет дисперсию шума по отношению к единице (-20 дБ).

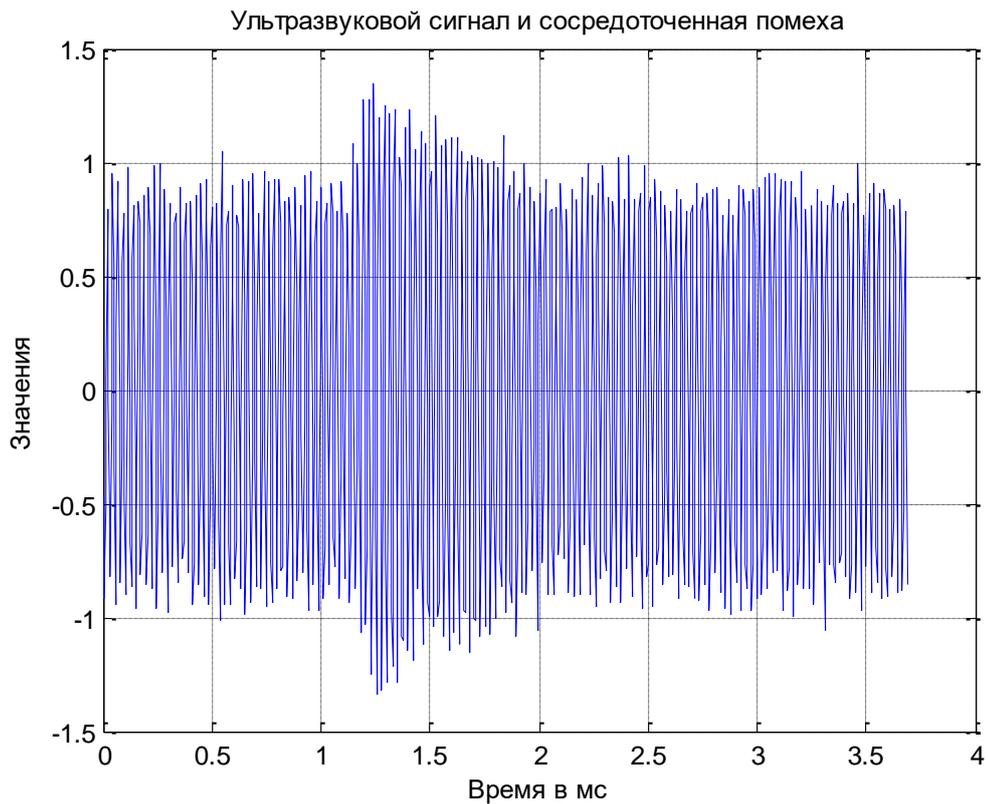


Рисунок 3.7.2 – Принятая реализация, содержащая ультразвуковой сигнал, помеху и аддитивный шум. Отношение сигнал/шум 20 дБ

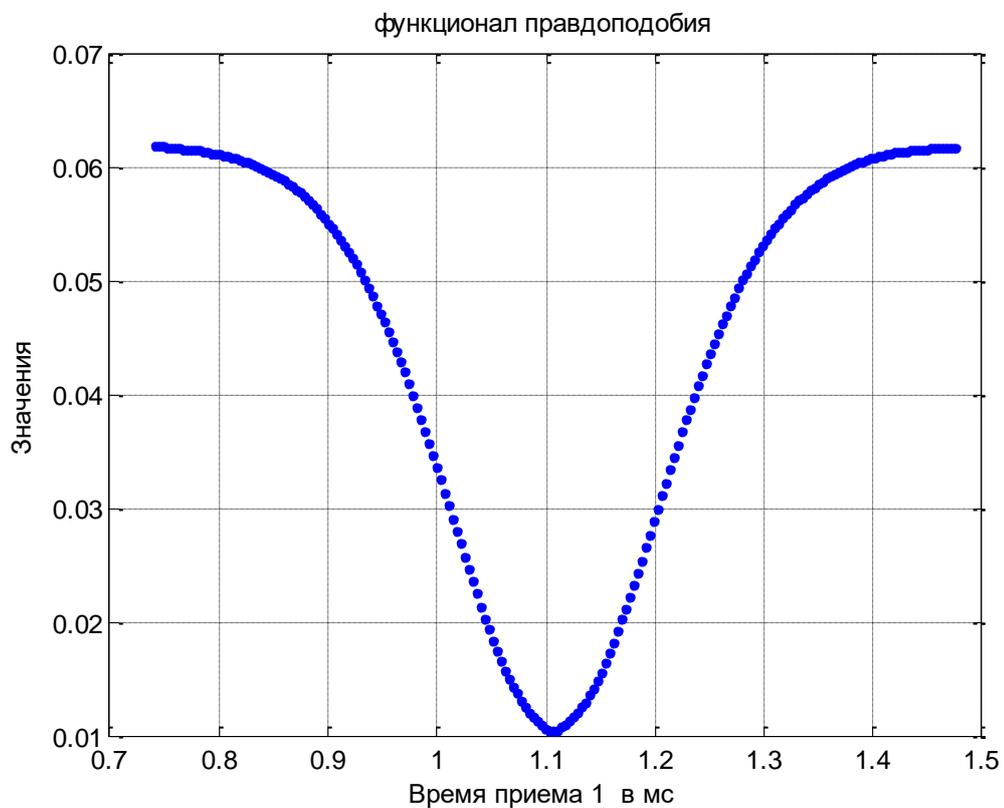


Рисунок 3.7.3 – Функционал правдоподобия в зависимости от времени приема

Выражения (3.7.3) в точке минимума функционала правдоподобия дают оценку комплексных амплитуд сигнала и помехи. На рисунке 3.7.4 показан результат исключения помехи из принятой реализации. Помеха полностью исключена из реализации.

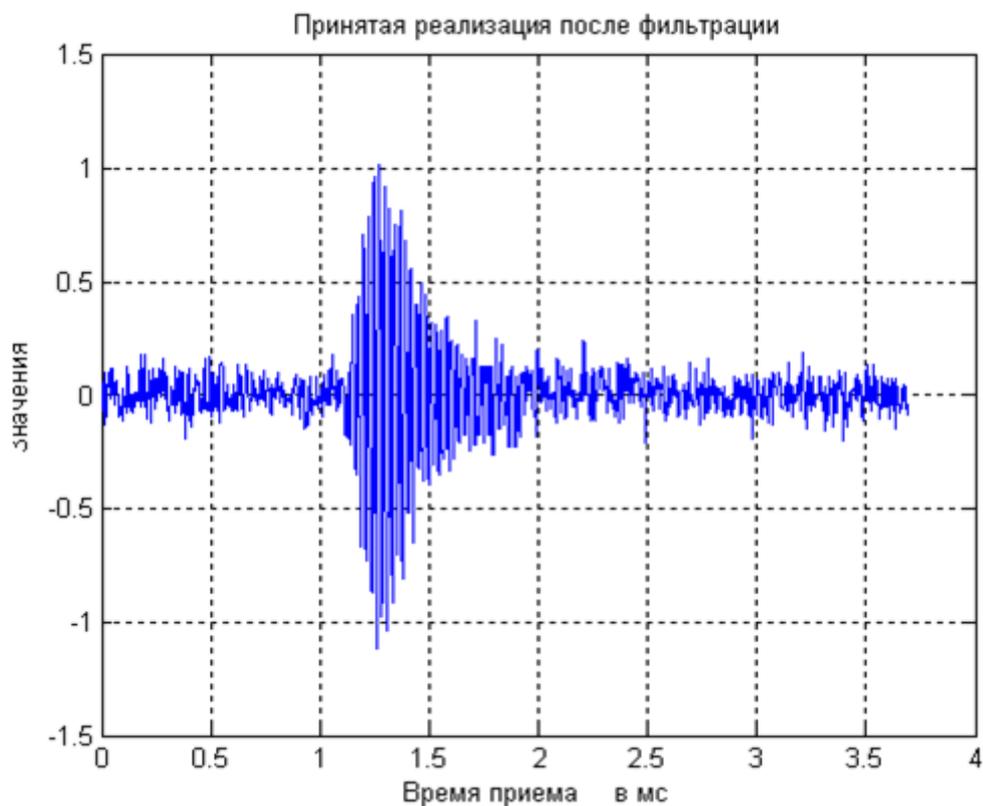


Рисунок 3.7.4 – Принятая реализация после исключения помехи (2.7.5)

На рисунке 3.7.5 показаны зависимости амплитуд сигнала и помехи от оцениваемого времени приема сигнала t'_0 (выражения 3.7.3). В точке $t'_0 = 1.1$ мс. амплитуда сигнала имеет модельное значение, равное единице, а амплитуда помехи имеет модельное значение 0.9. Следовательно, для исключения сосредоточенной помехи из принятой реализации вполне можно использовать решения уравнения правдоподобия (3.7.3). Точность оценки амплитуды помехи для ее исключения вполне достаточна при отношении сигнал/шум 20 дБ. Точность оценки амплитуды помехи увеличивается с увеличением отношения

помеха/шум. В связи с этим можно утверждать, что чем больше помеха по отношению к сигналу по амплитуде, тем она лучше исключается из реализации.

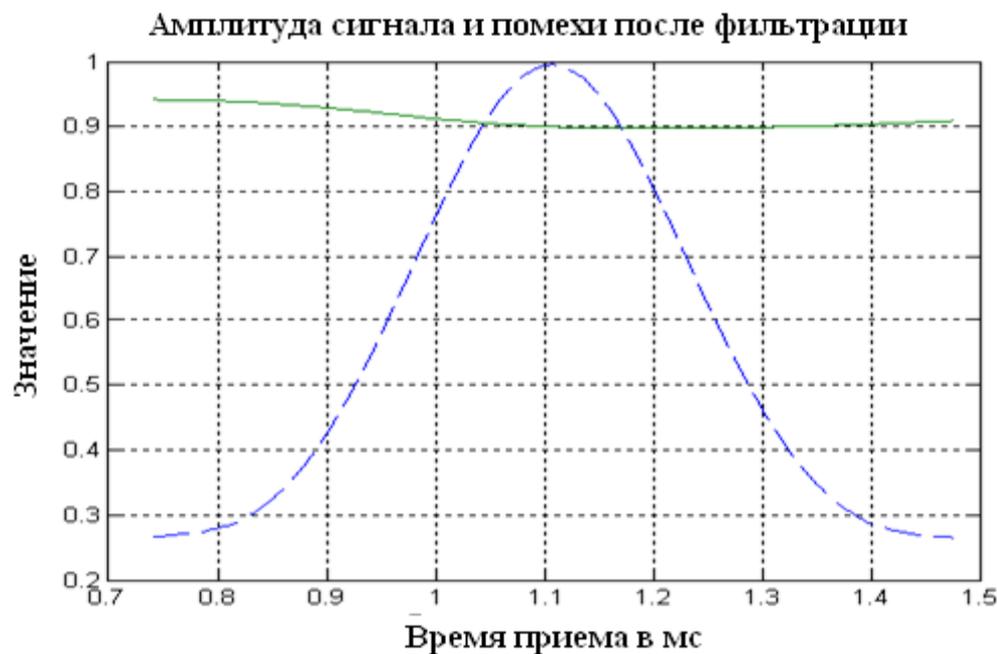


Рисунок 3.7.5 – Зависимость амплитуд сигнала (пунктир) и помехи (сплошная линия) от времени обработки сигнала

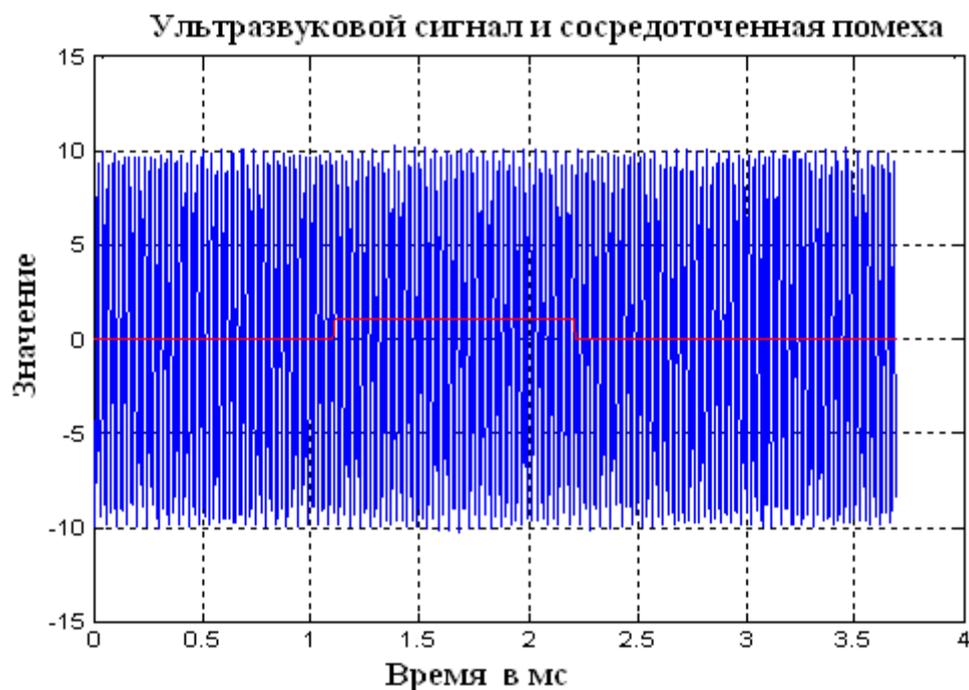


Рисунок 3.7.6 – Реализация, содержащая сигнал, помеху и аддитивный шум. Амплитуда помехи увеличена в 10 раз. Линией показано расположение сигнала в реализации

На рисунке 3.7.6 показана реализация, в которой амплитуда помехи увеличена в 10 раз. Тем не менее, процедура исключения помехи осуществляется вполне успешно. Это иллюстрируется рисунком 3.7.7. Частоты сигнала и помехи одинаковы 42.4 кГц.

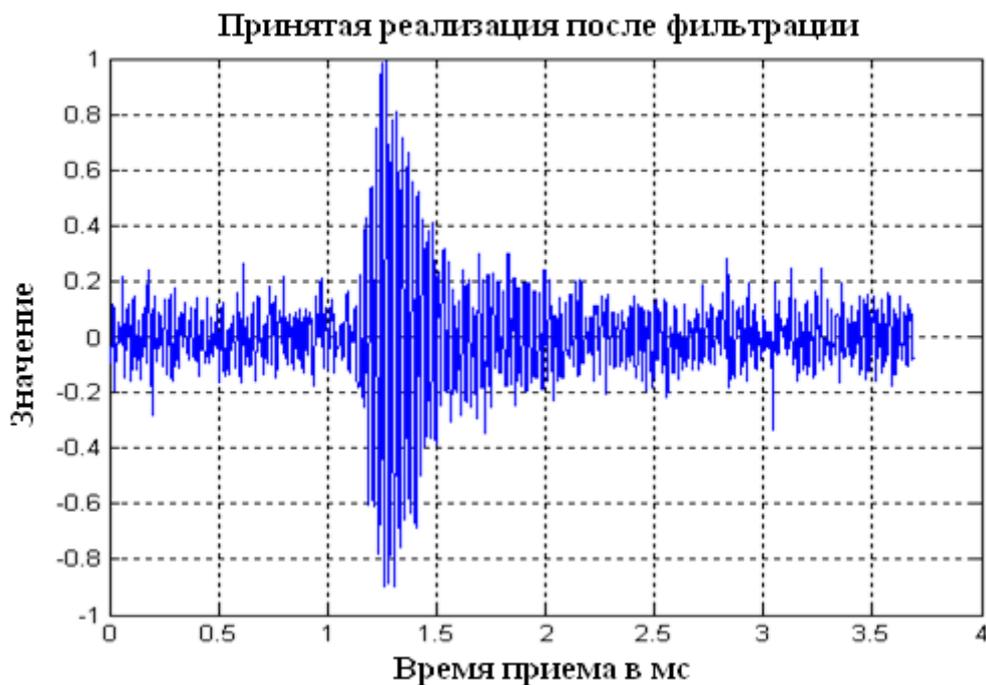


Рисунок 3.7.7 – Принятая реализация после процедуры исключения из нее помехи



Рисунок 3.7.8 – Зависимость амплитуды сигнала (пунктир) и помехи (сплошная линия) от времени приема сигнала при увеличенной амплитуде помехи

На рисунке 3.7.8 показаны зависимости оценки амплитуды сигнала и оценки амплитуды помехи в зависимости от времени приема. Отклонения оценок амплитуды помехи незначительные. Оценка амплитуды сигнала в максимуме кривой (пунктир) соответствует модельному значению единице. На рисунке 3.7.9 показаны раздельно спектры сигнала и помехи. Их резонансные частоты одинаковы. Тем не менее, исключение помехи из реализации вполне возможно.

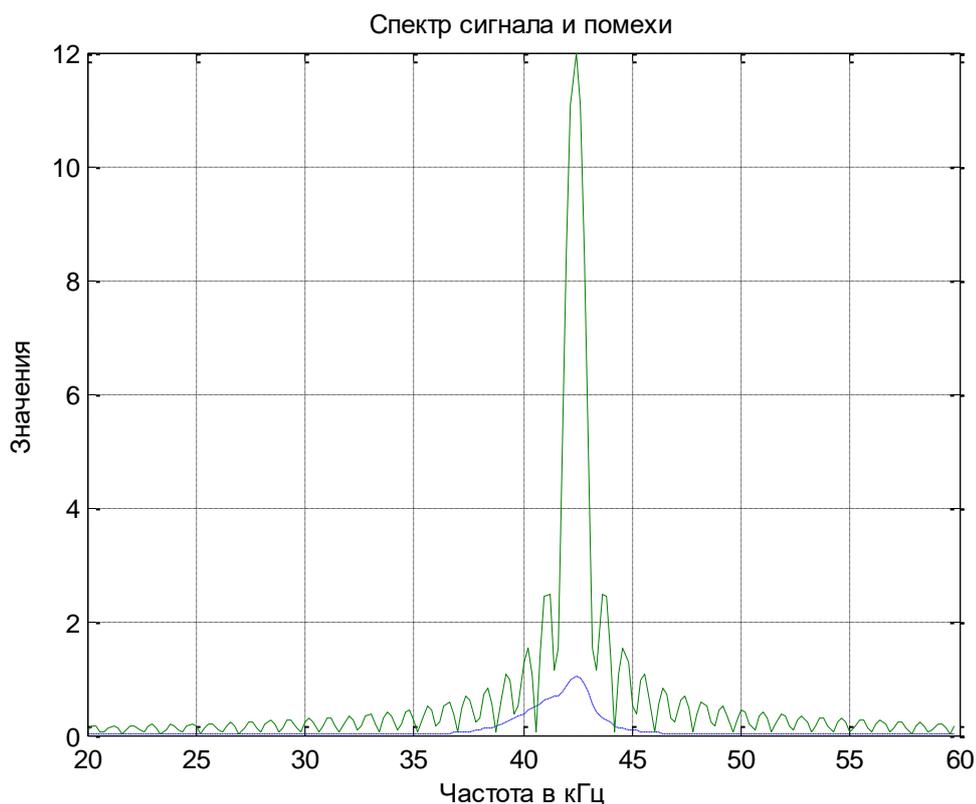


Рисунок 3.7.9 – Раздельные спектры сигнала (пунктир) и помехи (сплошная линия). Резонансные частоты сигнала и помехи одинаковы 42.4 кГц

Таким образом, в настоящем параграфе предложена технология исключения сосредоточенной по частоте помехи из принятой реализации. Она позволяет полностью исключить помеху из реализации без существенных искажений ультразвукового сигнала.

Глава 4. Пространственно-временная обработка ультразвуковых сигналов

§ 4.1. Пространственно-временная обработка ультразвукового сигнала

Рассмотрим основы пространственно-временной обработки ультразвуковых сигналов [32-44]. Для излучения и приема информации в ультразвуковой диагностике используются частотный диапазон 2÷29 МГц. Последние достижения микроэлектроники позволяют формировать в области ультразвука широкополосные сигналы и дают возможность реализации цифровых ультразвуковых фазированных решеток. Широкополосность ультразвуковых сигналов обеспечивает высокое разрешение по времени приема (по дальности, мозаичные структуры). Цифровые ультразвуковые фазированные решетки обеспечивают высокое разрешение по координатам. Так, например, современные детекторы ультразвука в медицине могут содержать несколько сотен мелких пьезокристаллических преобразователей, обеспечивая узкую управляемую диаграмму направленности. Совокупность определенного количества узкополосных пьезокристаллических преобразователей с разными резонансными частотами обеспечивает общую широкополосность излучателя или приемника. В настоящей работе основное внимание обращено на новые возможности обработки пространственно-временных ультразвуковых сигналов, связанные с результатами исследований во второй и третьей главе методом максимального правдоподобия. В настоящем параграфе рассмотрены основы пространственно-временной обработки одного ультразвукового сигнала на основе метода максимального правдоподобия.

Пусть решетка из NM одинаковых пьезокерамических преобразователей расположена вдоль координат Y, Z с интервалами между ними меньшими, чем половина длины волны $\Delta y = \Delta z < \lambda/2$. Расположение преобразователей определяется значениями y_n, z_m (рисунок 4.1.1). Положение волнового вектора определено стрелкой. Вертикальный угол определен как угол места β , горизонтальный угол определен как азимут α .

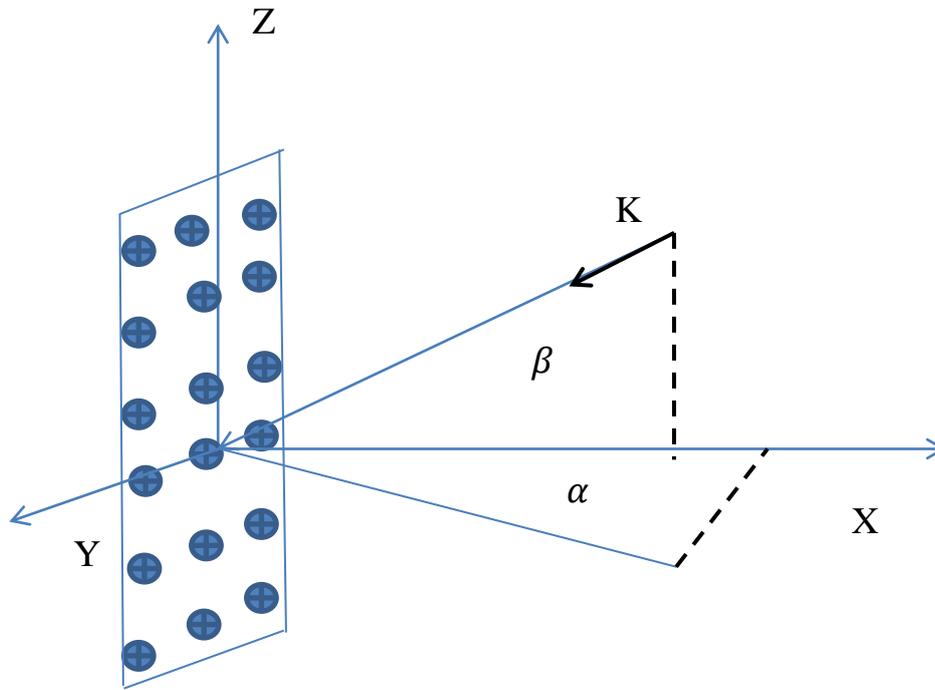


Рисунок 4.1.1 – Расположение решетки пьезокерамических пластин относительно координатной системы

Запишем напряжение ультразвукового сигнала на n, m –преобразователе в виде

$$\hat{U}_{n,m} = \hat{U}_0 \hat{S}(t - t_0, y_n, z_m) \exp(i(\omega_0(t - t_0) - k_y y_n - k_z z_m)), \quad (4.1.1)$$

где t_0 – время приема сигнала.

$k_y = k_0 \cos(\beta) \sin(\alpha) = \frac{2\pi}{\lambda} \cos(\beta) \sin(\alpha)$ – составляющая волнового вектора вдоль координаты y , зависящая от длины волны λ , азимутального угла α и угла места β .

$k_z = k_0 \sin(\beta) = \frac{2\pi}{\lambda} \sin(\beta)$ – составляющая волнового вектора вдоль координаты z

\hat{U}_0 – комплексная амплитуда сигнала.

$\hat{S}(t - t_0, y_n, z_m) = 1 - \exp\left(-\gamma\left(t - t_0 - \frac{k_y y_n}{\omega_0} - \frac{k_z z_m}{\omega_0}\right)\right)$ – форма переднего фронта

ультразвукового сигнала при $t_0 + \frac{k_y y_n}{\omega_0} + \frac{k_z z_m}{\omega_0} < t < t_0 + \frac{k_y y_n}{\omega_0} + \frac{k_z z_m}{\omega_0} + T$,

T – длительность сигнала, γ – коэффициент затухания.

$$\hat{S}(t - t_0, y_n, z_m) = \left(1 - \exp\left(-\gamma \left(T + \frac{k_y y_n}{\omega_0} + \frac{k_z z_m}{\omega_0}\right)\right) \right) \exp\left(-\gamma \left(t - t_0 - \frac{k_y y_n}{\omega_0} - \frac{k_z z_m}{\omega_0}\right)\right) - \text{форма заднего фронта ультразвукового сигнала при } t > T + \frac{k_y y_n}{\omega_0} + \frac{k_z z_m}{\omega_0}.$$

Сложная структура ультразвуковых сигналов (4.1.1) является их характерной особенностью в отличие от радиодиапазона. Она обусловлена протяженностью переднего и заднего фронта ультразвукового импульса соизмеримого с длительностью сигнала. В радиодиапазоне это реализуется лишь при сверхширокополосных сигналах. Отмеченная сложность пространственно-временных сигналов существенно затрудняет их обработку.

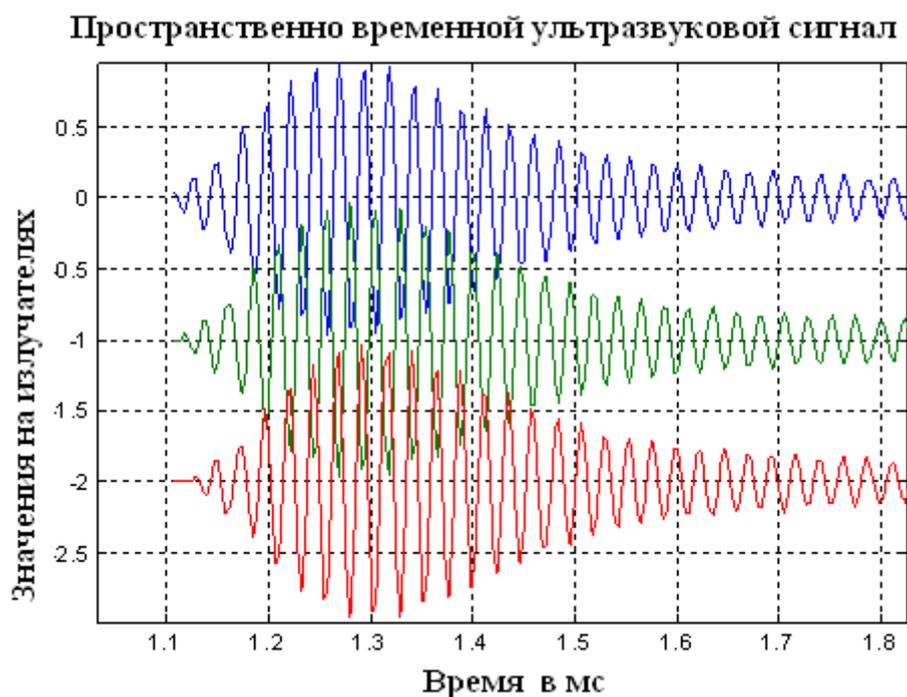


Рисунок 4.1.2 – Структура пространственно временного сигнала при $n = 1, 3, 5$ и $m = 1$ при азимуте 10 градусов

На рисунке 4.1.2 показан пространственно временной сигнал при $n = 1, 3, 5$ и $m = 1$ при азимуте, равном 10 градусам. Характерной особенностью является зависимость времени приема на отдельных элементах решетки как от дальности до отражателя, так и от азимута и угла места, определяемая выражением $\frac{k_y y_n}{\omega_0} +$

$\frac{k_z z_m}{\omega_0}$. Общее количество данных для обработки при приеме одного ультразвукового сигнала с помощью решетки пьезокерамических преобразователей представлено на рисунке 4.1.3.

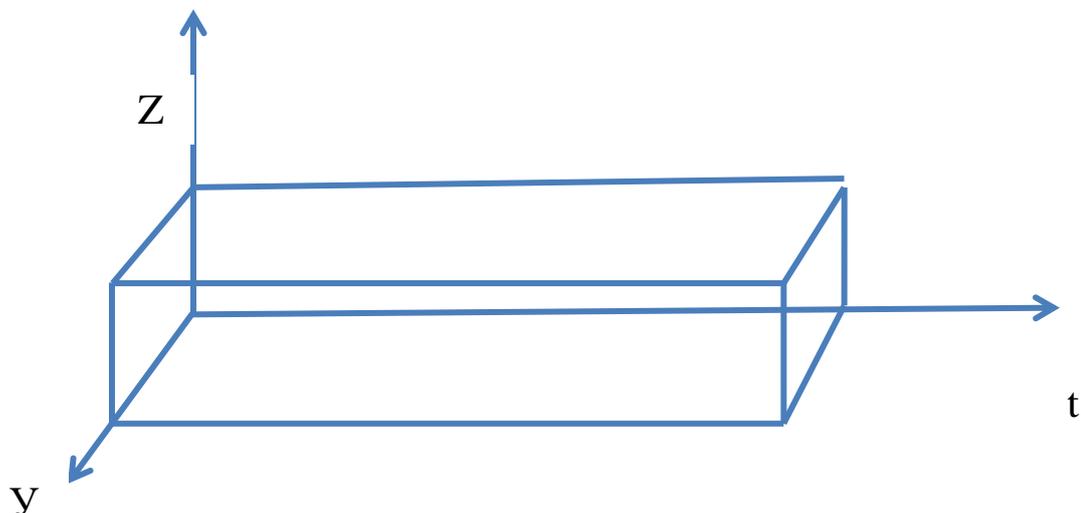


Рисунок 4.1.3 – Количество данных для обработки одного ультразвукового сигнала с помощью решетки преобразователей

В плоскости, определяемой координатами Y и Z , создаются временные срезы данных с $N \times M$ равномерно распределенными преобразователями. Эти срезы данных повторяются через интервал дискретизации Δt . В целом создается трехмерный массив данных размером $N \times M \times L$. С помощью совместной корреляционно-угловой обработки этот массив данных преобразуется в подобный трехмерный массив данных с координатами α, β, t . Он представляет собой трехмерную поверхность с максимумом в точке α_0, β_0, t_0 , которая и определяет оценки азимута, угла места и времени приема ультразвукового сигнала. Оптимальной обработкой является совместная трехмерная обработка. Однако ее можно проводить последовательно. Вначале в связи с особенностью ультразвуковых сигналов (рисунок 4.1.2) проводится корреляционная обработка для каждого преобразователя из состава решетки. Далее реализуется угловая обработка, компенсирующая временные задержки на преобразователях,

связанные с азимутом и углом места. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Запишем принятую реализацию на каждом преобразователе в виде

$$\hat{Y}_{n,m}(t) = \widehat{U}_0 \hat{S}(t - t_0, y_n, z_m) \exp\left(i(\omega_0(t - t_0) - k_y y_n - k_z z_m)\right) + \widehat{U}_{ш}(t, y_n, z_m) \quad (4.1.2)$$

$\widehat{U}_{ш}(t, y_n, z_m)$ - шумовая составляющая в точке трехмерного пространства.

На основании (4.1.2) запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta\left(\widehat{U}_0, \hat{t}_0, \hat{\alpha}, \hat{\beta}\right) = \sum_{n,m}^{N,M} \int_0^T \left| \hat{Y}_{n,m}(t) - \widehat{U}_0 \hat{S}(t - \hat{t}_0, y_n, z_m) \exp\left(i(\omega_0(t - \hat{t}_0) - \hat{k}_y y_n - \hat{k}_z z_m)\right) \right|^2 dt \quad (4.1.3)$$

Дифференцируя по амплитуде и приравнивая дифференциал нулю, получим

$$\widehat{U}_0(\hat{t}_0, \hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \frac{1}{NMT_{\text{ЭКВ}}} \sum_{n,m}^{N,M} \int_0^T \hat{Y}_{n,m}(t) \hat{S}^*(t - \hat{t}_0, y_n, z_m) \exp\left(-i(\omega_0(t - \hat{t}_0) - \hat{k}_y y_n - \hat{k}_z z_m)\right) dt, \quad (4.1.4)$$

где $T_{\text{ЭКВ}} = \int_0^T \hat{S}(t - \hat{t}_0, y_n, z_m) \hat{S}^*(t - \hat{t}_0, y_n, z_m) dt$

Это по существу трехмерное преобразование Фурье, переводящее массив данных (Рисунок 4.13) в подобный трехмерный массив параметров $\hat{t}_0, \hat{\alpha}, \hat{\beta}$. Этот трехмерный массив данных представляет собой поверхность в трехмерном пространстве параметров $\hat{t}_0, \hat{\alpha}, \hat{\beta}$. Максимум этой поверхности реализуется в точке $\hat{t}_0 = t_0, \hat{\alpha} = \alpha, \hat{\beta} = \beta$, определяющей оценки параметров: время приема, азимут, угол места. Полученное выражение (4.1.4) определяет оптимальную обработку пространственно временного ультразвукового сигнала. Подставляя $\hat{Y}_{n,m}(t)$ в выражение (4.1.4) можно получить в точке $\hat{t}_0 = t_0, \hat{\alpha} = \alpha, \hat{\beta} = \beta$ несмещенную оценку амплитуды \widehat{U}_0 .

$$\widehat{U}_0(\hat{t}_0, \hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \widehat{U}_0 + \frac{1}{NMT_{\text{ЭКВ}}} \sum_{n,m}^{N,M} \int_0^T \widehat{U}_{ш,n,m}(t) \hat{S}^*(t - \hat{t}_0, y_n, z_m) \exp\left(-i(\omega_0(t - \hat{t}_0) - \hat{k}_y y_n - \hat{k}_z z_m)\right) dt \quad (4.1.5)$$

Второе слагаемое в (4.1.5) определяет трехмерный оптимальный согласованный фильтр для фильтрации шумовой составляющей. Математическое ожидание шума равно нулю. Дисперсия шума после фильтрации определяется выражением

$$D_u = \frac{\sigma^2}{NMN1} \quad (4.1.6)$$

$N1 = \frac{T_{\text{ЭКВ}}}{\tau_k}$. Дисперсия шума зависит от количества элементов решетки и от количества некоррелированных отсчетов шума.

Используя общее выражение для дисперсии Рао-Крамера [71]

$$D = - \left(M \left(\frac{d^2 \ln(L(\bar{\lambda}))}{d\lambda_i d\lambda_j} \right) \right)^{-1},$$

двойным дифференцированием логарифма функции правдоподобия по параметрам, можно получить выражения для дисперсии азимута D_α и дисперсии угла места D_β .

$$D_\alpha = \frac{3\sigma^2}{|\hat{U}|^2 NMN1 L_y^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cos(\beta) \right)^2}, \quad D_\beta = \frac{3\sigma^2}{|\hat{U}|^2 NMN1 L_z^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cos(\beta) \right)^2}, \quad (4.1.7)$$

где L_y, L_z – размеры решетки вдоль оси y и вдоль оси z .

Дифференцируя логарифм функции правдоподобия два раза по времени приема t_0 , с учетом того, что от времени приема зависит лишь огибающая сигнала, можно получить выражение для дисперсии времени приема, аналогичной дисперсии Вудворда [71].

$$D_{t_0} = \frac{3\sigma^2}{|\hat{U}|^2 NMN1 K^2}, \quad (4.1.8)$$

где $K^2 = \frac{\int_0^T \left(\frac{d(\hat{S}(t-t_0))}{dt} \right)^2 dt}{\int_0^T |\hat{S}(t-t_0)|^2 dt}$ - параметр, определяющий ширину частотного спектра

сигнала. Он, согласно соотношению неопределенности, определяет эквивалентную длительность сигнала.

Выражения для дисперсии параметров Рао-Крамера (4.1.7) и (4.1.8) определяют сложные зависимости от количества элементов решетки, от количества некоррелированных, по шуму, отсчетов по времени, от отношений размеров решетки к длине волны, от угла места. Пользуясь этими выражениями можно

оптимизировать структуру решетки. Например, при одинаковом количестве элементов решетки их расположение по периметру квадрата или по окружности уменьшит дисперсию угловых параметров сигналов в связи с увеличением размера решетки. С уменьшением длины волны дисперсии уменьшаются. Следовательно, существует соответствующая обратная частотная зависимость дисперсии азимута и угла места сигнала для решетки. Нижняя частота решетки определяется допустимой дисперсией параметров сигнала. Верхняя частота решетки определяется равенством $f_B = \frac{2C}{\Delta}$, C - скорость распространения ультразвука, Δ - интервал между элементами решетки.

Представим результаты модельных расчетов, иллюстрирующих основную особенность обработки пространственно временных ультразвуковых сигналов. На рисунке 4.1.4 показан вид ультразвуковых сигналов, принятых на трех элементах решетки.

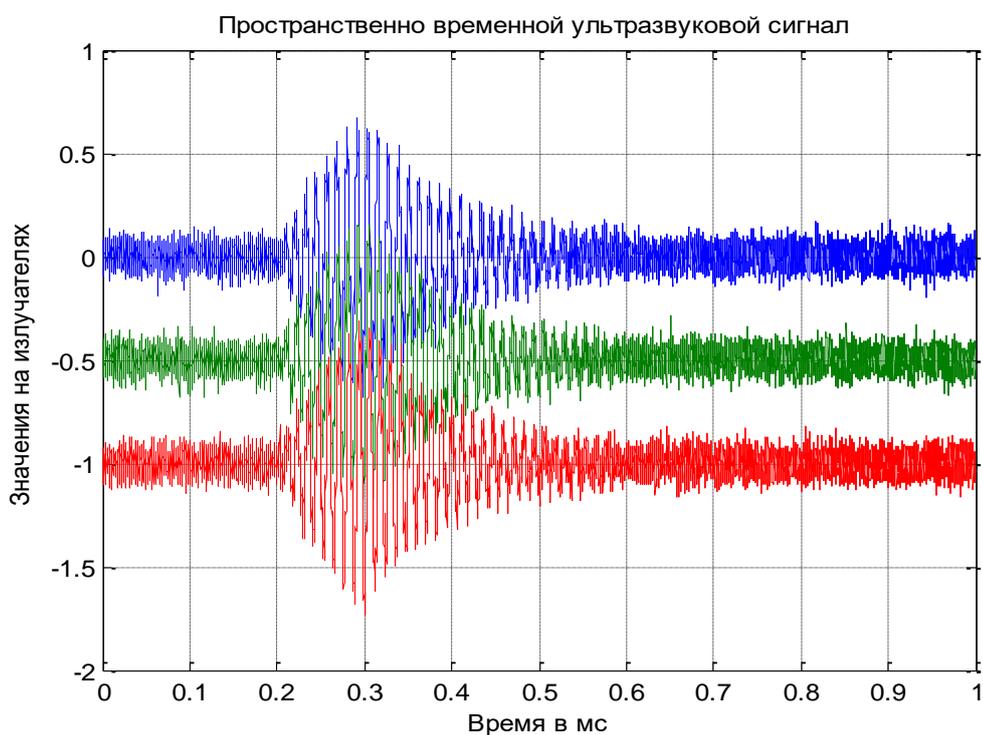


Рисунок 4.1.4 – Вид пространственно-временного ультразвукового сигнала, принятого на трех последовательных элементах с координатами u_1, u_2, u_3 . Отношение сигнал/шум равно 25 дБ, азимут равен 20 градусов, угол места равен 0 градусов

Особенностью является временной сдвиг огибающей в зависимости от расположения элемента решетки. Однако в этом сигнале существует и фазовые распределения между элементами решетки. Они представлены на рисунке 4.1.5. Такая особенность приводит к необходимости совместной пространственно временной обработки (корреляционно-угловой спектральный анализ). Однако перестановочность операторов суммирования и интегрирования в (4.1.5) позволяет проводить вначале корреляционную обработку на каждом элементе решетки. В этом случае можно будет получить совокупность корреляционных функций с определенным распределением максимумов на элементах решетки. На втором этапе проводится угловой спектральный анализ с учетом распределения корреляционных максимумов.

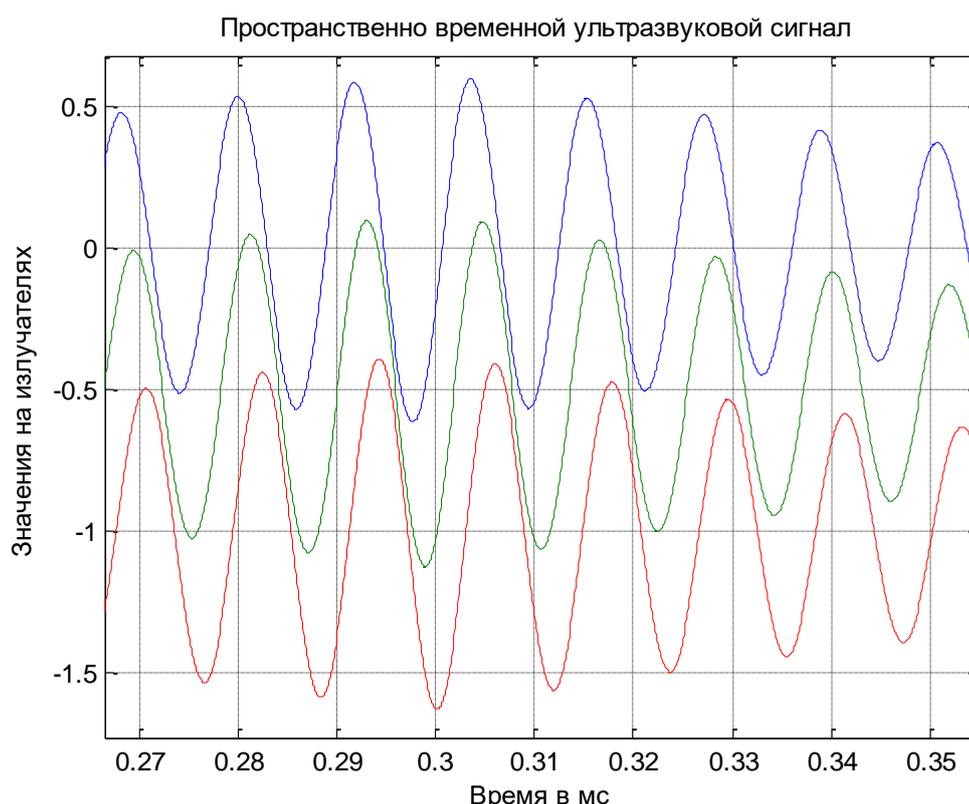


Рисунок 4.1.5 – Распределение фаз на трех последовательных элементах решетки с координатами u_1, u_2, u_3 . Частота равна 84.8 кГц

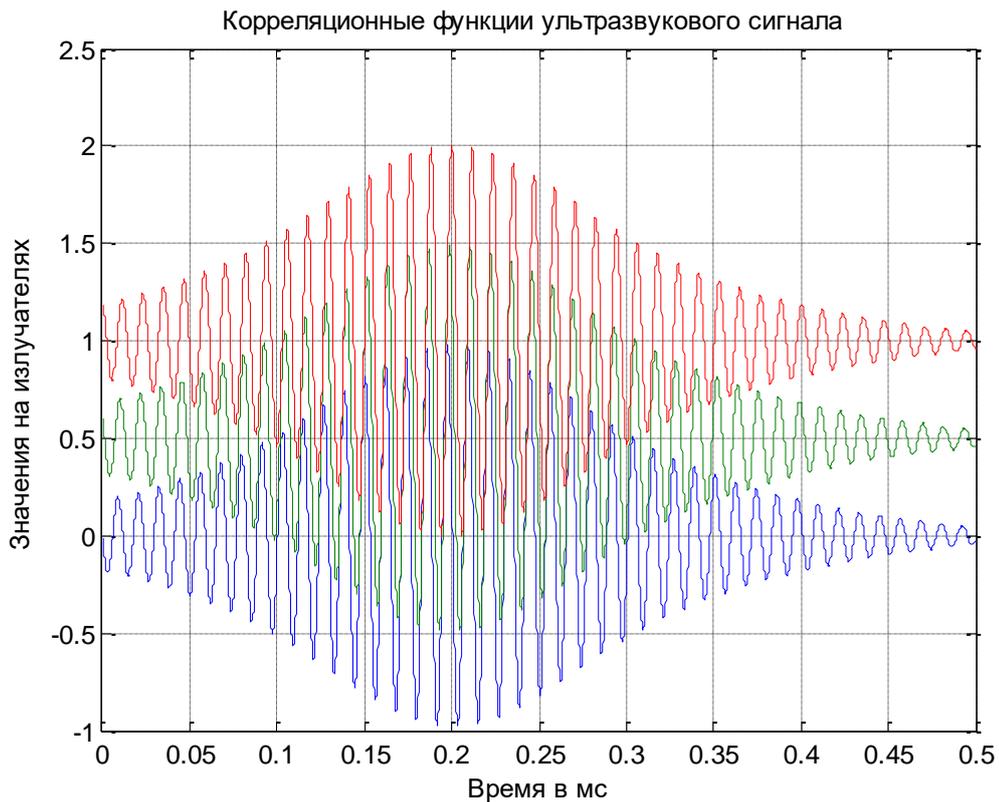


Рисунок 4.1.6 – Корреляционные функции ультразвукового сигнала полученные на последовательных элементах решетки с координатами U_1, U_2, U_3

На рисунке 4.1.7 в качестве примера показана азимутальная диаграмма направленности. При временном сдвиге корреляционных максимумов фазовое распределение на элементах решетки позволяет получить угловые зависимости в виде азимутальной и угломестной диаграмм направленности. Полуширина диаграммы направленности соответствует расчетному значению 57 градусов. Следует отметить, что последовательный корреляционный, а затем угловой спектральный анализ, приводит к необходимости использовать значения корреляционных максимумов на элементах решетки. Это возможно при достаточно высоком отношении сигнал/шум. Совместная пространственно-временная обработка улучшает помехоустойчивость обработки.

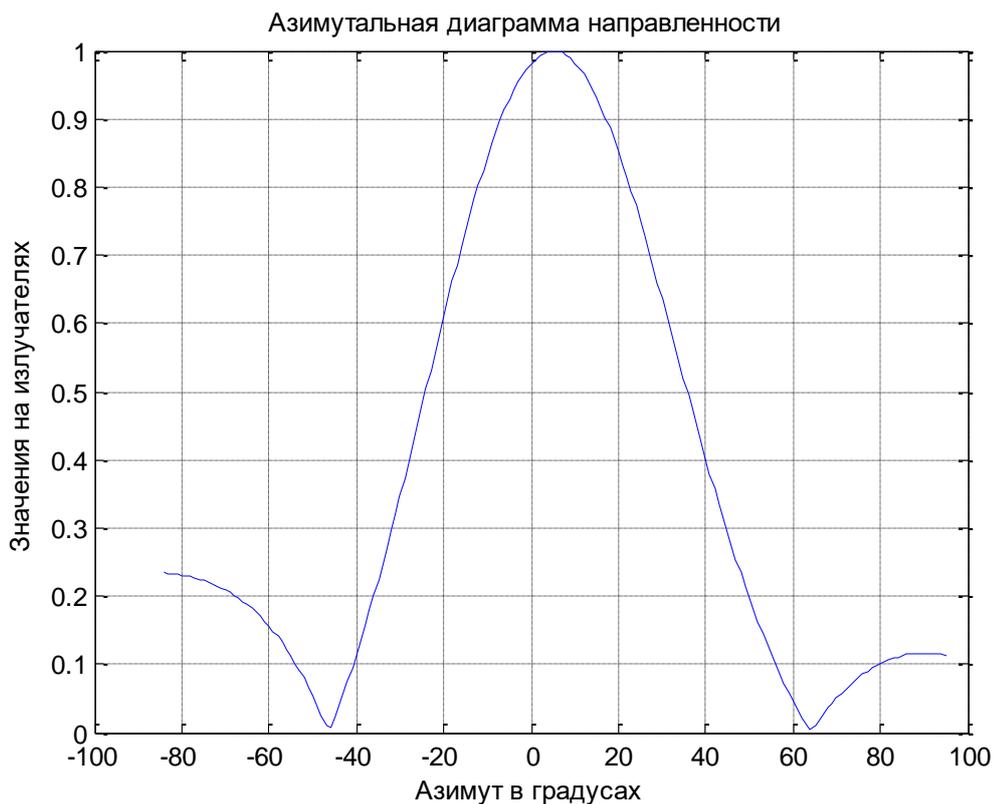


Рисунок 4.1.7 – Азимутальная диаграмма направленности решетки ультразвуковых преобразователей с апертурой $L = 0.5 \lambda$. Азимут равен 5 градусам

Таким образом, в настоящем параграфе представлены основы обработки одного пространственно-временного ультразвукового сигнала. Она проводится совместным пространственно-временным корреляционным анализом, который вытекает из метода максимального правдоподобия.

§4.2. Пространственно временное разрешение ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия

Рассмотрим возможность увеличения разрешения при обработке ультразвуковых пространственно-временных сигналов. Разрешение, как по угловым параметрам, так и по времени приема, является важным фактором. Он определяет возможности раздельного обнаружения, раздельной оценки параметров двух или более сигналов при коэффициенте корреляции отличном от нуля. Он определяет возможности фильтрации пространственно временных сигналов на фоне коррелированной с сигналом помехи. Он определяет новые возможности обработки при наличии структурного шума. В настоящее время на практике используется теория разрешения, основанная на функции неопределенности. Она имеет ограничения типа критерия Рэлея и справедлива лишь в рамках спектрального, корреляционного, углового спектрального анализа. Это показано в главе 2 настоящей работы, а в последующих параграфах представлены возможности разрешения временных ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия. Развивая эту тему, в настоящем параграфе рассматривается возможность разрешения двух пространственно-временных сигналов. Для простоты изложения данного вопроса будем рассматривать линейку N преобразователей, равномерно распределенных вдоль оси Y и принятую реализацию, содержащую лишь два сигнала. Запишем реализацию, принятую на n - преобразователь с координатой y_n , в следующем виде.

$$\hat{Y}_n(t) = \widehat{U}_1 \hat{S}(t - t_1, y_n) \exp\left(i(\omega_0(t - t_1) - k_{1,y} y_n)\right) + \\ + \widehat{U}_2 \hat{S}(t - t_2, y_n) \exp\left(i(\omega_0(t - t_2) - k_{2,y} y_n)\right) + \widehat{U}(t, y_n), \quad (4.2.1)$$

где $k_{1,y} = k_0 \cos(\beta_1) \sin(\alpha_1)$ – составляющая волнового вектора первого сигнала
 $k_{2,y} = k_0 \cos(\beta_2) \sin(\alpha_2)$ – составляющая волнового вектора второго сигнала.

$\hat{S}(t - t_i, y_{i,n}) = 1 - \exp\left(-\gamma\left(t - t_i - \frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0}\right)\right)$ – форма переднего фронта ультразвукового сигнала при $t_i + \frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0} < t < t_i + \frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0} + T$, T - длительность сигнала, γ - коэффициент затухания, $i = 1, 2$.

$\hat{S}(t - t_i, y_{i,n}) = \left(1 - \exp\left(-\gamma\left(T + \frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0}\right)\right)\right) \exp\left(-\gamma\left(t - t_i - \frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0}\right)\right)$ – форма заднего фронта ультразвукового сигнала при $t > T + \frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0}$.

$\frac{k_{i,y}y_n}{\omega_0}$ - временная задержка на n - преобразователе.

$\hat{U}(t, y_n)$ - шумовая составляющая в точке двумерного пространства.

На основании (4.2.1) запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta(\hat{U}_1, \hat{U}_2, \hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) = \sum_n^N \int_0^T \left| \hat{Y}_n(t) - \hat{U}_1 \hat{S}(t - \hat{t}_1, y_n) \exp\left(i(\omega_0(t - \hat{t}_1) - \hat{k}_{1,y}y_n)\right) - \hat{U}_2 \hat{S}(t - \hat{t}_2, y_n) \exp\left(i(\omega_0(t - \hat{t}_2) - \hat{k}_{2,y}y_n)\right) \right|^2 dt \quad (4.2.2)$$

Функционал правдоподобия представляет собой поверхность в пространстве оцениваемых (штрихованных) параметров. Исключим комплексные амплитуды. Проведем подстановку Хелстрема. Для этого, дифференцируя (4.2.2) по амплитудам и приравнивая дифференциалы нулю, получим уравнения правдоподобия. Решая их относительно амплитуд, получим функциональные зависимости от параметров $\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$.

$$\begin{aligned} \hat{U}_1(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) &= \frac{X1 * T2 - \hat{R} X2}{T1T2 - |\hat{R}|^2} \\ \hat{U}_2(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) &= \frac{X2 * T1 - \hat{R}^* X1}{T1T2 - |\hat{R}|^2} \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

В этих выражениях принято следующее:

$T1 = \int_0^T |\hat{S}(t - \hat{t}_1, y_n)|^2 dt$ -Эквивалентная длительность первого сигнала

$T2 = \int_0^T |\hat{S}(t - \hat{t}_2, y_n)|^2 dt$ -эквивалентная длительность второго сигнала

$X1 = \frac{1}{N} \sum_n^N \int_0^T \hat{Y}_n(t) \hat{S}^*(t - \hat{t}_1, y_n) \exp\left(-i(\omega_0(t - \hat{t}_1) - \hat{k}_{1,y}y_n)\right) dt$

$X2 = \frac{1}{N} \sum_n^N \int_0^T \hat{Y}_n(t) \hat{S}^*(t - \hat{t}_2, y_n) \exp\left(-i(\omega_0(t - \hat{t}_2) - \hat{k}_{2,y}y_n)\right) dt$

$\hat{R} = \frac{1}{N} \int_0^T \hat{S}(t - \hat{t}_1, y_n) \hat{S}(t - \hat{t}_2, y_n) \exp(-i(\omega_0(t - \hat{t}_1) - \hat{k}_{1,y} y_n)) \exp(i(\omega_0(t - \hat{t}_2) - \hat{k}_{2,y} y_n)) dt$ - ненормированный коэффициент корреляции.

Функциональные зависимости имеют вид поверхностей в четырехмерном пространстве оценок времен приема и азимутов. В точке $\hat{t}_1 = \hat{t}_2$ и $\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2$ знаменатель коэффициента корреляции обращается в нулевое значение и функциональные поверхности (4.2.3) характеризуются сингулярным максимумом. Наличие сингулярных максимумов на функциональных поверхностях не позволяет использовать (4.2.3) для оценки параметров сигналов. Однако если подставить (4.2.3) в функционал правдоподобия (4.2.2), тогда можно по минимуму нового преобразованного функционала правдоподобия (4.2.4) оценить времена приема и азимуты сигналов в непосредственной близости от сингулярных максимумов. Подставляя полученные оценки в (4.2.3) можно оценить комплексные амплитуды сигналов.

$$\Delta(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) = \sum_n^N \int_0^T \left| \hat{Y}_n(t) - \hat{U}_1(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) \hat{S}(t - \hat{t}_1, y_n) \exp(i(\omega_0(t - \hat{t}_1) - \hat{k}_{1,y} y_n)) - \hat{U}_2(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) \hat{S}(t - \hat{t}_2, y_n) \exp(i(\omega_0(t - \hat{t}_2) - \hat{k}_{2,y} y_n)) \right|^2 dt \quad (4.2.4)$$

Приведем результаты модельных расчетов, иллюстрирующие представленную технологию. При проведении модельных расчетов использовались функциональные зависимости (4.2.3) в виде

$$\hat{U}_1(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) = \frac{\frac{X_1}{T_1} - \hat{r} \frac{X_2}{T_2}}{1 - |\hat{r}|^2}, \quad (4.2.5)$$

$$\hat{U}_2(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) = \frac{\frac{X_2}{T_2} - \hat{r}^* \frac{X_1}{T_1}}{1 - |\hat{r}|^2},$$

где $\hat{r} = \frac{\hat{R}}{T_1 T_2}$ - нормированный коэффициент корреляции, изменяющийся в пределах $0 \div 1$.

На рисунке 4.2.1 показана карта значений пространственно-временной корреляционной функции. Построены эллипсы неопределённости, соответствующие принятым сигналам. Точки соответствуют оценкам,

полученным согласно минимуму преобразованного функционала правдоподобия. Азимуты источников сигнала: 83° , 88° ; времена приёма: 1 мс, 1.05 мс, отношения сигнал/шум: -10 дБ, -6.5 дБ, коэффициент корреляции $|\hat{R}|=0,67$.

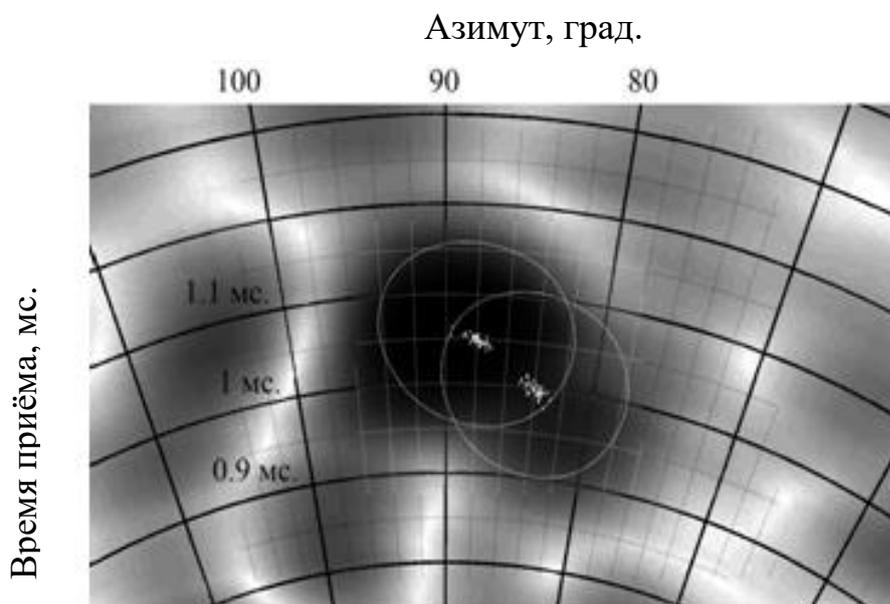


Рисунок 4.2.1 – сопоставление азимутов и времен приёма двух ультразвуковых сигналов в области высокой корреляции

Как видно из рисунка, разрешение пространственно-временных сигналов существенно улучшилось по сравнению с разрешением, получаемым согласно функции неопределенности.

В ходе модельного эксперимента получены статистики оценок параметров пространственно-временных сигналов. Для первого сигнала минимальное отношение сигнал/шум составляет -14 дБ, азимут 84° , время приёма 1 мс (оценки показаны крестиками). Для второго сигнала минимальное отношение сигнал/шум составляет -10.5 дБ, азимут 88° , время приёма 1.05 мс (оценки показаны точками). Частота сигнала – 30 кГц, интервал дискретизации – 1 мкс. Линии соответствуют минимальным среднеквадратичным отклонениям.

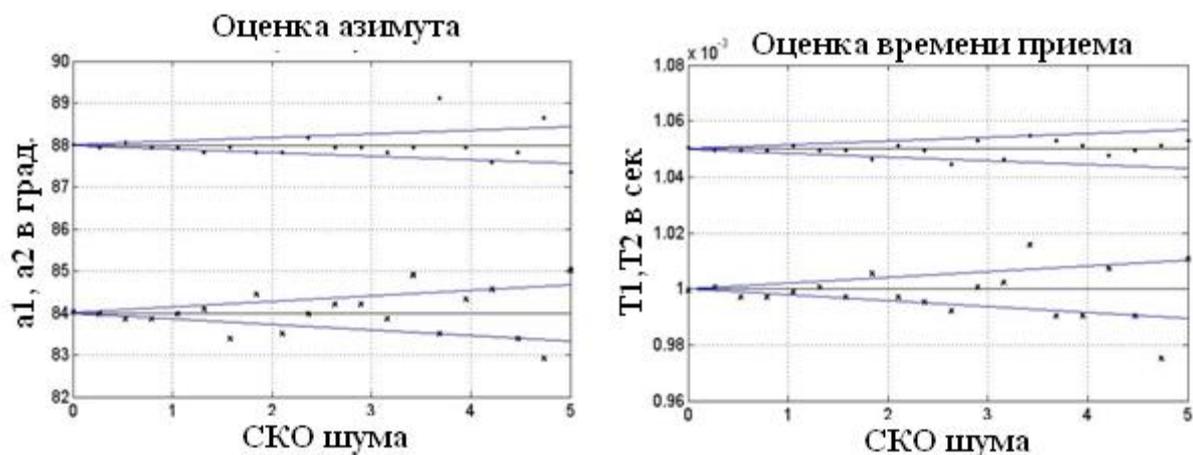


Рисунок 4.2.2 – статистики параметров сигнала при различных отношениях сигнал/шум

Модельные исследования показывают, что статистики оценок параметров пространственно-временного сигнала, полученные на основе преобразованного функционала правдоподобия, согласуются со среднеквадратичными отклонениями, соответствующими дисперсиям Рао-Крамера. Полученные оценки являются несмещёнными и эффективными.

На следующих рисунках показаны оценки параметров сигнала, полученные при различных коэффициентах корреляции принятых сигналов. Для оценок параметров каждого сигнала построены два эллипса: внешний определяется сечением функции неопределённости, и соответствует критерию Рэля, внутренний определяется дисперсией Рао-Крамера, согласно правилу « 3σ ». Отношения сигнал/шум: -10 дБ, -6.5 дБ. Согласно модельному эксперименту, при заданном отношении сигнал/шум, разрешающая способность повышена более чем в три раза по сравнению с возможностями разрешения сигналов на основе функции неопределённости. Область разрешения соответствует коэффициентам корреляции от 0 до 0.8. Оценки параметров сигналов с заданной вероятностью попадают в область, определяемую дисперсией Рао-Крамера.

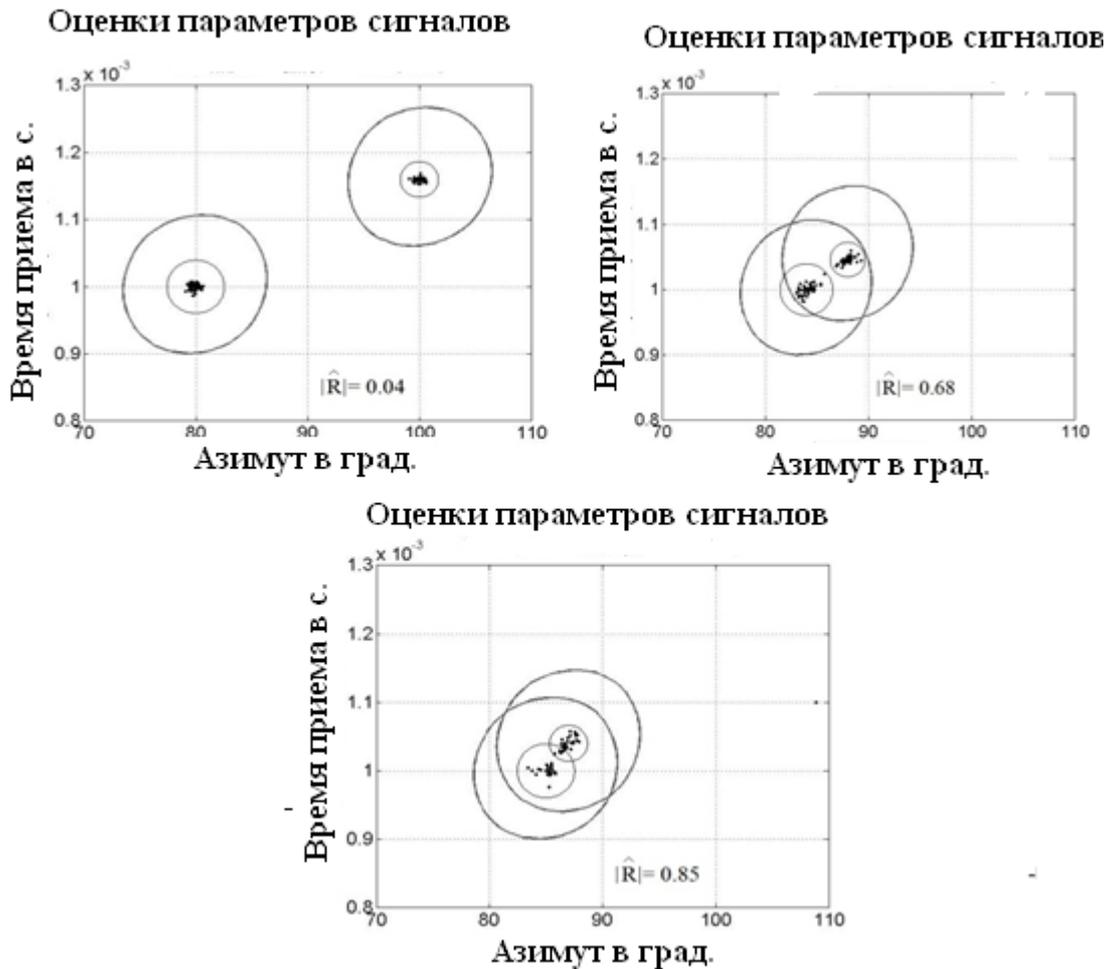


Рисунок 4.2.3 – оценки параметров сигнала при различных значениях коэффициента корреляции

Таким образом, методика разрешения сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия позволяет улучшить разрешающую способность при обработке пространственно-временных ультразвуковых сигналов.

§ 4.3. Оптимальная обработка ультразвуковых сигналов на основе диаграммы направленности с синтезированной апертурой

При пространственно-временной обработке часто используется относительное перемещение источника и приемника излучения. Если это перемещение радиальное, тогда угловые параметры не меняются. Изменяется принимаемая частота за счет эффекта Доплера. Такая обработка сигнала носит название доплеровская фильтрация. Если перемещение источника и приемника излучения отлично от радиального, то за счет перемещения меняется фаза принимаемого излучения. Фаза становится функцией от перемещения $\varphi(x)$. Если геометрия перемещения известна, тогда функциональная зависимость от координат может быть определена и учтена при обработке сигнала. В результате реализуется синфазное сложение сигналов, излученных через интервалы Δt при движении приемника вдоль направления x со скоростью v (рисунок 4.3.1). Амплитуда при синфазном сложении будет максимальной, если угол α совпадает с углом на излучатель α_0 . Если угол α не совпадает с углом на излучатель α_0 , тогда амплитуда при синфазном сложении уменьшается. Таким образом, создается диаграмма направленности, позволяющая по максимуму определять угловое положение излучателя. Такая диаграмма направленности определяется, как диаграмма направленности с синтезированной апертурой. Она используется в локаторах бокового обзора. Фактически при относительном движении излучателя и приемника сигнал модулируется по фазе по закону, определяемому геометрией движения. Если этот закон модуляции сигнала по фазе известен, тогда он учитывается при обработке пространственно-временного сигнала. При учете диаграмм направленности излучателя и приемника излучения дополнительно возникает и амплитудная модуляция. Однако она имеет вторичное значение и учитывается, лишь при излучателе и приемнике с узкими диаграммами направленности. Для локаторов бокового обзора, как правило, используются излучатели и приемники с широкой диаграммой направленности. Особенностью ультразвуковых сигналов является наличие переходных процессов,

превышающих длительность сигналов. Это приводит к необходимости учета времени приема ультразвуковой волны. Время приема будет иметь соответствующий закон модуляции при относительном перемещении излучателя и приемника. Он должен быть учтен при пространственно-временной обработке.

Рассмотрим более подробно основы пространственно – временной обработки ультразвукового сигнала на основе относительного движения излучателя и приемника (методика бокового обзора). На рисунке 4.3.1 показана схема расположения излучателя и приемника ультразвуковых сигналов. Приемник перемещается со скоростью v вдоль координаты x . Излучатель расположен в нуле системы координат. Отраженные ультразвуковые волны принимаются движущимся приемником. Координаты отражателя x_0, z_0 , в принципе, неизвестны. Их требуется определить на основе получаемых данных. Диаграммы направленности излучателя и приемника будем считать достаточно широкими.

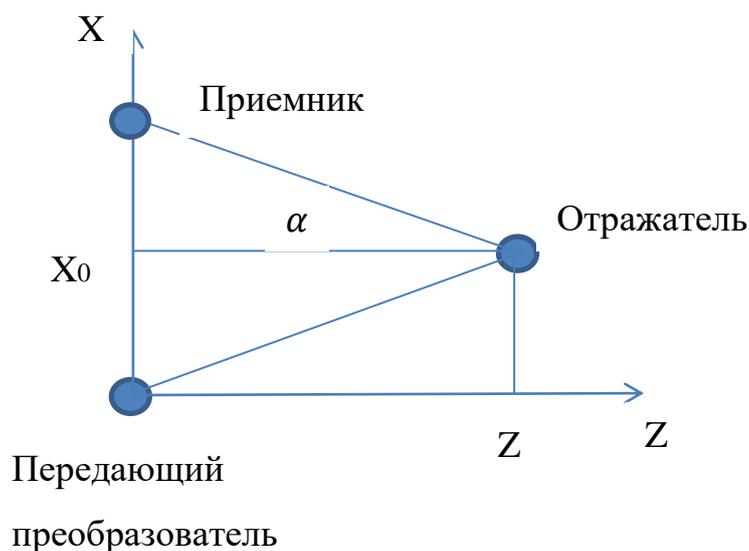


Рисунок 4.3.1 – Схема устройства бокового обзора.

Излучатель излучает сферическую ультразвуковую волну в направлении на отражатель. В качестве отражателя используется тонкий цилиндр с радиусом много меньше рассматриваемых геометрических расстояний. В связи с этим от отражателя распространяются цилиндрические волны, фазовый центр которых

находится в области отражателя. Исходя из этого, можно определить зависимость фазы, принимаемой ультразвуковой волны.

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} (\sqrt{(x-x_0)^2 + z_0^2} - z_0) \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x-x_0)^2}{2z_0} = \frac{2\pi(x-x_0)}{\lambda 2tg(\alpha)} \quad (4.3.1)$$

Это, по существу, закон модуляции по фазе, зависящий от двух параметров: x_0 и z_0 . В точке x_0 фаза минимальна и равна нулю. Огибающая ультразвукового сигнала смещается во времени по закону

$$\Delta t(x) = \varphi(x)/\omega \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x-x_0)^2}{2z_0\omega} = \frac{2\pi(x-x_0)}{\lambda 2tg(\alpha)\omega} \quad (4.3.2)$$

Учтем эти поправки в принятой реализации.

$$\hat{y}(t, x) = \hat{U}_0 S(t, \Delta t(x)) \exp(i(\omega(t-t_0) - \varphi(x))) + \hat{U}_{ш}(t, x) \quad (4.3.3)$$

Принятая реализация зависит от времени t и от пространственной координаты x . Вдоль координаты t происходит процесс распространения ультразвуковой волны. Вдоль координаты x происходит смещение по фазе и по времени приема. Второй процесс является медленным процессом. В связи с этим вместо непрерывного изменения по координате x можно взять дискретные значения через интервалы между последовательными излучениями ультразвукового сигнала $\Delta t = \vartheta \Delta x$. На основании принятой двумерной реализации (4.3.3) запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta(\hat{U}_0, \hat{t}_0, \hat{x}_0) = \iint \left| \hat{y}(t, x) - \hat{U}_0 S(t, \Delta t(x)) \exp(i(\omega(t-\hat{t}_0) - \varphi(x-\hat{x}_0))) \right|^2 dx dt \quad (4.3.4)$$

Дифференцируя (3.3.4) по амплитуде и приравнивая дифференциал нулю, можно получить выражение для оценки амплитуды.

$$\hat{U}_0(\hat{t}_0, \hat{x}_0) = \frac{\iint \hat{y}(t, x) S(t, \Delta t(x)) \exp(-i(\omega(t-\hat{t}_0) - \varphi(x-\hat{x}_0))) dx dt}{\iint S(t, \Delta t(x))^2 dx dt}, \quad (4.3.5)$$

где $\iint S(t, \Delta t(x))^2 dx dt = T_{\text{экв}} L_{\text{экв}}$ - определяет произведение эквивалентной длительности сигнала и эквивалентного пространственного интервала. Выражение (4.3.5) является поверхностью в двумерном пространстве параметров

t'_0, x'_0 . В точке $t'_0 = t_0, x'_0 = x_0$ поверхности реализуется максимум с амплитудой \hat{U}_0 . Действительно, подставляя функцию $\hat{y}(t, x)$ в выражение (4.3.5), получим

$$\hat{U}_0(t'_0, x'_0) = \hat{U}_0 + \frac{\iint \hat{U}_{ш}(t, x) S(t, \Delta t(x)) \exp(-i(\omega(t-t'_0) - \varphi(x-x'_0))) dx dt}{\iint S(t, \Delta t(x))^2 dx dt} \quad (4.3.6)$$

Второе слагаемое в (4.3.6) определяет процесс фильтрации шума в согласованном двумерном фильтре. Математическое ожидание шумовой составляющей равно нулю. Дисперсия шума равна

$$D_{ш} = \frac{\sigma^2 \tau_{kt} \tau_{kx}}{T_{ЭКВ} L_{ЭКВ}} = \frac{\sigma^2}{N_t N_x}, \quad (4.3.7)$$

где $N_t N_x$ – количество некоррелированных отсчетов шума вдоль оси t и вдоль оси x . Выражения (4.3.6) (4.3.7) указывают на оптимальность пространственно-временной обработки ультразвуковых сигналов. При такой обработке реализуется максимальное отношение сигнал/шум, решение получается несмещенным.

Согласно первой главе настоящей работы при наличии в принятой реализации двух сигналов и более выражение (4.3.6) не может быть использовано для обработки. Оно будет неоптимальным. При этом будут возникать боковые лепестки и требуется введения соответствующего критерия разрешения. В связи с этим представим оптимальное решение задачи бокового обзора. Запишем принятую реализацию при наличии двух сигналов в следующем виде. $\hat{y}(t, x) = \hat{U}_1 S(t, \Delta t_1(x)) \exp(i(\omega(t - t_1) - \varphi_1(x))) + \hat{U}_1 S(t, \Delta t_1(x)) \exp(i(\omega(t - t_1) - \varphi_1(x))) + \hat{U}_{ш}(t, x)$ (4.3.8)

$\Delta t_i(x) \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x-x_i)^2}{2i\omega}$ - закон изменения времени приема для огибающей сигнала

$\varphi_i(x) \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x-x_i)^2}{2z_i}$, $i = 1, 2$ -закон изменения фазы для сигнала.

На основании (4.3.8) запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta(\hat{U}_1, t'_1, x'_1, \hat{U}_2, t'_2, x'_2) = \iint \left| \hat{y}(t, x) - \hat{U}_1 S(t, \Delta t_1(x)) \exp(i(\omega(t - t'_1) - \varphi_1(x - x'_1))) - \hat{U}_2 S(t, \Delta t_2(x)) \exp(i(\omega(t - t'_2) - \varphi_2(x - x'_2))) \right|^2 dx dt \quad (4.3.9)$$

Дифференцируя (4.3.9) по амплитудам и приравнивая дифференциалы нулю, получим уравнения правдоподобия. Решая их относительно амплитуд, получим функциональные зависимости

$$\begin{aligned}\hat{U}_1(\hat{t}_1, \hat{x}_1, \hat{t}_2, \hat{x}_2) &= \frac{A1 - A2\hat{R}(\hat{t}_1, \hat{x}_1, \hat{t}_2, \hat{x}_2)}{1 - |\hat{R}(\hat{t}_1, \hat{x}_1, \hat{t}_2, \hat{x}_2)|^2} \\ \hat{U}_2(\hat{t}_1, \hat{x}_1, \hat{t}_2, \hat{x}_2) &= \frac{A2 - A1\hat{R}^*(\hat{t}_1, \hat{x}_1, \hat{t}_2, \hat{x}_2)}{1 - |\hat{R}(\hat{t}_1, \hat{x}_1, \hat{t}_2, \hat{x}_2)|^2}\end{aligned}\quad (4.3.10)$$

$$\begin{aligned}A1 &= \frac{\iint \hat{y}(t, x) S(t, \Delta t_1(x)) \exp(-i(\omega(t - \hat{t}_1) - \varphi_1(x - \hat{x}_1))) dt dx}{\iint |S(t, \Delta t_1(x))|^2 dt dx} \\ A2 &= \frac{\iint \hat{y}(t, x) S(t, \Delta t_2(x)) \exp(-i(\omega(t - \hat{t}_2) - \varphi_2(x - \hat{x}_2))) dt dx}{\iint |S(t, \Delta t_2(x))|^2 dt dx},\end{aligned}$$

где $\hat{R} = \frac{\iint S(t, \Delta t_1(x)) S(t, \Delta t_2(x)) \exp(-i(\omega(\hat{t}_2 - \hat{t}_1) - \varphi_2(x - \hat{x}_1) + \varphi_1(x - \hat{x}_2))) dt dx}{\sqrt{\iint |S(t, \Delta t_1(x))|^2 dt dx \iint |S(t, \Delta t_2(x))|^2 dt dx}}$ - нормированный

коэффициент корреляции.

Выражения (4.3.10) представляют собой поверхности в четырехмерном пространстве оцениваемых параметров. В точке $\hat{t}_1 = \hat{t}_2, \hat{x}_1 = \hat{x}_2$ коэффициент корреляции равен единице и создается сингулярный максимум, препятствующий решению задачи оценки параметров. Тем не менее, подставляя (4.3.10) в функционал правдоподобия, можно получить преобразованный функционал правдоподобия в пространстве неэнергетических параметров.

$$\begin{aligned}\Delta 1(\hat{t}_1, \hat{x}_1, \hat{t}_2, \hat{x}_2) &= \iint \left| \hat{y}(t, x) - \hat{U}_1(\hat{t}_1, \hat{x}_1, \hat{t}_2, \hat{x}_2) S(t, \Delta t_1(x)) \exp(i(\omega(t - \hat{t}_1) - \varphi_1(x - \hat{x}_1))) \right. \\ &\quad \left. - \hat{U}_2(\hat{t}_1, \hat{x}_1, \hat{t}_2, \hat{x}_2) S(t, \Delta t_2(x)) \exp(i(\omega(t - \hat{t}_2) - \varphi_2(x - \hat{x}_2))) \right|^2 dx dt\end{aligned}\quad (4.3.11)$$

Минимум поверхности функционала правдоподобия (4.3.11) определяет оцениваемые параметры: $\hat{t}_1, \hat{x}_1, \hat{t}_2, \hat{x}_2$, подставляя которые в выражения (4.3.10) можно получить оценки комплексных амплитуд ультразвуковых сигналов.

Таким образом, задача оценки пространственно-временных сигналов оказывается решенной.

Для иллюстрации полученных решений разработано устройство, схема которого показана на рисунке 4.3.2.

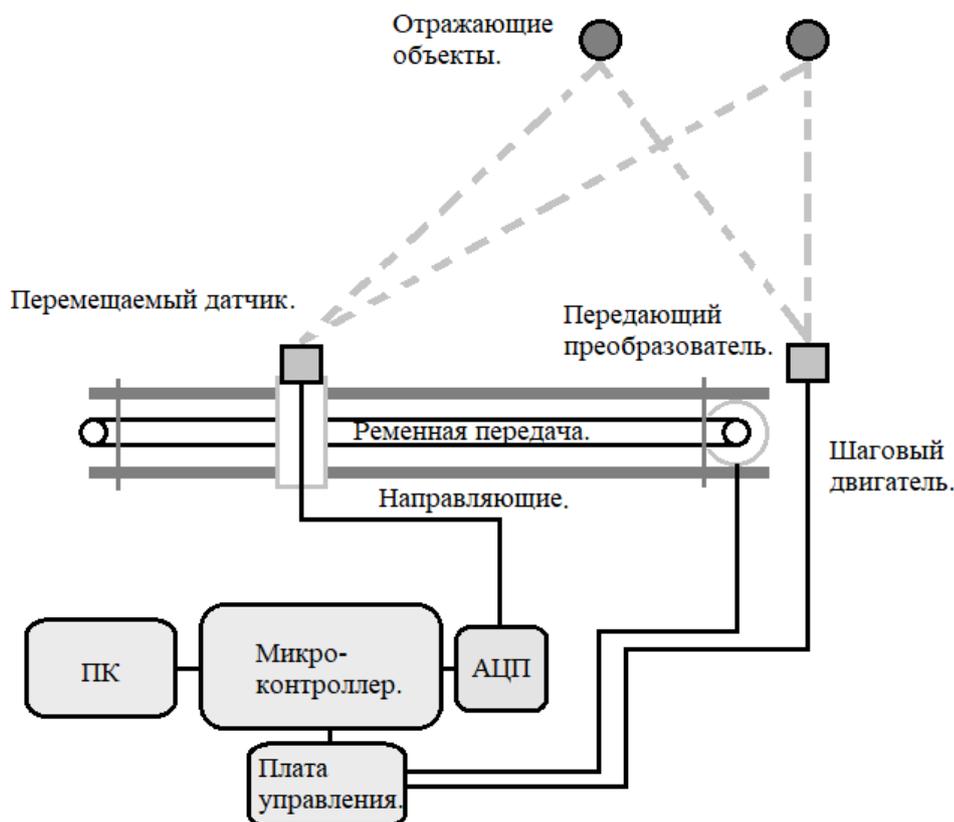


Рисунок 4.3.2 – Схема устройства

Устройство состоит из приёмного и передающего преобразователей, направляющих, шагового двигателя, микроконтроллера, платы управления и компьютера. Резонансная частота преобразователей составляет 40 кГц. Полоса пропускания – 1 кГц. АЦП микроконтроллера осуществляет дискретизацию сигнала с частотой 271.739 кГц. Шаговый двигатель позволяет перемещать приёмный преобразователь с высокой точностью позиционирования. Измерения сигнала производятся последовательно в различных точках пространства. Передающий преобразователь имеет амплитудную и фазовую диаграмму направленности, показанные на рисунке 4.3.3. Полуширина диаграммы

направленности равна 90 градусов. Оба отражающих объекта находятся в области диаграммы направленности. Отражающие объекты являются цилиндрами с малым радиусом. Перемещаемый датчик принимает одновременно сигналы от первого и второго отражающих объекта. Задачей является оценка дальности до отражателей и их азимутальное положение. На рисунке 4.3.3 показаны диаграммы направленности, снятые в ходе эксперимента при приёме пространственно-временного сигнала от одного отражателя.

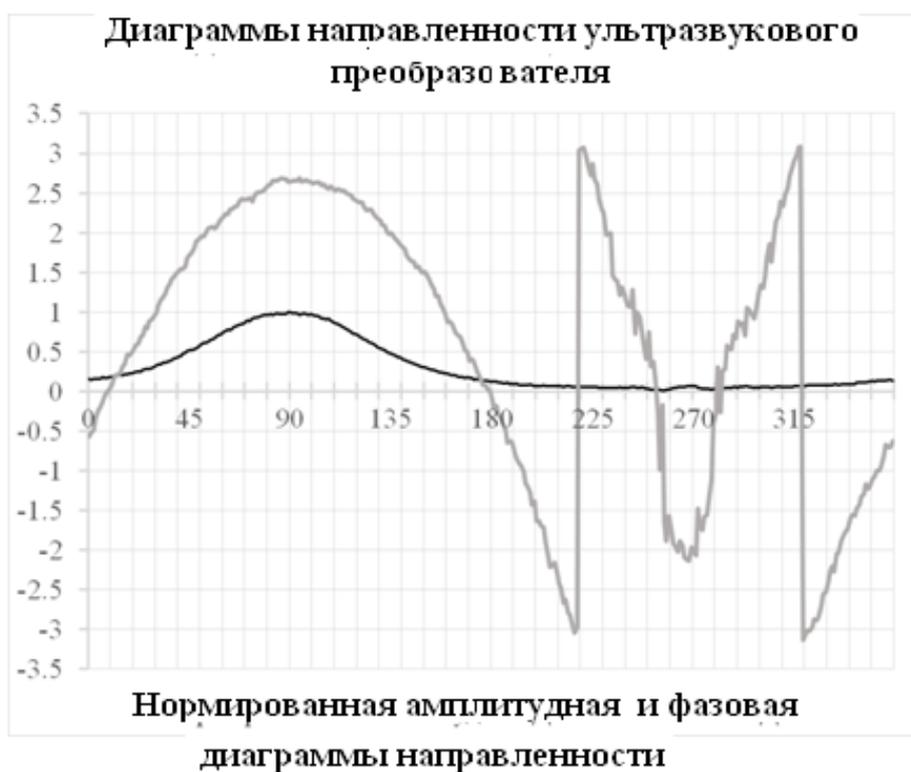


Рисунок 4.3.3 – диаграмма направленности ультразвукового преобразователя

По горизонтали отложено время в мс. По вертикали отложены дискретные значения координаты X, в которых проводилось очередное измерение ультразвукового сигнала. Обработка проводилась, в соответствии с представленной в данном параграфе, технологией. Результаты, полученные при обработке сигналов, представлены на следующих рисунках. На рисунке 4.3.4 показана структура пространственно- временного сигнала (Срезы по датчикам линейки).

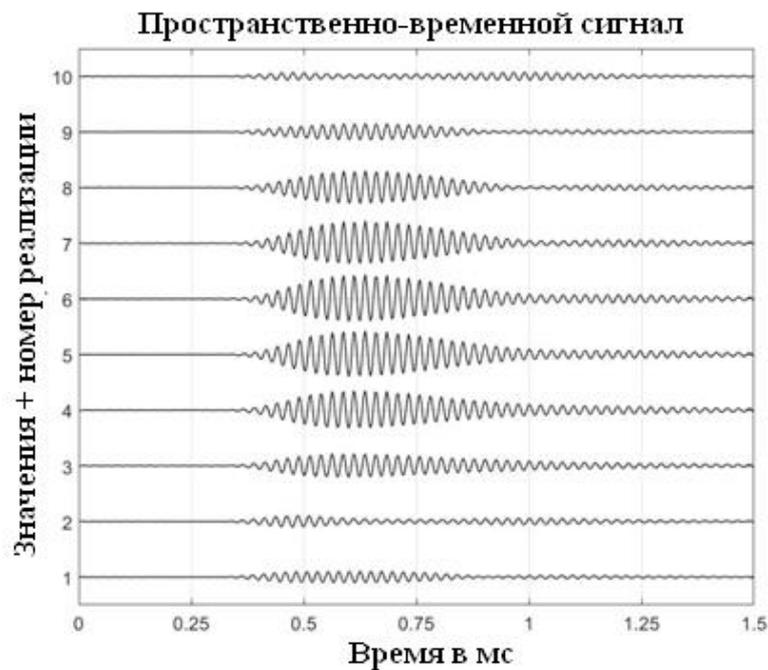


Рисунок 4.3.4 – Принятый пространственно-временной сигнал

На рисунке 3.4.5 показана пространственно-временная диаграмма в координатах азимут - время приема.

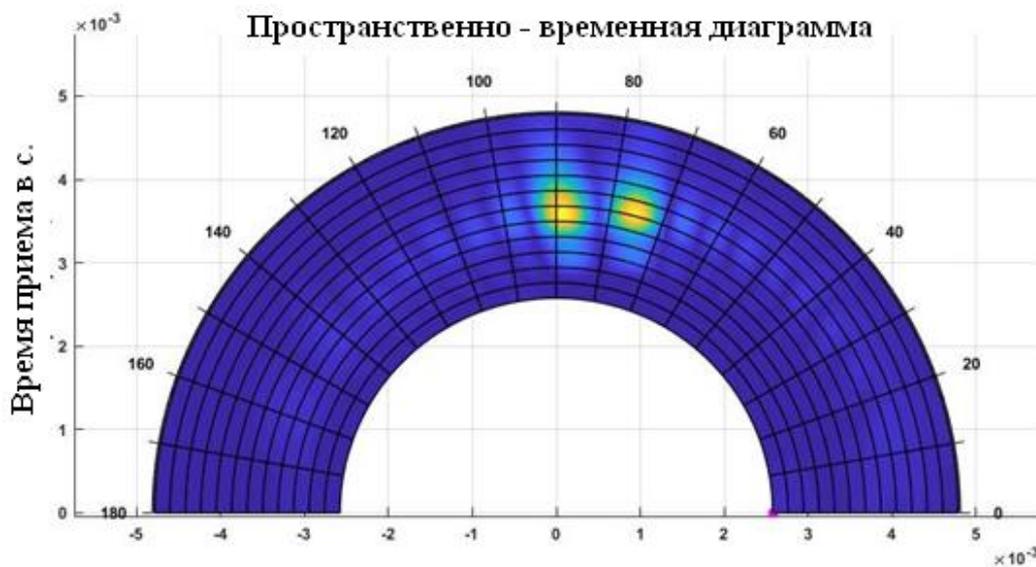


Рисунок 4.3.5 – Пространственно-временная диаграмма

Как видно из рисунка, время приема, определяющее дальность до излучателей, соответствует модельному значению 3.5 мс. Азимут на первый отражатель равен 90 градусов. Азимут на второй отражатель равен 75 градусов. Азимут

отсчитывается от горизонтального направления до направления на отражатель в точке расположения передающего преобразователя. Различие азимутов равно 15 градусов при ширине диаграммы направленности 90 градусов.

Таким образом, результаты эксперимента подтверждают возможность увеличения разрешения по азимуту в устройствах с синтезированной апертурой (устройства бокового обзора).

§ 4.4. Результаты эксперимента по разрешению ультразвуковых сигналов

В первой главе настоящей работы представлена новая технология обработки сигналов, основанная на методе максимального правдоподобия. Основное ее отличие заключается в том, что решение статистических задач радиотехники можно получить как в области ортогональности сигналов, так и в области их неортогональности. Разрешающая способность при этом существенно увеличивается. Теория данного вопроса и результаты модельных расчетов по вопросам разрешения изложены в главе 3. В настоящем параграфе продолжено исследование вопросов разрешения на достаточно простом макете с целью экспериментального подтверждения результатов теории и моделирования. На рисунке 4.4.1 показана схема экспериментальной установки для исследования вопросов разрешения ультразвуковых сигналов.



Рисунок 4.4.1 – Схема экспериментальной установки

Передатчик ультразвуковых волн расположен вблизи горизонтальной отражающей поверхности на высоте D . На такой же высоте располагается приемник ультразвука. Расстояние от передатчика до приемника равно $L1$. В результате в точку приема приходят две ультразвуковые волны: прямая и отраженная от отражающей поверхности. Разность времен приема меняется в зависимости от высоты D .

$$\Delta t(D) = \frac{1}{\vartheta} \left(\sqrt{D^2 + \left(\frac{L1}{2}\right)^2} - L1 \right), \quad (4.4.1)$$

где ϑ – скорость звука.

Расстояние $L_1=79$ см, частота ультразвука равно 41 кГц.

На рисунке 4.4.2 показан вид ультразвукового сигнала (верхний рисунок) и его корреляционная функция (нижний рисунок).

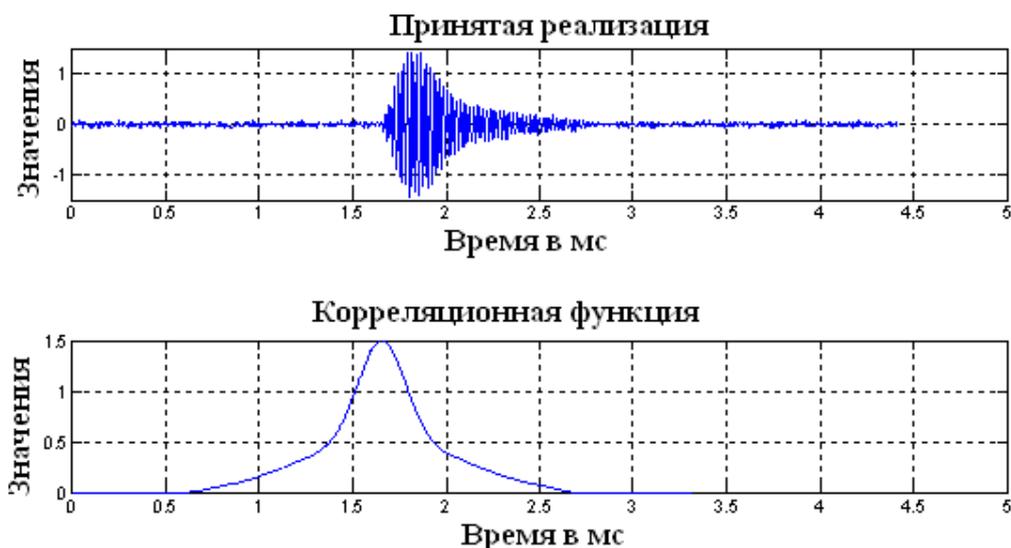


Рисунок 4.4.2 – Вид ультразвукового сигнала в зависимости от времени приема и его корреляционная функция

Рэлеевское разрешение двух сигналов, согласно рисунку, от 0.5 мс и более. Целью является разрешить ультразвуковые сигналы в области менее 0.5 мс. Предварительные модельные расчеты показали следующее.

На рисунке 4.4.3 представлены оценки амплитуд прямого и отраженного ультразвукового сигнала (верхний рисунок) и оценки времени приема (нижний рисунок). Их амплитуды равны 1 и 0.9. Время приема прямого сигнала постоянно и равно 1.28 мс. Время приёма отраженного сигнала меняется линейно. Из рисунка ясно, что оценки параметров прямого и отраженного сигналов вполне удовлетворительные за исключением интервала $1.26\div 1.3$ мс. По сравнению с рэлеевским, разрешение прямого и отраженного сигналов увеличилось в ≈ 30 раз.

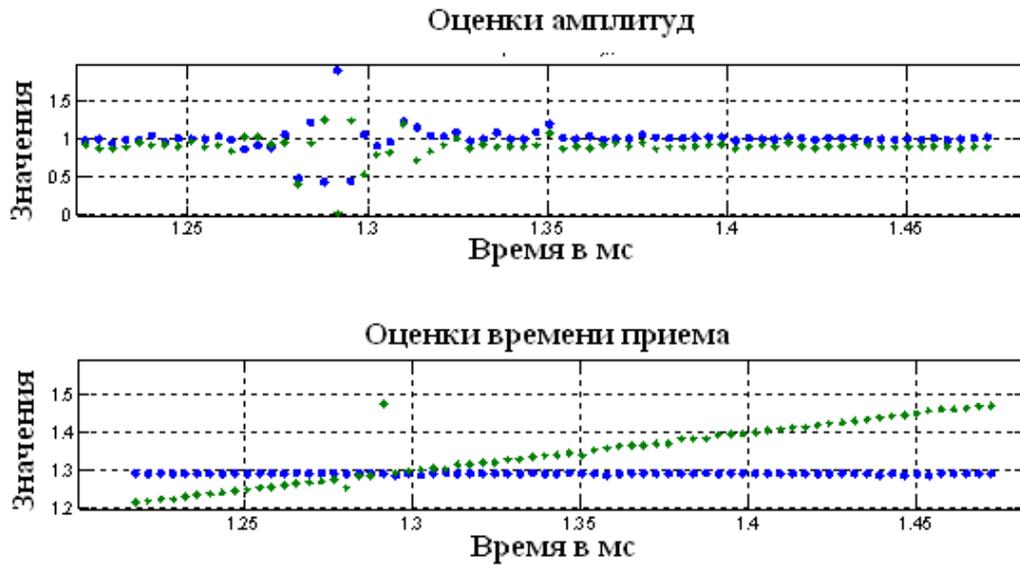


Рисунок 4.4.3 – Оценки амплитуд (верхний рисунок) и времен приема (нижний рисунок) в зависимости от времени приема второго ультразвукового сигнала

Результат, полученный на экспериментальной установке, представлен на рисунке 4.4.4, на котором показаны оценки прямого и отраженного от поверхности сигналов в зависимости от высоты передатчика D.

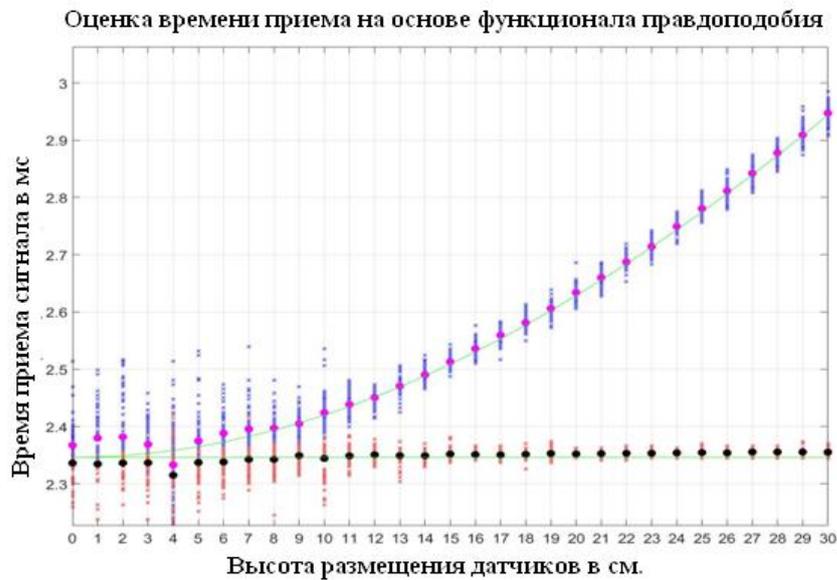


Рисунок 4.4.4 – Оценки времени приема прямого и отраженного ультразвукового сигнала, полученные с помощью экспериментальной установки

Согласно рисунку, в диапазоне высот $0 \div 10$ см статистики оценок времени приема прямого и отраженного луча перекрываются. Если ограничить возможность разрешения этим условием, то по сравнению с рэлеевским, достижимое разрешение увеличено в 7 раз (оценка разности времен приема равна 0.08 мс в сравнении с рэлеевским 0.5 мс). Однако, например, в области диагностики, можно проводить статистическое усреднение получаемых оценок времени приема. В этом случае усредненная оценка разности времени приема будет равна 0.01 мс (при высоте $D=3$ см). Достижимое разрешение будет увеличено по сравнению с рэлеевским в 50 раз. Таким образом, приведенная в работе технология обработки ультразвуковых сигналов позволяет увеличить разрешение в ≈ 7 раз, а при усреднений оценок по ряду реализаций до ≈ 50 раз.

5. Заключение

Представим кратко основные результаты, полученные в настоящей работе.

1. Проведен сопоставительный анализ метода максимального правдоподобия и операторных методов обработки сигналов. Получено следующее.
 - Установлена неоднозначность решений статистических задач методом максимального правдоподобия.
 - Для устранения неоднозначности предложено использовать подстановку Хелстрема, которая приводит к преобразованной функции правдоподобия.
 - Установлено, что операторные методы обработки сигналов являются частными случаями метода максимального приема. Они оптимальны при наличии в принятой реализации лишь одного сигнала. Они не оптимальны при функциональной зависимости амплитуды сигнала.
 - Предложены оптимальные методы обработки сигналов с функциональной зависимостью амплитуды сигналов: спектральной и корреляционной методы, согласованные с сигналом.
 - Установлено, что применение спектрального анализа, согласованного с сигналом, приводит к узкой спектральной линии ЛЧМ-сигналов, сигналов на основе кодов Баркера, сигналов на основе M-последовательностей. Возможности разрешения на основе функции неопределенности при этом увеличиваются.
2. Разработана технология оптимальной обработки ультразвуковых сигналов с высоким разрешением. Она связана со следующим.
 - Предложен переход к преобразованному функционалу правдоподобия, к преобразованному функционалу отношений правдоподобия на основе подстановке Хелстрема, исключающей фактор неоднозначности решений.
 - Установлена сингулярность корреляционной матрицы уравнений правдоподобия. Ее учет приводит к наличию шумовых сингулярных максимумов, существенно затрудняющих возможности решения статистических задач в области их неортогональности.

- Предложен метод подавления шумовых сингулярных максимумов.
 - Решена задача раздельного обнаружения двух ультразвуковых сигналов с подавлением шумовых сингулярных максимумов.
 - Предложен метод обнаружения ультразвуковых сигналов на основе значений функционала отношений правдоподобия.
 - Представлены потенциальные возможности оценки параметров ультразвуковых сигналов с оценкой рабочих областей алгоритмов в зависимости от отношения сигнал/шум и в зависимости от разности времен приема сигналов. Разрешение увеличивается в ≈ 10 раз.
 - Разработан метод оценки количества сигналов в реализации. Он основан на различии статистик оценок значений минимума функционала правдоподобия.
 - Представлены возможности максимизации функции правдоподобия эволюционными алгоритмами. Они позволяют проводить обработку до 7-ми ультразвуковых сигналов за интервал времени ≈ 15 секунд.
3. Исследованы вопросы оптимальной обработки сложных сигналов в области ультразвука. Получено следующее.
- Предложен метод обработки кодовых последовательностей в области ультразвука. Он связан со структурой, возбуждающей пьезокерамическую пластинку последовательности, имеющую разрывы в каждой позиции. Метод в ≈ 10 раз увеличивает разрешение сложных сигналов.
 - Получена статистика оценок амплитуд и времен приема двух ультразвуковых 13-ти позиционных последовательностей на основе кодов Баркера. По результатам статистик сделан вывод: задача раздельного обнаружения ультразвуковых сигналов и задача оценки их параметров решаются вполне удовлетворительно. Решения несмещенные и эффективные.
4. Исследованы вопросы фильтрации ультразвуковых сигналов на фоне импульсных и сосредоточенных по частоте помех. Получено следующее.
- Разработана технология фильтрации, основанная на следующем: оценка параметров помехи и сигнала методом максимального правдоподобия со

сверхразрешением, регенерация помехи по оценкам параметров, исключение помехи из принятой реализации.

- Установлено, что технология фильтрации эффективно исключает как импульсную, так и сосредоточенную по частоте помеху из принятой реализации. Эффективность исключения зависит от отношения помеха/шум.
5. Исследованы вопросы обработки пространственно- временных ультразвуковых сигналов. Результаты следующие.
- Установлено, что при обработке пространственно-временных ультразвуковых сигналов необходимо учитывать пространственное изменение как огибающей, так и начальной фазы сигнала. Оптимальность обеспечивается лишь при совместной пространственно-временной обработке ультразвуковых сигналов.
 - Получены основные выражения для обработки сигналов и выражения для дисперсии Рао-Крамера параметров пространственно-временного сигнала при использовании решетки ультразвуковых датчиков. Они определяют оптимальное распределение датчиков в пространстве.
 - Показана возможность получения сверхрэлеевского разрешения совместно по времени приема и азимуту ультразвукового сигнала.
 - Получены основные выражения для обработки пространственно-временных ультразвуковых сигналов на основе синтезированной антенной системы при относительном движении излучателя и приемника.
 - Показана возможность получения сверхрэлеевского разрешения при обработке ультразвуковых сигналов на основе синтезированной антенной системы.
6. Разработаны алгоритмы программ для проведения модельных исследований потенциальных возможностей обработки временных и пространственно-временных ультразвуковых сигналов.
7. Разработаны и созданы два макета для проведения исследований возможностей обработки ультразвуковых сигналов. По результатам макетных исследований сделан вывод: результаты экспериментальных исследований полностью подтверждают развитые положения теории и результаты модельных расчетов.

Литература

1. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983.
2. Трифонов А.П. Алгоритмы обнаружения сигнала с неизвестными амплитудой и длительностью на фоне белого шума. / А.П. Трифонов, Ю.Э. Корчагин, Е.В. Литвинов. – Сборник докладов XIII международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». — Воронеж, 2007. — Т.1. — С.51–60.
3. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. М.: Радиотехника, 2003. – 400 с.
4. Пахотин В.А. Оптимальная обработка сигналов с высоким разрешением / В.А. Пахотин, К.В. Власова, Р.В. Симонов, С.В. Петров. – Журнал «Мягкие измерения и вычисления», №4- 2019 (1), Изд. Дом «Научная библиотека», стр.56-70.
5. Пахотин В.А. Технология обработки информации, основанная на анализе преобразованного функционала правдоподобия. / В.А. Пахотин, К.В. Власова, В.А. Бессонов, С.В. Молостова, Р.В. Симонов, Е.Е. Пешегорин Наука. Общество. Оборона. 2019.№1 (18). С.10
6. Гитис М.Б. О дифракционных эффектах в ультразвуковых измерениях / М.Б. Гитис, А.С. Химунин . – Акустический журнвл1968.–Т14,-№4.–С,499.–513.
7. Хохлов В.К. Обнаружение, распознавание и пеленгация объектов в ближней локации. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005 – 336 с.
8. Коваленко В.В. Тенденции развития гидроакустических методов подводного наблюдения. Труды Нижегородской акустической сесии ННГУ, 2002.–С15-17.
9. Корякин Ю.А. Корабельная гидроакустика: состояние и актуальные проблемы. / Ю.А. Корякин, С.А. Смирнов, Г.В. Яковлев - С Пб.:Наука.2004.410 с.
10. Бурдик В.С. Анализ гидроакустических систем. Л.: Судостроение, 1988, 392с.

11. Ильичев В.И. Статистическая теория обнаружения гидроакустических сигналов / В.И. Ильичев, А.Я. Калужный, Л.Г. Краснин, В.Ю. Лапий . – М.:Наука,1992.–415 с.
12. Гусев В.Г. Системы пространственно-временной гидроакустической информации в ультразвуковых измерениях. Л.: Судостроение, 1978 г,-448 с.
13. Урик Р.Д. Основы гидроакустики. Л.: Судостроение.1978 г.–448 с.
14. Шабаев Е.И. Исследование и построение гидроакустических систем связи ближнего действия. Кандидатская диссертация 1999 г.
15. Матвиенко Ю.В. Гидроакустический комплекс навигации подводного робота. Докторская диссертация. 2004 г.
16. Ишутко А.Г. Исследование и разработка методов гидроакустического поиска малоразмерных затонувших объектов в условиях мелководья. Кандидатская диссертация, 2003 г.
17. Чуркин О.Ф. Труды международной конференции «Современное состояние, проблемы навигации и океанографии» / О.Ф. Чуркин, В.В. Старожицкий .– Т.2.–СПб.–2001.– с. 95-98
18. Ермолов И.Н. Ультразвуковой контроль / И.Н. Ермолов, Ю.В. Ланге. – М.: Машиностроение, 2004, С. 30.
19. Качанов В.К. Ультразвуковая помехоустойчивая дефектоскопия / В.К. Качанов, В.Г. Карташев, И.В. Соколов — М.: Издательский дом МЭИ, 2008.
20. Аксенов В.Г. Применение пьезокерамических мозаичных электроакустических преобразователей / В.Г. Аксенов, И.С. Попов. В.П. Попко и др. // Тр. МЭИ, 1977. Вып. 335, С. 49—52.
21. В.И. Попко Применение пьезокерамических мозаичных преобразователей в условиях пространственно-временной обработки сигналов / В.И. Попко, А.И. Питолин, Г.Ю. Рябов, Ю.Г. Кутюрин II Дефектоскопия. 1990. № 9. С. 57—64.
22. И.В. Соколов, Патент РФ № 2126538 от 12.09.97. Сплит-способ ультразвукового контроля / И.В. Соколов, Е.И. Соколов // 1999. БИ № 5.
23. Ермолов И.Н. Ультразвуковые преобразователи для неразрушающего контроля / под общей ред. И.Н. Ермолова. — М.: Машиностроение, 1986.

24. Клюев В.В. Неразрушающий контроль: справочник; в 7 т. / под общей ред. В.В. Клюева. Т. 3. Ультразвуковой контроль / под ред. И.Н. Ермолова. Ю.В. Ланге. — М.: Машиностроение, 2004.
25. Ермолов И.Н. Теория и практика УЗ-контроля.—М.: Машиностроение, 1981.
26. Корячско В.Д. Статистическая обработка сигналов дефектоскопа с целью увеличения отношения сигнал/шум при реверберационных помехах структуры // Дефектоскопия. 1975. № 1. С. 87—95.
27. Гребенников В.А., Гурвич А.К., Григорьев Н.В. Многочастотный способ УЗ-контроля аустенитных сварных швов // Дефектоскопия. 1974. № 1. С. 81—89.
28. Карташев В.Г., Качанов В.К. Оптимальное выделение сигналов на фоне структурного шума в ультразвуковой дефектоскопии // Дефектоскопия. 1992. №7. С. 14—24.
29. Карташев В.Г., Свалкин Д.А. Корреляционные характеристики структурного шума в ультразвуковой дефектоскопии // Вестник МЭИ. 2007. № 3. С. 100—105.
30. Карташев В.Г., Шершак Г.В. Построение оптимального алгоритма обработки сигналов в ультразвуковой дефектоскопии на основе уточненной модели формирования структурного шума // Вестник МЭИ. 2009.— С. 57—62.
31. Королев К.Ю. Развитие цифровых методов обработки сигналов многоканальных антенных решеток. Кандидатская диссертация, РГУ им. И. Канта, 2007 г., г. Калининград.
32. Апряжкина, В. М. Ультразвуковая диагностика: Основы методики и техники исследования / В. М. Апряжкина и др; под ред. А. Н. Кишковского. СПб.: Гиппократ, 1996. 58 с.
33. Бакшеева, Ю.В. О возможности повышения эффективности ультразвуковой медицинской диагностики / Ю.В.Бакшеева // Менеджмент, экономика и право: Сб. науч. тр./ ГУАП. СПб. 1999. С. 44-49.
34. Бакшеева, Ю.В. О возможности компенсации влияния частотных свойств реальных биологических сред на разрешающую способность ультразвуковых

- локаторов по дальности / Ю.В. Бакшеева // Научная сессия ГУАП / ГУАП. СПб., 2006. С. 15-18.
35. Гладилин, А. В. Фокусирующие излучатели ультразвука с электрически управляемой пространственно-временной структурой создаваемых полей / А. В. Гладилин, А. А. Догадов // Акуст. ж. 2000. Т. 46. №4. С.560-562.
 36. ГОСТ 26831-86. Приборы медицинские ультразвуковые диагностические эхо импульсные сканирующие. Общие технические требования. Методы испытаний. М., 1986.
 37. Кузнецова, Ю.В. К вопросу оценки спектральных характеристик сигналов ультразвуковой локации: Тез. докл. / Ю. В. Кузнецова // Всероссийская, науч.–тех. конф. «Биотехнические, медицинские и экологические системы и комплексы» / РГРА. Рязань. 1996.
 38. Осипов Л.В. Принципы фокусировки и сканирования в ультразвуковых: диагностических эхо томоскопах/ Л. В. Осипов. М.: Информприбор, 1991 36 с.
 39. Э. Миллер, Применение: ультразвука в медицине. Физические основы / Э. Миллер, К.Р. Хилл, Дж. Бэмбер и др. под ред. К. Р. Хилла М.: Мир, 1989 568 с.
 40. Бакшеева Ю.В. Исследование пространственно частотных свойств сигналов в ультразвуковых системах диагностики биологических объектов. Кандидатская диссертация, 2009 г.
 41. Розенберг, Л. Д. Фокусирующие излучатели ультразвука // В кн.: Физика и техника мощного ультразвука / Под ред. Л. Д. Розенберга. Кн. 1. Источники мощного ультразвука. — М.: Наука, 1967. — С. 149—206.
 42. Гаврилов, Л. Р. Фокусированный ультразвук высокой интенсивности в медицине. — М.: Фазис, 2013. —656 с. — ISBN 978-5-7036-0131-2
 43. Буров, А. К. Получение больших интенсивностей ультразвука в жидкости // Акустический журнал. — 1958. — Т. 4, № 4. — С. 315—320.

44. К.Хилл, Ультразвук в медицине. Физические основы применения . – под ред. а, Дж. Бэмбера, Г. тер Хаар. Пер с англ. под ред. Л. Р. Гаврилова, В. А. Хохловой, О. А. Сапожникова. — М.: Физматлит, 2008, 544 с., с.67.
45. Бэйли М.Р. Физические механизмы воздействия терапевтического ультразвука на биологическую ткань (Обзор) / М.Р. Бэйли, В.А. Хохлова, О. А. Сапожников, С.Г. Каргл, Л.А. Крам . – «Акустический журнал» — 2003. — Т. 49, № 4. — С. 437—464.
46. Котельников В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М.–Л.: ГЭИ, 1956.
47. Вальд А. Последовательный анализ. М. Физматлит, 1960.
48. Вальд А. Статистические решающие функции, в сборнике: Позиционные игры, М.,1967.
49. Helstrom С.W. Elements of signal detection end estimation.—N. Jersey: Prentice Hall,1995.—586 p
50. Вудворд Ф.М. Теория вероятностей и теория информации с применениями в радиолокации. М.: Издательство "Сов. радио", 1955.
51. Хелстром К. Статистическая теория обнаружения сигналов. К.; Изд-во: М.: Иностранной литературы, 1963.
52. Шеннон К.Э. Математическая теория связи. В кн. :Работы по теории информации и кибернетике. – М.:ИЛ,1963,с.243–332.
53. Левин Б.Р. Статистическая теория связи и ее практические приложения. М.: Связь,1979.
54. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Советское радио,1968.
55. Левин Б. Р. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике, М.: Советское радио,1957.
56. Тихонов В.И. Развитие в СССР теории оптимальной фильтрации сообщений. Радиотехника, 1983.—No11.с.11-26.
57. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.

58. Сосулин Ю. Г. Обнаружение сигналов на фоне произвольных помех и обесцвечивающие фильтры. Известия АН СССР. Техническая кибернетика, 1974, №1. С.188-195.
59. Власова К. В. Развитие методов обработки информации в системах импульсной локации. Диссертация на соискание степени кандидата физико-математических наук, РГУ им. И. Канта, 2008, г. Калининград
60. Будник С.С. Разработка методов оптимального приема в частотном пространстве. Кандидатская диссертация, КГУ, 2004 г., г. Калининград.
61. Ржанов А.А. Развитие цифровых методов обработки ионосферных сигналов. Кандидатская диссертация, РГУ им. И. Канта, 2010 г., г. Калининград.
62. Книхута Е.В. Развитие методов доплеровской фильтрации ионосферных сигналов. Кандидатская диссертация, РГУ им. И. Канта, 2007 г., г. Калининград.
63. Кочмарский А.В. Развитие методов пеленгации ионосферных сигналов. Кандидатская диссертация. БФУ им. И. Канта, 2012 г., г. Калининград.
64. Строков В.И. Развитие методов обработки сложных сигналов в системах радиолокации. Кандидатская диссертация. БФУ им. И. Канта, 2016 г., г. Калининград.
65. Власова К.В. Разработка метода повышения разрешающей способности по дальности в радиолокации. / К.В. Власова, В.А. Пахотин, Я.Р. Брух . – Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта, 2008 г., № 5, с.61-64.
66. Пахотин В.А. Теоретические основы оптимальной обработки сигналов. Курс лекций для радиотехнических специальностей / В.А. Пахотин, В.А. Бессонов, К.В. Власова, С.В. Молостова РГУ им. И. Канта, 2008 г., г. Калининград.
67. Власова К.В., Сверхразрешение в теории оптимального приема / К.В. Власова, В.А. Пахотин, А.А. Власов. – Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта, 2008 г., № 5, с.64-67.
68. Ширман Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов. М.: Сов. радио, 1974. –360 с.

69. Ширман Я.Д. Статистический анализ оптимального разрешения// Радиотехника и электроника.—1961.—№8.
70. Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов. М.: Советское радио, 1970. – 376 с.
71. Тузов Г.И. Помехозащищенность радиосистем со сложными сигналами./ В.А. Сивов, В.И. Протков и др. под ред. Г.И. Тузова. М.: Радио и связь, 1985 г.
72. Rainer Storn.— Differential Evolution - A simple and efficient adaptive scheme for global optimization
73. Пантелеев А.В. – Применение метода дифференциальной эволюции для оптимизации параметров аэрокосмических систем
74. Maria Laura Tardivo.— Two Models for Parallel Differential Evolution / Maria Laura Tardivo, Paola Caymes-Scutari, MiguelMendez-Garabetti, German Bianchini. – HPCLatAm, 2013, p. 26-36.
75. Савватеев Ю.И. Оптимальный прием сигналов на фоне помех и шумов / под ред. Ю.И. Савватеева.— М.:Радиотехника,2011. -424 с.
76. Maev R. Advances in acoustic microscopy and high resolution imaging: from principles to applications. — Weinheim, Germany: Wiley-VCH, 2013. – 400 p.
77. Титов С.А., Маев Р.Г. Линзовый акустический микроскоп с двумерной ультразвуковой решеткой // Письма в ЖТФ, 2016, Т. 42, вып. 9, С. 8-15.
78. Azhari H. Basic of biomedical ultrasound for engineers – Hoboken, New Jersey, USA: John Willey & Sons, 2010, P. 173.
79. Greutzmacher, J. Piezoelektrische Kristall mit Ultrashall konvergenz // Zh. Phys. —1935. — V. 96. — 342.
80. Lynn, Y.G. A new method for the generation and use of focused ultrasound in experimental biology / Y.G. Lynn, R.L. Zwemer, A.J. Chick, A.E. Miller, Journ. Gener. Physiol. — 1942. -V. 26. — P. 179—193.
81. Гаврилов, Л. Р., Фокусированный ультразвук в физиологии и медицине / Л. Р. Гаврилов, Е. М. Цирульников . — Л.: Наука, 1980. — 199 с.
82. Fry, F.J. Precision high intensity focusing ultrasonic machines for surgery // Amer. J. Phys. Med. — 1958. — V. 37, № 3. — P. 152—156.

83. Aström, K.E., An experimental neuropathological study of the effects of high-frequency focused ultrasound on the brain of the cat / K.E. Aström, E. Bell, H. T. Ballantine, Heidensleben J. *Neuropathol. Exp. Neurol.* — 1961. — V. 20, № 4. — P. 484—520.
84. Szabo, T.L. *Diagnostic Ultrasound Imaging: Inside Out*. 2nd Edition. — Oxford, UK, Academic Press (Elsevier), 2014. — p. 130.
85. Розенберг Л. Д. Звуковые фокусирующие системы. — М.: АН СССР, 1949. — 112 с.
86. Каневский И. Н. Фокусирование звуковых и ультразвуковых волн. — М.: Наука, 1977. — 336 с.
87. Л. Д. Розенберг Физика и техника мощного ультразвука / Под ред. Л. Д. Розенберга. Кн. 3. Физические основы ультразвуковой технологии. — М.: Наука, 1970. — 682 с.
88. Акопян, В. Б. Основы взаимодействия ультразвука с биологическими объектами / В. Б. Акопян, Ю. А. Ершов, М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005. — 223 с.
89. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. — М.: Высшая школа, 2000.
90. Лезин Ю.С. Введение в теорию и технику радиотехнических систем. — М.: Радио и связь, 1986.