Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн
им. Н.В. Пушкова Российской академии наук

На правах рукописи

Прокопович Игорь Валерьевич

Электродинамика импульсного георадара и задача подповерхностной СВЧ голографии

01.04.03 – радиофизика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Попов Алексей Владимирович

Москва, Троицк – 2019

Оглавление

Глава 1. Введение **4**

1.1. Актуальность темы работы 4

1.2. Цели работы 14

1.3. Методы исследования 14

1.4. Научная новизна работы 15

1.5. Теоретическая и практическая значимость 15

1.6. Достоверностьполученныхрезультатов 16

1.7. Основные положения, выносимые на защиту 16

1.8. Личный вклад автора 17

1.9. Апробация работы и публикации 18

1.10. Структура и объем работы 19

Глава 2. Возбуждение дипольной антенны **20**

2.1. Введение 20

2.2. Возбуждение тока в линейном диполе 22

2.3. Однородный линейный импеданс 29

2.4. Антенна Ву-Кинга 31

2.5. Выводы 33

Глава 3. Радиозондирование подповерхностных плоскослоистых сред **34**

3.1. Введение 34

3.2. Использования метода FDTD для решения задач георадиолокации 38

3.3. Линейный переходный слой, двумерное распространение 40

3.4. Произвольный переходный слой, одномерное распространение 48

3.5. Приближенная двумерная функция Грина 50

3.6. Геометрооптическое приближение 56

3.7. Квазивертикальное зондирование 59

3.8. Численная схема интегрирования 60

3.9. Численные примеры 62

3.10. Выводы 68

Глава 4. Вопросы СВЧ голографии 69

4.1. Введение 69

4.2. Разрешающая способность при обращении волнового фронта 71

4.3. Эксперимент и моделирование 76

4.4. Спектральная теория формирования радиоизображения 81

4.5. Численное моделирование 85

4.6. Выводы 87

Глава 5. Особенности СВЧ голографии в подповерхностной среде 89

5.1. Введение 89

5.2. Модификация спектральной теории 90

5.3. Диаграмма направленности планарного излучателя 92

5.4. Влияние реального источника на восстановление радиоизображения 100

5.5. Способы улучшения радиоизображения 109

5.6. Выводы 114

Заключение 115

Список публикаций по теме диссертации 117

Список литературы 121

Глава 1. Введение

Equation Chapter 1 Section 1

1.1. Актуальность темы работы

Поиск способов, позволяющих понять структуру невидимой подповерхностной среды терзает ум человека, наверное, с самых древних времен. Эти раздумья продолжаются и по сей день, несмотря на впечатляющие продвижения науки за последний век. Древнему человеку, конечно, приходилось сталкиваться с проблемами локализации подземных источников воды, с трудностями поиска залежей полезных ископаемых, которые порой совсем неприметны в естественной среде. Что и говорить, нашей природе также всегда было присуще любопытство, выражающееся в поиске кладов, в интересе узнать о вещах, сокрытых за непрозрачной преградой. Естественным проявлением стремления решить эти вопросы было обращение к религиозному чувству в сочетании с первыми интуитивными шагами познания мира. И, по-видимому, первым известным способом применения простых приспособлений для «видения» скрытых объектов было лозоходство [1]. Используются и другие названия для подобных практик, как «лозоискательство» или современное, возникшее в советское время, – «биолокация»; в английском используется слово «dowsing». Лозоходство заключается в применении расщепленной лозы, тросточек, проволочных рамок, маятников и других предметов для обнаружения скрытых объектов по отклонению, сдвигу этих предметов в областях представляющих интерес для лозоходца. С высоты тысячелетий некоторым и Моисей видится таким же лозоходцем, который дважды помог найти избранному народу воду с помощью своего посоха (Исх. 17:6, Чис. 20:11). Несмотря на весь скепсис, и сейчас выходят научные статьи, пытающиеся обосновать действенность метода за счет крайне высокой чувствительности организма человека к незначительным изменениям

окружающих его электрических полей, что проявляется в видимых движениях рамки при слабых мышечных сокращениях руки [2].

Иных альтернатив описанных приспособлений –интроскопов (приборов для подповерхностного видения скрытых объектов) в исторической ретроспективе вплоть до конца XIX века найти не удается.

Далее кратко рассмотрим основные из научных методов интроскопии. Эти способы исследования принято относить понятию «неразрушающего контроля» (в англоязычной литературе «non-destructive testing» или аббревиатура «NDT») [3; 4]. Хотя, универсального метода, в полной мере решающего задачу интроскопии, пока не создано, существует множество разнообразных подходов, которые доказали, что они могут быть использованы для исследования внутренней структуры среды.

Приоритет ***рентгенографического метода*** принадлежит немецкому физику В. К. Рентгену [5]. Рентгенографическая диагностика сразу же нашла себе применение, в Англии уже в 1896 году была отрыта рентгенографическая лаборатория, а в России открытие первой рентгенологической клиники произошло в 1918 году. Принцип рентгенографии основан на том, что электромагнитное излучение с длиной волны от $\sim 10^{2}$ до $\sim 10^{-1}$ Å способно проходить через любую среду, теряя свою интенсивность по ходу распространения в зависимости от поглощающих свойств объектов, которые оно пересекает. Величину потерянной первоначальной интенсивности можно оценить по засвечиванию фотопластинки, что позволяет визуализировать внутреннюю структуру среды.

Рентгенографическое исследование применяется при медицинской диагностике. В аэропортах для контроля безопасности активно используются рентгено-телевизионные интроскопы. Рентгеновские дефектоскопы являются важным видом неразрушающего контроля в технике и строительстве.

Сейсмоподобные методы исследования основаны на регистрации упругих волн, возбуждаемых в материальной среде. Распределение упругих возмущений на поверхности объекта дает возможность восстановить его внутреннюю структуру. Теория упругих волн начала развиваться в конце XIX века, в ее развитие внесли

вклад такие знаменитые ученые как Пуассон, Коши, Рэлей [6]. В зависимости от частотных характеристик волн, существует ряд подходов, отличающихся способами возбуждения и регистрации и имеющих каждый свою область применения.

Сейсморазведка – раздел геофизики, основанный на регистрации искусственно возбуждаемых в земной коре упругих волн в диапазоне от 1 Гц до сотен герц [7]. Началом сейсморазведки можно считать опыты ирландского изобретателя Роберта Маллета по измерению скорости распространения сейсмических волн. Уже в 1898 году английский геолог Джон Милн предложил идею об использовании сейсмографа при землетрясениях и в крупномасштабных экспериментах для выяснения внутреннего строения горных пород на значительных глубинах. С 1920-х годов начинают активно испытываться методы использования сейсмографа при поиске месторождений углеводородов. В СССР широкое промышленное применение методов сейсморазведки началось в 30-х годах.

Другой метод – *ультразвуковая дефектоскопия*, был предложен советским физиком С.Я. Соколовым, который в 1928 году создал первый засвидетельствованный образец ультразвукового дефектоскопа [8]. В Америке патент на аналогичную разработку был получен только в 1940 г. [9]. При ультразвуковом исследовании используется центральная частота между 50 кГц и 25 МГц, этот метод может рассматриваться как высокочастотная отражательная сейсмика. Из-за своей хорошей разрешающей способности метод ультразвукового исследования в настоящее время повсеместно применяется в медицинской диагностике и ультразвуковой дефектоскопии.

Ударный эхометод на основе звуковых волн, излучаемых электромеханическим ударником: измерение времени возврата волн к акселерометру позволяет обнаруживать арматуру в стенах, определять толщину структуры и локализировать пустоты и трещины в бетоне [10]. *Дефлектометия падающего груза* состоит в бросании груза с высоты на нагрузочную пластину для

равномерного распределения удара, отклик на которую снимается датчиками прогиба [11]. Записанные данные используются для оценки структуры дорожного покрытия. *Акустическая эмиссия* – метод мелкомасштабной сейсморазведки, в котором внутреннее акустическое излучение среды при ее контрольной нагрузке дает представления о наличии дефектов в структуре среды [12].

Гравиразведка – метод геофизики, заключающийся в измерении поля силы тяжести и его производных для анализа распределения плотности подземной материи. В основном данный метод используют для поиска месторождений полезных ископаемых, выделения глубинных разломов и глобальных тектонических структур [13]. Для измерения ускорения силы тяжести используется гравиметр.

Началом геофизической разведки нефти явились работы с крутильными весами, изобретенными приблизительно в 1888 г. венгерским физиком Лорандом Этвёшем. Но только в январе 1926 г. было произведено первое открытие нефти геофизическим методом гравиразведки. В период до 1929 г. 16 соляных куполов, выявленных съемкой с крутильными весами, впоследствии оказались связанными с залежами углеводородов [6].

В СССР при разведке нефтяных и газовых месторождений гравиразведка занимала второе место после сейсморазведки по количеству полевых партий и по общей стоимости работ.

Электроразведка – метод неразрушающего контроля основанный на измерении электрических свойств подстилающей среды при пропускании через нее электрического тока [14]. В зависимости от принципов исследования выделяют методы измерения сопротивлений (методы постоянного тока) и электромагнитные методы (методы переменного тока).

Началом электроразведки можно считать наблюдение в середине XIX века естественных электрических токов на медноколчеданных месторождениях Корнуэлла (Англия). А в 10-х годах XX века французские ученые братья Шлюмберже разработали метод сопротивлений. В 1919-1922 гг. шведские учёные

Ханс Лундберг и Карл Зундберг впервые применили электроразведку переменными полями. В 1924 г. первые в Советском Союзе электроразведочные работы методом естественного поля были проведены А.А Петровским [15]. На ранних этапах электроразведку использовали при поисках рудных месторождений, начиная с 30-х годов XX века ее применяют и для разведки нефтеносных и газоносных структур.

Магниторазведка – популярный метод разведочной геофизики, позволяющий по информации о распределении индуктивной и естественной остаточной намагниченности восстановить структуру и состав металлосодержащих горных пород и руд [16]. Предшественником современных методов магнитной разведки является «шведский горный компас», изобретенный Даниэлем Тиласом в XVIII веке для поиска железных руд. Формирование магниторазведки в середине XIX века связано с именем шведского физика Роберта Талена, который первым стал рассматривать вопрос измерения количественных характеристик рудных месторождений.

Первым из дополняющих традиционную магниторазведку стал магнитовариационный метод, предложенный еще в XIX веке. Он основан на сопоставлении изменений магнитного поля в базовой точке и в точке, перемещаемой по профилю. В 1957 году был предложен иной метод – *метод искусственного подмагничивания*, когда изучаемый объект индуктивно намагничивается источником сильного постоянного электрического тока. Но наиболее широкое практическое распространение в комплексной магниторазведке получили *низкочастотные индуктивные методы* – измереяющих отклик рудосодержащих пород на переменный ток.

Рассмотрим более подробно такой сравнительно новый метод интроскопии, как ***георадиозондирование***. Удивительно, но еще в конце XIX века ученые не имели четкого представления о таком явлении, как электромагнитные волны, научно обоснованная реальность существования которых была доказана лишь Г. Р. Герцем в 80-х годах XIX века [17]. Им же было показано, что радиоволны обладают

той же электромагнитной природой, что и видимый свет, и проявляют аналогичные с ним свойства: рефракцию, интерференцию, дифракцию, поляризацию, образуют стоячие волны. Также стало понятным, что радиоизлучение, хотя не воспринимается напрямую органами чувств человека, обладает рядом преимуществ перед светом: может достаточно глубоко проникать сквозь оптически непрозрачные преграды, хорошо поддается электротехническим преобразованиям (модуляции, записи и воспроизведению сигнала). Возможность обнаружения оптически невидимых и скрытых объектов в воздухе привела к мысли об использовании методов радиолокации для целей интроскопии.

Первое описание использования электромагнитных сигналов для зондирования грунта было изложено в патенте немецких ученых Леймбаха и Лови в 1910 [18; 19]. Суть их метода состояла в измерении амплитуд поля на антеннах, размещенных в системе вертикальных скважин, что, как предполагалось, может дать представление о структуре среды в районе скважин.

Дальнейшим развитием в применении электромагнитных волн для определения структуры подповерхностной среды явилось предложенное в 1926 году Халсенбеком использование импульсных сигналов [20].

Однако ощутимых результатов электромагнитные методы исследования подповерхностной среды не давали, несмотря на довольно частое их упоминании учеными в 1950-х годах [21].

Первое зафиксированное радиоотражение от подповерхностных структур было получено случайно на ледовом аэродроме в Антарктиде А. Уэйтом в 1957 г. [22]. Он обратил внимание на то, что импульсный радиовысотомер самолета при приземлении на взлетно-посадочную полосу выдавал неправильные данные. Оказалось, что высотомер фиксировал отражение от скального ложа ледника. Это послужило толчком к использованию радиолокации в геофизике. Однако вскоре было выяснено, что применение стандартных радиолокаторов возможно только в редких случаях, когда затухание радиоволн в среде мало, например, для льда, сухих песчаников, каменной соли. Также выяснилось, что отраженные от самых близких

объектов сигналы накладываются на зондирующий импульс, который к этому моменту еще не успел закончиться и дают на выходе устройства обработки плохо разрешимую картину. В качестве выхода из этой ситуации было предложено использовать моноимпульсы, представляющие собой одно или несколько колебаний тока в антенне и имеющие относительную полосу спектра близкую к единице. Они оказались наиболее подходящими для георадиолокации, поскольку обеспечивали наилучшее соотношение между глубиной зондирования и разрешением. Эффективный способ формирования таких сигналов, называемый ударным возбуждением антенны, был предложен в 1960 г. Дж. Куком [23]. Этот момент можно считать реальным началом георадиолокации.

Дальнейшее развитие подповерхностной радиолокации в 60-70х годах прошлого века было тесно связанно с лунной программой США [24; 25]. Это привело к детальным исследованиям частотной зависимости электрофизических параметров реальных геологических сред, их связи друг с другом и влияния на зондирующий сигнал [26].

В конце 70-х и начале 80-х годов начались попытки практического использования георадиолокации. В 1974 г. появилась первая коммерческая компания, производящая и продающая георадары [27]. Георадары стали использоваться для обследования мест возможной прокладки трубопроводов, транспортирующих нефть и газ из Арктики и других районов вечной мерзлоты [28]. Были отмечены первые успешные работы с привлечением георадиолокации в археологии [29], на калийных и угольных месторождениях [30; 31].

К концу 80-х интерес к георадиозондированию пошел на спад. К этому времени стало понятным, что для многих реальных сред георадары не позволяют получить достаточно подробной и надежной информации.

К началу 90-х благодаря развитию вычислительной техники и появлению более компактной электронники георадарные технологии стали принимать современный вид. Разработчики обратили внимание на использование более низких частот и запись полной волновой формы отраженного сигнала. В связи с

этим повысилась информативность метода и возросла востребованность георадаров, их стало возможным использовать на регулярной основе [32; 33; 34].

Начиная с 2000-х на рынке оборудования появилось множество новых конкурирующих между собой разработчиков. В это время начали свое развитие многие мировые лидеры в этой отрасли – это шведская MALA Geoscience, англо-американская компания ERA, канадская Sensors&Software. Стали проводиться международные георадарные конференции, рассматривающие как геофизические вопросы эксплуатации георадаров, так и электроинженерные аспекты их конструкции, математического моделирования. Среди таких регулярных конференций можно выделить International Workshop on Advanced Ground Penetrating Radar (IWAGPR) и International Conference of Ground Penetrating Radar (GPR).

В СССР в середине 60-х к вопросам подповерхностной радиолокации обратились в Рижском институте инженеров гражданской авиации. Под руководством М. И. Финкельштейна были проведены работы по зондированию льдов, грунтов [35]. Технические наработки этой группы легли в основу георадаров серии «Зонд-12е» латвийской компании Radar Systems Inc.

На текущий момент в России налажено конструирование и серийное производство нескольких видов георадаров [36]. В СКБ Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН выпускаются георадары серии «ГЕРАД» [37]. Группой компаний ЛОГИС-ГЕОТЕХ производятся популярные георадары «Око» [38]. В МГТУ им. Баумана налажен выпуск голографического радара «РАСКАН» [39]. Компания ВНИИСМИ выпускает серию глубинных импульсных георадаров «Лоза» [21]. Близкие по характеристикам глубинные георадары серии ГРОТ производит ЗАО «Таймер» [40].

Отметим роль Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн (ИЗМИРАН) в развитии георадарной тематики. В начале 90-х ИЗМИРАН включился в разработку георадара для планировавшейся космической миссии «Марс-94», в рамках которой предполагалась посадка на поверхность

Марса межпланетной автоматической станции. Впоследствии многие технические решения легли в основу серийных российских радаров серий «Лоза» и «ГРОТ». Эти радары отличаются повышенной мощностью излучения, выведшей их в мировые лидеры по глубине зондирования. Другой особенностью этих радаров является запись полной волновой формы на независимом приемнике, включающемся «воздушным» электромагнитным импульсом, приходящим с минимальной задержкой вдоль поверхности земли.

Другим направлением деятельности ИЗМИРАН в области подповерхностного радиозондирования являются работы по СВЧ голографии. В отличие от сканирующего принципа, реализованного в других разработках, таких как РАСКАН [39], мы используем фиксированные антенные решетки с электронным опросом элементов. Развиваются математические методы восстановления радиообраза подповерхностных объектов на основе радиоголограммы.

Большинство современных георадаров сконструировано на основе технологии импульсного сверхширокополосного зондирования. Излучаемый сигнал проникает в подповерхностную среду, после чего рассеивается на локальных объектах или отражается от границ раздела контрастных слоев. Георадары, как правило, работают в частотном диапазоне, где импульсы распространяются с относительно небольшой дисперсией. Это облегчает анализ регистрируемых данных, поскольку отраженный сигнал в основных чертах повторяет излучаемый.

Метод георадиолокации является наиболее близким к сейсмоакустическому зондированию. Эффективность акустических методов, широко используемых в геофизике и поиске полезных ископаемых, существенно зависят от влажности грунта. Их сигналы, в отличие от электромагнитных, затухают скорее в сухих и пористых средах, поэтому для таких методов существенным фактором является плотность контакта приемников и излучателей с зондируемой средой, что не имеет

критического значения для радиозондирования. Таким образом, эти два метода частично способны дополнять друг друга.

В сравнении с традиционной электроразведкой, георадиолокация имеет лучшее пространственное разрешение, отличается простотой эксплуатации оборудования. Помимо этого, возможности электроразведки ограничены вблизи от металлосодержащих конструкций. Но электроразведка, так же, как и сейсмоакустика лучше работает во влажных проводящих средах, там, где электромагнитный сигнал сильно затухает.

Особенностью подповерхностной радиолокации по сравнению со многими другими геофизическими методами является возможность разделять и детализировать неоднородности и объекты, находящиеся относительно близко друг к другу, измерять толщину подповерхностных слоев, их структурные и электрические параметры.

Георадары становятся все более надежными и удобными. Если в начале развития приборы были очень капризными, а результаты труднопонимаемыми, то сейчас, с развитием сверхширокополосной аппаратуры и электроники, эта техника становится более стабильной и предсказуемой, хотя и в настоящее время амплитуда и форма зондирующих импульсов плохо контролируема, подвержена флуктуациям и требует квалифицированной интерпретации. .

С научной точки зрения георадиолокация привлекает внимание широкого круга специалистов, поскольку затрагивает различные сферы радиофизики, такие как распространение электромагнитных волн в неоднородных средах, генерация и прием сверхширокополосных сигналов, нерезонансные антенны, обработка сигналов и распознавание образов.

1.2. Цели работы

Диссертация направлена на решение следующих проблем:

1. Аналитический расчет электродинамики импульсного возбуждения резистивно-нагруженной дипольной антенны.
2. Построение аналитического решения, описывающего распространение электромагнитного импульса, возбуждаемого линейной антенной, лежащей на границе раздела воздуха и плавно меняющейся плоскослоистой среды.
3. Создание аналитической модели, описывающей процесс формирования СВЧ радиоголограммы и ее восстановления в радиоизображение.
4. Улучшение радиоизображений в практической СВЧ радиоголографии.

1.3. Методы исследования

При решении задач данной работы использовались классические методы электродинамики и теории дифракции электромагнитных волн, метод ВКБ аналогичный квазиклассическому приближению квантовой механики, малоугловое приближение, методы вычислительной математики, в том числе оригинальный метод вычисления интегралов с алгебраической особенностью, метод быстрого преобразования Фурье и др. Реализация разработанных методов и проведение численного моделирования осуществлялись в программном пакете MATLAB R2015a, конечно-разностные FDTD расчеты выполнялись в программе gprMax, экспериментальные исследования проводились с помощью георадара «Лоза», находящегося на балансе ИЗМИРАН, и установки для голографического радиозондирования, предоставленной ООО «Компания ВНИИСМИ» в рамках взаимного сотрудничества с ИЗМИРАН.

1.4. Научная новизна работы

1. Получено аналитическое решение, описывающее возбуждение импульса тока в резистивно-нагруженнных антеннах с равномерным распределением импеданса вдоль антенны и с импедансом, растущим по закону Ву-Кинга к концам конечного диполя.
2. Разработан полуаналитический метод расчета электромагнитного сигнала отраженного от плавных неоднородностей плоскослоистой среды, значительно убыстряющий вычислительный процесс в сравнении с обычно использующимися конечно-разностными методами решения.
3. Исследован пространственный спектр СВЧ радиоголограммы планарного тест-объекта. В приближении Кирхгофа описано формирование голограммы и разработан алгоритм восстановления рассеивающего объекта. Найдены качественные критерии выбора параметров эксперимента.
4. Предложены эффективные способы повышения качества радиоизображений в задачах радиоголографии для антенной решетки, применяемой для подповерхностной СВЧ интроскопии.

1.5. Теоретическая и практическая значимость

Первая часть диссертационной работы проясняет качественную картину излучения импульса дипольной антенной, здесь также рассматриваются вопросы распространения зондирующего сигнала в плавно меняющейся плоскослоистой диэлектрической среде и формирования отраженного сигнала на градиентах диэлектрической проницаемости. Разработанные модели и методики открывают новые возможности для решения прямой и обратной задач, помогают эффективности георадиолокационных обследований и интерпретации экспериментальных данных.

Вторая часть работы касается разработки методов восстановления голографических радиозображений объектов, находящихся в материальной среде. Развитая спектральная теория позволяет существенно продвинуться в улучшении качества восстанавления радиоизображений, а также приводит к ясной волновой интерпретации полученных экспериментальных данных, учитывающей многие аспекты эксперимента.

1.6. Достоверностьполученныхрезультатов

Достоверность полученных результатов подтверждается соответствием разработанных аналитических моделей и расчетов, произведённых на их основе, с результатами экспериментов. При рассмотрении задач георадарного зондирования удалось аналитически описать формирование затухающего импульса в резистивно-нагруженной антенне и объяснить наличие затянутых низкочастотных сигналов, хорошо известное из практики использования георадара. Предложенная аналитическая теория для СВЧ голографии также находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными и предсказанные теорией следствия проявляются в измеренных результатах.

1.7. Основные положения, выносимые на защиту

1. Получено аналитическое решение задачи расчета тока, возникающего в конечной линейной тонкой дипольной антенне, расположенной в свободном пространстве. Метод, основанный на приближенном решении нестационарной задачи электродинамики, отражает основные черты возбуждения электромагнитных импульсов резистивно-нагруженной дипольной антенной георадара.
2. В приближении метода связанных волн ВКБ аналитически решена двумерная задача распространения электромагнитного импульса, излученного линейным током, возбужденным на поверхности диэлектрического полупространства,

характеризующегося плавноменяющимся градиентом свойств среды. Полученное решение позволяет интегральном виде записать отраженный сигнал, фиксируемый приемной антенной, расположенной также на границе раздела сред.

3. Разработана спектральная теория формирования голографического радиоизображения, учитывающая реальную геометрию эксперимента, параметры излучающей системы и размер апертуры приемной антенной решетки. Предложенная теория позволяет эффективно предсказывать голографические радиопортреты известных объектов и дает понимание возможностей улучшения качества изображения, в том числе за счет синтеза голограмм при когерентном сложении результатов полученных при различном положении излучателя.
4. Предложенная спектральная теория формирования голографического изображения модифицирована с учетом влияния подстилающей среды и реальной диаграммы направленности излучателя. Теоретические наработки позволили создать практические методики зондирования объектов, расположенных в маскирующих их материальной среде.

1.8. Личный вклад автора

Решение поставленных задач и анализ результатов, представленных в диссертации, выполнено лично автором или при его непосредственном участии. Автором проведены все численные и натурные эксперименты, разработаны алгоритмы и компьютерные программы, используемые при моделировании эксперимента.

1.9. Апробация работы и публикации

Основные результаты диссертации были доложены на российских и международных научных конференциях: 15th International Conference on Transparent Optical Networks (Испания, Картахена, 2013); международная научная конференция «Излучение и рассеяние электромагнитных волн» (Таганрог-Дивноморское, 2013); International Conferences on Ground Penetrating Radar (Бельгия, Брюсель, 2014, Швейцария, Рапперсвиль, 2018); 5-я Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы радиофизики» (Томск, 2013); Всероссийские научные конференции «Распространение радиоволн» (Иркутск, 2014, Томск, 2016, Казань, 2019); Международная научно-техническая конференция «Радиолокационные системы малой и сверхмалой дальности» (Москва, 2014, 2015 и 2018); International Conferences Days on Diffraction (Санкт-Петербург, 2014, 2016 и 2018); European Geoscience Union General Assembly (Австрия, Вена, 2016); VI Всероссийские Армандовские чтения (Муром, 2016); International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium (Италия, Флоренция, 2017); 9th International Workshop on Advanced Ground Penetrating (Великобритания, Эдинбург, 2017). Также были сделаны сообщения в рамках программы TU1208, организованной европейским научным сотрудничеством e-COST: семинар при выполнении краткосрочной научной миссии в Польском Национальном институте связи (Польша, Варшава, 2015); стендовые доклады на школах по практике георадарного зондирования (Польша, Краков, 2015 и Мальта, Валлетта, 2016), доклад на Final Conference of COST Action TU1208 Civil Engineering Applications of Ground Penetrating Radar (Польша, Варшава, 2017).

По теме диссертации опубликовано 4 статьи в журналах из списка рекомендованных ВАК РФ [A1-A4]; две статья в рецензируемых зарубежных журналах [A5; A6]; две статьи в журнале «Известия вузов. Физика» [A7; A8], 13 докладов в сборниках трудов российских и международных конференций [A9-

A21]. Все статьи и доклады индексируются в базах РИНЦ, Web of Science или Scopus.

1.10. Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, четырех основных глав, заключения и списка литературы, включающего 102 наименнования. Общий объем диссертации составляет 131 страница, включая 31 рисунок.

Глава 2. Возбуждение дипольной антенны

2.1. Введение

При рассмотрении задач георадиолокации возникает потребность в понимании природы электромагнитных волн, излучаемых для изучения исследуемой подповерхностной среды с находящимися внутри нее электрически контрастными объектами [41; 42]. В большой степени разработка, развитие и эксплуатация георадаров на сегодняшний день идет без точного количественного расчета процесса возбуждения тока в антенне и возникающего при этом электромагнитного импульса. Исследователь зачастую руководствуется нестрогими интуитивными соображениями и рядом практических советов. Приведем некоторые из них: диаграмма направленности излучения вытягивается в сторону среды с большим показателем диэлектрической проницаемости; существует непосредственное влияние подстилающей среды на формирования зондирующего импульса; дипольные импульсные антенны дают сигнал с меньшим «звоном»; использование возрастающей к концам диполя нагрузки уменьшает «звон» антенны, делает импульс более коротким; применение различных способов экранировки, предотвращающих появление паразитных «воздушных» сигналов от внешних объектов со стороны воздуха, приводит к ухудшению формы зондирующего импульса. В настоящей главе ставится цель аккуратного аналитического описания ряда таких закономерностей в рамках количественной теории импульсного возбуждения резистивно-нагруженных дипольных антенн, что предполагается использовать для повышения эффективности излучения и учета влияния свойств подстилающей поверхности. Четкое понимание физической природы излучения дипольной антенны может дать задел для дальнейшего усовершенствования аппаратуры и методов обработки георадарного зондирования.

Излучение электромагнитных волн антенной, расположенной вблизи границы земля-воздух рассматривалось с 30-х годов прошлого века в ряде классических работ. Аналитическая теория, развитая в работах Зоммерфельда и Фока [43] в связи с проблемами радиосвязи, позволяет рассчитывать характеристики излучения и распространения радиоволн в зависимости от частоты и электрических параметров почвы. Даже в упрощенной постановке заданного линейного тока, гармонически меняющегося во времени, задача расчета излучаемого электромагнитного поля аналитически довольно сложна [44]. Ее решение выражается интегралами от специальных функций и приводит к практически применимым формулам лишь на больших расстояниях от источника. Но потребности георадиолокации требуют развития теории излучения электромагнитных импульсов в другом направлении, здесь ситуация осложняется следующим рядом обстоятельств. Во-первых, георадиолокацию интересует распространение электромагнитных сигналов в сложную подповерхностную среду, которую часто нельзя описать какими-то усредненными общими параметрами. Во-вторых, ограниченная глубина зондирования, естественно возникающая из-за расходимости волн, существенной проводимости грунта и специфики залегания типичных объектов, диктуют интерес к электромагнитному полю на расстояниях сопоставимых с размерами антенны. Следует отметить, что в такой ситуации не только амплитуда, но и волновая форма импульса зависит от направления, так что речь идет о пространственно-временной диаграмме излучения. И, наконец, пространственно-временное распределение тока в антенне, которым определяется форма излучаемого импульсного сигнала [45], строго говоря, не может считаться заданным, а должно рассчитываться с учетом внутреннего импеданса антенны и реакции окружающей среды [46]. Вычислительные трудности, возникающие при расчете импульсного излучения линейной антенны, лежащей на границе двух сред, обсуждаются в работе [47].

Таким образом, расчет импульсного возбуждения тока при решении задачи электромагнитного излучения антенной георадара имеет важное практическое

значение. Основная сложность строгой теории антенн заключается в учете взаимного влияния тока в антенне и излучаемого ей электромагнитного поля. Начало аналитической теории возбуждения дипольных антенн было положено в работах Леонтовича и Левина, Халленна, Ву и Кинга и др. – [46; 48; 49; 50]. Новые физические и прикладные задачи требуют дальнейшего развития некоторых аспектов теории: учета конечной проводимости вибратора [51] и нестационарных процессов при излучении электромагнитных импульсов [52]. Оба этих аспекта присутствуют в задаче расчета импульсного возбуждения сверхширокополосных дипольных антенн георадара, которым посвящена данная глава.

Рассмотрим импульсное возбуждение резистивно-нагруженной дипольной антенны мгновенным разрядом конденсатора в разрыве плеч диполя. Для тонкого проводника с конечной проводимостью ток в антенне в первом приближении определяется только ее внутренним импедансом и емкостью конденсатора – реакция излучения мала по сравнению с эффектом резистивного затухания в проводе. Ниже получено аналитическое решение нестационарного волнового уравнения для равномерной резистивной нагрузки вдоль антенны и «неотражающего» распределения импеданса антенны, формирующего более короткий мощный сверхширокополосный импульс тока. Проведено численное сравнение решений. Вариация параметров распределения Ву-Кинга позволяет регулировать длину и волновую форму излучаемого антенной электромагнитного импульса.

2.2. Возбуждение тока в линейном диполе

Используемые в практике геолокации антенны георадаров имеют различную конструкцию в зависимости от диапазона частот, условий эксплуатации и применяемой схемы накопления данных [41]. В импульсных георадарах повышенной мощности, разработанных в ИЗМИРАН [53], хорошо

зарекомендовали себя резистивно-нагруженные дипольные антенны. Мощный сверхширокополосный импульс тока генерируется мгновенным разрядом высоковольтного конденсатора – используются разрядники от 5 кВ до 20 кВ. Для подавления резонансных эффектов, приводящих к слабо затухающей осцилляции тока, в передающей и приемной антеннах вводится резистивная нагрузка, постепенно возрастающая к концам диполя. Закон изменения удельной проводимости, аналогичный известному «неотражающему» распределению Ву-Кинга [49], подбирался экспериментально для типичных условий работы георадара – в разрывы дипольной антенны врезается набор резисторов, создающих на соответствующих участках сопротивление аналогичное плавному закону распределения Ву-Кинга. Такая схема резистивно-нагруженной антенны хорошо зарекомендовала себя на практике, однако для повышения эффективности излучения и учета свойств подстилающей поверхности желательна разработка строгой количественной теории импульсного возбуждения таких антенн. Такой расчет создает задел для усовершенствования техники георадарного зондирования: получение наиболее подходящего импульса для конкретной задачи через управление параметрами антенны, избавление от резонансного «звона», увеличение полезной мощности излучения, использование знания волновой формы сигнала при обработке радарограмм. В этом видится цель настоящей главы.

При построении теории излучения рассматривается следующая электротехническая схема (Рис. 2.1) подобная той, которая применяется на практике в георадарах «Лоза» [54]. На два симметричных длинных тонких проводника дипольной антенны A разряжается конденсатор C при достижении критического потенциала на разряднике D. Обе части антенны зашунтированы через сопротивление R_s, намного превышающее сопротивление каждой части провода антенны, так что его наличие не сказывается на развитии процесса разрядки конденсатора и генерации импульса электромагнитного поля.

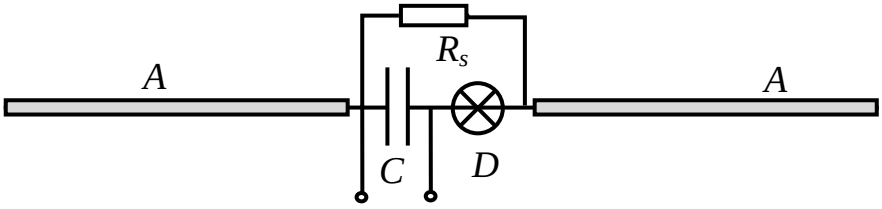


Рис. 2.1. Электрическая схема импульсного георадара

Это нужно лишь для выравнивания потенциалов на двух плечах диполя перед созданием следующего импульса тока, так что при расчете излучения наличием шунтирующего сопротивления можно пренебречь. Вся излучающая система характеризуется следующими параметрами: длинной излучающих проводников дипольной антенны – L, их диаметром – a, таким, что $a \ll L$, законом распределения линейной проводимости $\sigma(y)$ или толщины стенки провода $d(y)$, емкостью конденсатора C и критическим пробойным напряжением на разряднике V.

Для того, чтобы пояснить логику использованного приближения для нестационарного импульсного возбуждения дипольной антенны, приведем подробный вывод дифференциального уравнения для тока подобно тому, как это изложено в работе Леонтовича и Левина, см. [46].

Будем считать, что ток распространяется только по поверхности проводника (то есть, рассматривается трубчатый проводник с толщиной стенки $d << a$), а его распределение не зависит от угла φ и радиуса r, тогда плотность тока $\vec{j}$ связана с полным током $I(y,t)$, текущим через поперечное сечение проводника, через выражение

$$2\pi a \cdot j(r,y,t) = I(y,t) \cdot \delta(r-a) \tag{2.1}$$

Направим ось y параллельно направлению распространения электрического тока, а ее начало $y=0$ поставим в центре излучающей антенны. Согласно теории запаздывающих потенциалов [55] с учетом формулы (2.1), векторный потенциал имеет только одну – продольную компоненту и связан с распределением тока формулой

$$\vec{A}(y,r,t) \equiv A_y(y,r,t) = \frac{1}{2\pi c}\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_{-L}^{L} \frac{I(\eta, t-\frac{R}{c})}{R}\mathrm{d}\eta \tag{2.2}$$

где $R = \sqrt{\rho^2 + (y-\eta)^2}$, $\rho = \sqrt{r^2 + a^2 - 2ra\cos\varphi}$, $(a,\ \varphi,\ \eta)$ – цилиндрические координаты точки интегрирования на поверхности проводника. Здесь для удобства координаты точки наблюдения $(r,\ 0,\ y)$ имеют нулевой азимут, что возможно благодаря симметрии задачи. Использующиеся обозначения приведены на Рис. 2.2.

Введем безразмерные координаты $tc = \tilde{t}L$, $y = \tilde{y}L$, $\eta = \tilde{\eta}L$, $\rho = \tilde{\rho}a$, $r = \tilde{r}a$, параметр малости $\mu = \dfrac{a}{L} \ll 1$ и $\tilde{R} = \sqrt{\mu^2\tilde{\rho}^2 + (\tilde{y}-\tilde{\eta})^2}$. С помощью ряда выкладок, аналогичных работе [46], а именно

$$\begin{aligned} \tilde{\eta} &= \tilde{y} + \sqrt{\tilde{R}^2 - \mu^2\tilde{\rho}^2}, \quad \tilde{\eta} > \tilde{y}, \\ \tilde{\eta} &= \tilde{y} - \sqrt{\tilde{R}^2 - \mu^2\tilde{\rho}^2}, \quad \tilde{\eta} < \tilde{y}, \end{aligned} \tag{2.3}$$

и

$$\frac{d\tilde{R}}{\sqrt{\tilde{R}^2 - \mu^2\tilde{\rho}^2}} = d\ln\left(\tilde{R} + \sqrt{\tilde{R}^2 - \mu^2\tilde{\rho}^2}\right) \tag{2.4}$$

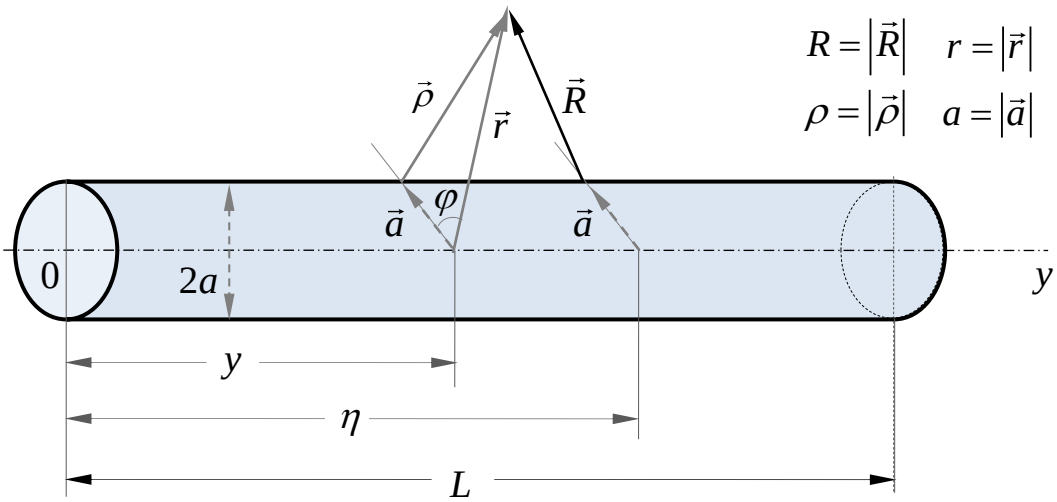


Рис. 2.2. Изображение одного плеча дипольной антенны с обозначенными цилиндрическими координатами

можно упростить вычисление интеграла. Переходя к безразмерным координатам и учитывая (2.3), запишем

$$\int_{-1}^{1}\frac{I(\tilde{\eta},\tilde{t}-\tilde{R})}{\tilde{R}}\mathrm{d}\tilde{\eta}=-\int_{\tilde{\eta}=-1}^{\tilde{y}}\frac{I(\tilde{\eta},\tilde{t}-\tilde{R})}{\sqrt{\tilde{R}^2-\mu^2\tilde{\rho}^2}}\mathrm{d}\tilde{R}+\int_{\tilde{\eta}=\tilde{y}}^{1}\frac{I(\tilde{\eta},\tilde{t}-\tilde{R})}{\sqrt{\tilde{R}^2-\mu^2\tilde{\rho}^2}}\mathrm{d}\tilde{R}. \tag{2.5}$$

Теперь применяем замену (2.4) и, беря интеграл по частям, имеем

$$\begin{gathered}\int_{-1}^{1}\frac{I(\tilde{\eta},\tilde{t}-\tilde{R})}{\tilde{R}}\mathrm{d}\tilde{\eta}=-2\ln\mu\tilde{\rho}I(\tilde{y},\tilde{t}-\mu\tilde{\rho})+\int_{\tilde{\eta}=-1}^{\tilde{y}}\ln\left(\tilde{R}+\sqrt{\tilde{R}^2-\mu^2\tilde{\rho}^2}\right)\frac{\partial I(\tilde{\eta},\tilde{t}-\tilde{R})}{\partial\tilde{\eta}}\mathrm{d}\tilde{\eta}-\\ -\int_{\tilde{\eta}=\tilde{y}}^{1}\ln\left(\tilde{R}+\sqrt{\tilde{R}^2-\mu^2\tilde{\rho}^2}\right)\frac{\partial I(\tilde{\eta},\tilde{t}-\tilde{R})}{\partial\tilde{\eta}}\mathrm{d}\tilde{\eta}.\end{gathered} \tag{2.6}$$

Здесь в первом слагаемом учтено, что ток на концах проводника равен нулю – $I(\pm1,\tilde{t})=0$ и что $\ln\left(\tilde{R}+\sqrt{\tilde{R}^2-\mu^2\tilde{\rho}^2}\right)I(\tilde{\eta},\tilde{t}-\tilde{R})\Big|_{\tilde{\eta}=\tilde{y}}=\ln\left(\mu\tilde{\rho}\right)I(\tilde{\eta},\tilde{t}-\mu\tilde{\rho})$. Далее для основной компоненты (2.6) учитывается, что запаздывание по времени вблизи проводника мало и можно считать $I(\tilde{y},\tilde{t}-\mu\tilde{\rho})\underset{\tilde{r}=1}{\approx}I(\tilde{y},\tilde{t})$. Оставшуюся часть (2.6) вблизи провода, когда $\tilde{R}\approx\left|\tilde{y}-\tilde{\eta}\right|$, можно заменить функционалом $V[I,\tilde{y}]$, не зависящим от φ:

$$V[I,\tilde{y}]=\int_{-1}^{1}\ln\left(2\left|\tilde{y}-\tilde{\eta}\right|\right)\cdot\left(\frac{\left(\tilde{y}-\tilde{\eta}\right)}{\left|\tilde{y}-\tilde{\eta}\right|}\frac{\partial I(\tilde{\eta},\tilde{t}-\left|\tilde{y}-\tilde{\eta}\right|)}{\partial\tilde{\eta}}-\frac{\partial I(\tilde{\eta},\tilde{t}-\left|\tilde{y}-\tilde{\eta}\right|)}{\partial\tilde{t}}\right)\mathrm{d}\eta+O(\mu) \tag{2.7}$$

В этом приближении внешний интеграл (2.2) берется лишь от $-2\ln\mu\tilde{\rho}I(\tilde{y},\tilde{t})$:

$$\int_{0}^{2\pi}\ln(\mu\tilde{\rho})\mathrm{d}\varphi\underset{\tilde{r}=1}{=}\int_{0}^{2\pi}\ln(\mu\sqrt{2-2\cos\varphi})\mathrm{d}\varphi=2\pi\ln\mu \tag{2.8}$$

Таким образом, вектор-потенциал вблизи поверхности антенны $r=a$ принимает вид:

$$cA(\tilde{y})\underset{\tilde{r}=1}{=}-2\ln\mu I(\tilde{y},\tilde{t})+V[I,\tilde{y}] \tag{2.9}$$

Электрическое поле связано с током в проводнике через закон Ома

$$E_y(\tilde{y},\tilde{t})=Z(\tilde{y})I(\tilde{y},\tilde{t}), \tag{2.10}$$

где $Z(\tilde{y})=\dfrac{1}{2\pi\sigma(\tilde{y})ad(\tilde{y})}$ – погонный импеданс трубчатого проводника [56].

Практическое применение георадаров показывает, что глубина проникновения зондирующего импульса существенно зависит от напряжения разрядника, а также отмечается, что изменение импеданса плеч дипольной антенны существенно влияет на форму зондирующего импульса. Поэтому при применении метода возмущений в первом приближении целесообразно учесть в уравнении для тока влияние импеданса и напряжения, для этой цели введем нормированный импеданс

$$\tilde{Z}(\tilde{y}) = -\frac{c}{2\ln\mu} Z(\tilde{y}). \tag{2.11}$$

Вектор-потенциал связан с напряженностью электрического поля:

$$\frac{\partial E_y}{\partial \tilde{t}} = \left(\frac{\partial^2}{\partial \tilde{y}^2} - \frac{\partial^2}{\partial \tilde{t}^2} \right) A(\tilde{y}, \tilde{t}) \tag{2.12}$$

Учитывая формулы (2.7), (2.9), (2.10), (2.12) и не принимая во внимания члены порядка малости $\frac{1}{\ln\mu}$, получаем в первом приближении для неизвестной функции тока дифференциальное уравнение в частных производных:

$$\tilde{Z}(\tilde{y}) \frac{\partial I(\tilde{y}, \tilde{t})}{\partial \tilde{t}} = \left(\frac{\partial^2}{\partial \tilde{y}^2} - \frac{\partial^2}{\partial \tilde{t}^2} \right) I(\tilde{y}, \tilde{t}) \tag{2.13}$$

Применив преобразование Лапласа по времени $\hat{I}(\tilde{y}, p) = \int_0^\infty I(\tilde{y}, \tilde{t}) e^{-p\tilde{t}} \mathrm{d}\tilde{t}$, перейдем к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. С учетом начальных условий $\frac{\partial I}{\partial \tilde{t}}(\tilde{y}, 0) = 0$ и $I(\tilde{y}, 0) = 0$ имеем:

$$\frac{\partial^2 \hat{I}(\tilde{y}, p)}{\partial \tilde{y}^2} - \left[p^2 + \tilde{Z}(\tilde{y}) p \right] \hat{I}(\tilde{y}, p) = 0 \tag{2.14}$$

Граничным условием при $\tilde{y} = \pm 1$ является отсутствие тока на концах провода: $I(\pm 1, \tilde{t}) = 0$.

Для записи замкнутого уравнения для тока (2.13), помимо приведенных начальных условий и граничного условия, нехватает еще условия возбуждения

диполя. В работе [46] и аналогичных ей рассматривается возбуждение антенны при питании ее сосредоточенной монохроматической ЭДС, что совсем не соответствует способу нестационарного возбуждения георадара. Мы формулируем специфическое условие импульсного возбуждения тока. Рассмотрим представление скалярного потенциала аналогичное (2.9):

$$\Phi(\tilde{y},\tilde{t}) \underset{\tilde{r}=1}{=} -2q(\tilde{y},\tilde{t})\ln\mu + \int_{-1}^{1}\ln\left(2\left|\tilde{y}-\tilde{\eta}\right|\right)\cdot\left(\frac{\left(\tilde{y}-\tilde{\eta}\right)}{\left|\tilde{y}-\tilde{\eta}\right|}\frac{\partial q(\tilde{\eta},\tilde{t}-\tilde{R})}{\partial\tilde{\eta}} - \frac{\partial q(\tilde{\eta},\tilde{t}-\tilde{R})}{\partial\tilde{t}}\right)\mathrm{d}\tilde{\eta}, \quad (2.15)$$

где $q(\tilde{y},\tilde{t})$ – линейная плотность заряда, причем, как и в формуле (2.9), при $a \ll L$ существенно лишь первое слагаемое. Напряжение на обкладках конденсатора равно скачку потенциала

$$\Phi(+0,\tilde{t}) - \Phi(-0,\tilde{t}) = V(\tilde{t}) = -\frac{\ln\mu}{\tilde{C}}\left[Q^{+}(\tilde{t}) - Q^{-}(\tilde{t})\right] \quad (2.16)$$

где $\tilde{C} = -\dfrac{C}{2\ln\mu}$ – нормированная емкость конденсатора емкостью C, а $Q^{+}(\tilde{t})$ и $Q^{-}(\tilde{t})$ – заряд его обкладок, условно обозначенных знаком «-» и «+», что соответствует расположению обкладок при $y<0$ и $y>0$. В общем случае заряды обкладок могут не совпадать по абсолютной величине, $\left|Q^{+}(\tilde{t})\right| \neq \left|Q^{-}(\tilde{t})\right|$. Сопоставление формул (2.15) и (2.16) дает выражение

$$q(+0,\tilde{t}) - q(-0,\tilde{t}) = \frac{1}{2\tilde{C}}\left[Q^{+}(\tilde{t}) - Q^{-}(\tilde{t})\right] \quad (2.17)$$

Дифференцируя правую часть выражения (2.17)

$$\frac{\partial\left[Q^{+}(\tilde{t}) - Q^{-}(\tilde{t})\right]}{\partial\tilde{t}} = -\frac{1}{c}\left[I(+0,\tilde{t}) + I(-0,\tilde{t})\right] \quad (2.18)$$

и используя уравнение неразрывности

$$c\frac{\partial q(\tilde{y},\tilde{t})}{\partial\tilde{t}} = -\frac{\partial I(\tilde{y},\tilde{t})}{\partial\tilde{y}} \quad (2.19)$$

находим оригинальное граничное условие в разрыве диполя:

$$\frac{\partial\left(I(+0,\tilde{t})-I(-0,\tilde{t})\right)}{\partial\tilde{y}}=\frac{1}{2\tilde{C}}\left[I(+0,\tilde{t})+I(-0,\tilde{t})\right] \tag{2.20}$$

или, с учетом симметрии задачи,

$$\frac{1}{2\tilde{C}}I(0,\tilde{t})=\frac{\partial I}{\partial\tilde{y}}(0,\tilde{t}) \tag{2.21}$$

Уравнение (2.14) с граничными условиями $\hat{I}(\pm 1,p)=0$ $\frac{1}{2\tilde{C}}\hat{I}(0,p)=\frac{\partial\hat{I}}{\partial\tilde{y}}(0,p)$ образует замкнутую постановку задачи. В следующих параграфах рассматриваются два практически интересных примера с различным распределением импеданса вдоль антенны: однородным и возрастающим к концам антенны для которых приводится решение уравнения (2.14).

2.3. Однородный линейный импеданс

Пусть $\tilde{Z}(\tilde{y})=\tilde{Z}=const.$ Обозначим $q(p)=\sqrt{p^2+\tilde{Z}p}$, тогда решение уравнения (2.14), обращающееся в нуль при $y=L$, есть:

$$\hat{I}(\tilde{y},p)=F_1(p)\frac{\operatorname{sh}q(1-\tilde{y})}{\operatorname{sh}q} \tag{2.22}$$

где $F_1(p)$ – некоторая функция от p. Ток в антенне дается обратным преобразованием Лапласа:

$$I(\tilde{y},\tilde{t})=\frac{1}{2\pi i}\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty}F_1(p)\frac{\operatorname{sh}q(1-\tilde{y})}{\operatorname{sh}q}e^{p\tilde{t}}\mathrm{d}p \tag{2.23}$$

где $F_1(p)=F_1^+(p)$ регулярна в правой полуплоскости комплексного переменного p. С другой стороны, из граничного условия на конденсаторе (2.21):

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty}F_1(p)\left[1+2\tilde{C}q\cdot\operatorname{cth}q\right]e^{p\tilde{t}}\mathrm{d}p=0,\quad \tilde{t}>0 \tag{2.24}$$

следует, что функция $K_1(p) = F_1(p)(1 + 2\tilde{C}q\,\mathrm{cth}\,q)$ должна быть регулярна в левой полуплоскости. Этим условиям удовлетворяет постоянная $K_1(p) = const$, таким образом, после замены $p \to p - \tilde{Z}/2$ и перехода к интегрированию по q интеграл (2.23) принимает вид

$$I(\tilde{y},\tilde{t}) = \frac{K_1 e^{-\frac{\tilde{Z}}{2}\tilde{t}}}{2\pi i}\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty}\frac{e^{\tilde{t}\sqrt{\frac{\tilde{Z}^2}{4}+q^2}}}{\sqrt{\frac{\tilde{Z}^2}{4}+q^2}}\frac{\mathrm{sh}\,q(1-\tilde{y})}{\mathrm{sh}\,q}\frac{q\,\mathrm{d}q}{1+2\tilde{C}q\cdot\mathrm{cth}\,q} \tag{2.25}$$

и сводится к ряду вычетов:

$$I(\tilde{y},\tilde{t}) = B_1\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\gamma_n e^{-\frac{\tilde{Z}}{2}\tilde{t}}\sin\left[\gamma_n\left(1-\tilde{y}\right)\right]}{\frac{l}{\sqrt{\gamma_n^{\,2}+l^2}}+\sqrt{\gamma_n^{\,2}+l^2}}\frac{\sin\left[\tilde{t}\sqrt{\gamma_n^2-\frac{\tilde{Z}^2}{4}}\right]}{\sqrt{\gamma_n^2-\frac{\tilde{Z}^2}{4}}} \tag{2.26}$$

где $l = \dfrac{1}{2\tilde{C}}$, γ_n – положительные корни уравнения

$$\mathrm{ctg}\,\gamma_n = -\frac{1}{2\tilde{C}\gamma_n}, \tag{2.27}$$

B_1 – константа, определяемая из условия нормировки для тока: $Q_0 = \int_0^{\infty} I(0,t)\mathrm{d}t$, где Q_0 – начальный заряд конденсатора. Аппроксимация корней уравнения (2.27) легко находится, если принять во внимание тот факт, что все решения лежат вблизи нулей функции $\mathrm{ctg}\,\gamma_n$:

$$\gamma_n \approx \frac{\pi}{2}\left(n-\frac{1}{2}\right)+\sqrt{\frac{\pi^2}{4}\left(n-\frac{1}{2}\right)^2+l} \tag{2.28}$$

Ряд (2.26) довольно быстро сходится и для его практического оценки достаточно оставить десять первых его членов. Результат расчета тока в точке запитки $y = 0$ представлен на Рис. 2.3.

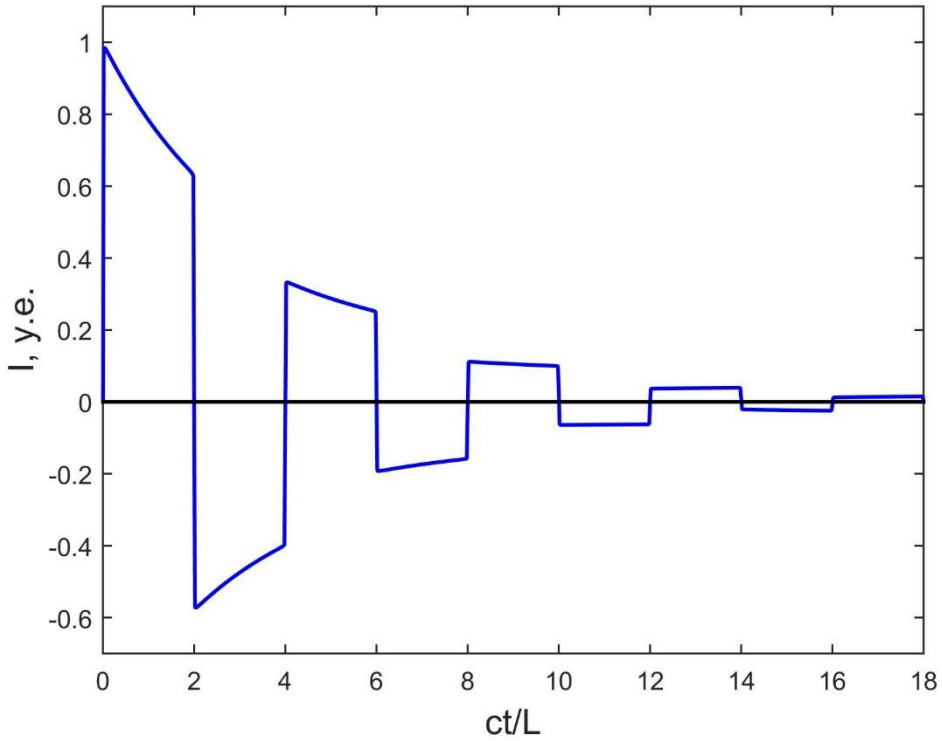


Рис. 2.3. График затухания амплитуды тока в точке $y = 0$ для случая однородного распределения импеданса вдоль диполя, $\tilde{Z} = 0,5$, $\tilde{C} = 50$

2.4. Антенна Ву-Кинга

Рассмотрим формирование импульса тока в дипольной антенне Ву-Кинга [49], с распределением импеданса по закону $\tilde{Z}(\tilde{y}) = \dfrac{b}{1-\tilde{y}}$, где b – некоторая константа. В этом случае уравнение (2.14) заменой переменных $x = 2(1-\tilde{y})p$, $\beta = \dfrac{b}{2}$ преобразуется к виду

$$\frac{\partial^2 \hat{I}(x)}{\partial x^2} - \left(\frac{1}{4} + \frac{\beta}{x}\right)\hat{I}(x) = 0, \quad \hat{I}(0) = 0. \tag{2.29}$$

Это дифференциальное уравнение хорошо изучено, его решениями являются функции Уиттекера $\mathrm{M}_{-\beta,\pm\frac{1}{2}}(x)$ [57]; граничное условие $\hat{I}(1,p)=0$ определяет знак второго индекса: $+\frac{1}{2}$. Общее решение уравнения (2.29) имеет вид

$$I(\tilde{y},\tilde{t})=\frac{1}{2\pi i}\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty}F_2(p)\frac{\mathrm{M}_{-\beta,\frac{1}{2}}\left[2p\left(1-\tilde{y}\right)\right]}{\mathrm{M}_{-\beta,\frac{1}{2}}\left(2p\right)}e^{p\tilde{t}}\mathrm{d}p \tag{2.30}$$

а из граничного условия (2.21) следует:

$$\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty}F_2(p)\left[\frac{1}{2\tilde{C}}-\frac{2p\mathrm{M}'_{-\beta,\frac{1}{2}}\left(2p\right)}{\mathrm{M}_{-\beta,\frac{1}{2}}\left(2p\right)}\right]e^{p\tilde{t}}\mathrm{d}p=0 \tag{2.31}$$

Рассуждения аналогичные предыдущему случаю дают:

$$I(\tilde{y},\tilde{t})=\frac{K_2}{2\pi i}\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty}\frac{\mathrm{M}_{-\beta,\frac{1}{2}}\left[2p\left(1-\tilde{y}\right)\right]}{g(p)}e^{\tilde{t}p}\mathrm{d}p, \tag{2.32}$$

где $K_2=const$, а

$$g(p)=\frac{1}{2\tilde{C}}\mathrm{M}_{-\beta,\frac{1}{2}}\left(2p\right)-2p\mathrm{M}'_{-\beta,\frac{1}{2}}\left(2p\right). \tag{2.33}$$

Как и в случае равномерного распределения импеданса, интеграл сводится к вычетам, и мы получаем:

$$I(\tilde{y},\tilde{t})=B_2\,\mathrm{Im}\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mathrm{M}_{-\beta,\frac{1}{2}}\left(2p_n\left(1-\tilde{y}\right)\right)}{g'(p_n)}e^{p_n\tilde{t}}\right\}, \tag{2.34}$$

где B_2 – константа, определяемая начальным зарядом конденсатора, p_n – корни трансцендентного уравнения $g(p)=0$. Результат расчета тока в точке запитки $y=0$ представлен на Рис. 2.4.

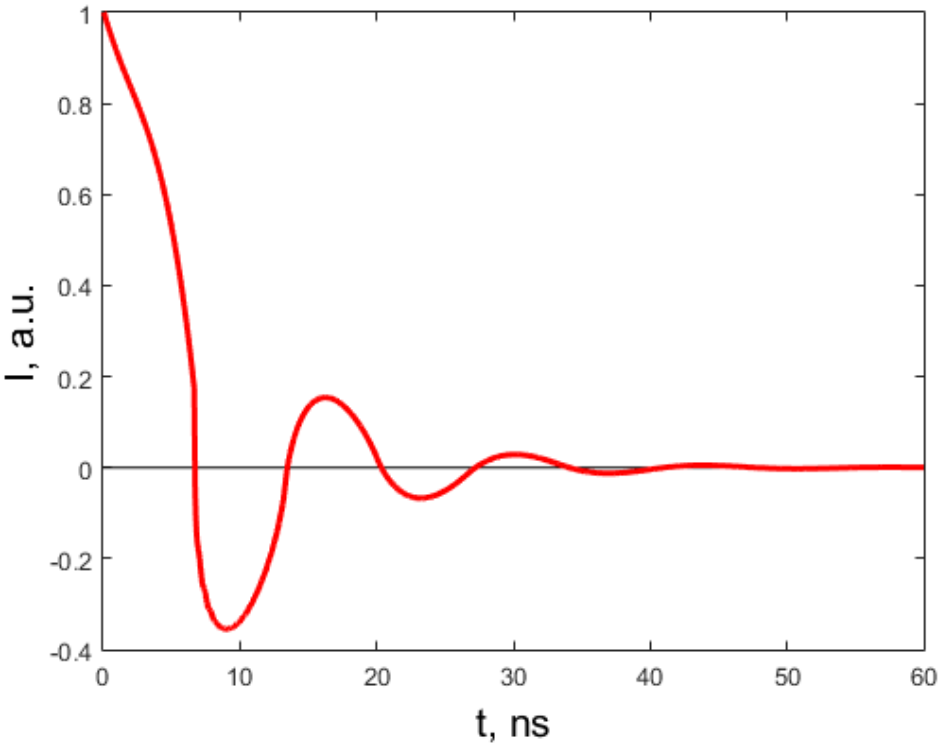


Рис. 2.4. График затухания амплитуды тока в точке $y = 0$ для случая распределения импеданса вдоль диполя по закону Ву-Кинга, $\tilde{Z} = \dfrac{0,5}{1-\tilde{y}}$, $\tilde{C} = 50$

2.5. Выводы

В этой главе аналитический подход, предложенный ранее Леонтовичем и Левиным получил дальнейшее развитие и был использован для расчета импульсного возбуждения тока в резистивно нагруженной дипольной антенне в свободном пространстве. В первом приближении импульс тока в антенне определяется только геометрическими параметрами антенны: ее импедансом и способом возбуждения импульса, а вкладом потерь на излучение можно пренебречь. Показано, что действительно, в антенне с увеличивающейся к концам диполя резистивной нагрузкой формируется импульс тока с быстрым затуханием по времени, что удовлетворяет требованиям импульсного радиозондирования подповерхностных объектов.

Глава 3. Радиозондирование подповерхностных плоскослоистых сред

3.1. Введение

Основная цель подповерхностной радиогеолокации заключается в восстановлении исследуемых природных или техногенных структур, включающем оценивание электрических и геометрических свойств объектов скрытых для прямого наблюдения [58; 59]. Физические законы, регулирующие излучение электромагнитного импульса и его распространение в неоднородной среде, должны полностью приниматься во внимание при развитии методов для прямой и обратной интерпретации георадарных данных.

В принципе, возможно два подхода для решения прямой задачи распространения электромагнитного импульса: аналитическое рассмотрение и численные расчет. Замкнутая форма для аналитических решений обычно может быть найдена только для простых моделей, так называемых канонических задач. Обычные сценарии оказываются сложнее и требуют численных расчетов.

Наибольшее распространение в задачах подповерхностного зондирования получили численные методы, рассматривающее зондирующую и рассеянную объектом волну как целое. Они совмещают в себе ясную математическую формулировку и надежный численный алгоритм, просты в применении и универсальны. Одним из наиболее популярных примеров такой реализации является метод конечных разностей во временно́й области (англ. Finite Difference Time Domain, FDTD) [60; 61; 62], который хорошо себя зарекомендовал среди специалистов-георадарщиков. Метод FDTD достаточно точный и позволяет моделировать сложные составные структуры, но его основным недостатком являются большое вычислительное время и необходимость подбирать численные значения параметров модели для каждой новой рассчитываемой ситуации.

Поэтому использование прямых численных алгоритмов для решения реалистических обратных задач, возникающих на практике, зачастую требует непомерных ресурсов времени и компьютерной памяти. Более того, неподготовленный исследователь, желающий использовать FDTD солвер для электродинамических задач, обычно не очень знаком с критериями точности, стабильности и сходимости расчета, а формальное использование численных алгоритмов не способствует пониманию физической природы сигналов георадара.

Аналитические полноволновые формулировки имеют более высокую математическую сложность, требующую глубокого физического понимания рассматриваемой задачи, для разработки и применения вычислительных процедур [63; 64; 65; 66; 67]. Как правило, такие методы менее универсальны, т.к. они разрабатываются для решения конкретных задач, а не для широкого круга практических сценариев. Основные преимущества таких методов заключается в возможности достижения более полного осмысления электромагнитных явлений, возникающих в подповерхностной среде, и их отражения на радарограммах. Кроме того, когда это применимо, полноволновые методы оказываются особенно быстрыми и вычислительно эффективными, поэтому они являются пригодными для встраивания в солверы, решающие обратные задачи, которые проводят итеративные проверки для нескольких прямых задач.

В этой главе предлагается полуаналитический подход на основе метода связанных волн (двустороннего метода ВКБ) для решения задачи обратного рассеяния электромагнитного импульса, попадающего в гетерогенное диэлектрическое полупространство. Развиваемое здесь решение ограничивается упрощенной двумерной формулировкой. А именно, подповерхностная среда считается плоскослоистой (одномерная модель изменения диэлектрической проницаемости $\varepsilon(z)$), бесконечный линейный источник тока располагается на поверхности $z=0$ вдоль оси y и излучает переменное электромагнитное поле $E_y = E(x,z,t)$ в полупространство (x,z), $z>0$.

Классический метод ВКБ [68] широко используется в квантовой механике и для математического описания распространения радиоволн в естественных средах с постепенно меняющимся показателем диэлектрической проницаемости. К сожалению, стандартный метод ВКБ не может быть применен для решения задач подповерхностного зондирования, потому что он не способен учитывать обратные отражения, возникающие на плавноменяющихся градиентах диэлектрической проницаемости, которые как раз и представляют особый интерес в задачах георадиолокации. В этом отношении модифицированный метод ВКБ, разработанный для монохроматических волн Бреммером и Бреховских, выглядит особенно многообещающим [69; 70; 71]. Он состоит в итеративном решении связанных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) ВКБ типа. Этот метод, называемый «методом связанных волн» или «двусторонним приближением ВКБ», способен учитывать сигналы обратного рассеивания и обеспечивает хорошую точность в широком диапазоне частот [71].Возможность применения метода связанных волн для целей георадиолокации в рамках решения одномерной прямой и обратной задачи рассеяния рассматривалась в работе [72]: в ней показано, что аналог метода Бреммера-Бреховских во временной области способен достаточно точно описывать волновую форму отраженного сигнала при наличии как резких, так и плавных изменений показателя диэлектрической проницаемости. Более того, оказалось, что в рамках одномерной обратной задачи возможно аналитически восстановить свойства подповерхностных слоев на основе волновой формы сигнала, принятой георадаром.

Цель этой главы заключается в дальнейшем развитии упомянутого метода и применении приближения Бреммера-Бреховских для реальных георадиолокационных задач (раздел 3.9). Для начала приведена двумерная схема зондирования линейного переходного слоя для того, чтобы объяснить используемую аналитическую технику упрощенная одномерная схема зондирования, изложенная в работе [72] (разделы 3.3 и 3.4). В главном 3.5 разделе главы рассматривается более реалистичная модель бистатического

сверхширокополосного (СШП) электромагнитного зондирования горизонтально слоистого полупространства. В этой постановке задачи подразумевается, что георадар представляет собой две разнесенные дипольные антенны, лежащие на границе раздела воздух-земля. Разработанная аналитическая процедура позволяет описать полный импульс георадара, регистрируемый приемной антенной, включая поверхностную прямую волну и частичные отражения от подповерхностных границ раздела среды и градиентов диэлектрической проницаемости. Использование преобразования Фурье-Лапласа сводит краевую задачу во временной области к обыкновенному дифференциальному уравнению, которое приближенно решается методом Бреммера-Бреховских. Далее, обратное интегральное преобразование дает приближенное представление функции Грина во временной области, т.е. отклик подповерхностной среды на единичный скачок тока в передающей антенне георадара (раздел 3.5). В общем случае такой подход, в комбинации с принципом Дюамеля, дает приближенное решение прямой задачи распространения произвольного электромагнитного импульса в среду с произвольным вертикальным профилем диэлектрической проницаемости. Ключевым моментом численной реализации метода является функциональное уравнение, определяющее в явном виде комплекснозначные полюса подынтегральной функции полученного аналитического решения. Их физическая интерпретация в терминах геометрической оптики и упрощение, получаемое в случаи небольшого разноса между передающей и приемной антеннами, обсуждается в разделах 3.6 и 3.7. Аккуратная численная реализация в квадратурах возникающих сингулярных интегралов предложена в разделе 3.8.

В разделе 3.9 приведены численные результаты. Разработанный аналог метода связанных волн ВКБ для временной области сопоставлен с FDTD техникой для реалистичных моделей бистатичного георадиозондирования трехкомпонентной подповерхностной среды, состоящей из слоя чистой воды, находящегося над полупространством грунта и отделенного от него плавноменяющимся переходным слоем ила. Было продемонстрировано хорошее

соответствие для различных параметров грунта и конфигураций проведения эксперимента, а также достигнуто ощутимое ускорение в счете. Затем предложенный метод был использован для случая реально проведенного георадиозондирования. А именно, метод связанных ВКБ волн был применен для интерпретации радарограмм, собранных тремя экспедициями ИЗМИРАН во время поиска с применением георадара большого фрагмента метеорита Челябинск, упавшего в озеро Чебаркуль [73]. Согласно свидетельству водолазов, проводящих поисковые работы, дно озера было покрыто толстым слоем ила 2-3 метровой толщины. Предполагалось, что затянутые сигналы, полученные радаром, обусловлены частичными отражениями от слоев ила. Численное моделирование с использованием метода связанных ВКБ волн подтвердило эту гипотезу.

3.2. Использования метода FDTD для решения задач георадиолокации

Начиная с 60-х вычислительные мощности начала расти ускоренными темпами, тем самым способствуя развитию численных методов для широкого круга научных дисциплин. В вычислительной электродинамике существует множество методов решения уравнений Максвелла или уравнений связанных с теорией Максвелла. В качестве известных вычислительных методов можно привести метод конечных элементов (FE) [74], метод моментов (MoM) [75], метод конечных разностей (FD).

Метод FD является самым старым и наиболее распространенным из всех вычислительных подходов. Он заключается в дискретизации дифференциальных операторов для уравнений Максвелла или вытекающим из них дифференциальных уравнений. Изначально, метод FD использовался при рассмотрении частотной области, но со временем с увеличением ресурсов памяти на компьютерах его адоптировали и во временной области. В методе конечных разностей во временной

области (FDTD), предложенным Кейном Йи в 1966 году [76; 77], уравнения Максвелла в дифференциальной форме дискретизируются на разнесенной сетке, где компоненты электрического и магнитных полей имеют относительно друг друга смещение в полшага дискретизации как по пространственным переменным, так и по переменной времени. Вид такого разбиения расчетной области называется ячейкой Йи. Компоненты поля во всем дисретизированом пространстве модели вычисляются через обновленные уравнения, которые выражают компоненты поля на новом временном слое, связанные с компонентами поля, вычисленными на предыдущем временном слое.

В отличии от других методов, метод FDTD не требует создание и обслуживание сложной расчетной сетки, формирование большой системы линейных уравнений или формулирования потенциально сложных интегральных уравнений и специальный зависящих от модели функций Грина [78]. С другой стороны, при этом приходится идти на компромисс, возникает необходимость в использовании больших объемов оперативной памяти, встает проблема граничных условий для пространственно неограниченных систем, возникают трудности при формировании сетки для сложных неортагональных геометрических структур.

Благодаря своей универсальности и простоте, метод FDTD является лидирующим при моделировании антенн в целом и в особенности систем для георадиолокации. Сложные антенные системы и сильно неоднородные среды могут быть приспособлены для моделировании методом FDTD. Более того, основные выходные данные FDTD моделирования (компоненты электромагнитного поля для всех временных срезов моделирования) в сочетании с обычными программами визуализации дают яркие иллюстрации физики распространения электромагнитных волн.

Первое модельное рассмотрение излучения антенны с привлечением метода FDTD было опубликовано только в начале 1990-х годов [79]. Вскоре в работе [80] были промоделированы различные излучатели, такие как волноводы,

расширяющиеся рупора, параболические отражатели, а в [81] рассмотрены монополи, антенна с волноводной апертурой и пирамидальная рупорная антенна.

Ранняя работа [82], посвященная изучению георадара, использует бесконечно малые диполи-передатчики в FDTD модели на двумерной сетке. Общее трехмерное моделирование антенн георадара было опубликовано в ряде статей [83; 84; 85; 86]. В работах [83; 84] рассмотрена георадарная антенная система, сконструированная для обнаружения скрытых труб и противопехотных мин. Модели антенн состояли из антенн-бабочек и диполей, запитываемых вдоль одномерной передающей линии. Оба типа антенн были экранированы, а антенны-бабочки были нагружены на внешних краях резисторами, соединенными с металлическим экраном. В [85] было промоделировано излучение ближнего поля антенн-бабочек, запитываемых трехмерной коаксиальной линией, а в [86] изучалась диаграмма направленности с использованием FDTD модели с подъячейками для рассмотрения проволочных дипольных антенн. Примеры этих работ демонстрируют возможностей вычислений с привлечением метода FDTD.

3.3. Линейный переходный слой, двумерное распространение

Система уравнений метода связанных ВКБ волн [69; 71] может быть использована для описания частичных отражений СШП электромагнитных импульсов от скачков диэлектрической проницаемости и решения соответсвующей одномерной обратной задачи. В этом же разделе мы приводим точное решение прямой задачи для двух простейших случаев изменения функции диэлектрической проницаемости: резкого скачка и линейного переходного слоя. Разбор этих примеров поможет в следующем параграфе дать краткое изложение одномерного подхода, развитого в [72], и последующее решение более реалистичной краевой задачи с произвольным переходным слоем, изложенное далее в параграфах 3.5-3.9.

Рассмотрим двумерную модель распространения электромагнитного импульса, излучаемого линейным источником, лежащим на границе раздела среда-воздух, при этом в среде присутствует плоскослоистый линейный переход от диэлектрической проницаемости ε_0 к ε_1: $\varepsilon(z)=\varepsilon_0+a(z-z_0)$, где $a=\dfrac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{z_1-z_0}$ – смотри Рис. 3.1.

Задача распространения описывается неоднородным волновым уравнением $\dfrac{\partial^2 E}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 E}{\partial z^2}-\dfrac{\varepsilon(z)}{c^2}\dfrac{\partial^2 E}{\partial t^2}=\dfrac{4\pi}{c^2}\delta(x)\delta(z)\dot{I}(t)$ с начальными условиями $E(x,z,0)=0$, $\dfrac{\partial E}{\partial t}(x,z,0)=0$. Для данной геометрии задача распространения ЭМ импульса имеет точное аналитическое решение, выраженное в функциях Эйри. Действительно после преобразований Фурье

$$\tilde{E}(p,z,t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-ipx}E(x,z,t)dx,\quad E(x,z,t)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{ipx}\tilde{E}(p,z,t)dx \tag{3.1}$$

и Лапласа

$$\hat{E}(p,z,\gamma)=\int_{0}^{\infty}e^{-\gamma t}\tilde{E}(p,z,t)dt,\quad \tilde{E}(p,z,t)=\int_{\Gamma}e^{\gamma t}\hat{E}(p,z,\gamma)d\gamma \tag{3.2}$$

получаем волновое уравнение

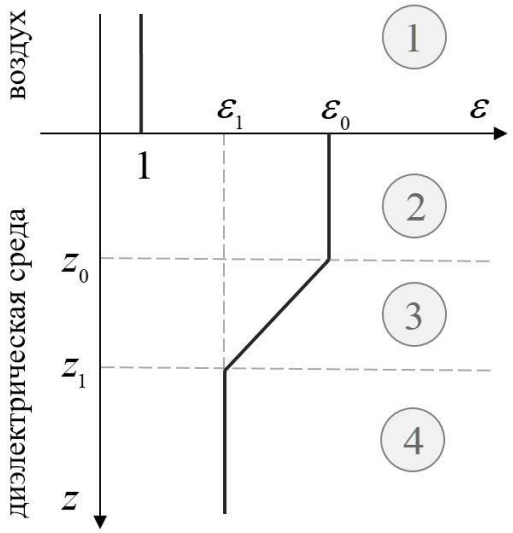


Рис. 3.1. Закон изменения диэлектрической проницаемости в плоскослоистой среде

$$\frac{\partial^2 \hat{E}}{\partial z^2} - \left(\frac{\gamma^2}{c^2} \varepsilon(z) + p^2 \right) \hat{E} = \frac{2\gamma}{c^2} \delta(z) \hat{I}(q), \tag{3.3}$$

где $q = \frac{\gamma}{c}$ с граничными условиями $\left[\hat{E} \right]_{z=0} = 0$, $\left[\frac{\partial \hat{E}}{\partial z} \right]_{z=0} = \frac{2q}{c} \hat{I}(q)$. Перейдем к новой переменной ς через замену $q^2 \left[\varepsilon_0 + a(z - z_0) \right] + p^2 = M^2(q)\varsigma$, выбрав $M = a^{1/3} q^{2/3}$, тогда $\frac{\partial}{\partial z} = M \frac{\partial}{\partial \varsigma}$, $\frac{\partial^2}{\partial z^2} = M^2 \frac{\partial^2}{\partial \varsigma^2}$, $\varsigma_0 = \frac{q^2 \varepsilon_0 + p^2}{M^2}$, $\varsigma_1 = \frac{q^2 \varepsilon_1 + p^2}{M^2}$. Исходное волновое уравнение в области неоднородной диэлектрической проницаемости сводится к уравнению Эйри

$$\frac{\partial^2 \hat{E}}{\partial \varsigma^2} - \varsigma \hat{E} = 0, \tag{3.4}$$

решением которого являются функции $\mathrm{Ai}(\varsigma)$ и $\mathrm{Bi}(\varsigma)$.

Таким образом решение задачи распространения электромагнитного импульса в среде с линейно меняющимся параметром $\varepsilon(z)$ описывается функцией

$$\hat{E}(p, z, \gamma) = \begin{cases} \bar{A} \cdot e^{\kappa_A z}, & z \le 0, \\ A_0 \cdot e^{\kappa_0 z} + B_0 \cdot e^{-\kappa_0 z}, & 0 \le z \le z_0, \\ A \cdot \mathrm{Ai}(\varsigma) + B \cdot \mathrm{Bi}(\varsigma), & z_0 \le z \le z_1, \\ \overset{+}{B} \cdot e^{\kappa_1 z}, & z \ge z_1, \end{cases} \tag{3.5}$$

где $\kappa_A = \sqrt{q^2 + p^2}$, $\kappa_0 = \sqrt{q^2 \varepsilon_0 + p^2}$, $\kappa_1 = \sqrt{q^2 \varepsilon_1 + p^2}$, а $\bar{A}$, A_0, B_0, A, B, $\overset{+}{B}$ – неизвестные амплитуды, находящиеся из непрерывности поля и его производной, а также условия возбуждения на границе раздела сред. Из пары уравнений

$$\begin{cases} A_0 + B_0 = \bar{A}, \\ \kappa_0 (A_0 - B_0) - \kappa_A \bar{A} = \frac{2q}{c} \hat{I}(q) \end{cases} \tag{3.6}$$

имеем

$$(\kappa_0 - \kappa_A) A_0 - (\kappa_0 + \kappa_A) B_0 = \frac{2q}{c} \hat{I}(q). \tag{3.7}$$

Следующая пара уравнений

$$\begin{cases} A\cdot \mathrm{Ai}(\varsigma_1)+B\cdot \mathrm{Bi}(\varsigma_1)=\overset{+}{B}, \\ M\left[A\cdot \mathrm{Ai}'(\varsigma_1)+B\cdot \mathrm{Bi}'(\varsigma_1)\right]=-\kappa_1\overset{+}{B} \end{cases} \tag{3.8}$$

дает соотношение

$$B=-A\frac{\kappa_1\cdot \mathrm{Ai}(\varsigma_1)+M\cdot \mathrm{Ai}'(\varsigma_1)}{\kappa_1\cdot \mathrm{Bi}(\varsigma_1)+M\cdot \mathrm{Bi}'(\varsigma_1)}, \tag{3.9}$$

а уравнения, которые замыкают решение задачи:

$$\begin{cases} A_0e^{\kappa_0 z_0}+B_0e^{-\kappa_0 z_0}=A\cdot \mathrm{Ai}(\varsigma_0)+B\cdot \mathrm{Bi}(\varsigma_0), \\ \kappa_0\left[A_0e^{\kappa_0 z_0}-B_0e^{-\kappa_0 z_0}\right]=M\left[A\cdot \mathrm{Ai}'(\varsigma_0)+B\cdot \mathrm{Bi}'(\varsigma_0)\right] \end{cases} - \tag{3.10}$$

$$B_0=A_0H(p,q)\equiv A_0\times$$
$$\times e^{2\kappa_0 z_0}\frac{\left[\kappa_0\cdot \mathrm{Ai}(\varsigma_0)-M\cdot \mathrm{Ai}'(\varsigma_0)\right]\left[\kappa_1\cdot \mathrm{Bi}(\varsigma_1)+M\cdot \mathrm{Bi}'(\varsigma_1)\right]-\left[\kappa_0\cdot \mathrm{Bi}(\varsigma_0)-M\cdot \mathrm{Bi}'(\varsigma_0)\right]\left[\kappa_1\cdot \mathrm{Bi}(\varsigma_1)+M\cdot \mathrm{Bi}'(\varsigma_1)\right]}{\left[\kappa_0\cdot \mathrm{Ai}(\varsigma_0)+M\cdot \mathrm{Ai}'(\varsigma_0)\right]\left[\kappa_1\cdot \mathrm{Bi}(\varsigma_1)+M\cdot \mathrm{Bi}'(\varsigma_1)\right]-\left[\kappa_0\cdot \mathrm{Bi}(\varsigma_0)+M\cdot \mathrm{Bi}'(\varsigma_0)\right]\left[\kappa_1\cdot \mathrm{Bi}(\varsigma_1)+M\cdot \mathrm{Bi}'(\varsigma_1)\right]}, \tag{3.11}$$

Отсюда имеем

$$\hat{E}(p,0,\gamma)=\bar{A}(p,q)=\frac{2}{c}q\hat{I}(q)\frac{1+H(p,q)}{\kappa_0-\kappa_A-(\kappa_0+\kappa_A)H(p,q)}, \tag{3.12}$$

и, производя обратное преобразование Фурье-Лапласа, мы могли бы получить распределение электромагнитного поля вдоль поверхности раздела сред – величину, которую фиксирует приемная антенна георадара на поверхности земли. Но дальнейшее преобразование формулы (3.12) является достаточно трудоемким и представляет незначительный практический интерес, линейный переход между слоями крайне редко встречается. Нам видится более методически целесообразным, для начала перейти к рассмотрению предельного случая резкой границы, выписать для него точное решение, а в последующих разделах развить аналитический подход приближенного решения для общего случая отражения в плавно меняющейся среде.

В вырожденном случае скачкообразного перехода $z_0 = z_1$, когда $\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \theta(z - z_0)(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)$, можно показать, что амплитуда (3.12) переходит в выражение

$$\bar{A}(p,q) = -\frac{2\left[(\kappa_0 - \kappa_1)e^{-2\kappa_0 z_0} + (\kappa_0 + \kappa_1)\right]}{c(\kappa_0 + \kappa_A)(\kappa_0 + \kappa_1)} q\hat{I}(q) \frac{1}{1 - \frac{(\kappa_0 - \kappa_A)(\kappa_0 - \kappa_1)}{(\kappa_0 + \kappa_A)(\kappa_0 + \kappa_1)} e^{-2\kappa_0 z_0}}. \quad (3.13)$$

А в случае больших глубин залегания второго слоя, при $\frac{z_0}{x} \gg 1$ можно величину $\mu = \frac{(\kappa_0 - \kappa_A)}{(\kappa_0 + \kappa_A)} \frac{(\kappa_0 - \kappa_1)}{(\kappa_0 + \kappa_1)} e^{-2\kappa_0 z_0} < 1$ принять за знаменатель геометрической прогрессии, сумма которой равна $\frac{1}{(1-\mu)} = 1 + \mu + \mu^2 + \ldots$, и выписать несколько ее главных членов:

$$\bar{A}(p,q) = -\frac{2}{c} \frac{q\hat{I}(q)}{(\kappa_0 + \kappa_A)(\kappa_0 + \kappa_1)} \left[(\kappa_0 + \kappa_1) + \frac{2\kappa_0(\kappa_0 - \kappa_1)}{(\kappa_0 + \kappa_A)} e^{-2\kappa_0 z_0} + \right.$$
$$\left. + \frac{2(\kappa_0^2 - \kappa_0\kappa_A)(\kappa_0 - \kappa_1)^2}{(\kappa_0 + \kappa_A)^2(\kappa_0 + \kappa_1)} e^{-4\kappa_0 z_0} + \frac{(\kappa_0 - \kappa_A)^2(\kappa_0 - \kappa_1)^3}{(\kappa_0 + \kappa_A)^2(\kappa_0 + \kappa_1)^2} e^{-6\kappa_0 z_0} + \ldots \right] \quad (3.14)$$

Формула (3.14) легко интерпретируется при анализе фазовых множителей: первый член отвечает за поверхностную волну, второй за первое отражение от подповерхностной границы раздела диэлектрических слоев, все последующие члены соответствуют более слабым кратным переотражениям между двумя границами раздела.

Удобно представлять электромагнитное поле, возбуждаемое произвольным импульсом тока через конволюцию функции Грина во временной области $G(x,z,t)$ с импульсом тока $I(s)$. Для того чтобы получить функцию Грина, нужно найти излучение, производимое единичной ступенькой тока $I(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$,

соответствующей преобразованию Лапласа $\hat{I}(\gamma)=1/\gamma=1/(cq)$. Таким образом граничное значение спектральной функции Грина есть

$$G(p,0,q)=-\frac{2c^{-2}}{\kappa_0+\kappa_A}-\left[\frac{4c^{-2}\kappa_0(\kappa_0-\kappa_1)}{(\kappa_0+\kappa_A)^2(\kappa_0+\kappa_1)}e^{-2\kappa_0 z}+\frac{4c^{-2}\kappa_0(\kappa_0-\kappa_A)(\kappa_0-\kappa_1)^2}{(\kappa_0+\kappa_A)^3(\kappa_0+\kappa_1)^2}e^{-4\kappa_0 z}+\ldots\right] \quad (3.15)$$

Это выражение состоит из двух частей: первая часть соответствует прямому импульсу распространяющемуся вдоль земной поверхности $z=0$, в то время как вторая часть, в квадратных скобках, представляет собой кумулятивное отражение от градиентов подповерхностной среды, $\hat{G}(p,0,\gamma)=\hat{G}_d(p,0,\gamma)+\hat{G}_r(p,0,\gamma)$. «Прямая» волна может быть явно найдена через обратное преобразование Фурье-Лапласа первого члена (3.43):

$$G_d(x,0,t)=-\frac{1}{\pi i(\varepsilon_0-1)c}\int_{-\infty}^{\infty}e^{ipx}dp\int_{a-i\infty}^{a+i\infty}e^{qs}\left(\sqrt{p^2+q^2\varepsilon_0}-\sqrt{p^2+q^2}\right)\frac{dq}{q^2},\quad s=ct. \quad (3.16)$$

Внутренний интеграл может быть преобразован в два интеграла по замкнутым контурам, обходящим соответствующие точки ветвления. После переобозначения $q=ip\eta$ и изменения порядка интегрирования, мы получаем две дельта-функции Дирака и элементарную формулу:

$$\begin{aligned}G_d(x,0,t)&=\frac{4}{c(\varepsilon_0-1)}\int_{-1/\sqrt{\varepsilon_0}}^{1/\sqrt{\varepsilon_0}}\sqrt{1-\eta^2\varepsilon_0}\,\delta(x+\eta s)\frac{d\eta}{\eta^2}-\int_{-1}^{1}\sqrt{1-\eta^2}\,\delta(x+\eta s)\frac{d\eta}{\eta^2}=\\&=\frac{4}{cx^2(\varepsilon_0-1)}\left[\left(s^2-x^2\varepsilon_0\right)_+^{1/2}-\left(s^2-x^2\right)_+^{1/2}\right].\end{aligned} \quad (3.17)$$

Эта формула описывает распространение прямой волны от передающей антенны в виде двух электромагнитных импульсов («воздушной» и «земной» волн), двигающихся по обе стороны вдоль границы раздела сред.

Аналогичный подход можно применить к части функции Грина, отвечающей отражению от границы раздела. Делаем замену $q=|p|w$

$$G_{ref}(x,s,0)=\frac{1}{2\pi ic}\int_0^\infty (e^{ipx}+e^{-ipx})dp\left\{\int_{\Gamma_1} e^{p\left[ws-2z_0\sqrt{w^2\varepsilon_0+1}\right]}C_1(w)dw+\right.$$
$$\left.+\int_{\Gamma_2} e^{p\left[ws-4z_0\sqrt{w^2\varepsilon_0+1}\right]}C_2(w)dw\right\}, \tag{3.18}$$

где

$$C_1=-\frac{4\sqrt{\varepsilon_0 w^2+1}\left(\sqrt{\varepsilon_0 w^2+1}-\sqrt{\varepsilon_1 w^2+1}\right)^2\left(\sqrt{\varepsilon_0 w^2+1}-\sqrt{w^2+1}\right)^2}{(\varepsilon_0-\varepsilon_1)(\varepsilon_0-1)^2 w^6},$$

$$C_2=-\frac{4\sqrt{\varepsilon_0 w^2+1}\left(\sqrt{\varepsilon_0 w^2+1}-\sqrt{w^2+1}\right)^4\left(\sqrt{\varepsilon_0 w^2+1}-\sqrt{\varepsilon_1 w^2+1}\right)^4}{(\varepsilon_0-\varepsilon_1)^2(\varepsilon_0-1)^3 w^{10}}.$$

Интеграл (3.18) после ряда преобразований аналогичным тем, которые будут подробно приведены в разделе 3.5 при вычислении кумулятивного вклада частичных отражений от плавно меняющейся среды, может быть сведен к ряду вычетов:

$$G_{ref}=\frac{1}{c}\sum_{i=1,2}\frac{C_1(w_i^1)}{\Phi_1'(w_i^1)}+\frac{C_2(w_i^2)}{\Phi_2'(w_i^2)}, \tag{3.19}$$

где $w_{1,2}^1$ и $w_{1,2}^2$ есть корни уравнений

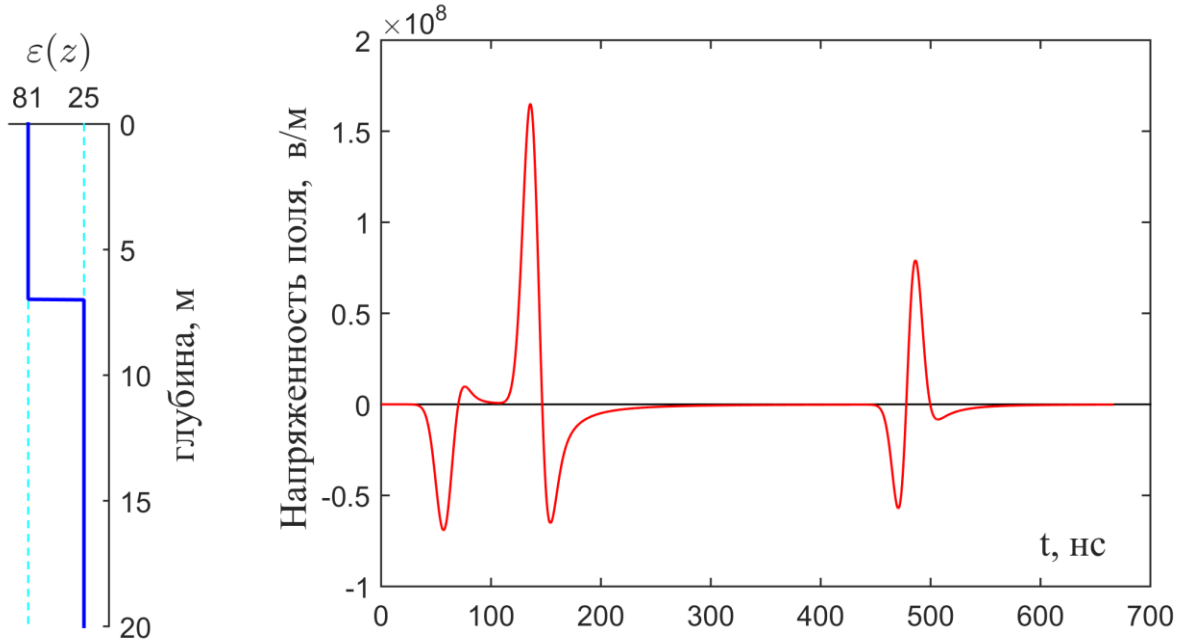
$$\begin{aligned}\Phi_1(w)\pm ix=0,\\ \Phi_2(w)\pm ix=0,\end{aligned} \tag{3.20}$$

соответственно, здесь $\Phi_1(w)=ws-2z_0\sqrt{w^2\varepsilon_0+1}$, $\Phi_2(w)=ws-4z_0\sqrt{w^2\varepsilon_0+1}$, а $\Phi_1'(w)=s+\frac{2\varepsilon_0 z_0 w}{\sqrt{\varepsilon_0 w^2+1}}$, $\Phi_2'(w)=s+\frac{4\varepsilon_0 z_0 w}{\sqrt{\varepsilon_0 w^2+1}}$. Среди корней уравнений (3.20) дают вклад $w_{1,2}^1=\frac{\pm ixs+2z_0\sqrt{s^2-4z_0^2\varepsilon_0+\varepsilon_0 x^2}}{s^2-4z_0^2\varepsilon_0}$ и $w_{1,2}^2=\frac{\pm ixs+4z_0\sqrt{s^2-16z_0^2\varepsilon_0+\varepsilon_0 x^2}}{s^2-16z_0^2\varepsilon_0}$.

Результат расчета принимаемого антенной георадара импульса по формуле (3.19) показан на Рис. 3.2. В качестве волновой формы возбуждающего тока, использовалась производная гауссова импульса, которая часто называется «вейвлетом Рикера» (англ. «Ricker wavelet»):

$$I(t) = -4\pi^2 f^2 \left(t - \frac{1}{f} \right) \exp\left[-2\pi^2 f^2 \left(t - \frac{1}{f} \right)^2 \right]. \tag{3.21}$$

Здесь f есть центральная частота СШП импульса. В приведенном ниже примере $f \approx 20\,\mathrm{MHz}$. Можно отметить, что отраженный импульс сохраняет характерную длительность зондирующего сигнала. Также видим, что при отражении от среды с меньшим показателем преломления полярность сигнала совпадает с полярностью прямого воздушного сигнала, как показано на Рис. 3.2, при отражении от среды с большей диэлектрической проницаемостью – полярность отраженного сигнала меняет знак. Этот факт хорошо известен специалистам и используется в практике при интерпретации полевых данных [41].



(а) (б)

Рис. 3.2. (а) Вертикальный профиль диэлектрической проницаемости и (б) точно расчитанный СШП импульс в точке приема. Разнос антенн составляет $X = 3\,м$, параметры подповерхностной среды: $\varepsilon_0 = 81$, $\varepsilon_1 = 25$, $z_0 = 7\,м$

3.4. Произвольный переходный слой, одномерное распространение

В данном разделе рассмотрим одномерное распространение электромагнитного импульса $E = f(ct, z)$ в неоднородное полупространство $z > 0$, которое теперь характеризуется плавным вертикальным профилем диэлектрической проницаемости $\varepsilon(z)$. Для простоты ограничимся случаем вещественнозначных значений $\varepsilon(z)$, общий случай комплекснозначной функции $\tilde{\varepsilon}(z) = \varepsilon + 4\pi i \dfrac{\sigma}{\omega}$ с конечным значением проводимости σ может быть рассмотрен аналогично – см. [72]. Электромагнитное поле $E_y = E(ct, z)$ определяется одномерным волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 E(s,z)}{\partial z^2} = \varepsilon(z)\frac{\partial^2 E(s,z)}{\partial s^2}; \quad z > 0, \ s > 0 \tag{3.22}$$

где $s = ct$ есть нормированное время, c – скорость света. Нулевые начальные условия $E(z,0) = 0$, $\dfrac{\partial E}{\partial s}(z,0) = 0$ и условие возбуждения, задаваемое как неоднородное граничное условие (ГУ)

$$\frac{\partial E(0,s)}{\partial s} - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}}\frac{\partial E(0,s)}{\partial z} = 2f'(s,z), \tag{3.23}$$

определяют волновую форму входного импульса $f(s,z)$. Здесь $\varepsilon_0 = \varepsilon(z \to +0)$, а штрих обозначает дифференцирование по s. Похожим ГУ выражается условие излучения на бесконечности

$$\frac{\partial E(z,s)}{\partial s} \underset{z\to\infty}{\sim} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(z)}}\frac{\partial E(z,s)}{\partial z} \tag{3.24}$$

Применение интегрального преобразования Фурье

$$\tilde{E}(z,k) = \int_0^\infty E(z,s)\exp(iks)ds \tag{3.25}$$

сводит уравнение (3.22) к одномерному уравнению Гемгольца

$$\frac{d^2\tilde{E}(z,k)}{dz^2}+k^2\varepsilon(z)\tilde{E}(z,k)=0, \tag{3.26}$$

которое эквивалентно системе ОДУ первого порядка

$$\begin{cases} \dfrac{dA(z,k)}{dz}=\dfrac{\varepsilon'(z)}{4\varepsilon(z)}\exp\left(-2ik\int\limits_0^z\sqrt{\varepsilon(z)}dz\right)B(z,k) \\ \dfrac{dB(z,k)}{dz}=\dfrac{\varepsilon'(z)}{4\varepsilon(z)}\exp\left(2ik\int\limits_0^z\sqrt{\varepsilon(z)}dz\right)A(z,k) \end{cases} \tag{3.27}$$

определяющей амплитуды $A(z,k)$ и $B(z,k)$ прямой и обратной волн соответственно в

$$\tilde{E}(z,k)=\sqrt[4]{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon(z)}}\left[A(z,k)\exp\left(ik\int\limits_0^z\sqrt{\varepsilon(z)}dz\right)+B(z,k)\exp\left(-ik\int\limits_0^z\sqrt{\varepsilon(z)}dz\right)\right] \tag{3.28}$$

– см. [69; 71]. При решении системы уравнений (3.27) через итерации, в первом приближении получается:

$$A(z,k)\approx\tilde{f}(k),\quad B(z,k)\approx-\frac{\tilde{f}(k)}{4}\int\limits_z^\infty\frac{\varepsilon'(\varsigma)}{\varepsilon(\varsigma)}\exp\left(-ik\int\limits_0^\varsigma\sqrt{\varepsilon(\xi)}d\xi\right)d\varsigma \tag{3.29}$$

где $\tilde{f}(k)$ есть Фурье-образ $f(s)$. Обратное преобразование Фурье дает явную формулу, связывающую заданную волновую форму $f(s)$ с измеренным сигналом $E(0,s)=f(s)+g(s)$, где

$$g(s)=-\frac{1}{4}\int\limits_0^\infty\frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon(z)}f\left[s-2\int\limits_0^z\sqrt{\varepsilon(\varsigma)}d\varsigma\right]dz \tag{3.30}$$

является откликом подповерхностной среды на входной электромагнитный импульс $f(s)$. Уравнение (3.30), очевидно имеющее смысл суммы частичных отражений от градиентов подповерхностной среды $\varepsilon'(z)$, может быть рассмотрено как интегральное уравнение относительно неизвестной функции $\varepsilon(z)$. Как показано в [72], уравнение (3.30) позволяет найти явное параметрическое решение соответствующей одномерной обратной задачи:

$$\varepsilon(s)=\varepsilon_0\exp\left[-4\int_0^s Q(r)dr\right],\quad z(s)=\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_0}}\int_0^s\exp\left[2\int_0^r Q(r')dr'\right]dr, \tag{3.31}$$

Здесь введена вспомогательная функция:

$$Q(r)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty+i\alpha}^{\infty+i\alpha}\frac{\tilde{g}(k)}{\tilde{f}(k)}e^{-ikr}dk, \tag{3.32}$$

где $\tilde{f}(k)$, $\tilde{g}(k)$ – Фурье-образы начального импульса $f(s)$ и принятого отраженного сигнала $g(s)$, рассчитанные по формуле (3.25).

3.5. Приближенная двумерная функция Грина

Как обобщение результатов в [72], рассмотрим двумерную задачу излучения СШП импульса, созданного бесконечной линией тока, размещенной вдоль поверхности неоднородного диэлектрического полупространства $z>0$. Волновое возмущение возбуждается начальным импульсом тока $I(s)$. В этой главе, мы ограничимся только рассмотрением горизонтально-слоистых структур с

$$\varepsilon=\begin{cases}\varepsilon(z), & z>0\\ 1 & ,z<0\end{cases} \tag{3.33}$$

и будем подразумевать однородное распределение тока вдоль бесконечного тонкого провода, лежащего на границе раздела земля-воздух $x=z=0,\ -\infty<y<\infty$.

Замкнутая форма приближенного решения, полученного в одномерном случае, дает основание применить подход Бреммера-Бреховских и для более реалистичной двумерной модели с электромагнитным излучением, производимым бесконечным линейным током $\delta(x)\delta(z)I(t)$, где $\delta(x),\delta(z)$ есть дельта-функции Дирака. Используя интегральные преобразования, мы можем свести двумерное уравнение:

$$\frac{\partial^2E(x,z,t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2E(x,z,t)}{\partial z^2}-\frac{\varepsilon(z)}{c^2}\frac{\partial^2E(x,z,t)}{\partial t^2}=\frac{4\pi}{c^2}\delta(x)\delta(z)\dot{I}(t) \tag{3.34}$$

с нулевыми начальными условиями $E(x,z,0)=0,\ \dfrac{\partial E}{\partial z}(x,z,0)=0$, определяющее y-компоненту электрического поля $E_y = E(x,z,t)$, к обыкновенному дифференциальному уравнению. Действительно, после Фурье преобразования относительно координаты x

$$\tilde{E}(p,z,t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ipx}E(x,z,t)dx,\quad E(x,z,t)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{ipx}\tilde{E}(p,z,t)dp \tag{3.35}$$

мы получаем уравнение в частных производных

$$\frac{\partial^2\tilde{E}(p,z,t)}{\partial z^2}-\frac{\varepsilon(z)}{c^2}\frac{\partial^2\tilde{E}(p,z,t)}{\partial t^2}-p^2\tilde{E}(p,z,t)=\frac{2}{c^2}\delta(z)\dot{I}(t), \tag{3.36}$$

которое является двумерным аналогом одномерного уравнения (3.26). Преобразование Лапласа во временной области

$$\hat{E}(p,z,\gamma)=\int_0^{\infty} e^{-\gamma t}\tilde{E}(p,z,t)dt,\quad \tilde{E}(p,z,t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{\gamma t}\hat{E}(p,z,\gamma)d\gamma \tag{3.37}$$

приводит его к ОДУ второго порядка:

$$\frac{\partial^2\hat{E}(p,z,\gamma)}{\partial z^2}-\left[\frac{\gamma^2}{c^2}\varepsilon(z)+p^2\right]\hat{E}(p,z,\gamma)=\frac{2\gamma}{c^2}\delta(z)\hat{I}(\gamma) \tag{3.38}$$

Подобно одномерному случаю, уравнение (3.38) может быть сведено к системе одномерных обыкновенных дифференциальных уравнений. Его решение, удовлетворяющее граничным условиям на границе раздела $z=0$ и условиям излучения для $|z|\to\infty$, может быть построено методом итераций. В первом приближении мы имеем

$$\hat{E}(p,z,\gamma)=\begin{cases} A_0(p,\gamma)\sqrt{\dfrac{\kappa_0}{\kappa(z)}}\left[\mathrm{e}^{-\int_0^z\kappa(\varsigma)d\varsigma}-\dfrac{1}{2}e^{\int_0^z\kappa(\varsigma)d\varsigma}\displaystyle\int_z^{\infty}\frac{\kappa'(\varsigma)}{\kappa(\varsigma)}e^{-2\int_0^{\varsigma}\kappa(\eta)d\eta}d\varsigma\right], & z>0,\\ A_0(p,\gamma)\left[1-\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_z^{\infty}\frac{\kappa'(\varsigma)}{\kappa(\varsigma)}e^{-2\int_0^{\varsigma}\kappa(\eta)d\eta}d\varsigma\right]\exp(\kappa_A z), & z<0,\end{cases} \tag{3.39}$$

где $\kappa(z)=\sqrt{q^2\varepsilon(z)+p^2}$, $\kappa_A=\sqrt{q^2+p^2}$, $\kappa_0=\sqrt{q^2\varepsilon_0+p^2}$ и $q=\gamma/c$. Амплитуда $A_0(p,\gamma)$ может быть найдена из условия возбуждения сосредоточенного источника $\frac{2\gamma}{c^2}\delta(z)\hat{I}(\gamma)$. Дифференцирование уравнения (3.39) дает

$$\frac{\partial\hat{E}(p,\pm 0,\gamma)}{\partial z}=\begin{cases}-A_0(p,\gamma)\kappa_0\left[1+\frac{1}{2}\int\limits_0^\infty\frac{\kappa'(\varsigma)}{\kappa(\varsigma)}e^{-2\int\limits_0^\varsigma\kappa(\eta)d\eta}d\varsigma\right], & z=+0,\\ A_0(p,\gamma)\kappa_A\left[1-\frac{1}{2}\int\limits_0^\infty\frac{\kappa'(\varsigma)}{\kappa(\varsigma)}e^{-2\int\limits_0^\varsigma\kappa(\eta)d\eta}d\varsigma\right], & z=-0,\end{cases} \tag{3.40}$$

здесь можно увидеть, что производная $\frac{\partial\hat{E}}{\partial z}$ имеет скачок на границе раздела, который приблизительно равен $-(\kappa_0+\kappa_A)A_0$. Принимая этот факт во внимание, проинтегрируем уравнение (3.38) на маленьком интервале $-0<z<+0$ и определим связь между амплитудой волны $A_0(p,\gamma)$ и интегральным образом возбуждающего тока $\hat{I}(\gamma)=\int\limits_0^\infty e^{-\gamma t}I(t)dt$:

$$A_0(p,\gamma)=-\frac{2\gamma\hat{I}(\gamma)}{c^2\left[\kappa_0+\kappa_A+\frac{1}{2}(\kappa_0-\kappa_A)\int\limits_0^\infty\frac{\kappa'(\varsigma)}{\kappa(\varsigma)}e^{-2\int\limits_0^\varsigma\kappa(\eta)d\eta}d\varsigma\right]} \tag{3.41}$$

Амплитуда электромагнитного поля на границе раздела $z=0$, месте, где подразумевается размещение приемной антенны, определяется обратным преобразованием Фурье-Лапласа $E(x,0,t)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{ipx}dp\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty}e^{\gamma t}\hat{E}(p,0,\gamma)d\gamma$ спектрального распределения (3.39):

$$\hat{E}(p,0,\gamma)=-2\frac{\hat{I}(\gamma)\gamma}{c^2\left(\kappa_0+\kappa_A\right)}\frac{1-\frac{1}{2}\int\limits_0^\infty\frac{\kappa'(\varsigma)}{\kappa(\varsigma)}e^{-2\int\limits_0^\varsigma\kappa(\eta)d\eta}d\varsigma}{1+\frac{1}{2}\frac{\kappa_0-\kappa_A}{\kappa_0+\kappa_A}\int\limits_0^\infty\frac{\kappa'(\varsigma)}{\kappa(\varsigma)}e^{-2\int\limits_0^\varsigma\kappa(\eta)d\eta}d\varsigma}\approx$$

$$\approx-2\frac{\hat{I}(\gamma)\gamma}{c^2\left(\kappa_0+\kappa_A\right)}\left[1-\frac{\kappa_0}{\kappa_0+\kappa_A}\int\limits_0^\infty\frac{\kappa'(\varsigma)}{\kappa(\varsigma)}e^{-2\int\limits_0^\varsigma\kappa(\eta)d\eta}d\varsigma\right] \tag{3.42}$$

Здесь, мы избавились от знаменателя посредством применения формулы геометрической прогрессии, подобно тому, как это было сделано в раздела 3.3.

Электромагнитное поле, возбуждаемое произвольным импульсом тока, будем, как в разделе 3.3, выражать через конволюцию функции Грина во временной области $G(x,z,t)$ с импульсом тока $I(s)$. В данном случае граничное значение спектральной функции Грина для формулы (3.42) принимает вид

$$\hat{G}(p,0,\gamma)=-\frac{2c^{-2}}{\left(\sqrt{q^2\varepsilon_0+p^2}+\sqrt{q^2+p^2}\right)}\left[1-\frac{0,5\sqrt{q^2\varepsilon_0+p^2}}{\sqrt{q^2\varepsilon_0+p^2}+\sqrt{q^2+p^2}}\int\limits_0^\infty\frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon(z)+\frac{p^2}{q^2}}e^{-2q\int\limits_0^z\sqrt{\varepsilon(\varsigma)+\frac{p^2}{q^2}}d\varsigma}dz\right] \tag{3.43}$$

В этом выражении мы можем выделить первый член – ранее рассмотренный импульс (3.16), отвечающий за прямую поверхностную волну. Оставшаяся часть выражения представляет собой отклик подповерхностной структуры среды, она станет предметом дальнейшего анализа. Преобразуем в пространственно-временную область эту часть спектральной функции (3.43), описывающую кумулятивный сигнал, отраженный градиентами подповерхностной среды: $G_r(x,0,t)=\int\limits_0^\infty\varepsilon'(z)\mathrm{K}(x,z,s)dz$, где

$$K(x,z,s)=\frac{1}{2\pi ic}\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{ipx}dp\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty}e^{qs-2\int\limits_0^z\sqrt{p^2+q^2\varepsilon(\varsigma)}d\varsigma}\frac{q^2\sqrt{p^2+q^2\varepsilon_0}}{\left(p^2+q^2\varepsilon(z)\right)\left(\sqrt{p^2+q^2\varepsilon_0}+\sqrt{p^2+q^2}\right)^2}dq \tag{3.44}$$

Согласно геометрии задачи (отсутствию масштабных параметров) подынтегральная функция однородна относительно p и q, что позволяет упростить вычисления путем замены $q = |p|w$:

$$K(x,z,s) = \frac{1}{\pi i c}\int_0^\infty \cos px dp \cdot \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \mathrm{e}^{p\left[ws - 2\int_0^z \sqrt{1+w^2\varepsilon(\varsigma)}d\varsigma\right]} \frac{w^2\sqrt{1+w^2\varepsilon_0}}{\left[1+w^2\varepsilon(z)\right]\left(\sqrt{1+w^2\varepsilon_0}+\sqrt{1+w^2}\right)^2} dw \tag{3.45}$$

Рассмотрим внутренний интеграл в формуле (3.45). Для $s < 2\int_0^z \sqrt{\varepsilon(\varsigma)}d\varsigma$, контур интегрирования может быть замкнут через правую полуплоскость и интеграл исчезает из-за регулярности подынтегральной функции. Для $s > 2\int_0^z \sqrt{\varepsilon(\varsigma)}d\varsigma$, интегрирование может быть выполнено вдоль пути наибыстрейшего спуска Γ, на котором действительная часть экспоненты отрицательна (красная штриховая линия на Рис. 3.3). После такой деформации контура мы можем изменить порядок интегрирования и взять внутренний интеграл:

$$\begin{aligned} K(x,z,s) &= \frac{1}{2\pi c i}\int_\Gamma C(w,z)\,dw \int_0^\infty e^{p\Phi(w,z,s)}\left(e^{ipx}+e^{-ipx}\right)dp = \\ &= -\frac{1}{2\pi c i}\int_\Gamma C(w,z)\left[\frac{1}{\Phi(w,z,s)-ix}+\frac{1}{\Phi(w,z,s)+ix}\right]dw \end{aligned} \tag{3.46}$$

Здесь используются следующие обозначения:

$$\Phi(w,z,s) = ws - 2\int_0^z \sqrt{1+w^2\varepsilon(\zeta)}d\zeta, \quad C(w,z) = \frac{w^2\sqrt{1+w^2\varepsilon_0}}{\left[1+w^2\varepsilon(z)\right]\left(\sqrt{1+w^2\varepsilon_0}+\sqrt{1+w^2}\right)^2} \tag{3.47}$$

В последнем интеграле подынтегральная функция исчезает на бесконечности, таким образом его можно свести к вычетам:

$$K(x,z,s) = \frac{1}{c}\sum_j \frac{C(w_j,z)}{\Phi'_w(w_j,z,s)} \tag{3.48}$$

где $w_j(z,s)$ есть корни трансцендентного уравнения $\Phi(w,z,s) = \pm i\,x$, лежащие в правой полуплоскости; штрих обозначает дифференцирование по w:

$$\Phi'_w(w,z,s) = s - 2w\int_0^z \frac{\varepsilon(\varsigma)d\varsigma}{\sqrt{1+w^2\varepsilon(\varsigma)}} \tag{3.49}$$

Полюсы подынтегральной функции (3.46), лежащие на уровне $\mathrm{Re}\,\Phi = 0$ схематически обозначены красными крестиками на Рис. 3.3.

Пример точного решения функционального уравнения для линейного переходного слоя

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \left(\varepsilon_1 - \varepsilon_0\right)\frac{z - z_0}{z_1 - z_0} \tag{3.50}$$

иллюстрирован Рис. 3.4.

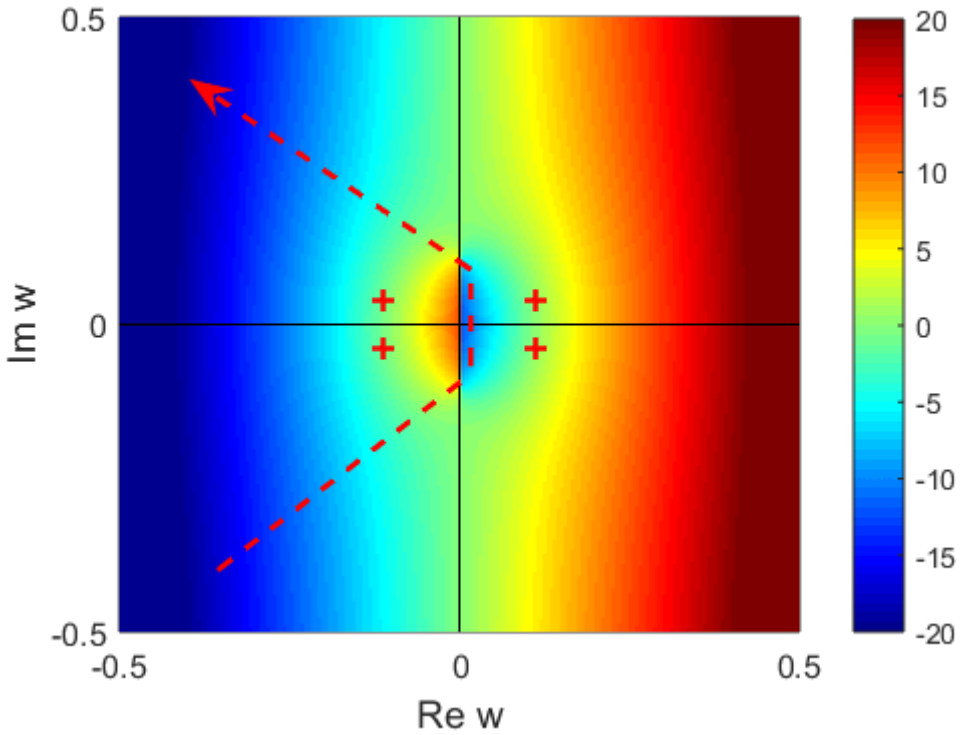
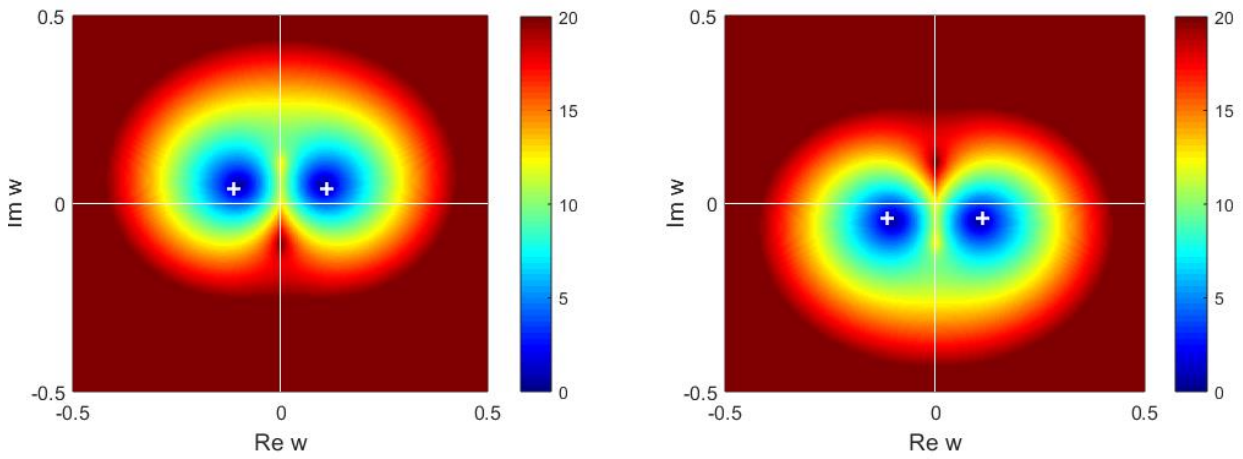


Рис. 3.3. Цветная карта значений экспоненты в уравнении (3.46) – действительная часть функции $\Phi(w,z,s)$ с обозначенными контуром наибыстрейшего спуска и полюсами подынтегральной функции



(а) (б)

Рис. 3.4. Корни функционального уравнения $\Phi(w,z,s)=\mp i\,x$ для $x=4\,м$, $\varepsilon_0=81$, $\varepsilon_1=9$, $z_0=2\,м$, $z_1=6\,м$

Таким образом, для данного вертикального распределения, вычисление основной компоненты функции Грина, отвечающей частичным отражениям зондирующего сигнала, требует численного расчета положения полюсов, суммирования соответствующих вычетов и подстановки ядра $K(x,z,s)$ в интеграл $G_r(x,0,t)$.

3.6. Геометрооптическое приближение

Уравнение, выраженное в формулах (3.46)-(3.49), дает в явном виде приближенное представление функции Грина для произвольного профиля диэлектрической проницаемости. В сочетании с принципом Дюамеля [87], можно получить решение прямой проблемы электродинамики для произвольного импульса тока. Ключевым моментом в численной реализации является решение функционального уравнения

$$\Phi(w,z,s)\equiv ws-2\int_0^z\sqrt{1+w^2\varepsilon(\varsigma)}\,d\varsigma=\pm ix \qquad (3.51)$$

определяющего полюса $w_j(\mathrm{x}, z, s)$. Изучая уравнение (3.51), можно заметить, что его решения совпадают с геометрооптическими (ГО) решениями: $p = \dfrac{i}{w}$, $\psi = 0$, обеспечивающие минимум функционала Ферма (оптический путь от элемента антенны $x_0 = z_0 = 0$, $y_0 = x\tan\psi$ до точки приема сигнала $(x, 0, 0)$ с промежуточным зеркальным отражением от уровня $\zeta = z$):

$$S(x, z, p, \psi) \equiv \int \sqrt{\varepsilon}\, d\sigma = \frac{xp}{\cos\psi} + 2\int_0^z \sqrt{\varepsilon(\varsigma) - p^2}\, d\varsigma. \qquad (3.52)$$

Действительно, дифференцируя уравнение (3.52) по параметрам p, ψ и приравнивая нулю производные $\partial S / \partial p$, $\partial S / \partial \psi$, мы получаем:

$$x = 2p\int_0^z \frac{d\varsigma}{\sqrt{\varepsilon(\varsigma) - p^2}}, \qquad s = 2\int_0^z \frac{\varepsilon(\varsigma) d\varsigma}{\sqrt{\varepsilon(\varsigma) - p^2}} \equiv S(x, z) \qquad (3.53)$$

что, очевидно, обеспечивает выполнение уравнения (3.51). Как следует из законов геометрической оптики [88], уравнение (3.53) соответствует лучевой траектории в горизонтально-слоистой среде, которая выходит из точки $(x = 0, y = 0, z = 0)$ под углом $\theta_0 = \arcsin \dfrac{p(x, z)}{\sqrt{\varepsilon_0}}$ к нормали границы раздела земля-воздух и приходит в точку наблюдения $(x, 0, 0)$ после зеркального отражения от виртуального «зеркала» $\zeta = z$ (см. Рис. 3.5)

Из физических предпосылок можно ожидать, что наибольший вклад в функцию Грина G_r во временной области вносят значения параметра w наиболее близкие к ГО траектории. Лучевая интерпретация предлагает эффективный метод решения функционального уравнения (3.52). Положим $s = S(x, z) + \mu$, $w = \pm\, i/(p + \nu)$; $|\mu| << \mathrm{S}$, $|\nu| << p$. Подстановка в уравнение (3.52) дает приближение, верное для малых значений ν:

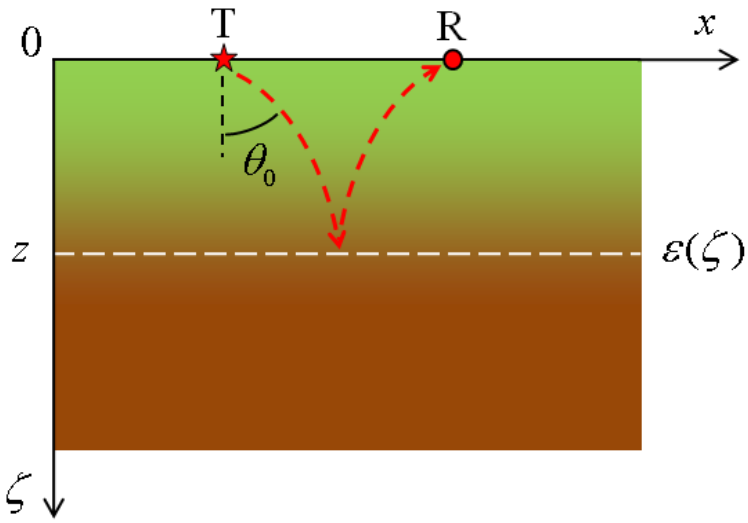


Рис. 3.5. Частичное отражение зондирующего импульса от градиента диэлектрической проницаемости. Через «T» и «R» обозначены положения приемника и передатчика, соответственно. Красная линия изображает ГО траекторию, белая штриховая линия отвечает за уровень частичных отражений

$$S+\mu=(p+\nu)x+2\int_0^z\sqrt{\varepsilon(\varsigma)-(p+\nu)^2}\,d\varsigma\approx$$
$$\approx 2\int_0^z\frac{\varepsilon(\varsigma)d\varsigma}{\sqrt{\varepsilon(\varsigma)-p^2}}+(p+\nu)\left(x-2p\int_0^z\frac{d\varsigma}{\sqrt{\varepsilon(\varsigma)-p^2}}\right)-2\nu^2\int_0^z\frac{\varepsilon(\varsigma)d\varsigma}{\left(\varepsilon(\varsigma)-p^2\right)^{3/2}} \tag{3.54}$$

Применяя соотношения геометрической оптики (3.53) и обозначая

$$T(x,z)=2\int_0^z\frac{\varepsilon(\varsigma)d\varsigma}{\left(\varepsilon(\varsigma)-p^2\right)^{3/2}}, \tag{3.55}$$

мы имеем: $\mu\approx-\frac{1}{2}T\nu^2$. Так как только полюса $w=\pm i/(p+\nu)$, лежащие в правой полуплоскости, дают вклад в решение, мы обозначим $\nu=\pm i\sqrt{\frac{2\sigma}{T}}$ и получим их приближенное представление

$$w_\pm(x,z,s)=\frac{1}{\sqrt{\frac{2[s-S(x,z)]}{T(x,z)}}\mp i\,p(x,z)} \tag{3.56}$$

Теперь легко можно выразить функции, входящие в уравнения (3.47) и (3.49):

$$C(w_{\pm},z)\approx\mp\frac{ip\left(\varepsilon_0+1\right)\sqrt{\varepsilon_0-p^2}}{\left(\varepsilon-p^2\right)\left(\sqrt{\varepsilon_0-p^2}+\sqrt{1-p^2}\right)^2},\quad \Phi'(w_{\pm},z,s)\approx\mu\mp p\sqrt{2T\mu} \tag{3.57}$$

и ядро функции Грина во временной области

$$K(\mathrm{x},z,s)\approx\frac{2ip\sqrt{\varepsilon_0-p^2}}{c\left(\varepsilon-p^2\right)\left(\sqrt{\varepsilon_0-p^2}+\sqrt{1-p^2}\right)^2\sqrt{2T(x,z)[s-S(x,z)]}} \tag{3.58}$$

В завершение квазиоптического рассмотрения можно сказать, что поиск корней уравнения (3.51) $w_{\pm}(x,z,s)$, зависящее от двух переменных, виртуальной отражающей глубины z и нормированного времени s, сводится к расчету горизонтального импульса $p(x,z)$, зависящего только от z, и вычислению интегралов $S(x,z)$ и $T(x,z)$ по определенным формулам (3.52) и (3.55).

3.7. Квазивертикальное зондирование

Дальнейшее упрощение может быть достигнуто, если разнос между передающей и приемной антеннами относительно невелик. В этом случае угол прихода сигнала мал, мы можем принять $w\sim i/p$ за большой параметр и найти корни уравнения (3.51), применяя следующее приближение

$$s=\pm i\frac{x}{w}+2\int_0^z\sqrt{\varepsilon(\varsigma)+\frac{1}{w^2}}d\varsigma\underset{|w|\to\infty}{\approx}P(z)\frac{1}{w^2}\pm i\frac{x}{w}+S_0(z) \tag{3.59}$$

где $S_0(z)=2\int_0^z\sqrt{\varepsilon(\varsigma)}d\varsigma$ и $P(z)=2\int_0^z\frac{d\varsigma}{\sqrt{\varepsilon(\varsigma)}}$. При таком подходе уравнение становится квадратичным: $\left(s-S_0\right)w^2\mp ixw-P=0$ и имеет два интересующих нас корня:

$$w_{\pm}(s,z)=\frac{\pm ix+\sqrt{4P\left(s-S_0\right)-x^2}}{2\left(s-S_0\right)} \tag{3.60}$$

Функции, введенные выше, принимают вид

$$C(w,z)\underset{|w|\to\infty}{\approx}\frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{w\varepsilon(z)\left(\sqrt{\varepsilon_0}+1\right)^2},\quad \Phi'^{\pm}_w(w,z,s)\underset{|w|\to\infty}{\approx}2\left(s-S_0\right)\frac{\mp i\sqrt{4\frac{P}{x^2}\left(s-S_0\right)-1}}{1\mp i\sqrt{4\frac{P}{x^2}\left(s-S_0\right)-1}}$$

и ядро интеграла (3.44) дается элементарным выражением:

$$K(x,z,s)=\frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{c\varepsilon(z)\left(\sqrt{\varepsilon_0}+1\right)^2\sqrt{4P(z)\left(s-S_0\right)-x^2}} \tag{3.61}$$

Таким образом, для умеренного разноса между антеннами существенная компонента Функции Грина, отвечающая за сигнал, отраженный от градиентов диэлектрической проницаемости, может быть записана в замкнутой форме:

$$G_r(x,0,t)=\frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{c\left(\sqrt{\varepsilon_0}+1\right)^2}\int_0^{\overset{+}{Z}}\frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon(z)}\frac{dz}{\sqrt{4P(z)\left(s-S_0(z)\right)-x^2}},\quad s=ct. \tag{3.62}$$

Здесь $\overset{+}{Z}$ является корнем уравнения $4P(z)\left(s-S_0(z)\right)-x^2=0$, соответствующим уровню глубины, с которой начинается частично отраженный сигнал идущий к приемнику по ГО траектории. В силу предположения $p\sim i/w$, наше приближение аналогично методу связанных параболических уравнений, который был применен Клаербаутом в задаче сейсморазведки [89].

3.8. Численная схема интегрирования

Для того чтобы обеспечить хорошую точность вычисления квадратур в уравнении (3.62), нужно принять во внимание алгебраическую сингулярность ядра $K(x,z,s)$ в концевой точке $\overset{+}{Z}$. Введем обозначения $F(z)=\dfrac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon(z)}$, $R(z)=4P(z)S_0(z)+x^2$ и равномерную сетку $z_\mu=\left[0:h:z_m\right]$, где z_m соответствует

$\overset{+}{Z}(s_m)$. Разбивая интеграл в уравнении (3.62) на сумму интегралов по интервалам $\left(z_{\mu-1}, z_\mu\right)$, мы получим:

$$G_r(x,0,t_m) = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{c\left(\sqrt{\varepsilon_0}+1\right)^2} \sum_{\mu=1}^{m} \int_{z_{\mu-1}}^{z_\mu} \frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon(z)} \frac{dz}{\sqrt{4P(z)\left(s - S_0(z)\right) - x^2}} \tag{3.63}$$

После разложения функций $F(z)$, $P(z)$, $R(z)$ в ряд Тейлора

$$\begin{aligned} G_r(x,0,t_m) &= \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{c\left(\sqrt{\varepsilon_0}+1\right)^2} \times \\ &\times \sum_{\mu=1}^{m} \int_{z_{\mu-1}}^{z_\mu} \frac{F_{\mu-1} + F'_{\mu-1}\left(z - z_{\mu-1}\right) + O(h^2)}{\sqrt{4\left[P_{\mu-1} + P'_{\mu-1}\left(z - z_{\mu-1}\right)\right]s_m - R_{\mu-1} - R'_{\mu-1}\left(z - z_{\mu-1}\right) + O(h^2)}} dz \end{aligned} \tag{3.64}$$

мы сводим уравнение (3.62) к сумме стандартных алгебраических интегралов, которые могут иметь особенность порядка $-1/2$:

$$\int_{\mu-1}^{\mu} \left(A_\mu + B_\mu \zeta\right) \frac{d\zeta}{\sqrt{C_\mu^m + D_\mu^m \zeta}} \tag{3.65}$$

Здесь,

$$\begin{aligned} &A_\mu = \mu F_{\mu-1} - (\mu-1)F_\mu, \quad A_1 = \frac{\varepsilon'(+0)}{\varepsilon(+0)} = 0, \qquad B_\mu = F_\mu - F_{\mu-1}, \quad B_1 = F_1, \\ &C_\mu^m = \left[\mu P_{\mu-1} - (\mu-1)P_\mu\right]\frac{R_m}{P_m} - \mu R_{\mu-1} + (\mu-1)R_\mu, \quad C_1^m = R_0 = x^2, \\ &D_\mu^m = \left[P_\mu - P_{\mu-1}\right]\frac{R_m}{P_m} - R_\mu + R_{\mu-1}, \quad D_1^m = P_1\frac{R_m}{P_m} - R_1 + x^2 \end{aligned} \tag{3.66}$$

И наконец, аналитическая оценка интегралов (3.65) показывает, что наш алгоритм позволяет вычислить квадратуры с точностью $O(h^{3/2})$ и корректно описать слабую сингулярность функции Грина на фронте отраженной волны:

$$G_r(x,0,t_m)=\frac{2h\sqrt{\varepsilon_0}}{c\left(\sqrt{\varepsilon_0}+1\right)^2}\sum_{\mu=1}^{m}\frac{1}{D_\mu^m}\left\{\left(A_\mu-\frac{C_\mu^m}{D_\mu^m}B_\mu\right)\left[\sqrt{C_\mu^m+\mu D_\mu^m}-\sqrt{C_\mu^m+(\mu-1)D_\mu^m}\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{B_\mu}{3D_\mu^m}\left[\left(C_\mu^m+\mu D_\mu^m\right)^{3/2}-\left(C_\mu^m+(\mu-1)D_\mu^m\right)^{3/2}\right]\right\} \tag{3.67}$$

3.9. Численные примеры

Для того чтобы оценить точность нашего приближенного аналитического решения уравнения (3.35), мы сравнили его с численными результатами, полученными с использованием программы FDTD моделирования с открытым исходным кодом gprMax, разработанной для задач георадиозондирования [62]. Входными данными для gprMax являются геометрические параметры и электромагнитные свойства однородных фрагментов области расчета, положение передающей и приемной антенн, волновая форма импульса возбуждающего тока. В этой главе мы рассматриваем горизонтальнослоистую среду с постепенным изменением по глубине диэлектрической проницаемости. В нашей формулировке задачи решение определяется аналитическим выражением профиля диэлектрической проницаемости $\varepsilon(z)$, которое должно быть подставлено в интеграл, описывающий сигнал, полученный георадаром. Так как gprMax имеет дело с кусочно-однородными моделями, для проведения аккуратного сравнения между методом связанных волн и FDTD реализацией в наших расчетах используется равномерная сетка дискретизации с шагом разбиения таким же как и в вычислениях gprMax. В качестве волновой формы возбуждающего тока, использовалась производная гауссова импульса, которая в программе gprMax именуется «вейвлетом Рикера» (англ. «Ricker waveform»):

$$I(t)=-4\pi^2 f^2\left(t-\frac{1}{f}\right)\exp\left[-2\pi^2 f^2\left(t-\frac{1}{f}\right)^2\right]. \tag{3.68}$$

Здесь, f – центральная частота СШП импульса. В примерах, приведенных ниже, выбрано $f \approx 20\,\mathrm{MHz}$. Идеализированная модель подповерхностной среды показана на Рис. 3.6. Она состоит из однородного слоя с диэлектрической проницаемостью ε_0 и полупространства с диэлектрической проницаемостью ε_1, разделенных переходным слоем в котором $\varepsilon(z),\ z_0 \le z \le z_1$. Передающая и приемная антенны , обозначенные через «T» и «R» соответственно, размещаются на земной поверхности $z = 0$. На рисунке показаны компоненты излученной волны: «**aw**» и «**gw**» обозначают «воздушную» и «земную» волну, соответственно; «**iw**» – падающая волна, вступающая в переходный слой, в котором она расщепляется на отраженную «**rw**» и прошедшую «**tw**» волны.

Графики Рис. 3.7а и Рис. 3.7в показывают распределение диэлектрической проницаемости, соответствующее плавному монотонному переходу от чистой воды ($\varepsilon_0 = 81$) к твердому грунту ($\varepsilon_1 = 25$) – модель озера с илистым дном. Переходный слой

$$\varepsilon(z) = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_1}{2} + \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1}{2}\sin\left[\frac{\pi}{z_1 - z_0}\left(z - \frac{z_0 + z_1}{2}\right)\right]$$

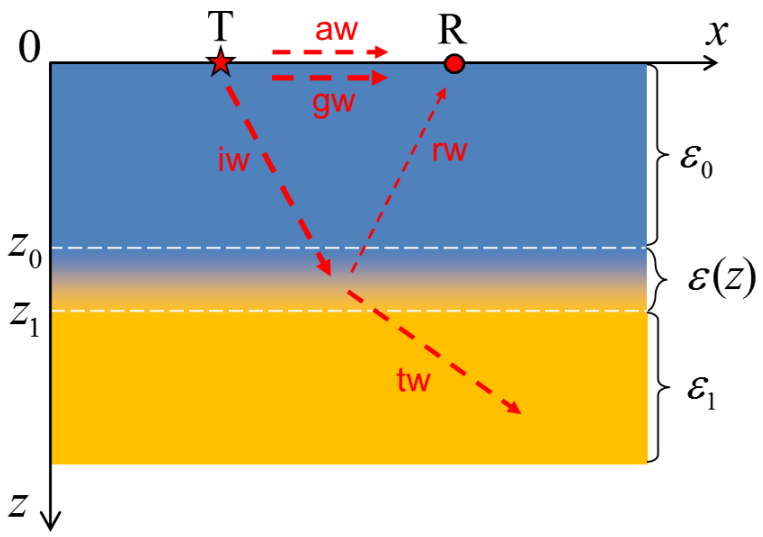


Рис. 3.6. Геометрия задачи и схематическое представление компонент зондирующего сигнала

располагается в интервале глубин $6\,м \le z \le 8\,м$ для Рис. 3.7а и $4\,м \le z \le 10\,м$ для Рис. 3.7в. Расстояние между передающей и приемной антеннами есть $3\,м$. На Рис. 3.7б и Рис. 3.7г представлены модельные радарограммы (А-сканы) для сценариев Рис. 3.7а и Рис. 3.7в соответственно. Моделирование было выполнено как посредством приближения связанных волн (сплошная линия), так и с помощью конечно-разностного метода FDTD, реализованного в программе gprMax (штриховая линия). Первый двойной импульс соответствует прямой поверхностной волне, распространяющейся по обе стороны границы раздела земля-воздух. Более слабый сигнал с большей задержкой возникает из-за совокупных частичных отражений от неоднородного переходного слоя. Можно отметить, что несмотря на приближенный характер метода ВКБ и дополнительные неточности, возникающие из-за квазивертикального приближения, точность моделирования на основе метода связанных волн вполне приемлема с практической точки зрения.

Стоит отметить, что численная реализация полученного полуаналитического решения требует в сто раз меньшего времени вычислений, чем аналогичные расчеты, проведенные с использованием программы gprMax с такой же вычислительной дискретизацией по пространству и времени. Удовлетворительное качественное сходство между FDTD вычислениями и результатом вычислений методом связанных волн сохраняется даже при очень большом разносе между передающей и приемной антеннами, когда путь сигнала далек от вертикального распространения – Рис. 3.8.

Предложенная техника моделирования на основе метода связанных ВКБ волн была применена к интерпретации радарограмм, снятых на озере Чебаркуль в ходе экспедиции ИЗМИРАН по поиску большого фрагмента Челябинского метеорита, упавшего в феврале 2013 года в озеро Чебаркуль [А5; 73]. Дно озера Чебаркуль характеризуется большой заиленностью [90]. В качестве примера на Рис. 3.9а представлен экспериментальный А-скан, демонстрирующий выше описанный кумулятивный эффект частичных отражений от толстого слоя донного ила.

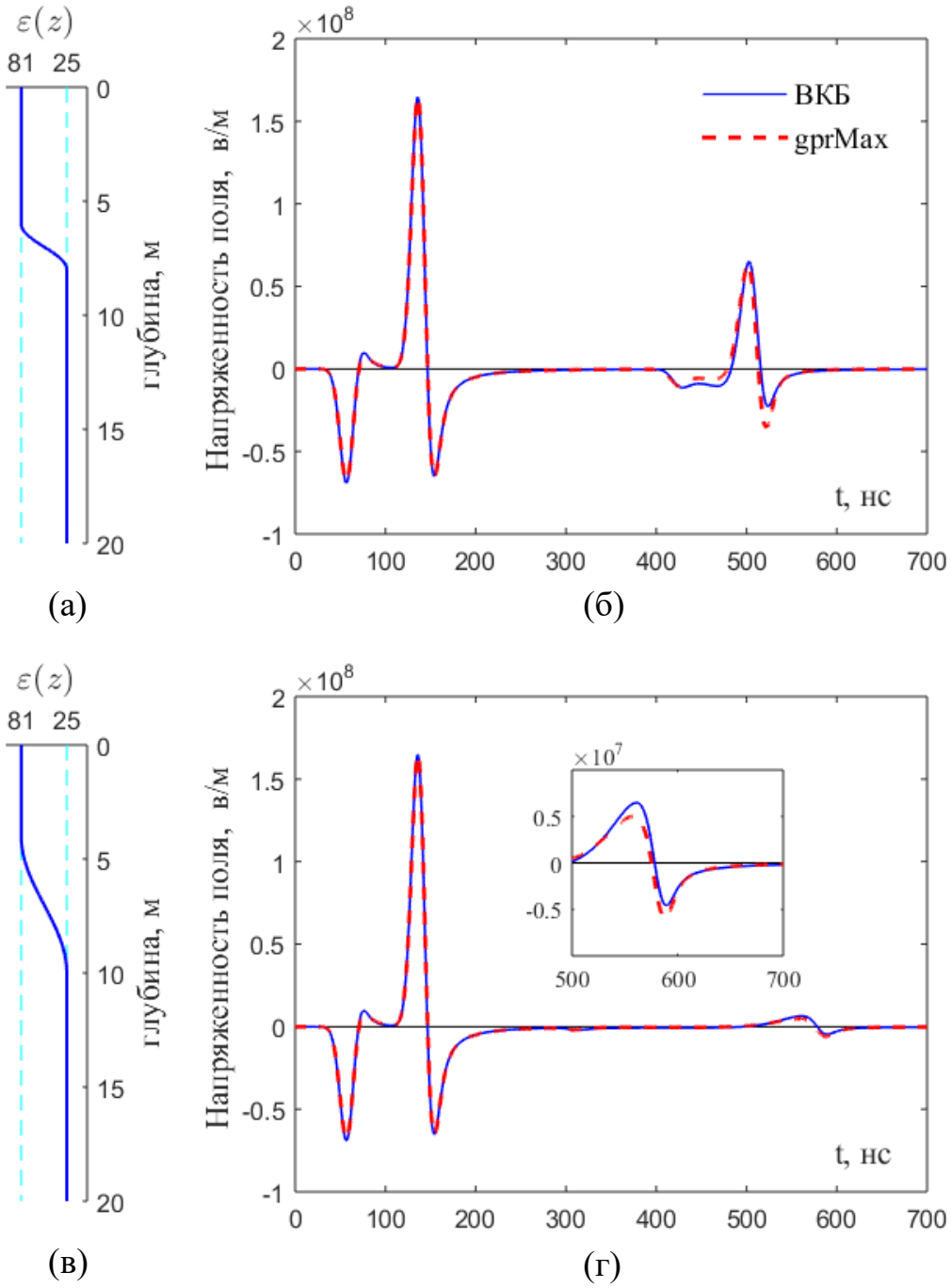
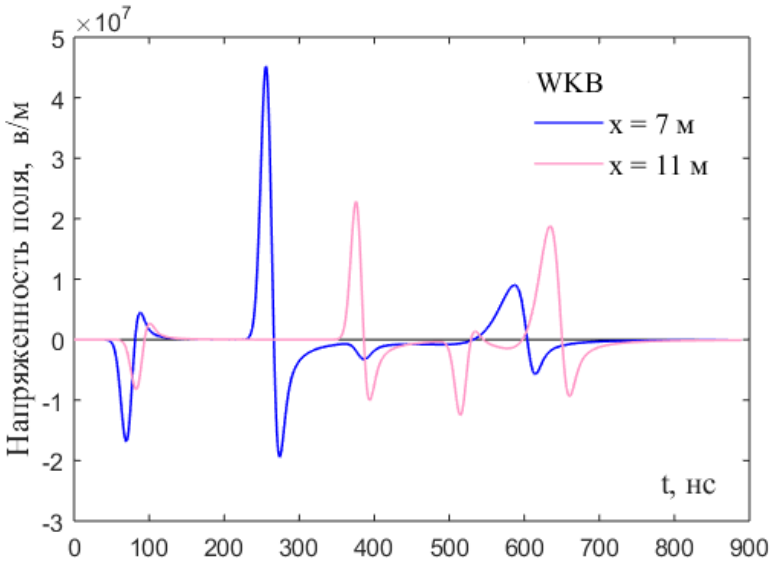
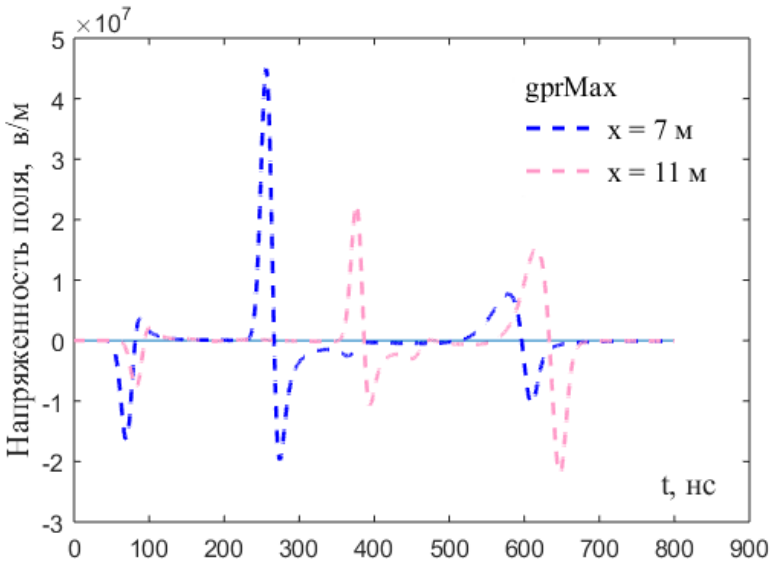


Рис. 3.7. Вертикальный профиль диэлектрической проницаемости и промоделированный СШП импульс в точке приема (двустороннее ВКБ – синяя сплошная линия, gprMax – красная штриховая линия). Разнос антенн составляет $X = 3\ м$, параметры подповерхностной среды: $\varepsilon_0 = 81$, $\varepsilon_1 = 25$; $z_0 = 6\ м$, $z_1 = 8\ м$ (а, б); $z_0 = 4\ м$, $z_1 = 10\ м$ (в, г)

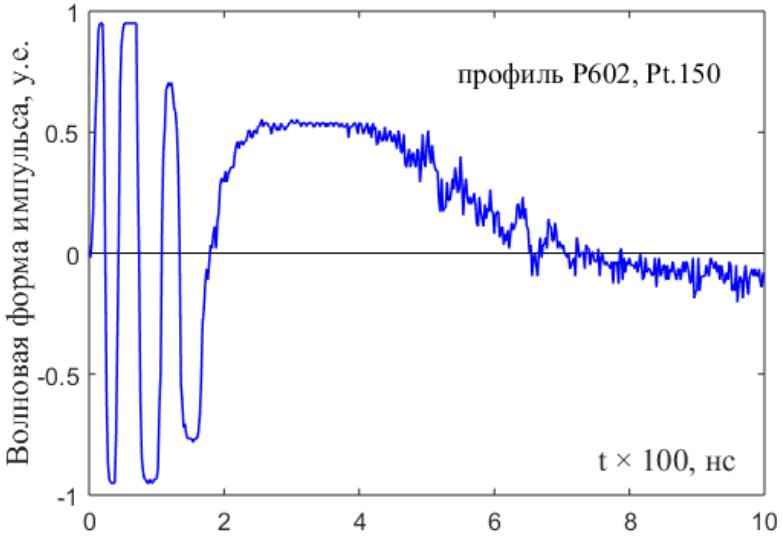


(а)

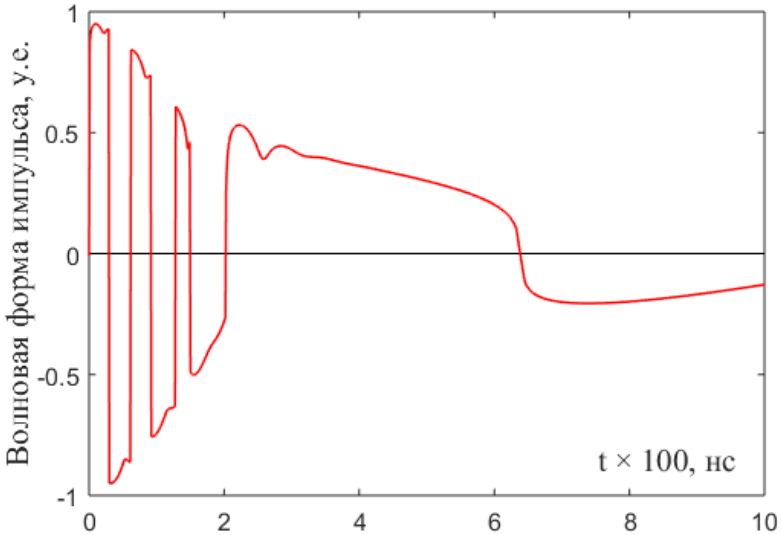


(б)

Рис. 3.8. Георадарный А-скан, промоделированный с помощью метода связанных волн (а) и с использованием программы gprMax (б), для большого разноса X между антеннами



(а)



(б)

Рис. 3.9. (а) Экспериментальный А-скан с характерным затянутым отраженным импульсом, полученный с поверхности льда при зондировании заиленного дна озера. (б) Результат моделирования на основе метода связанных волн.

Рис. 3.9б отражает результат численного моделирования в рамках приближения связанных ВКБ волн. Приведем использовавшиеся значения параметров. Для слоя льда толщиной $z_i = 0{,}8\,м$ бралось $\varepsilon_i = 3$, для переходного слоя диэлектрическая проницаемость описывалась формулой $\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)\,\mathrm{th}\left(\dfrac{z - z_0}{z_1 - z_0}\right)$, где $\varepsilon_0 = 81$, $\varepsilon_1 = 25$, $z_0 = 3\,м$ и $z_1 = 12\,м$.

Импульсный сигнал, принятый георадаром, вычислен через свертку приближенной функции Грина с заданным импульсом тока («вейвлет Рикера») – интеграл Дюамеля $E(t)=\frac{1}{c}\int_{X}^{ct}\frac{dI}{dt}(ct-s')G\left(X,0,s'\right)ds'$. Как видно из Рис. 3.9б, моделирование вполне воспроизводит эффект затянутого импульса, отраженного от слоя ила: быстро осциллирующий сигнал в начале А-скана соответствует прямой волне и накладывающемуся на нее отражению от нижней границы тонкого слоя льда.

3.10. Выводы

Основной результат этой главы – развитие и применение метода связанных волн (двустороннее ВКБ приближение) к импульсному электромагнитному зондированию горизонтально-слоистой подповерхностной диэлектрической среды. Получено аналитическое представление электрического поля, синхронно возбуждаемого сверхширокополосным импульсом тока в тонком проводнике, размещенном вдоль границы раздела земля-воздух. Рассмотрена широко распространенная схема георадарного зондирования с заданным разносом между излучающей и приемной антеннами (так называемый Б-скан). Физическая интерпретация приближенного решения дана в терминах геометрической оптики и частичных отражений от подповерхностных градиентов диэлектрической проницаемости. Реализация численного решения задачи включает в себя приближенное решение уравнения эйконала в комплексной плоскости и эффективный алгоритм вычисления возникающих сингулярных интегралов. Также было указано сходство приведенного метода с методом связанных параболических уравнений. Результаты численного моделирования сопоставлены с результатами расчетами методом FDTD с использованием свободно распространяющегося программного обеспечения gprMax. В последней части главы демонстрируются применение моделирования для объяснения характерных затянутых импульсов, возникающих на практике при зондировании среды с плавным изменением диэлектрической проницаемости.

Глава 4. Вопросы СВЧ голографии

4.1. Введение

Другим подходом к подповерхностному «радиовидению» является метод радиголографии [91]. В этом методе, развивающемся с конца 60-х годов амлитудно-фазовое распределение электромагнитного поля, отраженного от рассеивающего объекта, записывается в апертуре приемной антенны, в выбранной плоскости, что позволяет инструментально или математически восстановить положение и форму объекта. Данный метод является продолжением идеи оптической голографии в область радиоволн. Соответствующие ограничения на разрешающую способность метода в радиоволновом диапазоне обсуждаются в параграфе 4.2. В самом начале своего становления в 1970-е года, из-за отсутствия соответствующей вычислительной техники, в работах по радиоголографии использовался такой же подход к фиксации и восстановлению радиоголограмм, как в оптической габоровской голографии [92]. Изначально радиоголограмма снималась с помощью термобумаги, далее полученный «фазовый портрет» объекта переводился в уменьшенном виде на пленку. Эту копию уже можно было ретушировать, что соответствовало применению различных методов фильтрации к исходной голограмме. Далее по этой обработанной пленке можно было восстановить радиоизображения посредством ее засветки когерентным излучением. В настоящее время, с развитием техники отпал нужда в таких трудоемких длительных процедурах восстановления радиоизображения, современная аппаратура позволяет фиксировать распределение поля, фазу и амплитуду, в цифровом виде. Но, как и прежде, актуальным остается вопрос восстановления качественного радиоизображения.

Одной из основных трудностей подповерхностной радиоголографии [94]. является дифракционное искажение радиоизображения и его зависимость от

взаимного расположения объекта, голографической приемной решетки и облучателя. Это обстоятельство, разбирающееся в параграфе 4.3 и проявляющееся при работе радара как при работе в свободном пространстве. так и в режиме интроскопа, существенно затрудняет обнаружение и идентификацию лоцируемого объекта. Искажение радиоизображения объясняется целым рядом принципиальных и технических обстоятельств: большая длина волны по сравнению с характерными размерами объекта, ограниченная апертура приемной антенны, интерференционные эффекты, несовершенство алгоритмов восстановления (высокий уровень боковых лепестков, плохое разрешение по глубине, неучет поляризационных эффектов, и.т.д.).

В параграфе 4.4 развит аналитический аппарат и численный алгоритм, позволяющий качественно объяснить и количественно описать механизм формирования радиоизображения сложного объекта в реальных условиях эксперимента. Показано, что определяющую роль в искажении радиоизображения играет потеря значительной части информации о форме объекта, содержащейся в угловом спектре рассеянного им излучения. Дана количественная оценка спектрального окна голографического радара, указаны пути повышения разрешающей способности прибора.

Для уяснения качественной картины формирования радиоизображения протяженных объектов и поиска физически обоснованной методики распознавания объектов голографическим радаром ближнего поля в параграфе 4.5 была проведена серия экспериментов с прототипом подповерхностного радара и планарным тест-объектом, выполнено их численное моделирование и теоретический анализ.

4.2. Разрешающая способность при обращении волнового фронта

Рассмотрим скалярную модель голографии. Известно, что волновое поле $A(\vec{r})$, удовлетворяющее уравнению Гемгольца $\Delta A + k^2 A = 0$, вне некоторой окрестности источника может быть рассчитано с помощью формулы Грина по известному распределению поля и его производной на ее границе:

$$A(\vec{r}) = \iint_{\Sigma} \left(A(\vec{\rho}) \frac{\partial G(R)}{\partial \vec{n}} - \frac{\partial A(\vec{\rho})}{\partial \vec{n}} G(R) \right) d\sigma \tag{4.1}$$

Здесь $G(R) = \dfrac{e^{ikR}}{4\pi R}$ – функция Грина, k – волновое число, $R = |\vec{\rho} - \vec{r}|$, $\vec{r}$ – точка наблюдения, $\vec{\rho}$ – вектор, пробегающий по поверхности интегрирования Σ, а $\vec{n}$ – внешняя нормаль к ней. Формула Грина дает точное продолжение поля вне области и ноль внутри нее.

Задача голографии, требует не продолжения поля во внешность области, а наоборот – его восстановления, т.е. нахождения поля внутри области с источниками рассеянного излучения. Для осуществления этой цели, естественно было бы применять аналог формулы Грина, только с сопряженной функцией $G^*(R) = \dfrac{e^{-ikR}}{4\pi R}$, что соответствует «обращению времени»:

$$B(\vec{r}) = \iint_{\Sigma} \left(A(\vec{\rho}) \frac{\partial G^*(R)}{\partial \vec{n}} - \frac{\partial A(\vec{\rho})}{\partial \vec{n}} G^*(R) \right) d\sigma \tag{4.2}$$

Следуя [93], мы будем в дальнейшем называть ее формулой «анти-Грина» – в отличие от классической формулы (4.1). Тут же возникает вопрос о верности такого подхода, такую проверку легко провести на примере точечного источника. Рассмотрим область V, ограниченную поверхностью S и захватывающую точечный источник $A(\vec{\rho}) = A(\rho) = \dfrac{e^{ik\rho}}{\rho}$, далее $\rho = |\vec{\rho}|$ и $r = |\vec{r}|$. Известно, что

переход от поверхностного интегрирования (4.2) к интегрированию по объему возможно провести только для регулярных функций $A(\vec{r})$ и $G(\vec{r})$. В нашем случае такой переход может быть проведен, если из области V удалить два шара Ω_0 и Ω произвольно малого радиуса ε, таких что $\rho<\varepsilon$ и $\left|\vec{\rho}-\vec{r}\right|<\varepsilon$ соответственно, смотри Рис. 4.1:

$$\iint\limits_{\Sigma+\sigma_0+\sigma}\left(A(\rho)\frac{\partial G^*(R)}{\partial\vec{n}}-\frac{\partial A(\rho)}{\partial\vec{n}}G^*(R)\right)d\sigma=\iiint\limits_{V-\Omega_0-\Omega}\left(A(\rho)\Delta G^*(R)-G^*(R)\Delta A(\rho)\right)dV=0 \qquad (4.3)$$

Это выражение равно нулю в силу уравнения Гемгольца, т.к. $A(\vec{r})\Delta G^*(R)=G^*(R)\Delta A(\vec{r})=k^2A(\vec{r})G^*(R)$. Отсюда формула «анти-Грина» (4.2) переходит в поверхностный интеграл

$$B(\vec{r})=\iint\limits_{\sigma_0+\sigma}\left(A(\rho)\frac{\partial G^*(R)}{\partial\vec{\nu}}-\frac{\partial A(\rho)}{\partial\vec{\nu}}G^*(R)\right)d\sigma \qquad (4.4)$$

где $\vec{\nu}$ – внешняя нормаль к сферическим поверхностям σ_0 и σ, ограничивающим Ω_0 и Ω соответственно.

Вычисление интеграла (4.4) легко произвести при стягивании сферических поверхностей интегрирования к нулю. При этом удобно производить вычисления раздельно для поверхности σ и σ_0; для последней поверхности ρ и R также пометим индексом “0”, смотри Рис. 4.1.

На поверхности σ имеем $B_\sigma(\vec{r})=\iint\limits_{\sigma}\left(A(\rho)\frac{\partial G^*(R)}{\partial\vec{\nu}}-\frac{\partial A(\rho)}{\partial\vec{\nu}}G^*(R)\right)d\sigma\underset{R\to0}{\approx}$ $\approx A(r)\iint\limits_{\sigma}\frac{\partial G^*(R)}{\partial\vec{\nu}}d\sigma$. После перехода к сферическим координатам $\vec{R}=(R\sin\theta\cos\varphi,\,R\sin\theta\sin\varphi,\,R\cos\theta)$, $d\sigma=R^2\sin\theta\,d\theta\,d\varphi$ и вычисления производной $\frac{\partial G^*(R)}{\partial\vec{\nu}}=\frac{\partial G^*(R)}{\partial R}=-\frac{e^{-ikR}}{4\pi R}\left(ik+\frac{1}{R}\right)$ получим:

$$A(\vec{r})\iint\limits_{\sigma}\frac{\partial G^*(R)}{\partial\vec{\nu}}d\sigma=-A(\vec{r})\frac{R^2}{4\pi}\int\limits_0^{\pi}\sin\theta\,d\theta\int\limits_0^{2\pi}\frac{e^{-ikR}}{R^2}d\varphi=A(\vec{r})e^{-ikR}\underset{R\to0}{\to}-\frac{e^{ikr}}{r} \qquad (4.5)$$

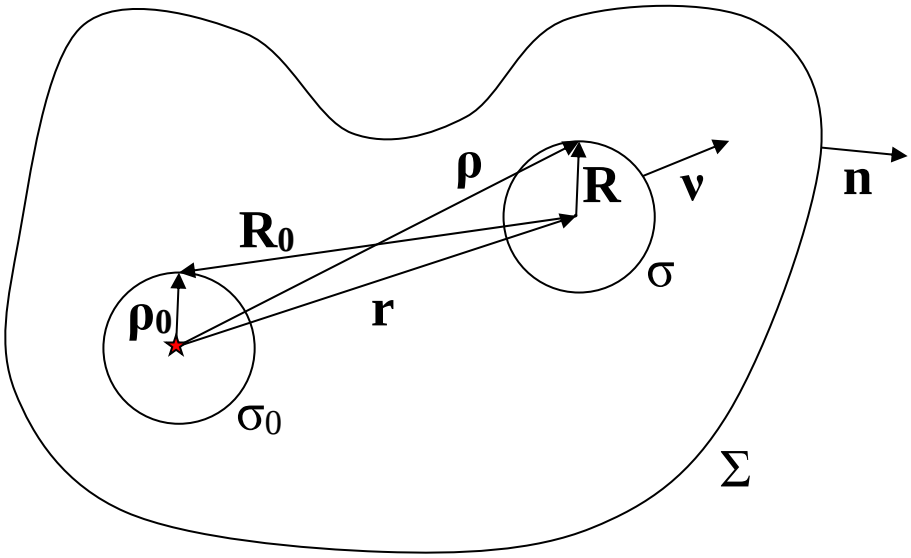


Рис. 4.1. Геометрическое изображение схемы расчета обращенного скалярного поля, снятого на границе замкнутой области

На поверхности σ_0 для малых ρ_0, где $\vec{\rho}_0 = (\rho_0 \sin\vartheta \cos\varphi,\ \rho_0 \sin\vartheta \sin\varphi,\ \rho_0 \cos\vartheta)$, производная $\dfrac{\partial G^*(R_0)}{\partial \vec{\nu}} = \dfrac{\partial G^*(R_0)}{\partial \rho_0} =$ $= -\dfrac{e^{-ikR}}{4\pi R}\left(ik + \dfrac{1}{R_0}\right)\dfrac{dR_0}{d\rho_0}$ уступает по порядку малости производной $\dfrac{\partial A(\rho_0)}{\partial \vec{\nu}} = \dfrac{\partial A(\rho_0)}{\partial \rho_0} = \dfrac{e^{ik\rho_0}}{4\pi\rho_0}\left(ik - \dfrac{1}{\rho_0}\right) \underset{\rho_0 \to 0}{\approx} -\dfrac{1}{\rho_0^{\,2}}$. Отсюда

$$B_{\sigma_0}(\vec{r}) = \iint\limits_{\sigma_0}\left(A(\rho_0)\frac{\partial G^*(R_0)}{\partial \vec{\nu}} - \frac{\partial A(\rho_0)}{\partial \vec{\nu}} G^*(R_0)\right) d\sigma \underset{\rho_0 \to 0}{\approx} \int\limits_0^{\pi} \sin\vartheta\, d\varphi \int\limits_0^{2\pi} \frac{e^{-ikr}}{4\pi r} d\varphi = \frac{e^{-ikr}}{r} \quad (4.6)$$

Подставляя в формулу (4.4) вычисленные интегралы (4.5) (4.6), получаем

$$B(\vec{r}) = B_{\sigma}(\vec{r}) + B_{\sigma_0}(\vec{r}) = \frac{e^{-ikr} - e^{ikr}}{r} = \frac{2\sin kr}{ir} \quad (4.7)$$

Сопоставляя полученный ответ (4.7) с формулой «анти-Грина» можно видеть, что «обращение» волнового поля по формуле (4.2) в общем случае не является тождественным. Вместо монотонно убывающей амплитуды поля точечного источника $A(\vec{r}) = \dfrac{e^{ikr}}{r}$ в области V мы получим при его обращении по формуле (4.2)

осциллирующее выражение $B(\vec{r}) = \dfrac{2\sin kr}{ir}$ с характерной шириной максимума («фокального пятна») равной $\dfrac{2\pi}{k}$.

Для анализа методов восстановления СВЧ-голографии представляет интерес применение формулы (4.2) к поверхности Σ_A представляющей собой неограниченную плоскость. Рассмотрим восстановление точечного источника в точке $\vec{r}_0$ по значениям поля, снятым на плоскости $z = 0$ см Рис. 4.2, что соответствует неограниченной апертуре голографического радара.

Обозначим суперпозицию вкладов в восстановленное поле по формуле (4.2): от поверхности $\Sigma_A : \left\{ z = 0,\ x^2 + y^2 \le \Omega^2 \right\}$ – как B_A, а от поверхности полусферы $\Sigma : \left\{ z > 0,\ x^2 + y^2 + z^2 = \Omega^2 \right\}$ – как B_Σ. Оценка последнего вклада B_Σ при устремлении радиуса Ω к бесконечности позволит из результата (4.7) найти вклад B_A – обращенное от плоскости поле точечного источника. Без потери общности

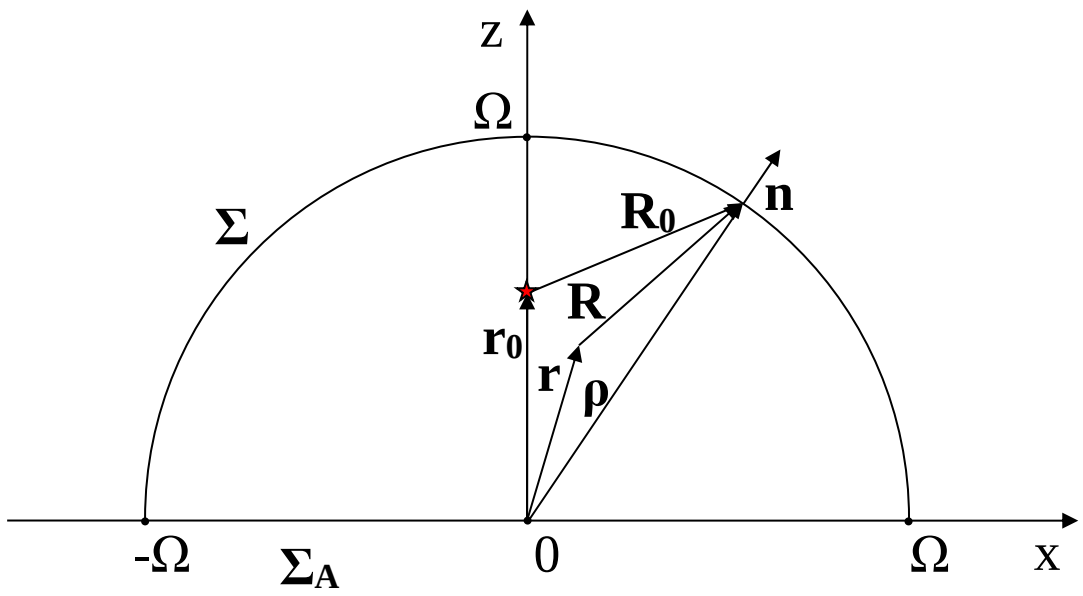


Рис. 4.2. Геометрическое изображение параметров для расчета обращенного скалярного поля, снятого на неограниченной плоскости

точечный источник можно разместить в точке $\vec{r}_0$ лежащей на оси z декартовой системы координат, $|\vec{r}_0| = z_0$. Здесь, как и прежде, точка наблюдения обозначена символом $\vec{r}$, а вектор, пробегающий по поверхности интегрирования – $\vec{\rho}$. Наконец, $R = |\vec{\rho} - \vec{r}|$ и $R_0 = |\vec{\rho} - \vec{r}_0|$. Если теперь перейти к сферическим координатам $\vec{\rho} = (\rho \sin\chi \cos\psi, \rho \sin\chi \sin\psi, \rho \cos\chi)$, $\vec{r} = (r \sin\vartheta \cos\varphi, r \sin\vartheta \sin\varphi, r \cos\vartheta)$, $\vec{r}_0 = (0, 0, r_0)$, будем иметь при $\rho \to \infty$: $R \approx \rho - r\left[\sin\chi \sin\vartheta \cos(\psi - \varphi) + \cos\chi \cos\vartheta\right]$, $R_0 \approx \rho - r_0 \cos\chi$, $\dfrac{\partial A(\vec{\rho})}{\partial \vec{n}} = \dfrac{\partial A(\rho)}{\partial \rho} \underset{\rho\to\infty}{\approx} \dfrac{ik}{R_0} e^{ikR_0}$, $\dfrac{\partial G^*(R)}{\partial \vec{n}} = \dfrac{\partial G^*(R)}{\partial \rho} \underset{\rho\to\infty}{\approx} \dfrac{ik}{R} e^{-ikR}$, а формула для восстановленного поля сведется к двойному интегралу

$$B_\Sigma = -\frac{2ik}{4\pi} \int_0^{\pi/2} \sin\chi d\chi \int_0^{2\pi} e^{ik(R_0 - R)} d\psi, \tag{4.8}$$

где $R_0 - R = r \sin\chi \sin\vartheta \cos(\psi - \varphi) + \cos\chi (r \cos\vartheta - r_0)$. Если ввести обозначения $r_z = r \cos\vartheta$ и $\xi = r \sin\vartheta$ и воспользоваться интегральным представлением функции Бесселя , то (4.8) примет вид

$$B_\Sigma = -ik \int_0^{\pi/2} \sin\chi e^{ik(r_z - r_0)\cos\chi} J_0(k\xi \sin\chi) d\chi \tag{4.9}$$

Формулу (4.9) можно переписать в более удобном для анализа виде, воспользовавшись свойствами функции Бесселя и учтя табличный определенный интеграл $\int_0^{\pi/2} \sin\chi \cos\left(k\alpha \cos\chi\right) J_0(k\beta \sin\chi) d\chi = \dfrac{\sin(k\sqrt{\alpha^2 + \beta^2})}{k\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$, см. [95], тогда

$$B_\Sigma = \frac{\sin(k|\vec{r} - \vec{r}_0|)}{i|\vec{r} - \vec{r}_0|} + k \int_\theta^{\pi/2} J_1(k|\vec{r} - \vec{r}_0| \sin\vartheta) d\vartheta, \tag{4.10}$$

где θ – угол между осью z и вектором точки наблюдения $\vec{r} - \vec{r}_0$. Обращенное поле от неограниченной плоской апертуры есть

$$B_A = B - B_\Sigma = \frac{\sin(k|\vec{r} - \vec{r}_0|)}{i|\vec{r} - \vec{r}_0|} - k \int_\theta^{\pi/2} J_1(k|\vec{r} - \vec{r}_0| \sin\vartheta) d\vartheta. \tag{4.11}$$

Наиболее наглядный вид формула (4.11) принимает для параллельной и ортогональной конфигураций векторов $\vec{r}_0$ и $\vec{r}-\vec{r}_0$:

$$\theta=\frac{\pi}{2}: \quad B_A=\frac{\sin(k|\vec{r}-\vec{r}_0|)}{i|\vec{r}-\vec{r}_0|},$$

$$\theta=0: \quad B_A=\frac{\sin(k|\vec{r}-\vec{r}_0|)}{i|\vec{r}-\vec{r}_0|}-\sqrt{\frac{\pi k}{2r}}H_{1/2}(k|\vec{r}-\vec{r}_0|)=\frac{e^{-ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}-1}{|\vec{r}-\vec{r}_0|}, \tag{4.12}$$

$$\theta=\pi: \quad B_A=\frac{1-e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r}-\vec{r}_0|}.$$

Как следует из (4.12) размер восстановленного источника при обращении поля от плоской неограниченной апертуры все также определяется характерной шириной максимума («фокального пятна») равной $\frac{2\pi}{k}$.

4.3. Эксперимент и моделирование

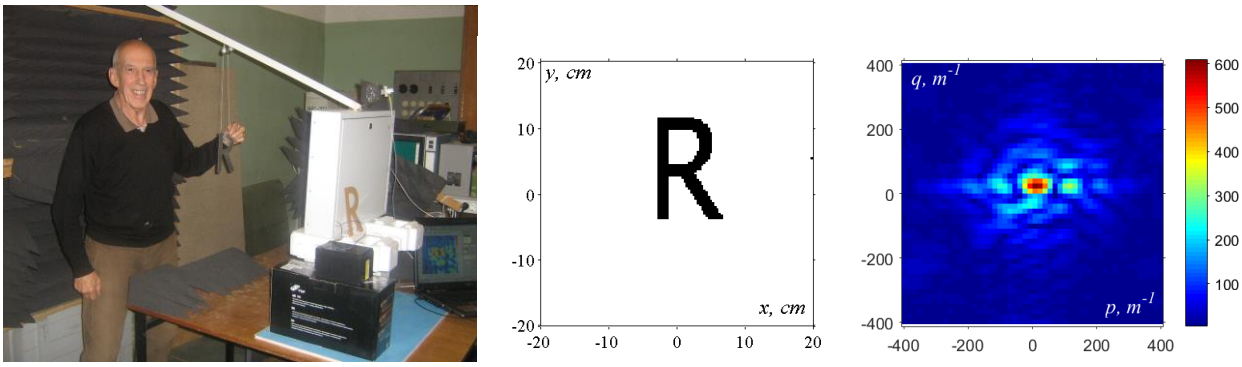
Схема установки, реализованной в ИЗМИРАН для экспериментов по СВЧ-голографическому зондированию, показана на Рис. 4.3а. Приемник представляет собой 16×16- элементную антенную решетку с апертурой $2a\times2b = 39\times36$ *см*. В качестве источника излучения предусмотрено использование рупорной или планарной антенны с характерной частотой генератора монохроматического сигнала порядка 10 *ГГц*, рабочая частота была выбрана исходя из компромисса между глубинной зондирования и допустимой разрешающей способностью. Излученная волна распространяется до отражающих объектов, рассеивается назад и регистрируется приемными элементами антенной решетки. Первичные данные амплитудно-фазового распределения электромагнитного поля (радиоголограммы) передаются на компьютер для дальнейшей обработки.

В качестве тест-объекта сложной формы был использован металлический трафарет латинской буквы «R» размером 10×15 *см*, Рис. 4.3б. В серии опытов

регистрировалось радиоизображение объекта, свободно подвешенного на фоне пирамидального радиопоглощающего покрытия – Рис. 4.3а. В ряде опытов была использована его картонная копия, также показанная на Рис. 4.3а, дающая в свободном пространстве радиоизображение близкое к результатам металлического трафарета. В простейшем варианте обращения волнового фронта экспериментальное восстановление радиоизображения объекта было реализовано по формуле «анти-Кирхгофа» – малоугловом приближении формулы «анти-Грина» (4.2):

$$B(\vec{r}) \approx -2ik \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x_0, y_0) G^*(R_0) dx_0 dy_0. \qquad (4.13)$$

Здесь (x_0, y_0) – прямоугольные декартовы координаты начало которых находится в центре апертуры в плоскости $z = 0$, $R_0 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2}$. Действительно, если источник излучения или рассеиватель находится достаточно далеко и прямо перед апертурой, можно положить $\frac{\partial A(x_0, y_0)}{\partial \vec{n}} \approx -ikA(x_0, y_0)$. Кроме того, при малом угле зрения $(|x_0, y_0| \ll z)$ и при $kR_0 \gg 1$ имеем $\frac{z}{R_0} \approx 1$, $\frac{\partial G^*(R_0)}{\partial \vec{n}} \approx ikG^*(R_0)$ что и приводит к указанной приближенной формуле (4.13).



(а) (б) (в)

Рис. 4.3. (а) Экспериментальная установка; (б) фронтальный вид тест-объекта в сравнении с апертурой антенной решетки, (в) пространственный спектр тест-объекта

Экспериментальные результаты – радиоизображения тест-объекта, расположенного на расстоянии $l = 35\,см$ от приемной антенной решетки, для различных позиций облучателя приведены в левой колонке Рис. 4.4. Облучение на частоте $10\,ГГц$ осуществлялось рупорной антенной, располагавшейся по периметру блока приемной решетки в точках (x^*, y^*, z^*), указанных в подписи к рисунку.

Численное моделирование осуществлялось в приближении физической оптики. Для простоты в качестве падающей волны бралась плоская монохроматическая волна

$$E_0(x,y,z) = \exp\left[ik\left(x\sin\alpha_0 + y\sin\beta_0 + (z-l)\sqrt{1-\sin^2\alpha_0 - \sin^2\beta_0}\right)\right], \qquad (4.14)$$

создающая в плоскости объекта $(x = \xi, y = \eta, z = l)$ амплитудно-фазовое распределение поля, зависящее от направления волнового вектора от излучателя в центр тест-объекта. Умножая его на коэффициент отражения $f(\xi,\eta)$ и подставляя в интеграл Кирхгофа

$$B(\vec{r}) \approx -2ik\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} A(\xi,\eta)G(R)d\xi d\eta,\ \ R = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2} \qquad (4.15)$$

получаем приближенное представление рассеянной объектом волны $E_s(x,y,z)$ с учетом геометрооптических и дифракционных эффектов. Для плоского металлического трафарета коэффициент отражения $f(\xi,\eta)$ постоянен и равен минус единице на поверхности трафарета и нулю вне его (заданием переменного комплексного коэффициента отражения эта модель легко обобщается на объемные рассеиватели и диэлектрические объекты – см. [96]). Вычисляя интеграл Кирхгофа (4.15) на апертуре приемника $|x_0| < a, |y_0| < b, z = 0,$ получаем «радиоголограмму» $h(x_0, y_0) = E_s(x_0, y_0, 0)$ – амплитудно-фазовый портрет рассеянного объектом поля. Математическое обращение рассеянной волны по формуле «анти-Кирхгофа» (4.13) дает приближенное описание отраженного волнового поля в окрестности лоцируемого объекта. По идее радиоголографии, в плоскости $z = l$ его амплитуда

должна быть пропорциональна пространственному распределению коэффициента отражения, тем самым выявляя форму и положение объекта.

Результаты численного моделирования – амплитудное распределение обратной волны в плоскости объекта для соответствующих позиций облучателя приведены во второй колонке Рис. 4.4. Видно удовлетворительное соответствие экспериментальных и теоретических радиоизображений, что указывает на применимость кирхгофовской теории дифракции для качественного описания процесса рассеяния и построения радиоизображения в интересующем нас диапазоне параметров (длина волны, апертура антенной решетки, глубина зондирования). Вместе с тем, соответствие радиоизображений форме тест-объекта никак нельзя назвать удовлетворительным. Для объяснения плохого качества экспериментальных радарных образов привлекаются различные соображения: большая длина волны по сравнению с размерами интересующих объектов (в противоположность оптической голографии), резонансное возбуждение стоячих волн тока в протяженных металлических объектах, высокий уровень боковых лепестков прямоугольной антенной решетки, грубость обработки сигнала и неучет поляризационных эффектов в алгоритме кирхгофовской миграции. Однако, при всей справедливости этих суждений, эксперименты и их теоретический анализ показывают, что для типичных объектов в рассматриваемом диапазоне параметров определяющее влияние на качество радиоизображения оказывают условия засветки, то есть взаимное расположение объекта, облучателя и приемной антенной решетки.

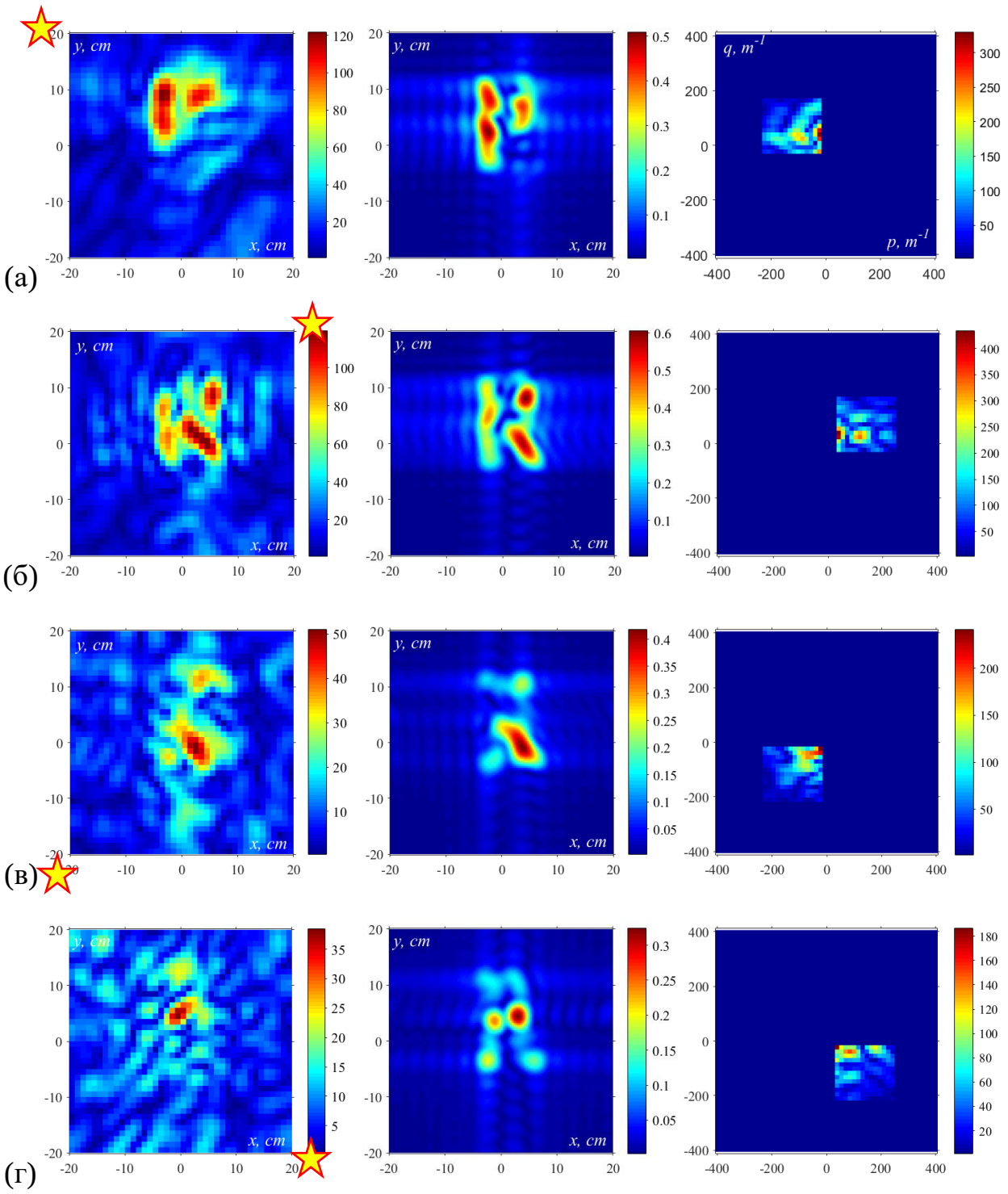


Рис. 4.4. Первая колонка – экспериментальное радиоизображение тест-объекта на расстоянии $z = 35$ *см* при различных положениях облучателя (x^*, y^*, z^*), условно отмечных звездочками: (а) слева-сверху $(-30, 15, -5)$ *см*; (б) справа-сверху $(30, 15, -5)$ *см*; (в) слева-снизу $(-30, -15, -5)$ *см*; (г) справа-снизу $(30, -15, -5)$ *см*.

Вторая колонка – численное моделирование при засветке плоской волной с направлений: (а) $(\mathrm{tg}\,\alpha_0, \mathrm{tg}\,\beta_0) = (30/35,\ -10/35)$; (б) $(\mathrm{tg}\,\alpha_0, \mathrm{tg}\,\beta_0) = (-30/35,\ -10/35)$; (в) $(\mathrm{tg}\,\alpha_0, \mathrm{tg}\,\beta_0) = (30/35,\ 25/35)$; (г) $(\mathrm{tg}\,\alpha_0, \mathrm{tg}\,\beta_0) = (-30/35,\ 25/35)$.

Третья колонка – пространственный спектр, попадающий в спектральное окно антенной решетки для соответствующих случаев численного моделирования (обсуждается в следующем параграфе)

4.4. Спектральная теория формирования радиоизображения

Хорошее соответствие экспериментальных и теоретических результатов, изложенных в предыдущем параграфе 4.3, позволяет аналитически описать весь процесс регистрации рассеянного поля и построения радиоизображения объекта.

Согласно теории Френеля-Кирхгофа [97], волновое поле, рассеянное плоским отражающим объектом, освещенным плоской волной $E_0(x,y,z)=\exp\left[ik\left(x\sin\alpha_0+y\sin\beta_0+(z-\ell)\sqrt{1-\sin^2\alpha_0-\sin^2\beta_0}\right)\right]$, имеет вид:

$$E(x,y,z)=\frac{k}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{ikR}}{R}E(\xi,\eta,\ell)d\xi d\eta \tag{4.16}$$

где $E(\xi,\eta,\ell)=f(\xi,\eta)\exp\left[ik(x\sin\alpha_0+y\sin\beta_0\right]$, а $f(\xi,\eta)$ – коэффициент отражения. Для упрощения выкладок воспользуемся малоугловым приближением:

$$R=\sqrt{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+(\ell-z)^2}\approx\ell-z+\frac{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2}{2(\ell-z)} \tag{4.17}$$

«Радиоголограмма» – амплитудно-фазовое распределение рассеянного поля, зарегистрированное на апертуре приемной антенны $z=0,\ |x_0|<a,\ |y_0|<b$, имеет вид

$$h(x_0,y_0)\equiv E(x_0,y_0,0)=e^{ik\ell}\frac{k}{2\pi i\ell}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}E(x,y,\ell)e^{ik\frac{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2}{2\ell}}d\xi d\eta \tag{4.18}$$

Восстановление радиообраза объекта проводится по формуле «анти-Кирхгофа»:

$$E_s(\xi,\eta,\ell)=\frac{k}{2\pi i}\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}h(x_0,y_0)\frac{e^{-ikR_0}}{R_0}dx_0dy_0 \tag{4.19}$$

где $R_0=\sqrt{(\xi-x_0)^2+(\eta-y_0)^2+\ell^2}\approx\ell+\dfrac{(\xi-x_0)^2+(\eta-y_0)^2}{2\ell}$.

Подставляя в этот интеграл приведенные выше выражения и меняя порядок интегрирования, имеем

$$g(x,y)=\frac{k^2}{4\pi^2\ell^2}e^{-ik\frac{x^2+y^2}{2\ell}}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(\xi,\eta)e^{i\left(\frac{\xi^2+\eta^2}{2\ell}+p_0\xi+q_0\eta\right)}d\xi d\eta\cdot \int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}e^{i\frac{k}{\ell}[(x-\xi)x_0+(y-\eta)y_0]}dx_0dy_0 \tag{4.20}$$

где $g(x,y)=E_r(x,y,\ell),\ p_0=k\sin\alpha_0,\ q_0=k\sin\beta_0$.

Внутренний интеграл вычисляется в элементарных функциях. Полагая $\mu=\frac{ka}{\ell},\ \nu=\frac{kb}{\ell},\quad \tilde{f}(\xi,\eta)=f(\xi,\eta)e^{ik\frac{\xi^2+\eta^2}{2\ell}},\ \tilde{g}(x,y)=g(x,y)e^{ik\frac{x^2+y^2}{2\ell}}$, получим

$$\tilde{g}(x,y)=\frac{1}{\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{f}(\xi,\eta)e^{i(p_0\xi+q_0\eta)}\frac{\sin\mu(\xi-x)}{\xi-x}\cdot\frac{\sin\nu(\eta-y)}{\eta-y}d\xi d\eta \tag{4.21}$$

Эта формула в явном виде представляет преобразование планарного объекта $f(\xi,\eta)$ в его радиоизображение $g(\xi,\eta)$ при заданных параметрах антенны, глубине зондирования и направлении падающей волны. Введение модифицированных функций $\tilde{f}(\xi,\eta)$ и $\tilde{g}(\xi,\eta)$ учитывает кривизну волнового фронта элементарной сферической волны, распространяющейся из плоскости объекта к антенной решетке.

Для искомой функции $f(\xi,\eta)$ это соотношение является интегральным уравнением – двумерным аналогом известного уравнения Бейтмена [98]. Его решение находится с помощью преобразования Фурье. Обозначим через $\tilde{F}(p,q)$ и $\tilde{G}(p,q)$ пространственный спектр модифицированного объекта $\tilde{f}(\xi,\eta)$ и модифицированного радиоизображения $\tilde{g}(\xi,\eta)$:

$$\tilde{F}(p,q)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{f}(x,y)e^{-i(px+qy)}dxdy,\quad \tilde{G}(p,q)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{g}(x,y)e^{-i(px+qy)}dxdy \tag{4.22}$$

Фигурирующий в уравнении Бейтмена интеграл свертки преобразуется в произведение образов подынтегральных функций:

$$\tilde{G}(p,q)=\frac{1}{\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i(px+qy)}dxdy\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{f}(\xi,\eta)e^{i(p_0\xi+q_0\eta)}\frac{\sin\mu(x-\xi)}{x-\xi}\cdot\frac{\sin\nu(y-\eta)}{y-\eta}d\xi d\eta$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{f}(\xi,\eta)e^{-i[(p-p_0)\xi+(q-q_0)\eta]}d\xi\, d\eta\cdot\int_{-\infty}^{\infty}e^{ipx}\frac{\sin\mu x}{\pi x}dx\cdot\int_{-\infty}^{\infty}e^{iqy}\frac{\sin\nu y}{\pi y}dy \qquad (4.23)$$

Первый сомножитель – это сдвинутый спектр искомой функции $\tilde{f}(x,y)$, а два других интеграла вычисляются в явном виде [95] и дают ступенчатые функции

$$\Pi_\mu(p)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{ipx}\frac{\sin\mu x}{x}dx=\begin{cases}1, & |p|<\mu\\ 0, & |p|>\mu\end{cases}$$
$$\Pi_\nu(q)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{iqy}\frac{\sin\nu y}{y}dy=\begin{cases}1, & |q|<\nu\\ 0, & |q|>\nu\end{cases}. \qquad (4.24)$$

Таким образом,

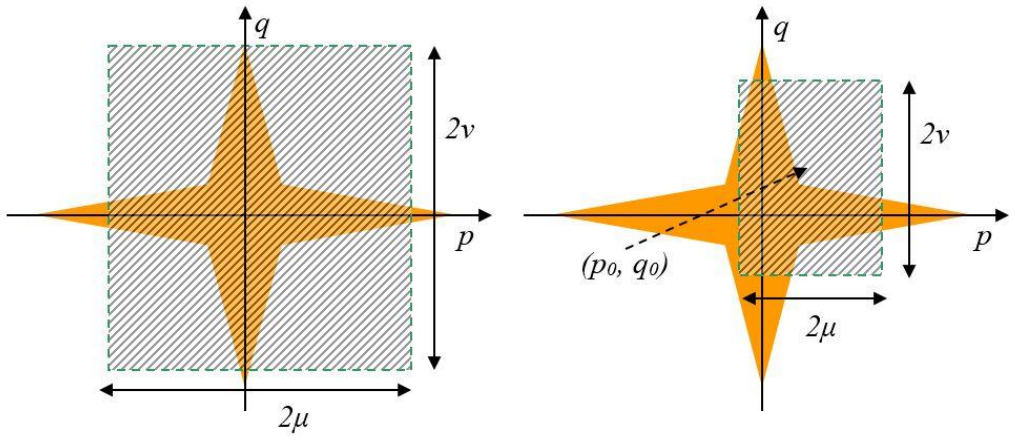
$$\tilde{G}(p,q)=\tilde{F}(p-p_0,q-q_0)\cdot\Pi_\mu(p)\cdot\Pi_\nu(q) \qquad (4.25)$$

т.е. пространственный спектр модифицированного радиоизображения $\tilde{g}(x,y)$ равен $\tilde{F}(p+p_0,q+q_0)$ внутри прямоугольника $|p|<\mu$, $|q|<\nu$ и нулю вне его.

Спектральный подход объясняет особенности экспериментальных и численных результатов и позволяет выбрать параметры задачи для получения качественного радиоизображения. Мы видим, что при заданной длине волны $\lambda=\frac{2\pi}{k}$, размерах антенной решетки (a,b) и глубине зондирования ℓ, определяющих параметры $\mu=\frac{ka}{\ell}$ и $\nu=\frac{kb}{\ell}$, радиоголограмма отображает участок пространственного спектра объекта $\tilde{F}(p,q)$, зависящий от волнового вектора падающей волны и ширины спектрального окна $\Pi_{\mu,\nu}(p,q)=\Pi_\mu(p)\Pi_\nu(q)$:

$$p_0-\mu<p<p_0+\mu,\ q_0-\nu<q<q_0+\nu. \qquad (10)$$

Если значимая часть пространственного спектра попадает в спектральное окно прибора $\Pi_{\mu,\nu}(p,q)$, как это схематически изображено на Рис. 4.5а, можно рассчитывать на хорошее качество радиоизображения, в противном случае (Рис. 4.5б) следует ожидать сильного искажения формы объекта.



(а) (б)

Рис. 4.5. Схематическое изображение модифицированного пространственного спектра объекта и спектральное окно приемной антенны (заштрихованный прямоугольник)

Полученный результат имеет ясную физическую интерпретацию. Пространственный спектр тест-объекта, зависящий от его размера и формы, с учетом соотношения $p = k\sin\alpha,\ q = k\sin\beta$ определяет угловой спектр рассеянного излучения. Сдвиг $p \to p + p_0,\ q \to q + q_0$, где $p_0 = k\sin\alpha,\ q_0 = k\sin\beta$ определяется углом падения первичной плоской волны. В геометрооптическом приближении угловой спектр отраженной волны просто повторяет пространственный спектр коэффициента отражения; переход к модифицированному спектру

$$\tilde{F}(p,q) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\exp\left[i\left(k\frac{x^2+y^2}{2\ell} + px + qy\right)\right]dxdy \qquad (4.26)$$

учитывает дифракционные эффекты.

С практической точки зрения рецепт получения качественного радиоизображения очевиден: основная часть рассеянного объектом излучения должна попадать в апертуру приемной решетки и не слишком искажаться дифракционными эффектами. Проделанный анализ превращает эти качественные соображения в количественные оценки. На его основе можно не только заранее оценить качество радиоизображения, но и предложить физически обоснованный способ его улучшения путем когерентного многоракурсного зондирования, покрывающего весь значимый пространственный спектр лоцируемого объекта – Рис. 4.6.

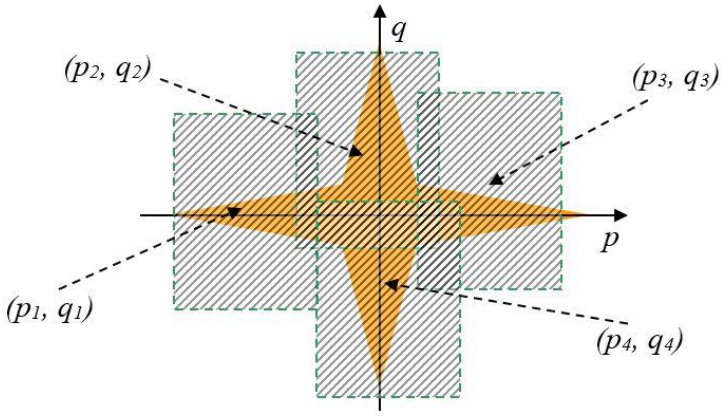


Рис. 4.6. Схема когерентной многоракурсной голографической локации

4.5. Численное моделирование

Для иллюстрации этого подхода рассмотрим со спектральной точки зрения пример предыдущего параграфа. Пространственный спектр тест-объекта, рассчитанный с помощью стандартной программы быстрого преобразования Фурье, представлен на Рис. 4.3в. Радиоизображения тест-объекта, полученные спектральным методом эквивалентны изображениям, рассчитанным с помощью интеграла «анти-Киргхофа» и приведённым в центральной колонке Рис. 4.4. Здесь, конечно, возможны некоторые различия, но они могут возникать только при неполным соответствием моделей (плоская падающая волна вместо сферической, конечное число элементов приемной решетки, погрешности дискретизации).

Сравнение результатов Рис. 4.4 с Рис. 4.3 делает очевидным, что искажение радиопортрета связано с потерей значительной части углового спектра рассеянной объектом волны. В соответствии с изложенной теорией, когерентное сложение приведенных выше радарограмм должно существенно улучшить изображение. Рис. 4.7 подтверждает эту гипотезу. А то, что синтезированное радиоизображение еще содержит много артефактов, объясняется тем, что спектральный «пазл», показанный в левой части рисунка, имеет большую лакуну в центральной части спектра.

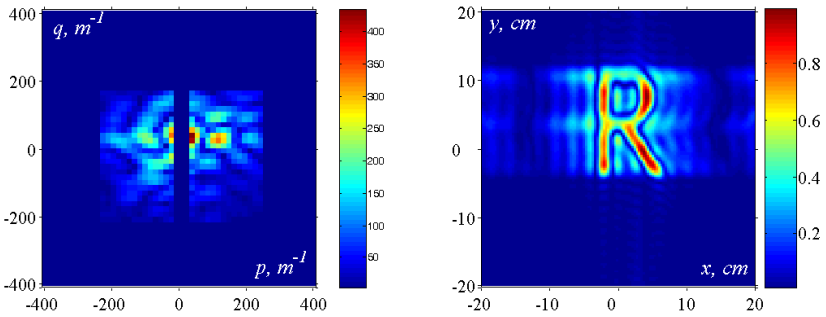


Рис. 4.7. Восстановленный пространственный спектр модифицированного объекта и результат когерентного сложения радиообразов Рис. 4.4

Чтобы улучшить качество изображения, требуются дополнительные измерения или изменение позиции приемной антенны. Это иллюстрируется следующей серией рисунков. На Рис. 4.8 представлены расчетные радиоизображения того же тест-объекта, удаленного от антенной решетки на расстояние $50\,см$. За счет некоторого изменения схемы облучения (облучение с середины сторон контура приемной решетки) теперь основная часть углового спектра рассеянного излучения попадает в синтезированную апертуру приемника из-за уменьшения углов падения первичной волны. В результате, хотя отдельные изображения по-прежнему плохо передают форму объекта и даже более размыты из-за увеличения дифракционных эффектов, качество когерентного синтезированного «радиопортрета» – Рис. 4.9 вполне удовлетворительно с практической точки зрения.

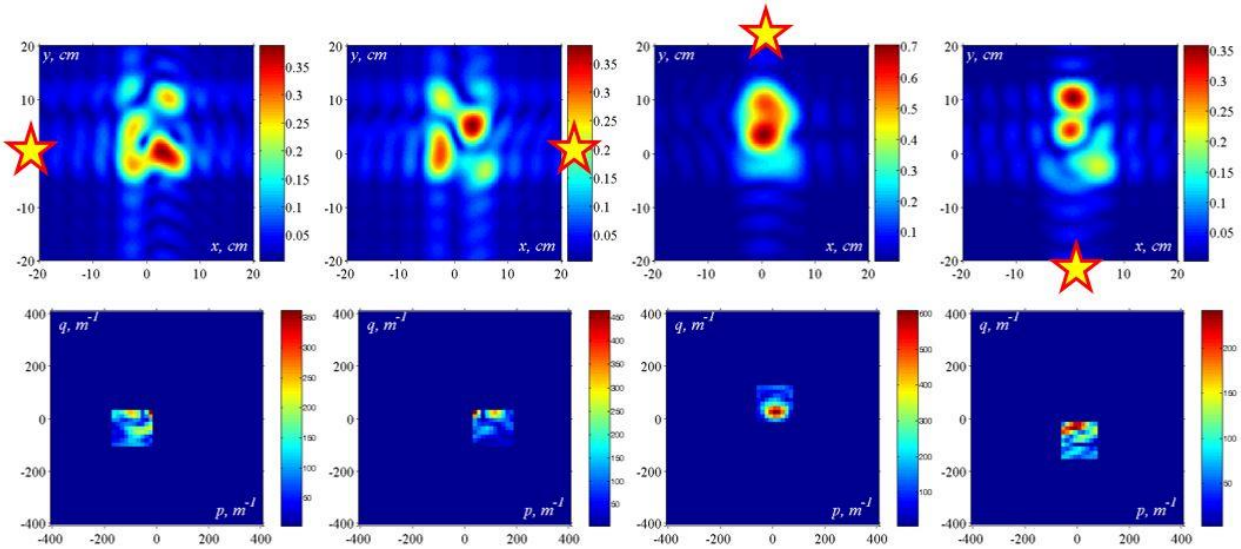


Рис. 4.8. Верхний ряд – радиоизображения тест-объекта при засветке плоской волной с различных направлений. (а) слева: $(\mathrm{tg}\,\alpha_0, \mathrm{tg}\,\beta_0) = (30/50,\ 10/50)$; (б) справа: $(\mathrm{tg}\,\alpha_0, \mathrm{tg}\,\beta_0) = (-30/50,\ 10/50)$; (в) сверху: $(\mathrm{tg}\,\alpha_0, \mathrm{tg}\,\beta_0) = (0, -10/50)$; (г) снизу: $(\mathrm{tg}\,\alpha_0, \mathrm{tg}\,\beta_0) = (0, 25/50)$. Правая колонка - часть пространственного спектра, попадающая в спектральное окно антенной решетки при $\ell = 50\ см$

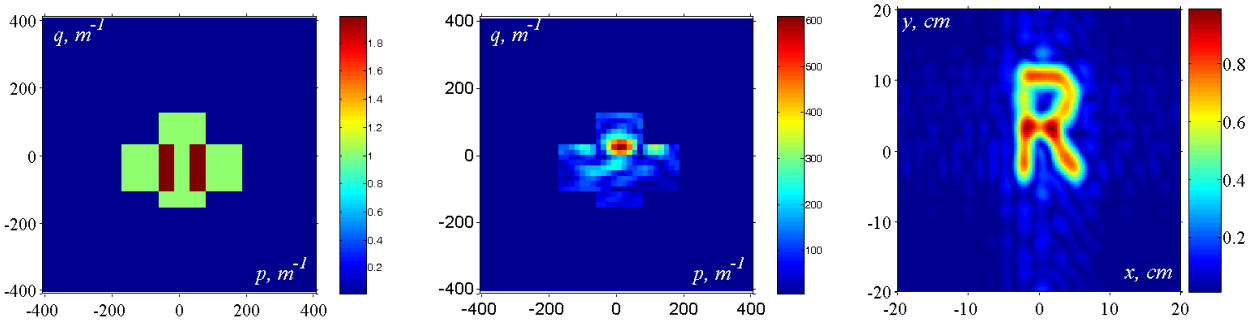


Рис. 4.9. Синтезированная карта покрытия спектра, результирующий пространственный спектр и результат когерентного сложения радиообразов Рис. 4.8

4.6. Выводы

Проведенная серия экспериментов с планарным тест-объектом и их теоретический анализ проясняют одну из проблем микроволновой голографии – крупнозернистую спекл-структуру радиоизображения затрудняющую идентификацию объекта. Численное моделирование подтверждает применимость классической теории дифракции Френеля-Кирхгофа для физической

интерпретация экспериментальных радиоизображений. Развитый в наших работах спектральный подход объясняет все основные особенности их формирования, позволяет выбрать оптимальные условия облучения объекта и открывает путь к существенному улучшению качества радиоизображения путем когерентного многоракурсного зондирования.

Глава 5. Особенности СВЧ голографии в подповерхностной среде

5.1. Введение

В этой главе рассматриваются реальные эксперименты по визуализации скрытых в среде объектов посредством подповерхностной голографии и возникающие в связи с этим трудности. Как говорилось в прошлой главе, работы по радиоголографии начались еще в 70-е годы прошлого столетия, тем не менее ни возросшие возможности измерительной электроники, ни современный вычислительный потенциал не привели к полному решению этой задачи. Конечно, можно отметить недавний значительный успех, достигнутый при решении задачи наблюдения в радиодиапазоне за движущимися объектами, находящимися в закрытой комнате («видения сквозь стену») [99]. Наша же работа была направлена на другую практически важную проблему – интроскопию, визуализацию особенностей подповерхностной среды и контрастных объектов, находящихся в ней («внутренний осмотр стены»). При решении данной проблемы возникает ряд основных трудностей, которые необходимо преодолеть: 1) неблагоприятное ограничивающее соотношение между длиной волны, размерами объекта, глубиной зондирования, размерами апертуры приемной антенной решетки; 2) значительное ослабление электромагнитной волны в подповерхностной среде; и 3) сильный маскирующий эффект отражений от границы раздела сред. Эти проблемы частично снимаются посредством сканирования поверхности материала с помощью совмещенного микроволнового приемопередатчика [39; 100]. Однако, такой метод значительно замедляет и усложняет процесс подповерхностного радиовидения и имеет существенные ограничения в практическом использовании, в отличие от развиваемого нами подхода с использованием многоэлементной приемной решетки, находящейся на некотором расстоянии от исследуемой материальной

среды (близкое направление исследований независимо развивается в ряде зарубежных работ – см., например, [101]). Восстановление рассеивающего объекта обычно выполняется простым математическим обращением фронта волны, подобно тому, как это было изложено в предыдущей главе для случая объекта, находящегося в свободном пространстве. В данной главе в разделе 5.2 приведено обобщение развитой выше спектральной теорию формирования изображения в СВЧ голографии на случай объектов, помещенных внутрь плоско-слоистой неоднородной среды. В разделе 5.3 рассмотрен аналитический расчет диаграммы направленности планарной патч-антенны, используемой в реальных лабораторных экспериментах. Влияние реального источника и учета наличия материальной среды в разработанных алгоритмах восстановления радиоизображения обсуждается в части 5.4. В разделе 5.5 приводятся экспериментальные примеры по восстановлению радиоизображений, а также даются эффективные методы по устранению отражения от границы материальной среды, маскирующего радиоизображение подповерхностных объектов.

5.2. Модификация спектральной теории

Анализ, изложенный в главе 4.4, может быть обобщен на случай планарного электрически контрастного объекта, помещенного в слоисто-неоднородную диэлектрическую подповерхностную среду с медленно меняющимся показателем преломления $n(z)=\sqrt{\varepsilon(z)}, \quad z>z_0$. В параксиальном приближении падающая волна имеет вид

$$E(x,y,z)\approx\begin{cases} e^{ikz}u_0(x,y,z)+Ve^{ik(2z_0-z)}u_r(x,y,z), & z<z_0 \\ W\,u_t(x,y,z)\exp(z_0+ik\int n(z)\,dz), & z>z_0 \end{cases} \tag{5.1}$$

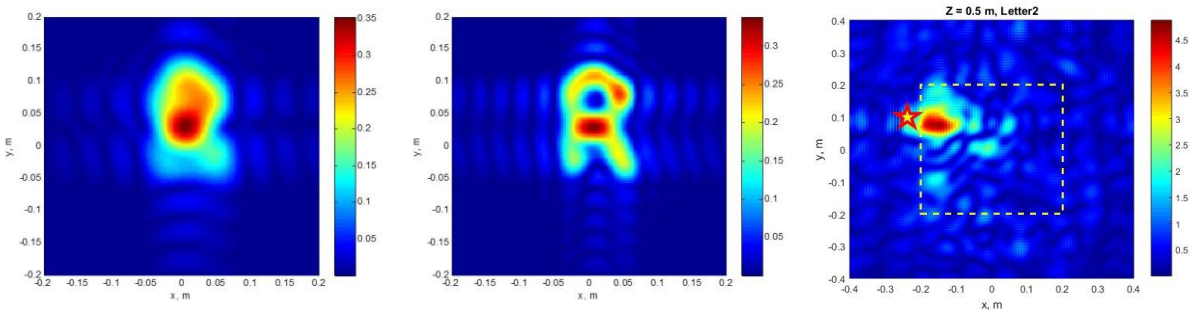
где коэффициенты отражения и прохождения даются формулами Френеля, а медленно меняющиеся амплитуды распространяющихся волн $u_0(x,y,z)$ и $u_t(x,y,z)$ удовлетворяют параболическим уравнениям

$$
\begin{aligned}
&2ik\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0, \quad 0<z<z_0 \\
&ik\left[2n(z)\frac{\partial u}{\partial z}+n'(z)u\right]+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0, \quad z>z_0
\end{aligned}
\tag{5.2}
$$

Волны, отраженные на границе раздела и рассеянные скрытым в среде объектом, удовлетворяют комплексно-сопряженным параболическим уравнениям. Для решения параболических уравнений используем преобразование Фурье. В случае однородного диэлектрического полупространства: $n(z)=\sqrt{\varepsilon(z)}=\begin{cases}1, & 0<z<z_0\\ n, & z>z_0\end{cases}$ формулы обращения волнового фронта сходны с теми, что получаются для случая свободного пространства – мы только должны учесть изменение фазовой скорости, рефракцию и отражение волн на границе раздела: $V\approx\frac{1-n}{1+n}$, $W\approx\frac{2}{1+n}$. В нашей модели оператор, связывающий радиоизображение $\tilde{g}(x,y)$ с формой подповерхностного объекта $\tilde{f}(x,y)$ имеет вид

$$
\tilde{G}(p,q)=\frac{2}{n+1}\tilde{F}(p-p_0,q-q_0)\Pi_{\mu,\nu}(p,q)+\tilde{G}_{ref}(p,q) \tag{5.3}
$$

почти тождественный случаю свободного пространства (4.25), за исключением множителя $\frac{2}{n+1}$, последнего слагаемого $\tilde{G}_{ref}$, описывающего волну, отраженную границей раздела $z=z_0$, и модифицированного выражения френелевских чисел $\mu=\frac{ka}{L}$ и $\nu=\frac{kb}{L}$, содержащих $L=\frac{l-z_0}{n}+z_0$ – виртуальное расстояние, учитывающее рефракцию в материальной среде. Поскольку $n>1$, материальная среда уменьшает кажущееся расстояние и эффекты дифракции, что могло бы улучшить качество изображения – см. Рис. 5.1а,б. В действительности ситуация оказывается гораздо хуже из-за ослабления зондирующего сигнала в материальной среде и отражения на границе раздела, маскирующего слабый подповерхностныйсигнал – Рис. 5.1в.



(а) (б) (в)

Рис. 5.1. Рассчитанные изображения тест-объекта тест-объекта на расстоянии $l = 50\,см$ в свободном пространстве (а) и в материальной среде, $z_0 = 30\ см$, ε=9 (б); попытка экспериментального восстановления тест объекта, скрытого в материальной среде (в). Звездочкой и штриховой линией обозначены излучатель и апертура приемной решетки.

5.3. Диаграмма направленности планарного излучателя

Задача расчета характеристик излучения в подповерхностную среду возникает при проектировании и эксплуатации систем СВЧ-интроскопии. В подповерхностной радиоголографии знание диаграммы направленности необходимо для эффективной засветки подповерхностных объектов и корректного восстановления радиоголограммы. В одном из последних прототипов подповерхностного голографического радара в качестве излучателей используются четыре планарные патч-антенны, запитываемые через гибкий коаксиальный кабель. Такая конструкция позволяет в широких пределах варьировать положение излучателя в плоскости приемной антенной решетки и эффективно применять предложенные подходы синтезированной апертуры. В данном параграфе рассчитывается диаграмма излучения планарной антенны в диэлектрическое полупространство. Использование ряда приближений (резонансный режим возбуждения и малая толщина диэлектрической подложки антенны) позволяет получить элементарные формулы удобные для анализа условий эксперимента и интерпретации его результатов.

Используемая антенна представляет собой печатную схему, состоящую из прямоугольной металлической пластины размером $8{,}5$ на $15{,}0$ *мм* и металлической базы размером $55{,}8$ на $41{,}3$ *мм*, разделенных слоем диэлектрика с относительной проницаемостью $\varepsilon_1 \sim 3$ и толщиной $h = 1{,}7$ *мм*. Образующийся открытый диэлектрический резонатор запитывается микрополосковой линией шириной 2 *мм* (Рис. 5.2).

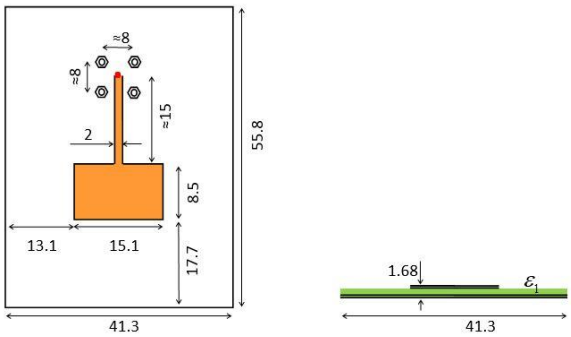


Рис. 5.2. Схема планарной антенны, использовавшейся в лабораторных экспериментах

Размеры пластины выбраны так, чтобы на рабочей частоте $f = 10$ *ГГц* возбуждалась низшая продольная мода диэлектрического резонатора: $L \approx \dfrac{\lambda}{2\sqrt{\varepsilon_1}} = \dfrac{c}{2f\sqrt{\varepsilon_1}}$.

Строгий расчет излучения такой планарной патч-антенны представляет довольно сложную электродинамическую задачу см., например, [102]. Однако для наших целей (оценка диаграммы направленности в зависимости от положения излучателя и свойств подповерхностной среды) достаточно приближенного рассмотрения основной резонансной моды прямоугольного диэлектрического резонатора без учета краевых эффектов.

Для решения уравнений Максвелла воспользуемся известными формулами электродинамики [44]:

$$\vec{E} = ik\vec{A} + \frac{i}{k\varepsilon}\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}$$
$$\vec{H} = \operatorname{rot}\vec{A} \tag{5.4}$$

Здесь $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – комплексные амплитуды гармонического электромагнитного поля $\left(\sim e^{-i\omega t}\right)$, $k = \omega/c$ – волновое число в свободном пространстве, $\vec{A}(x,y,z)$ – векторный потенциал, удовлетворяющий векторному волновому уравнению

$$\Delta\vec{A} + k^2\varepsilon\vec{A} = -\frac{4\pi}{c}\vec{I}(x,y)\delta(z-h) \tag{5.5}$$

Относительная диэлектрическая проницаемость ε в трех рассматриваемых средах равна $\varepsilon_0 = 1$ (воздух), $\varepsilon_1 \sim 3$ (антенна), $\varepsilon_2 \sim 10$ (подповерхностная среда) – см. Рис. 5.3.

Как известно [44], параллельные границам раздела компоненты (A_x, A_y) могут быть найдены независимо из скалярных уравнений Гельмгольца

$$\Delta A_x + k^2\varepsilon A_x = -\frac{4\pi}{c}I_x(x,y)\delta(z-h),$$
$$\Delta A_y + k^2\varepsilon A_y = -\frac{4\pi}{c}I_y(x,y)\delta(z-h) \tag{5.6}$$

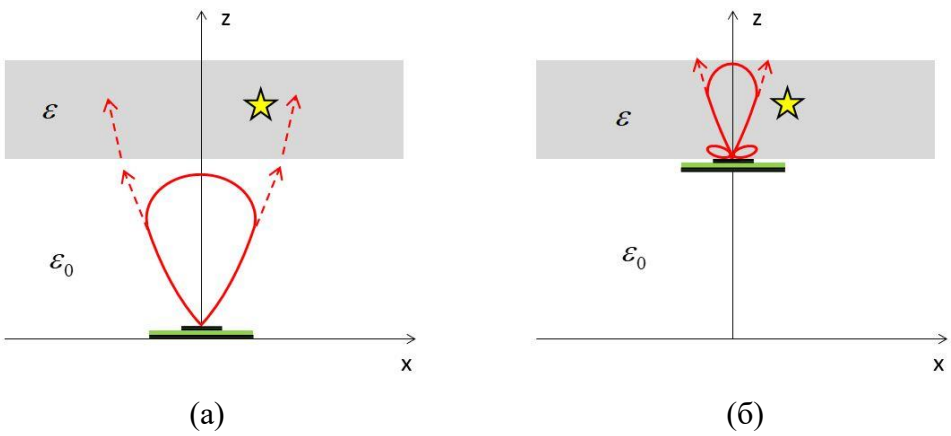


Рис. 5.3. Две схемы облучения подповерхностного объекта.
Звездой обозначен условный объект

Рассмотрим поле внутри резонатора $|x| < \frac{W}{2}$, $|y| < \frac{L}{2}$, $0 < z < h$. Учитывая малость толщины диэлектрика по сравнению с длиной волны $(kh << 1)$, имеем приближенное выражение для поперечных компонент вектор-потенциала

$$A_\perp(x,y,z) \equiv (A_x, A_y) \approx \frac{z}{h} a_\perp(x,y) \tag{5.7}$$

где двумерная вектор-функция $a_\perp(x,y) \equiv (a_x, a_y)$ удовлетворяет «укороченному» уравнению

$$\frac{\partial^2 a_\perp}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_\perp}{\partial y^2} + k^2 \varepsilon_1 a_\perp = 0 \tag{5.8}$$

Учитывая граничные условия при $z = h$:

$$\begin{aligned} &A_\perp(x,y,h+0) = A_\perp(x,y,h-0) \\ &\frac{\partial A_\perp}{\partial z}(x,y,h+0) - \frac{\partial A_\perp}{\partial z}(x,y,h-0) = -\frac{4\pi}{c} I_\perp(x,y) \end{aligned} \tag{5.9}$$

и линейный закон (5.7), получим краевую задачу для поля в области $z > h$ (воздух или подповерхностная среда, см. Рис. 5.3).

$$\begin{aligned} &(a)\ \Delta A_\perp + k^2 \varepsilon A_\perp = 0, && z > h \\ &(б)\ \frac{\partial A_\perp}{\partial z} - \frac{1}{h} A_\perp = -\frac{4\pi}{c} I_\perp(x,y), && z = h \end{aligned} \tag{5.10}$$

Очевидно, поверхностный ток $I_\perp(x,y) = (I_x, I_y)$ распределен только по площади антенны $|x| < W/2$, $|y| < L/2$, а вне ее при $z = h$ выполняется однородное граничное условие

$$(в)\ \frac{\partial A_\perp}{\partial z} - \frac{1}{h} A_\perp = 0, \quad z = h \tag{5.10}$$

Уравнение (5.10)а позволяет выразить вектор-потенциал через неизвестное распределение тока в антенне и получить для $I_\perp(x,y)$ интегральные уравнения, следующие из граничных условий (5.10)б, (5.10)в [46]. Но, поскольку $kh << 1$, оценку поля излучения можно упростить, пренебрегая первым членом в граничных условиях (5.10)б, (5.10)в, т.е. полагая

$$A_{\perp}(x,y,h) \equiv a_{\perp}(x,y) = \frac{4\pi h}{c} I_{\perp}(x,y) \tag{5.11}$$

Решение возникающей краевой задачи Дирихле хорошо известно:

$$A_{\perp}(x,y,z) = -\frac{2h}{c}\frac{\partial}{\partial z}\iint_{\mathrm{T}} I_{\perp}(\xi,\eta)\frac{e^{ikR\sqrt{\varepsilon}}}{R}d\xi d\eta \tag{5.12}$$

где $R = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-h)^2} \approx \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2}$.

Очевидно, ток $I_{\perp}(x,y) \equiv (I_x, I_y)$, а с ним приближенно и $a_{\perp}(x,y)$, удовлетворяет векторному уравнению (5.8) с граничным условием $(\vec{n}I_{\perp})\Big|_{\Gamma} = 0$, где Γ – граница излучающего элемента антенны (в нашем случае это $x = \pm W/2$, $y = \pm L/2$, но полученные формулы годятся для произвольной формы пластины «Т»). Система (5.8) может быть сведена к скалярному уравнению Гельмгольца подстановкой $a_{\perp} = \mathrm{grad}\,\Psi(x,y)$:

$$\begin{aligned} &\Delta_{\perp}\Psi + k^2\varepsilon_1\Psi = 0, \\ &\frac{\partial\Psi}{\partial n}\Big|_{\Gamma} = 0 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Нетривиальное решение этой краевой задачи возможно только при совпадении волнового числа $k = \omega/c$ с одним из собственных значений волнового оператора k_m. Именно так выбираются параметры резонансной патч-антенны для заданной длины волны [102]; (необходимо подчеркнуть, что краевая задача с дискретным спектром резонансных частот возникает из-за пренебрежения излучением в диэлектрическую подложку с краев пластины). В этом приближении ток в антенне пропорционален градиенту собственной функции задачи (5.13):

$$I_{\perp}(x,y) = \frac{c}{4\pi h}\mathrm{grad}\,\Psi_m(x,y) \tag{5.14}$$

Амплитуда тока ищется из условия возбуждения антенны: $E_z(x_0, y_0, h) = -V/h$, где $Ve^{-i\omega t}$ – напряжение, приложенное в точке (x_0, y_0). Тангенциальные и нормальная компоненты электрического поля находятся по формулам (5.4):

$$\begin{aligned} E_\perp\big|_{z=h} &= ika_\perp = ik\,\mathrm{grad}\Psi_m \\ E_z\big|_{z=h} &\approx \frac{i}{kh\varepsilon_1}\mathrm{div}a_\perp = \frac{k}{ih}\Psi_m \end{aligned} \tag{5.15}$$

Из последнего уравнения следует нормировка собственной функции: $\Psi_m(x_0, y_0) = V/ik$. Формулы (5.12)-(5.15) позволяют рассчитать собственные колебания и диаграмму излучения резонансной патч-антенны.

$$\begin{aligned} &\Psi(x, y) = \cos px \cdot \sin qy, \\ &p^2 + q^2 = k^2\varepsilon_1, \end{aligned} \tag{5.16}$$

где $p = \dfrac{2\pi m}{W}, \quad q = \dfrac{\pi}{L}(2n+1), \quad m, n = 0, 1, 2\ldots$

В нашем случае параметры антенны W, L, ε_1 выбраны так, что возбуждается первая вертикальная мода $\Psi_{00} = \sin\pi\dfrac{y}{L}$. Подставим компоненты тока в формулу (5.12) и перейдем в дальней зоне к диаграмме направленности:

$$A_\perp \equiv (A_x, A_y) \sim F_\perp(\theta, \phi)\frac{e^{ikR_0\sqrt{\varepsilon}}}{R_0} \tag{5.17}$$

где

$$\begin{aligned} &F_\perp(\theta, \phi) = \cos\theta\cos\phi\iint_{\mathrm{T}} I_\perp(\xi, \eta)e^{-ik(\xi\cos\theta\sin\phi + \eta\sin\theta)\sqrt{\varepsilon}}d\xi d\eta \\ &R_0 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad x = R_0\cos\theta\sin\phi, \quad y = R_0\sin\theta, \quad z = R_0\cos\theta\cos\phi \end{aligned} \tag{5.18}$$

В нашем случае $I_x = 0$, $I_y \sim \cos\pi\dfrac{y}{L}$, что приводит к элементарным формулам для диаграммы направленности:

$$A_x = 0, \quad A_y = M\,\mathrm{ctg}\phi \frac{\cos\left(\frac{kL\sqrt{\varepsilon}}{2}\sin\theta\right)\sin\left(\frac{kW\sqrt{\varepsilon}}{2}\cos\theta\sin\phi\right)}{\varepsilon_1 - \sin^2\theta} \tag{5.19}$$

Как следует из вышеизложенного, продольной компонентой A_z можно пренебречь. Переходя к компонентам электрического поля, имеем

$$\vec{E} = \left(0, ikA - \frac{1}{ik\varepsilon}\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}, 0\right) = \left(0, \frac{ik}{\varepsilon}A\cdot(\varepsilon - \sin^2\theta), 0\right). \tag{5.20}$$

откуда

$$E_y \sim \mathrm{ctg}\phi \frac{\varepsilon - \sin^2\theta}{\varepsilon_1 - \sin^2\theta}\cos\left(\frac{kL\sqrt{\varepsilon}}{2}\sin\theta\right)\sin\left(\frac{kW\sqrt{\varepsilon}}{2}\cos\theta\sin\phi\right) \tag{5.21}$$

Как видно из формулы (5.21), ширина и форма диаграммы направленности зависит как от параметров антенны L, W, ε_1, так и от схемы эксперимента. Если излучатель расположен на значительном (по сравнению с длиной волны $\lambda = 2\pi/k$) расстоянии от границы раздела (Рис. 5.3а) в формулу (5.21) следует подставить $\varepsilon = \varepsilon_0 = 1$, а в случае облучения подповерхностной среды прямо с границы раздела (Рис. 5.3б) следует положить $\varepsilon = \varepsilon_2 > 1$, что приводит к заметному сужению диаграммы направленности. Формула позволяет количественно описать этот эффект и выбрать конфигурацию эксперимента, обеспечивающую эффективное облучение интересующего подповерхностного объекта. Кроме того, полученные аналитические соотношения могут быть включены в алгоритм восстановления рассеивающего объекта для устранения пятнистой структуры радиоизображения.

На Рис. 5.4 показаны диаграммы излучения вертикальной компоненты электрического поля в плоскости (x, z) и (y, z) для реальных параметров планарной антенны: $L = 8{,}5$ *мм*, $W = 15{,}0$ *мм*, $\varepsilon_1 = 3$ и четырех значений диэлектрической проницаемости среды: $\varepsilon = 1; 9; 16$ и 25.

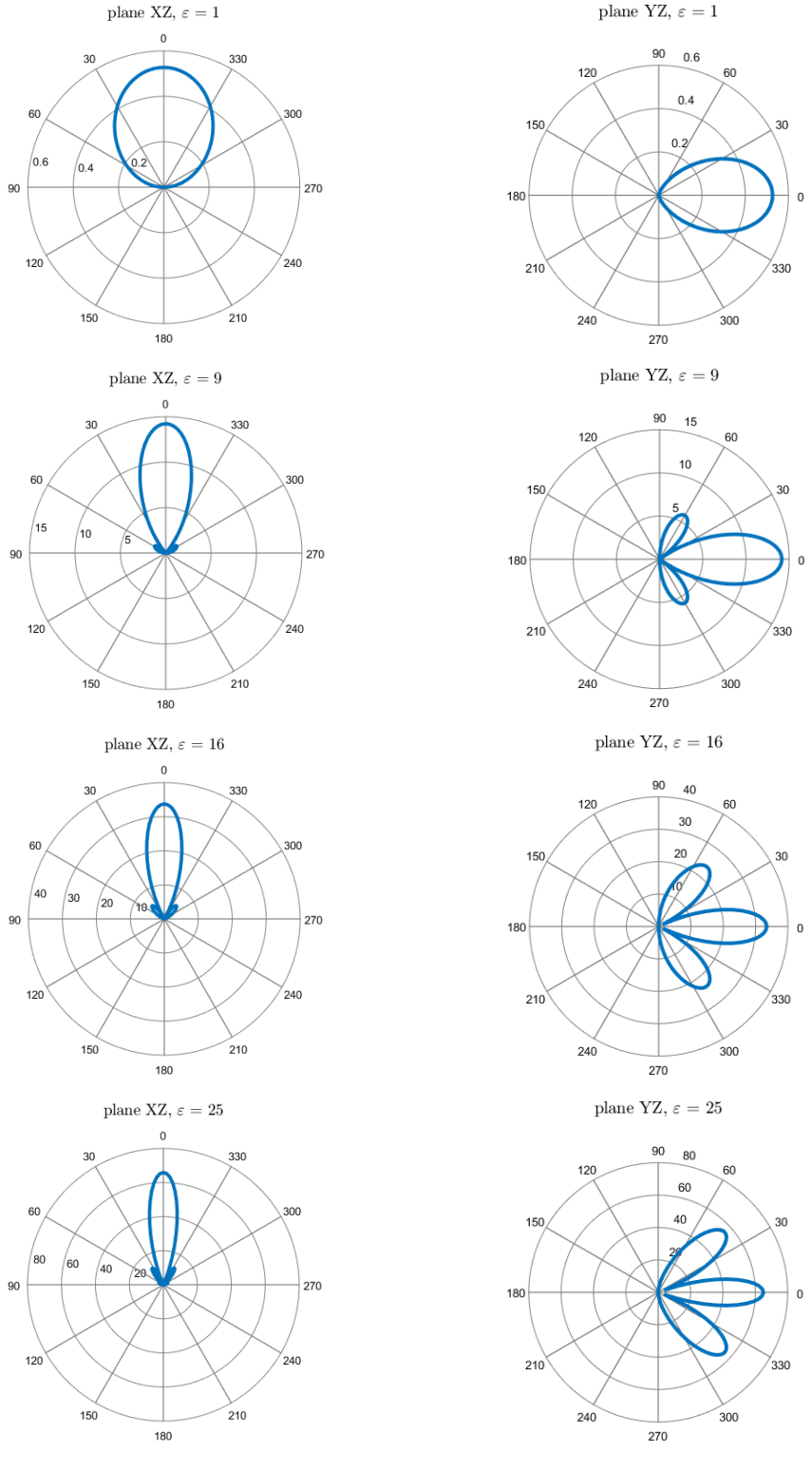


Рис. 5.4. Диаграмма излучения планарной антенны в воздухе (а) и направленной в диэлектрическую среду с $\varepsilon = 9$ (б), $\varepsilon = 16$ (в), $\varepsilon = 25$, (г). Первая и вторая колонка соответствуют горизонтальной и вертикальной проекции диаграммы направленности. Параметры антенны: L=8,5 *мм*, $W = 15$ *мм*, $\varepsilon_1 = 3$, рабочая частота 9,9 *МГц*

5.4. Влияние реального источника на восстановление радиоизображения

В этом разделе описывается разработка широкоугольного алгоритма восстановления подповерхностных объектов, учитывающего геометрию реального эксперимента, диаграмму направленности используемого резонансного микрополоскового излучателя и электрические свойства материальной среды. Геометрия эксперимента показана на Рис. 5.5.

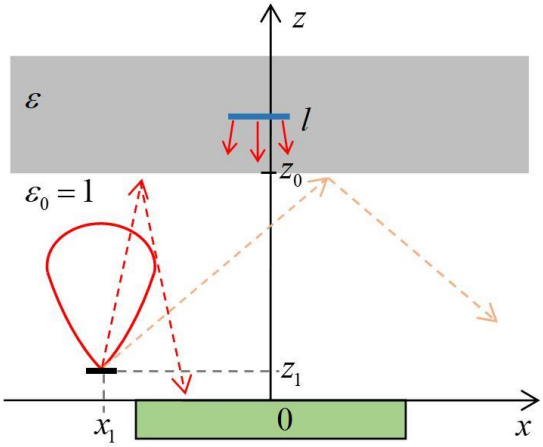
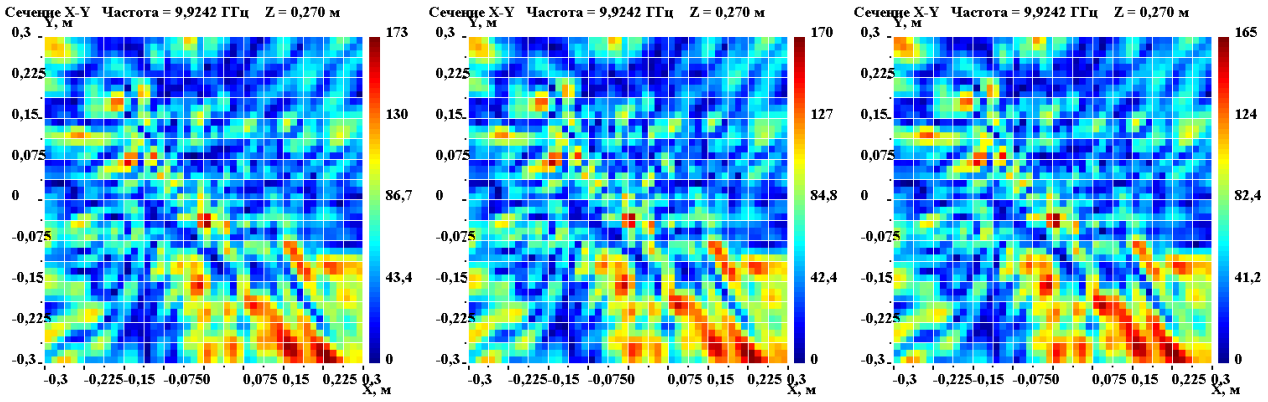


Рис. 5.5. Схема подповерхностного зондирования.

Приемная антенная решетка $|x| < a, |y| < b$ располагается в плоскости $z = 0$ параллельной границе раздела $z = z_0$. Планарная патч-антенна расположена в точке (x_1, y_1, z_1) и также параллельна границе раздела. В материальную среду, характеризующуюся диэлектрической проницаемостью ε, помещен электрически контрастный объект, который для простоты будем считать идеально отражающим, плоским и параллельным границе раздела. Как и ранее, форму объекта будем характеризовать ступенчатой функцией $f(x, y)$ равной единице внутри объекта и нулю вне его.

То, что знание характеристик излучения передающей антенны необходимо для надежного восстановления подповерхностного объекта, хорошо иллюстрируется серией экспериментальных СВЧ-голограмм, восстановленных

стандартным алгоритмом Кирхгофа. В качестве объекта использовались металлический стержень (кусок строительной арматуры) или плоский металлический трафарет буквы «R» размером 10×15 *см*, помещенный вертикально в ящик с песком толщиной 30 *см*. На Рис. 5.6а,б показаны их радиоизображения, полученные в одинаковых условиях при освещении планарным источником. Для контроля на Рис. 5.6в показана восстановленная голограмма «пустого» ящика с песком. Видно, что первичные изображения практически неотличимы, то есть слабый подповерхностный сигнал полностью маскируется внешним «шумом».



(а) (б) (в)

Рис. 5.6. Голограммы, восстановленные алгоритмом Кирхгофа: вертикальный стержень в песке (а), плоский трафарет в песке (б); ящик с песком без объектов (в).
Засветка слева-сверху – координаты источника: $(x_1 = -23\ см,\ y_1 = 13\ см,\ z_1 = 0\ см)$

Основной вклад в помеху вносит отражение первичной волны от границы раздела. Ниже выводится аналитическое выражение для отраженной волны и указывается практический способ ее компенсации в алгоритмах восстановления объекта.

Как показано в предыдущем разделе 5.3, в условиях резонанса можно исходить из заданного стороннего тока на обкладках планарной антенны $I_\perp(x,y) = (I_x, I_y)$, а электромагнитное поле удобно выразить через вектор-потенциал $\vec{A}(x,y,z)$, формулы (5.4).

В свободном пространстве его поперечные компоненты $A_\perp = (A_x, A_y)$ даются формулой Грина

$$A_{\perp}(x,y,z)=\frac{2h}{c}\iint_{\mathrm{T}} I_{\perp}(\xi,\eta)\frac{e^{ikR}}{R}d\xi\, d\eta \tag{5.22}$$

где T – апертура излучающего элемента планарной антенны $|\xi - x_1| < W/2$, $|\eta - y_1| < H/2$, h – толщина диэлектрической подложки, а $R=\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-z_1)^2}$. При наличии границы раздела формула (5.22) неприменима, так как не учитывает отраженной волны. В этом случае поперечные компоненты вектор-потенциала будем искать в форме преобразования Фурье

$$A_{\perp}(x,y,z)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{A}_{\perp}(p,q,z)e^{i(px+qy)}dpdq \tag{5.23}$$

где пространственный спектр $\tilde{A}_{\perp}(p,q,z)$ удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2\tilde{A}_{\perp}}{\partial z^2}+\left(k^2\varepsilon-p^2-q^2\right)\tilde{A}_{\perp}=0,\\ \varepsilon(z)=\begin{cases}\varepsilon_0=1, & 0<z<z_0\\ \varepsilon>1, & z>z_0\end{cases}\end{gathered} \tag{5.24}$$

В области $z_1<z<z_0$ решение уравнения (5.24) имеет вид

$$\tilde{A}_{\perp}(p,q,z)=C_{\perp}^{1}(p,q)e^{i(z-z_1)s_0}+C_{\perp}^{r}(p,q)e^{i(z_0-z)S_0} \tag{5.25}$$

где $s_0(p,q)=\sqrt{k^2-p^2-q^2}$. Коэффициент $C_{\perp}^{1}(p,q)$, определяющий амплитуду первичной волны, в силу предыдущего анализа равен

$$C_{\perp}^{1}(p,q)=\frac{4\pi h}{c}\exp[-i\,(px_1+qy_1)]\tilde{I}_{\perp}(p,q) \tag{5.26}$$

а коэффициент отражения $C_{\perp}^{r}(p,q)$ находится из условия непрерывности тангенциальных компонент электромагнитного поля на границе $z=z_0$ (здесь в первом приближении мы не учитываем волны, рассеянной подповерхностным объектом). Из непрерывности $E_{\perp}$ и $H_{\perp}$ следует, что $A_{\perp}$ и $\frac{\partial A_{\perp}}{\partial z}$ также непрерывны, откуда находим

$$C_{\perp}^{r} = \frac{s_0 - s}{s_0 + s} e^{i(z_0 - z_1)s_0} C_{\perp}^{1}$$
$$C_{\perp}^{t} = \frac{2s_0}{s_0 + s} e^{i(z_0 - z_1)s_0} C_{\perp}^{1} \tag{5.27}$$

где $s(p,q) = \sqrt{k^2\varepsilon - p^2 - q^2}$, $C_{\perp}^{r}(p,q)$ – амплитуда волны, отраженной от границы раздела $z = z_0$, а $C_{\perp}^{t}(p,q)$ – амплитуда волны, прошедшей в материальную среду.

В принятой модели планарного рассеивателя амплитуда отраженной волны легко находится из закона отражения. Полагая при $z_0 < z < l$

$$A_{\perp}(p,q,z) = C_{\perp}^{t}(p,q)e^{i(z-z_0)s} + C_{\perp}^{s}(p,q)e^{i(l-z)s} \tag{5.28}$$

где $C_{\perp}^{s}(p,q)$ – амплитуда волны, рассеянной отражающим объектом в плоскости $z = l$, находим ее из условия обращения в нуль тангенциальной компоненты электрического поля. Как следует из (5.4), для выполнения условия $E_{\perp}(x,y,\ell) = 0$ достаточно потребовать $A_{\perp} = 0,\ \operatorname{div}\vec{A} = 0$, откуда, в частности, следует

$$C_{\perp}^{s}(p,q) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \exp[\,i\,s'(l\ - z_0)]C_{\perp}^{t}\left(p',q'\right)F\left(p-p',q-q'\right)dp'dq' \tag{5.29}$$

Здесь через

$$F(p,q) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(px+qy)} f(x,y)dxdy \tag{5.30}$$

обозначен пространственный спектр характеристической функции $f(x,y)$, которая и является объектом подповерхностного зондирования.

Переход рассеянного объектом излучения через границу раздела $z = z_0$ описывается аналогично формулам (5.27). Сшивая выражения

$$\tilde{A}_{\perp}(p,q,z) = \begin{cases} C_{\perp}^{s}e^{i(\ell-z)s} + C_{\perp}^{sr}e^{i(z-z_0)s}, & z > z_0 \\ C_{\perp}^{st}e^{i(z_0-z)s_0}, & z < 0 \end{cases} \tag{5.31}$$

при $z = z_0$, находим амплитуду рассеянной волны, вышедшей в свободное пространство:

$$C_{\perp}^{st}(p,q) = \frac{2s}{s+s_0} e^{i(\ell-z_0)s} C_{\perp}^{s}(p,q) \tag{5.32}$$

Фурье-образ суммарной волны, возвращающейся от границы раздела имеет вид

$$\tilde{A}_{\perp}(p,q,z)=\left[C_{\perp}^{r}(p,q)+C_{\perp}^{st}(p,q)\right]e^{i(z_0-z)s_0} \tag{5.33}$$

Ее распределение в апертуре приемной антенны $(x,y)\in A,\ z=0$ мы называем СВЧ-голограммой:

$$\begin{aligned}&\Theta_{\perp}(x,y)=A_{\perp}(x,y,0)\cdot\Pi_{ab}(x,y)=\\&=\Pi_{ab}(x,y)\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}e^{i(px+qy+z_0s_0)}\left[C_{\perp}^{r}(p,q)+C_{\perp}^{st}(p,q)\right]dpdq\end{aligned} \tag{5.34}$$

где $\Pi_{ab}(x,y)$ – ступенчатая функция равная единице в прямоугольнике $|x|<a,\ \ |y|<b$ и нулю вне его. В ней, очевидно, содержится информация об источнике излучения, подповерхностном объекте и окружающей его материальной среде. Для ее анализа рассмотрим отдельно два слагаемых, соответствующих отраженной от границы раздела волне и волне, рассеянной подповерхностным объектом.

Начнем с отраженной волны. Ее пространственный спектр имеет вид

$$\begin{aligned}&\tilde{\Theta}_{\perp}^{r}(p,q)=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}C_{\perp}^{r}(p',q')e^{iz_0s_0'}dp'dq'\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}e^{i[(p'-p)x+(q'-q)y]}dxdy=\\&=\frac{4h}{\pi c}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{s_0'-s'}{s_0'+s'}e^{i\left(s_0'z_1^*-p'x_1-q'y_1\right)}\tilde{I}_{\perp}(p',q')\cdot\frac{\sin(p'-p)a}{p'-q}\cdot\frac{\sin(q'-q)b}{q'-q}dp'dq'\end{aligned} \tag{5.35}$$

где функция

$$\tilde{I}_{\perp}(p,q)\equiv(I_x,I_y)=\frac{1}{4\pi^2}\iint_{\mathrm{T}}e^{-i(px+qy)}I_{\perp}(x,y)dxdy \tag{5.36}$$

– Фурье-образ тока в излучающей пластине антенны, а множители перед ней учитывают коэффициент отражения от границы раздела и положение мнимого источника $(x_1,y_1,\ z_1^*=2z_0-z_1)$.

В задаче подповерхностного зондирования эта составляющая голограммы является помехой и должна быть, по возможности, скомпенсирована или отделена от полезного сигнала. В то же время, ее анализ позволяет определить характеристики излучателя и волны, «освещающей» подповерхностную среду. Для

этого воспользуемся центральной идеей СВЧ-голографии – математическим обращением волнового фронта и фокусировкой обращенного волнового поля в окрестности мнимого источника. Обозначим восстановленное из голограммы волновое поле символом $\Omega_\perp(x,y,z)$. Очевидно, пространственный спектр рассматриваемой «отраженной» компоненты имеет вид

$$\tilde{\Omega}^r_\perp(p,q,z) = \tilde{\Theta}^r_\perp(p,q)e^{-is_0 z} \tag{5.37}$$

и мы можем ожидать ее фокусировки в окрестности мнимого источника (x_1, y_1, z_1^*). В соответствии с этим изучим «радиоизображение» источника $\Omega^r_\perp(x,y,z_1^*)$ и его пространственный спектр:

$$\begin{aligned}\tilde{\Omega}^r_\perp(p,q,z_1^*) = \frac{4h}{\pi c}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{s_0'-s'}{s_0'+s'}\tilde{I}_\perp(p',q')e^{i\left[(s_0'-s_0)z_1^*-p'x_1-q'y_1\right]}\cdot \\ \cdot\frac{\sin(p'-p)a}{p'-p}\cdot\frac{\sin(q'-q)b}{q'-q}dp'dq'\end{aligned} \tag{5.38}$$

В подынтегральном выражении имеются быстро осциллирующие слагаемые – экспонента и кардинальные синусы. По сравнению с ними первые два сомножителя могут считаться медленно меняющимися функциями. Действительно, коэффициент отражения – алгебраическая функция $\frac{s_0'-s'}{s_0'+s_0'} = \frac{\sqrt{k^2-p'^2-q'^2}-\sqrt{k^2\varepsilon-p'^2-q'^2}}{\sqrt{k^2-p'^2-q'^2}+\sqrt{k^2\varepsilon-p'^2-q'^2}}$, а спектр резонансного тока в патч-антенне $I_\perp = (I_x, I_y)$ где $I_x \equiv 0,\ I_y = \begin{cases}\cos\frac{\pi}{H}y, & |x|<W, \quad |y|<H \\ 0, & |x|>W, \quad |y|>H\end{cases}$, имеет вид

$$\tilde{I}_y(p,q) = \frac{2H}{\pi}\frac{\sin\frac{p}{2}W\cdot\cos\frac{q}{2}H}{p(\pi^2-q^2H^2)} \tag{5.39}$$

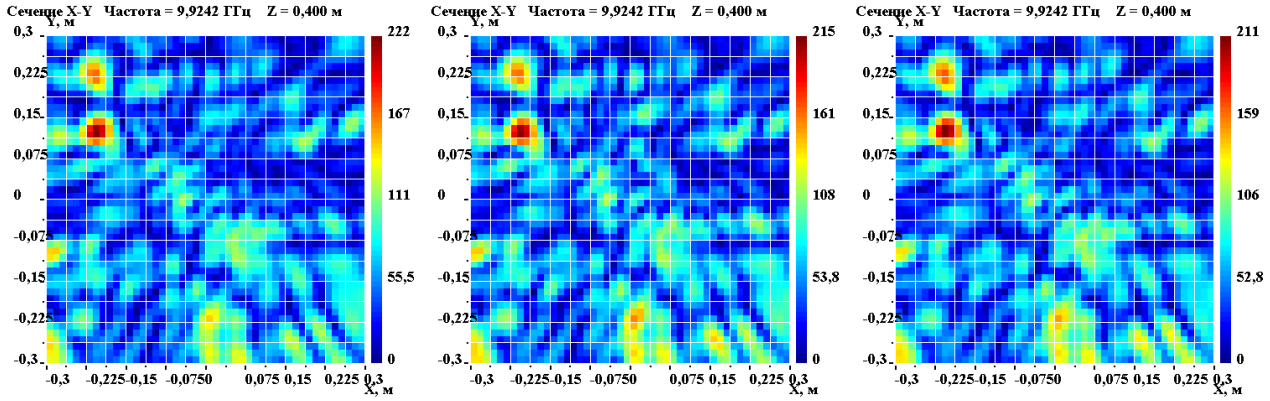
и меняется на масштабах порядка $p \sim 1/W >> 1/a, \quad q \sim 1/H >> 1/b$.

Быстро меняющийся показатель экспоненты можно упростить, полагая $\sqrt{k^2-p'^2-q'^2}-\sqrt{k^2-p^2-q^2}\approx\dfrac{p^2+q^2-p'^2-q'^2}{2\sqrt{k^2-p^2-q^2}}$. Вынося медленно меняющиеся функции за знак интеграла, имеем $\tilde{\Omega}_{\perp}^{r}(p,q,z_1^*)\approx\dfrac{4h}{\pi c}\dfrac{s_0-s}{s_0+s}\tilde{I}_{\perp}(p,q)\cdot e^{-i(px_1+qy_1)}M(p,q)$

где

$$M(p,q)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\left[\left(\frac{p}{s_0}z_1^*+x_1\right)p'+\left(\frac{q}{s_0}z_1^*+y_1\right)q'\right]}\frac{\sin p'a}{p'}\cdot\frac{\sin q'b}{q'}dp'dq'=$$
$$=\pi^2\Pi_{ab}(z_1^*\cdot\frac{p}{\sqrt{s_0}}+x_1,\,z_1^*\cdot\frac{q}{\sqrt{s_0}}+y_1) \qquad (5.40)$$

Формула (5.40) определяет размер спектрального окна, формирующего в восстановленной голограмме изображение мнимого источника. Поскольку коэффициент отражения $\dfrac{s_0-s}{s_0+s}$ и спектр тока в антенне $\tilde{I}_{\perp}(p,q)$ – медленные функции переменных p, q, при обратном преобразовании Фурье в окрестности точки (x_1,y_1,z_1^*) возникает фокальное пятно с размерами $|x-x_1|<\dfrac{\lambda z_1^*}{2a}$, $|y-y_1|<\dfrac{\lambda z_1^*}{2b}$, определяющимися функцией $M(p,q)$. Этот вывод подтверждается экспериментом. Действительно, при размере окна $|x|<A$, $|y|<B$, включающего координаты источника облучения x_1,y_1, на восстановленных голограммах, случай примеров Рис. 5.6, на глубине $z_1^*=2z_0-z_1$ отчетливо видно яркое пятно, являющееся дифракционным изображением источника, зеркально отраженного в границе раздела – Рис. 5.7.



(а) (б) (в)

Рис. 5.7 Голограммы случая , восстановленные на глубине мнимого источника : вертикальный стержень в песке (а), плоский трафарет в песке (б); «пустой» ящик с песком (в). Засветка слева-сверху - координаты источника: ($x_1 = -23$ *см*, $y_1 = 13$ *см*, $z_1 = 0$ *см*).

Проведенный анализ позволяет сделать ряд важных методических выводов:

– основная компонента помехи обусловлена отражением первичной волны от границы раздела;

– в случае простой конфигурации эксперимента (плоская граница раздела, однородная подповерхностная среда с известной диэлектрической проницаемостью) для устранения отраженной волны можно использовать полученные аналитические выражения;

– в более сложных случаях оптимальным решением является компенсация отраженной волны путем нахождения сфокусированного изображения мнимого источника вблизи точки зеркального отражения и вычитания из голограммы соответствующей компоненты решения;

– для нахождения мнимых источников необходимо использовать расширенное окно восстановления голограммы.

После компенсации отраженной волны остается проблема восстановления истинного размера и формы рассеивающего объекта. Действительно, полезная компонента голограммы, несущая информацию о подповерхностном рассеивающем объекте и очищенная от маскирующего фона отраженной от границы раздела волны, дает изображение еще весьма далекое от формы объекта.

Поэтому для его идентификации и восстановления требуется привлечение соответствующих аналитических методов и дополнительной экспериментальной информации.

Развитая выше спектральная теория и техника синтезированной апертуры позволяет добиться удовлетворительного качества изображения в предположении облучения объекта плоской волной и малоуглового рассеяния. Но поскольку в реальном эксперименте эти условия обычно не выполняются, требуется дальнейшее развитие теории, чтобы корректно учесть влияние диаграммы направленности и положение облучателя и эффекты рефракции и дифракции при восстановлении рассеивающего объекта.

Указанные обстоятельства существенно усложняют анализ и на данный момент его еще не удалось довести до практического алгоритма. Тем не менее, можно указать пути его построения. Полезная компонента голограммы, соответствующая волне, рассеянной подповерхностным объектом, дается формулой

$$\tilde{\Theta}_{\perp}(p,q)=\frac{1}{\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{C}_{\perp}^{st}(p',q')\cdot e^{is_0'z_0}\cdot\frac{\sin(p'-p)a}{p'-p}\cdot\frac{\sin(q'-q)b}{q'-q}dp'dq' \qquad (5.41)$$

Используя полученные выше соотношения (5.26), (5.27), (5.29), (5.32), имеем

$$\begin{gathered}\tilde{C}_{\perp}^{st}(p,q)=\frac{16\pi h}{C}\frac{s}{s+s_0}e^{i(\ell-z_0)s}\cdot\\ \cdot\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{s'}{s'+s_0'}e^{i\left[(z_0-z_1s_0'+(\ell-z_0)s'-p'x_1-q'y_1\right]}\tilde{I}_{\perp}(p',q')\cdot\tilde{F}(p-p',q-q')dp'dq'\end{gathered} \qquad (5.42)$$

В соответствии с формулой (5.37) запишем восстановленную из голограммы рассеянную объектом компоненту волнового поля:

$$\tilde{\Omega}_{\perp}^{st}(p,q,z)=\begin{cases}\tilde{\Omega}_{\perp}^{st}(p,q)e^{-is_0z}, & 0<z<z_0\\ \tilde{\Theta}_{\perp}^{st}(p,q)\dfrac{s+s_0}{2s}e^{-i\left[s_0z_0+(z-z_0)s\right]}, & z>z_0\end{cases} \qquad (5.43)$$

и можно считать значение этой функции при $z=l$ спектральным «портретом» рассеивающего объекта:

$$\tilde{g}_{\perp}(p,q)=\tilde{\Omega}_{\perp}^{st}(p,q,\ell)=\frac{8h}{\pi C}\frac{s+s_0}{s}e^{-i[s_0z_0+(\ell-z_0)s]}\cdot$$
$$\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{s'}{s'+s_0'}e^{i[(\ell-z_0)s'+s_0'z_0]}\cdot\frac{\sin(p'-p)a}{(p'-p)}\cdot\frac{\sin(q'-q)b}{(q'-q)}dp'dq'\cdot \tag{5.44}$$
$$\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{s_0''}{s''+s_0''}e^{i[(z_0-z_1)s_0''+(\ell-z_0)s_0''-p''x_1-q''y_1]}\tilde{I}_{\perp}(p'',q'')\tilde{F}(p'-p'',q'-q'')dp''dq''$$

где по аналогии с (5.25) и (5.27) обозначено: $s_0''=\sqrt{k^2-p''^2-q''^2}$ и $s''=\sqrt{k^2\varepsilon-p''^2-q''^2}$.

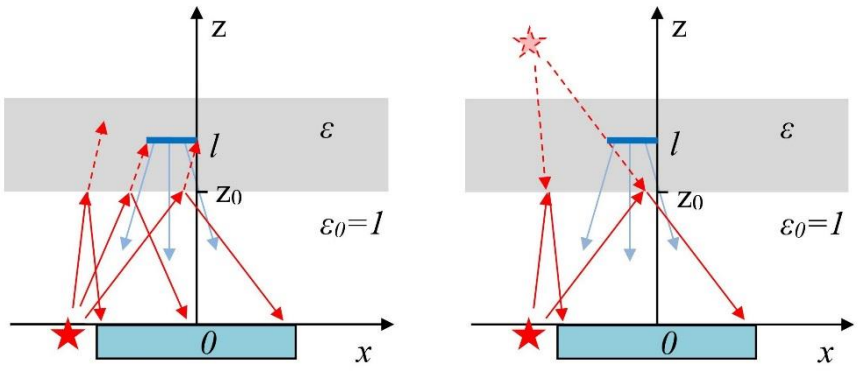
Идеальным решением проблемы радиоголографии было бы точное решение этого интегрального уравнения – определение контура рассеивающего объекта $f(x,y)$ по ее радиоизображению $g(x,y)$, однако, как было показано ранее, это в принципе невозможно, поскольку значительная часть информации о пространственном спектре объекта теряется из-за конечности апертуры приемной антенной решетки. Тем не менее, кажется очевидным, что принцип синтезированной апертуры может быть применен точно так же, как это было продемонстрировано в малоугловом приближении. Для этого нужно преобразовать правую часть уравнения (5.44) в произведение спектров модифицированного объекта и передаточной функции и указать алгоритм складывания искомого спектрального «паззла». Этому будет посвящен следующий этап настоящей работы.

5.5. Способы улучшения радиоизображения

Как показывает опыт, главной проблемой в обнаружении и визуализации подповерхностных объектов является интерференция слабого рассеянного сигнала с мощной волной, рассеянной границей материальной среды – Рис. 5.3а. К счастью, в большинстве приложений эта граница представляет собой плоскую поверхность $z=z_0$ формирующую регулярный отраженный сигнал. В таком случае можно

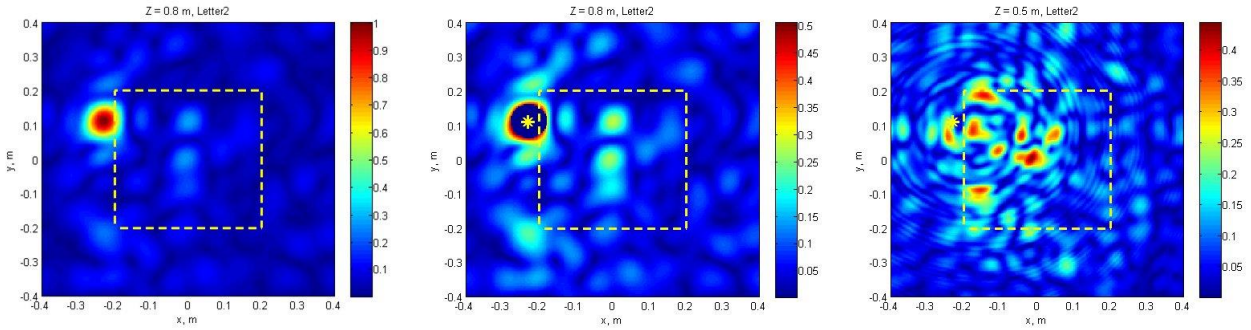
предположить, что обращение волнового фронта должно давать локализованное зеркальное изображение облучателя в плоскости мнимого источника $z = 2z_0$ – см. Рис. 5.8б. Эксперимент подтверждает эту гипотезу.

Следующая серия цветных графиков иллюстрирует возможность визуализации скрытого подповерхностного объекта. Рис. 5.9а показывает распределение амплитуды волнового поля, восстановленной из экспериментальной голограммы и продолженной до плоскости мнимого источника $z = 2z_0$. На нем отчетливо проявляется яркое локализованное изображение СВЧ-излучателя. При механическом устранении этого яркого пятна проявляется дифракционный след подповерхностного объекта – Рис. 5.9б. Однако такой «хирургический» вмешательство порождает сильные паразитные эффекты в плоскости объекта – Рис. 5.9в.



(а) (б)

Рис. 5.8. Волна, рассеянная подповерхностным объектом, затеняется отражением от внешней границы (а); обращение волнового фронта локализует мнимый источник (б)

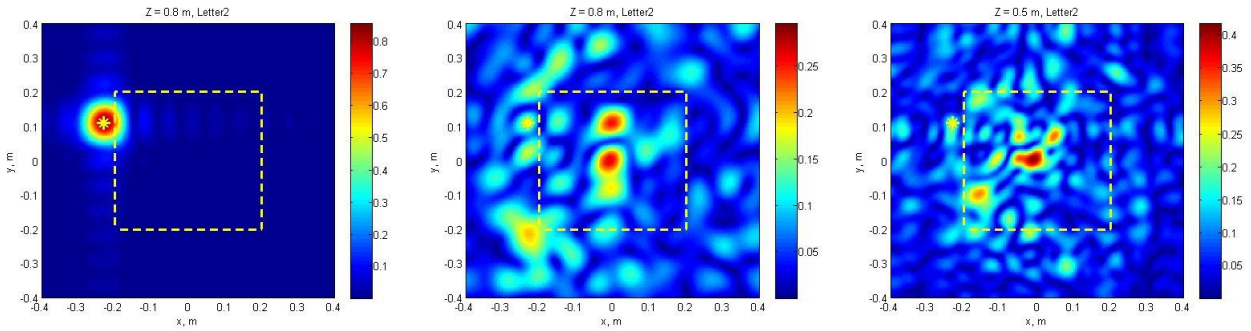


(а) (б) (в)

Рис. 5.9. (а) Восстановленное волновое поле в плоскости мнимого источника; (б) механическое устранение изображения излучателя; (с) миграция в плоскость объекта

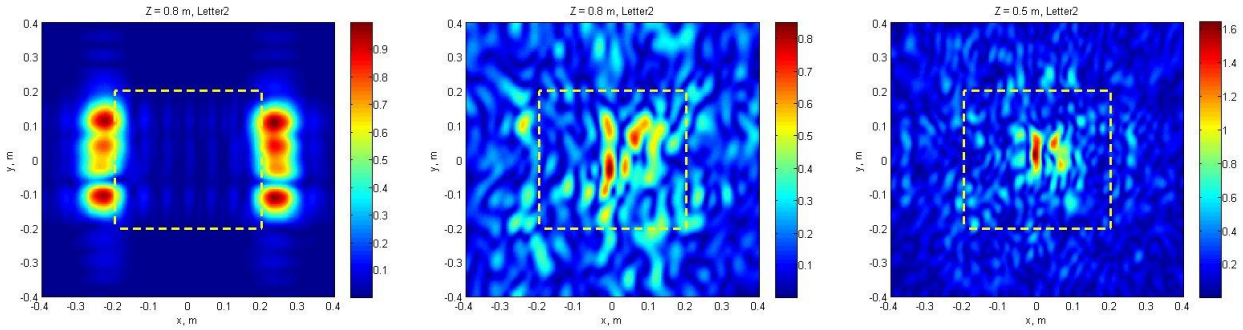
Лучшего результата можно достичь через гладкую аппроксимацию изображения облучателя гауссовым волновым пучком – Рис. 5.10а, который дифрагирует на прямоугольном контуре приемной антенны и затем вычитается из экспериментальной голограммы в плоскости мнимого источника – Рис. 5.10б. При этом паразитные эффекты в плоскости объекта меньше маскируют след от объекта внутри кадра – Рис. 5.10в.

Наконец, комбинируя процедуру компенсации отраженной волны с когерентным суммированием очищенных голограмм, полученных при облучении объекта под различными углами (метод синтезированной апертуры, описанный в прошлой главе), мы получаем в плоскости объекта его вполне различимое изображение – Рис. 5.11.



(а) (б) (в)

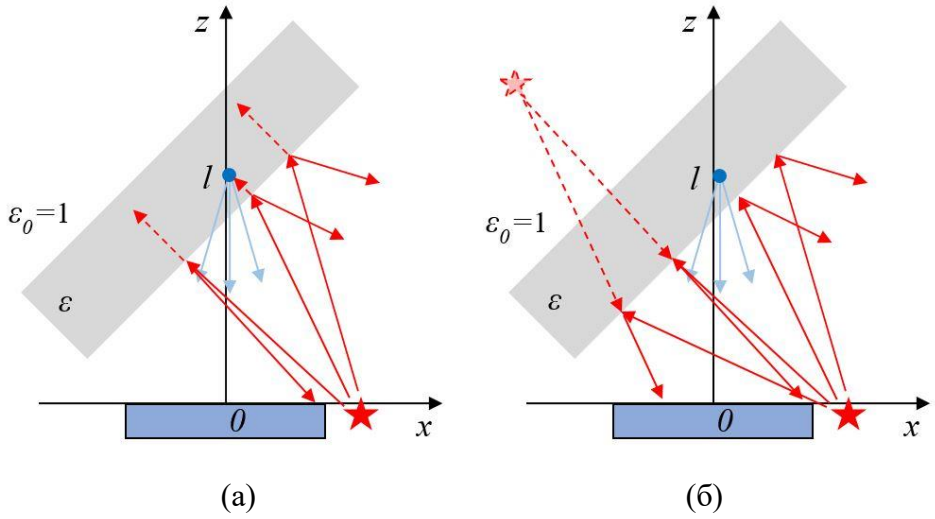
Рис. 5.10. (а) Гауссова аппроксимация зеркального изображения излучателя; (б) компенсация мнимого источника; (в) миграция в плоскость объекта



(а) (б) (в)

Рис. 5.11. Когерентное изображение шести облучателей в плоскости зеркального отражения (а); «выкусывание» гауссовых мнимых источников (б); миграция в плоскость объекта (в)

Трудности компенсации отраженной волны заставляют искать и другие эффективные экспериментальные подходы. В результате таких поисков, была предложена другая схема подповерхностного зондирования, заменяющая фронтальное положение голографической антенной решетки ее размещением под углом к границе раздела – Рис. 5.12. При применении данной схемы достигается существенное увеличение отношения амплитуды полезного сигнала, рассеянного находящимся в среде объектом, к амплитуде сигнала «засветки», попадающего в апертуру приемной антенны. Действительно, как видно из Рис. 5.12б, при наклонном зондировании на освещение тест-объекта, размещенного напротив апертуры, приходится более интенсивная часть диаграммы направленности излучателя, чем та, которая идет на формирование паразитного отражения. При этом маскирующее отражения оказывается более слабым, чем при фронтальной засветки, и положение его изображения возможно отводить в сторону от изображения тест-объекта.

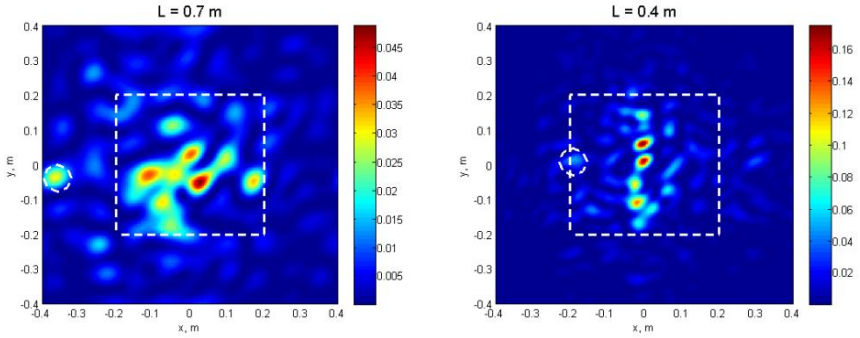


(а) (б)

Рис. 5.12. Геометрия наклонного зондирования (а) и положение мнимого источника (б)

Приведенная ниже экспериментальная голограмма подтверждает геометрический расчет и эффективность метода наклонного зондирования. На Рис. 5.13 представлены результаты восстановления голограммы вертикального металлического стержня, снятого в геометрии Рис. 5.12. Можно проследить зависимость изображения от расстояния L, на Рис. 5.13 след от мнимого источника и положение апертуры приемной антенны отмечены белой штриховой линией. При $L = 0.7\ м$ кроме центрального пятна, являющегося дифракционным следом скрытого в среде объекта, мы видим яркое пятно в левой части картины – зеркальное изображение источника излучения. При уменьшении расстояния изображение объекта фокусируется и становится более ярким, а изображение облучателя смещается к центру и постепенно угасает.

Наконец, при $L = 0,4\ м$ (эффективная дистанция до объекта) яркость пятна засветки снижается до уровня шумов и, в отличие от схемы фронтального зондирования, никакой компенсации отраженной волны не требуется. Каждое из изображений (Рис. 5.13) уже дает неплохое представление о рассеивающем объекте, метод синтезированной апертуры мог бы еще улучшить качество изображения.



(а) (б)

Рис. 5.13. Изображения вертикального штыря: в плоскости мнимого изображения $L = 0,7 м$ (а) и в плоскости объекта $L = 0,4 м$ (б), пунктиром обозначен след источника и положение апертуры приемной антенны

5.6. Выводы

В данном разделе были рассмотрены вопросы практического использования СВЧ голографии для целей радиоинтроскопии. Приведена теоретическая оценка продольного и поперечного пространственного разрешения реальных объектов при восстановлении радиоизображения методом обращения волнового поля. Для улучшения качества изображения, на которое накладываются дифракционные ограничения, был развит модифицированный алгоритм восстановления, основанный на методе Кирхгофа, для случая распространения электромагнитных волн в двухслойной среде с резкой границей раздела. Поскольку наибольшую трудность в детектировании и локализации подповерхностного объекта представляет отражение первичной волны от внешней границы среды и внутренних границ раздела, для успешной борьбы с этими эффектами необходимо учитывать характеристики падающего излучения. С этой целью был проведен электродинамический расчет диаграммы направленности реальной микрополосковой передающей антенны, применяющейся в последней модификации прибора. Все это позволило разработать более полный алгоритм моделирования процесса подповерхностного зондирования с учетом реальной геометрии эксперимента, учетом параметров приемно-передающей аппаратуры,

диаграммы направленности и поляризации излучения и электрических свойств материальной среды. Исходя из физического понимания происходящих процессов, было предложено несколько методов устранения маскирующего отражения от границы раздела сред: вычитания ярких мнимых источников в плоскости зеркального отражения и использования схемы наклонного размещения апертуры приемной антенны к плоскости среды. Модельные расчеты и эксперименты показывают возможность построения узнаваемых радиообразов типичных скрытых объектов в материальной среде.

Однако, задачу визуализации скрытых объектов в материальной среде еще нельзя считать решенной, необходимо дальнейшее согласованное развитие аппаратурной базы, методов обработки данных и развитой теории, является темой дальнейших разработок.

Заключение

1. Получено аналитическое решение, описывающее возбуждение импульса тока в резистивно-нагруженнных антеннах с равномерным распределением импеданса вдоль антенны и с импедансом, растущим по закону Ву-Кинга к концам конечного диполя.
2. Разработан полуаналитический метод расчета отраженного электромагнитного сигнала от плавно-меняющихся неоднородностей плоскослоистой среды, который значительно убыстряет вычислительный процесс для данного типа задач в сравнении с обычно использующимися конечно-разностными методами решения.
3. Получено наглядное теоретическое описание спектральной модели формирования СВЧ радиоголограммы и восстановления рассеивающего объекта, которое позволяет качественно оценивать выбор параметров

эксперимента и указывает способы улучшения восстанавливаемого радиоизображения.

4. Предложены эффективные способы повышения качества радиоизображений в СВЧ радиоголографии для данной антенной решетки, применяемой для подповерхностной интроскопии.

Список публикаций по теме диссертации

А1. Едемский, Д.Е. Спектральная теория формирования изображения в радиоголографии / Д.Е. Едемский, В.В. Копейкин, А.В. Попов, И.В. Прокопович // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2014. – Т. 19, № 2. – С. 41-50.

А2. Попов, А.В. Использование метода связанных волн в задачах георадиолокации / А.В. Попов, И.В. Прокопович // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2016. – Т. 21, № 4. – С. 30-42.

А3. Попов, А.В. Глубинный георадар: принципы и применение / А.В. Попов, И.В. Прокопович [и др.] // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2018. – Т. 23, № 4. – С. 28-36.

А4. Попов А.В. Экспериментальная реализация подповерхностной СВЧ голографии / А.В. Попов, И.В. Прокопович, Д.Е. Едемский // Радиотехника. – 2019. – № 1. – С. 73-79. – DOI: 10.18127/j00338486-201901-10.

А5. Buzin, V. Search for Chelyabinsk Meteorite Fragments in Chebarkul Lake Bottom (GPR and Magnetic Data) / V. Buzin, D. Edemskij, S. Gudoshnikov, [et al.] // Journal of Telecommunications and Information Technology. – 2017. – No. 21. – P. 69-78.

А6. Prokopovich, I. Application of Coupled-Wave Wentzel-Kramers-Brillouin Approximation to Ground Penetrating Radar [Электронный ресурс] / I. Prokopovich, A. Popov, [et al.] // Remote Sensing. – 2018. V 10, No. 1. – Paper 22. – DOI: 10.3390/rs10010022. – Режим доступа: http://www.mdpi.com/2072-4292/10/1/22 (дата обращения: 28.06.2019).

А7. Прокопович, И.В. Импульсное возбуждение резистивно-нагруженной дипольной антенны / И.В. Прокопович, А.В. Попов // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2013. – Т. 56, № 8/2. – С.111-113.

А8. Попов, А.В. Спектральная теория подповерхностной СВЧ голографии / А.В. Попов, И.В. Прокопович [и др.] // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2016. – Т. 59, № 12/3. – С.94-98.

A9. Popov, A. Excitation and propagation of electromagnetic pulses along dielectric-air interface [Электронный ресурс] / A. Popov, I. Prokopovich, S. Zapunidi.// 15th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON-2013). 2013. Spain, Cartagena. – DOI: 10.1109/ICTON.2013.6602987. P. 1-4. – 1 USB флеш-накопитель.

A10. Прокопович, И.В. Импульсное возбуждение резистивно-нагруженной дипольной антенны / И.В. Прокопович, А.В. Попов // Международная научная конференция «Излучение и рассеяние электромагнитных волн» (ИРЭМВ-2013). – 2013. – Россия, Таганрог-Дивноморское. – С. 69-73.

A11. Прокопович, И.В. Возбуждение и распространение сверхширокополосных электромагнитных импульсов вдоль земной поверхности / И.В. Прокопович, А.В. Попов, С.А. Запуниди // XXIV Всероссийская научная конференция «Распространение радиоволн» (РРВ-24). – 2014. – Россия, Иркутск. – Т. 4. – С. 166-170.

A12. Popov, A. Spectral theory of microwave holographic image formation [Электронный ресурс] / A. Popov, I. Prokopovich, V. Kopeikin, D. Edemskij // 15th International Conference on Ground Penetrating Radar. – 2014. – Belgium, Brussels. – DOI: 10.1109/ICGPR.2014.6970507. – P. 683-686. – 1 USB флеш-накопитель.

A13. Popov, A. Synthetic aperture approach to microwave holographic image improvement / A. Popov, I. Prokopovich, V. Kopeikin, D. Edemskii // International Conference Days on Diffraction 2014. – 2014. – Russia, St. Petersburg. – DOI: 10.1109/DD.2014.7036449. – P. 192-197.

A14. Прокопович, И.В. К расчету диаграммы направленности планарной антенны подповерхностного радара [Электронный ресурс] / И.В. Прокопович, А.В. Попов // VI Всероссийские Армандовские чтения. VII Всероссийская научная конференция. – 2016. – Россия, Муром. – С. 216-222. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

A15. Popov, A. Experimental implementation of microwave subsurface holography [Электронный ресурс] / A. Popov, I. Prokopovich, D. Edemskii // International

Conference Days on Diffraction 2016. – 2016. – Russia, St. Petersburg. – P. 340-345. – DOI: 10.1109/DD.2016.7756870. – Режим доступа: http://ieeexplore.ieee.org/document/7756870/ (дата обращения: 28.06.2019).

A16. Попов, А.В. Спектральная теория подповерхностной СВЧ голографии / А.В. Попов, И.В. Прокопович, В.В. Копейкин, Д.Е. Едемский, А.И. Беркут // XXV Всероссийская научная конференция «Распространение радиоволн» (РРВ-25). – 2016. – Россия, Томск. – Т. 3. – С. 66-69.

A17. Pajewski, L. Short-Term Scientific Missions on forward and inverse electromagnetic-scattering techniques for Ground Penetrating Radar / L. Pajewski, A. Giannopoulos, [et al.] // International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium. – 2017. – Italy, Firenze. – P. 1-2. – DOI: 10.23919/ROPACES.2017.7916394. – Режим доступа: http://ieeexplore.ieee.org/document/7916394/ (дата обращения: 28.06.2019).

A18. Berkut, A.I. Deep penetration subsurface radar: Hardware, results, interpretation [Электронный ресурс] / A.I. Berkut, D.E. Edemsky, [et al.] // 9th International Workshop on Advanced Ground Penetrating Radar. – 2017. – United Kingdom, Edinburgh. – P. 1-6. – DOI: 10.1109/IWAGPR.2017.7996052. – Режим доступа: http://ieeexplore.ieee.org/document/7996052/ (дата обращения: 28.06.2019).

A19. Popov, A.V. GPR image deconvolution from antenna current waveform / A.V. Popov, F.D. Edemsky, I.V. Prokopovich // International Conference Days on Diffraction 2018. – 2018. – Russia, St. Petersburg. – P. 251-256 . – DOI: 10.1109/DD.2018.8553242. – Режим доступа: https://ieeexplore.ieee.org/document/8553242 (дата обращения: 28.06.2019).

A20. Prokopovich, I.V. Deep Penetration Radar: Hydrogeology and Paleorelief of Underlying Medium. [Электронный ресурс] / I.V. Prokopovich, P.A. Morozov, [et al.] // 17th International Conference on Ground Penetrating Radar. – 2018. – Switzerland, Rapperswil. – DOI: 10.1109/ICGPR.2018.8441525. – P. 394-398. – Режим доступа: http://ieeexplore.ieee.org/document/8441525/ (дата обращения: 28.06.2019).

А21. Прокопович И.В. Аналитическая модель георадарного зондирования / И.В. Прокопович, А.В. Попов // XXVI Всероссийская открытая научная конференции «Распространение радиоволн». –2019. – Казань, Россия. – Т. 2. – С. 439-442.

Список литературы

1. Ермаков, С.Э. Книга начинающего лозоходца / С.Э. Ермаков. – М. : Ладога-100. 2007. – 199 с.
2. Шишкин, И.Ф. О нетрадиционных измерениях / И.Ф. Шишкин, К.Ф. Комаровских // Мир измерений. – 2012. – № 3. С. 50-61.
3. Gaffney, C. The use of Geophysical Techniques in Archaeological Evaluations [Электронный ресурс] / C. Gaffney, J. Gater,S. Ovenden // IFA Technical Paper 6. 2002. – URL: http://www.archaeologists.net/sites/default/files/ifa_paper_6.pdf (дата обращения: 28.06.2019).
4. Helal, J. Non-Destructive Testing of Concrete: A Review of Methods [Электронный ресурс] / J. Helal, M. Sofi, P. Mendis // Electronic Journal of Structural Engineering – 2015. – V. 14. No. 1. P. 97-105. URL: http://www.ejse.org/Archives/Fulltext/2015-1/2015-1-9.pdf (дата обращения: 28.06.2019).
5. Шевченко, Е.В. В.К. Рентген, история открытия радиоактивного излучения и применения его в медицине / Е.В. Шевченко, А.В. Коржуев, Н.А. Хлопенко // Сибирский медицинский журнал (Иркутск). – 2004. – Т. 44. № 3. – С. 95-99.
6. Шерифф, Р. Сейсморазведка. Том 1. История, теория и получение данных / Р. Шерифф, Л. Гелдарт. – М. : Мир. 1987. – 448 с.
7. Бондарев, В.И. Основы сейсморазведки / В.И. Бондарев. – Екатеринбург : Издательство УГГГА. 2003. – 332 с.
8. Соколов, С.Я. Современные проблемы применения ультразвука / С.Я. Соколов // УФН. – 1950. – Т. 40. №.1. – С.3-39.
9. Firestone, F.A. The Supersonic Reflectoscope, An instrument for inspecting the interior of solid parts by means of sound waves / F.A. Firestone // Journal of the Acoustical Society of America. – 1946. – V. 17. No. 3. –P. 287-299.
10. Jing-Kui Zhang. Concrete Condition Assessment Using Impact-Echo Method and Extreme Learning Machines [Электронный ресурс] / Jing-Kui Zhang , Weizhong

Yan, De-Mi Cui // Sensors. – 2016. – V. 16. No. 447. P. 1-17. – DOI: 10.3390/s16040447. – URL: http://www.mdpi.com/1424-8220/16/4/447/pdf (дата обращения: 28.06.2019).

11. Rahim, A. Falling Weight Deflectometer for Estimating Subgrade Elastic Modulus / A. Rahim, K.P. George // ASCE Journal Transportation Engineering. – 2003. – V. 129. No. 1. – P. 100-107.

12. Иванов, В.И. Акустическая эмиссия / Иванов В.И., Бигус Г.А., Власов И.Э., Клюев В.В. – М. : Издательский дом «Спектр». 2011. – 192 с.

13. Маловичко, А.К. Гравиразведка /А.К. Маловичко, В.И. Костицын. М. : Недра. 1992. – 357 с.

14. Электроразведка : Справочник геофизика. Книга первая. 2-е изд./ под ред. В.К. Хмелевского и В.М. Бондаренко. М. : Недра. 1989. – 438 с.

15. Петровский, А.А. Применение электромагнитных волн к исследованию верхних слоев земной коры / А.А. Петровский // Телеграфия и телефония без проводов. – 1925. – № 30. – С. 219-232.

16. Блох, Ю.И. Теоретические основы комплексной магниторазведки [Электронный ресурс] / Ю.И. Блох. – 2012. – 160 с. – URL: http://sigma3d.com/pdf/books/blokh-complex.pdf (дата обращения: 28.06.2019).

17. Лауэ, М. История физики / М. Лауэ. – М. : Государственное Издательство Технико-Теоретической Литературы. 1956. – 232 с.

18. Leimbach, G. Verfahren zur systematischen Erforschung des Erdinnern größerer Gebiete mittels elektrischer Wellen / G. Leimbach, H. Löwy. – German patent 237944. – 1910.

19. Leimbach, G. Verfahren zum Nachweis unterirdischer Erzlager oder von Grundwasser mittels elektrischer Wellen. – German patent 246836. – 1910.

20. Hulsenbeck, E.A. Verfahren zur elektrischen Bodenerforschung / E.A. Hulsenbeck. – German Patent 489434. – 1926.

21. Копейкин, В. Рассказы про георадар, и не только / В. Копейкин. –Троицк : Тровант. 2012. – 128 с.

22. Waite, A.H. Gross errors in height indication from pulsed radaraltimeters operating over thick ice or snow / A.H. Waite, S.J. Shmidt // IRE International Convention Record. – 1961(Part 5). – P. 38–54.

23. Cook, J.C. Proposed monocycle-pulse VHF radar for airbone ice and snow measurement / J.C. Cook // Trans. Amer. IEE. – 1960. – V. 79. No. 51. – P. 588-594.

24. Olhoeft, G.R. Electrical properties of lunar soil sample 15301,38 / G.R. Olhoeft, A.L. Frisillo, D.W. Strangway // Journal of Geophysical Research. – 1974. – V. 79. No. 11. – P. 1599-1604.

25. Радиолокационная система для исследования поверхности Луны, установленная на борту космического корабля «Аполллон-17» / Л.Д. Порчелло [и др.] // ТИИЭР. – 1974. – Т. 62. № 6. – С. 140-159.

26. Olhoeft, G.R. Tables of room temperature electrical properties for selected rocks and minerawith dielectric p ls ermittivity statistics / G.R. Olhoeft // U.S. Geological Survey Open File Report. – 1979. – №79-993. – 24 p.

27. Morey, R.M. Continuous subsurface profiling by impulse radar / R.M. Morey // Proceedings of Engineering Foundations Conference on Subsurface Exploration for Underground Excavations and Heavy Construction. – 1974. – U.S.A., New York. – P. 213-232.

28. Annan, A.P. Impulse radar soundings in permafrost / A.P. Annan, J.L. Davis // Radioscience. – 1976. – V. 11. No. 4. – P. 383-394.

29. Dolphin, L.T. Radar Probing of Victorio Peak, New Mexico / L.T. Dolphin, [et al.] // Geophysics. – 1978. – V. 43. No. 7. – P. 1441-1448.

30. Annan, A.P. Radar Sounding in Potash Mines: Saskatchewan, Canada / A.P. Annan, J. L. Davis, D. Gendzwill // Geophysics. – 1988. – V. 53. No. 12. – p. 1556-1564.

31. Coon, J.B. Experimental uses of short pulse radar in coal seams / J.B. Cook, J. C. Fowler , C. J. Schafers // Geophysics. – 1981. – V. 46. No. 8. – P. 1163-1168.

32. Russell, J.K. Characterization of volcanic deposits with ground-penetrating radar / J.K. Russell, M. V. Stasiuk. – Bull. Volcanol. – 1997. – V. 58. No. 7. – P. 515-527.

33. Jol, H.M. Digital ground penetrating radar (GPR): a new geophysical tool for coastal barrier research (examples from the Atlantic, Gulf and Pacific Coasts, U.S.A.) / H.M. Jol, D. G. Smith, R. A. Meyers, // Journal of Coastal Research. – 1996. – V. 12.No. 4. – P. 960-968.

34. Smith, D.G. Ground-penetrating radar investigation of a Lake Bonneville deita, Provo level, Brigham City, Utah / D.G. Smith, H. M. Jol // Geology. – 1992. – V. 20. No. 12. – P. 1083-1086.

35. Финкельштейн, М.И., Подповерхностная радиолокация / М.И. Финкельштейн. – М. : Радио и связь. 1994. – 217 с.

36. Владов, М.Л. Введение в георадиолокацию / М.Л. Владов, А.В. Старовойтов // 2004. – М. : Издательство Московского Университета. – 153 с.

37. Аблязов, В.С. Научное приборостроение в специальном конструкторском бюро Института радиотехники и электроники РАН (ФГУП СКБ ИРЭ РАН) / В.С. Аблязов, В.В. Абрамов [и др.] // Научное приборостроение. – 2002. – Т. 12, № 1. – С. 7-12.

38. Георадары серии «Око» / В.В. Помозов [и др.] // Разведка и охрана недр. – 2001. № 3. – С. 26-28.

39. Ivashov, S.I. Advantages and restrictions of holographic subsurfave radars / S.I. Ivashov, V.V. Razevig, I.A. Vasiliev, [et al.] // 13th International Conference on Ground Penetrating Radar. – 2010. – Italy, Lecce. – P. 657-662.

40. Волкомирская, Л.Б. Глубинный георадар открывает тайны гигантской воронки на полуострове Ямал / Л.Б. Волкомирская, О.А. Гулевич, А.Е. Резников // Экологические системы и приборы. – 2017. – № 7. – С. 43-51.

41. Daniels, D.J. Ground Penetrating Radar / D.J. Daniels. – London : IEE. 2004. – 731 p.

42. Гринев, А.Ю. Вопросы подповерхностной радиолокации / А.Ю. Гринев. – М. : Радиотехника, 2005. – 416 с.

43. Франк, Ф. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики, часть вторая / Ф. Франк, Р. Мизес. – М. : Главная редакция общетехнической литературы, 1937. – 998 с.

44. Кошляков, Н.С. Уравнения в частных производных математической физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глиндер, М.М. Смирнов. – М. : Высшая школа, 1970. – 712 с.

45. Едемский, Ф.Д. Импульсное излучение линейно-протяженной антенны на границе земля-воздух / Ф.Д. Едемский, С.А. Запуниди, А.В. Попов // 23-я Всероссийская научная конференция «Распространение радиоволн». – 2011. – Россия, Йошкар-Ола. – Т. 3. – С. 316-320.

46. Леонтович, М.А. К теории возбуждения колебаний в вибраторах антенн / Леонтович М.А., Левин М.Л. // ЖТФ. – 1944. – Т. 14, вып. 9. – С. 481-506.

47. Rudenchik, E.A. Analytical representation of the surface wave generated by an antenna at the interface between two homogeneous media / E.A. Rudenchik, L.B. Volkomirskaya, A.E. Reznikov, E.G.Bezrukova // Physics of Wave Phenomena. – 2010. – V. 18, No. 2. – P. 110-118.

48. Hallen, E. Theoretical investigations into the transmitting and receiving qualities of antenna / E. Hallen // Nova Acta Reg. Soc. Sci. Ups. – 1938. – Ser. IV, v. 11, No 4. – P. 1–44.

49. Wu, T.T.The Cylindrical antenna with nonreflecting resistive loading / T.T. Wu, R.W.P. King / IEEE Trans. Antennas Propag. – 1965. – V. 13, No. 3. – P. 369-373.

50. King, R.W.P. The imperfectly conducting cylindrical transmitting antenna / R.W.P. King, T.T. Wu // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1966. – V. 14, No. 5. – P. 524-534.

51. Апресян, Л.А. Уравнение Леонтовича-Левина с учетом конечной проводимости проводника / Л.А. Апресян, Д.В. Власов // ЖТФ. – 2009. – Т.79, вып. 12. – С. 14-18.

52. Miller, E.K. Time-domain far-field analysis of radiation sources and point-source coherence / E.K. Miller // IEEE Antennas and Propag. Mag. – 2012. – V. 54, No. 2. – P. 100-108.

53. Kopeikin, V.V. Enhanced power ground penetrating radars / V.V. Kopeikin, D.E. Edemsky [et al.] // 6th International Conference on Ground Penetrating Radar. – 1996. – Japan, Sendai. – P. 152-154.

54. Копейкин, В.В. Георадары «Лоза» для подповерхностногозондирования и их применение [Электронный ресурс] / В.В. Копейкин, П.А. Морозов [и др.] // URL: http://geo-radar.ru/publish/pub6.php (дата обращения: 28.06.2019).

55. Ландау, Л.Д. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. –М. : Физматлит, 2003. – 536 с.

56. Taylor, C.D. Cylindrical Transmitting Antenna: Tapered Resistivity and Multiple Impedance Loadings / C.D. Taylor // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1968. – V. 16, No. 2. – P.176-179.

57. Уиттекер, Э.Т. Курс современного анализа. Часть 2. Трансцендентные функции / Э.Т. Уиттекер, Дж.Н. Ватсон. – М. : Гос. изд. физ.-мат. лит. 1963. – С.163-183.

58. Benedetto, A. Civil Engineering Applications of Ground Penetrating Radar / A. Benedetto, L. Pajewski. – London : Springer. 2015. – 371 p.

59. Persico, R. Introduction to Ground Penetrating Radar: Inverse Scattering and Data Processing / R. Persico. Wiley-IEEE Press. 2014. – 392 p.

60. Giannopoulos, A. Modelling ground penetrating radar by GprMax / A.Giannopoulos // Construction and Building Materials. – 2005. – V. 19. – P. 755-762.

61. Warren, C. gprMax: Open Source Software to Simulate Electromagnetic Wave Propagation for Ground Penetrating Radar / C. Warren, A. Giannopoulos, I. Giannakis // Computer Physics Communications. –2016. – V. 209. – P 163-170.

62. Warren, C. Experimental and Modeled Performance of a Ground Penetrating Radar Antenna in Lossy Dielectrics / C. Warren, A. Giannopoulos // IEEE J. Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing. – 2016. – V. 9, No. 1. – P. 29-36.

63. Frezza, F. Spectral Domain Method for the Electromagnetic Scattering by a Buried Sphere / F. Frezza, F. Mangini, [et al.] // Journal of the Optical Society of America A. – 2013. – V. 30, No. 4. – P. 783-790.

64. Frezza, F. Cylindrical Wave Approach for Electromagnetic Scattering by Subsurface Metallic Targets in a Lossy Medium / F. Frezza, L. Pajewski, C. Ponti, [et al.] / Journal of Applied Geophysics. – 2013. – V. 97. – P. 55-59.

65. Frezza, F. Electromagnetic Scattering by a Metallic Cylinder Buried in a Lossy Medium with the Cylindrical Wave Approach / F. Frezza, L. Pajewski, C. Ponti, [et al.] // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. – 2013. – V. 10, No. 1. – P. 179-183

66. Bourlier, C. Full Wave PILE Method for the Electromagnetic Scattering from Random Rough Layers [Электронный ресурс] / C. Bourlier, C. Le Bastard, N. Pinel // 15th International Conference on Ground Penetrating Radar. –2014. – Belgium, Brussels. – 10.1109/ICGPR.2014.6970483. – P. 545-551. – 1 USB флеш-накопитель.

67. Poljak, D. Transmitted Field in The Lossy Ground from Ground Penetrating Radar (GPR) Dipole Antenna / D. Poljak, V. Dorić // WIT Transactions on Modelling and Simulation. – 2015. – V. 59. – P. 3-11.

68. Ландау, Л.Д. Квантовая механика (нерелятивистская теория) / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : Физматлит. 2002. – 808 с.

69. Bremmer, H. Propagation of Electromagnetic Waves / H. Bremmer // Electric Fields and Waves. – Berlin, Heidelberg: Springer. – 1958. – P. 423-639.

70. Jones, A.R. Light scattering for particle characterization / A.R. Jones // Prog. Energy Comb. Sci. – 1999. – V. 25, No 1. – P. 1–53.

71. Бреховских, Л.М. Волны в слоистых средах / Л.М. Бреховских. – М. : Изд-во АН СССР. 1957. – 344 с.

72. Vinogradov, V.A. An approximate solution of 1D inverse problem / V.A. Vinogradov, V.V. Kopeikin, A.V. Popov // 10th International Conference on Ground Penetrating Radar. – 2004. – Netherlands, Delft. – P. 95-98.

73. Копейкин, В.В. Георадарное обследование предполагаемого места падения фрагмента метеорита Челябинск в озеро Чебаркуль / В.В. Копейкин, В.Д. Кузнецов [и др.] // Геохимия. – 2013. – № 7. – С. 636–642.

74. Сильвестер, П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков / П. Сильвестер , Р. Феррари – М. : Мир. 1986. – 229 с.

75. Григорьев, А.Д. Методы вычислительной электродинамики / А.Д. Григорьев. – М. : Наука. 2012. – 432 с.

76. Yee, K.S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media / K.S. Yee // IEEE Trans. Antennas Propagat. –1966. – V. 14, No.3. – P. 302-307.

77. Скубачевский, А.А. Численное решение уравнений Максвелла для моделирования распространения электромагнитных волн / А. А. Скубачевский, Н. И. Хохлов // Труды МФТИ. – 2016. – Т. 8, № 3. – С. 121-130.

78. Taflove, A. (2000). Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method / A. Taflove, S.C. Hagness. 3nd edition. – Boston, London : Artech House. 2005. – 1006 p.

79. Maloney, J. G. Accurate computation of the radiation from simple antennas using the finite-difference time-domain method / J. G. Maloney, G. S. Smith, W. R. J.Scott // IEEE Trans. Antennas Propagat. – 1990. – V. 38, No. 7. – P. 1059-1068.

80. Katz, D.S. FDTD analysis of electromagnetic wave radiation from systems containing horn antennas / D.S. Katz, M.J. Piket-May, A. Taflove, K.R. Umashankar // IEEE Trans. Antennas Propagat. – 1991. – V. 39, No. 8. – P. 1203-1212.

81. Tirkas, P.A. Finite-difference time-domain method for antenna radiation / P.A Tirkas, C.A Balanis // IEEE Trans. Antennas Propagat. – 1992. – V. 40, No. 3. – P. 334-340.

82. Moghaddam, M. Computation of transient electromagnetic waves in inhomogeneous media / M. Moghaddam, W. Chew, [et al.] // Radio Science. –1991. – V. 26, No.1. – P. 265-273.

83. Bourgeois, J.M. A fully three-dimensional simulation of a ground-penetrating radar: FDTD theory compared with experiment / J.M. Bourgeois, G.S. Smith // IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing. –1996. – V. 34, No.1. – P. 36-44.

84. Bourgeois, J.M. A complete electromagnetic simulation of the separated-aperture sensor for detecting buried land mines / J.M. Bourgeois, G.S. Smith // IEEE Trans.

85. Roberts, R.L. Modeling near-field GPR in three dimensions using the FDTD method / R.L. Roberts, J.J. Daniels / Geophysics. – 1997. – V. 62, No. 4. – P. 1114-1126.

86. Holliger, K. Accurate and efficient FDTD modeling of ground-penetrating radar antenna radiation / K. Holliger, T. Bergmann // Geophys. Res. Lett. – 1998. – V. 25, No. 20. – P. 3883-3886.

87. Fritz, J. Partial Differential Equations / J. Fritz. – New York : Springer-Verlag. 1982. – 672 p.

88. Кравцов, Ю.А. Геометрическая оптика неоднородных сред / Ю.А. Кравцов, Ю.И. Орлов. – М. : Наука. 1980. – 304 с.

89. Клаербоут, Д.Ф. Теоретические основы обработки геофизической информации / Д.Ф. Клаербоут. – М. : Недра. 1981. – 304 с.

90. Мурзин, Н. Поиск и подъем Челябинского метеорита / Н. Мурзин. – Екатеринбург : Южно-Уральское книжное издательство. 2015. – 224 с.

91. Anderson A.P. Microwave holography / A.P. Anderson // Poc. of the IEEE – 1977. – V. 124, No. 11. – P. 946 – 962

92. Бахрах, Л.Д. Радиоголография в микроволновой технике / Л.Д. Бахрах, А.П. Курочкин – М. : Сов. радио. 1979. – 320 с.

93. Popov, A.V. Reconstruction Algorithms and Experiments with a Prototype of Holographic Subsurface Radar / A.V. Popov, V.V. Kopeikin, V.A. Vinogradov, S.A. Zapunidi // 4th Internat. Conf. on Antenna Theory and Techniques. IEEE. – 2003. – Ukraine, Sevastopol. – V. 2. – P. 561-563.

94. Копейкин, В.В. Принципы построения голографического подповерхностного радара / В.В. Копейкин, А.В. Попов // Изв. Вузов. Радиофизика. – 2000. – Т. 43, № 3. – С. 224-233.

95. Градштейн, И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М. : Наука. 1963.–1100 с.

96. Popov, A.V. Focused Gaussian Beams in the Problem of Holographic Imaging / A.V. Popov, V.A. Vinogradov // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. – 2002. – V. 50, No. 9. – P.1236-1244.

97. Борн, М Основы оптики. Изд. 2-е / М Борн, Э Вольф. – М. : Наука. Физматгиз. 1973. – 713 с.

98. Титчмарш, Е. Введение в теорию интегралов Фурье / Е. Титчмарш. – М. : ОГИЗ Гостехиздат. 1948. – 479 с.

99. Adib, F. Capturing the human figure through a wall / F. Adib, C.-Y. Hsu, H. Mao, D. Katabi, F. Durand / ACM Transactions on Graphics. – 2015. – V. 34, No. 6. – Article No. 219, p. 1-13.

100. Razevig, V. Comparison of different methods for reconstruction of microwave hologram recorded by the subsurface radar / V. Razevig, S. Ivashov, I. Vasiliev, A. Zhuravlev // 14th International Conference on Ground Penetrating Radar. – China, Shanghai. – 2012. – V. 2. – P. 335-339.

101. Sheen D. Near-field three-dimensional radar imaging techniques and applications / D. Sheen, D. McMakin, T. Hall // Applied Optics. – 2010. – V. 49, No. 19. P. E83-E93.

102. Панченко, Б.А. Микрополосковые антенны / Б.А. Панченко, Е.И. Нефедов. – М. : Радио и связь. 1986 – 144 с.