На правах рукописи

Михалёва Елизавета Вячеславовна

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРЫ ИОНОСФЕРЫ ЗЕМЛИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДЕКАМЕТРОВЫХ РАДИОВОЛН

1.3.4 – Радиофизика

ΑΒΤΟΡΕΦΕΡΑΤ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Москва – 2025

Работа выполнена в Автономной некоммерческой организации высшего образования «Российский новый университет» (АНО ВО РосНОУ).

Научный руководитель: Крюковский Андрей Сергеевич,

доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой Информационных технологий и естественнонаучных дисциплин АНО ВО «Российский новый университет».

Официальные оппоненты: Бисярин Михаил Александрович,

доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет»;

Рябова Наталья Владимировна,

доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой Радиотехники и связи ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет».

Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», г. Казань

Защита состоится 16 мая 2025 г. в 11:00 на заседании диссертационного совета 24.1.111.02 на базе ФГБУН «Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН» по адресу: 125009, г. Москва, ул. Моховая, д. 11, корп. 7.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН и на сайте:

http://cplire.ru/rus/dissertations/Mikhaleva/disser.pdf

Автореферат разослан «____» ____ 2025 г.

Ученый секретарь диссертационного совета 24.1.111.02,

Доктор физико-математических наук

И Кузьмин Лев Викторович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень разработанности темы исследования

Ионосфера – верхняя часть атмосферы Земли – оказывает существенное воздействие на распространение электромагнитных волн. Поскольку ионосфера – это слой холодной неоднородной плазмы, радиоволны, проходящие через ионосферу, испытывают рефракцию, активно поглощаются и рассеиваются на неоднородностях. Последнее вместе "замираниями", вызываемыми С интерференцией, приводит к флуктуациям радиосигналов в точке приема. Влияние ионосферы может быть как положительным, так и отрицательным. Например, рефракция радиоволн декаметрового диапазона приводит к установлению дальней КВ (коротковолновой) радиосвязи. Ионосфера является сложной динамической системой, на которую влияют солнечный ветер, процессы в нейтральной атмосфере, магнитосфере и на Солнце. Актуальность исследования ионосферы Земли определяется интенсивным развитием различных (наземных и спутниковых) средств связи и диагностики околоземного космического пространства.

Разработка теоретического методов И численного моделирования сигналов^{1,2} распространения электромагнитных анизотропной В диспергирующей среде (ионосфере) с перемещающимися периодическими и локальными возмущениями различного масштаба являются крайне важной задачей для решения широкого круга задач по диагностике как свойств среды распространения различных сигналов в целях радиосвязи, радиолокации, навигации и т.д., так и по определению их источников и характеристик естественных и искусственных возмущений среды.

В диссертации решается актуальная задача разработки методов обработки линейно частотно-модулированных (ЛЧМ) сигналов для определения характеристик перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ)³, учитывающих образование сложных каустических структур, возникающих на ионограммах наклонного и слабо наклонного зондирования, что необходимо для восстановления характеристик внутренних гравитационных волн.

¹ Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1972. 502 с.

² Яковлев О. И. Распространение радиоволн в космосе. – М.: Наука, 1985. – 216 с.

³ Шерстюков Р.О., Акчурин А.Д. Анализ дневных среднемасштабных перемещающихся ионосферных возмущений по двумерным картам вариаций полного электронного содержания и ионограммам // Ученые записки Казанского университета. Серия Физикоматематические науки. 2017. Т. 159. № 3. С. 374–389.

ПИВ оказывают существенное влияние на распространение радиоволн декаметрового диапазона ⁴. Совокупный учет всех явлений, связанных с формированием и распространением ПИВ является сложной и до конца не решенной задачей⁵. Поэтому разработка методов исследования характеристик таких ионосферных возмущений является весьма актуальной и, помимо прикладных аспектов, будет способствовать лучшему пониманию физических процессов, происходящих при зарождении и распространении ПИВ⁶.

Моделирование распространения процессов дифракции И электромагнитных волн на основе применения метода бихарактеристик с учетом нестационарности среды распространения⁷ и волновой теории катастроф позволяет создавать новые подходы к диагностике тонкой структуры ионосферы Земли. Проведение моделирования также основано на применении методов системы 8 , решения расширенной бихарактеристической описывающей распространение частотно-модулированных неоднородной, сигналов В нестационарной, анизотропной позволяющий ионосферной плазме, И эффективно исследовать каустические структуры и их особенности.

Таким образом актуальность настоящего диссертационного исследования обуславливается необходимостью развития подходов, ранее применяемых для классических исследовательских задач, для анализа влияния ПИВ и перехода к новым методикам расчета характеристик сигналов и решения обратных задач восстановления профилей электронной концентрации и частоты соударений. Ключевые фундаментальные задачи настоящей диссертации состоят в разработке таких новых методик получения характеристик ионосферы при вертикальном и слабонаклонным зондировании ионосферы.

⁴ Степанов А.Е., Филиппов К.Г., Ратовский К.Г. Перемещающиеся ионосферные возмущения по данным вертикального зондирования ионосферы на Северо-Востоке России // Наука и образование. 2014. № 1. С. 12–15. 2014.

⁵ Шагимуратов И.И., Карпов И.В., Кшевецкий С.П., Ружин Ю.Я. Исследование структуры перемещающихся ионосферных возмущений на основе томографических экспериментов // Геомагнетизм и аэрономия. 2001. Т. 41. № 3. С. 394–399.

⁶ Куркин В. И., Медведева И. В., Подлесный А. В., Думбрава З. Ф., Поддельский И.Н. Влияние внезапного стратосферного потепления на характеристики среднемасштабных перемещающихся ионосферных возмущений в азиатском регионе России // Армандовские чтения. Всероссийская открытая научная конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн». 2022. С. 27–35.

⁷ Лукин Д.С., Школьников В.А. Численный метод расчета эффекта Доплера и приведённой разности доплеровских частот радиоволн, излучаемых когерентно с ИСЗ // Космические исследования. 1968. Т. 6. № 3. С. 389–394.

⁸ Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57. № 9. С. 1028–1034.

Целью работы является изучение линейных процессов распространения радиоволн в ионосферной магнитоактивной нестационарной плазме. Разработка новых методов математического моделирования распространения радиоволн декаметрового диапазона для диагностики перемещающих ионосферных неоднородностей, а также методов дистанционного мониторинга ионосферы.

Задачи исследования

 – математическое моделирование особенностей ионограмм вертикального и слабонаклонного зондирования в присутствии перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ) и анализ каустической структуры, формируемой ПИВ на поверхности Земли;

 – разработка метода определения прихода лучей из точки в точку (метода «пристрелки») на основе бихарактеристической системы и символьных вычислений для расчета ионограмм наклонного зондирования в магнитоактивной неоднородной ионосферной плазме;

 – развитие методов расчета и математическое моделирование доплеровского смещения частоты, возникающего при вертикальном и горизонтальном перемещении ПИВ в магнитоактивной плазме при наклонном зондировании ионосферы;

 – развитие метода восстановления эффективной частоты соударений электронов, определяющей поглощение радиоволн в нижних слоях ионосферы, на основе измерения амплитуды частотно-модулированного сигнала и времени запаздывания;

– разработка методов применения расширенной бихарактеристической системы Лукина для расчета электромагнитного поля в области волновой катастрофы типа «каустическое остриё», формируемой ПИВ как без учета, так и с учетом поглощения и влияния магнитного поля Земли.

Научная новизна работы

1. Методом бихарактеристик исследованы особенности распространения радиоволн декаметрового диапазона в ионосфере Земли, содержащей ПИВ, при слабонаклонном радиозондировании и впервые показано, что:

– на частотах радиосигналов, отражающихся в окрестности максимума Е слоя, а также на частотах, отражающихся в окрестности ПИВ возникает каустика и область трехлучевости, кривые группового времени запаздывания и угла выхода радиосигнала от частоты в обоих случаях имеют одну и ту же качественную зависимость; – расходимости и амплитуды принятых сигналов (без учета поглощения), для
о- и х-волны приблизительно одинаковы и отличаются только сдвигом по частоте, расходимость резко убывает в окрестности каустики и резко нарастает при приближении частоты к частоте просачивания волны;

– ионограмма х-волны сдвинута по частоте относительно ионограммы о-волны приблизительно на одну и ту же величину как для модели с ПИВ, так и для невозмущенной модели;

2. Исследованы доплеровское смещение частоты, время группового запаздывания радиосигнала, зависимости углов выхода лучей от положения центра ПИВ при различных частотах и поляризациях электромагнитной волны, а также амплитудная структура поля на поверхности Земли как без учета, так и с учетом поглощения и показано, что

– при горизонтальном перемещении неоднородности центр кривой доплеровского сдвига смещается в зависимости от поляризации излучения, вид кривой с ростом частоты переходит от синусоидальной формы к пилообразной, кривая группового запаздывания имеет минимум доплеровского сдвига в области влияния ПИВ, а сама область влияния возмущения существенно превосходит её характерный размер;

– при движении ПИВ в горизонтальном и вертикальном направлении возникает каустическая структура типа «каустическое остриё» (волновая катастрофа Аз), что отражается на доплеровских кривых в виде S-образных линий;

 при описании зависимости задержек сигналов от расстояния, S-образным кривым соответствуют «петли времени», фазы лучей между каустиками образуют сечение особенности «ласточкин хвост» (катастрофа А4);

 не только поле на каустиках, но и среднее значение амплитуды поля в многолучевой области существенно возрастает;

– каустическое остриё развивается с ростом начальной частоты, втягиваясь в лучевую структуру, а S-образные структуры и петли времени перемещаются вдоль поверхности Земли при движении ПИВ;

– образование сложных каустик маскирует истинное положение ПИВ, его размеры и мощность.

3. На основе метода расширенной бихарактеристической системы Лукина впервые создан амплитудный метод восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме по данным об ослаблении и запаздывании частотно-модулированных радиосигналов как при вертикальном, так и при слабонаклонном радиозондировании ионосферы Земли в изотропном приближение, а также в случае магнитоактивной ионосферной плазмы. Разработанная методика обработки экспериментальных данных позволяет получить зависимость эффективной частоты соударений от высоты с хорошей точностью.

Теоретическая и практическая значимость работы. Методы и алгоритмы, развитые в диссертационной работе, позволяют эффективно моделировать распространение радиоволн, отражающихся от ионосферы Земли между передатчиком и приёмником с учетом неоднородности, анизотропии и нестационарности среды распространения.

Разработанные подходы позволяют рассчитывать ионограммы, амплитуды и фазы радиосигналов, восстанавливать эффективную частоту соударений электронов, что с практической точки зрения актуально для решения задач о диагностике ионосферы Земли, прогнозирования каналов КВ радиосвязи, решения задач радиолокации и радионавигации.

Методология и методы исследования. В диссертации используются различные метолы математического моделирования: метод бихарактеристической системы Гамильтона-Лукина, метод расширенной бихарактеристической системы, метод специальных функций волновых катастроф, метод рекуррентных уравнений, а также современные методы компьютерных символьных вычислений.

Положения, выносимые на защиту

1. решения бихарактеристической Развитие численных методов системы Гамильтона-Лукина и расширенной бихарактеристической системы Лукина на основе применения символьных вычислений позволяет эффективно решать задачу о приходе лучей из точки в точку (реализовывать метод «пристрелки») магнитоактивной неоднородной В И нестационарной ионосферной плазме, получать ионограммы вертикального и слабонаклонного зондирования, анализировать каустические структуры, исследовать доплеровское смещение частоты в присутствии перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ), а также расходимости лучевых потоков, определять амплитуды радиосигналов, их фазы и поляризации.

2. При перемещении ионосферных возмущений в горизонтальном и вертикальном направлении образуется каустическое остриё (волновая катастрофа **A**₃), что отражается на доплеровских кривых в виде S-образных линий и «петель времени» при описании зависимости задержек сигналов от расстояния; существенно возрастает амплитуда поля как вблизи каустик, так и среднее значение амплитуды в многолучевой области. Образование сложных каустик маскирует истинное положение ПИВ, его размеры и мощность.

3. При горизонтальном перемещении неоднородности центр кривой доплеровского сдвига смещается в зависимости от поляризации излучения, вид кривой с ростом частоты переходит от синусоидальной формы к пилообразной, кривая группового запаздывания имеет минимум доплеровского сдвига в области влияния ПИВ, а сама область влияния возмущения существенно превосходит её характерный размер.

4. Ионограмма х-волны сдвинута по частоте относительно ионограммы о-волны приблизительно на одну и ту же величину как для модели с ПИВ, так и для невозмущенной модели.

5. Амплитудный метод, разработанный в диссертации и основанный на данных как вертикального, так и слабонаклонного зондирования, позволяет успешно восстанавливать эффективную частоту соударений электронов, определяющую поглощение декаметровых радиоволн в нижних слоях ионосферы Земли.

Достоверность. Научные результаты, представленные в диссертационной работе, не противоречат другим известным из литературы научным результатам, применяемые методы математического моделирования строго обоснованы, а полученные численные и графические результаты подтверждаются сопоставлением с другими модельными расчетами и результатами известных экспериментов.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались на 21-й Международной конференции "Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса", Москва, 2023; на VII Всероссийской Микроволновой Конференции, Москва, 2020; на VIII Всероссийской микроволновой конференции, Москва, 2022; на Всероссийских открытых Армандовских чтениях (Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Всероссийская открытая научная конференция), Муром, 2021, 2022, 2023; на Международной Байкальской молодежной научной школе по фундаментальной физике (XVII Конференции молодых ученых), Иркутск, 2022; на XXIII Международной научной конференции «Цивилизация знаний: российские реалии», Москва, 2022; на XXVI Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн», Казань, 2019; на XXVII Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн», Калининград, 2021; на XXVIII Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн», Йошкар-Ола, 2023; на симпозиуме PhotonIcs & Electromagnetics Research Symposium (PIERS). Chengdu, CHINA, 2024.

Публикации. Результаты работы изложены в 27 трудах, в том числе 10 в научных статьях, опубликованных в журналах, входящих в международные системы цитирования Web of Science и Scopus, 7 – в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, 10 – в трудах Всероссийских конференций, 5 – в трудах Международных конференций.

Личный вклад. Результаты, изложенные в диссертации, получены диссертантом самостоятельно или на равных правах с соавторами. В работах, опубликованных в соавторстве, соискателю принадлежит: математическое моделирование волновых полей и доплеровских сдвигов частоты в окрестности каустического острия при наличии нестационарных неоднородностей ионосферы, а также моделирование ионограмм слабонаклонного зондирования на основе модели IRI.

Моделирование влияния неоднородностей ионосферы Земли на распространение радиоволн коротковолнового диапазона, исследования влияния перемещающихся ионосферных возмущений на характеристики радиосигнала и доплеровского смещения частоты, математическое моделирование каустической образованной структуры электромагнитных полей, перемещающимися ионосферными возмущениями, математическое моделирование амплитудных, угловых и временных характеристик коротких радиоволн при слабонаклонном зондировании ионосферы, восстановление эффективной частоты соударений электронов в магнитоактивной ионосферной плазме Земли на основе амплитудных данных, полученных как при вертикальном, так и при слабо наклонном зондировании, исследование неоднородностей ионосферы Земли на регистрации амплитудных поляризационных основе И характеристик непрерывных линейно частотно-модулированных выполнялись сигналов, совместно с А.С. Крюковским, Д.С. Лукиным и Д.В. Растягаевым.

Диссертационная работа выполнялась В рамках научного гранта Российского научного фонда No No 20-12-00299, 20-12-00299-П «Фундаментальные теоретические экспериментальные И исследования неоднородностей ионосферы Земли и их влияния на распространение радиоволн коротковолнового диапазона», где автор являлся исполнителем работ.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения. Полный объём диссертации 176 страниц, включая 127 рисунков и 1 таблицу. Список литературы содержит 121 наименование.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении сформулированы актуальность, цели и задачи работы, научные положения, выносимые на защиту, новизна и достоверность работы, личный вклад автора, теоретическая и практическая значимость, а также кратко изложено содержание работы.

Первая глава диссертации посвящена постановке задачи и обзору методов моделирования распространения радиоволн в верхней атмосфере Земли. Первый раздел содержит краткое описание структуры верхней атмосферы Земли: ионосферы и магнитосферы. Второй раздел посвящен обзору методов, посвященных математическому моделированию распространения радиоволн. Кратко описаны различные альтернативные лучевому методу подходы: метод нормальных волн, метод параболического уравнения, вариационный подход, а также интегральные подходы и волновая теория катастроф. Третий раздел посвящен бихарактеристическому методу описания распространения радиоволн ионосфере, используемым диссертационной работе. В активно В Бихарактеристическая система Гамильтона-Лукина:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -\frac{\partial\Gamma}{\partial\mathbf{k}} \Big/ \frac{\partial\Gamma}{\partial\omega}, \qquad \qquad \frac{d\mathbf{k}}{dt} = \frac{\partial\Gamma}{\partial\mathbf{r}} \Big/ \frac{\partial\Gamma}{\partial\omega}, \qquad \qquad \frac{d\omega}{dt} = -\frac{\partial\Gamma}{\partial t} \Big/ \frac{\partial\Gamma}{\partial\omega}$$
(1)

содержит семь дифференциальных уравнений первого порядка и позволяет эффективно описывать распространение радиоволн декаметрового диапазона в ионосфере Земли, строить лучевые траектории $\mathbf{r}(t)$ в сложных неоднородных и анизотропных средах. В гамильтониан Г входит эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения ε , которая может зависеть от координат, волнового вектора \mathbf{k} , частоты ω и группового времени t. Решение системы (1), дополненной начальными условиями, позволяет найти помимо траекторий лучей, волновые вектора \mathbf{k} , а также вычислить фазу радиосигнала вдоль траектории L:

$$\Phi = \int_{L} \mathbf{k} \, d\mathbf{r} \,. \tag{2}$$

В четвёртом разделе рассмотрена расширенная бихарактеристическая система Лукина, так как для определения амплитуды сигнала, приходящего из источника в точку наблюдения, недостаточно знать только координаты лучей и волновые вектора. Для этого необходимо знать расходимость лучевого потока вдоль траектории, то есть вычислить якобиан расходимости *J*. Система (3.1–2) состоит из 12 уравнений:

$$\frac{d\mathbf{r}_{\sigma}}{dt} = \frac{\partial}{\partial\sigma} \left(\left(2c^2 \mathbf{k} - \frac{\partial\omega^2 \varepsilon}{\partial \mathbf{k}} \right) \left(\frac{\partial\omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right), \tag{3.1}$$

$$\frac{d\mathbf{k}_{\sigma}}{dt} = \frac{\partial}{\partial\sigma} \left(\left(\frac{\partial\omega^2 \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} \right) \left(\frac{\partial\omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right), \qquad \sigma = \alpha, \beta \qquad (3.2)$$

где α и β – это углы выхода луча.

Хотя выражения для производных эффективной диэлектрической проницаемости, входящих в (1) и (3), достаточно громоздкие, в настоящее время для их нахождения можно применить программные продукты, поддерживающие символьные вычисления, что и было сделано в диссертации.

Во второй главе в разделе 1 рассмотрены перемещающиеся ионосферные неоднородности и их характеристики. В разделе 2 исследованы лучевые (рис.1-2), амплитудные и поляризационные характеристики частотно-модулированных радиосигналов, отражённых от ионосферы при <u>вертикальном</u> радиозондировании. Исследована модель электронной концентрации ионосферы Земли, содержащая слои E, F1, F2 и локальную неоднородность с повышенной электронной концентрацией. Рассмотрено распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны.



Рис. 1. Лучевые траектории в плоскости (t,z); а – о-волна: б – х-волна.



Рис. 2. Лучевые траектории в плоскости (x, z); а – о-волна: б – х-волна.

На рис. 1-2, где показана лучевая структура, фиолетовая линия соответствует частоте 1.6 МГц. Для обыкновенной волны красная линия соответствует частоте 7 МГц, а для необыкновенной волны максимальная частота – 7.65 МГц (красный цвет).

На рис. З показаны зависимости половины времени запаздывания t_m от частоты *f*. Кривые являются математическими моделями ионограмм вертикального зондирования.



Рис. 3. Зависимость от частоты времени прихода луча в точку отражения, красная кривая – о-волна, синяя – х-волна

На рис. 4 показаны зависимости расходимости (ослабления) сигнала от высоты для о- и х-волн.



Рис. 4. Зависимость расходимости от высоты вдоль лучей; а – о-волна: б – х-волна

11

Выделяются три группы кривых: кривые, которые отражаются от слоя Е (нижние), кривые, которые отражаются от ионосферы выше слоя Е до неоднородности, и кривые, отражающиеся от слоя F2. Источником всех кривых является линия, выходящая из излучателя. Каждая кривая уходит на бесконечность (влево) в точке отражения от ионосферы.

Установлено, что без учета поглощения амплитуда отраженного сигнала убывает с ростом частоты (рис. 5 а), в то время как с учетом поглощения, наоборот, нарастает (рис.5 б). Неоднородности ионосферы, обусловленные слоем Е и дополнительной локальной неоднородностью, проявляются на амплитудных зависимостях в виде локальных минимумов. По размеру и интенсивности искажений амплитудных зависимостей можно судить о величине неоднородности.



Рис. 5. Зависимость амплитуды от частоты без учета поглощения (а) и с учетом поглощения (б), красная кривая – о-волна, синяя – х-волна

Показано, что несмотря на то, что при распространении в ионосферных слоях поляризационные характеристики существенно меняются (меняется соотношение между осями эллипса поляризации и возникает продольная волна), при выходе из ионосферы поляризационные характеристики в целом восстанавливаются и оказываются почти такими же, как и у падающей волны.

В разделе 3 методом бихарактеристик исследованы особенности распространения радиоволн декаметрового диапазона (~2-8 МГц) в ионосфере Земли, содержащей слои E, F1 и F2 <u>при слабо наклонном радиозондировании</u>.

На рис. 6 приведен пример лучевой структуры необыкновенной волны.



Рис. 6. Лучевая структура необыкновенной волны, *f*≈7,699 МГц. Точкой на расстоянии 100 км отмечено положение приёмника.

Изучена невозмущенная модель электронной концентрации и возмущенная модель, содержащая ПИВ–гладкую ионосферную неоднородность. Рассмотрено распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны в магнитоактивной плазме. Выполнено численное моделирование ионограмм слабонаклонного зондирования ЛЧМ сигналами и показано, что ионограмма необыкновенной волны оказывается сдвинута по частоте относительно ионограммы обыкновенной волны приблизительно на одну и ту же величину как для невозмущенной, так и для возмущенной модели (рис. 7).



Рис. 7. Групповое времени прихода сигнала *t* как функция частоты *f*; (а) – невозмущенный случай, (б) – возмущенный случай; сплошная линия – о- волна, штриховая линия – х- волна.

Показано, что на частотах радиосигналов, отражающихся в окрестности максимума Е слоя, а также на частотах, отражающихся в окрестности ПИВ, возникает каустика и область трехлучевости (рис. 8).



Рис. 8. Групповое время *t* прихода сигнала как функция частоты *f*. Трехлучевость в окрестности слоя E (а) и в окрестности неоднородности (б); о- волна.

Обычно главным признаком наличия ПИВ считается U-образное образование на ионограмме. Более подробный анализ показывает, что к ПИВ относится только левая ветвь «U», а правая ветвь «U» не относится к ПИВ и связана с просачиванием волны сквозь ионосферные слои при высоких частотах.

Установлено, что зависимости группового времени запаздывания сигнала от частоты и угла выхода радиосигнала от частоты в обоих случаях имеют одну и ту же качественную зависимость (рис. 9).



Рис. 9. Зависимость группового времени прихода сигнала *t* (а) и угла выхода сигнала *α*₀ от частоты (б), о-волна.

Рассчитана расходимость лучевого потока в точке приема излучения, определяющая ослабление амплитуды (рис. 10). Показано, что расходимости и амплитуды принятых сигналов (без учета поглощения, обусловленного частотой соударений электронов в плазме) для о- и х-волны приблизительно одинаковы и отличаются только сдвигом по частоте. Расходимость резко убывает в окрестности каустики и резко нарастает при приближении частоты к частоте просачивания волны.



Рис. 10. Расходимость R_s как функция частоты f. Зависимость группового времени прихода сигнала t (а) – окрестность слоя E, (б) – окрестность возмущения; о-волна.

<u>В третьей главе</u> на основе бихарактеристической системы выполнено математическое моделирование распространения декаметровых радиоволн на слабонаклонных трассах из источника в приемник при наличии ПИВ. Рассмотрено перемещение неоднородности как в горизонтальном направлении, так и в вертикальном направлении (снизу вверх). Исследованы доплеровское смещение частоты, время группового запаздывания радиосигнала, а также зависимости углов выхода лучей от положения центра ПИВ при различных частотах и поляризациях электромагнитной волны.

На рис. 11 приведен пример распределения электронной концентрации в ионосфере с ПИВ.



Рис. 11. Зависимость электронной концентрации от высоты вдоль трассы.

Показано, что при горизонтальном перемещении неоднородности от приёмника к передатчику центр кривой доплеровского сдвига смещается в зависимости от поляризации излучения, вид кривой с ростом частоты переходит

от синусоидальной формы к пилообразной (рис. 12 а), кривая группового запаздывания имеет минимум доплеровского сдвига в области влияния ПИВ (рис. 12 б), а сама область влияния возмущения существенно превосходит её характерный размер.



Рис. 12. Зависимость от горизонтального положения центра неоднородности x_d при различных значениях начальной частоты: (а) – доплеровского смещения частоты Δf , (б) – группового времени t; о-волна.

На рис. 13 показана лучевая структура в плоскости (*x*, *z*), содержащая 301 луч. Цвет траектории соответствует углу выхода луча. Серым цветом на рисунке показано распределение электронной концентрации.



Рис. 13. Лучевые траектории, положение центра ПИВ $x_d = 55$ км.

На рис. 14 представлен доплеровский сдвиг вдоль лучей. Начальная частота излучения *f*₀=6,2 МГц, основной доплеровский сдвиг происходит в верхней части траектории. Цвета рисунков 13 и 14 согласованы.



Рис. 14. Доплеровский сдвиг вдоль лучей; положение центра ПИВ $x_d = 55$ км.

Установлено, что при движении ПИВ в верхнем ионосферном слое в горизонтальном направлении возникает каустическая структура типа «каустическое остриё» (катастрофа **A**₃) (рис. 15),



Рис. 15. Характеристики распространения: а) – лучевые траектории, б) – окрестность каустического острия; положение центра ПИВ *x*_d = 135 км.

что отражается на доплеровских кривых в виде S-образных линий (рис.16),



Рис. 16. Зависимость доплеровского сдвига частоты Δf от расстояния x, а) – x_d = -20 км; б) – x_d = 135 км.

объясняющихся образованием при отражении от ПИВ трёхлучевых областей, соответствующих волновым катастрофам **A**₃ – каустическое остриё.

17

Показано, что при описании зависимости задержек сигналов (группового времени в точке прихода) от расстояния, S-образным кривым соответствуют «петли времени» (рис. 17).



Рис. 17. Зависимость группового времени *t* от расстояния *x*, а) $-x_d = -20$ км; б) $-x_d = 135$ км.

Исследована фазовая структура в трехлучевой области между каустиками и показано, что фазы лучей образуют сечение особенности «ласточкин хвост» (катастрофа **A**₄) (рис. 18).



Рис. 18. Зависимости от расстояния вдоль поверхности Земли фаз трёх лучевых потоков.

Методом расширенной бихарактеристической системы с привлечением результатов волновой теории катастроф рассчитана амплитудная структура поля на поверхности Земли (рис. 19)



Рис. 19. Зависимость модуля амплитуды поля с учетом поглощения от расстояния, равномерная асимптотика (зеленая линия), ГО приближение – красный пунктир.

как без учета, так и с учетом поглощения и показано, что не только поле на каустиках, но и среднее значение амплитуды поля в многолучевой области существенно возрастает. Рассмотрены равномерная и неравномерная асимптотики.

Показано, что при вертикальном перемещении также возникает трехлучевая область, характеризующаяся повышенными значениями доплеровского смещения и группового запаздывания.

Исследовано влияние частоты на образование катастроф A_3 и показано, что каустическое остриё развивается с ростом начальной частоты, втягиваясь в лучевую структуру (рис. 20).



Рис. 20. Доплеровское смещение частоты (а) и время запаздывания (б) вдоль поверхности Земли. *f*₀=6.0 МГц – красная линия; *f*₀=6.11 МГц – синяя линия; *f*₀=6.25 МГц – зелёная линия.

Исследовано влияние положения центра ПИВ на образование катастроф A₃ и показано, что S-образные структуры и петли времени перемещаются вдоль поверхности Земли при движении ПИВ.



Показано, что в случае наклонно ориентированных ПИВ (рис. 21),

Рис. 21. Модель ионосферы. (а) – модель 1, (б) – модель 2.

на кривых, описывающих временную зависимость, а также на доплеровских кривых могут образовываться как S-образные участки, так и петли (рис. 22).



Рис. 22. Зависимости от горизонтальной координаты: а) – доплеровского сдвига частоты, б) – группового запаздывания; модель 1.

B четвертой главе амплитудный создан метод восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме на основе об ослаблении ланных И запаздывании частотно-модулированных радиосигналов при вертикальном и наклонном радиозондировании ионосферы Земли.

На основе метода расширенной бихарактеристической системы выполнено численное моделирование как в случае однослоевой, так и двуслоевой модели (см. рис. 23, на котором показана та часть ионосферы, которая доступна сигналам станции ВЗ и НЗ).



Рис. 23. Зависимость N(z); а) – однослоевая модель, б) – двухслоевая модель.

Рассмотрено изотропное приближение, а также случай магнитоактивной ионосферной плазмы.

Получены и исследованы графики лучевых траекторий частотномодулированных сигналов в координатах время-высота на разных частотах. Для вертикального зондирования лучевые траектории показаны на рис. 24, а для наклонного – на рис. 25.



Рис. 24. Лучевые траектории в плоскости (*t*, *z*): а) – однослоевая модель, б) – двухслоевая модель.



Рис. 25. Лучевые траектории: а) – в плоскости (x, z), б) – в плоскости (t, z).

Построены зависимости вертикальной компоненты волнового вектора от высоты и времени, графики максимальной высоты отражения и времени прихода сигналов в точку отражения от частоты.

На рис. 26 эти зависимости показаны в случае однослоевой модели, вычисленные для обыкновенной и необыкновенной волны при вертикальном зондировании.



Рис. 26. Зависимость от частоты: а) – высоты отражения, б) – времени прихода луча в точку отражения; синяя линия – о-волна, красная линия –х-волна.

Построены графики зависимостей поглощения сигналов и амплитуд в точке приёма от частоты (рис. 27). Получены зависимости ослабления амплитуды сигнала от времени и высоты вдоль лучей (рис. 28).



Рис. 27. Зависимость от частоты f: (a) – поглощения ψ , (б) – амплитуды сигнала A; оволна – синяя линия, х-волна – красная линия.



Рис. 28. Зависимость ослабления сигнала: а) – от времени, б) – от высоты; о-волна.

Для реконструкции эффективной частоты соударений электронов в ионосфере Земли на основе амплитудных данных об ослаблении ЧМ радиосигнала получена рекуррентная система решения интегрального уравнения Вольтерра.

В работе выполнен численный эксперимент. Поскольку амплитуда *А* зондирующего сигнала связана с расходимостью *D* и поглощением *ψ* формулой:

$$A = E_0 D \exp[-\psi], \qquad (4)$$

а поглощение определяется эффективной частотой соударений электронов, то была задана зависимость эффективной частотой соударений от высоты, с помощью расширенной бихарактеристической системы рассчитана амплитуда, а затем решена обратная задача, то есть по амплитудным данным восстановлена эффективная частота соударений.

На рис. 29 а приведены результаты моделирования зависимости эффективной частоты соударений электронов *v_e* от высоты *z*.



Рис. 29. Частота соударений: а) – сопоставление зависимости от высоты модельной и расчётной частоты соударений, б) – аппроксимация эффективной частоты соударений.

Светлой широкой линией показана модельная зависимость эффективной частоты соударений *v*_e от высоты, а тонкой – расчётные значения. На рис. 29 б помимо модельной зависимости *v*_e приведены экстраполяционные кривые. Видно, что модельные и расчётные значения совпадают с хорошей точностью.

На рис. 30 а показаны результаты восстановления в анизотропном случае.



Рис. 30. Сопоставление модельной и расчётной частоты соударений: a) результат восстановления, б) – интерполяционные кривые.

На рис. 30 б показаны три кривые: исходные данные (белая линия), интерполяционная кривая, построенная по исходным данным (красная линия), и результат восстановления по формуле (синяя линия). Видно, что совпадение красной и синей линий удовлетворительное.

На рис. 31 а показан результат восстановления высотной зависимости эффективной частоты соударений электронов (фиолетовая линия) при наклонном зондировании. Серая широкая линия – это исходный профиль эффективной частоты соударений. Видно, что результат восстановления обеспечивает приемлемую точность, особенно на высотах более 100 км. Если по данным, полученным путем восстановления, методом наименьших квадратов построить аппроксимации:



(5)

Рис. 31. Сопоставление исходной и восстановленной зависимостей эффективной частоты соударений от высоты.

24

ИЛИ

$$\lg v_e \approx 2.64094 - \frac{483.933}{z} + \frac{119511}{z^2} - \frac{4.60491 \times 10^6}{z^3}, \tag{6}$$

то видим, что они хорошо ложатся на серую широкую кривую (рис. 31 б).

Красной пунктирной линией обозначена кривая, полученная по формуле (5), а синей линией показана кривая, полученная по формуле (6). Сравнения рис. 31 б и рис. 31 а, показывают, что аппроксимационные выражения позволяют получить оценки эффективной частоты соударений на высотах ниже, чем те, которые получены при непосредственном вычислении.

Таким образом, сопоставлены результаты моделирования лучевых траекторий и амплитудных характеристик для волн о- и х-поляризаций и показано, что для обыкновенной волны, а также в изотропном случае, получено хорошее совпадение исходных значений эффективной частоты соударений и расчётных значений.

Разработанная методика обработки экспериментальных данных позволяет получить зависимость эффективной частоты соударений от высоты с хорошей точностью.

<u>В заключении</u> сформулированы научные результаты, полученные в диссертации:

1) Изучены лучевые, амплитудные и поляризационные характеристики частотно-модулированных радиосигналов, отражённых от ионосферы при *вертикальном радиозондировании*. Рассмотрена модель электронной концентрации ионосферы Земли, содержащая слои E, F1, F2 и локальную неоднородность с повышенной электронной концентрацией и распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны;

– показано, что несмотря на то, что при распространении в ионосферных слоях поляризационные характеристики существенно меняются, при выходе из ионосферы поляризационные характеристики в целом восстанавливаются и оказываются почти такими же, как и у падающей волны;

– установлено, что без учета поглощения амплитуда отраженного сигнала убывает с ростом частоты, в то время как с учетом поглощения, наоборот, нарастает. Неоднородности ионосферы, обусловленные E слоем и дополнительной локальной неоднородностью, проявляются на амплитудных зависимостях в виде локальных минимумов. По размеру и интенсивности искажений зависимостей амплитудных можно судить И величине неоднородности.

бихарактеристик особенности 2) Метолом исследованы распространения радиоволн декаметрового диапазона (~2-8 МГц) в ионосфере Земли, содержащей слои E, F1 и F2 при слабонаклонном радиозондировании. Изучена невозмущенная модель электронной концентрации и возмущенная содержащая ПИВ _ гладкую ионосферную неоднородность. модель, Рассмотрено распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны в магнитоактивной плазме. Выполнено численное моделирование ионограмм слабонаклонного зондирования ЛЧМ сигналами;

 показано, что на частотах радиосигналов, отражающихся в окрестности максимума Е слоя, а также на частотах, отражающихся в окрестности ПИВ возникает каустика и область трехлучевости;

 – установлено, что зависимости группового времени запаздывания сигнала от частоты и угла выхода радиосигнала от частоты в обоих случаях имеют одну и ту же качественную зависимость;

 – показано, что ионограмма необыкновенной волны оказывается сдвинута по частоте относительно ионограммы обыкновенной волны приблизительно на одну и ту же величину как для невозмущенной, так и для возмущенной модели;

– рассчитана расходимость лучевого потока в точке приема излучения, определяющая ослабление амплитуды. Показано, что расходимости и амплитуды принятых сигналов (без учета поглощения, обусловленного частотой соударений электронов в плазме) для обыкновенной и необыкновенной волны приблизительно одинаковы и отличаются только сдвигом по частоте. Расходимость резко убывает в окрестности каустики и резко нарастает при приближении частоты к частоте просачивания волны.

3) Выполнено математическое моделирование распространения декаметровых радиоволн на слабонаклонных трассах из источника в приемник при наличии ПИВ на основе бихарактеристической системы. Рассмотрено перемещение неоднородности как в горизонтальном направлении (от приёмника к передатчику), так и в вертикальном направлении (снизу вверх). Исследованы доплеровское смещение частоты, время группового запаздывания радиосигнала, а также зависимости углов выхода лучей от положения центра ПИВ при различных частотах и поляризациях электромагнитной волны.

Показано, что при горизонтальном перемещении неоднородности центр кривой доплеровского сдвига смещается в зависимости от поляризации излучения, вид кривой с ростом частоты переходит от синусоидальной формы к пилообразной, кривая группового запаздывания имеет минимум доплеровского сдвига в области влияния ПИВ, а сама область влияния возмущения существенно превосходит её характерный размер. При вертикальном перемещении возникает трехлучевая область, характеризующаяся повышенными значениями доплеровского смещения и группового запаздывания.

Установлено, что при движении ПИВ в верхнем ионосферном слое в горизонтальном направлении возникает каустическая структура типа «каустическое остриё» (катастрофа **A**₃), что отражается на доплеровских кривых в виде S-образных линий, объясняющихся образованием при отражении от ПИВ трёхлучевых областей, соответствующих волновым катастрофам **A**₃ – каустическое остриё.

Показано, что при описании зависимости задержек сигналов (группового времени в точке прихода) от расстояния, S-образным кривым соответствуют «петли времени».

Исследована фазовая структура в трехлучевой области между каустиками и показано, что фазы лучей образуют сечение особенности «ласточкин хвост» (катастрофа **A**₄). Методом расширенной бихарактеристической системы с

27

привлечением результатов волновой теории катастроф рассчитана амплитудная структура поля на поверхности Земли как без учета, так и с учетом поглощения и показано, что не только поле на каустиках, но и среднее значение амплитуды поля в многолучевой области существенно возрастает. Рассмотрены равномерная и неравномерная асимптотики.

Исследовано влияние частоты на образование катастроф A_3 и показано, что каустическое остриё развивается с ростом начальной частоты, втягиваясь в лучевую структуру. Исследовано влияние положения центра ПИВ на образование катастроф A_3 и показано, что S-образные структуры и петли времени перемещаются вдоль поверхности Земли при движении ПИВ.

Показано, что образование сложных каустик маскирует истинное положение ПИВ, его размеры и мощность.

4) Создан амплитудный метод восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме на основе данных об ослаблении и запаздывании частотно-модулированных радиосигналов при радиозондировании ионосферы Земли. Для реконструкции эффективной частоты соударений электронов в ионосфере Земли на основе амплитудных данных об ослаблении ЧМ радиосигнала получена рекуррентная система решения интегрального уравнения.

На основе метода расширенной бихарактеристической системы выполнено численное моделирование как в случае однослоевой, так и двуслоевой модели. Рассмотрено изотропное приближение, а также случай магнитоактивной ионосферной плазмы. Получены и исследованы графики лучевых траекторий частотно-модулированных сигналов в координатах время-высота на разных частотах, построены графики зависимостей поглощения сигналов в точке приёма от частоты, графики максимальной высоты отражения и времени прихода сигналов в точку отражения от частоты, получены зависимости амплитуды сигнала от времени и высоты вдоль лучей, построены зависимости вертикальной компоненты волнового вектора от высоты и времени. Сопоставлены результаты моделирования лучевых траекторий и амплитудных характеристик для волн о- и х-поляризаций и показано, что для обыкновенной волны, а также в изотропном случае, получено хорошее совпадение исходных значений эффективной частоты соударений и расчётных значений.

Разработанная методика обработки экспериментальных данных позволяет получить зависимость эффективной частоты соударений от высоты с хорошей точностью.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, входящих в Международные референтные базы данных и системы цитирования Web of Science и/или Scopus и статьи в журналах, входящих в перечень ВАК:

- Kryukovsky A.S., Lukin D.S., Mikhaleva E.V., Popchenko O. V. and Rastyagaev D. V. Diagnostics of the effective frequency of electronic collisions in the ionosphere based on analysis of the amplitude characteristics of continuous linear frequency modulated radio signals //2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC). – IEEE, 2020. – C. 211-215.
- Kryukovsky A.S., Lukin D.S., Mikhaleva E.V., Rastyagaev D.V. Application of the bi-characteristic method for reconstructing the effective frequency of electron collisions in the ionosphere //Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2021. – T. 1991. – № 1. – C. 012001.
- Kryukovskii A.S., Lukin D.S., Mikhaleva E.V., Rastyagaev D.V. Development of the Method for Reconstructing the Effective Frequency of Electron Collisions in the Ionospheric Plasma //Journal of Communications Technology and Electronics. - 2022. - T. 67. - №. 2. - C. 117-129. (Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва E.B., Растягаев Д.В. Развитие метода восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме //Радиотехника и электроника. - 2022. - T. 67. - №. 2. - C. 117-129.)
- Kryukovsky A.S., Mihaleva E.V., Lukin D.S., Rastyagaev D.V. Mathematical Simulation of the Reconstruction of the Effective Electron Collision Frequency Based on the Amplitude Data of the Ordinary and Extraordinary Waves //2022 IEEE 8th All-Russian Microwave Conference (RMC). – IEEE, 2022. – C. 334-336.
- Kryukovsky A.S., Lukin D.S., Mihaleva E.V., Rastyagaev D.V. Investigation of the Amplitude and Polarization Characteristics of Short Radio Waves in Slightly Inclined Sounding of the Ionosphere //2022 IEEE 8th All-Russian Microwave Conference (RMC). – IEEE, 2022. – C. 262-265.
- Kryukovsky A.S., Lukin D.S., Mihaleva E.V., Rastyagaev D.V. Investigation of the inhomogeneous structure of the ionosphere based on the registration of polarization and amplitude characteristics during vertical sounding //2022 IEEE 8th All-Russian Microwave Conference (RMC). – IEEE, 2022. – C. 270-273.
- Mikhaleva E. V., Kryukovsky A. S., Lukin D. S., Rastyagaev D. V. Simulation of Doppler Frequency Shift in the Presence of Traveling Ionospheric Disturbances //Journal of Communications Technology and Electronics. – 2023. – T. 68. – №. Suppl 2. – C. S111-S121.
- 8. Kryukovsky A.S., Mikhaleva E.V., Rastyagaev D.V. Influence of Traveling Ionospheric Disturbances on the Caustic Structure of Radio Waves during Low

Inclination Sounding of the Ionosphere //Journal of Communications Technology and Electronics. – 2023. – T. 68. – №. Suppl 3. – C. S275-S283.

- Кryukovsky A.S., Lukin D.S., Mihaleva E.V., Rastyagaev D.V. Mathematical Modeling of the Amplitude, Angular, and Time Characteristics of Short Radio Waves in Slightly Oblique Sounding of the Ionosphere //Journal of Communications Technology and Electronics. – 2023. – Т. 68. – №. 6. – С. 649-658. (Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В. Математическое моделирование амплитудных, угловых и временных характеристик коротких радиоволн при слабонаклонном зондировании ионосферы //Радиотехника и электроника. – 2023. – Т. 68. – №. 6. – С. 553-562.)
- Mikhaleva E.V., Kryukovsky A.S., Lukin D.S., Rastyagaev D.V. Mathematical Modeling of the Singularities of Caustic Structure of Electromagnetic Waves Formed by Traveling Ionospheric Disturbances //2024 Photonics & Electromagnetics Research Symposium (PIERS). – IEEE, 2024. – C. 1-9.
- 11. Крюковский А. С., Лукин Д. С., Михалева Е.В., Растягаев Д. В. Влияние перемещающихся ионосферных возмущений на доплеровское смещение частоты //Физические основы приборостроения. 2023. Т. 12. № 3 (49). С. 64-75.
- Крюковский А.С., Михалева Е.В., Растягаев Д.В. Моделирование лучевой каустической структуры радиоволн, образованных перемещающимися ионосферными возмущениями //Физические основы приборостроения. 2023. Т. 12 № 4 (50). С. 11-21.
- Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В. Амплитудный метод восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосфере на слабонаклонных трассах //Физические основы приборостроения. – 2024. – Т. 13. – №3 (53). – С.30-42.

Публикации в трудах конференций, входящих в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ):

- 14. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва Е.В., Попченко О.В., Растягаев Д.В. Диагностика эффективной частоты электронных соударений в ионосфере на основе анализа амплитудных характеристик непрерывных линейно частотномодулированных радиосигналов // VII Всероссийская Микроволновая Конференция. – 2020. – С. 274-278.
- 15. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В. Восстановление эффективной частоты соударений электронов в ионосфере на основе метода бихарактеристик //Распространение радиоволн. Труды XXVII Всероссийской открытой научной конференции. Калининград. – 2021. – С. 900–905.

- 16. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В. Применение восстановления эффективной метода бихарактеристик для частоты соударений электронов //Всероссийские ионосфере В открытые Современные проблемы Армандовские чтения: дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Муром. – 2021. – №. 1. – C. 57-66.
- Михалева Е.В. Моделирование ионограмм слабонаклонного зондирования на основе модели IRI // Цивилизация знаний: российские реалии: сборник трудов XXIII Международной научной конференции, Москва. – 2022. – С. 825-835.
- 18. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалева Е.В., Бова Ю.И., Растягаев Д.В. Исследование неоднородностей ионосферы Земли на основе регистрации амплитудных и поляризационных характеристик непрерывных линейно частотно-модулированных сигналов //Всероссийские открытые Армандовские чтения: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Муром. – 2022. – №. 1. – С. 49-60.
- 19. Крюковский A.C., Лукин Д.С., Михалева E.B., Д.В. Растягаев Восстановление эффективной частоты соударений электронов В магнитоактивной ионосферной плазме на основе амплитудных данных //Всероссийские открытые Армандовские чтения: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Муром. – 2022. – №. 1. – С. 36-48.
- Михалёва Е.В., Крюковский А.С., Растягаев Д.В. Применение амплитудных данных для восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме с учетом магнитного поля Земли //Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. – 2022. – С. 376-378.
- 21. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалева Е.В., Палкин Е.А., Растягаев Д.В. Моделирование влияния неоднородностей ионосферы Земли на распространение радиоволн коротковолнового диапазона //Распространение радиоволн: Сборник докладов XXVIII Всероссийской открытой научной конференции. Йошкар-Ола. – 2023. – С. 35–42.
- 22. Михалева E.B., Крюковский А.С., Растягаев Д.В. Математическое каустической структуры моделирование электромагнитных полей, образованной перемещающимися ионосферными возмущениями //Всероссийские открытые Армандовские чтения: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Муром. – 2023. – №. 1. – С. 47-54.

- 23. Михалёва Е.В., Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Исследование влияния перемещающихся ионосферных возмущений на доплеровское смещение частоты //Распространение радиоволн. Йошкар-Ола. 2023. С. 549-552.
- 24. Михалёва Е.В., Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Влияние перемещающихся ионосферных возмущений на характеристики радиосигнала // Материалы 21-й Международной конференции "Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса". Москва: Институт космических исследований Российской академии наук, 2023. С. 317.
- 25. Михалёва E.B., Крюковский A.C., Лукин Д.С., Д.В. Растягаев Математическое моделирование волновых полей и доплеровских сдвигов частоты в окрестности каустического острия при наличии нестационарных неоднородностей ионосферы // Материалы 21-й Международной конференции "Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса". – Москва: Институт космических исследований Российской академии наук, 2023. - С. 318.
- 26. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В. Математическое моделирование влияния перемещающихся ионосферных возмущений на доплеровский сдвиг частоты зондирующего сигнала // Радиолокационное исследование природных сред: Материалы XXXIII Всероссийского симпозиума, посвященного 100-летию со дня рождения доктора технических наук, профессора Клюева Николая Фомича. Санкт-Петербург. 2024. С. 553-558.
- 27. Крюковский А.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В. Амплитудный метод диагностики частоты соударений в ионосфере Земли методом бихарактеристик //Всероссийские открытые Армандовские чтения: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Муром. – 2024. – №. 1. – С. 59-70.