

*На правах рукописи*



Иванов Алексей Павлович

**МОДЕЛЬ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ  
КАК ИНСТРУМЕНТ АНАЛИЗА НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ  
В МАГНИТОУПРУГОЙ СИСТЕМЕ**

Специальность 01.04.03 – Радиофизика

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Сыктывкар – 2019

Работа выполнена на кафедре радиофизики и электроники Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина».

**Научный руководитель:** **Шавров Владимир Григорьевич**  
доктор физико-математических наук, профессор

**Официальные оппоненты:** **Алфимов Георгий Леонидович**  
доктор физико-математических наук, доцент,  
профессор кафедры высшей математики № 1 ФГАОУ  
ВО «Национальный исследовательский университет  
«Московский институт электронной техники»

**Екомасов Евгений Григорьевич**  
доктор физико-математических наук, профессор,  
профессор кафедры теоретической физики Физико-  
технического института ФГБОУ ВО «Башкирский  
государственный университет»

**Ведущая организация:** Федеральное государственное бюджетное образова-  
тельное учреждение высшего образования «Москов-  
ский государственный университет имени М. В. Ло-  
моносова»

Защита диссертации состоится «21» июня 2019 г., в 10-00, на заседании дис-  
сертационного совета Д 002.231.02 на базе Федерального государственного бюд-  
жетного учреждения науки Института радиотехники и электроники им. В. А. Ко-  
тельникова Российской академии наук (ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН) по ад-  
ресу: 125009, Москва, ул. Моховая, д. 11, корп. 7.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИРЭ им. В. А. Котельни-  
кова РАН и на сайте: <http://cplire.ru/rus/dissertations/Ivanov/index.html>

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат физ.-мат. наук



Копылов  
Юрий Леонидович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы диссертационного исследования

Вопросы нелинейности присущи практически каждой области физики. Интенсивное развитие получили такие направления, как нелинейная оптика, нелинейная акустика, нелинейная радиофизика. В связи с этим исследование нелинейных колебаний, как наиболее характерного процесса нелинейной динамики, представляет собой одну из приоритетных современных физических задач. Богатое разнообразие таких колебаний можно наблюдать в ферритах на сверхвысоких частотах (СВЧ). Особенно отчетливо они проявляются в процессах возбуждения гиперзвука при использовании ферритовых магнитоотрицательных преобразователей, работающих в условиях ферромагнитного резонанса (ФМР). Традиционными материалами для таких преобразователей являются железоиттриевый и тербиевый ферриты-гранаты (ЖИГ и ТбФГ), обладающие низкими потерями и высоким значением константы магнитоупругого взаимодействия. Но при повышении мощности возбуждаемого гиперзвука у этих материалов проявляется серьезный недостаток – увеличивается рост потерь за счет параметрического возбуждения обменных спиновых волн. Это ограничение можно обойти путем выбора геометрии преобразователя, а именно в виде нормально намагниченного тонкого диска. В такой геометрии амплитуда гиперзвука может быть увеличена в десятки раз, что способствует созданию магнитоакустических преобразователей высокой мощности.

Преимущественно задача возбуждения гиперзвука основана на классической теории нелинейного ферромагнитного резонанса (НФМР). В общем случае данная теория подразумевает решение сложной системы нелинейных дифференциальных уравнений, включающей в себя уравнения движения для намагниченности и упругого смещения. Такая задача сама по себе является нетривиальной и разрешима только численно, и в большинстве случаев приемлемые результаты удается получить только для малых амплитуд возбуждающего поля. В связи с этим становятся востребованными модели, допускающие более простые и наглядные решения, на основе которых можно получить важные для практики аналитические критерии.

Исследование нестационарных режимов нелинейных колебаний, в том числе и колебаний намагниченности ферромагнитного образца, ведется уже давно. Экспериментально продемонстрирована возможность возбуждения нестационарных колебаний автомодуляционного характера, которые обусловлены нелинейным взаимодействием намагниченности ферритового образца с электромагнитными колебаниями резонатора. Выявлена роль магнитоупругого взаимодействия в этом процессе. Тем не менее, свойства системы связанных осцилляторов, представляющих магнитную и упругую подсистемы магнетиков, еще не исследованы в полной мере.

При рассмотрении потенциала для описания свойств систем подобного рода обычно ограничиваются только первыми слагаемыми, отвечающими за квадратичную и кубическую нелинейность. При этом роль нелинейности, обусловленную слагаемыми четвертого порядка, которые отражают смешанную нелинейность обоих осцилляторов, оставлена вне рассмотрения. Однако предварительное исследование показывает, что учет членов потенциала со степенью выше третьей значительно разнообразит характер колебаний системы и приводит к режимам, нереализуемым на прежних уровнях нелинейности.

### Цели и задачи диссертации

Целью данной работы является сведение задачи возбуждения гиперзвука магнестрикционным преобразователем в условиях ФМР к упрощенной модели возбуждения двух связанных магнитного и упругого осцилляторов, один из которых в общем случае является нелинейным и связан с другим нелинейной связью. Для достижения поставленной цели решались следующие задачи.

1. Разработка модели связанных линейного и нелинейного осцилляторов, обладающей всеми свойствами, присущими нелинейным системам.

2. Выявление параметров модели, определяющих свойства колебаний системы, в первую очередь пороговый характер смены режимов колебаний, роль параметров затухания и нелинейности осцилляторов и связи, условия перехода к стохастическому режиму при большом уровне возбуждения

3. Интерпретирование физической сущности явлений, происходящих в модельной системе, методом обобщенного потенциала, подобранного с учетом особенностей рассматриваемой модели.

4. Построение модели взаимодействия магнитной и упругой подсистем ферромагнетика, позволяющей оценить и рассчитать важные параметры магнитоакустического преобразователя без использования сложных аналитических и численных методов.

5. Вывод системы уравнений в обобщенном виде, соответствующей модельной системе из двух связанных осцилляторов, нелинейность в которых описывается слагаемыми не ниже третьего порядка по намагниченности, упругому смещению и их производных.

6. Определение степени влияния вида и уровня связи осцилляторов на развитие их колебаний, выявление и обоснование нелинейных эффектов, вызванных разным уровнем связи.

### Научная новизна диссертационного исследования

1. Предложена модель системы связанных сильной нелинейной связью осцилляторов, упрощающая решение задачи развития колебаний в связанных нелинейных системах. В зависимости от уровня возбуждения и нелинейности выявлено пять режимов колебаний системы: регулярный синусоидальный, регулярный с

расщеплением, регулярный без расщепления, нерегулярный квазихаотический, нерегулярный расходящийся.

2. Предложена модель динамического потенциала, представляющего собой совокупность потенциалов нелинейных осцилляторов и содержащего в своей структуре слагаемые четвертого порядка по координате. На основе динамического потенциала дана интерпретация динамики колебаний в модельной системе и эффектов, вызванных дополнительными слагаемыми нелинейности.

3. Предложенная модель связанных осцилляторов применена к решению задачи сильно возбужденных нелинейных колебаний намагниченности и упругого смещения в структуре с магнитоупругими свойствами. В результате достигнуто упрощение полной системы из семи уравнений первого порядка с граничными условиями до системы из четырех уравнений первого порядка без граничных условий.

4. Выведены аналитические критерии, определяющие зависимость смены режимов колебаний от величины связи осцилляторов и частоту резонансных колебаний в точке перехода.

5. Записана полная система уравнений для квадратичного приближения в обобщенном симметричном виде, соответствующая модельной системе. Нелинейность в этих уравнениях описывается слагаемыми третьего порядка по намагниченности, упругому смещению и их производных.

6. Определены критерии возникновения нестационарного запаздывания развития колебаний системы из двух осцилляторов, показана роль нелинейности и величины связи между осцилляторами в этом процессе.

#### Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость диссертации состоит в проработке решения системы уравнений для связанных осцилляторов, построенной на модели потенциала с членами четвертого порядка. Свойства такой системы позволяют интерпретировать характер вынужденных нелинейных колебаний намагниченности и упругого смещения в нормально намагниченной ферритовой пластине.

Практическая значимость работы заключена в возможности использования результатов теоретических исследований в построении магнитоотрицательных преобразователей с заданными свойствами для генерации гиперзвука, в моделировании устройств аналоговой обработки сигналов, а также в разного рода нелинейных генераторах и преобразователях частоты.

#### Методы исследования

В ходе выполнения данной работы были использованы широко известные и часто применяемые в подобных задачах методы.

1. Численные методы решения задачи Коши для обычных дифференциальных уравнений, а именно метод Рунге–Кутты 4–5 порядка точности с контролем длины шага интегрирования.

2. Оригинальные программные коды для расчета динамики осциллирующих систем, построения потенциальных поверхностей, а также фазовых портретов.

#### Положения, выносимые на защиту

1. Разработка модели двух связанных осцилляторов, один из которых обладает сильно нелинейными свойствами, для интерпретации вынужденных нелинейных колебаний намагниченности и упругого смещения нормально намагниченной ферритовой пластины.

2. Анализ системы нелинейных уравнений второго порядка на основе модели динамического потенциала, образованного совокупностью динамических потенциалов отдельных осцилляторов, содержащих в своей структуре слагаемые четвертого порядка по координате.

3. Аналитическое решение для укороченной системы в режиме постоянной амплитуды колебаний и два критерия, один из которых дает критическое значение константы связи, определяющее переход между режимами колебаний, а другой – частоту резонансных колебаний в точке перехода.

4. Решение полной системы уравнений для квадратичного приближения в обобщенном симметричном виде, соответствующее модельной системе из двух связанных осцилляторов, нелинейность в которых описывается слагаемыми третьего порядка по намагниченности, упругому смещению и их производных.

5. Интерпретация нестационарного запаздывания развития колебаний на основе существования дополнительного минимума, отделенного от основного потенциальным барьером, и условия реализации такого запаздывания.

6. Модель динамического потенциала, отражающая динамику колебаний первого осциллятора при условии использования амплитуды второго осциллятора как параметра.

#### Степень достоверности и апробация результатов исследования

Результаты работы обсуждались на семинарах кафедры радиофизики и электроники ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина» и были представлены на следующих научных мероприятиях: Международной конференции «Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах» (г. Махачкала, 2010); Moscow International Symposium on Magnetism (MISM) (Moscow, Russia, 2011); XXII Международной конференции «Новое в магнетизме и магнитных материалах» (НМММ) (г. Астрахань, 2012); XX Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы» (г. Москва, 2012); International Symposium on Spin Waves 2013 (Saint Petersburg, Russia, 2013); X Международной зимней школе-семинаре «Хаотические автоколебания и образование структур» (ХАОС-2013) (г. Саратов, 2013); XXI Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы» (г. Москва, 2013); VI Байкальской Международной конференции «Магнитные материалы. Новые технологии» (пос. Большое Голоустное Иркутской обл., 2014); XXII Международной конференции «Электромагнитное

поле и материалы» (г. Москва, 2014); XVI Международной зимней школе-семинаре по радиофизике и электронике сверхвысоких частот (г. Саратов, 2015); Международной конференции, посвященной 80-летию чл.-корр. РАН И. К. Камилова «Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах» (г. Челябинск, 2015); XXIII Всероссийской конференции с международным участием «Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования)» (г. Москва, 2015).

### Публикации

По материалам диссертации опубликовано 30 работ, из которых: 11 публикаций в ведущих рецензируемых научных журналах, определенных ВАК при Минобрнауки России и индексируемых в РИНЦ, в том числе 3 публикации в журналах, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus и Web of Science, и 19 тезисов докладов на российских и международных конференциях, научных семинарах.

### Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Полный объем текста составляет 211 страниц и включает 60 рисунков и 4 таблицы. Список цитируемой литературы содержит 74 наименования.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обосновывается актуальность диссертационной работы, формулируются цель, задачи и выносимые на защиту положения, описывается степень разработанности темы и методы исследования, указывается научная новизна предложенной модели связанных нелинейных осцилляторов и интерпретации развития колебаний в модельной системе. Также приводится теоретическая и практическая значимость работы, заключенная в возможности применения полученных результатов в построении магнитострикционных преобразователей с заданными свойствами, нелинейных генераторов и других электромагнитных устройств, использующих свойства нелинейных систем. Изложены положения, выносимые на защиту, приводятся сведения о степени достоверности и апробации полученных результатов.

**В первой главе** рассматриваются простейшие колебательные системы, приведен обзор важных понятий общей теории нелинейных колебаний, на которые опирается данное исследование. Проводится обзор литературы по нелинейным динамическим явлениям в магнетиках и связанных колебательных системах. Рассматриваются основные положения теории нелинейного ферромагнитного резонанса и нелинейных динамических явлений в связанных колебательных системах. Приводятся современные результаты исследований прецессионного движения

магнитного момента в условиях ферромагнитного резонанса, описываются явления, возникающие при больших уровнях накачки. Указывается на то, что в случае больших углов прецессии линейная связь между амплитудой возбуждающего поля и намагниченностью утрачивается, вызывая ряд нелинейных эффектов. Отмечается, что решение уравнения движения намагниченности при этом может быть найдено лишь в ограниченном числе случаев.

**Во второй главе** вводится упрощенная модель двух связанных осцилляторов, обладающая всеми характерными свойствами нелинейной системы и допускающая автоколебания:

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + \beta_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} + \omega_1^2 \cdot (x_1 + \delta \cdot x_1^3) + \gamma_1 \cdot x_2^{\alpha_1} = A \cdot \cos \omega t; \quad (1)$$

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} + \beta_2 \cdot \frac{dx_2}{dt} + \omega_2^2 \cdot x_2 + \gamma_2 \cdot x_1^{\alpha_2} = 0, \quad (2)$$

где  $x_{1,2}$ ,  $\beta_{1,2}$ ,  $\omega_{1,2}$  – координатные переменные, параметры затухания и собственные частоты осцилляторов,  $\gamma_{1,2}$  – коэффициенты связи,  $\delta$  – параметр нелинейности первого осциллятора,  $A$  и  $\omega$  – амплитуда и частота возбуждающей силы,  $\alpha_{1,2}$  – показатели степени слагаемого связи.

Для рассмотрения динамических свойств предложенной модели используется понятие обобщенного потенциала  $U_S(x_1, x_2)$ , который лежит в основе физической интерпретации поведения колебательной системы. Показано, что в задаче о связанных магнитном и упругом (или магнитном и электродинамическом) осцилляторах потенциал принимает вид:

$$U_S = \zeta_1 x_1^2 + \zeta_2 x_1 x_2 + \zeta_3 x_2^2 + \eta_1 x_1^4 + \xi_3 x_1 x_2^2, \quad (3)$$

где два слагаемых дают собственные частоты осцилляторов, одно – нелинейность первого осциллятора, и оставшиеся два обеспечивают связь между осцилляторами. Система уравнений движения при этом приводится к виду:

$$\frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} + \beta_1 \frac{\partial x_1}{\partial t} + 2\zeta_1 x_1 + \zeta_2 x_2 + 4\eta_1 x_1^3 + \xi_3 x_2^2 = A \cos(\omega t); \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} + \beta_2 \frac{\partial x_2}{\partial t} + 2\zeta_3 x_2 + \zeta_2 x_1 + 2\xi_3 x_1 x_2 = 0. \quad (5)$$

Рассматриваемая модель допускает множество видов колебаний, которые зависят от свойств самих осцилляторов и связи между ними.

Для случая идентичности осцилляторов построены развертки во времени и параметрические портреты характерных для системы видов колебаний (рисунок 1). В зависимости от степени возбуждения выявлены пять основных режимов: режим № 1 – регулярный синусоидальный, режим № 2 – регулярный с расщеплением, режим № 3 – регулярный без расщепления, режим № 4 – нерегулярный квазихаотический, режим № 5 – нерегулярный расходящийся.



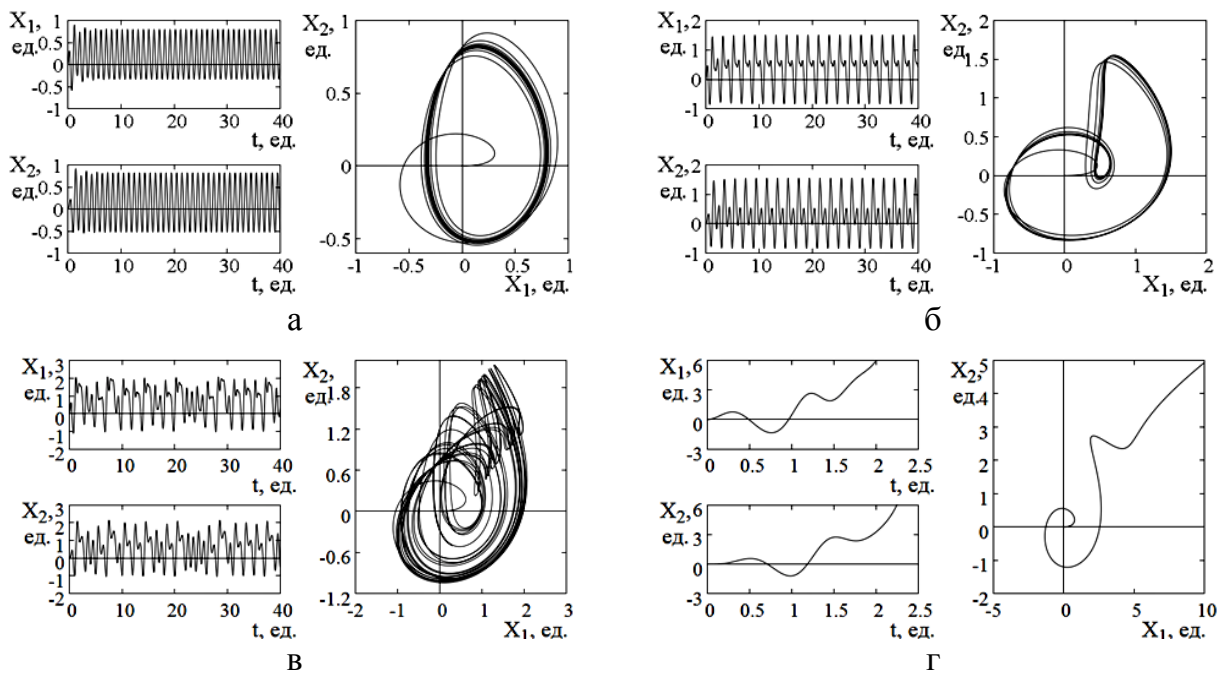


Рисунок 1. Режимы колебаний при различной величине возбуждения. Слева показаны развертки колебаний во времени, справа – параметрические портреты. Амплитуда возбуждения: а – 20 ед.; б – 30 ед.; в – 40 ед.; г – 50 ед.

Установлено, что переходы между режимами от № 1 до № 4 через все промежуточные при увеличении амплитуды возбуждения являются беспороговыми. Переход из режима № 4 в режим № 5 происходит скачкообразно. В режимах № 1–3 наблюдаются периодические колебания, которые синхронизированы с возбуждающей силой. В режиме № 4 колебания становятся квазихаотическими, а в режиме № 5 колебательный процесс отсутствует, и система уходит на бесконечность.

Для неидентичных осцилляторов выявлен двухпериодический режим асинхронных колебаний – режим № 6 (рисунок 2). В этом режиме малый период колебаний соответствует периоду возбуждающей силы, а большой значительно превышает период возбуждения.

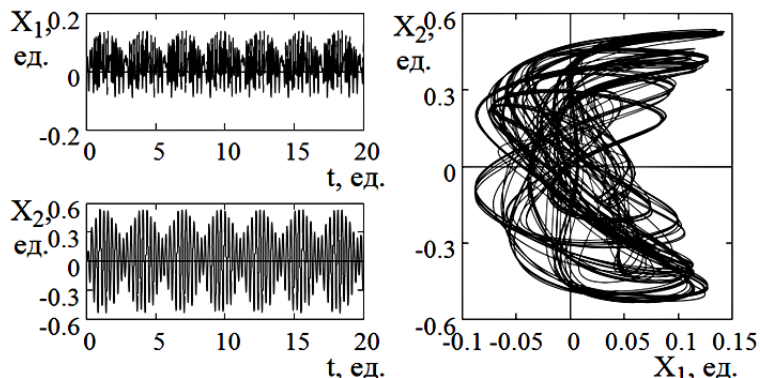


Рисунок 2. Асинхронные колебания различающихся осцилляторов. Слева показаны развертки колебаний во времени, справа – параметрический портрет. Параметры:  $\omega_1 = 18.85, \omega_2 = 21.99, \omega = 20.11, \beta_1 = 10.0, \beta_2 = 0.2, \delta = 1000, \gamma_1 = 800, \gamma_2 = 800, A = 45$ .

Также в главе приводятся частотные характеристики колебаний асинхронного режима. Показаны четыре различных режима, соответствующие различным положениям частоты возбуждения относительно частот двух осцилляторов. Три из этих режимов являются автоколебательными: навязанный ( $\omega \ll \omega_1$ ), стохастический ( $\omega \leq \omega_1$ ) и регулярный ( $\omega_1 \leq \omega < \omega_2$ ).

В заключении главы предложена основанная на нелинейности системы модель генерации гармоник, объясняющая расщепление синусоидальных колебаний в режимах № 2–4. Показано, что возбуждение второй гармоники приводит к регулярным автомодуляционным колебаниям, которые соответствуют режиму № 3, а возбуждение гармоник более высоких порядков может привести к нерегулярным колебаниям, соответствующим режимам № 3 и № 4.

**В третьей главе** описывается применение модели связанных осцилляторов в задаче возбуждения гиперзвуковых колебаний магнитоэластичным преобразователем СВЧ на частоте ферромагнитного резонанса. Приводится описание геометрии задачи, в основе которой лежит плоскопараллельная пластина толщины  $d$ , обладающая магнитными, упругими и магнитоупругими свойствами, записаны связанные уравнения движения вектора намагниченности и упругого смещения с граничными условиями и возбуждением переменным магнитным полем.

Для упрощения задачи предлагается линеаризованная система уравнений, основанная на модели связанных осцилляторов, что позволяет свести полную систему из семи уравнений первого порядка и четырех граничных условий к системе четырех уравнений первого порядка для намагниченности и упругого смещения без граничных условий:

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot \frac{\partial^2 m_x}{\partial t^2} + a_{12} \cdot \frac{\partial m_x}{\partial t} + a_{13} \cdot m_x + a_{14} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial t} + a_{15} \cdot v_x = \\ = b_{11} \cdot \frac{\partial h_y}{\partial t} + b_{12} \cdot \frac{\partial h_x}{\partial t} + b_{13} \cdot h_x; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} a_{21} \cdot \frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} + a_{22} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial t} + a_{23} \cdot v_x + a_{24} \cdot \frac{\partial m_x}{\partial t} + a_{25} \cdot m_x = \\ = b_{21} \cdot \frac{\partial h_y}{\partial t} + b_{22} \cdot \frac{\partial h_x}{\partial t} + b_{23} \cdot h_x, \end{aligned} \quad (7)$$

где коэффициенты  $a_{ik}$  и  $b_{ik}$  есть комбинации параметров образцов.

На основе характеристик реальных образцов ЖИГ получена укороченная система уравнений, соответствующая модельной системе из двух осцилляторов, связанных через производные от переменных:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} + \beta_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} + \omega_1^2 \cdot x_1 + \gamma_1 \cdot x_2 + \delta_1 \cdot \frac{dx_2}{dt} = A \cdot \cos(\omega_0 t); \quad (8)$$

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} + \beta_2 \cdot \frac{dx_2}{dt} + \omega_2^2 \cdot x_2 + \gamma_2 \cdot x_1 + \delta_2 \cdot \frac{dx_1}{dt} = 0, \quad (9)$$

Показано, что в зависимости от величины параметров связи осцилляторов возможны два режима вынужденных колебаний: спад и нарастание амплитуды во

времени. Эти два режима разделены третьим режимом (точкой бифуркации), в котором амплитуда вынужденных колебаний сохраняет постоянное значение.

Для укороченной системы в режиме постоянной амплитуды колебаний приведено аналитическое решение. Записаны два критерия, один из которых дает критическое значение константы связи, определяющее переход между режимами, а другой – частоту резонансных колебаний в точке перехода:

$$G_S(\omega) = \omega^4 - \omega^2(a_{13} + a_{23} + a_{12}a_{22} - a_{15}a_{25}) + a_{13}a_{23} - a_{14}a_{24} = 0, \quad (10)$$

$$\omega_S = \sqrt{\frac{a_{12}a_{23} + a_{22}a_{13} - a_{15}a_{24} - a_{25}a_{14}}{a_{12} + a_{22}}}. \quad (11)$$

В конце главы приводится сопоставление результатов упрощенной системы с реальным случаем возбуждения колебаний в пластине ЖИГ. Отмечено, что в реальном случае железонитридевого граната амплитуда нарастающих колебаний ограничивается на достаточно высоком постоянном уровне, обусловленном нелинейной расстройкой магнитной колебательной системы. Показано, что точка перехода между режимами, соответствующая бесконечному росту амплитуды колебаний модельной системы, для случая ЖИГ эквивалентна точке переориентации вектора намагниченности, причем тот и другой переходы происходят при одном и том же критическом значении константы магнитоупругого взаимодействия.

**В четвертой главе** применительно к задаче возбуждения гиперзвуковых колебаний рассматриваются уравнения движения вектора намагниченности и упругого смещения, в которых использовано квадратичное приближение по намагниченности.

С учетом круговой прецессии полная система, содержащая семь уравнений первого порядка и четыре граничных условия, сведена к квадратованной системе четырех уравнений первого порядка без граничных условий:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 m_x}{\partial t^2} + \alpha\gamma \left( H_p - b_1 + \frac{\gamma H_p^2}{\omega} \right) \frac{\partial m_x}{\partial t} + \gamma^2 H_p (H_p - b_1) m_x + 2\gamma^2 H_p b_2 v_x + \\ & + 2\alpha\gamma b_2 \frac{\partial v_x}{\partial t} + 2\gamma^2 H_p b_0 m_x^3 - 2\gamma^2 (3H_p - b_0) b_2 m_x^2 v_x - \\ & - 4\gamma^2 b_2^2 m_x v_x^2 + \frac{2\gamma^2 b_0}{\omega^2} (2\gamma H_p - \omega) m_x \left( \frac{\partial m_x}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{2\gamma b_2}{\omega} m_x \right) \left( \frac{\partial m_x}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} \right) - \\ & - \frac{2\gamma^2 b_0}{\omega^2} [\gamma (H_p - 3b_0) - \omega] \left( \frac{\partial m_x}{\partial t} \right)^2 v_x = \gamma^2 H_p h_0 \cos(\omega t), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} + 2(\beta + \alpha\gamma b_2 c_2) \frac{\partial v_x}{\partial t} + (c_1 + 2\gamma^2 H_p b_2 c_2) v_x + \gamma^2 H_p (H_p - b_1) c_2 m_x + \\ & + \left[ \alpha\gamma \left( H_p - b_1 + \frac{\gamma H_p}{\omega} \right) - 2\beta \right] c_2 \frac{\partial m_x}{\partial t} + 2\gamma^2 H_p b_0 c_2 m_x^3 - \\ & - 2\gamma^2 (3H_p - b_0) b_2 c_2 m_x^2 v_x - 4\gamma^2 b_2^2 c_2 m_x v_x^2 + \frac{2\gamma^2 b_0 c_2}{\omega^2} (2\gamma H_p - \omega) m_x \left( \frac{\partial m_x}{\partial t} \right)^2 + \\ & + \frac{2\gamma b_2 c_2}{\omega} m_x \left( \frac{\partial m_x}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} \right) - \frac{2\gamma b_2 c_2}{\omega^2} [\gamma (H_p - 3b_0) - \omega] \left( \frac{\partial m_x}{\partial t} \right)^2 v_x = \\ & = \gamma^2 H_p h_0 \cos(\omega t). \end{aligned} \quad (13)$$

Показано, что эта система представляет собой частный случай более общей симметричной системы двух нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка с переменными  $x_1$  и  $x_2$ , соответствующей модельной системе из двух связанных осцилляторов, нелинейность в которых описывается слагаемыми третьего порядка по намагниченности, упругому смещению и их производных.

Далее в главе на основе численного анализа соотношений, составляющих эквивалентные параметры для реального случая железиттриевого граната, получены укороченные уравнения, содержащие только главные слагаемые, отвечающие за динамическое поведение системы. Показано, что главную роль играют слагаемые, пропорциональные третьей степени по намагниченности и произведению намагниченности на квадрат ее производной по времени.

В конце главы приводится анализ приближения, обеспечиваемого линеаризованной и квадрированной системами по сравнению с решением, обеспечиваемым исходной нелинейной системой (рисунок 3).

Показано, что при описании упругих колебаний на уровне точности 20 % линеаризованная система является корректной при значениях переменных полей не более 0.05 от намагниченности насыщения при углах прецессии порядка  $3^\circ$ . Квадрированная система сохраняет корректность вплоть до полей, составляющих 0.40 от намагниченности насыщения, что соответствует углам прецессии до  $25^\circ$ . По магнитным колебаниям квадрированная система сохраняет точность 5 % до полей, превышающих намагниченность насыщения более чем в три раза. Это соответствует углам прецессии до  $40^\circ$ .

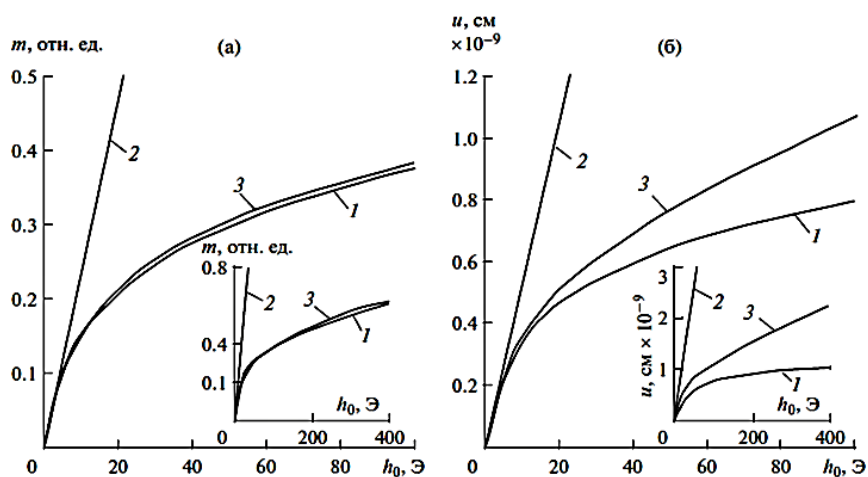


Рисунок 3. Зависимость поперечной компоненты намагниченности (а) и упругого смещения (б) от амплитуды переменного поля.

1 – решение полной нелинейной системы; 2 – решение линеаризованной системы; 3 – решение квадрированной системы. На вставках – те же кривые в интервале переменного поля до 400 Э. Параметры материала соответствуют ЖИГ;  $4\pi M_0 = 1750$  Гс;  $B_2 = 6.96 \times 10^6$  эрг  $\text{см}^{-3}$ ;  $c_{44} = 7.64 \times 10^{11}$  эрг  $\text{см}^{-3}$ ;  $\rho = 5.17$  г  $\text{см}^{-3}$ ,  $\alpha = 0.02$ ;  $\beta = 10^9$   $\text{с}^{-1}$ ; а также  $d = 6.865 \times 10^{-5}$  см;  $H_0 = 2750$  Э, частота возбуждения 2.8 МГц.

Для случая повышенных значений константы магнитоупругого взаимодействия показано, что для колебаний намагниченности по мере увеличения константы магнитоупругого взаимодействия до 40 раз, по сравнению с таковой для ЖИГ, точность линейного и квадратичного приближений, вплоть до полей порядка 0.40 от намагниченности насыщения, возрастает, составляя не менее 5 %. Для упругих колебаний при таком же увеличении константы магнитоупругого взаимодействия точность, первоначально составляя не более 40 %, при значении константы на порядок больше, чем значение таковой для ЖИГ, возрастает до 10 %. После чего, пройдя через максимум, при увеличении константы до 40 раз убывает до 80 %.

**В пятой главе** проведено исследование нелинейных вынужденных колебаний намагниченности и упругого смещения в нормально намагниченной ферритовой пластине при различных уровнях линейной и нелинейной связи. Рассмотрена роль нелинейности, обусловленная членами четвертого порядка, представляющими смешанную нелинейность первого и второго осцилляторов. Исследование проводилось для полученной в четвертой главе системы уравнений в случае, когда резонансные частоты обоих осцилляторов различались в кратном отношении:

$$\frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} + \beta_1 \frac{\partial x_1}{\partial t} + \omega_1^2 \cdot x_1 + \gamma_1 \cdot x_2 + \delta \cdot x_1^3 + \eta \cdot x_1^2 x_2 = A \cdot \cos(\omega_0 t); \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} + \beta_2 \frac{\partial x_2}{\partial t} + \omega_2^2 \cdot x_2 + \gamma_2 \cdot x_1 = 0, \quad (15)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  – нормированные компоненты намагниченности и упругого смещения в плоскости пластины,  $\beta_1$  и  $\beta_2$  – параметры затухания,  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – собственные частоты осцилляторов,  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – константы линейной связи,  $\delta$  – параметр кубической нелинейности первого осциллятора,  $\eta$  – параметр нелинейной связи,  $A$  и  $\omega_0$  – амплитуда и частота переменного поля.

Показано, что в условиях умножения частоты второго осциллятора относительно частоты первого при определенных параметрах системы возбуждение колебаний происходит с нестационарным запаздыванием во времени. По окончании такого запаздывания происходит скачкообразный рост амплитуды колебаний на один-два порядка и более, после чего амплитуда колебаний стремится к стационарному значению (рисунок 4).

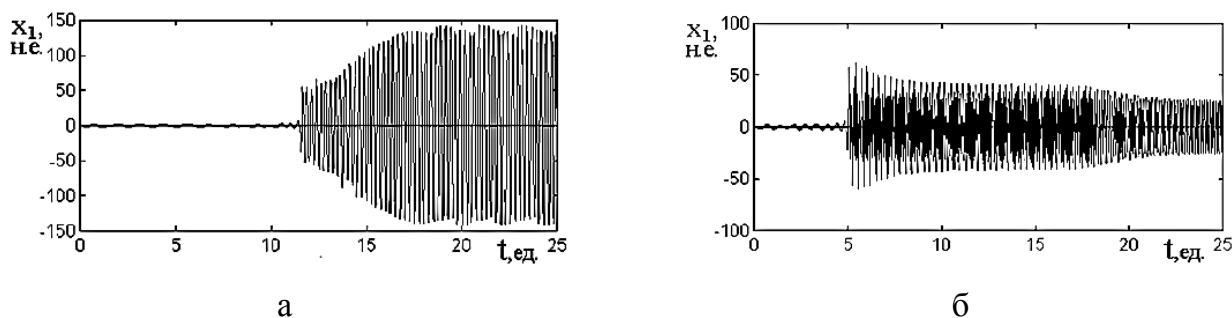


Рисунок 4. Примеры запаздывания развития колебаний первого осциллятора при параметрах системы:  $\omega_1 = 5$ ;  $\omega_2 = 15$ ;  $\gamma_1 = \gamma_2 = 10$ ;  $\delta = 5$ ;  $\eta = -200$ ;  $\omega_0 = 5$ ;  $A = 50$ ;  
а –  $\beta_1 = 1.0$ ,  $\beta_2 = 0.1$ ; б –  $\beta_1 = 0.1$ ,  $\beta_2 = 1.0$ .

Выявлены необходимые условия реализации такого нестационарного запаздывания. Показано, что важнейшим условием является значительное различие времен релаксации осцилляторов. Отмечен пороговый характер реализации запаздывания по амплитуде возбуждения и критический характер по параметру кубической нелинейности первого осциллятора. Указано, что принципиально важным моментом для реализации запаздывания является превосходство частоты второго осциллятора относительно частоты первого в небольшое число раз.

Для интерпретации эффекта запаздывания предложена гипотеза существования дополнительного минимума потенциала системы, который отделен от основного потенциальным барьером. На основе этой гипотезы построена модель динамического потенциала, отражающая характер колебаний первого осциллятора при условии использования амплитуды второго осциллятора в качестве параметра. В качестве главной причины появления минимума указано наличие нелинейной связи, пропорциональной произведению квадрата амплитуды колебаний первого осциллятора на первую степень амплитуды колебаний второго осциллятора. Показано, что такая модель позволяет описать как пороговый по различным параметрам характер реализации запаздывания, так и необходимую кратность частот осцилляторов.

В рамках предложенной модели приведено подробное исследование характера запаздывания в широком интервале изменения амплитуды возбуждения. Выявлено критическое значение амплитуды, превышение которого является необходимым условием реализации запаздывания.

Исследована зависимость запаздывания и характера возбуждаемых колебаний от параметра кубической нелинейности первого осциллятора. Указана решающая роль этой кубической нелинейности в удержании амплитуды возбуждаемых колебаний на постоянном уровне.

Для интерпретации развития колебаний во времени приведена модель динамического потенциала, состоящего из двух потенциалов, по одному для каждого осциллятора. Отмечена невзаимность такой двухпотенциальной модели из-за сочетания в полной колебательной системе линейного и нелинейного осцилляторов. Показано, что такая двухпотенциальная модель может быть сведена к однопотенциальной на основе представления потенциала второго осциллятора в качестве параметра для потенциала первого.

Рассмотрен процесс развития колебаний во времени в случае симметричной и несимметричной линейной связи между осцилляторами. Выявлено четыре наиболее характерных режима, соответствующих различным уровням параметра линейной связи: двухступенчатое запаздывание, плавное насыщение, перемежающиеся скачки, малоамплитудная релаксация.

Также в главе приведено исследование различных режимов колебаний при изменении параметра нелинейной связи. Выполнена классификация наблюдаемых режимов по величине амплитуды возбуждаемых колебаний. Показано, что можно

выделить две большие группы режимов: малоамплитудные, имеющие место при очень слабой и очень сильной степени линейной связи, и высокоамплитудные – при промежуточной величине линейной связи. Малоамплитудные режимы слабой связи характеризуются отсутствием запаздывания и высокой стабильностью возбуждаемых колебаний. Малоамплитудные режимы сильной связи характеризуются сильной хаотической составляющей начальных колебаний, после чего их амплитуда резко падает, и далее колебания происходят с малой амплитудой вокруг смещенного положения равновесия. Высокоамплитудные режимы характеризуются значительным запаздыванием, сильной примесью хаотических колебаний в процессе установления и высокой стабильностью установившихся колебаний.

Исследовано развитие колебаний во времени в типичных высокоамплитудных режимах. Введены временные и амплитудные параметры, характеризующие развитие колебаний. Показано, что характер колебаний при изменении параметра нелинейной связи существенным образом зависит от величины параметра линейной связи.

Рассмотрен случай низкой степени линейной связи. Показано, что зависимости временных параметров процесса развития колебаний от абсолютной величины параметра нелинейной связи в среднем описываются функциями типа обратной пропорциональности.

Исследованы зависимости амплитудных параметров возбуждаемых колебаний от величины параметра нелинейной связи. Показано, что начиная с критической величины этого параметра, амплитуды возбуждаемых колебаний имеют в среднем постоянные значения и от величины параметра не зависят.

Приведена интерпретация рассмотренных зависимостей на основе модели динамического потенциала. Показано, что по мере увеличения амплитуды колебаний первого осциллятора имеет место сильный рост амплитуды второго осциллятора. Выявлена решающая роль амплитуды второго осциллятора в формировании амплитуды первого осциллятора.

Отмечен эффект самовоздействия первого осциллятора на амплитуду собственных колебаний через посредство второго осциллятора. В качестве механизма воздействия предложена модель положительной обратной связи, приводящая к лавинообразному росту амплитуды колебаний. Показано, что ограничение такого роста происходит за счет кубической нелинейности системы, вызывающей нелинейную расстройку и выход системы из резонанса с частотой возбуждения. Показано, что существование положительной обратной связи ограничено сверху и снизу двумя критическими значениями параметра нелинейной связи, по обе стороны от которых реализуются малоамплитудные режимы.

Рассмотрена конфигурация динамического потенциала (16), соответствующего уравнению (14), в пределах реализации режима положительной обратной связи. Показаны зависимости потенциала:

$$U = \frac{\omega_1^2}{2} \cdot x_1^2 + \gamma_1 \cdot x_1 x_2 + \frac{\delta}{4} \cdot x_1^4 + \frac{\eta}{3} \cdot x_1^3 x_2 \quad (16)$$

от величины  $x_1$  при различных значениях  $x_2$  в качестве параметра (рисунок 5).

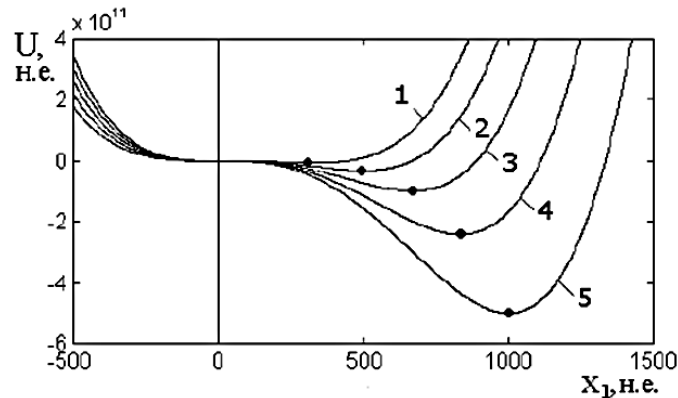


Рисунок 5. Потенциал при разных амплитудах второго осциллятора.

Кривые построены по формуле (16), где  $x_2$  равняется:  
1 – 10 н.е.; 2 – 15 н.е.; 3 – 20 н.е.; 4 – 25 н.е.; 5 – 30 н.е.

Точки соответствуют минимумам кривых

По мере увеличения  $x_2$  минимум потенциала смещается в сторону больших значений  $x_1$ , что и обеспечивает высокий уровень амплитуды в соответствующих режимах.

Далее рассмотрен случай средней степени линейной связи. Показано, что по мере увеличения параметра нелинейной связи последовательно наступают следующие режимы: двухступенчатое запаздывание с сильной хаотической составляющей, пилообразные колебания амплитуды, регулярное установление и плавное насыщение. Эти режимы отделены друг от друга и от режима малоамплитудных колебаний четырьмя критическими значениями параметра нелинейной связи. Показано, что зависимости временных параметров процесса развития колебаний от абсолютной величины параметра нелинейной связи в среднем описываются функциями типа обратной пропорциональности, а зависимость амплитуды установившихся колебаний в среднем – функцией типа «единица минус экспонента с отрицательным показателем». Также показано, что значение установившейся амплитуды колебаний полностью соответствует модели динамического потенциала.

В завершении главы рассмотрен случай высокой степени линейной связи. Показано, что при параметре линейной связи выше критического значения высокоамплитудные режимы в рассмотренных выше условиях не реализуются, а всегда имеет место только малоамплитудный режим перемежающихся скачков. В этом случае указывается, что для реализации высокоамплитудных режимов необходимо или задание достаточного начального смещения первого осциллятора, или достаточно высокая амплитуда возбуждающего сигнала.

В случае задания начального смещения по мере увеличения параметра нелинейной связи последовательно наступают следующие высокоамплитудные режи-



мы: двухступенчатое запаздывание с пилообразным характером колебаний, асинхронная синусоида и регулярное установление. Показано, что период колебаний в режиме асинхронной синусоиды значительно превышает как периоды собственных колебаний обоих осцилляторов, так и период сигнала возбуждения. В качестве причины значительной величины периода асинхронной синусоиды предложено существование плоского участка потенциала, где рабочая точка колебаний проводит значительное время. Выявлены критические значения параметра нелинейной связи, при которых происходит последовательное изменение перечисленных режимов. Показано, что зависимость минимального критического значения возбуждения высокоамплитудного режима от величины начального смещения соответствует функции обратной пропорциональности.

Рассмотрен случай формирования высокоамплитудных режимов за счет задания достаточно большой амплитуды возбуждающего сигнала. Показано, что для возбуждения таких режимов амплитуда возбуждения должна превышать определенное критическое значение. Исследована зависимость критического значения амплитуды возбуждения от величины параметра нелинейной связи. Показано, что эта зависимость в среднем соответствует функции обратной пропорциональности. Отмечено, что необходимым условием первичного запаздывания возбуждения колебаний являются нулевые значения начального отклонения колебаний обоих осцилляторов.

**В заключении** сформулированы основные результаты, полученные в ходе работы над диссертацией.

1. Предложена модель системы из двух связанных осцилляторов, один из которых обладает гиромангнитными свойствами, описываемая двумя нелинейными дифференциальными уравнениями второго порядка. Показано, что динамические свойства системы могут быть описаны с помощью динамического потенциала, представленного в виде суммы степенных функций от обобщенных координат вплоть до четвертого порядка.

2. На основании предложенной модели двух осцилляторов найдены семь основных режимов колебаний, определяемых степенью возбуждения и соотношением параметров осцилляторов. Выявлен режим асинхронных колебаний, присущий осцилляторам с различающимися параметрами. На основании частотных характеристик этого режима определены три автоколебательных режима: навязанный, стохастический и регулярный.

3. В рамках той же модели рассмотрены магнитоупругие колебания в нормально намагниченной ферритовой пластине, возбуждаемые переменным полем. В результате предложенной процедуры квадрирования исходная система, содержащая семь уравнений первого порядка и четыре граничных условия, сведена к системе четырех уравнений первого порядка без граничных условий.

4. Для характеристики магнитоупругих колебаний получена укороченная система уравнений, связанных через производные по координатам. Для такой системы

в режиме постоянной амплитуды найдено аналитическое решение и приведены критерии смены режимов. Сопоставление полученных результатов с расчетом по полной системе уравнений магнитоупругости для пластины ЖИГ выявило хорошее согласие.

5. Выполнена классификация режимов колебаний, соответствующих разным уровням линейной и нелинейной связи осцилляторов. Для интерпретации наблюдаемых явлений введен динамический потенциал, отражающий воздействие осцилляторов друг на друга, результатом которого являются наблюдаемые режимы. Взаимодействие осцилляторов интерпретировано на основе механизма положительной обратной связи.

6. На основе предложенной модели связанных осцилляторов показана возможность кратного (до пяти раз) умножения частоты вынужденных колебаний. Выявлено, что в этих условиях возбуждение колебаний второго осциллятора происходит с нестационарным запаздыванием во времени. Показано, что важнейшим условием реализации запаздывания является значительное различие времен релаксации осцилляторов. Для интерпретации эффекта запаздывания предложена модель динамического потенциала, отражающая характер колебаний первого осциллятора, когда амплитуда второго осциллятора выступает в качестве параметра.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

*Статьи, опубликованные в ведущих рецензируемых научных журналах, определенных ВАК при Минобрнауки России, в том числе входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования*

A1. Иванов, А. П. Динамика системы магнитных доменов при параметрическом возбуждении / А. П. Иванов, Л. Н. Котов, В. С. Власов, Ф. Ф. Асадуллин, С. М. Полещиков, В. В. Коледов, В. И. Щеглов, В. Г. Шавров // Известия РАН. Сер. физическая. – 2011. – Т. 75. – № 2. – С. 206–208.

A2. Иванов, А. П. Исследование автоколебаний двух связанных осцилляторов, один из которых является нелинейным / Л. Н. Котов, В. С. Власов, А. П. Иванов, В. И. Щеглов, В. Г. Шавров // Вестник Челябинского гос. ун-та. – 2013. – № 25 (316). Физика. Вып. 18. – С. 27–30.

A3. Иванов, А. П. Анализ линейного возбуждения гиперзвуковых колебаний магнотрикссионного преобразователя на основе модели связанных осцилляторов / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Журнал радиоэлектроники. – 2013. – № 11. – Режим доступа : <http://jre.cplire.ru/jre/nov13/3/text.pdf>

A4. Иванов, А. П. Анализ нелинейного возбуждения гиперзвуковых колебаний магнотрикссионного преобразователя на основе модели связанных осцил-

ляторов в квадратичном приближении / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Журнал радиоэлектроники. – 2014. – № 1. – Режим доступа : <http://jre.cplire.ru/jre/jan14/11/text.pdf>

А5. Иванов, А. П. Применение модели связанных осцилляторов для анализа нелинейного возбуждения гиперзвука в ферритовой пластине при ферромагнитном резонансе. Часть 1. Основные уравнения / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Радиотехника и электроника. – 2015. – Т. 60. – № 1. – С. 75–86.

А6. Иванов, А. П. Применение модели связанных осцилляторов для анализа нелинейного возбуждения гиперзвука в ферритовой пластине при ферромагнитном резонансе. Часть 2. Некоторые нелинейные явления / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Радиотехника и электроника. – 2015. – Т. 60. – № 3. – С. 280–293.

А7. Иванов, А. П. Анализ автомодуляционных колебаний в магнитоупругой среде на основе модели связанных магнитного и упругого осцилляторов / А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Журнал радиоэлектроники. – 2015. – № 5. – Режим доступа : <http://jre.cplire.ru/jre/may15/4/text.pdf>

А8. Иванов, А. П. Анализ автомодуляционных явлений в системе связанных магнитного и упругого осцилляторов на основе модели потенциала / А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Журнал радиоэлектроники. – 2015. – № 6. – Режим доступа : <http://jre.cplire.ru/jre/jun15/9/text.pdf>

А9. Иванов, А. П. Нестационарное запаздывание возбуждения магнитоупругих колебаний в режиме умножения частоты. Часть 1. Динамический потенциал / А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Журнал радиоэлектроники. – 2017. – № 7. – Режим доступа : <http://jre.cplire.ru/jre/jul17/6/text.pdf>

А10. Иванов, А. П. Нестационарное запаздывание возбуждения магнитоупругих колебаний в режиме умножения частоты. Часть 2. Линейная связь / А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Журнал радиоэлектроники. – 2017. – № 8. – Режим доступа : <http://jre.cplire.ru/jre/aug17/5/text.pdf>

А11. Иванов, А. П. Нестационарное запаздывание возбуждения магнитоупругих колебаний в режиме умножения частоты. Часть 3. Нелинейная связь / А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Журнал радиоэлектроники. – 2017. – № 8. – Режим доступа : <http://jre.cplire.ru/jre/aug17/6/text.pdf>

*Публикации в сборниках трудов всероссийских и международных научных конференций*

А12. Иванов, А. П. Динамика системы магнитных доменов при параметрическом возбуждении / А. П. Иванов, В. С. Власов, Л. Н. Котов, Ф. Ф. Асадуллин, С. М. Полещиков, В. В. Коледов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Новое в магнетиз-

ме и магнитных материалах : сб. тр. XXI Междунар. конф. (г. Москва, 28 июня – 04 июля 2009 г.). – М. : Изд-во МГУ, 2009. – С. 7–19.

A13. Иванов, А. П. Исследование поступательного движения системы связанных осцилляторов с квадратичной нелинейностью / В. С. Власов, Л. Н. Котов, А. П. Иванов, Ф. Ф. Асадуллин, С. М. Полешиков, В. И. Щеглов, В. Г. Шавров // Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах : сб. тр. Междунар. конф. (г. Махачкала, 21–23 нояб. 2010 г.) / Ин-т физики им. Х. И. Амирханова Дагестанского науч. центра РАН. – Махачкала, 2010. – С. 619–622.

A14. Ivanov, A. P. Using of model connected oscillators for the description of magnetic spectra / A. P. Ivanov, L. N. Kotov, V. S. Vlasov, S. M. Poleshnikov, F. F. Asadullin, V. I. Shcheglov, V. G. Shavrov // Book of Abstracts of Moscow International Symposium on Magnetism (MISM) 2011 (Moscow, Russia, Aug. 21–25, 2011). – Moscow : Faculty of Physics M. V. Lomonosov MSU, 2011. – P. 805.

A15. Иванов, А. П. Нелинейные колебания двух связанных магнитного и немагнитного осцилляторов / В. С. Власов, А. П. Иванов, Л. Н. Котов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Новое в магнетизме и магнитных материалах (НМММ) : сб. тр. XXII Междунар. конф. (г. Астрахань, 17–21 сент. 2012 г.). – Астрахань : ИД «Астраханский университет», 2012. – С. 265–268.

A16. Иванов, А. П. Резонансные свойства кольцевой цепочки связанных магнитных резонаторов / В. С. Власов, А. П. Иванов, Л. Н. Котов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Новое в магнетизме и магнитных материалах (НМММ) : сб. тр. XXII Междунар. конф. (г. Астрахань, 17–21 сент. 2012 г.). – Астрахань : ИД «Астраханский университет», 2012. – С. 268–271.

A17. Иванов, А. П. Резонансные свойства цепочки связанных магнитных резонаторов, замкнутой в кольцо / В. С. Власов, А. П. Иванов, Л. Н. Котов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Электромагнитное поле и материалы : сб. тр. XX Междунар. конф. (г. Москва, 16–18 нояб. 2012 г.). – М. : Изд-во НИУ МЭИ, 2012. – С. 241–247.

A18. Иванов, А. П. Автоколебания в системе двух связанных осцилляторов, один из которых является гиромангнитным / В. С. Власов, А. П. Иванов, Л. Н. Котов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Электромагнитное поле и материалы : сб. тр. XX Междунар. конф. (г. Москва, 16–18 нояб. 2012 г.). – М. : Изд-во НИУ МЭИ, 2012. – С. 248–259.

A19. Ivanov, A. P. Model of nonlinear magnetization vibrations in ferrite resonator connected with additional resonance system / V. S. Vlasov, A. P. Ivanov, L. N. Kotov, V. G. Shavrov, V. I. Shcheglov // International Symposium on Spin Waves 2013 (Saint Petersburg, Russia, June 09–15, 2013). – Saint Petersburg : Ioffe Physical-Technical Institute, 2013. – P. 159.

A20. Иванов, А. П. Магнитоупругие автоколебания в нормально намагниченной ферритовой пластине / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Хаотические автоколебания и образование структур (ХАОС-2013) : сб. матер. X Междунар. зимней школы-семинара (г. Саратов, 07–12 окт. 2013 г.). – Саратов : ООО «Издательский центр «Наука», 2013. – С. 77.

A21. Иванов, А. П. Характер связи нелинейных осцилляторов как основа для нестационарного и автоколебательного режимов / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Хаотические автоколебания и образование структур (ХАОС-2013) : сб. матер. X Междунар. зимней школы-семинара (г. Саратов, 07–12 окт. 2013 г.). – Саратов : ООО «Издательский центр «Наука», 2013. – С. 78.

A22. Иванов, А. П. Автоколебания в нормально намагниченной ферритовой пластине, обладающей магнитоупругими свойствами / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Электромагнитное поле и материалы : сб. тр. XXI Междунар. конф. (г. Москва, 15–17 нояб. 2013 г.). – М. : Изд-во НИУ МЭИ, 2013. – С. 188–198.

A23. Иванов, А. П. Применение модели связанных осцилляторов для анализа работы магнотрикссионного преобразователя / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Электромагнитное поле и материалы : сб. тр. XXI Междунар. конф. (г. Москва, 15–17 нояб. 2013 г.). – М. : Изд-во НИУ МЭИ, 2013. – С. 199–215.

A24. Иванов, А. П. Исследование нелинейной магнитоупругой динамики в перпендикулярно намагниченном ферритовом слое / В. С. Власов, Д. А. Плешев, П. А. Северин, А. П. Иванов, Л. Н. Котов, В. И. Щеглов, В. Г. Шавров // Магнитные материалы. Новые технологии : тезисы докл. VI Байкальской Междунар. конф. (пос. Большое Голоустное Иркутской обл., 19–23 авг. 2014 г.). – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2014. – С. 19–20.

A25. Иванов, А. П. Применение модели связанных осцилляторов для анализа автомодуляционного режима возбуждения гиперзвука магнотрикссионным преобразователем / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Электромагнитное поле и материалы : сб. тр. XXII Междунар. конф. (г. Москва, 21–22 нояб. 2014 г.). – М. : Изд-во НИУ МЭИ, 2014. – С. 161–175.

A26. Иванов, А. П. Динамика вынужденных колебаний намагниченности в ферритовой пластине с магнитоупругими свойствами в условиях ориентационного перехода / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Электромагнитное поле и материалы : сб. тр. XXII Междунар. конф. (г. Москва, 21–22 нояб. 2014 г.). – М. : Изд-во НИУ МЭИ, 2014. – С. 176–188.

A27. Иванов, А. П. Применение модели связанных осцилляторов для анализа нелинейного возбуждения СВЧ гиперзвука при ферромагнитном резонансе / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // XVI Международная зимняя школа-семинар по радиофизике и электронике сверхвысоких частот : ма-

териалы школы-конф. (г. Саратов, 02–07 февр. 2015 г.). – Саратов : ООО «Издательский центр «Наука», 2015. – С. 34.

A28. Иванов, А. П. Нелинейные явления при возбуждении СВЧ гиперзвука в условиях ферромагнитного резонанса / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // XVI Международная зимняя школа-семинар по радиоп физике и электронике сверхвысоких частот : материалы школы-конф. (г. Саратов, 02–07 февр. 2015 г.). – Саратов : ООО «Издательский центр «Наука», 2015. – С. 35.

A29. Иванов, А. П. Использование модели связанных осцилляторов для описания магнитных спектров / А.П. Иванов, Л. Н. Котов, В. С. Власов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах : тезисы докл. Междунар. конф., посвященной 80-летию чл.-корр. РАН И. К. Камилова (г. Челябинск, 24–28 авг. 2015 г.) / отв. за вып. М. А. Загребин. – Челябинск : Изд-во Челябинского гос. ун-та, 2015. – С. 127.

A30. Иванов, А. П. Анализ колебаний в ферритовой пластине с магнитоупругими свойствами на основе модели квадратичного приближения / В. С. Власов, А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов // Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования) : материалы XXIII Всерос. конф. с междунар. участием (г. Москва, 20–21 нояб. 2015 г.). – М. : Изд-во НИУ МЭИ ; ИНФРА-М, 2015. – С. 202–216.