

На правах рукописи



**Бова Юлия Игоревна**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ  
РАДИОВОЛН В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ МЕТОДАМИ  
БИХАРАКТЕРИСТИК И ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ**

1.3.4. – Радиофизика

**Автореферат**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

г. Москва, 2021 г.

Работа выполнена в Автономной некоммерческой организации высшего образования «Российский новый университет»

**Научный руководитель: Крюковский Андрей Сергеевич,**

доктор физико-математических наук, профессор, научный руководитель Института информационных систем и инженерно-компьютерных технологий АНО ВО «Российский новый университет»

**Официальные оппоненты:**

**Иванов Дмитрий Владимирович,**

член корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет», проректор по научной работе и инновационной деятельности

**Захаров Виктор Иванович,**

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики атмосферы Физического факультета ФГБОУ «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

**Ведущая организация:** ФГБУН Ордена Трудового Красного Знамени Институт солнечно-земной физики Сибирского отделения РАН

Защита состоится 29 октября 2021 г. в 10.00 часов на заседании диссертационного совета 24.1.111.02, на базе ФГБУН Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН по адресу: 125009, г. Москва, ул. Моховая д.11 стр.7.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке ФГБУН Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН и на сайте <http://cplire.ru/rus/dissertations/Bova/dissertation.pdf>

Автореферат разослан

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2021г.

Телефон для справок: +7 (495) 629-36-16

Ученый секретарь диссертационного совета 24.1.111.02,

Доктор физико-математических наук  Кузьмин Лев Викторович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность и степень разработанности темы исследования

Настоящая диссертация посвящена исследованию особенностей распространения радиоволн в ионосфере Земли. Актуальность диссертационной работы определяется широким использованием электромагнитных волн дециметрового и дециметрового диапазонов для обеспечения дальней радиосвязи, радионавигации, радиолокации, загоризонтного радиозондирования, а также для изучения структуры верхней атмосферы Земли – ионосферы и магнитосферы. Следует отметить, что, несмотря на многочисленные исследования в данной области, распространение частотно модулированных (ЧМ) сигналов в анизотропной ионосферной плазме изучено ещё недостаточно и нуждается как в разработке новых методов моделирования распространения электромагнитного излучения, так и в совершенствовании традиционных подходов, исходя из современных возможностей вычислительной техники.

К настоящему времени выполнен большой объём теоретических исследований распространения радиоволн в ионосфере Земли. Помимо классических монографий В.Л. Гинзбурга, К. Дэвиса, Б.Н. Гершмана, Л.М. Ерухимова и Ю.Я. Яшина, определяющий вклад в современное понимание проблемы распространения радиоволн в ионосфере в разное время внесли работы профессоров Д.С. Лукина, П.Е. Краснушкина, Н.Н. Зернова, И.И. Орлова, В.И. Куркина, Ю.Н. Черкашина, В.А. Иванова, В.Е. Куницына, Е.А. Палкина, Д.В. Иванова, А.В. Попова и др.

Основным теоретическим инструментом для описания распространения коротких радиоволн в ионосфере Земли является лучевая теория, основанная на применении гамильтонова формализма<sup>1</sup>. Она основана на численном интегрировании системы обыкновенных дифференциальных уравнений (бихарактеристической системы), которая описывает траектории лучей в неоднородной магнитоактивной среде. Помимо расчета лучевых траекторий и волновых векторов, обобщение метода бихарактеристик – метод расширенной бихарактеристической системы Лукина<sup>2</sup> послужил основой для определения расходимости лучевого потока, а следовательно, и напряженности волновых полей. Кроме того, расчет лучевых траекторий позволяет рассчитать фазу, учесть поглощение вдоль траекторий и вращение вектора поляризации. Следует отметить, что лучевой метод не является единственным подходом к решению задач распространения радиоволн. Эффективными также являются метод нормальных волн, метод параболического уравнения, метод суммирования гауссовых пучков, метод интерференционного интеграла и др.

Важной проблемой, решаемой методом расширенной бихарактеристической системы, явилось определение поля на огибающих лучевых семейств – каустиках. На каустиках якобиан расходимости обращается в нуль, лучевая трубка сжимает-

<sup>1</sup> Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере. // Космические исследования. 1967. Т. 5. Вып. 4. С.593 – 600.

<sup>2</sup> Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Применение метода характеристик для численного решения задач распространения радиоволн в неоднородной и нелинейной среде. // РЭ. 1969. Т. 14. №. 9. С.1673–1677.

ся, а интенсивность поля в лучевом приближении обращается в бесконечность. Однако, реальная интенсивность поля на каустике конечна, но существенно возрастает и может быть определена.

Поскольку траектории в фазовом пространстве не пересекаются, бихарактеристическая система позволяет переходить в координатно-импульсное пространство и рассчитывать дифракционную (каустическую) структуру волнового поля, используя специальные функции волновых катастроф<sup>3</sup> (СВК) или канонический оператор Маслова<sup>4</sup> (КОМ).

Волновая теория катастроф, построенная на основе теории особенностей дифференцируемых отображений<sup>5</sup> и метода КОМ является развитием теории распространения коротковолнового излучения в неоднородных средах с частотной дисперсией, а также обобщением геометрической теории дифракции<sup>6</sup>. С помощью волновой теории катастроф получена геометрическая (лучевая и каустическая) интерпретация особых фокальных пространственных (или пространственно-временных) дифракционных структур электромагнитных полей.

При построении равномерной асимптотической теории, описывающей процессы распространения, дифракции и фокусировки нестационарных электромагнитных волн (например, видео и радиоимпульсов) в неоднородных анизотропных средах с частотной дисперсией в коротковолновом приближении, традиционными методами являются пространственно-временная геометрическая оптика и пространственно-временная геометрическая теория дифракции. При этом имеют место проблемы, аналогичные тем, что возникают в задачах стационарной дифракции, и приводящие к катастрофам высокой коразмерности и кратности, поскольку начало или конец импульса можно рассматривать, по аналогии с дифракцией, как источник вторичных лучей. Для построения равномерных асимптотических решений, описывающих пространственно-временные фокусировки, необходимо применение волновой теории краевых и угловых катастроф<sup>7</sup>.

Таким образом, развитие и применение метода бихарактеристик и волновой теории катастроф на основе современных пакетов прикладных программ для построения равномерных асимптотических решений задач рассеяния, дифракции и распространения электромагнитных волн в ионосферной плазме и анализ особенностей этих решений является перспективным и актуальным направлением исследования.

<sup>3</sup> Лукин Д.С., Палкин Е.А. Численный канонический метод в задачах дифракции и распространения электромагнитных волн в неоднородных средах. М.: МФТИ, 1982. 159 с.

<sup>4</sup> Маслов В.П. Теория возмущений и асимптотические методы. М.: МГУ, 1965. 553 с.

<sup>5</sup> Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-Заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений. М.: Наука, часть I. 1982. 304 с.; часть II, 1984. 335 с.

<sup>6</sup> Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Растягаев Д.В. Волновые катастрофы – фокусировки в дифракции и распространении электромагнитных волн. // РЭ, 2006. Т.51. №10. С. 1155–1192.

<sup>7</sup> Крюковский А.С., Лукин Д.С. Построение равномерной геометрической теории дифракции методами краевых и угловых катастроф. // РЭ. 1998. Т. 43. № 9. С. 1044-1060.

### **Целью работы является:**

– разработка новых математических методов исследования распространения радиоволн коротковолнового диапазона в ионосфере Земли, развитие методов исследования распространения частотно-модулированных сигналов на основе лучевых бихарактеристических методов, теории катастроф и канонического оператора Маслова;

– разработка и реализация новых эффективных численных методов и алгоритмов, основанных на применении символьных вычислений, в виде комплексов программ для проведения математического моделирования распространения частотно-модулированных сигналов в ионосферной холодной плазме с учетом расходимости, поглощения, анизотропии и нестационарности среды распространения;

– математическое моделирование особенностей распространения радиоволн в ионосферной плазме декаметрового и дециметрового диапазонов с учетом искусственных и естественных неоднородностей.

### **Задачи работы:**

– исследование вариаций поляризационных характеристик при распространении радиоволн дециметрового диапазона в ионосфере Земли в различное время суток с учетом влияния крупномасштабных неоднородностей;

– математическое моделирование особенностей лучевого распространения частотно-модулированного излучения в ионосферной плазме методом бихарактеристик с учетом горизонтальных градиентов в движущихся нестационарных средах;

– математическое моделирование распространения частотно-модулированного излучения в регулярных и каустических областях методами расширенной бихарактеристической системы и канонического оператора с учетом отклоняющего поглощения и влияния внешнего магнитного поля Земли;

– моделирование распространения частотно модулированного излучения методами пространственно-временной волновой теории катастроф.

### **Научная новизна работы**

1). Впервые на основе новых методов решения пространственно-временной бихарактеристической системы, использующих символьные вычисления, выполнено численного моделирование распространения частотно-модулированных сигналов в ионосферной плазме с учетом анизотропии, нестационарности среды распространения, кривизны поверхности Земли, горизонтальных градиентов и крупномасштабных неоднородностей.

2). Впервые на основе новых методов решения расширенной бихарактеристической системы Лукина выполнены расчеты амплитуды поля в регулярных и каустических областях при распространении радиоволн о- и х-поляризаций в анизотропной ионосферной плазме с учетом поглощения среды распространения.

3). Впервые проведено комплексное исследование влияния анизотропной ионосферной плазмы на вариации фазы радиосигнала и фарадеевское вращение

плоскости поляризации при распространении дециметрового излучения в ионосфере Земли в зависимости от времени наблюдения, широты, наличия локальных ионосферных неоднородностей и др.

4). Впервые численно исследованы проекции 6-мерного фазового пространства на смешанные координатно-импульсные подпространства (карты канонического оператора Маслова) в случае распространения излучения в ионосферной плазме с учетом спорадического слоя и локальной неоднородности и найдены каустики лучевых семейств и их особенности, возникающие в этих проекциях.

5). Развита теория краевых катастроф и пространственно-временной геометрической теории дифракции, позволяющие моделировать пространственно-временные структуры частотно-модулированных сигналов в плазменном слое с сильной частотной дисперсией.

**Теоретическая и практическая значимость работы** состоит в следующем:

1. С теоретической точки зрения методы и алгоритмы, развитые в диссертации, позволяют эффективно моделировать распространение стационарных и частотно-модулированных сигналов в ионосферной плазме с учётом внешнего магнитного поля, неоднородностей среды распространения и нестационарности, а также локальных возмущений.

2. С практической точки зрения разработанные в работе алгоритмы и комплексы программ могут быть использованы для радиозондирования верхней атмосферы Земли, для решения задач коротковолновой радиосвязи и радионавигации, в частности для анализа и краткосрочного прогноза условий распространения и приёма ионосферных сигналов, как в спокойных, так и в возмущенных условиях.

**Методы исследования.** В диссертации используются лучевые методы (метод бихарактеристик), методы волновой теории катастроф, опирающиеся на теорию особенностей дифференцируемых отображений, метод канонического оператора В.П. Маслова, а также методы математического моделирования, в частности, современный аппарат численного решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

**Достоверность научных выводов.**

Представленные в диссертации научные результаты имеют строгое математическое обоснование, а результаты численных расчётов подтверждаются сопоставлением с результатами известных экспериментов и модельных расчётов.

**Основные положения, выносимые на защиту**

1. Разработан метод численного моделирования лучевого распространения частотно-модулированных сигналов в анизотропной, неоднородной, нестационарной ионосферной плазме на основе решения пространственно-временной бихарактеристической системы с применением символьных вычислений и пакета Wolfram Mathematica, позволяющий комплексно исследовать распространение стационарных частотно-модулированных радиоволн в ионосферной плазме с учё-

том анизотропии, нестационарности среды распространения, кривизны поверхности Земли, горизонтальных градиентов и крупномасштабных неоднородностей.

2. Разработаны методы и алгоритмы, позволяющие прогнозировать поправки к данным фазовых и поляризационных измерений с целью компенсации вариации параметров, обусловленные рефракцией сигналов дециметрового диапазона в неоднородной ионосфере Земли. Получены результаты комплексного исследования влияния анизотропной ионосферной плазмы на вариации фазы радиосигнала, фарадеевское вращение плоскости поляризации отклонение угла прицеливания от угла прямого видения при распространении дециметрового излучения в ионосфере Земли в зависимости от времени наблюдения, широты, наличия локальных ионосферных неоднородностей и др.

3. Предложен численный метод решения расширенной бихарактеристической системы дифференциальных уравнений, разработанный на основе применения символьных вычислений, для определения характеристик лучевых траекторий, расходимости лучевых потоков, положений каустик и полей на каустиках в декартовых и сферических координатах при распространении монохроматического и частотно-модулированного излучения в анизотропной плазме – ионосфере Земли. Предложенный метод позволяет производить моделирование влияния отклоняющего поглощения и расходимости на распространение радиоволн в ионосфере с учетом магнитного поля Земли. Разработана методика оценки абсолютных величин напряженности электромагнитного поля на каустике с учетом расходимости и поглощения.

4. Предложена и реализована методика расчета амплитудных множителей вдоль лучей для разных карт канонического оператора Маслова и анализ сингулярностей, связанных с касанием лучей каустик, позволяющая исследовать проекции шестимерного фазового пространства на смешанные координатно-импульсные подпространства в случае распространения излучения в ионосферной плазме с учетом спорадического слоя и локальной неоднородности;

5. Разработаны методы и алгоритмы моделирования пространственно-временной структуры частотно-модулированных сигналов в плазменном слое с сильной частотной дисперсией на основе теории краевых катастроф и пространственно-временной геометрической теории дифракции, описывающие совместные каспидные пространственные и временные фокусировки электромагнитных волн в плазме. Представлены результаты математического моделирования каустической структуры, коэффициентов универсальной деформации, функционального модуля и фазы бегущей волны, амплитудных и фазовых характеристик краевой катастрофы  $K_{4,2}$ .

### **Апробация результатов исследования**

Основные результаты работы были представлены на следующих научных семинарах, симпозиумах и конференциях: IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI Всероссийские Армандовские чтения (2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021 г., Муромский институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени А. Г. и Н. Г. Столетовых», Муром); XV, XVI,

XVII, XVIII, XIX международные научные конференции «Цивилизация знаний: российские реалии» (2014, 2015, 2016, 2017, 2018 г. АНО ВО РосНОУ, Москва); XXIV Всероссийская научная конференция «Распространение радиоволн» (2014 г., ИСЗФ СО РАН, Иркутск); XXV Всероссийская открытая научная конференция "Распространение радиоволн", посвященная 80-летию отечественных ионосферных исследований. РРВ-25 (2016 г., Институт оптики атмосферы имени В.Е. Зуева СО РАН, Томск); IX, X, XI, XII, XIII, XIV, XV Международные конференции «Технологии информационного общества» (2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021 г., МТУСИ, Москва); V, VI, VII Всероссийские Микроволновые конференции (2018, 2019, 2020 г. ИРЭ им. Котельникова РАН, г. Москва); XXVI Всероссийская открытая научная конференция "Распространение радиоволн" (2019г., ФГАОУВО "Казанский (Приволжский) федеральный университет", Казань); XVII Всероссийская открытая конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса (физические основы, методы и технологии мониторинга окружающей среды, потенциально опасных явлений и объектов)» (2019 г. Институт космических исследований российской академии наук, г. Москва); X, XI, XII, XIII Всероссийские научно-технические конференции "Радиолокация и радиосвязь" (2017, 2018, 2019, 2020 г. ИРЭ им. Котельникова РАН, г. Москва); IV, V, VI, VII, VIII Всероссийские научные конференции «Проблемы военно-прикладной геофизики и контроля состояния природной среды» (2017, 2018, 2019, 2020, 2021 г. Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского г. Санкт-Петербург).

**Публикации.** По теме диссертации опубликована 51 научная работа. Из них 21 статья опубликована в журналах, рекомендованных ВАК для публикации основных научных результатов (Радиотехника и электроника, Russian Journal of Mathematical Physics, Физические основы приборостроения, Известия высших учебных заведений. Физика, Электромагнитные волны и электронные системы, Телекоммуникации и транспорт (T-Comm), Вестник РосНОУ). В том числе 15 публикаций входят в библиографические и реферативные базы данных Web of Science и (или) Scopus. Исследования выполнялись при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №№ 12-02-00413-а, 13-07-00937-а, ОФИ\_М № 13-02-12121, 15-02-04206-а, № 17-02-01183, № 18-02-00544).

**Личный вклад соискателя.** Разработаны пакеты прикладных программ, реализующие вычислительные методы и алгоритмы, развитые в диссертации. В большинстве работ, опубликованных с соавторами, которым соискатель глубоко благодарен за сотрудничество, вклад соискателя в постановку и решение задач, разработку компьютерных программ, проведение расчетов, анализ полученных результатов и написание текста статей в части, относящейся к теме диссертации, является основным.

**Содержание диссертации.** Диссертация содержит введение, пять глав, заключение и список литературы.

**В первой главе** рассмотрены основные аспекты проблемы распространения ЧМ сигналов в плазме, относящиеся к теме диссертации. Дано описание постановки задачи, приведен вывод основных уравнений электродинамики для неоднородных, анизотропных сред.

Рассмотрено лучевое приближение – пространственно-временная геометрическая оптика (ПВ ГО), и ПВ лучи в ионосферной плазме. Приведены уравнения Максвелла, описывающие распространение электромагнитных волн в плазме, и исследованы приближения, сводящие решение задачи о распространении электромагнитного излучения к бихарактеристической системе Гамильтона:

$$\frac{d\vec{r}}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{k}}, \quad \frac{d\vec{k}}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{r}}, \quad \frac{dt}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\Gamma_1 = k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (2)$$

Решением системы являются функции (характеристики):

$$\vec{r} = \vec{r}(\zeta, \eta, t_0; \tau), \quad \vec{k} = \vec{k}(\zeta, \eta, t_0; \tau), \quad t = t(\zeta, \eta, t_0; \tau), \quad \omega = \omega(\zeta, \eta, t_0; \tau), \quad (3)$$

зависящие от параметров  $\zeta, \eta, t_0$ , называемых лучевыми координатами, и параметра  $\tau$  вдоль траектории. В (3)  $\vec{r}$  – координаты луча,  $\vec{k}$  – волновой вектор,  $t$  – групповое время,  $\omega$  – круговая частота. Рассмотрены математические методы моделирования ПВ структуры ЧМ сигналов в плазменном слое с сильной частотной дисперсией на основе теории краевых катастроф и ПВ геометрической теории дифракции.

**Во второй главе** выполнен анализ влияния ионосферы Земли на параметры радиосигналов (поворот вектора поляризации, фазовый сдвиг, отклонение угла прицеливания, отклонение траектории радиосигнала от прямой) в Р-диапазоне в зависимости от пространственной модели ионосферной плазмы, географических координат, ориентации магнитного поля, наличия крупномасштабных и мелкомасштабных неоднородностей. В главе рассмотрены различные модели неоднородной ионосферы: плоская, сферическая, ночная и дневная, возмущённая и невозмущённая, – с целью проведения сопоставительного анализа качества прогнозируемых результатов.

В рассматриваемом дециметровом диапазоне частот существенным вариациям в зависимости от точности восстановления ионосферного профиля подвержены такие параметры как: угол вращения вектора поляризации и фазовые вариации.

**В третьей главе** выполнено математическое моделирование распространения ЧМ излучения в анизотропной ионосферной плазме методом бихарактеристик без учета и с учетом горизонтальных градиентов. Выбрана модель двухслойной ионосферной плазмы, в которой выражение для электронной концентрации имеет вид:

$$N(\vec{r}) = N_0 g \left\{ \exp \frac{1}{2} \left[ 1 - \theta - \frac{\exp(-\theta)}{\cos \chi} \right] + \beta \exp \left[ - \left( \frac{z - z_{02}}{z_{m2}} \right)^2 \right] \right\}, \quad (4)$$

$$\theta = \frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2}, \quad g = 1 - \gamma_x \frac{x}{x_g} \sin \left( 2\pi(x - Vt) / \lambda_g \right), \quad (5)$$

$N_0$  – электронная концентрация в максимуме основного слоя  $F_2$ ,  $z_{01}$  – высота максимума слоя  $F_2$ ,  $z_{m1}$  – условная полутолщина слоя  $F_2$ ,  $\beta$  – безразмерный коэффициент, характеризующий степень ионизации нижнего слоя по отношению к основному,  $z_{02}$  – высота максимума нижнего слоя  $E$ ,  $z_{m2}$  – условная полутолщина нижнего слоя  $E$ .

Коэффициент  $g$  описывает влияние горизонтального градиента (глубина  $\gamma_g$ , масштаб  $x_g$ ) и волнообразного возмущения в плазме. В формуле (5)  $V$  – скорость гравитационной волны, а  $\lambda_g$  – длина гравитационной волны. Распространение волны изначально осуществляется в плоскости  $(x, z)$ , а источник излучения расположен в начале координат:

$$k_x(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \zeta \cos \eta, \quad k_y(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \zeta \cos \eta, \quad k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \eta. \quad (6)$$

Предполагается, что эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения имеет вид:

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{2\nu(1-\nu)}{2(1-\nu) - u \sin^2 \alpha \pm \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1-\nu)^2 \cos^2 \alpha}}, \quad (7)$$

где знак «+» соответствует обыкновенной волне, а знак «-» – необыкновенной волне. Угол  $\alpha$  это угол между вектором напряженности магнитного поля Земли и волновым вектором. Буквами  $\nu$  и  $u$  обозначены, соответственно, отношения квадратов плазменной частоты и гирочастоты к квадрату рабочей частоты:

$$\nu = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = \frac{4\pi e^2 N}{m_e \omega^2}, \quad u = \frac{\omega_H^2}{\omega^2} = \frac{e^2 H_0^2}{m_e^2 c^2 \omega^2}, \quad (8)$$

В формулах (8)  $e = -$  заряд электрона,  $m_e = -$  масса электрона,  $H_0$  – величина напряженности магнитного поля Земли,  $N(\vec{r})$  – профиль электронной концентрации.

При вычислении предполагалось, что начальная рабочая частота  $f_0 = \omega_0/(2\pi) = 3$  МГц. Сначала лучи, соответствующие всем частотам, идут по одной траектории, но, попадая в плазменный слой, их пути разделяются: высокие частоты просачиваются, а низкие частоты возвращаются на землю, отражаются от земли, возвращаются в ионосферу и т.д. На рис.2 показано только одно отражение от Земли. На рис. 2 показаны проекции лучевой структуры линейно ЧМ-радиосигнала (ЛЧМ) на плоскость  $(x, z)$  и плоскость  $(x, y)$ .

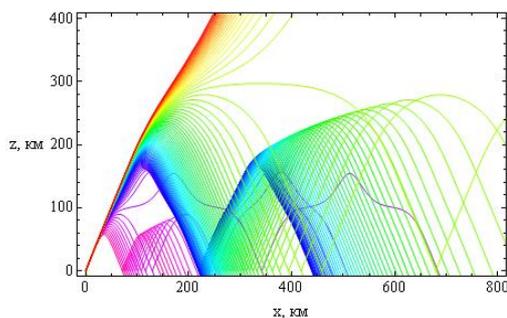


Рис. 2а. Лучевые проекции в плоскости  $(x, z)$ ,  $\gamma_x = 0$

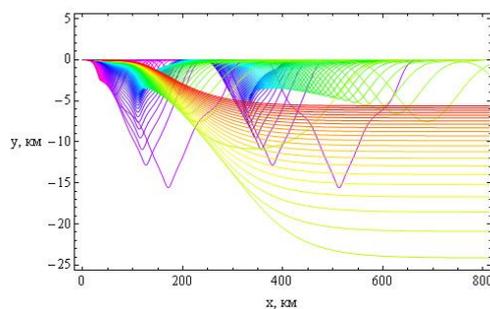


Рис. 2б. Лучевые проекции в плоскости  $(x, y)$ ,  $\gamma_x = 0$ .

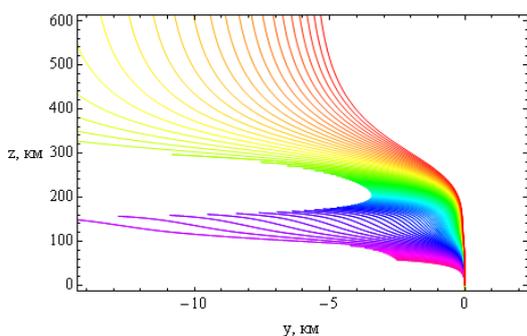


Рис. 3а. Лучевые проекции в плоскости  $(y, z)$ ,  $\gamma_x = 0$

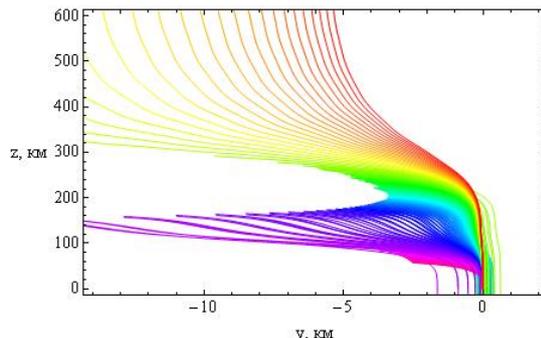


Рис. 3б. Лучевые проекции в плоскости  $(y, z)$ ,  $\gamma_x = 0,15$

Проанализированы особенности выхода обыкновенной и необыкновенной волны из плоскости распространения и образование каустик пространственно-временных геометрооптических лучей. Показано, что лучевая структура обыкновенной волны в боковой проекции и в проекции «вид сверху» является зеркально симметричной по отношению к лучевой структуре необыкновенной волны, причем лучевая структура необыкновенной волны является более компактной по сравнению с лучевой структурой обыкновенной волны.

Изучено распространение радиосигналов в движущихся нестационарных средах, рассмотрен эффект Доплера. На рис. 4а и рис. 4б показано доплеровское изменение частоты луча вдоль оси  $x$ , возникающее при прохождении области ионосферы, содержащей волнообразное возмущение (5).

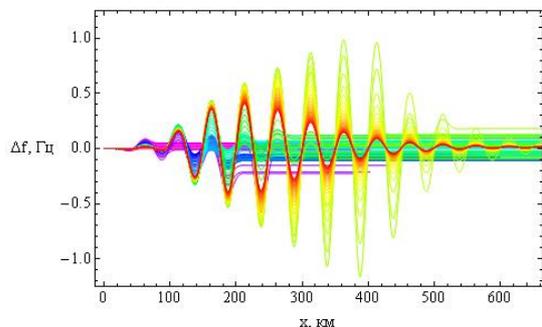


Рис. 4а. Доплеровское изменение частоты  $(x, \Delta f)$ , один скачок

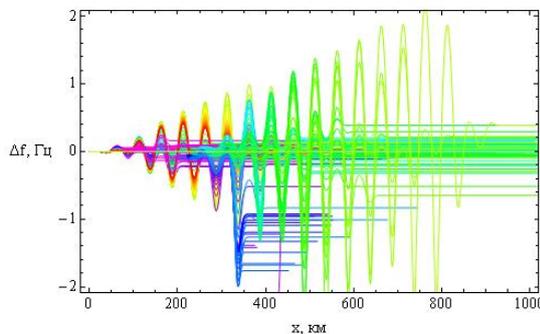


Рис. 4б. Доплеровское изменение частоты  $(x, \Delta f)$ , два скачка.

Показано, что изменение частоты вдоль луча носит осциллирующий характер и может достигать 2 Гц, а в вертикальных направлениях при некоторых значе-

ниях параметров 7 Гц, хотя для большинства лучей это отклонение на порядок меньше.

Выполнено математическое моделирование распространение радиоволн в нестационарной плазме с учетом кривизны поверхности Земли и ионосферных слоев. Для построения лучевых траекторий использовалась бихарактеристическая система уравнений с гамильтонианом:

$$\Gamma = \sum_{j=1}^3 \frac{p_j^2}{h_j^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(t, \omega, \vec{q}, \vec{p}), \quad (9)$$

в произвольной ортогональной системе координат<sup>8</sup>:

$$\frac{d\vec{q}}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{k}}, \quad \frac{d\vec{p}}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{r}}, \quad \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t}, \quad \frac{dt}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad (10)$$

где  $\vec{p} = (p_1, p_2, p_3)$  – обобщенный волновой вектор,  $\vec{q} = (q_1, q_2, q_3)$  – обобщенные координаты,  $h_1, h_2, h_3$  – коэффициенты Ламе. В сферической системе координат  $q_1 = r$ ,  $q_2 = \theta$ ,  $q_3 = \varphi$ ,  $k_1 = k_r$ ,  $k_2 = k_\theta$ ,  $k_3 = k_\varphi$ , а коэффициенты Ламе имеют вид:

$$h_1 = h_r = 1, \quad h_2 = h_\theta = r, \quad h_3 = h_\varphi = r \sin \theta. \quad (11)$$

На основе уравнений (10) в сферической системе координат выполнено математическое моделирование распространения радиоволн декаметрового диапазона в нестационарной ионосфере с учетом кривизны поверхности Земли и ионосферных слоев. Рассмотрено распространение обыкновенной и необыкновенной электромагнитных волн в условиях быстрого образования спорадического слоя. Построены проекции лучей и компонент волнового вектора в сферической системе координат, исследованы зависимости частоты сигнала от группового времени и широты.

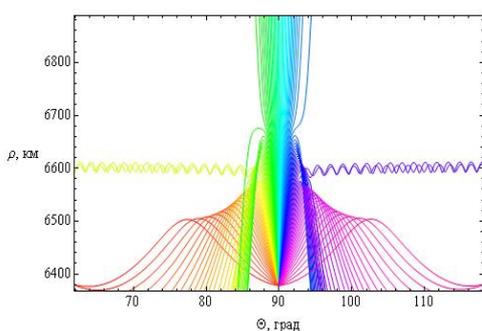


Рис. 5а

Лучевая структура в плоскости  $(r, \theta)$ ; обыкновенная волна.

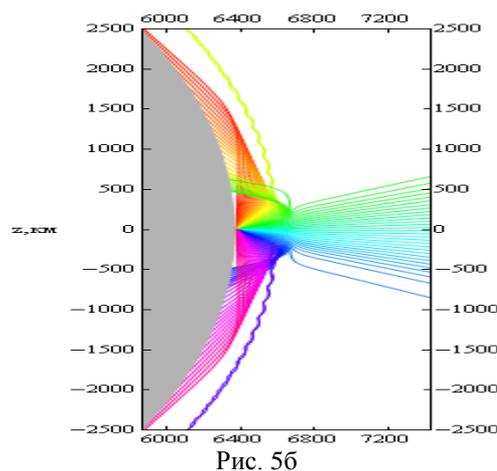


Рис. 5б

Лучевая структура в плоскости  $(x, z)$ ; фрагмент рис. 7; серый цвет – поверхность Земли.

Выполнено математическое моделирование особенностей распространения радиоволн в ионосфере с учетом магнитного поля Земли в зависимости от высоты источника излучения и угла выхода сигнала. Рассмотрены проекции лучей на разные координатные плоскости. Исследовано распространение излучения в межслоевом

<sup>8</sup> Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука. 1980. 304 с.

канале и эффект запираия излучения в канале для определенных частот источника излучения (рис.6). Серым цветом на рис.6 показано распределение электронной концентрации.

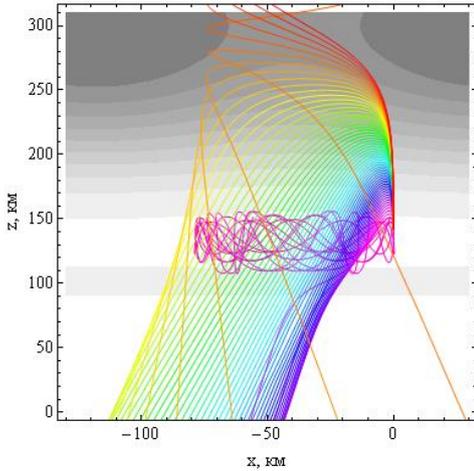


Рис. 6а

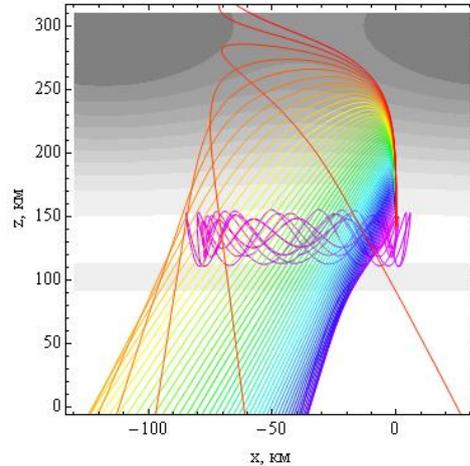


Рис. 6б

Лучевые структуры ЛЧМ радиосигнала при высоте источника излучения  $z_0=142$  км в плоскости  $(x,z)$ ; а – обыкновенная волна; б – необыкновенная волна. Угол выхода  $90^\circ$ .

**В четвертой главе** проведено исследование особенностей амплитудно-фазовых структур радиосигналов в ионосферной плазме методами расширенной бихарактеристической системы Д.С. Лукина:

$$\frac{d\vec{r}_\zeta}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{k}} / \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega} \right), \quad \frac{d\vec{k}_\zeta}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{r}} / \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega} \right), \quad (12)$$

$$\frac{d\vec{r}_\eta}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{k}} / \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega} \right), \quad \frac{d\vec{k}_\eta}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{r}} / \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega} \right) \quad (13)$$

и методом канонического оператора В.П. Маслова.

Впервые исследованы проекции 6-мерного фазового пространства на смешанные координатно-импульсные подпространства в случае распространения излучения в ионосферной плазме с учетом спорадического слоя и локальной неоднородности. Сопоставлены проекции фазового пространства в двумерные подпространства, соответствующие различным картам канонического оператора Маслова, в невозмущенном и возмущенном случаях. Рассмотрены особенности (огибающие) лучевых семейств (каустики), возникающие в этих проекциях. Модель ионосферы и лучевая структура в конфигурационном пространстве представлены на рис. 7а и 7б соответственно. В качестве возмущений ионосферного слоя  $F$  рассмотрены три дополнительные структуры: слой  $E$ , спорадический слой и локальное эллиптическое возмущение в окрестности максимума главного ионосферного слоя  $F$ .

С увеличением угла выхода лучей сначала образуется каустическое остриё, связанное с нижним слоем  $E$  (см. рис. 7б), затем возникает остриё, вызванное спорадическим слоем, и только потом образуется каустическое остриё слоя  $F$ , причем

между двумя последними топологическими структурами возникает волновой канал, в котором на рис. 7б находится несколько лучей. Локальной неоднородности соответствует фокусировка лучей выше и левее каустического острия слоя  $F$ .

Показано, что переход от классического представления решения в лучевой форме в конфигурационном пространстве к интегральному представлению (в частности, в виде канонического оператора Маслова), осуществляющийся ради построения равномерно асимптотического решения, в сложных случаях приводит к образованию каустик на канонических картах вблизи каустик конфигурационно-го пространства, что нежелательно.

Установлено, что смешанные координатно-импульсные подпространства даже в невозмущенном случае содержат каустики, а введение даже не очень сложных возмущений делает лучевую и каустическую картину весьма запутанной (рис. 8а и 8 б).

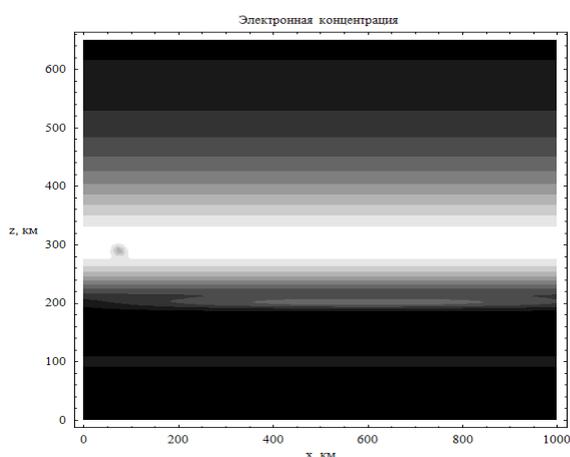


Рис. 7а. Модель ионосферы.

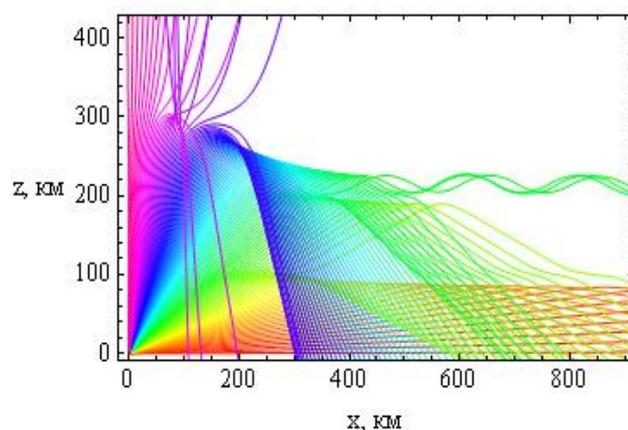


Рис. 7б. Лучевая структура в плоскости  $(x, z)$ .

Предпочтительнее в этом смысле выглядит переход в чисто импульсное подпространство по двум переменным, но при этом увеличивается кратность интеграла.

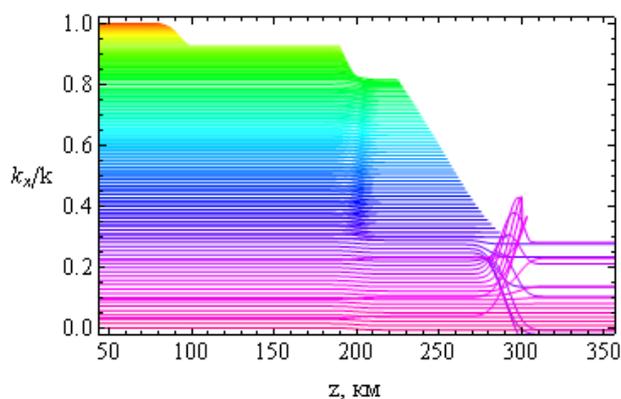


Рис. 8а. Лучевая структура в плоскости  $(z, k_x/k)$ ; возмущенный случай

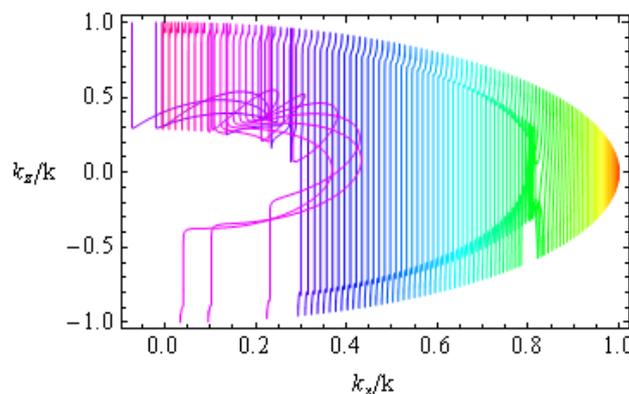


Рис. 8б. Лучевая структура в плоскости  $(k_x/k, k_z/k)$ ; возмущенный случай

Разработана методика расчета амплитудных множителей вдоль лучей для разных карт и проанализированы сингулярности, связанные с касанием лучей каустик.

На рис. 9а и 9б показано ослабление электромагнитного поля вдоль лучей за счет расходимости лучевого потока. По горизонтальной оси отложено групповое время  $t$  в секундах, а по вертикальной:

$$AMPL = -20 \lg \sqrt{\left| \frac{J_0}{J(\vec{r})} \right|} \quad (14)$$

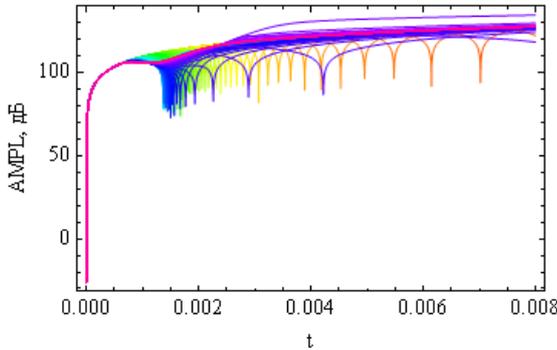


Рис. 9а. Зависимость расходимости сигнала от времени; невозмущенный случай

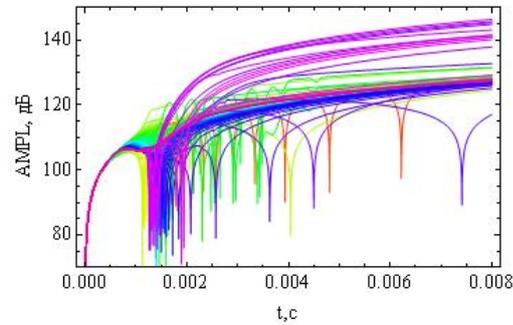


Рис. 9б. Зависимость расходимости сигнала от времени; невозмущенный случай

в децибелах. В формуле (14)  $J$  – это якобиан расходимости, а  $J_0$  – условное значение якобиана расходимости на расстоянии 1 м.

Из рис. 9а следует, что вдоль луча интенсивность излучения сначала резко падает (для всех лучей), а потом выходит на относительно стабильный уровень. Поскольку каждый луч касается каустики, в её окрестности интенсивность сигнала резко возрастает (в лучевом приближении до бесконечности), и на графике возникают характерные «провалы». Самая большая расходимость у луча, близкого к «лучу Педерсена» (верхний луч). В возмущенном случае (рис. 9б) общая структура остается той же, но самыми слабыми сигналами являются не только сигналы, передаваемые «лучами Педерсена», но и рассеянные локальной неоднородностью.

Наличие каустик и их особенностей в смешанных координатно-импульсных пространствах приводит к сингулярностям подынтегральных выражений для предканонического оператора Маслова.

Выполнено математическое моделирование влияния отклоняющего поглощения на распространение радиоволн в ионосфере с учетом магнитного поля Земли, частотной модуляции и частоты соударений электронов. Рассмотрена модель эффективной диэлектрической проницаемости ионосферы Земли, описываемая формулой Эпплтона<sup>9</sup>:

$$\varepsilon = 1 - \nu \left( 1 - iZ - \frac{u \sin^2 \alpha}{2(1 - \nu - iZ)} \pm \sqrt{\frac{u^2 \sin^4 \alpha}{4(1 - \nu - iZ)^2} + u \cos^2 \alpha} \right)^{-1}, \quad (15)$$

в которой  $Z = \nu_e / \omega$  – это отношение частоты  $\nu_e$  соударений электронов к круговой рабочей частоте. Сопоставлены особенности распространения ЛЧМ сигналов в двухслойной анизотропной ионосфере в случае обыкновенной и необыкновенной

<sup>9</sup> Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973. 502 с.

волны. Исследованы поглощение радиоволны и расходимость вдоль лучей, а также влияние этих факторов на ослабление амплитуды радиосигнала. Расчеты выполнены для дневной и ночной моделей электронной концентрации высокоширотной ионосферной плазмы.

При малых значениях отношения эффективной частоты соударения электронов к круговой рабочей частоте ( $Z \ll 1$ ) мнимая часть эффективной диэлектрической проницаемости пропорциональна произведению частоты соударений на квадрат электронной концентрации:  $\varepsilon_i \sim \nu Z \sim N^2 \nu_e$ . С уменьшением высоты ниже слоя  $E$  электронная концентрация падает, а частота соударений растет, поэтому наибольшее поглощение происходит вблизи нижней границы ионосферы. На рис. 10а и 10б приведены зависимости от высоты поглощения  $\Psi$  (в Неперах) вдоль траекторий.

На рис. 10 можно выделить две группы кривых. Для более высоких частот, проходящих ионосферу, поглощение мало. Более низкие частоты отражаются от слоя. Характерный максимум на кривых — это точка отражения. Эти лучи много времени проводят в нижней ионосфере и испытывают активное поглощение. С уменьшением частоты поглощение растет. Сопоставляя рис. 10 а и 10 б, видим, что необыкновенная волна поглощается сильнее обыкновенной.

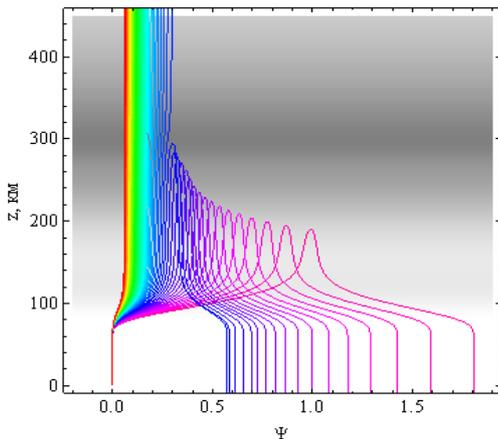


Рис. 10а. Зависимости поглощения  $\Psi$  от высоты, обыкновенная волна

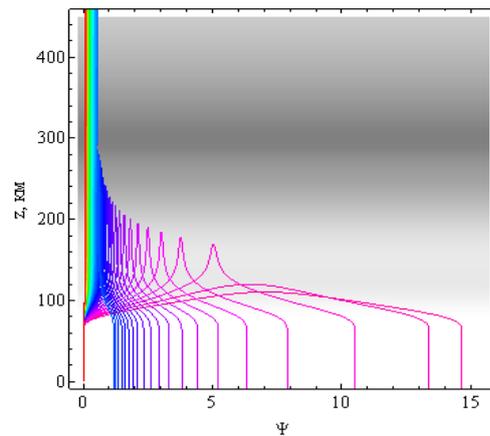


Рис. 10б. Зависимости поглощения  $\Psi$  от высоты, необыкновенная волна

На рис. 11 а и 11 б показаны зависимости расходимости вдоль лучевых траекторий от высоты в дБ. На рисунках следует отметить траекторию, соответствующую высокочастотному сигналу. Она имеет небольшой излом в окрестности максимума слоя  $F$ , что связано с дефокусировкой сигнала. Горизонтальные линии соответствуют каустикам. Это области усиления поля (фокусировки).

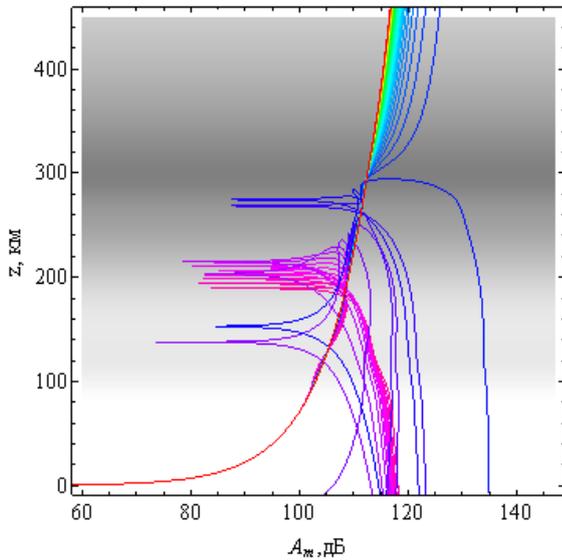


Рис. 11а. Зависимости расходимости от высоты, обыкновенная волна

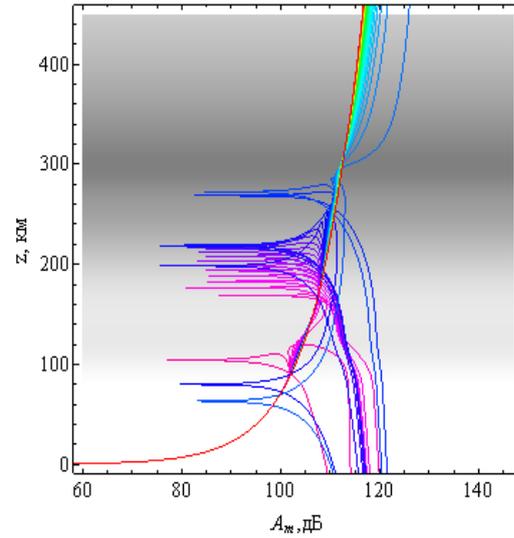


Рис. 11б. Зависимости расходимости от высоты, необыкновенная волна

Знание поглощения и расходимости позволяет оценить амплитуду сигнала в точке приёма. Как известно, действующая напряжённость электрического поля изотропного излучателя в пустоте определяется можно оценить по формуле:

$$E_{\partial} = E_{\partial 0} e^{-\psi} 10^{-A_m/20} \text{ В/м}. \quad (16)$$

Например, для ночной ионосферы для сигнала с частотой  $\sim 4$  МГц на земле (расстояние 800 км от источника) поглощение будет порядка одного Непера, а расходимость около 120 дБ. Если предположить, что мощность источника 1 кВт, то напряженность поля в этой точке составит 64 мкВ/м.

Выполнено сравнение поля на каустике (рис. 12), вычисленной по формулам метода равномерной асимптотики с помощью функции Эйри и её производной:

$$u_c \cong \exp(i\theta) \left( l_1 \cdot \text{Ai}(\lambda) + l_2 \cdot \frac{d\text{Ai}(\lambda)}{d\lambda} \right) \quad (17)$$

и в лучевом приближении:

$$u_g \cong b_1 \cdot \exp(i(\Phi_1 - \pi/2)) + b_2 \cdot \exp(i\Phi_2). \quad (18)$$

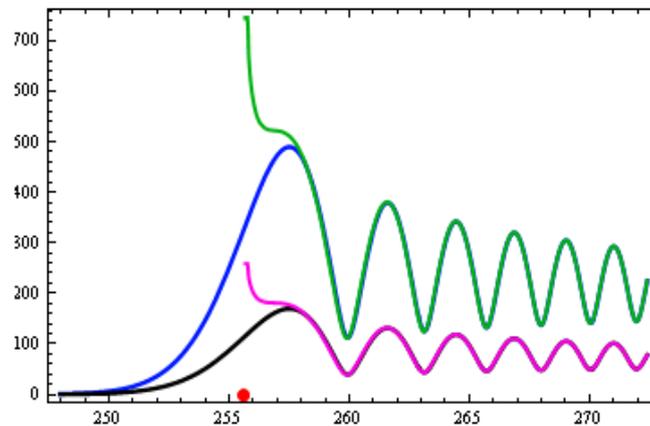


Рис. 12. Амплитуда модуля напряжённости электрического в МкВ/м от расстояния вдоль горизонтально оси в км. Красная точка – положение каустики. Равномерная асимптотика (17) – черная и синяя линии, ГО приближение (18) – малиновая и зелёная линии. Нижний рисунок выполнен с учетом поглощения.

Видно, что для оценки поля на каустике с помощью лучевого приближения достаточно найти место на графике, где кривая образует «полочку», прежде чем устремится на бесконечность.

В пятой главе рассмотрено применение теории краевых катастроф к описанию распространения электромагнитного излучения в нестационарном случае. Известно, что согласно пространственно-временной геометрической теории дифракции радиоимпульс в диспергирующей среде может быть представлен как суперпозиция пространственно-временных геометрооптических лучей и пространственно-временных краевых лучей, образующихся начале и конце радиоимпульса. Эти лучи, фокусируясь в плазме, образуют особенности типа краевых катастроф.

В работе исследовано применение теории краевых катастроф к проблеме описания распространения электромагнитного излучения в холодной плазме в нестационарном случае. Изучены условия образования краевых особенностей при распространении ЧМ радиоимпульса в однородной диспергирующей среде – ионосфере. Решение задачи представлено в виде быстроосциллирующего интеграла по частоте и начальному времени выхода сигнала. Семейство ПВ ГО лучей находится из анализа седловых точек фазовой функции, а ПВ краевые лучи из анализа сужений фазовой функции. Для классификации фокусировок исследованы решения уравнений, определяемых из равенства нулю вторых и более старших производных фазовой функции по частоте и времени.

В таблице 1 приведены краевые катастрофы, отвечающих различным типам фокусировок ЧМ излучения, рассмотренные в работе.

Таблица 1 Краевые катастрофы, образующие ПВ фокусировки.

№	$\Sigma$	$\Sigma_g$	$\Sigma_E$	Особый росток $\varphi_0^\Sigma$	$N$	$L$	$M$
3	$B_{N+1}$	$A_N$	$A_1$	$\pm z^{N+1}$	$N+1$	$N$	0
4	$C_{N+1}$	$A_1$	$A_N$	$xz \pm x^{N+1}$	$N+1$	$N$	0
5	$F_4$	$A_2$	$A_2$	$\pm z^2 \pm x^3$	4	3	0
6	$K_{4,2}$	$A_3$	$A_3$	$z^2 + ax^2z \pm x^4$	6	4	1

В таблице 1  $\Sigma$  – это символ особенности, параметр  $\Sigma_g$  – тип фокусировки ПВ ГО лучей, параметр  $\Sigma_E$  – тип фокусировки ПВ краевых лучей, индексы,  $L$  – коразмерность особенности,  $M$  – модальность катастрофы,  $a$  – функциональный модуль,  $x$  и  $z$  внутренние переменные.

ПВ краевые катастрофы серий  $B_{N+1}$  и  $C_{N+1}$  отвечают случаю, когда либо только ПВ ГО лучи, либо только краевые образуют каспидную каустическую

особенность типа  $\mathbf{A}_N$  (без упоминания теории катастроф такие случаи были рассмотрены в работах А.П.Анютин<sup>10</sup>).

В более сложных случаях, определяемых ЧМ радиосигнала, неоднородностью среды распространения, фильтром приёмного устройства и др., возникают ПВ более сложные катастрофы. В диссертации рассмотрены условия образования нульмодальной катастрофы  $\mathbf{F}_4=(\mathbf{A}_2, \mathbf{A}_2)$  (ПВ краевые лучи образуют гладкую каустику, а ПВ ГО – каустику с краем) и унимодальной катастрофы  $\mathbf{K}_{4,2}=(\mathbf{A}_3, \mathbf{A}_3)$  (ПВ краевые лучи образуют каустическое остриё, а ПВ ГО – каустическое остриё с краем). Получены равномерные асимптотики, содержащие специальные функции краевых катастроф. В частности, для особенности  $\mathbf{K}_{4,2}$  равномерная асимптотика имеет вид:

$$U(\vec{r}, t) = e^{i\theta} \left\{ (l_1)_g I^{K_{4,2}}(a; \vec{\lambda}) + \sum_{k=3}^4 (l_{k-1})_g \frac{\partial I^{K_{4,2}}}{\partial \lambda_k} + (l_1)_E I^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2) + \sum_{k=2}^3 (l_k)_E \frac{\partial I^{A_3}}{\partial \lambda_{k-1}} \right\} \quad (19)$$

где

$$I^{K_{4,2}}(a, \vec{\lambda}) = \int_0^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{i(k_1 z^2 + ax^2 z + k_2 x^4 + \lambda_1 x + \lambda_2 x^2 + \lambda_3 z + \lambda_4 x z)\} dx \quad (20)$$

спецфункция (СВК) краевой катастрофы  $\mathbf{K}_{4,2}$ , параметры  $k_1$  и  $k_2$  принимают значения +1 или -1, а

$$I^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{i(k_2 x^4 + \lambda_2 x^2 + \lambda_1 x)\} dx \quad (21)$$

функция Пирси, то есть СВК основной катастрофы  $\mathbf{A}_3$ . Её универсальная деформация получается как сужение исходной универсальной деформации с помощью подстановки  $z=0$ . В формуле (19)  $\theta$  – фаза бегущей волны, а  $(l_j)_g$  и  $(l_j)_E$  ГО и краевые коэффициенты асимптотического разложения.

Исследована каустическая структура краевой катастрофы  $\mathbf{K}_{4,2}=(\mathbf{A}_3, \mathbf{A}_3)$ . Разработан комплекс программ для описания каустической структуры краевой катастрофы  $\mathbf{K}_{4,2}$ , возникающей при совместной каспоидной ПВ фокусировке электромагнитного излучения волны в плазменном слое с сильной частотной дисперсией. Приведены каустические структуры краевой катастрофы  $\mathbf{K}_{4,2}$  при различных коэффициентах универсальной деформации и функционального модуля.

Развит метод локальной асимптотики, описывающий дифракционные фокусировки электромагнитных полей в случае, когда семейство первичных и вторичных лучей образуют фокусировки каспоидного типа. Выполнено математическое моделирование коэффициентов универсальной деформации, функционального модуля и фазы бегущей волны. Получены явные выражения для параметров универсальной деформации.

<sup>10</sup> Анютин А.П. Развитие асимптотических и численных методов моделирования дифракционных полей сигналов в средах с дисперсией. Автореферат дисс. на соискание ученой степени д.ф.-м.н., М.: РосНОУ, 2008. 45 с.

**Список литературы** содержит 207 наименований публикаций, включая 51 публикацию соискателя.

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в ходе работы над диссертацией.

1). На основе применения символьных вычислений разработаны новые численные методы и алгоритмы решения расширенной бихарактеристической системы дифференциальных уравнений для определения характеристик лучевых траекторий, расходимости лучевых потоков, положений каустик и полей на каустиках в декартовых и сферических координатах при распространении монохроматического и частотно-модулированного излучения в анизотропной плазме – ионосфере Земли.

2). На основе новых математических методов численного решения пространственно-временной бихарактеристической системы, опирающихся на символьные вычисления, проведены комплексные исследования с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента распространения монохроматических и частотно-модулированных сигналов в анизотропной ионосферной плазме:

- рассмотрены проекции лучей на разные координатные плоскости для о- и х-волн. Показано, что лучевая структура обыкновенной волны в боковой проекции и в проекции «вид сверху» является зеркально симметричной по отношению к лучевой структуре необыкновенной волны, причем лучевая структура необыкновенной волны является более компактной по сравнению с лучевой структурой обыкновенной волны;

- проанализировано доплеровское изменение частоты для модели нестационарной ионосферы с волнообразным возмущением, и показано, что изменение частоты вдоль луча носит осциллирующий характер и может достигать 2 Гц, а в вертикальных направлениях при некоторых значениях параметров 7 Гц;

- выполнено моделирование распространения радиоволн в ионосфере в зависимости от высоты источника излучения и угла выхода сигнала, исследовано распространение излучения в межслоевом канале обнаружен эффект запирания излучения в канале для определенных частот источника излучения;

- выполнено математическое моделирование влияния отклоняющего поглощения и расходимости на распространение радиоволн в ионосфере с учетом магнитного поля Земли. Исследованы поглощение радиоволны и расходимость вдоль лучей и влияние этих факторов на ослабление амплитуды радиосигнала. Разработана методика оценки абсолютных величин напряженности электромагнитного поля на каустике с учетом расходимости и поглощения.

3). Созданы методы и алгоритмы, позволяющие прогнозировать поправки к данным фазовых и поляризационных измерений с целью компенсации вариации параметров, обусловленные рефракцией сигналов дециметрового диапазона в неоднородной ионосфере Земли. Выполнено комплексное исследование влияния анизотропной ионосферной плазмы на вариации фазы радиосигнала, фарадеевское вращение плоскости поляризации отклонение угла прицеливания от угла прямого

видения, отклонение лучевой траектории от прямой линии на различных участках трассы при распространении дециметрового излучения в ионосфере Земли в зависимости от времени наблюдения, широты, наличия локальных ионосферных неоднородностей и др. Показано, что в дециметровом диапазоне частот существенным вариациям в зависимости от точности восстановления ионосферного профиля подвержены такие параметры как угол вращения вектора поляризации и фазовые вариации.

4). На основе метода канонического оператора В.П. Маслова и волновой теории краевых катастроф разработаны качественные и приближенные новые аналитические методы моделирования пространственно-временной структуры частотно-модулированных сигналов в плазменном слое с сильной частотной дисперсией:

- впервые численно исследованы проекции 6-мерного фазового пространства на смешанные координатно-импульсные подпространства в случае распространения излучения в ионосферной плазме с учетом спорадического слоя и локальной неоднородности;

- разработана методика расчета амплитудных множителей вдоль лучей для разных карт, проанализированы сингулярности, связанные с касанием лучей каустик.

5). Разработаны новые математические методы и алгоритмы моделирования пространственно-временной структуры частотно-модулированных сигналов в плазменном слое с сильной частотной дисперсией на основе теории краевых катастроф и пространственно-временной геометрической теории дифракции. В частности:

- применяя развитые в работе качественные и приближенные аналитические методы исследования математических моделей и классификацию краевых катастроф, исследованы необходимые и достаточные условия образования пространственно-временных краевых катастроф в случае распространения электромагнитных и акустических волн в плазме;

- разработан комплекс программ для описания каустической структуры краевой катастрофы  $K_{4,2}$ , возникающей при совместной каспоидной пространственной и временной фокусировке электромагнитного излучения волны в плазме. Построены каустические структуры краевой катастрофы  $K_{4,2}$  при различных коэффициентах универсальной деформации и функционального модуля;

- развит метод локальной асимптотики, описывающий дифракционные фокусировки электромагнитных полей в случае, когда семейства геометрооптических и краевых лучей образуют фокусировки каспоидного типа (волновая катастрофа  $K_{4,2}$ ). Выполнено математическое моделирование коэффициентов универсальной деформации, функционального модуля и фазы бегущей волны.

Таким образом в работе методами расширенной бихарактеристической системы Гамильтона-Лукина, канонического оператора Маслова и волновой теории катастроф рассмотрены особенности распространения стационарных и частотно-модулированных сигналов декаметрового и дециметрового диапазонов в ионосферной анизотропной плазме и выполнено математическое моделирование этих

процессов на основе символьных вычислений. Проведено исследование вариаций поляризационных характеристик при распространении радиоволн дециметрового диапазона в ионосфере Земли и полей на каустиках в декаметровом диапазоне.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

**Публикации в рецензируемых журналах, входящих в Международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus, Web of Science и входящих в перечень ВАК**

1. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Бова Ю.И. Моделирование поля в окрестности каустик обыкновенной и необыкновенной волн при ионосферном распространении // Радиотехника и электроника. 2020. Т. 65. № 12. С. 1160-1169.  
(Kryukovskii A.S., Lukin D.S., Bova Y.I. Simulation of the field in the vicinity of caustics of ordinary and extraordinary waves during ionospheric propagation // Journal of Communications Technology and Electronics. 2020. V. 65. No 12. P. 1364-1373.)
2. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Распространение частотно-модулированного излучения электромагнитных волн в ионосфере земли с учетом поглощения и внешнего магнитного поля // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. № 1. С. 3-14.  
(Bova Y.I., Kryukovsky A.S., Lukin D.S. Propagation of frequency-modulated electromagnetic radiation in the earth's ionosphere with allowance for absorption and the external magnetic field // Journal of Communications Technology and Electronics. 2019. V. 64. No 1. P. 1-12.)
3. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Кутуза Б.Г., Лукин Д.С. Исследование влияния ионосферы земли на распространение радиоволн в высокочастотном диапазоне // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. № 8. С. 752-758.  
(Bova Y.I., Kryukovskii A.S., Kutuza B.G. Investigation of the influence of the earth ionosphere on the radio wave propagation in the high-frequency range // Journal of Communications Technology and Electronics. 2019. V. 64. No 8. P. 740-746.)
4. Bova J.I., Kryukovskii A.S., Lukin D.S. Local asymptotics of unfoldings of edge and corner catastrophes // Russian Journal of Mathematical Physics, Vol. 27, No. 4, 2020, pp. 446–455. DOI 10.1134/S1061920820040044
5. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Математическое моделирование распространения частотно-модулированных радиоволн в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 10. С. 1001.  
(Kryukovskii A.S., Lukin D.S., Rastyagaev D.V., Skvortsova Y.I. Mathematical simulation of propagation of frequency-modulated radio waves in ionospheric plasma // Journal of Communications Technology and Electronics. 2015. V. 60. No 10. P. 1049–1057.)

**Публикации в изданиях, входящих в Международные реферативные базы данных и системы цитирования Web of Science и (или) Scopus**

6. Kryukovsky A.S., Bova Yu. I. Investigation of catastrophe parameters, describing structurally-stable focusings of primary and secondary edge waves by local asymptotic method // 2019 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, SOSG 2019 2019. P. 8706800.
7. Kryukovsky, A.S., Lukin, D.S., Kutuza, B.G., Bova, Yu.I., Rastyagaev, D.V. Study of the Effect of the Equatorial Ionosphere Anomaly on the Polarizing Characteristics of HF Radio Waves // 2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Conference Proceedings, 2021, 9415981
8. Bova, Y., Kryukovsky, A., Kutuza, B., Stasevich, V. The influence of ionospheric inhomogeneities on remote sensing of the Earth from space // Proceedings of the European Conference on Synthetic Aperture Radar, EUSAR, 2021, 2021-March, p. 902–907
9. Kryukovsky, A.S., Rastyagaev, D.V., Bova, Y.I., Popchenko, O.V. Mathematical Simulation of the Ray Propagation of Frequency-Modulated Radio Signals in the Ionospheric Plasma in the Presence of Local Inhomogeneities // Proceedings - 2020 7th All-Russian Microwave Conference, RMC 2020, 2020, p. 220–224, 9312340.
10. Kryukovsky, A.S., Bova, Yu.I. Features of the Use of Symbolic Calculations for Constructing Wave Field Local Asymptotics Using Catastrophe Theory // Journal of Physics: Conference Series, 2020, 1632(1), 012002
11. Bova, Yu.I., Kryukovsky, A.S., Lukin, D.S., Rastyagaev, D.V. Features of the effect of the Earth's ionosphere on the field of an ordinary wave in the vicinity of the caustic // Journal of Physics: Conference Series, 2020, 1632(1), 012005
12. Bova, Yu.I., Kryukovsky, A.S., Kutuza, B.G., Rastyagaev, D.V., Lukin, D.S. Mathematical modeling of the polarization characteristics of radio waves in the Earth's equatorial ionosphere // Journal of Physics: Conference Series, 2020, 1632(1), 012009
13. Bova, Y.I., Kryukovsky, A.S., Mikhaleva, E.V. The method of local asymptotic for determining the parameters of an edge catastrophe describing the joint focusing of geometric-optical and diffraction waves // 2019 Russian Open Conference on Radio Wave Propagation, RWP 2019 - Proceedings, 2019, p. 496–499, 8810225
14. Bova, Y.I., Kryukovsky, A.S., Kutuza, B.G., Lukin, D.S. The influence of the earth's ionosphere on the polarization characteristics of a radio wave in the high-frequency range // 2019 Russian Open Conference on Radio Wave Propagation, RWP 2019 - Proceedings, 2019, p. 492–495, 8810248
15. Kutuza B.G., Bova Yu.Ig., Kryukovsky A.S., Stasevich V.Ig. Features of the Influence of the Earth's Ionosphere on the P-Band Propagation // The 12th European Conference on Synthetic Aperture Radar – EUSAR 2018, Aachen, Germany on June 4-7, 2018.

#### **Публикации в журналах, входящих в перечень ВАК**

16. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Применение теории катастроф для описания пространственно-временной структуры частотно-модулированного сигнала в плазме // Электромагнитные волны и электронные системы. 2013. Т. 18. № 8. С. 018–023.
17. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Моделирование распространения

- частотно-модулированного излучения в анизотропной ионосферной плазме // Электромагнитные волны и электронные системы. 2017. Т. 22. № 5. С. 4-11.
18. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Моделирование распространения частотно-модулированного сигнала в ионосферной плазме с учетом отклоняющего поглощения и влияния внешнего магнитного поля // Физические основы приборостроения. 2017. Т. 6. № 4 (26). С. 34–45.
19. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Влияние пространственно-временных возмущений ионосферной плазмы на распространение радиоволн // Известия высших учебных заведений. Физика. 2016. Т. 59. № 12-3. С. 131–135.
20. Крюковский А.С., Бова Ю.И. Пространственно-временные краевые катастрофы и равномерные асимптотические решения волновых уравнений, описывающие распространение волн в холодной плазме // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Т. 12. № 11. С. 34–42.
21. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Математическое моделирование распространения частотно-модулированных электромагнитных волн в ионосфере для задач радиосвязи // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Т. 12. № 12. С. 22–32.
22. Kryukovsky A.S., Skvortsova Yu.I. Rays and caustics in the coordinate-pulse subspaces precanonical Maslov operator for propagation in ionospheric plasma. // T-comm. 2016. V. 10. No 9. P. 57–65.
23. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Численное моделирование распространения пространственно-временных частотно-модулированных радиоволн в анизотропной среде // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. № 9. С. 40–47.
24. Крюковский А.С., Бова Ю.И. Математическое моделирование параметров универсальной деформации краевой катастрофы  $K_{4,2}$  методом локальной асимптотики // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2019. № 1. С. 11–18.
25. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Исследование распространения частотно-модулированного излучения в ионосфере с учетом отклоняющего поглощения и влияния внешнего магнитного поля // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2017. № 3. С. 5–16.
26. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Математическое моделирование распространения радиоволн в нестационарной плазме с учетом кривизны поверхности земли и ионосферных слоев // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2016. № 1-2. С. 34–40.
27. Бова Ю.И. Математическое моделирование распространения радиоволн в ионосфере земли в зависимости от высоты источника излучения // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2016. № 3. С. 10–14.
28. Крюковский А.С., Бова Ю.И. Классификация пространственно-временных краевых катастроф и равномерные асимптотические решения волновых уравнений, описывающих распространение волн в ионосферной плазме // Вестник

Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2016. № 4. С. 5–12.

29. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Исследование проекций лучевых и каустических структур в координатно-импульсных подпространствах предканонического оператора Маслова. // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2015. № 1. С. 17–26.

30. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Каустическая структура краевой катастрофы  $K_{4,2}$  // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2015. № 2. С. 5–9.

31. Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Исследование распространения частотно-модулированных пространственно-временных сигналов в неоднородной анизотропной ионосфере // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2013. № 4. С. 47–52.

### Публикации в трудах конференций

32. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Кутуза Б.Г., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Математическое моделирование поляризационных характеристик радиоволн в ионосфере на основе данных радиотомографии // В книге: Материалы 18-й Всероссийской открытой конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса». Электронный сборник материалов конференции. Институт космических исследований Российской академии наук. Москва, 2020. С. 386.

33. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Численное моделирование радиосигнала в анизотропной среде с учетом отклоняющего поглощения методом бихарактеристик. // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2018. № 662. С. 26–32.

34. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Кутуза Б.Г., Лукин Д.С. Математическое моделирование вращения вектора поляризации в ионосферной плазме // В сборнике: Всероссийские открытые Армандовские чтения. Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. 2019. С. 158–167.

35. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Применение метода локальной асимптотики для численного моделирования структуры электромагнитного поля в каустических областях // В сборнике: Всероссийские открытые Армандовские чтения. Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. 2019. С. 30–37.

36. Крюковский А.С., Бова Ю.И. исследование параметров катастрофы, описывающей структурно-устойчивую фокусировку первичных и вторичных краевых волн методом локальной асимптотики // В сборнике: Технологии информационного общества. Материалы XIII Международной отраслевой научно-технической конференции. 2019. С. 444–446.

37. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Математическое моделирование влияния ионосферы земли на структуру радиоволн в окрестности каустики

//Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2020. № S674. С. 18–22.

38. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Кутуза Б.Г., Палкин Е.А. Влияние ионосферы Земли на фарадеевское вращение вектора поляризации радиоволн в высокочастотном диапазоне // XII Всероссийская научно-техническая конференция "Радиолокация и радиосвязь" Москва, 26–28 ноября 2018 года. Радиолокация и радиосвязь: сборник трудов. М.: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. 2018. С. 35–39.

39. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Применение пространственно-временной бихарактеристической системы для численного моделирования распространения радиоволн в ионосфере с учетом отклоняющего поглощения // В сборнике: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. материалы II Всероссийской научной конференции по проблемам радиофизики и дистанционного зондирования сред, проводимой в рамках VIII Всероссийских Армандовских чтений. Муромский институт (филиал) ФГБОУ ВО "Владимирский государственный университет имени им. А.Г. и Н.Г. Столетовых". 2018. С. 79–93.

40. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Математическое моделирование распространения частотно-модулированных электромагнитных волн в ионосфере для задач радиосвязи // В сборнике: Технологии информационного общества. Сборник трудов XII Международной отраслевой научно-технической конференции. 2018. С. 44–46.

41. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Исследование зависимости лучевого распространения в ионосфере земли от высоты источника излучения // В сборнике: VII Всероссийские Армандовские чтения. Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. материалы Всероссийской научной конференции. 2017. С. 149–159.

42. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Численное моделирование распространения частотно-модулированного сигнала в анизотропной среде с учетом отклоняющегося поглощения // В сборнике: V Всероссийская Микроволновая конференция. Материалы конференции. М.: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. 2017. С. 258–262.

43. Крюковский А.С., Бова Ю.И. Пространственно-временные краевые катастрофы и равномерные асимптотические решения волновых уравнений, описывающие распространение волн в холодной плазме // В сборнике: Технологии информационного общества. XI Международная отраслевая научно-техническая конференция: сборник трудов. 2017. С. 304–305.

44. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Лучи и каустики в координатно-импульсных подпространствах предканонического оператора Маслова при распространении радиоволн в ионосферной плазме // В сборнике: Технологии информационного общества. X Международная отраслевая научно-техническая конференция: сборник трудов. 2016. С. 276–277.

45. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Скворцова Ю.И. Проекция лучевых и каустических структур в координатно-импульсных подпространствах предканонического оператора Маслова в ионосферной плазме // В сборнике: Радиофизические методы в дистанционном зондировании сред. материалы VI Всероссийской научной конференции. Муромский институт (филиал) Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых». 2016. С. 37–44.
46. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Пространственно-временные возмущения ионосферной плазмы и их влияние на распространение радиоволн // В сборнике: Распространение радиоволн. XXV Всероссийская открытая научная конференция, посвященная 80-летию отечественных ионосферных исследований. РРВ-25. 2016. С. 106–109.
47. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Моделирование распространения частотно-модулированного радиоизлучения в ионосферной плазме // В сборнике: Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике. Материалы V Всероссийской научной конференции. 2015. С. 131–137.
48. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Исследование влияния пространственно-временных возмущений ионосферной плазмы на распространение радиоволн // В сборнике: Цивилизация знаний: российские реалии. Труды Шестнадцатой Международной научной конференции. 2015. С. 347–352.
49. Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Распространение частотно-модулированных пространственно-временных радиоволн в анизотропной ионосфере // В сборнике: Распространение радиоволн (РРВ-24). Труды конференции. 2014. С. 126–129.
50. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Описание пространственно-временной структуры частотно-модулированного импульса методами волновой теории катастроф. // IV Всероссийские Армандовские чтения [Электронный ресурс]: Радиофизические методы в дистанционном зондировании сред / Материалы VI Всероссийской научной конференции (Муром, 27–29 мая 2014 г.) – Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2014. –296 с. ISSN 2304–0297 (CD-ROM) ISSN 2304–0254 (CD-ROM). С. 85–92.
51. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. О распространении частотно-модулированного излучения в ионосферной плазме // В сборнике: Цивилизация знаний: российские реалии. Труды Пятнадцатой Международной научной конференции: в 2-х частях. 2014. С. 434–438.